

Світлана Скворцова

м.Одеса

ФОРМУВАННЯ У МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ УМІНЬ РОЗВ'ЯЗУВАТИ СЮЖЕТНІ ЗАДАЧІ ПЕВНИХ ВИДІВ

Задачі у початковому курсі математики реалізують навчальні, розвивальні, виховуючі та контролюючі функції. Але останнім часом на перший план вчені висувають функцію формування вмінь розв'язувати задачі. Причому формування вмінь розв'язувати задачі передбачає формування загального уміння розв'язування будь-яких задач та окремих вмінь розв'язувати задачі певних видів. В даній статті ми зосередимо увагу на формуванні окремих вмінь. У початковому курсі математики розглядаються наступні види „типових” задач: задачі на знаходження четвертого пропорційного, на подвійне зведення до одиниці, на пропорційне ділення, на знаходження невідомих за двома різницями, на спільну роботу, на рух, на знаходження середнього арифметичного. Різноманіття видів „типових” задач вимагає науково обґрунтованої методики формування окремих вмінь розв'язувати задачі.

Проблему формування вмінь розв'язувати задачі висвітлюється в роботах О.М.Астярба, М.О.Бантової, М.В.Богдановича, В.Г.Бевз, М.І.Бурди, О.С.Дубинчук, Н.Б.Істоміної, Ю.М.Колягіна, В.Н.Осинської, Д.Пойа, Г.І.Саранцева, З.І.Слепкань, Л.М.Фрідмана, Т.М.Хмари, С.Є.Царьової, П.М.Ерднієва та інших. Л.М.Фрідманом [4] та С.Є.Царьовою [5] визначено загальні напрямки роботи з формування не лише загальних, а й окремих вмінь розв'язувати задачі в учнів початкової школи. Однак детальні методичні розробки системи формування у молодших школярів вмінь розв'язувати задачі певних видів у методичній літературі відсутні. Навіть у дисертаційних дослідженнях, що вирішують завдання формування вмінь розв'язувати задачі розглянуті окремі аспекти цієї проблеми, а їх реалізація подана лише на одному виді задач. Так, вивчаючи систему задач як засіб

розвитку молодших школярів, А.К.Мендигалієва проілюструвала власні підходи на прикладі лише задач на рух [1]. С.Утепкалієв також реалізує розроблену ним методику навчання молодших школярів самостійному розв'язуванню задач лише на задачах на рух [3]. Взагалі у методичній літературі найбільшу увагу приділено саме навчанню молодших школярів розв'язуванню задач на рух (В.Московченко, Л.Дудко, Р.Н.Шикова та інші). Таким чином, у роботах наших попередників відсутня цілісна методична система, яка б передбачала формування окремих умінь розв'язувати задачі усіх видів початкового курсу математики, не визначено істотних ознак та не узагальнено способи розв'язання задач окремих видів.

Мета нашої статті полягає в обґрунтуванні методичної системи навчання молодших школярів розв'язування задач певних видів.

Методика формування у молодших школярів умінь розв'язувати задачі певних видів будується на поданому нами означенні окремого уміння через комплекс умінь нижчого порядку, серед яких основними є: уміння співвідносити дану задачу з раніш вивченими і впізнавати задачу вивченої математичної структури; уміння актуалізувати узагальнений спосіб розв'язання задач даного виду, а потім його реалізувати.

Щоб співвіднести дану задачу з раніш вивченими і впізнати задачу вивченої математичної структури, а також актуалізувати спосіб розв'язання задач цього виду, учень повинен мати знання різноманітних математичних структур „типових” задач та узагальнених способів їх розв'язання. При наявності зазначених знань успішність розв'язання „типових” задач залежить, насамперед, від якості орієнтувальної діяльності школяра. Якість самої орієнтувальної діяльності визначається якістю подання, схеми тієї дії, яка за цієї схемою потім виконується. Головна характеристика III типу орієнтування (за П.Я.Гальперіним) полягає в тому, що учням пропонується всебічне вивчення предмета, шляхом його „розчленування,, на складові „одиниці” і визначаються закони їх сполучення, що становить основи складу предмету, а різні види сполучень одиниць – його варіанти. Пошук ООД III

типу йде за методом системно-структурного аналізу запропонованим З.О.Решетовою. Метою системно-структурного аналізу є багаторівневе дослідження задач заради визначення істотних ознак задачі та їх узагальнення. Цей підхід повністю узгоджується з теорією змістовних узагальнень В.В.Давидова, який розглядає теоретичний шлях узагальнення при розв'язуванні задач як узагальнення через аналіз умови і вимоги, що дозволяє абстрагувати представлені в задачах істотні залежності. Завдяки цьому розв'язання задачі відразу набуває узагальненого значення і переноситься на цілий клас задач. Зазначимо, що методику навчання учнів розв'язування задач певних видів за теорією змістовних узагальнень було розроблено В.Н.Осинською. Ми адаптували цю методику з метою її застосування у початковій школі.

Таким чином, теоретичною основою складання методики формування у молодших школярів умінь розв'язувати „типові” задачі є теорія змістовних узагальнень В.В.Давидова, її реалізація при навчанні учнів розв'язання „типових” задач, що здійснюється на основі III типу орієнтування за П.Я.Гальперіним, методом системно-структурного аналізу З.О.Решетової.

Системно-структурний аналіз задачі ми будемо здійснювати шляхом змін величин задачі або числових даних у прямій та обернених задачах, і дослідження впливу цих змін на її розв'язання. Між тим, для задач, що містять однакову (сталу) величину існує можливість змінювати ще й однакову величину.

Методичну основу розробки методики формування у молодших школярів умінь розв'язування „типових” задач складають наступні положення методичної науки:

- 1) предметом навчання і основним змістом навчання є види задач, способи і зразки розв'язування задач конкретних видів (С.Є.Царьова);
- 2) навчання розв'язування задач протікає успішно у тому випадку, коли спосіб розв'язання, його засвоєння виступає як мета дії, а власно

розв'язання окремої задачі є лише побічним продуктом (Ю.І.Машбиць);

3) задачі, їх структура повинні стати предметом глибокого вивчення учнями (Л.М.Фрідман);

4) при навчанні розв'язування задач певного виду на перших етапах слід розгорнути процес розв'язання як процес моделювання задач (Л.М.Фрідман);

5) основним методом навчання розв'язування задач повинен стати метод розв'язання особливої системи підготовчих навчальних задач (Л.М.Фрідман).

При розробці методики формування окремих умінь ми спираємось на пропозицію О.М.Астряба щодо зменшення основних „типових” груп задач. Як зазначалося вище, окремі уміння складаються із знань різноманітних математичних структур „типових” задач та їх планів розв'язання. Зрозуміло, що учню важко запам'ятати усе різноманіття математичних структур „типових” задач і відповідні плани розв'язання. Тому, з метою зменшення обсягу навчального матеріалу, який підлягає запам'ятовуванню, необхідно перейти до більш високого ступеню узагальнення математичних структур задач та планів розв'язання. Це можливо завдяки поєднанню „типових” задач у групи за спільною ознакою.

Так, математична структура задач на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення і на знаходження невідомих за двома різницями містить спільні істотні ознаки: наявність групи пропорційних величин, двох випадків, при чому одна з величин є однаковою для обох випадків і для іншої величини дані два числові значення для обох випадків. Відмітні ознаки математичних структур задач цих видів полягають у наступному: в задачах на знаходження четвертого пропорційного для третьої величини дано одне числове значення, а друге є шуканим; у задачах на пропорційне ділення та у задачах на знаходження невідомих за двома різницями обидва числові значення третьої величини є шуканими, причому у

задачах на пропорційне ділення дано їх суму, а у задачах на знаходження невідомих за двома різницями – їх різницю. Наявність спільних ознак надає можливість узагальнити спосіб розв'язання задач цих видів. Оскільки усі ці задачі містять однакову для двох випадків величину, то ключем до їх розв'язання є знаходження її значення. Але відмінність у розв'язанні цих видів задач полягає саме у способі відшукування значення однакової величини: у задачах на знаходження четвертого пропорційного однакову величину знаходять за двома іншими величинами одного з випадків; у задачах на пропорційне ділення – за двома сумарними значеннями двох інших величин; у задачах на знаходження невідомих за двома різницями – за значеннями різницевого відношення двох інших величин.

Дещо відокремлені від інших задачі на подвійне зведення до одиниці. Ці задачі також містять однакову (сталу) величину, але це величина „подвійної одиниці”, наприклад, маса сіна 1 коню на 1 день. Крім того, усі розглянуті вище види задач містять три пропорційні величини, а задачі на подвійне зведення до одиниці – чотири величини. Але можна говорити, що ці задачі також розв'язуються способом знаходження однакової величини – величини „подвійної одиниці”, яку у задачах першого та другого підвиду знаходять послідовним діленням значення загальної величини на значення двох інших величин, що пов'язані з нею.

Істотні ознаки задач на подвійне зведення до одиниці (4-й клас): чотири величини: кількість, час та загальне значення для даної кількості та часу, а також величина, яка поєднує усі ці величини – подвійна одиниця; два випадки; величина подвійної одиниці однакова для обох випадків; задача містить п'ять числових значень, при чому чотири дані за умовою задачі, а п'яте є шуканим.

Хоч математична структура задач на подвійне зведення до одиниці дещо відрізняється від математичних структур задач, що розглянуті вище, але у цих задач є спільне у способі розв'язання – для відповіді на запитання задачі

треба знайти значення однакової величини, тому ми пропонуємо поєднати в одну групу задачі цих чотирьох видів.

Таким чином, до першої групи ми віднесли задачі, що містять однакошу величину: задачі на знаходження четвертого пропорційного, задачі на пропорційне ділення, задачі на знаходження невідомих за двома різницями, задачі на подвійне зведення до одиниці.

До другої групи ми віднесли задачі на спільну роботу та на рух. Задачі на спільну роботу і задачі на одночасний рух, поданої математичної структури, містять такі спільні істотні ознаки: три пропорційні величини:

$\frac{\text{загальний..виробіток}}{\text{відстань}}$, $\frac{\text{продуктивність..праці}}{\text{швидкість}}$, час $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$; три випадки: перші два стосуються $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$ кожного з двох об'єктів, а третій – їх спільної $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$;

чотири числові значення: $\frac{\text{продуктивність..праці}}{\text{швидкість..руху}}$ першого об'єкта,

$\frac{\text{продуктивність..праці}}{\text{швидкість..руху}}$ другого об'єкта, $\frac{\text{загальний..виробіток}}{\text{загальна..відстань}}$ при їх

спільній $\frac{\text{ій..праці}}{\text{ому..русі}}$ та час спільній $\frac{\text{ої..роботи}}{\text{ого..руху}}$; три з них дано, а одне є шуканим.

Математичну структуру задач на одночасний рух та на спільну роботу можна подати у вигляді узагальненої таблиці.

N_1 – продуктивність праці першого

виконавця; N_2 – продуктивність

праці другого виконавця;

A – загальний виробіток при

спільній праці; V_1 - швидкість першого тіла

V_2 - швидкість другого тіла; t – час спільного руху або час спільної праці;

S – відстань між тілами на момент початку або на момент закінчення руху

Задачі на спільну роботу, в яких продуктивність спільної праці знаходять дією додавання та задачі на одночасний рух в різних напрямках (назустріч та у протилежних напрямках) мають два способи розв'язання:

	$\frac{\text{заг..виробіток}}{\text{відстань}}$	$\frac{\text{продукт..пр.}}{\text{швидкість}}$	час
I		N_1 / V_1	
II		N_2 / V_2	
I і II	A / S	?	t

I спосіб	II спосіб
----------	-----------

$A = N_1 * t + N_2 * t$ $S = V_1 * t + V_2 * t$	$A = (N_1 + N_2) * t$ $S = (V_1 + V_2) * t$
	$t = A : (N_1 + N_2)$ $t = S : (V_1 + V_2)$
$N_1 = (A - N_2 * t) : t$ $N_2 = (A - N_1 * t) : t$ $V_1 = (S - V_2 * t) : t$ $V_2 = (S - V_1 * t) : t$	$N_1 = A : t - N_2$ $N_2 = A : t - N_1$ $V_1 = S : t - V_2$ $V_2 = S : t - V_1$

Таким чином, задачі на спільну роботу та задачі на одночасний рух мають однакові математичні структури та аналогічні способи розв'язання, що дає можливість об'єднати їх в одну групу і розробляти методику навчання молодших школярів розв'язування цих задач у їх порівнянні, з метою узагальнення їх математичних структур та способів розв'язання.

Запропонований підхід повністю відповідає позиції Н.Ф.Тализіної та Г.Ніколи, які також дійшли висновку про необхідність об'єднання задач на рух і на спільну роботу в одну групу на основі спільної особливості, як задачі на процеси[2].

До третьої групи увійшли задачі на знаходження середнього арифметичного. Серед усього різноманіття задач на знаходження середнього арифметичного, які подані у чинних підручниках, можна виділити два класи таких задач: задачі на застосування правила знаходження середнього арифметичного; ускладнені задачі на знаходження середнього арифметичного, які містять пропорційні величини.

Перший клас охоплює задачі, які не містять групу пропорційних величин, і спосіб їх розв'язання полягає у „перекладі” задачі мовою математики, визначення чисел, для яких треба знайти середнє арифметичне. Другий клас охоплює задачі, які містять три пропорційні величини і в яких явно не вказано середнє арифметичне яких і скількох чисел треба знайти. „Ключем” до розв'язання цих задач є правила знаходження середньої величини.

Істотні ознаки задач на знаходження середнього арифметичного: ці задачі містять або кілька числових значень однієї тієї самої величини або містять три пропорційні величини і кілька випадків; якщо задача містить групу пропорційних величин, то дані значення двох величин: $\frac{\text{величини однієї одиниці виміру чи лічби}}{\text{загальної величини}}$ та кількості або часу для кількох випадків; в цих задачах шуканим є середнє значення або середнє значення величини однієї одиниці виміру або лічби.

Спосіб розв'язання задач на знаходження середнього арифметичного

- 1) знаходимо суму значень загальної величини для усіх випадків;
- 2) знаходимо суму значень кількості або часу;
- 3) знаходимо середнє значення.

Таким чином, ми виділили три групи „типових” задач:

- задачі, що містять однакову (сталу) величину;
- задачі на спільну роботу та на рух;
- задачі на знаходження середнього арифметичного.

Вивчення задач, що містять однакову (сталу) величину відбувається за загальною програмою:

1. Введення задач на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковою (сталою) є величина однієї одиниці виміру чи лічби, за допомогою складання задачі нового виду з двох простих задач. Спосіб розв'язання полягає у знаходженні однакової величини.

2. Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковою (сталою) є величина однієї одиниці виміру або лічби, шляхом знаходження однакової (сталої) величини (3-й клас).

3. Введення задач на подвійне зведення до одиниці. Складання задачі на подвійне зведення до одиниці з двох простих задач (3-й клас).

4. Формування умінь розв'язувати задачі на подвійне зведення до одиниці (3-й клас, 4-й клас).

5. Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковою (сталою) є значення загальної величини, шляхом знаходження однакової (сталої) величини (4-й клас).

6. Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковою (сталою) є значення кількості або часу, шляхом знаходження однакової (сталої) величини (4-й клас).

7. Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного способом відношень (4-й клас).

8. Введення задачі на пропорційне ділення, в якій однаковою (сталою) величиною є значення величини однієї одиниці для обох випадків, шляхом перетворення відповідної задачі на знаходження четвертого пропорційного (4-й клас).

9. Формування уміння розв'язувати задачі на пропорційне ділення, в якій однаковою (сталою) величиною є значення величини однієї одиниці для обох випадків способом знаходження однакової (сталої) величини (4-й клас).

10. *Формування уміння розв'язувати задачі на пропорційне ділення, в яких однаковою (сталою) величиною є значення кількості або часу. Спосіб знаходження однакової (сталої) величини (4-й клас).*

11. Введення задачі на знаходження невідомих за двома різницями, в яких однаковою (сталою) величиною є значення величини однієї одиниці для обох випадків, шляхом перетворення відповідної задачі на пропорційне ділення (4-й клас).

12. Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження невідомих за двома різницями, в яких однаковою (сталою) величиною є значення величини однієї одиниці для обох випадків шляхом знаходження однакової (сталої) величини (4-й клас).

13. *Формування уміння розв'язувати задачі на знаходження невідомих за двома різницями, в яких однаковою (сталою) величиною є*

значення кількості. Спосіб знаходження однакової (сталі) величини (4-й клас).

Треба зазначити, що пункти 10, 13 не є обов'язковими і розглядаються лише за наявності резерву часу, для поглибленого вивчення курсу за рахунок варіативного компоненту навчального плану.

Центральною ідеєю методики навчання учнів розв'язування цих видів задач є всебічний аналіз і дослідження задачі за наступними рівнями: за зміною групи пропорційних величин і визначення впливу цієї зміни на розв'язання задачі; за зміною числових даних і визначення впливу цієї зміни на план розв'язання задачі; за зміною шуканої величини при певній однаковій величині і визначення її впливу на план розв'язання задачі; за зміною однакової величини і визначення впливу цієї зміни на план розв'язання задачі; за зміною числових даних задачі з метою застосування іншого способу розв'язання (для задач на знаходження четвертого пропорційного).

Вивчення задач на спільну роботу та на рух відбувається за загальною програмою:

1. Задачі на спільну роботу, в яких дано продуктивність кожного виконавця (3 – й клас).

2. Задачі на спільну роботу (не дано продуктивність кожного виконавця), в яких спільна продуктивність являє собою суму продуктивностей кожного виконавця (4-й клас).

3. *Задачі на спільну роботу (не дано продуктивність кожного виконавця), в яких спільна продуктивність являє собою різницю продуктивностей виконавців (4-й клас).*

4. Задачі на одночасний рух в різних напрямках: назустріч та у протилежних напрямках (4-й клас).

5. *Співставлення задач на спільну роботу, в яких спільна продуктивність являє собою суму продуктивностей кожного виконавця, та задач на одночасний рух в різних напрямках (назустріч або у протилежних*

напрямок). Узагальнення істотних ознак математичних структур задач та способів їх розв'язання (4-й клас).

6. Задачі на рух в одному напрямку: навздогін або з відставанням (4-й клас).

7. Співставлення задач на спільну роботу, в яких спільна продуктивність являє собою різницю продуктивностей виконавців, та задач на одночасний рух в одному напрямку. Узагальнення істотних ознак математичних структур задач та способів їх розв'язання (4-й клас).

8. Задачі на неодночасний рух (4-й клас).

Треба зазначити, що 3, 5-8 не є обов'язковими, вони розглядаються за наявності резерву часу, для поглибленого вивчення курсу за рахунок варіативного компоненту навчального плану.

Центральною ідеєю методики навчання учнів розв'язування цих видів задач є всебічний аналіз і дослідження задачі, залежно від таких її трансформацій: за зміною ситуації задачі; за зміною числових даних; за зміною шуканої величини і визначення впливу цієї зміни на план розв'язання задачі.

Задачі на знаходження середнього арифметичного вивчаються за планом:

1. Задачі на застосування правила знаходження середнього арифметичного: на знаходження середньої температури; на знаходження середньої довжини; на знаходження середньої маси; на знаходження середньої швидкості; на знаходження середньої схожості насіння; на знаходження середньої ціни.
2. Ускладнені задачі на знаходження середнього арифметичного: на знаходження середньої довжини; на знаходження середньої маси; на знаходження середньої швидкості; на знаходження середньої схожості насіння; на знаходження середньої ціни.

Дослідження задач на знаходження середнього арифметичного відбувається за наступними змінами: за зміною ситуації задачі (задача на знаходження середньої температури перетворюється у задачу на

знаходження середньої довжини, а потім – на знаходження середньої маси і так далі); за зміною числових даних задачі; за наступною зміною: задача, у якій містилося кілька значень однієї і тієї самої величини перетворюється у задачу, що містить групу пропорційних величин (ускладнену).

Виконавши певні зміни учні досліджують їх вплив на математичну структуру та план розв'язання задачі. Таке дослідження задачі є могутнім засобом визначення істотних ознак математичної структури та плану розв'язання задачі.

Запропонована методична система формування в молодших школярів умінь розв'язування задач певних видів зазнала експериментальної перевірки під час формуючого експерименту (2000 – 2005 рр.) Отримані експериментальні дані показали досить велику розбіжність між показниками в експериментальних та контрольних класах. Більшість учнів експериментальних класів засвоїли знання про окремі види задач та уміння їх розв'язувати на частково-продуктивному рівні, тоді як учні контрольних класів – на репродуктивному рівні.

Література

1. Мендыгалиева А.К. Система задач как средство развития младших школьников при обучении математике (на примере задач на движение): Дисс. ... канд. пед. наук – Санкт-Петербург, 1995. – 134 с.
2. Никола Г., Талызина Н.Ф. Формирование общих приемов решения арифметических задач // Управление познавательной деятельностью учащихся / Под ред. П.Я.Гальперина, Н.Ф.Талызиной. – М.: Изд-во МГУ, 1972. – С. 209-261.
3. Утепкалиев С. Методика обучения младших школьников самостоятельному решению текстовых задач по математике: Дисс... канд. пед. наук– Атырау, 1998. – 176 с.
4. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике. – М.: Шк. Пресса, 2002. – 208 с.
5. Царева С.Е. Обучение решению текстовых задач, ориентированное на формирование учебной деятельности младших школьников. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 1998. – 135 с.

Resume

The methodical departmental of junior schoolboys to the decision of tasks of separate prospects teaching on the basis of theory of the rich in content generalizations, method of the system-structural analysis is offered in the article. The model tasks of initial course of mathematics are incorporated in three groups: tasks, containing an identical size, tasks on joint work and on motion, tasks on finding of middle arithmetic. Research of tasks within the framework of every group goes through the certain changes, that allows to generalize a mathematical structure and method of decision of tasks.