

**Методика навчання розв'язування задач з пропорційними величинами,  
що містять відношення різницевого або кратного порівняння із  
застосуванням підходів, що розроблені в рамках дидактичної системи  
розвиваючого навчання Л.В. Занкова**

С.О.Скворцова

Задачі з пропорційними величинами, що містять відношення різницевого або кратного порівняння пропонуються у чинному підручнику 3-го класу, але цих задач дуже мало: №№ 419, 420, 616 (2). У збірниках задач (5,6,7) та у практичних посібниках з навчання розв'язування задач (4) такі задачі зовсім не пропонуються.

Між тим, задачі з пропорційними величинами, що містять відношення різницевого або кратного порівняння не відносяться до типових, і на їх прикладі відбувається подальше вдосконалення загального уміння розв'язувати задачі. Отже, є необхідність розробки методики формування загальних умінь розв'язувати задачі на прикладі задач даної математичної структури, що ми і пропонуємо в даній статті. Формування загальних умінь розв'язувати задачі на цьому задачному матеріалі йде засобом вдосконалення його складових: уміння виділяти величини, які містяться в задачі, виділяти ключові слова і відповідні числові значення дискретних величин, записувати задачу у вигляді таблиці, складати схематичне креслення задачі .

При формуванні уміння розв'язувати задачі за підходом І.І.Аргинської, яка є одним з авторів підручників математики у системі Л.В.Занкова, основними відмітними характеристиками роботи над задачами повинно бути:

- різні форми короткого запису;
- здійснення пошуку розв'язання задачі аналітично;
- різні форми запису розв'язання;
- дослідницька робота над задачею після її розв'язання, яка полягає у:

а) складанні і розв'язуванні обернених задач;

- б) зміні запитання або умови так, що розв'язання містило більше чи менше арифметичних дій;
- в) зміні умови або запитання так, щоб задачу не можна було розв'язати;
- г) внесенні у задачу таких змін, щоб вона містила зайві числові дані, або щоб в ній було недостатньо числових даних для відповіді на її запитання;
- д) внесенні у задачу таких змін, щоб в ній зникли зайві числові дані або щоб числових даних було достатньо для відповіді на запитання задачі;
- е) зміні тексту задачі так, щоб у її розв'язанні з'явилася обернена дія (1).

Велику увагу приділено порівнянню задач з однаковою фабулою, але з різним математичним змістом; порівнянню задач з різною фабулою та однаковим математичним змістом (1).

Таким чином, теоретичну основу нашого дослідження складають підходи до навчання молодших школярів розв'язуванню сюжетних задач, які розроблено у системі розвиваючого навчання Л.В.Занкова:

- 1) застосування порівняння задач;
- 2) зміна запитання задачі і дослідження цієї зміни на розв'язання задачі;
- 3) зміна умови задачі і дослідження цієї зміни на розв'язання задачі;
- 4) складання і розв'язання обернених задач;
- 5) застосування різних форм короткого запису задачі;
- 6) застосування різних форм запису розв'язання задачі.

На визначених засадах нами розроблено загальну методику навчання молодших школярів розв'язування задач з пропорційними величинами, які містять відношення різницевого або кратного порівняння в 3-му класі. Ми декілька змінили традиційний порядок вивчення задач цього типу – у підручнику М.В.Богдановича ці задачі розглядаються вже після вивчення задач на знаходження четвертого пропорційного та задач на знаходження суми двох добутків, але за власною математичною структурою задачі даного типу більш прості для учнів, ніж зазначені два види задач. Тому, ми вважаємо доцільним познайомити третьокласників із задачами, що містять різницеве або кратне відношення відразу після введення різних груп

пропорційних величин, до введення задач на знаходження четвертого пропорційного.

Розглянемо зміст підготовчої роботи до ознайомлення з задачами з пропорційними величинами, що містять відношення різницевого або кратного порівняння. Пропонуємо учням згадати основні величини, які вони знають, і пов'язані з ними групи пропорційних величин. Встановлюємо зв'язок пропорційних величин та узагальнюємо окремі правила. Наприклад:

- Які основні величини ти знаєш? (Маса, довжина, об'єм.)
- Назви групи пропорційних величин, що з ними пов'язані. ( Загальна маса, маса 1 предмета, кількість предметів; загальна довжина, довжина 1 відрізу та кількість відрізів; загальний об'єм, об'єм 1 посудини та кількість посудин.)
- Які ще групи пропорційних величин ти знаєш? (Вартість, ціна, кількість.)
- Як пов'язані між собою ці величини?



- Як записуються коротко задачі, що містять пропорційні величини? (Такі задачі записуються коротко у вигляді таблиці)

Загальна	маса довжина об'єм вартість	маса довжина об'єм ціна	1	кількість

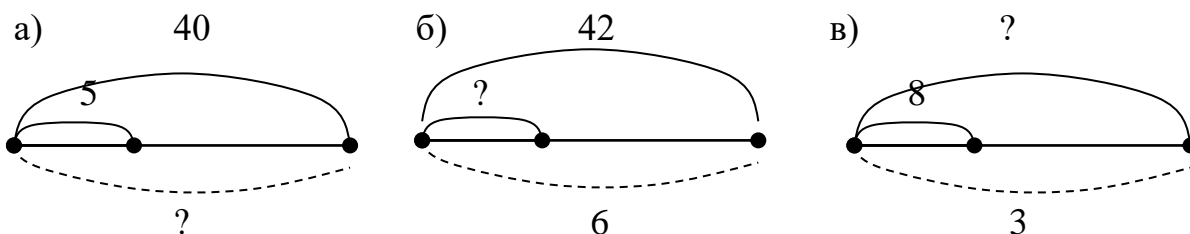
Перед розв'язанням задач діти визначають, які пропорційні величини містяться в задачі та їх числові значення, записують задачу коротко в формі таблиці, роблять схематичний малюнок, і лише після цього розв'язують задачу. Перевіркою правильності розв'язання є складання і розв'язання обернених задач. Наприклад:

*1. Визнач, які пропорційні величини містяться в задачі та їх числові значення. Запиши задачу коротко. Зроби схематичний малюнок. Розв'яжи задачу. Склади і розв'яжи обернені задачі.*

- 1) 27 л соку розлили по 3 л у кожен банку. Скільки отримали банок із соком.
- 2) Кравчиня пошила 4 халати, витрачаючи на кожний халат по 2 м тканини. Скільки всього метрів тканини витратила на халати кравчиня?
- 3) 36 кг винограду розклали порівну у 4 ящики. Скільки кілограмів винограду в 1 ящику?
- 4) Чоловік копає траншею для водопроводу. Щогодини він викопує 2 м траншеї. Скільки метрів траншеї він викопує за 4 години роботи?

Далі подаються завдання на складання задачі за даним схематичним кресленням.

*2. Склади задачу з кожною групою пропорційних величин за схематичним кресленням. Порівняй тексти задач. Що в них спільного? Чим вони відрізняються? Що можна сказати про розв'язання? Чому?*



При чому, спочатку школярам подаються задачі, які містять зазначені групи пропорційних величин, а потім - з іншими групами пропорційних величин. Наприклад:

3. *Визнач, які пропорційні величини містяться в задачі та їх числові значення. Запиши задачу коротко. Зроби схематичний малюнок. Розв'яжи задачу. Склади і розв'яжи обернені задачі.*

- 1) З 42 кг картоплі виготовили 7 кг крохмалю. Скільки кілограмів картоплі треба на виготовлення 1 кг крохмалю?
- 2) З 12 кг соняшникового насіння намагаються отримати олію. Скільки літрів олії отримають, якщо для виготовлення 1 л олії потрібно 2 кг насіння.
- 3) Скільки кілограмів залізної руди потрібно для виготовлення 7 кг заліза, якщо на виготовлення 1 кг заліза вистачають 3 кг залізної руди.
  - З чого виготовляють зазначений продукт? Яка величина є загальною?
  - В яких одиницях вимірюється величина зазначеного продукту? Про яку величину йде мова?
  - Яка величина пов'язує загальну величину з цією величиною?
  - Яку групу пропорційних величин містить ця задача?
  - Назви значення кожної величини.

Метою цих завдань є актуалізація різноманітних груп пропорційних величин, їх взаємозв'язків, а також актуалізація табличної форми короткого запису задач, що містять пропорційні величини і схематичного креслення.

Згідно запропонованому підходу, задачі, які містять різницеве відношення - це перші складені задачі з пропорційними величинами, тому їх введення вимагає спеціально продуманої системи навчальних задач. Спочатку учням пропонуються дві підготовчі прості задачі, з яких далі складається задача нового типу.

4. *Розв'яжи послідовно задачі:*

- 1) Один тесляр може зробити за день 4 табуретки, а другий на 1 табуретку менше. Скільки табуреток за день може зробити другий тесляр?
- 2) Другий тесляр за день виготовляє  табуреток. Скільки табуреток він виготовить за 3 дні?

Запиши коротко кожену задачу і зроби схематичне креслення.

Чим відрізняються короткі записи цих задач? В якій формі записується коротко перша задача? Друга задача?

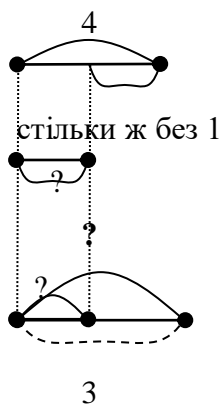
5. Порівняй цю задачу з попередніми. Що цікавого ти помітив?

Один тесляр може зробити за день 4 табуретки, а другий на 1 табуретку менше. Скільки табуреток другий тесляр виготовить за 3 дні?

На матеріалі таких задач діти вперше зустрічаються з тим, що в задачі є кілька об'єктів – ключових слів і три пропорційні величини. Вчитель повідомляє їм, що в цьому випадку задача записується коротко в формі таблиці, яка містить три рядки, два з них для ключових слів, та чотирьох стовпчиків, три з них для трьох пропорційних величин. Далі в тексті задачі виділяються числові значення окремих величин і з'ясовується до якого об'єкту (ключового слова) вони відносяться і записуються в таблиці на відповідному місці.

	Загальний виробіток	Продуктивність праці	Час роботи
I		4 шт	
II	?	?, на 1 шт.м.	3 год.

За готовим коротким записом школярі пояснюють числа задачі і промовляють назви дискретних величин (наприклад, загальний виробіток другої друкарки, час роботи другої друкарки, продуктивність праці першої друкарки й тощо). Після цього виконують схематичне креслення.

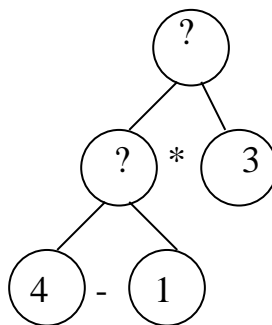


- Як показати, що другий тесляр за 1 день виготовляє на 1 табуретку менше першого? Як показати кількість табуреток, що він виготовить за 3 дні?
- Поясни, що означає кожний відрізок.
- Яке запитання задачі? Покажи відрізок, який позначає шукану величину.

Далі здійснюється аналітичний пошук розв'язання, розбиття задачі на прості та формулювання плану розв'язання, запис розв'язання по діях або виразом і запис відповіді.

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – продуктивність праці (кількість табуреток за 1 день) другого тесляра, невідомо, та П – час його роботи, відомо – 3 години.
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією множення. Щоб знайти загальний виробіток, треба продуктивність праці помножити на час роботи.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо продуктивності праці другого тесляра.)
- Що треба знати, щоб знайти продуктивність праці другого тесляра? (Треба знати два числові значення: 1 – продуктивність праці (кількість табуреток за 1 день) першого тесляра, відомо – 4 табуретки, та П – на скільки менше табуреток виготовляє другий тесляр за 1 день, ніж перший, відомо – на 1.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, бо нам відомі обидва числові значення.) Отже, ми від запитання задачі перейшли до числових даних, аналіз закінчено.
- Сформулюйте план розв'язання задачі і покажіть прості задачі на короткому записі.

Першою дією ми дізнаємось про продуктивність праці другого тесляра. Другою дією дізнаємося про його загальний виробіток.



	Загальний виробіток	Продуктивність праці	Час роботи
1		4 шт.	
П	?	?, на 1 шт. м.	3 год.

### Розв'язання

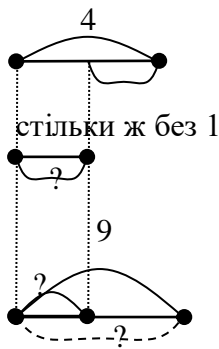
- 1)  $4 - 1 = 3$  (шт..) табуреток за 1 годину виготовляє другий тесляр;  
продуктивність праці другого тесляра
- 2)  $3 * 3 = 9$  (шт..) табуреток виготовить другий тесляр за 3 години;  
загальний виробіток другого тесляра

Або  $(4 - 1) * 3 = 9$  (шт..)

Відповідь: 9 табуреток виготовить другий тесляр за 3 години.

Перевірити правильність розв'язання вчитель радить способом складання і розв'язання оберненої задачі. Учні складають обернену задачу і вносять відповідні зміни у короткий запис прямої задачі, розбивають її на прості і порівнюють склад з простих задач оберненої і прямої задач, і досліджують як ця зміна вплине на розв'язання оберненої задачі, формулюють план її розв'язання.

*Перша обернена задача.* Один тесляр може зробити за день 4 табуретки, а другий на 1 табуретку менше. За скільки днів другий тесляр виготовить 9 табуреток?



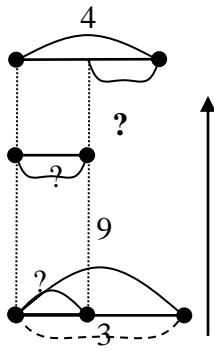
	Загальний виробіток	Продуктивність праці	Час роботи
1		4 шт	
П	9 шт.	?, на 1 шт.м.	?

	Загальний виробіток	Продуктивність праці	Час роботи
1		4 шт.	
П	9шт.	?, на 1 шт. м.	?

Задачі відрізняються другою простою задачею. В прямій задачі друга проста задача була на знаходження загального виробітку, а в цій – на знаходження часу. Тому зміниться друга дія – буде дія ділення: щоб знайти час роботи треба загальний виробіток поділити на продуктивність праці.

*Друга обернена задача:* „Один тесляр може зробити за день 4 табуретки, а другий за 3 дні виготовляє 9 табуреток. На скільки менше табуреток виготовляє за день другий тесляр, ніж перший?”





	Загальний виробіток	Продуктивність праці	Час роботи
1		4 шт.	
		на?	
П	9 шт.	?	3 дн.

	Загальний виробіток	Продуктивність праці	Час роботи
1		4 шт.	
П	9	на?	3 год.

Друга обернена задача відрізняються від прямої першою і другою простою задачею. В прямій задачі перша проста задача була на зменшення числа на кілька одиниць, а друга проста задача була на знаходження загального виробітку, а в цій – перша проста задача на знаходження продуктивності праці, а друга – на різницеве порівняння.

Ця відмінність вплине на розв'язання таким чином, що воно зовсім зміниться. Першою дією дізнаємось про продуктивність праці другого тесляра, а другою дією відповімо на запитання задачі і дізнаємося на скільки менше табуреток за день виготовляє другий тесляр, ніж перший.

У наступних задачах учням пропонується визначити ключові слова, виділити величини, які містяться в задачі, записати задачу коротко в формі таблиці, скласти схематичне креслення, розбити задачу на під задачі і показати їх на короткому записі; розв'язати задачу, після чого виписати числа задачі, пояснити їх значення і на цій основі скласти і розв'язати можливі обернені задачі. Наприклад:

*б. Розв'яжи задачу. Складі і розв'яжи можливі обернені задачі.*

- 1) На плаття кравчиня витрачає 2 м тканини, а на пальто на 2 м більше. Скільки тканини потрібно кравчині на пошиття 4 пальт?
- 2) У великому бідоні 27 л молока, а в банці на 24 л менше. Скільки потрібно банок, щоб розлити 27 л молока?
- 3) Одна друкарка друкує за годину 5 сторінок тексту, а друга – за 6 годин друкує 18 сторінок тексту. На скільки більше сторінок друкує за годину перша друкарка, ніж друга?

Отже засобом складання і розв'язання обернених задач учні знайомляться з можливими математичними структурами задач, які містять різницево-відношення:

а)

	Загальний ....	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		<input type="checkbox"/>	
II	?	?, на <input type="checkbox"/> б.(м.)	

б)

	Загальний ...	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		<input type="checkbox"/>	
II	<input type="checkbox"/>	?, на <input type="checkbox"/> б.(м.)	

в)

	Загальний ....	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		<input type="checkbox"/>	
		На?	
II	<input type="checkbox"/>	?	<input type="checkbox"/>

Учні складають задачі за поданими короткими записами і розв'язують їх усно. Далі у коротких записах змінюється відношення різницевого порівняння на відношення кратного порівняння, і учням пропонується встановити, що змінилося та з'ясувати, як ця зміна вплине на розв'язання задачі. Наприклад:

7. Склади задачу за коротким записом:

а)

	Загальний ....	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		3	
II	?	?, на 2 б.	4

б)

	Загальний ...	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		3	
II	20	?, на 2 б.	?

в)

	Загальний ....	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		3	
		На?	
II	20	?	4

Склади схематичне креслення. Розбий задачу на під задачі. Сформулуй план розв'язання. Розв'яжи задачу усно.

- Які це задачі? Чому?

Порівняй відповідні короткі записи. Що змінилося? Склади задачу за даним коротким записом. Як ця зміна вплине на розв'язання задачі? Розкажи план розв'язання. Розв'яжи задачу усно.

а)

	Загальний ....	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		3	
II	?	?, у 2р. б.	4

б)

	Загальний ...	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		3	
II	24	?, у 2р. б.	?

в)

	Загальний ....	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		3	
		у?	
II	24	?	4

Таким чином, засобом перетворення відповідних математичних структур задач, які містять різницеве відношення у відповідні задачі, які містять кратне відношення, учні знайомляться з задачами декілька іншої математичної структури – задачами з пропорційними величинами, які містять кратне відношення.

а)

	Загальний ....	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		<input type="checkbox"/>	
II	?	?, у <input type="checkbox"/> б.(м.)	<input type="checkbox"/>

б)

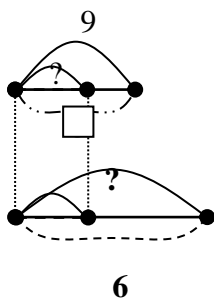
	Загальний ...	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		<input type="checkbox"/>	
II	<input type="checkbox"/>	?, у <input type="checkbox"/> б.(м.)	?

в)

	Загальний ....	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1		<input type="checkbox"/>	
		у?	
II	<input type="checkbox"/>	?	<input type="checkbox"/>

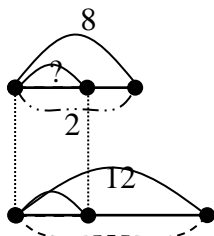
Потім йде робота над задачами, які містять кратне відношення. Школярі виділяють ключові слова та величини задачі, записують її коротко, розглядають подане схематичне креслення, розбивають задачу на підзадачі (прості задачі) і формулюють план розв'язання, після чого записують розв'язання. Дітям пропонується додаткове завдання змінити умову або запитання задачі так, щоб змінилася перша або друга дія на задану. Таким чином здійснюється перетворення задачі, яка містить кратне відношення у відповідну задачу, яка містить різницеве відношення. Крім того, перевірка правильності розв'язання задачі здійснюється способом складання і розв'язання обернених задач.

8. Розглянь схематичне креслення. Розв'яжи задачу. Складі і розв'яжи можливі обернені задачі.



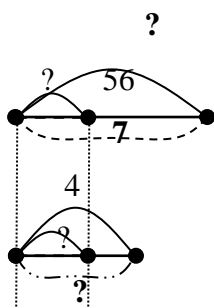
1) Маса індика 9 кг, а маса гуски у 3 рази менше. Знайди масу 6 таких самих індиків.

Зміни умову задачу так, щоб перша дія була дією віднімання.



2) Батько обкопав за годину 8 дерев, а син у 2 рази менше. За скільки годин обкопає син 12 дерев?

Зміни умову задачі так, щоб перша дія було дією множення.



3) На 7 комплектів постільної білизни швачка витратила 56 м полотна, а на скатертину - 4 м. У скільки разів більше полотна витратила швачка на 1 комплект постільної білизни, ніж на скатертину?

Зміни запитання задачі так, щоб друга дія була дією віднімання.

Отже, уміння виділяти величини, які містяться в задачі, виділяти ключові слова і відповідні числові значення дискретних величин, записувати задачу у

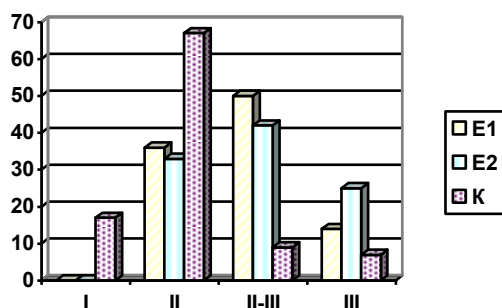
вигляді таблиці, складати схематичне креслення задачі набуває подальшого засвоєння у розумовій формі.

Запропонована методика була застосована нами під час експериментального навчання у 3-їх класах ЗОШ 1-III ступеню „Ніка – М” у 2003-2004, 2004-2005 навчальних роках (серії E<sub>1</sub> та E<sub>2</sub> відповідно). Після вивчення даної теми нами було проведено контрольну роботу – тест, що була складена за методикою складання тестів з математики А.В.Агібалова. Результати тестування подані у таблиці та на діаграмі.

Таблиця

Розподіл учнів експериментальних і контрольних класів за рівнями засвоєння знань і умінь

Класи	Загальна кількість учнів	Кількість учнів, що засвоїли знання та уміння на рівні			
		I рівень	II рівень	II-III рівень	III рівень
		%	%	%	%
E <sub>1</sub>	14	0	36	50	14
E <sub>2</sub>	12	0	33	42	25
К	30	17	67	9	7



Діаграма. Розподіл учнів експериментальних і контрольних класів за рівнями засвоєння знань і умінь

Таким чином, проведене експериментальне дослідження свідчить про ефективність застосування розробленої методики формування у молодших школярів загальних умінь розв'язувати задачі на прикладі задач з пропорційними величинами, що містять відношення різницевого або кратного порівняння, із застосуванням підходів до навчання розв'язування задач, що впроваджуються у системі Л.В.Занкова .

Подальше дослідження цієї проблеми може стосуватися розробки загальної методики формування умінь розв'язувати сюжетні задачі на матеріалі задач з пропорційними величинами.

## Література

1. Аргинская И.И. Математика: Методическое пособие к учебнику 2-го класса четырехлетней начальной школы. - М., ЦОР 1, 2003. – 144с.
2. Богданович М.В. Математика: підруч. для 3 кл. – К.: Освіта, 2003 – 160 с.
3. Богданович М.В., Козак М.В., Король Я.А. Методика викладання математики в початкових класах: Навч. Посібник. – 2-е вид., перероб. і доп. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2001. – 368 с.
4. Логачевська С.П., Каганець Т.А. Вчись розв'язувати задачі. Практичний посібник з математики для 3(2) класу. – Київ: „Початкова школа”, 2000 – 168 с.
5. Рябова С.І. Збірник задач і тестів з математики. 3 (2) клас. Посібник для вчителів початкових класів та самостійної роботи учнів. – Тернопіль: „Навчальна книга - Богдан”, 1998. – 128 с.
6. Узорова О.В., Нефедова Е.А. 2000 задач по математике, 1-3 класс/ Пособие для начальной школы. – М.: ЗАО «Премьера», ООО «Издательство АСТ», 2001. – 128 с.
7. Дрова лева Л.С. 2000 задач по математике. 1-4 класс. – Ростов н/Д: изд-во „Владис”, 2001, – 256 с.