

ЗАДАЧІ НА ПОДВІЙНЕ НАВЕДЕННЯ ДО ОДИНИЦІ

Задачі на знаходження четвертого пропорційного містять три пропорційні величини, одна з яких є однаковою для обох випадків. Нагадаємо, що одним із способів розв’язування задач на знаходження четвертого пропорційного є спосіб наведення до одиниці. До ускладнених задач на знаходження четвертого пропорційного відносяться задачі на подвійне наведення до одиниці.

Ознайомлення з цим видом задач здійснюється в 3(2) класі при вивченні правила ділення числа на добуток. Зазначимо, що краще вести ці задачі пізніше, після вивчення ділення двоцифрового числа на одноцифрове; тоді існує можливість познайомити учнів з двома способами розв’язування. Розглянемо методику введення нового виду задач.

Спочатку учням можна запропонувати підготовчі задачі.

Задача 1. На 3 дні 6 вівцям дають 36 кг сіна. Скільки сіна дають на 1 день 6 вівцям?

- Про що розповідається в задачі? (Про вівці.) Скільки тварин приймає участь в задачі? (6). І в умові задачі йде мова про 6 тварин і запитується про 6 тварин. Таким чином, число 6 не приймає участь в розв’язанні задачі. Отже цю задачу коротко можна записати так:

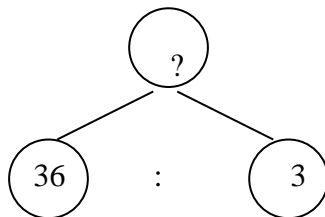
3 дні – 36 кг
1 день - ? кг

- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 3 означає час, який годували 6 тварин сіном. Число 36 означає загальну масу сіна, яку дали 6 тваринам за цей час.)
- Яке запитання задачі? (Скільки сіна дадуть 6 вівцям за 1 день?)
- Число 6, хоча і не впливає на розв’язок, але з ним пов’язані значення усіх величин задачі. Тому, короткий запис слід уточнити:

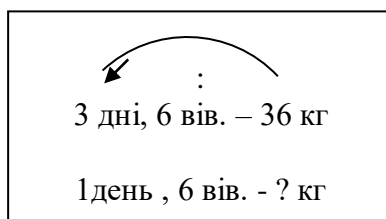
3 дні, 6 вів. – 36 кг
1 день, 6 вів. - ? кг

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – загальну масу сіна для 6 тварин, відомо 36 кг, та П – час, який годували 6 тварин, відомо 3 дні.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення. Щоб знайти масу сіна на 1 день, треба загальну масу сіна поділити на час.)

- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Так, тому що відомі обидва числові значення.)



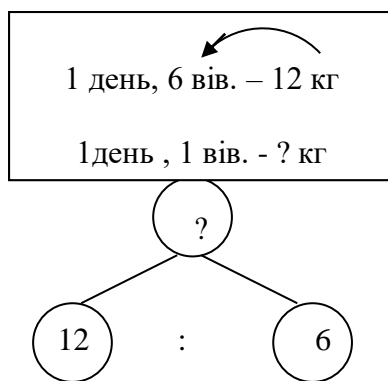
- Запишіть розв’язання задачі. ($36 : 3 = 12$ (кг))
- Запишіть відповідь. (Відповідь: 12 кг сіна треба 6 вівцям на 1 день.)
- Як ми відповіли на запитання задачі? (Ми загальну масу поділили на час.) Покажемо це дужкою на короткому записі:



Далі вчитель продовжує ситуацію задачі:

Задача 2. Шести вівцям на 1 день дають 12 кг сіна. Скільки сіна дають 1 вівці на 1 день?

Це не складна задача, і учні її розв’язують усно. На дошці записується короткий запис, схема аналізу і розв’язання:



Розв’язання:

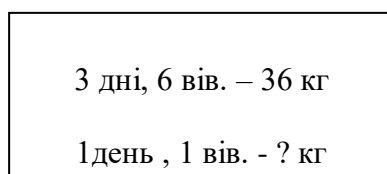
$$12 : 6 = 2 \text{ (кг)}$$

Відповідь: 2 кг сіна треба 1 вівці на 1 день.

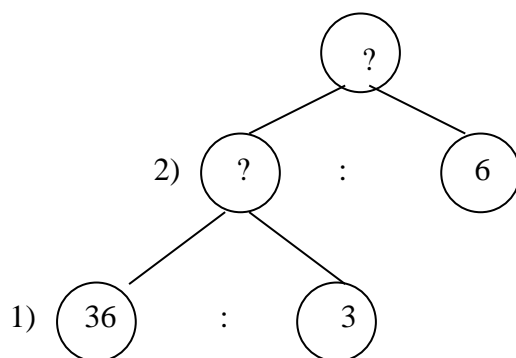
Ознайомлення з новим видом задач здійснюється на підставі задачі, яка є поєднанням двох попередніх задач:

Задача № 1056. (Богданович М.В. Математика 3 (2), К.: Освіта, 1997) На 3 дні 6 вівцям дають 36 кг сіна. Скільки сіна дають 1 вівці на день?

- Запишімо цю задачу коротко.



- Порівняйте цю задачу з першою задачею. Що в них спільного? (Умова.) Чим вони відрізняються? (Запитаннями)
- Порівняйте цю задачу з другою задачею. Що в них спільного? (Запитання.) Чим вони відрізняються? (Умовами.)
- Що цікавого ви помітили? (Ця задача складається з двох попередніх задач.)
- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 3 означає час, який годували тварин. Число 6 означає кількість тварин. Число 36 означає загальну масу тварин.)
- Повторіть запитання задачі.
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі “Скільки сіна дають 1 вівці на день?” (Треба знати два числові значення: 1 – масу сіна на 1 день, що дають усім вівцям (не відомо), та П – кількість тварин (відомо, 6).)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Не можна, ми не знаємо масу сіна на 1 день для шести тварин.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – загальну масу сіна , відомо 36 кг) , та П – час, який годували усіх тварин.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання? (Дією ділення)



- Складіть план розв’язування задачі. (Першою дією ми дізнаємося про масу сіна на 1 день для 6 вівець. Другою дією ми дізнаємося про масу сіна на 1 день для 1 вівці.)
- Запишіть розв’язання задачі.

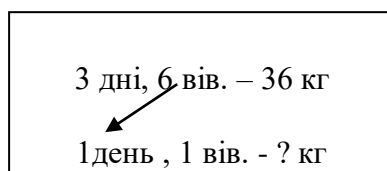
:

$$1) 36 : 3 = 12 \text{ (кг) на 1 день 6 вівцям.}$$

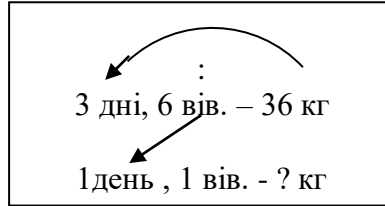
$$2) 12 : 6 = 2 \text{ (кг) на 1 день 1 вівці.}$$

- Запишіть відповідь. (Відповідь: 2 кг сіна дають 1 вівці на день.)
- Про що ми дізналися першою дією? (Про масу сіна на 1 день для однієї вівці.)

Покажемо це стрілочкою на короткому записі:



- Як ми про це дізналися? (Ми загальну масу поділили на час.) Покажемо це дужкою на короткому записі:

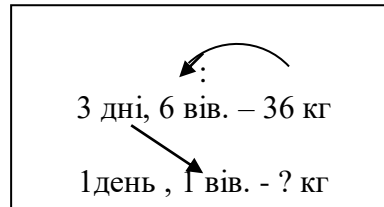


- Уважно розгляньте розв’язання, подане у підручнику:

$$1) 36 : 6 = 6 \text{ (кг)}$$

$$2) 6 : 3 = 2 \text{ (кг)}$$

- Поясніть про що дізнаємося кожною дією. (В першій дії поділили загальну масу сіна на кількість вівець, тому отримали масу сіна для 1 вівці на 3 дні.) Це можна показати стрілочкою і дужкою на короткому записі:



- Про що дізналися другою дією? (Другою дією відповіли на запитання задачі і знайшли масу сіна для 1 вівці на 1 день.)
- Чим цікава ця задача? (Вона розв’язується двома способами.) Чим відрізняються ці способи? (Першою дією. В першому способі ми дізналися про масу сіна на 1 день для 6 вівець. А в другому – про масу сіна на 3 дні для 1 вівці.) Що в них спільного? (Другою дією відповіли на запитання задачі – знайшли масу сіна для 1 вівці на 1 день.)
- Що ж ще спільного є в цих способах міркування? В першій дії ми знайшли величину однієї одиниці (чи на 1 день для 6 вівець; чи на 3 дні для 1 вівці. В другій дії ми також знайшли величину однієї одиниці – на 1 день для 1 вівці. Таким чином, в цій задачі ми двічі наводили до одиниці.

На етапі закріплення, учням пропонується кілька задач (до речі, їх бракує у підручнику М.В.Богдановича “Математика 3(2)”, Київ, “Освіта”, 1997) даного виду; діти спочатку складають короткий запис задачі, потім порівнюють його з опорною (вище розглянутою) задачею і роблять висновок, що дана задача такого ж самого виду – на подвійне наведення до одиниці, вона розв’язується двома способами (ставлять стрілочки і дужки) і розповідають план розв’язування за кожним з них. Наприклад:



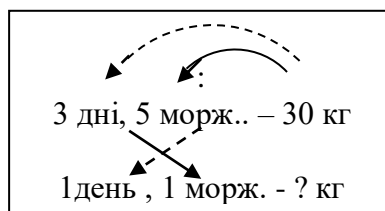
1 спосіб. Першою дією дізнаємося масу силосу для 6 корів на 1 день. Другою дією дізнаємося про масу силосу для 1 корови на 1 день.

2 спосіб. Першою дією дізнаємося про масу силосу для 1 корови на 4 дні. Другою дією дізнаємося про масу силосу для 1 корови на 1 день.

Через три уроки пропонується ознайомлення учнів з задачами на подвійне зведення до одиниці II виду. Розглянемо методику введення таких задач:

Задача 1. (I вид) В зоопарку за 3 дні 5 моржам дали 30 кг риби. Скільки кілограмів риби треба 1 моржу на 1 день?

Це задача відомого виду, учні впізнають її і розв'язують самостійно:



1 спосіб. Першою дією дізнаємося масу риби для 5 моржів на 1 день. Другою дією дізнаємося про масу риби для 1 моржа на 1 день.

2 спосіб. Першою дією дізнаємося про масу риби для 1 моржа на 3 дні. Другою дією дізнаємося про масу риби для 1 моржа на 1 день.

Розв'язання:

1 спосіб:

- 1) $30 : 3 = 10$ (кг) риби 5 моржам на 1 день.
- 2) $10 : 5 = 2$ (кг) риби 1 моржу на 1 день.

II спосіб:

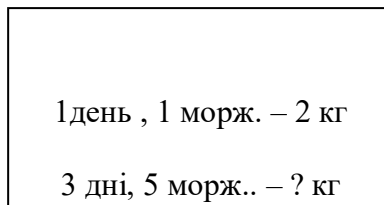
- 1) $30 : 5 = 6$ (кг) риби 1 моржу на 3 дні.
- 2) $6 : 3 = 2$ (кг) риби 1 моржу на 1 день.

Відповідь: 2 кг риби 1 моржу на 1 день.

Далі учням пропонується скласти обернену задачу, в якій запитувалось про масу риби для 5 моржів на 3 дні.

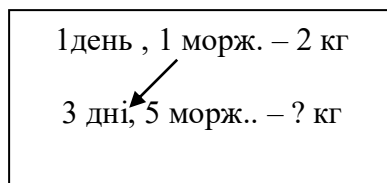
Задача 2. (II вид). На 1 день 1 моржу дають 2 кг риби. Скільки кілограмів риби дадуть 5 моржам за 3 дні?

Записуємо задачу коротко, зазначаючи, що число днів пишимо одно під одним, число моржів пишимо одно під одним.

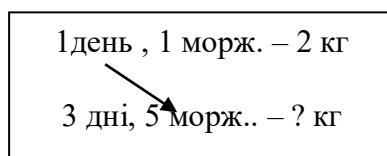


- За коротким записом поясніть числа задачі. Повторіть запитання задачі.

- Порівняйте цю задачу з попередньою. Що цікавого ви помітили? (Короткі записи однієї структури.) Отже ця задача також розв'язується двома способами. Поставте стрілочку і розкажіть план розв'язування за 1 способом:



Перший спосіб. Першою дією дізнаємося, скільки кілограмів риби потрібно 1 моржу на 3 дні. Другою дією відповімо на запитання задачі, знайдемо масу риби на 3 дні для 5 моржів.



Другий спосіб. Першою дією дізнаємося, скільки кілограмів риби потрібно на 1 день 5 моржам. Другою дією відповімо на запитання задачі, і дізнаємося про масу риби на 3 дні для 5 моржів.

Розв'язання:

1 спосіб.

- 1) $2 * 3 = 6$ (кг) риби для 1 моржа на 3 дні
- 2) $6 * 5 = 30$ (кг) риби для 5 моржів на 3 дні.

II спосіб.

- 1) $2 * 5 = 10$ (кг) риби на 1 день для 5 моржів.
- 2) $10 * 3 = 30$ (кг) риби на 3 дні для 5 моржів.

- Порівняйте розв'язки цих задач. Чим вони відрізняються? (Перша задача розв'язується двома діями ділення, а друга задача – двома діями множення.)
- Ви сказали, що ці задачі мають схожі короткі записи, тому вони відносяться до одного виду. Але перша задача розв'язується двома арифметичними діями ділення, а друга – двома арифметичними діями множення. Тому, щоб розрізнити такі задачі, говорять, що перша задача – це задача першого виду, а друга задача – це задача другого виду.

На етапі закріплення учні розв'язують задачі з підручника:

№ 1093. Доїльним апаратом доярка за 1 годину видоєє 15 корів. Скільки корів видоєє 3 доярки такими апаратами за 2 години?

№ 1103. В зимку корові дають на день 6 кг буряку. Скільки потрібно буряку 3 коровам на 5 днів?

№ 1109 . В зимку вівці дають на день 2 кг силосу. Скільки потрібно силосу 6 вівцям на тиждень? (Порівняй з № 1103)

№ 1140. Порція солі на добу для однієї корови 70 г. Скільки солі потрібно двом коровам на тиждень?

Прочитавши задачі діти складають їх короткий запис, визначають вид задачі; роблять висновок про два способи розв'язання; ставлять стрілки і розв'язують задачі двома способами. Після розв'язання по діях з поясненням, записують розв'язок виразом.

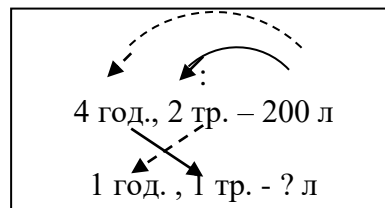
Що стосується роботи над задачею після її розв'язання, то учні складають обернені задачі: задачу I виду перетворюють в задачу II виду і навпаки.

В 4(3) класі учні знайомляться з складнішими задачами на подвійне зведення до одиниці. Розглянемо методику введення таких задач.

Задача №728 (М.В.Богданович. Математика 4(3).Київ, "Освіта", 1995). (Підготовча).
Два трактори за 4 год роботи витратили 200 л бензину. Скільки палива витратить один трактор за одну годину?

Учні розв'язують цю задачу самостійно:

Це задача відомого виду, учні впізнають її і розв'язують самостійно:



1 спосіб. Першою дією дізнаємося об'єм бензину для 2 тракторів на 1 год. Другою дією дізнаємося про об'єм бензину для 1 трактора на 1 годину.

2 спосіб. Першою дією дізнаємося про об'єм бензину для 1 трактора на 4 години. Другою дією дізнаємося про об'єм бензину для 1 трактора на 1 годину.

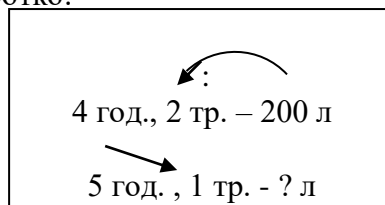
1 спосіб: \curvearrowright
Розв'язання:
3) $200 : 4 = 50$ (л) бензину 2 тракторам на 1 годину.
4) $50 : 2 = 25$ (л) бензину 1 трактору на 1 годину.

II спосіб: \curvearrowright
1) $200 : 2 = 100$ (л) бензину 1 трактору на 4 години.
2) $100 : 4 = 25$ (л) бензину 1 трактору на 1 годину.
Відповідь: 25 л бензину витратить 1 трактор за 1 годину.

Далі вчитель продовжує задачу:

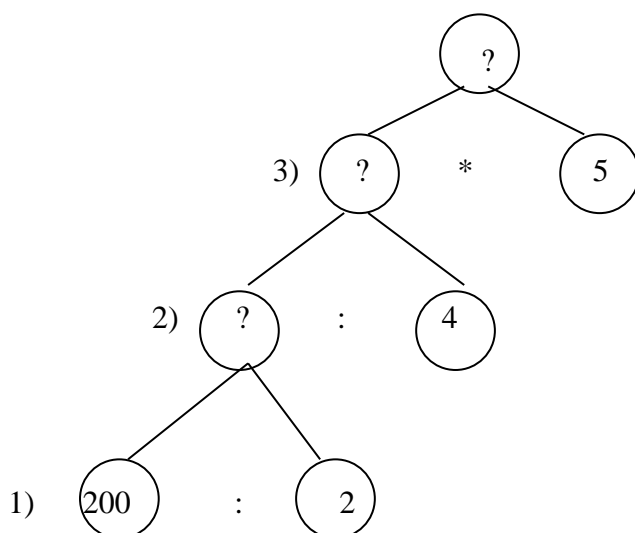
Задача 2. (Складніша.) Два трактори за 4 години роботи витратили 200 л бензину. Скільки палива витратить один трактор за 5 годин?

Учні записують задачу коротко:



Порівнюють цю задачу з попередньою і встановлюють, що вона є її продовженням. Отже ця задача також має два способи розв’язання. Ставимо стрілочку і проводимо аналітичний пошук розв’язання, згідно першому способу:

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі “Скільки бензину треба 1 трактору на 5 годин?”. (Треба знати два числові значення: I – скільки літрів бензину треба 1 трактору на 1 годину (не відомо), та II – час роботи трактору (5 годин).)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією множення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо об’єм бензину для 1 трактору на 1 годину.)
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання “Скільки літрів бензину треба 1 трактору на 1 годину?”. (Треба знати два числові значення: Об’єм бензину для 1 трактору на весь час роботи (не відомо), та II – час роботи (відомо, 4 години).
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання. (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Не можна, ми не знаємо об’єм бензину для 1 трактора на 4 години.)
- Що треба знати, щоб знайти об’єм бензину для 1 трактора на 4 години? (Треба знати два числові значення: I – загальний об’єм бензину (200 л), та II – кількість тракторів (відомо, 2).
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, нам відомі обидва числові дані.)
- Отже ми від запитання перейшли до числових даних, аналіз закінчено.

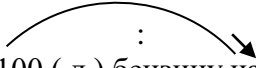


Складаємо план розв’язування задачі.

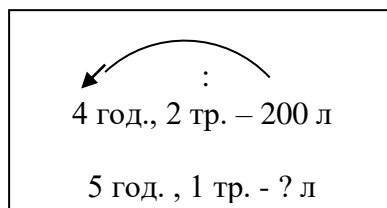
Першою дією дізнаємося про об’єм пального на 4 години для 1 трактора. Другою дією дізнаємося про об’єм пального на 1 годину для 1 трактора. Але ми ще не відповімо на

запитання задачі – це лише “ключ” для її розв’язку. Третьою дією відповімо на запитання задачі, і дізнаємося про об’єм пального на 5 годин для 1 трактора.

Розв’язання:

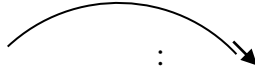
- 
- 1) $200 : 2 = 100$ (л) бензину на 4 години для 1 трактора.
 - 2) $100 : 4 = 25$ (л) бензину на 1 годину для 1 трактора.
 - 3) $25 * 5 = 125$ (л) бензину на 5 годин для 1 трактора.

- Чим відрізняється другий спосіб розв’язання? (Першою дією.) Поставте дужку.

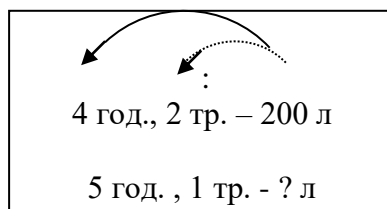


- Складіть план розв’язування задачі. (Першою дією ми дізнаємося про об’єм бензину для 2 тракторів на 1 годину. Другою дією дізнаємося про об’єм бензину для 1 трактора на 1 годину – це “ключ” до розв’язання задачі. Третьою дією ми відповімо на запитання задачі, дізнаємося про об’єм бензину для 1 трактора за 5 годин.)
- Запишіть розв’язання задачі.

Розв’язання:

- 
- 1) $200 : 4 = 50$ (л) бензину для 2 тракторів на 1 годину.
 - 2) $50 : 2 = 25$ (л) бензину для 1 трактора на 1 годину.
 - 3) $25 * 5 = 125$ (л) бензину для 1 трактора на 5 годин.

- Порівняйте обидва способи розв’язання. Що в них спільного? (В них спільні останні дії і пояснення до другої дії.) Чим вони відрізняються? (Першими діями і поясненнями до них та другими діями.)
- Покажемо обидва способи розв’язання на короткому записі:

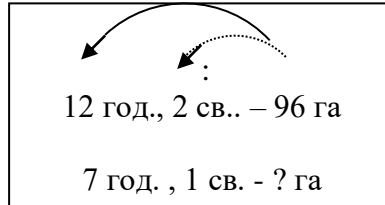


На етапі закріплення учні, зробивши короткий запис, впізнають задачу відомого виду; ставлять стрілочки і розв’язують задачі двома способами; розв’язок записують по діях та виразом. Можливо подальше ускладнення задачі, наприклад:

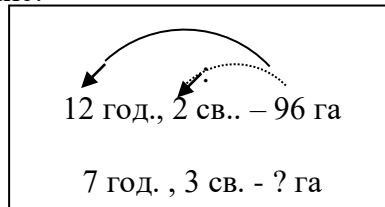
Задача № 737. Двома сівалками за 12 год. роботи засіяли 96 га пшениці. Скільки гектарів пшениці можна засіяти однією сівалкою за 7 год. роботи?

Зауваження. На цій задачі здійснюється ознайомлення з складнішими задачами на подвійне зведення до одиниці. Ми це зробили на попередньому уроці, засобом продовження підготовчої задачі відомої учням структури. Можна і до даної задачі застосувати запропоновану методику – спочатку розв’язати підготовчу задачу, а потім продовжити її.

Учні складають короткий запис і розв’язують задачу двома способами.



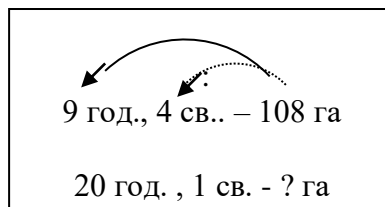
Після розв’язання задачі, школярам пропонується відповісти на додаткове запитання “Скільки гектарів пшениці можна засіяти трьома сівалками за 7 годин?”. Задача з таким запитанням має короткий запис:



Порівнюючи отриману задачу з попередньою, учні з’ясовують, що дана задача розв’язується чотирма арифметичними діями.

Ознайомлення з задачами II виду здійснюється в № 747. Методику введення задач такої математичної структури можна побудувати на підставі розв’язання задачі I виду і складання оберненої задачі. Наприклад:

Задача 1. (I вид) Чотирма сівалками за 9 годин засіяли 108 га ячменю. Скільки гектарів ячменю можна засіяти 1 сівалкою за 20 годин?



Розв’язання:

I спосіб:

- 1) $108 : 9 = 12$ (га) 4 сівалки за 1 годину
 - 2) $12 : 4 = 3$ (га) 2 сівалка за 1 годину.
 - 3) $3 * 20 = 60$ (га) 1 сівалка за 20 годин.
- $108 : 9 : 4 * 20 = 60$ (га)

II спосіб:

- 1) $108 : 4 = 27$ (га) 1 сівалка за 9 годин.

- 2) $27 : 9 = 3$ (га) 1 сівалка за 1 годину.
 3) $3 * 20 = 60$ (га) 1 сівалка за 20 годин.
 $108 : 4 : 9 * 20 = 60$ (га)

Відповідь: 60 га ячменю можна засіяти 1 сівалкою за 20 годин.

Задача № 747. Чотирма сівалками за 9 годин засіяли 108 га ячменю. За скільки годин можна засіяти 60 га однією такою сівалкою?

Учні розглядають короткий запис, який подано у підручнику:

9 год., 4 св.. – 108 га
20 год. , ? св. - 60 га

- Порівняйте цю задачу і попередню. Що цікавого ви помітили? (Обидві задачі мають схожі короткі записи. Ця задача є оберненою до попередньої задачі.)
- Отже, якщо ці задачі мають схожі математичні структури, то вони мають схожі способи розв’язання. Кількома способами можна розв’язати цю задачу? (Так само, як і попередню задачу – двома способами.)
- Поставте стрілочки і розкажіть план розв’язування за першим та другим способами.

9 год., 4 св.. – 108 га
20 год. , ? св. - 60 га

Перший спосіб. Першою дією дізнаємося про площу ячменю , який засіяно 4 сівалками за 1 годину. Другою дією ми дізнаємося про площу ячменю , який засіяно 1 сівалками за 1 годину – це “ключ” до розв’язання задачі. Третьою дією ми відповімо на запитання задачі, дізнаємося за скільки годин можна засіяти 60 га однією такою сівалкою.

Розв’язання:

1 спосіб:

- 1) $108 : 9 = 12$ (га) 4 сівалки за 1 годину
 - 2) $12 : 4 = 3$ (га) 2 сівалка за 1 годину.
 - 3) $60 : 3 = 20$ – за стільки годин засіють 60 га ячменю 1 сівалкою.
- Порівняйте перший спосіб розв’язання цієї і попередньої задачі. Чим вони схожі? (Двома першими діями.) Чим вони відрізняються? (Останніми діями: в попередній задачі третя дія множення, а в даній – дія ділення.)

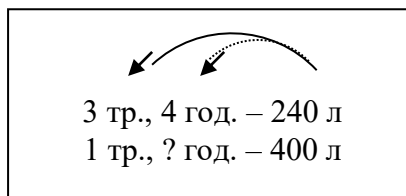
Другий спосіб. Першою дією дізнаємося про площу ячменю , який засіяно 1 сівалкою за 9 годин. Другою дією ми дізнаємося про площу ячменю , який засіяно 1 сівалками за 1 годину – це “ключ” до розв’язання задачі. Третьою дією ми відповімо на запитання задачі, дізнаємося за скільки годин можна засіяти 60 га однією такою сівалкою.

- 1) $108 : 4 = 27$ (га) 1 сівалка за 9 годин.

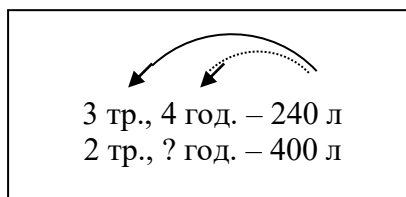
- 2) $27 : 9 = 3$ (га) 1 сівалка за 1 годину.
 3) $60 : 3 = 20$ – за стільки годин засіють 60 га ячменю 1 сівалкою.
- Порівняйте другий спосіб розв’язання цієї і попередньої задачі. Чим вони схожі? (Двома першими діями.) Чим вони відрізняються? (Останніми діями: в попередній задачі третя дія множення, а в даній – дія ділення.)
 - Отже ці дві задачі мають схожу математичну структуру, тому вони відносяться до одного типу. Але розв’язання цих задач відрізняються останніми діями, тому перша задача є задачею I-го виду, а друга II – виду.

На етапі закріплення після розв’язання задачі можливо перетворення задачі одного виду в задачу іншого виду. Крім того, можна поставити додаткове запитання до задачі, наприклад:

Задача № 760 (II вид) Три однакові трактори за 4 год роботи витратили 240 л пального. На скільки годин роботи вистачить 400 л пального одному такому трактору?



Додаткове запитання: “ На скільки годин роботи вистачить 400 л пального 2 тракторам?”



У підручнику “Математика 4(3)” пропонуються задачі розглянутого виду у номерах: № 750, № 765, № 775, № 785, № 797, № 806,

Отже нами розглянуто методику навчання учнів розв’язуванню задач на подвійне зведення до одиниці. З метою запам’ятовування двох способів розв’язування задач даного виду нами використано прийом стимулюючих ланок, який розглядається в психологічній науці, як прийом раціонального запам’ятовування навчального матеріалу. Припустимо, що потрібно запам’ятати дві послідовні думки А і В.Цього можна досягти шляхом безпосереднього повторення, або інакше - слід ввести між ними проміжний розумовий процес – М. В результаті утворюються відповідні зв’язки, послідовність яких умовно можна позначити (А,В) та (А,М,В).Такий проміжний розумовий процес (М) називається стимулюючою ланкою. В даному випадку в якості стимулюючої ланки виступає система стрілочок і дужок. Прочитавши задачу, учень запише її коротко і впізнає задачу даного виду, після чого він ставить дужки (стрілочки) і пояснює план розв’язування задачі за двома способами.