

Суть метода состоит в выделении комплекта антропометрических точек и дальнейшем сравнении расстояний между точками. Комплекты точек выбираются исследователем эмпирическим путём. Ключевыми точками являются уголки глаз и рта, центры зрачков и бровей и т.п. Процесс распознавания изображений лиц заключается в сравнении признаков распознаваемого лица с эталонными признаками из БД. Вероятность правильного распознавания зависит от наиболее точного нахождения антропометрических точек. Задача точного нахождения антропометрических точек относится к трудоёмким и вычислительно затратным задачам. В данном методе важно, чтобы изображение лица человека было без помех. Поэтому процесс предобработки изображения является важнейшим из этапов в методе. В работе использовали Вейвлеты Габора для обнаружения антропометрических точек на изображении лица. Количество антропометрических точек равнялось 35–45. Доля верного распознавания образов составила 86%. Геометрические сопоставления характеристик лица наиболее полезно для поиска возможных совпадений в сравнительно большой БД. Для применения метода выдвигаются следующие требования к подготовке изображений: отсутствие направленного освещения, нейтральное выражение лица и отсутствие посторонних предметов, пересекающих область лица.

Метод сравнения эталонов (Template Matching) основывается на сравнении регионов лица. Каждый совпавший регион увеличивает меру сходства 17 изображений. Один из недостатков метода сравнения эталонов является его вычислительная сложность. Другая проблема заключается в описании этих регионов. Также система распознавания должна быть инвариантна к определённым расхождениям между эталонным и распознаваемым изображением [4].

Метод главных компонент (МГК) описан исследователем Карлом Пирсоном в 1901 году. Также его называют методом «собственных векторов» либо «собственных лиц». МГК является методом сокращения размерности избыточных данных. МГК используется в методе Eigenface, который представлен Тюрком и Пентландом в 1991 году. Для всех изображений лиц в БД производится процесс вычисления первых главных компонент. Далее запускается процесс сопоставления изображений, заключающийся в сравнении главных компонент распознаваемого изображения с главными компонентами изображений в БД. Изображение из БД считается распознанным, если имеет наименьшее расстояние от исходного изображения. Для метода Eigenface необходимо создать условия, приближенные к идеальным: единый уровень освещённости, однотипное выражение лица, отсутствие предметов, перекрывающих части лица.

При несоблюдении указанных условий Eigenface не сможет корректно определять межклассовые вариации. Eigenface считается первой работоспособной технологией распознавания лиц. Тюрк и Пентланд применили Eigenface на БД из 2500 изображений лиц 16 субъектов, полученных с разными ракурсами съёмки, размерами объекта и условиями освещения. Эксперименты доказали, что система была довольно устойчивой к изменениям масштаба, но результаты резко ухудшились при изменении освещения объекта.

Скрытые Марковские модели (СММ) успешно применяются для приложений распознавания изображений лиц. Изображение лица делят на регионы глаз, носа, рта и передают на вход СММ. В работе учёные, используя СММ, сообщили о 87% верного распознавания на БД, состоящей из 400 изображений.

Эмпирические методы - Данные методы основываются на опыте человека в решении задачи распознавания лиц и пытаются формализовать и алгоритмизировать этот опыт, построив на его основе автоматическую систему распознавания. При этом формируется ряд эвристик, на основе наличия и взаимного соответствия которых, автоматическая система может определить факт присутствия лица на изображении [4,5].

Процесс распознавания изображений лиц заключается в сравнении признаков распознаваемого лица с эталонными признаками из БД. Вероятность правильного распознавания зависит от наиболее точного нахождения антропометрических точек. Задача точного нахождения антропометрических точек относится к трудоёмким и вычислительно

затратним задачам. В даному методі важко, щоб зображення особи особистості було без помах. Поэтому процесс предобработки зображення являється важливішим из етапов в методі.

#### ИСТОЧНИКИ И ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов И.Н. Биометрическая идентификация в дистанционной подготовке кадров на ж.д. транспорте / И. Н. Ефимов, А. М. Косолапов // Вестник транспорта поволжья. – 2013. – № 1 – С. 62-66.
2. Ефимов И.Н. Методы автоматического распознавания лиц в системах безопасности / И. Н. Ефимов, А. М. Косолапов // Перспективы развития информационных технологий: Сборник материалов XXVIII Международной научно-практической конференции. – Новосибирск.: ЦРНС. – 2016. – С.151–156.
3. Ефимов И.Н. Классификация способов подтверждения подлинности распознаваемого объекта / И. Н. Ефимов, А. М. Косолапов // Сборник материалов международной научно-технической конференции «Перспективные информационные технологии». – Самара: Самарский университет. – 2016. – С.425-429.
4. Ефимов И.Н. Локальные бинарные шаблоны медианного пикселя эффективные информативные признаки технологии распознавания образов И. Н. Ефимов // Цифровая обработка сигналов. – 2015. – №1 – С. 61–65.
5. Ефимов И. Н. Анализ современных обучающих систем // Дни студенческой науки: сб. материалов XXXVIII научной конференции студентов и аспирантов. – Самара : СамГУПС. – 2011. – №12. – С. 46.

УДК 373:513

*Іля Семенова, Олена Синюкова  
(Одеса, Україна)*

#### ПРО ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРАМИ У КУРСАХ ГЕОМЕТРІЇ ЗАКЛАДІВ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ

*Проаналізовано загальні питання про те, що мають на увазі під задачею з параметром або з параметрами та її розв'язанням. Висвітлено роль і місце задач з параметрами у курсах геометрії закладів загальної середньої освіти. Зокрема, розв'язання задач з параметрами розглянуто як невід'ємну складову розв'язання задач на побудову за допомогою циркуля і лінійки.*

**Ключові слова:** *задача з параметрами, рівняння з двома змінними як рівняння з параметром, нерівність трикутника, геометричне місце точок, умови існування геометричних фігур.*

*General concepts of a task with a parameter or with parameters and their solutions are analyzed. A role and a place of tasks with parameters in Geometrical courses of secondary school are exposed. In particular, solution of tasks with parameters is considered as an inalienable component of solution the tasks of tracing with the help of a compass and a ruler.*

**Key words:** *a task with parameters, equation with two varieties as an equation with a parameter, inequality of triangle, geometrical place of points, conditions of the existence of geometrical figures.*

Так звані задачі з параметрами давно стали невід'ємною складовою як кожного більш-менш поглибленого курсу алгебри чи алгебри і початків аналізу для закладів загальної середньої освіти, так і завдань зовнішнього незалежного оцінювання з математики. Це не є випадковим, бо найчастіше процес розв'язання задачі з параметром перетворюється для учня

у невелике самостійне дослідження, проведення якого сприяє формуванню творчої, діяльнісно орієнтованої особистості.

Підкреслимо лише, що, незважаючи на наявність значної кількості створених на високому науково-методичному рівні відповідних навчальних посібників (див, [1], наприклад), у методичній літературі досить важко знайти чіткі відповіді на питання про те, що взагалі мається на увазі під задачею з параметром (або параметрами) і її розв'язанням.

Пояснимо вищевказане за допомогою наступного простого прикладу. Нехай задано рівняння

$$x^2 - xy = 0 \quad (1)$$

Це рівняння можна розглядати як рівняння з двома змінними  $x$  та  $y$ . Розв'язати таке рівняння – значить знайти всі його розв'язки, тобто, всі впорядковані пари дійсних чисел  $(x_0; y_0)$ , підстановка яких у дане рівняння, відповідно, замість змінних  $x$  та  $y$ , перетворює це рівняння у вірну числову рівність. Зрозуміло, що подібних пар дійсних чисел існує безліч, це всі пари виду  $(0; a)$ , де  $a \in R$ , і всі пари виду  $(a; a)$ , де  $a \in R$ .

У той же час рівняння (1) можна розглядати як рівняння з однією змінною  $x$  і параметром  $y$ . Розв'язати таке рівняння – це значить знайти відповіді на питання, при яких значеннях параметра  $y$  рівняння не має розв'язків, при яких – має, скільки, які саме. Відповідь, зрозуміло, буде наступною. Рівняння (1) має розв'язки при будь-яких дійсних значеннях параметра  $y$ . Якщо  $y = 0$ , то воно має один розв'язок – число 0. Якщо  $y \neq 0$ , то воно має два розв'язки – числа 0 і  $y$ . (Відповідь, зрозуміло, можна надати і наступним чином: рівняння (1) завжди має принаймні один розв'язок – число 0. Якщо  $y \neq 0$ , воно має ще один розв'язок – число  $y$ ). Аналогічним чином, рівняння (1) можна розглядати як рівняння відносно однієї змінної  $y$  з параметром  $x$ . Тут відповідь буде наступною. Рівняння завжди має розв'язки. Якщо  $x = 0$ , то воно має безліч розв'язків, розв'язком є кожне дійсне число. Якщо  $x \neq 0$ , то воно має один розв'язок – число  $x$ . (При цьому цікавою є одночасна геометрична інтерпретація множин розв'язків при всіх трьох підходах до рівняння (1) на координатній площині  $Oxy$ ).

Отже, якщо задачею передбачено розв'язання навіть одного рівняння з однією змінною і одним параметром, умови задачі повинні містити вказівку на те, яку саме з двох змінних рівняння приймають у якості параметра. Це не є визначеним автоматично. Для позначення як змінної, так і параметра можна використовувати довільні букви.

У той же час, задачі з параметрами, традиційно, є невід'ємною складовою і систематичних курсів геометрії закладів загальної середньої освіти. Вперше, мабуть, вони з'являються разом з нерівністю трикутника, питанням про те, за яких обставин існує трикутник, довжини сторін якого відносно одного і того ж одиничного відрізка, дорівнюють числам  $a$ ,  $b$  та  $c$ .

Розв'язання задач з параметрами є невід'ємною складовою розв'язання задач на побудову за допомогою циркуля і лінійки. Як відомо, обов'язковим етапом повного розв'язання такої задачі є етап дослідження. Реалізація цього етапу передбачає знаходження відповідей на наступні питання: 1) чи при будь-якому виборі вихідних даних задача має розв'язок; 2) якщо задача має розв'язки, то яку кількість, які саме; 3) якщо при певному наборі вихідних даних задача має розв'язок, то чи завжди цей розв'язок можна знайти тим способом, який було запропоновано? Це типова задача з параметрами.

У планіметрії задачі з параметрами з'являються також під час знаходження деяких геометричних місць точок, визначених за допомогою відповідної характеристичної властивості. Наприклад, задача про знаходження геометричного місця точок, відстані яких до сторін  $BA$  і  $BC$  заданого нерозгорнутого кута  $ABC$  відносяться як 1:2, має різня