ПРО СТРУКТУРУ І ЗМІСТ ІНТЕГРОВАНОГО КУРСУ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ ТА АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ДЛЯ СТУДЕНТІВ НЕМАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВНЗ

С. В. Драганюк[1] , В. В. Карапетров[2], А. А. Манолі[3]

[1]Державний заклад «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського», Одеса, Україна,

[2]Державний заклад «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського», Одеса, Україна,

[3]Державний заклад «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського», Одеса, Україна

olachepok@ukr.net

Запропоновано систему тем, що складають зміст інтегрованого курсу лінійної алгебри та аналітичної геометрії для студентів нематематичних спеціальностей ВНЗ.

Ключові слова: лінійна алгебра, аналітична геометрія, інтегрований курс, лінійний векторний простір, лінійне відображення.

Інтегрований курс лінійної алгебри та аналітичної геометрії входить до навчальних планів студентів фізичних, прикладних та певних інформатичних спеціальностей вже більш ніж 30 років. Згідно загальної ідеї фундаторів такого курсу (які, на даний час, здається, вже невідомі), його алгебраїчну складову повинні утворювати ті алгебраїчні поняття, які дозволяють означити та всебічно дослідити поняття про лінійний векторний простір, про лінійні відображення таких просторів. Одразу виникає питання, лінійний векторний простір … над яким полем? Над довільним полем? Чи тільки над полем дійсних чисел, чи ще й над полем комплексних чисел? З точки зору можливостей практичних застосувань у фізиці, прикладній математиці та інших науках, найбільш актуальним представляються дослідження лінійних векторних просторів над полем дійсних чисел. У той же час, певні спеціальні розділи цих наук вимагають знайомства і з лінійними векторними просторами над полем комплексних чисел. З точки зору напрямків досліджень сучасної алгебри, найбільш цікавими представляються, мабуть, лінійні векторні простори над скінченними полями. Як бути з вимірністю лінійного векторного простору? Обмежитися розгляданням лише лінійних векторних просторів скінченної вимірності, чи брати до уваги ще й нескінченно вимірні?

Як бути зі змістом алгебраїчної частини курсу, яка передує поняття про лінійний векторний простір? Здається, ця частина повинна містити поняття про множину, елементи теорії множин, поняття про натуральні, цілі, раціональні, ірраціональні, дійсні і комплексні числа, про властивості вищевказаних числових систем, теорію матриць, теорію визначників, елементами яких є елементи різних числових систем, а, може, і не тільки числових систем, теорію систем лінійних рівнянь, коефіцієнти яких є представниками різних числових систем, поняття про групу, елементи теорії груп, поняття про поле, елементи теорії полів. Матеріалу настільки багато, що розгубитися у доцільній послідовності його викладання може не лише викладач-початківець. Да і чи можна побудувати таку доцільну послідовність, наприклад, у випадку, коли на увесь курс, разом з аналітичною геометрією, виділяються лише 64 години лекційних і 64 години практичних занять першого і другого семестрів навчання?

Вузівський курс аналітичної геометрії передбачає проведення міркувань у межах тривимірного евклідового простору, тобто, у межах аксіоматичної теорії, підкореній до певної аксіоматики евклідового простору. Теоретично, існує безліч різних аксіоматик евклідової геометрії. Практично, найбільш вживаними є лише скінченна кількість з них.

Ідеям вищеназваного інтегрованого курсу у найбільшому степені відповідає аксіоматика Г. Вейля [1]. (Здається, сам інтегрований курс лінійної алгебри та аналітичної геометрії виник у той час, коли у основі курсів геометрії середньої школи було покладено ідеї Г. Вейля.) Але зараз переважна більшість аксіоматик, у тому чи іншому степені покладених у основу курсів геометрії середніх загальноосвітніх навчальних закладів, є схожими на аксіоматику О. В. Погорелова [3]. Отже, будемо подалі під тривимірним евклідовим простором розуміти аксіоматичну теорію, підкорену саме аксіоматиці О. В. Погорелова евклідової геометрії.

Під геометричною фігурою евклідового простору розуміють довільну його підмножину.

Аксіоматична теорія евклідової геометрії є тією аксіоматичною теорією, що у найточнішому степені відповідає властивостям просторових форм безпосередньо оточуючого людину середовища. Отже, одночасно з обґрунтуванням положень евклідової геометрії ми, як правило, отримуємо певні знання і з так званої «фізичної» геометрії (реальної геометрії навколишнього середовища).

Аналітична геометрія для дослідження геометричних фігур евклідового простору застосовує спеціальний метод — метод координат (у курсі геометрії середньої школи ті ж самі геометричні фігури головним чином вивчаються іншими, так званими, елементарними методами).

Застосування методу координат починається із введення у евклідовому просторі системи координат. А найпростішими серед систем координат є так звані афінні системи координат (прямокутні декартові системи координат є їх окремими випадками). Формули переходу від однієї афінної системи координат до іншої (формули, за якими координати точки відносно нової системи координат виражаються через координати цієї точки відносно попередньої системи координат) мають вигляд трьох лінійних функцій від трьох змінних.

У стандартному курсі аналітичної геометрії досліджуються не будь-які фігури евклідового простору, а лише такі, які відносно обраної афінної системи координат задаються аналітичними умовами, що мають вид рівнянь і нерівностей першого і другого степеня відносно трьох змінних, систем або сукупностей таких рівнянь і нерівностей. При зміні афінної системи координат тип подібних аналітичних умов не змінюється. Саме це дозволяє ті висновки щодо їх дослідження, які не залежать від вибору афінної системи координат, інтерпретувати як певні відомості про відповідні геометричні фігури.

У межах аналітичної геометрії розглядають лінійні відображення евклідового простору у себе і лінійні перетворення цього простору, які називають афінними перетвореннями [2]. Одночасно розглядають тривимірний лінійний векторний простір, асоційований до даного евклідового простору, визначають, яким чином лінійні відображення евклідового простору породжують лінійні відображення асоційованого лінійного векторного простору, і навпаки. У основу класифікації лінійних відображень евклідового простору покладено класифікацію лінійних відображень асоційованого лінійного векторного простору за характером їх власних значень і власних векторів.

Саме така структура курсу аналітичної геометрії робить його ідейно близьким до курсу лінійної алгебри. Але все це не забезпечує автоматично органічного поєднання цих курсів у межах спільного навчального предмету.

Автори пропонують доцільну зі своєї точки зору послідовність розглядання необхідних тем у межах відповідного інтегрованого курсу. При цьому пропонуються суттєві обмеження щодо «алгебраїчної» частини курсу.

1. Елементи теорії множин. Відношення. Відношення еквівалентності. Фактор-множина.
2. Множина натуральних чисел та її основні властивості.
3. Відображення множин. Потужність множини. Фактор-відображення.
4. Множина цілих чисел. Звичайні дроби. Множина раціональних чисел. Поняття про множину дійсних чисел.
5. Матриці та визначники.
6. Системи лінійних рівнянь.
7. Поняття про напрямлений відрізок евклідового простору, про рівні напрямлені відрізки, про зв’язний вектор, ковзний вектор та вільний вектор на площині та у просторі.
8. Додавання, віднімання векторів, множення вектора на число, лінійна залежність та лінійна незалежність векторів, їх геометричний зміст, скалярний добуток векторів, векторний і мішаний добутки векторів, їх алгебраїчні та геометричні властивості.
9. Поняття про групу, підгрупу. Приклади.
10. Поняття про поле, підполе. Приклади.
11. Поняття про лінійний векторний простір над полем всіх дійсних чисел. Вимірність лінійного векторного простору. Приклади.
12. Лінійні відображення та лінійні перетворення лінійних векторних просторів. Власні вектори та власні значення.
13. Афінна та прямокутна декартова системи координат на площині та у просторі.

14. Прямі та площини тривимірного евклідового простору.
15. Криві другого порядку, поверхні другого порядку тривимірного евклідового простору.
16. Лінійні відображення евклідового простору. Лінійні відображення фігур евклідового простору.

Список літератури

1. Атанасян, Л. С. & Базылев, В. Т. (1986). *Геометрия. В 2-х ч. Ч. I. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов.* М.: Просвещение.
2. Моденов П.С. (1967). *Аналитическая геометрия*. М.: МГУ.
3. Погорелов, А. В.(1995). *Геометрия*: *Учеб. для* 7—11 *кл. общеобразоват. учреждений* (5-е изд.). М.: Просвещение.