

## ЗАГАЛЬНА МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ СУМИ АБО РІЗНИЦЕВЕ ЧИ КРАТНЕ ПОРІВНЯННЯ ДВОХ ЧАСТОК ТА ОБЕРНЕНІ ДО НИХ

Задачі на знаходження суми двох часток, на різницеве або кратне порівняння двох часток та обернені до них, вивчаються в 3-му та 4-му класах початкової школи. Так, у чинному підручнику для 3-го та 4-го класу М.В.Богдановича широко представлені задачі на різницеве порівняння двох часток. У третьому класі пропонуються 7 задач цього виду: №№ 372,380, 763,785,870,908,976, а в четвертому – 8 задач: №№ 52,87,212,248, 289,298\*,383, 868. Також у підручнику для 4-го класу в № 400 пропонується задача на знаходження суми двох часток. Більш широко у підручниках подані задачі, які є оберненими до задач на різницеве або кратне порівняння двох часток – це так звані задачі, пов'язані з одиничною нормою: №№ 566,567, 576,666,727,980,632, 641,649, 661,680,681,793,622,963 (3-й клас); №№ 154,244, 395,407, 599,887, 957,991,994.

Між тим, у методичній літературі відсутні рекомендації щодо навчання молодших школярів розв'язування задач цих видів. Зразки міркування при розв'язанні задач, пов'язаних з одиничною нормою наведено в посібнику С.П.Логачевської та Т.А.Каганець „Вчись розв'язувати задачі” для 3(2) класу. Ці автори пропонують систему з 10 диференційованих завдань, причому до перших двох задач пропонуються докладні міркування, до третьої задачі – короткий запис та вказівка і схема розв'язання, до четвертої – план розв'язання, а решту задач учням пропонується розв'язати самостійно ( ). Решта з визначених видів задач у посібниках цих авторів зовсім не розглядається. Також слід зазначити, що, навіть, у методиках викладання математики у початковій школі (М.В. Богданович, М.В. Козак, Я.А. Король, Н.Б. Істоміна, М.О.Бантова, Г.В.Бельтюкова, Л.М. Скаткін та інші), методика роботи над задачами на знаходження суми, різницеве або кратне порівняння двох часток не пропонується. Отже, цілісної методики навчання дітей розв'язування задач на знаходження суми, різницеве чи кратне порівняння двох часток у методичній літературі не існує. Між тим, як бачимо, задачі цих видів широко подані в чинних підручниках з математики. Таким чином, розробка методики формування у молодших школярів умінь розв'язувати задачі зазначених видів є актуальною, як для педагогічної науки, так і для шкільної практики.

В даній статті ми пропонуємо загальну методику навчання учнів розв'язування задач наступних видів:

- на знаходження суми двох часток та обернені до них;
- на різницеве порівняння двох часток та обернені до них;
- на кратне порівняння двох часток та обернені до них.

Методичну основу складання методики формування умінь розв'язувати задачі, що містять знаходження суми або різницеве чи кратне порівняння двох часток є:

- розбиття задачі на підзадачі ( Л.М.Фрідман);
- зведення задачі до раніш розв'язаної (Л.М.Фрідман);

- аналіз і дослідження математичної структури задачі, визначення істотних ознак, засобом складання й розв'язування обернених задач та шляхом зміни величин задачі або числових даних (П.М.Ерднієв, Л.М.Фрідман);

- виявлення загальних методів і підходів розв'язання задач (Л.М.Фрідман);

- встановлення зв'язків між задачами, встановлення схожості й відмінності в їх розв'язаннях та виявлення моментів від яких це залежить (І.І. Аргинська);

- розв'язання особливої системи навчальних задач ( Л.М.Фрідман).

Перейдемо до розгляду окремих частин пропо- нуємої методики:

Задачі на знаходження суми або різницеве чи кратне порівняння двох часток (кількості або часу)

Задачі на знаходження суми двох часток вводяться на основі порівняння з задачами на знаходження суми двох добутоків і з'ясування впливу зміни тексту задачі на її розв'язання. Отже, учням пропонується перша задача на знаходження суми двох добутоків, а друга задача – на знаходження суми двох значень кількості або часу. Учні визначають, що змінюються перші дві дії – множення змінюється на ділення, а третя дія лишається додаванням. Записавши вираз і прочитавши його учні з'ясовують назву задач цієї математичної структури – задачі на знаходження суми двох часток.

Подальша робота відбувається шляхом зміни запитання другої задачі і отримання третьої задачі на різницеве порівняння двох часток. Також досліджується вплив зміни запитання на розв'язання задачі: змінилася третя дія – дія додавання замінюється дією віднімання. Ще раз змінюємо запитання третьої задачі і отримуємо четверту задачу на кратне порівняння двох часток. Вивчаємо вплив цієї зміни на розв'язання задачі: змінюється остання дія – дія віднімання замінюється на дію ділення. Порівнявши всі задачі ( 2,3,4) та їх розв'язання, діти узагальнюють математичну структуру таких задач на основі визначення істотних ознак і план розв'язання ( див. мал. 1).

Істотні ознаки задач даних математичних структур:

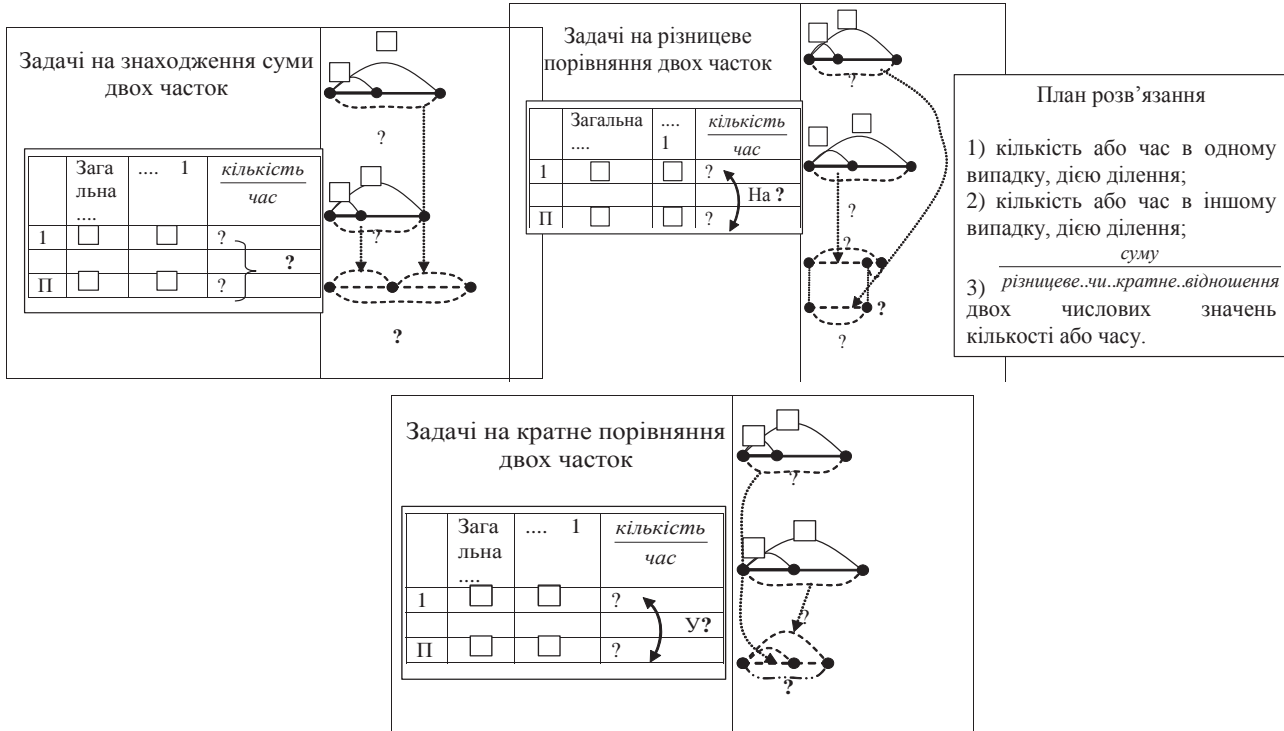
1) для першого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та величини 1 одиниці виміру чи рахунку;

2) для другого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та величини 1 одиниці виміру чи рахунку;

3) шуканим є 
$$\frac{\text{сума}}{\text{різницеве..чи..кратне.вддношення}}$$

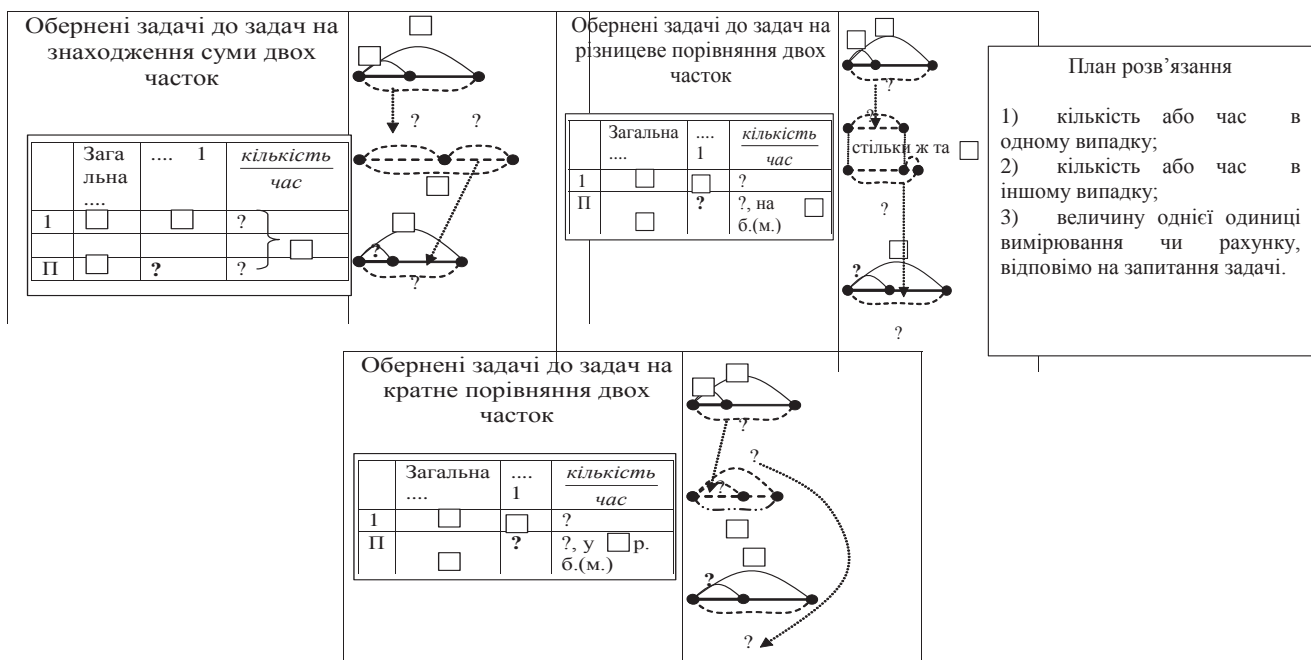
значень кількості або часу для обох випадків.

З'ясувавши, що перша та друга задачі не є оберненими, учні складають і розв'язують дві обернені задачі на знаходження величини однієї одиниці до задачі на знаходження суми двох часток (№3), узагальнюють їх математичні структури і плани розв'язань. Далі складаємо і розв'язуємо аналогічні обернені задачі на знаходження величини однієї одиниці до задач на різницеве порівняння двох часток (№4).



Мал. 1. Опорні схеми задач на знаходження суми, різницеве або кратне порівняння двох часток

Аналогічно працюємо по складанню і матичні структури розглянутих обернених задач, розв'язуванню обернених задач на кратне порівняння двох часток. Порівнюючи узагальнені мате-



Мал. 2. Опорні схеми обернених задач на знаходження величини однієї одиниці до задач на знаходження суми, різницеве або кратне порівняння двох часток.

Істотні ознаки задач даних математичних структур:

- 1) Для одного з випадків дані значення двох величин: загальної величини та величини 1 одиниці виміру чи рахунку;
- 2) Для іншого випадку дано лише значення загальної, а значення величини 1 одиниці є шуканим;
- 3) Дано значення

суми відношення різницевого..чи..кратного..відношення кількостей або часу в обох випадках.

До кожної з розглянутих задач (2,3,4) складаємо і розв'язуємо обернені задачі на знаходження загальної величини. Зіставивши їх опорні схеми, визначаємо істотні ознаки обернених задач на знаходження загальної величини до задач на знаходження суми, різницеве чи кратне порівняння, та узагальнюємо план їх розв'язання ( мал. 3).

Істотні ознаки задач даних математичних структур:

- 1) Для одного з випадків дані значення двох величин: загальної величини та величини 1 одиниці виміру чи рахунку;
- 2) Для іншого випадку дано лише значення величини 1 одиниці, а значення загальної величини є шуканим;

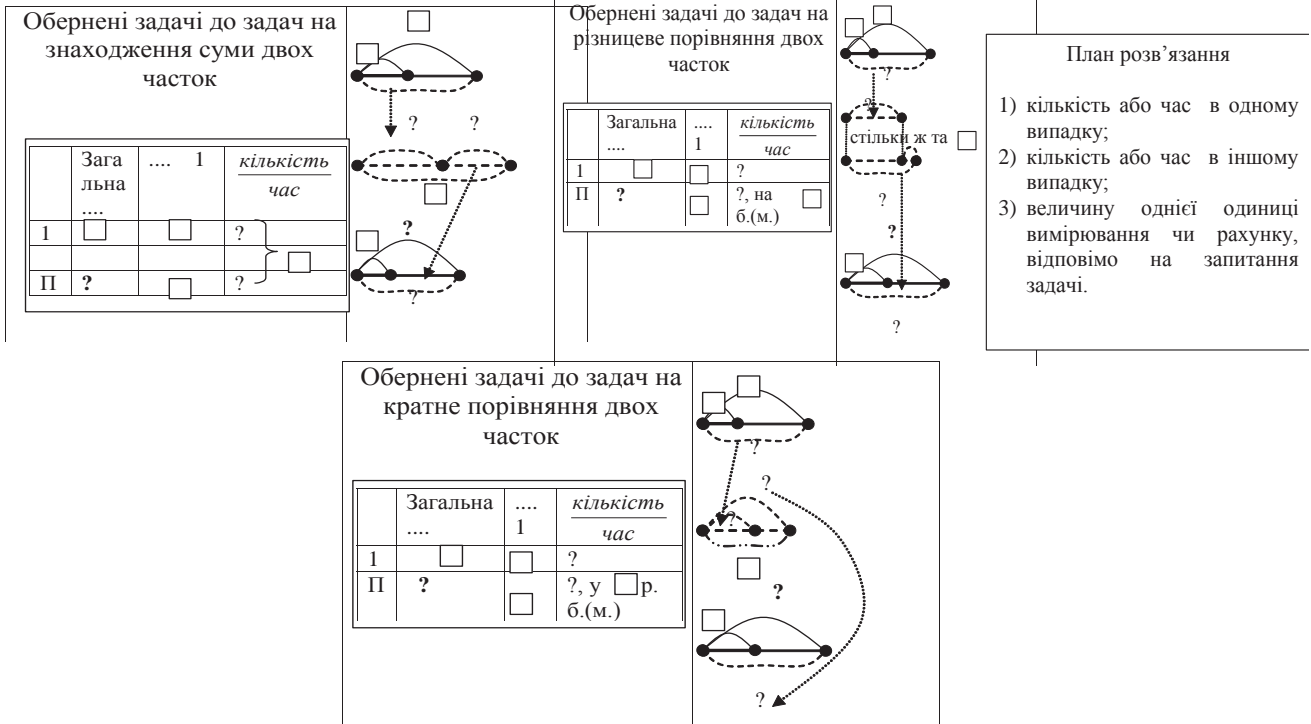
3) Дано значення  $\frac{\text{суми}}{\text{відношення}}$  різницевого..чи..кратного..відношення кількостей або часу в обох випадках.

Можна узагальнити істотні ознаки всіх обернених задач до задач на знаходження суми, різницевого або кратне порівняння двох часток (кількості або часу):

1) Для одного з випадків дані значення двох величин: загальної величини та величини 1 одиниці виміру чи рахунку;

2) Для іншого випадку дано лише значення однієї з цих величин, а значення іншої є шуканим;

3) Дано значення  $\frac{\text{суми}}{\text{відношення}}$  різницевого..чи..кратного..відношення кількостей або часу в обох випадках.



Мал. 3. Опорні схеми обернених задач на знаходження загальної величини до задач на знаходження суми, різницево або кратне порівняння двох часток.

Тому усі обернені задачі розв'язуються за одним й тим самим планом:

Першою дією знаходимо кількість або час в одному випадку. Другою дією знаходимо кількість або час у іншому випадку. Третьою дією відповідаємо на запитання задачі.

Можна піти далі й узагальнити математичні структури прямих та обернених задач на знаходження суми, різницево або кратне порівняння двох часток (кількості або часу) (див. мал. 4.).

Задачі на знаходження суми  
Задачі на різницево порівняння двох добутків та обернені до них  
Задачі на кратне порівняння двох добутків та обернені до них

	Загальна	....	1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	$v$		$a$	?
II	$k$		$c$	?

	Загальна	....	1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	$v$		$a$	?
II	$k$		$c$	?, на $p$ б.(м.)

	Загальна	....	1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	$v$		$a$	?
II	$k$		$c$	?, у $p$ р. б.(м.)

**План розв'язання**

- значення кількості або часу в одному з випадків;
- значення кількості або часу в іншому випадку;
- відповімо на запитання задачі.

Мал. 4. Опорні схеми задач на знаходження  $\frac{\text{суми}}{\text{відношення}}$  різницевого..чи..кратного..порівняння та обернених до них Або  $a$  або  $v$  або  $c$  або  $k$  або  $p$  – шукане число.

Задачі на знаходження суми або різниці чи кратне порівняння двох часток (значень величини однієї одиниці виміру або рахунку)

Методика аналогічна описаній вище. Учням пропонуються дві задачі: перша – на різницеve порівняння двох кількостей, а друга – на різницеve порівняння значень величин однієї одиниці. Учні записують обидві задачі коротко, розв'язують першу задачу і порівнюють другу задачу з першою. Визначають відмінності другої задачі від першої, і з'ясовують як ці відмінності впливають на розв'язання другої задачі: в цій задачі так само слід знайти різницеve відношення двох часток, але це інші частки, арифметичні дії та їх порядок у розв'язанні не змінюється, але змінюється їх зміст.

Подальше перетворення другої задачі йде засобом зміни її запитання, і отримання задачі на кратне порівняння двох часток (величин однієї одиниці) – третя задача, а потім й на знаходження суми двох часток (величин однієї одиниці) – четверта задача. Порівнявши математичні структури та розв'язання 2 – 4 задач, узагальнюємо їх математичні структури та план розв'язання (див. мал. 5).

Істотні ознаки задач даних математичних структур:

1) для першого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та кількості або часу;

2) для другого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та кількості або часу;

3) шуканим є  $\frac{\text{сума}}{\text{різницеve.чи.кратне.вiдношення значень величин 1 одиниці вимірювання або рахунку}}$  для обох випадків.

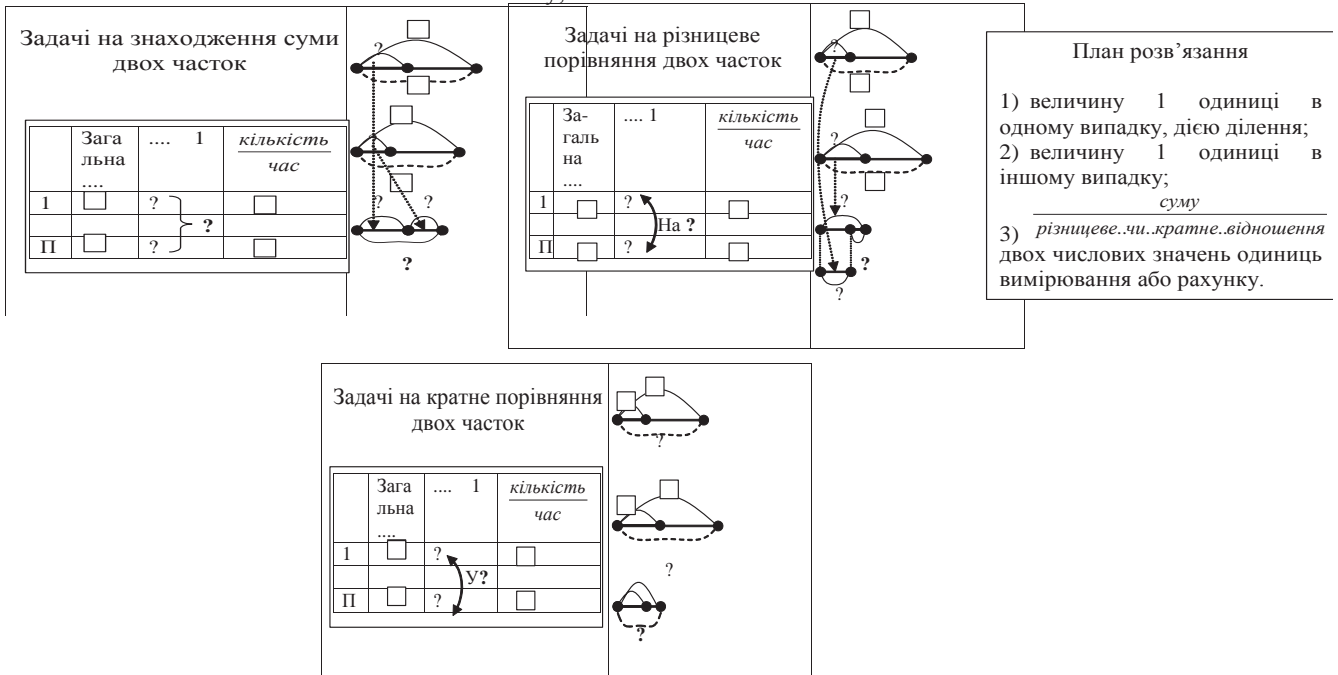
Далі складаємо і розв'язуємо по дві аналогічні обернені задачі до кожної з трьох задач (№ 3-4). На основі порівняння узагальнених математичних структур задач на знаходження кількості або часу до задач на знаходження суми двох часток або різницеve чи кратне порівняння двох часток, здійснюємо подальше узагальнення (мал. 6).

Істотні ознаки задач даних математичних структур:

1) Для одного з випадків дані значення двох величин: загальної величини та кількості або часу;

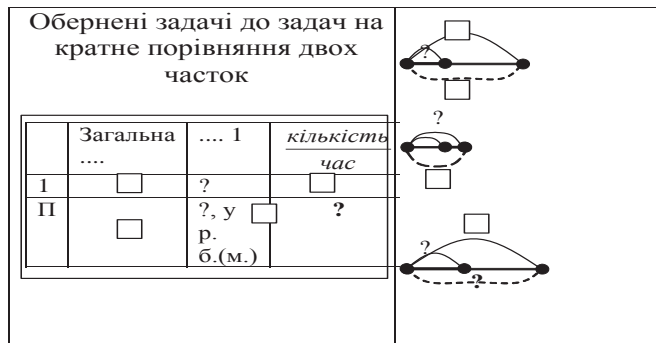
2) Для іншого випадку дано лише значення загальної, а значення кількості або часу є шуканим;

3) Дано значення  $\frac{\text{суми}}{\text{вiдношення значень величини однієї одиниці або вимірювання в обох випадках}}$



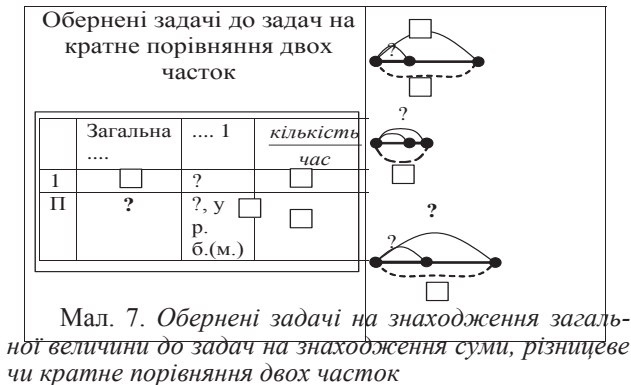
Мал. 5. Опорні схеми задач на знаходження суми, різницеve або кратне порівняння двох часток (значень величини однієї одиниці)





Мал. 6. Обернені задачі на знаходження кількості або часу до задач на знаходження суми, різницеве чи кратне порівняння двох часток

Аналогічна робота здійснюється і над оберненими задачами на знаходження значення загальної величини до задач на знаходження суми або різницеве чи кратне порівняння двох часток ( мал. 7).



Мал. 7. Обернені задачі на знаходження загальної величини до задач на знаходження суми, різницеве чи кратне порівняння двох часток

Істотні ознаки задач даних математичних структур:

- 1) Для одного з випадків дані значення двох величин: загальної величини та кількості або часу;
- 2) Для іншого випадку дано лише значення кількості або часу, а значення загальної величини є шуканим;
- 3) Дано значення суми відношення значень різницевого..чи..кратного а.відношення величини однієї одиниці або вимірювання в обох випадках.

Треба зазначити, що існує можливість подальшого порівняння та узагальнення усіх обернених задач до розглянутих трьох типів задач.

Розглянемо їх спільні істотні ознаки:

- 1) Для одного з випадків дано значення двох величин: загальної величини та кількості або часу.
- 2) Для іншого випадку дано лише одне з значень цих величин, а інше є шуканим.
- 3) Дано значення суми відношення значень різницевого..чи..кратного а.відношення

в обох випадках.

Тому усі вони мають спільний план розв'язання:

Першою дією дізнаємося про значення величини однієї одиниці в одному з випадків. Другою дією дізнаємося про значення величини однієї одиниці в іншому випадку. Третьою дією відповімо на запитання задачі.

Можна узагальнити спільні ознаки прямих і обернених задач на знаходження суми або різницеве чи кратне порівняння двох часток ( величин однієї одиниці):

- 1) Для одного з випадків дано значення двох величин: загальної величини та кількості або часу.
- 2) Для другого випадку дано лише одне з значень цих величин, а інше є шуканим або для другого випадку також дані два значення цих величин.
- 3) Дано значення суми відношення різницевого..чи..кратного а.відношення значень величини однієї одиниці або вимірювання в обох випадках або це значення є шуканим.

Такі задачі розв'язуються за планом:

Першою дією дізнаємося про значення величини однієї одиниці в одному з випадків. Другою дією дізнаємося про значення величини однієї одиниці в іншому випадку. Третьою дією відповімо на запитання задачі (див. мал. 8).

Задачі на знаходження суми

	Загальна ....	.... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	<i>в</i>	?	<i>а</i>
		} <i>р</i>	
II	<i>к</i>	?	<i>с</i>

Задачі на різницеве порівняння двох часток та обернені до них

	Загальна ....	.... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	<i>в</i>	?	<i>а</i>
II	<i>к</i>	?, на <i>р</i> б.(м.)	<i>с</i>

Задачі на кратне порівняння двох добутоків та обернені до них

	Загальна ....	.... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	<i>в</i>	?	<i>а</i>
II	<i>к</i>	?, у <i>р</i> раз б.(м.)	<i>с</i>

План розв'язання

- 1) значення величини однієї одиниці в одному з випадків;
- 2) значення величини однієї одиниці в іншому випадку;
- 3) відповіді на запитання задачі.

Мал. 8. Опорні схеми задач на знаходження суми \_\_\_\_\_ різницевого...чи...кратного порівняння

(значень величини однієї одиниці) та обернених до них. Або *а* або *в* або *с* або *к* або *р* – шукане число. Існує можливість узагальнення усіх розглянутих задач на знаходження суми, різницево або кратне порівняння двох часток ( мал. 9).

Задачі на знаходження суми

Задачі на різницево порівняння двох часток та обернені до них

	Загальна ....	.... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	<i>в</i>	<i>а</i>	?
			} <i>р</i>
II	<i>к</i>	<i>с</i>	?

	Загальна ....	.... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	<i>в</i>	<i>а</i>	?
II	<i>к</i>	<i>с</i>	?, на <i>р</i> б.(м.)

	Загальна ....	.... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	<i>в</i>	?	<i>а</i>
		} <i>р</i>	
II	<i>к</i>	?	<i>с</i>

	Загальна ....	.... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	<i>в</i>	?	<i>а</i>
II	<i>к</i>	?, на <i>р</i> б.(м.)	<i>с</i>

Задачі на кратне порівняння двох добутоків та обернені до них

	Загальна ....	.... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	<i>в</i>	?	<i>а</i>
II	<i>к</i>	?, у <i>р</i> раз б.(м.)	<i>с</i>

	Загальна ....	.... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
1	<i>в</i>	<i>а</i>	?
II	<i>к</i>	<i>с</i>	?, у <i>р</i> раз б.(м.)

План розв'язання

- 1) значення величини  $\frac{\text{кількості або часу}}{\text{величини однієї одиниці}}$  в одному з випадків;
- 2) значення величини  $\frac{\text{кількості або часу}}{\text{величини однієї одиниці}}$  в іншому випадку;
- 3) відповіді на запитання задачі.

Мал. 9. Опорні схеми задач на знаходження суми \_\_\_\_\_ різницевого...чи...кратного порівняння

них до них. Або *а* або *в* або *с* або *к* або *р* – шукане число.

Треба зазначити, що на цьому етапі робота над окремою задачею здійснюється згідно загальному підходу: виконується повноцінний аналіз тексту задачі (змістовий та логіко-семантичний), виконується репрезентативна модель задачі, пошук розв'язання здійснюється аналітично або синтетично, формулюється план розв'язання і записується розв'язання по діях або виразом, крім того передбачається робота над задачею після її розв'язання, яка полягає, переважно, у складанні і розв'язанні обернених задач. Крім того, описаний порядок роботи може бути декілька скорочений, якщо учень відразу, після складання репрезен-

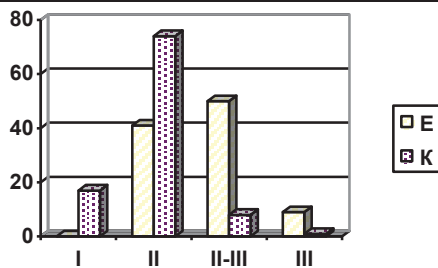
тативної моделі задачі, здатен сформулювати план розв'язання; в цьому випадку аналітичні або синтетичні міркування при пошуку розв'язання задачі зайві.

Запропонована загальна методика реалізується за допомогою системи завдань, яка були застосовані нами під час експериментального навчання у 3-їх класах ЗОШ 1-III ступеню „Ніка – М”, ЗОШ 1-III ступеню № 12, 125,1, 263, 2 міста Одеси. Після вивчення даної теми нами було проведено контрольну роботу – тест, що була складена за методикою складання тестів з математики А.В.Агібалова. Результати тестування подані в таблиці 1 та на малюнку 10.

Таблиця 1

*Розподіл учнів експериментальних і контрольних класів за рівнями засвоєння знань і вмінь*

Класи	Загальна кількість учнів	Кількість учнів, що засвоїли знання та уміння на рівні			
		I рівень	II рівень	II-III рівень	III рівень
		абс. %	абс. %	абс. %	абс. %
Е	314	0	130/41	156/50	28/9
К	230	40/17	170/74	19/8	1/1



Мал. 10. Розподіл учнів експериментальних і контрольних класів за рівнями засвоєння знань і вмінь

Таким чином, проведене експериментальне дослідження свідчить про ефективність застосування розробленої загальної методики навчання молодших школярів розв'язування задач на знаходження суми або різниці чи кратне порівняння двох часток.

Подальше дослідження цієї проблеми може стосуватися поширення загальних ідей узагальнення математичних структур та планів розв'язання аналогічних задач на процес формування умінь розв'язувати типові задачі.

**ЛІТЕРАТУРА**

1. Аргинская И.И. Математика: Методическое пособие к учебнику 2-го класса четырехлетней начальной школы. - М., ЦОР 1, 2003. – 144 с.
2. Богданович М.В. Математика: підруч. для 3 кл. – К.: Освіта, 2003 – 160 с.
3. Богданович М.В. Математика: підруч. для 4 кл. – К.: Освіта, 2004. – 159 с.
4. Богданович М.В., Козак М.В., Король Я.А. Методика викладання математики в початкових кла-

сах: Навч. Посібник. – 2-е вид., перероб. і доп. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2001. – 368 с.

5. Логачевська С.П., Каганець Т.А. Вчись розв'язувати задачі. Практичний посібник з математики для 3(2) класу. – К.: „Початкова школа”, 2000 – 168 с.

6. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика. – М.: Школьная Пресса, 2002. – 208 с.

Подано до редакції 16.03.05

**РЕЗЮМЕ**

В статье предлагается методика обучения младших школьников решению задач на нахождение суммы двух частных, на разностное или кратное сравнение двух частных. Отличительной особенностью предлагаемой методики является многоуровневое

обобщение математических структур задач по их существенным признакам, обобщение планов решения этих задач. Методика введения нового вида задач предусматривает преобразование задачи известного вида в задачу нового вида.

**SUMMARY**

The article demonstrates the method of teaching junior schoolchildren to doing sums on finding the sum from two quotients, on disparity or multiple comparisons of two quotients. Multilevel generalization of mathematical structures of sums due to their substantial

signs, generalization of the plans of doing these sums is the distinctive feature of the method suggested. The method of introducing a new type of sums implies transformation of sums of a familiar kind into the one of a new kind.