

М.О. Бугайова

## ЗАСТОСУВАННЯ МОДУЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЇ ТЕХНОЛОГІЇ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ „ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ”

Головною метою навчання у школі у сучасному суспільстві є розвиток особистості. Визнання цієї вимоги є відправною точкою при оновленні шкільної освіти [3]. У той же час існуюча педагогічна система в цілому є орієнтованою на навченість, і це закладено у практику навчання. Таким чином, існує протиріччя між соціальним запитом суспільства й реальним станом справ в освіті взагалі, у математичній зокрема. Однією з основних цілей реформування освіти в Україні є створення умов для усунення цього протиріччя. Досягнення цієї мети неможливо за короткий історичний період. Але цілком реально й необхідно у наявних конкретних умовах зробити все можливе для оптимізації педагогічної системи. У багатoinформаційному просторі, в якому людина знаходиться у 21-му віці, для прийняття відповідного правильного рішення в економіці чи політиці є необхідним використання сучасних математичних методів обробки інформації, зокрема, методів математичної статистики та ймовірності [2]. Тому є актуальним введення у шкільний курс математики теми „Елементи комбінаторики”. Ця тема на різних етапах розвитку шкільної математичної освіти неодноразово то включалася, то виключалася зі шкільної програми математики. Але на теперішньому етапі розвитку суспільства ця тема набуває особливої важливості, оскільки сприяє розвитку аналітичних можливостей учнів, умінню логічно мислити, проводити певний аналіз ситуацій, підраховувати кількість різних можливостей [5].

У зв'язку з вищевикладеним, спрямованість навчання на розвинення учнів, підвищення самостійної та індивідуальної роботи учнів потребують певних змін у забезпеченні навчально-методичного процесу. По-перше, - це комплексний характер забезпечення, який передбачає поступове формування уявлень учителів, методистів, науковців про навчально-методичні комплекси з предмета. По-друге, - необхідність забезпечити адаптивність навчання, урахування рівня підготовки учнів, темпу його просування у навчанні. Найголовніші зміни в методиці викладання математики пов'язані з посиленням технологічності навчання взагалі. Навчання є таким процесом, що планується, проєктується, а тому і є технологічним. Питання полягає тільки в тому, яка технологія при цьому використовується, чи ефективна вона, чи всі елементи педагогічної системи є технологічними. Проблеми педагогічних технологій дуже активно обговорюються у науково-педагогічній літературі. На методику викладання конкретних предметів цей напрям поки ще не вплинув, але саме в цьому слід очікувати принципових змін. Яскравим прикладом є стандарт математичної освіти, що є важливим прикладом оптимальної технології [6].

Серед різноманіття нових педагогічних технологій найбільш здатним суттєво вплинути на реальний стан шкільної математичної освіти в реальних умовах у навчально-методичній літературі визначаються такі:

- індивідуалізований і диференційований підхід до навчання;
- різнорівневе навчання;
- модульне навчання;
- інформаційні технології навчання.

Забезпечення технологічності навчання потребує, зокрема, створення навчально-методичних комплексів

з відповідних тем з математики, які б забезпечували реалізацію цілей, вибір моделей навчання; формування мотивації в учнів; організацію повноцінного зворотного зв'язку; застосування сучасних технологічних засобів навчання тощо.

Метою даної роботи є адаптація технології модульного навчання до викладання теми „Елементи комбінаторики” у шкільному курсі математики. Перед нами були поставлені наступні задачі:

- провести аналіз модульного підходу до навчання, оглянути шкільні програми і зміст теми „Елементи комбінаторики” в курсі алгебри й початку аналізу;
- розробити рекомендації щодо впровадження модульно-рейтингової технології при вивченні теми „Елементи комбінаторики”;
- провести апробацію розроблених рекомендацій.

В педагогічній науці проблемі модульної організації навчання присвячено ряд як вітчизняних, так і зарубіжних досліджень (А.М. Алексюк, І.І. Бабін, О.О. Безносюк, В.М. Гарєв, В. Гольдшмит, М. Гольдшмит, В.Б.Закорюкіна, С.І. Куликов, Т. Овенс, В.М. Панченко, І.Ф. Прокопенко, Дж. Рассел, М.М.Твердіна, І.Д. Чегель, А.В. Фурман, П. Юцявичене та ін.). У цих дослідженнях дидактичний модуль розглядається так:

- відносно стійка частина навчального процесу, що містить, насамперед, одне або декілька близьких за змістом і фундаментальних за значенням понять, законів, принципів (А.М. Алексюк);
- автономні порції навчального матеріалу (Т.Овенс);
- найменша одиниця змісту навчання певної теми, конкретного курсу (Дж. Рассел);
- фрагмент теми, який відповідає конкретній дидактичній меті (І.Ф. Прокопенко);
- логічно побудовані самостійні розділи навчального матеріалу, котрі об'єднуються за спеціальними ознаками (І.Д. Чегель);
- самостійна планомірна одиниця навчальної дисципліни, яка допомагає досягнути чітко окреслених цілей (В. Гольдшмит, М. Гольдшмит);
- така побудова навчального матеріалу, розділі змінної частини якого могли би бути достатньо незалежними один від одного й дозволяли швидко змінювати навальний матеріал кожного розділу (В.Б. Закорюкіна, В.М. Панченко, Л.М. Твердіна);
- цільовий функціональний вузол, у якому об'єднані навчальний зміст і технологія оволодіння ним (П. Юцявичене).

Аналізуючи різні визначення поняття „модуль”, можна виділити деякий його інваріант: модуль – це відносно самостійна автономна стійка найменша одиниця (частина, порція, фрагмент, розділ) змісту освіти, навчального матеріалу; модуль – це одиниця часу у гнучкій плановій графічній системі; модуль – це результат інтеграції різноманітних видів і форм навчання, які підпорядковані загальній темі навчального курсу; модуль – це цільовий функціональний вузол, в якому об'єднані навчальний зміст і технологія оволодіння ним; модуль – це група частин (складових), що виконують специфічні функції й об'єднані в єдине ціле.

У нашому дослідженні під модулем будемо розуміти логічно завершений фрагмент змісту освіти (нав-

чального матеріалу, теми, розділу тощо). На наш погляд, поняття „модуль” у дидактичному розумінні повинно бути невід’ємним від поняття „навчання” й безпосередньо виходити з нього.

Основний засіб модульного навчання – модульна програма (МП), що складається з окремих модулів. Від її якості у значній мірі залежить ефективність навчання в цілому. Підготовка модульних програм і відповідних модулів – трудомістка робота, що вимагає великої предметної й педагогічної компетентності. Модульні програми будуються у відповідності до наступних загальних принципів:

- цільового призначення інформаційного матеріалу;
- сполучення комплексних, інтегруючих дидактичних цілей;
- повноти навчального матеріалу в модулі;
- відносної самостійності елементів модуля;
- реалізації зворотного зв’язку;
- оптимальної передачі інформаційного й методичного матеріалу.

Виходячи з першого принципу – принципу цільового призначення інформаційного матеріалу – розрізняють модулі пізнавального (гносеологічного) й операційного типу. Перші з вищезгаданих модулів найчастіше розробляються для цілей фундаментального, базового утворення. Другі з вищезгаданих модулів служать навчанню основам конкретної професії чи підвищенню кваліфікації.

У другому принципі реалізується об’єднання окремих цілей навчання в інтегруючу дидактичну мету.

Для реалізації принципу повноти навчального матеріалу в модулі необхідно дотримуватися наступних правил:

1. викладаються основні моменти навчального матеріалу, його суть (у правій частині модуля);
2. даються пояснення (можна на декількох рівнях) до цього матеріалу (найчастіше в лівій, іноді – у правій стороні);
3. указуються можливості додаткового поглиблення в матеріал, чи розширення його вивчення за допомогою технічних засобів навчання, методу навчання, рекомендуються конкретні літературні джерела (у лівій стороні);
4. представляються практичні задачі (у правій стороні модуля) і пояснення до їхнього рішення (у лівій стороні);
5. задаються теоретичні і практичні задачі (у правій стороні) і приводяться відповіді на них (у лівій стороні).

Навчальний матеріал може представятися не обов’язково за всіма п’ятьма пунктами.

Для реалізації зворотного зв’язку необхідно дотримуватися таких правил:

1. необхідно забезпечити модуль засобами вхідного контролю, що показує рівень підготовленості учня до засвоєння модуля;
2. варто застосувати поточний, проміжний, узагальнюючий контроль: перший – наприкінці кожного елемента, а останній – наприкінці модуля;
3. поточний і проміжний контроль може здійснюватися у вигляді самоконтролю, обидва вони повинні сприяти своєчасному виявленню прогалин у засвоєнні знань, а у випадку неспішності ясно показувати, які частини навчального матеріалу необхідно повторити чи засвоїти глибше;
4. узагальнюючий контроль повинен показувати рівень засвоєння модуля, у випадку виявлення недостатності засвоєння учню пропонують повторити матеріал, з якого отримані незадовільні відповіді.

Принцип оптимальної передачі інформаційного й методичного матеріалу вимагає представлення матеріалів модуля в такій формі, щоб забезпечувалося їхнє найбільш ефективне засвоєння в конкретних умовах. Для цього доцільно дотримуватися доступної логіки. За основу структури модуля приймається структура його навчальних елементів (УЕ) плюс три елементи – один з них завжди йде першим, нумерується нульовим (УЕ-0) і призначений для розкриття інтегруючих і приватних дидактичних цілей модуля і його змісту. Другий додатковий елемент йде перед останнім і призначений для резюме – узагальнення інформаційного матеріалу, представленого в модулі. Третій додатковий елемент завжди останній і призначений для контролю засвоєння.

Зміст модуля доцільно представляти у графічному виді з наступною нумерацією учбових елементів (УЕ), щоб учень ясно уявляв шлях навчання. Нумерація УЕ повинна відображати порядок елементів. Елементи першого порядку (до них відносяться всі три додаткових УЕ і ті, що знаходяться на вершинах графів) будуть нумеруватися від нуля (УЕ = 0) до n (УЕ = n). Мова модуля повинна бути конкретною, виразною, адресованою особисто до учня. Мова модуля оптимальна, якщо учень, працюючи з модулем, відчуває, що той немовби звернений до нього, начебто хоче допомогти йому в нелегкій навчальній праці. Так, І. Прокопенко пропонує користатися двосторонньою формою модуля: з правого боку представляти навчальну інформацію („навчальний текст”), з лівого – методичну інформацію для педагога й учня („керівництво у навчанні”).

Наведемо зразок форми модуля.

Модуль може містити кілька уроків. В основі своєї модулі побудовані за схемою.

1. Голівка – код „правої” сторони модуля.

Навчальний текст		Номер сторінки
Назва модуля	модуль	Номер модуля
Назва навчального елемента	Навчальний елемент НЕ	Номер НЕ

2. Голівка – код „лівої” сторони.

Номер сторінки	Номер НЕ	Номер модуля	Керівництво у навчанні
----------------	----------	--------------	------------------------

3. Голівка – код вкладного аркуша модуля.

Номер сторінки	Консультація для педагога	
Номер модуля	Модуль	Назва модуля
Номер УЕ	Навчальний елемент	Назва УЕ

**Постановка проблеми.** При постановці проблеми учням пропонується зведена таблиця тих знань (схематична), які учні придбають на наступних уроках. Перед вивченням нового матеріалу проводиться вхідний контроль знань й умінь, щоб мати інформацію про рівень підготовки до роботи. За необхідності проводиться відповідна корекція знань.

**Вивчення нового матеріалу.** У цій частині модуля вивчається новий матеріал, описується вся система методів, прийомів і форм організації навчально-пізнавальної діяльності учнів.

**Самостійна практика.** У самостійній роботі над завданням учні використовують підручник, додаткову літературу, консультації.

**Вихід на контроль.** Учні самі обирають для себе рівень складності й не відчувають занепокоєння з приводу незадовільної оцінки, оскільки кожен з них отримує не оцінку, а певну кількість знань.

**Урок – консультація.** Клас розбивають на декілька груп, кожна група одержує свої запитання і певний час на підготовку. Після підготовки кожна група

відповідає на питання, запропоновані на кодоскопі, потім задає свої питання експертам, після відповіді однієї групи інші доповнюють або коректують помилки, заперечення. У цьому модулі можна розглянути розв'язання задач нестандартними методами. Завдання пропонуються кожній групі. Час підготовки – 10 хвилин. Уся робота учнів оцінюється в балах.

**Останній модуль.** Це контрольна робота. Завдання контрольної роботи містять обов'язкові задачі та задачі підвищеної складності. За контрольну роботу учні одержують оцінку в балах. Після завершення вивчення теми учень отримує три оцінки, що видно з таблиці 1.

Остання графа таблиці відведена для тих учнів, хто бажає підвищити оцінку за попередні модулі.

Рейтингова система оцінки учнів збільшує бажання учня одержати найбільшу кількість балів, а також він намагається вибрати й вирішити більш важкі задачі й одержати більш глибокі знання.

Під час вивчення теми „Елементи комбінаторики” планується 7 годин (та 1 – 2 год з резерву часу на консультації на відпрацювання тематичного заліку).

У результаті вивчення теми учень повинен мати уявлення про комбінаторні задачі та повинен – знати:

- правила суми та добутку;
  - означення розміщення, перестановки, комбінації;
  - формули для числа розміщень, перестановок, комбінацій;
  - формулу бінома Ньютона.
- уміти:
- застосовувати правила суми та добутку при розв'язуванні задач;
  - розв'язувати задачі комбінаторного характеру;
  - застосовувати формулу бінома Ньютона для розв'язування задач та пояснювати виведення формули  $(a + b)^n$ .

Таблиця 1

*Рейтинг учня*

Перший урок – урок-лекція. На цьому уроці дається уява про комбінаторні задачі, пояснюються основні правила комбінаторики, вводиться означення розміщення, перестановки та комбінації, а також виводяться формули для числа розміщень, перестановок, комбінацій.

Другий урок – урок розв'язування задач. На цьому уроці розв'язуються задачі на застосування понять розміщення й перестановки.

Третій урок – урок розв'язування задач. На цьому уроці розв'язуються задачі на застосування поняття комбінації. Перед рішенням задач проводиться тест-модуль на застосування розміщення й перестановки (10-15 хв.).

Четвертий урок – 10-15 хвилин проводиться тест-модуль на застосування поняття комбінації; далі розв'язуються задачі, рівняння, що містять комбінаторні вирази.

П'ятий урок – 10-15 хвилин проводиться тест-модуль на застосування розміщення, перестановки й комбінації, уміння розв'язувати задачі, що містять комбінаторні вирази. Далі виводиться формула бінома Ньютона та розв'язуються задачі з її застосуванням.

Шостий урок – урок розв'язування задач. На цьому уроці розв'язуються задачі на застосування поняття бінома Ньютона.

Сьомий урок – урок-консультація. 10-15 хвилин – тест-модуль на застосування бінома Ньютона.

Восьмий урок – урок тематичного заліку та відпрацювання. Тематичний залік можна проводити у вигляді контрольної роботи.

**Заявляння до заліку.**

- Навести приклади комбінаторних задач.
- Правила суми та добутку.
- Означення розміщення, перестановки та комбінації.

- Виведення формул числа розміщень, перестановок та комбінацій.

- Виведення формули бінома Ньютона.
- Формула загального члена бінома Ньютона.

Наведемо приклади тематичних завдань щодо контролю навчальних успіхів учнів.

*Тест-модулі на застосування понять розміщення й перестановки.*

(Номери правильних відповідей є підкресленими, відповіді до завдання додаються в дужках)

Тест-модуль № 1.

1. Сформулювати основні правила комбінаторики.
2. Множина складається з 6 елементів  $\{a, b, c, d, e, f\}$ . У скількох випадках елемент  $a$  буде першим?

- 1)  $P_6$ ; 2)  $P_5$ ; 3)  $A_6^1$ ; 4)  $A_5^4$ .

3. Скільки різних п'ятицифрових чисел можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3, 4, якщо в кожному числі жодна цифра не повторюється?

- 1)  $P_4$ ; 2)  $P_5$ ; 3)  $P_5 - P_4$ ; 4)  $A_5 - A_4$ .

4. Значення яких виразів дорівнює 5?

- 1)  $\frac{A_5^2}{P_2}$ ; 2)  $\frac{A_{10}^2}{A_5^2 - A_2^1}$ ;
- 3)  $A_5^0 + A_5^2 - A_4^2 - A_3^1$ ;
- 4)  $P_5 - P_4$ .

Тест-модуль № 2.

1. Дати означення перестановки. Записати формулу для числа перестановок та обчислити  $P_5$ .

Прізвище учня		
Модулі		
Бали за проміжний контроль	Загальна кількість балів	Оцінка
Урок-консультація		
Бали за завдання на уроці	Загальна кількість балів	Оцінка
Контрольна робота		
Бали за завдання	Загальна кількість балів	Оцінка
залік		

2. Скількома способами можна розставити 6 книг на полиці?

- 1)  $P_6$ ; 2)  $A_6^1$ ; 3)  $P_6 - A_6^1$ ; 4)  $A_5 - A_4$ .

3. Розв'язати рівняння:

$$\frac{P_6}{A_{n-1}^{n-2}} = 6. \quad \frac{P_{n+1}}{P_n} = 8.$$

- 1) 8; 2) 7; 3) 6.
- 1) 6; 2) 8; 3) 7.

4. Скільки правильних дробів можна скласти з чисел 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 так, щоб у кожний дріб входило два числа?

- 1)  $\frac{1}{2} \cdot A_8^2$ ; 2)  $A_8^2$ ; 3)  $P_8$ .

Тест-модуль № 3.

1. Дати означення розміщення. Записати формулу для числа розміщень та обчислити  $A_8^3$ .

2. Скількома способами можна вибрати 4 особи на 4 посади з 9 кандидатів на ці посади?

- 1)  $A_3^2$ ; 2)  $A_4^9$ ; 3)  $P_9 - P_4$  4)  $A_9^4$ .

3. Значення яких виразів дорівнює 3?

- 1)  $\frac{A_6^4}{A_{10}^2}$  2)  $\frac{A_6^4}{A_5^4}$  3)  $\frac{A_{10}^2}{5!}$  4)  $\frac{A_{10}^2}{5 \cdot 3!}$

4. Обчислити:  $A_{2|n+1}^2$ , якщо  $n=3$ .

- 1) 48; 2) 35; 3) 56; 4) 64.

Тест-модуль № 4.

1. Дати означення розміщення. Записати формулу для числа розміщень та обчислити  $A_5^4$ .

2. Скількома способами можна вибрати 4 особи на 4 посади з 9 кандидатів на ці посади?

- 1)  $A_4^4$ ; 2)  $P_9$  3)  $A_9^4$ .

3. Обчислити і скоротити, якщо  $n = 2$  значення виразу  $A_{2n}^2$ :

- 1) 10; 2) 9; 3) 12; 4) 5.

4. Скільки різних п'ятицифрових чисел можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3, 4, якщо в кожному числі жодна з цифр не повторюється?

- 1)  $A_5^4$ ; 2)  $P_5 - P_4$ ; 3)  $A_5^4 - P_4$ ; 4)  $P_5$ .

Тести-модулі застосування поняття комбінації.

Тест-модуль № 1.

1. Дати означення комбінації, записати формулу для обчислення комбінацій та обчислити  $C_5^2$ .

2. З 12 чоловік треба скласти волейбольні команди з 6 чоловік у кожній. Скількома способами це можна зробити?

- 1)  $2 \cdot C_{12}^6$ ; 2)  $\frac{1}{2} \cdot C_{12}^6$ ; 3)  $C_{12}^6$ ; 4)  $C_{12}^3 + C_{12}^3$ .

3. Значення яких виразів дорівнює 5?

- 1)  $C_5^5$ ; 2)  $C_5^1$ ; 3)  $5 \cdot C_5^2$ ; 4)  $\frac{C_6^2}{C_3^2}$ .

4. Розв'язати рівняння:  $C_{x+1}^{x-1} + C_x^{x-2} = 9x + 10$ .

- 1) 5; 2) 10; 3) 12; 4) 2.

Тест-модуль № 2.

1. Дати означення комбінації, записати формулу для обчислення комбінацій та обчислити  $C_{12}^6$ .

2. Скількома способами можна вибрати трьох чергових із класу, у якому 20 учнів? ( $C_{20}^3 = 1140$ .)

3. Скількома способами множину, яка складається з 14 елементів можна розбити на 2 підмножини так, щоб перша вміщувала 8 елементів, а друга 6 елементів?

- 1)  $C_{14}^6$ ; 2)  $C_{14}^6 + C_{14}^8$ ; 3)  $C_{14}^8$ ; 4)  $C_{14}^6 \cdot C_{14}^8$ .

4. Розв'язати рівняння:  $C_{2x}^x = 6 \cdot C_{2x+1}^{x+1}$ . (5).

Тест-модуль № 3.

1. Дати означення комбінації, записати формулу для обчислення комбінацій та обчислити  $C_{10}^3$ .

2. Скількома способами можна з 8 учнів вибрати 2? ( $C_8^2$ ).

3. Обчислити  $C_{2n}^{32}$  при  $n = 2$ . (6).

4. Розв'язати рівняння:

$$C_{x+1}^{x-2} + 2 \cdot C_{x-1}^3 = 7(x-1). \quad (5).$$

Тест-модуль № 4.

1. Дати означення комбінації, записати формулу для обчислення комбінацій та обчислити  $C_{12}^{10}$ .

2. Значення яких виразів дорівнює 5?

- 1)  $C_3^3$ ; 2)  $C_3^1$ ; 3)  $C_3^2$ ; 4)  $\frac{C_3^1}{C_6^2}$ .

3. З 10 елементів  $a, b, c, d, e, f, g, h, k, l$  треба вибрати 5 елементів так, щоб серед обраних елементів був елемент  $a$ . Скількома способами це можна зробити? ( $C_9^4 = 126$ ).

4. Розв'язати рівняння:  $5 \cdot C_x^3 = C_{x+2}^4$ . (14 або 3).

Тести-модулі застосування поняття бінома Ньютона.

Тест-модуль № 1.

1. Дати означення бінома.

2. Продиференціювати обидві частини виразу  $(x+a)^n = a \cdot x^n$  по  $x$ .

3. Довести, що  $C_n^{m+1} = \frac{n-m}{m+1} \cdot C_n^m$ .

4. Подати у вигляді многочлена:  $(a - \frac{1}{2}b)^6$ .

$$(a^6 - 3a^5b + \frac{15}{4}a^4b^2 - \frac{5}{2}a^3b^3 + \frac{15}{16}a^2b^4 - \frac{3}{16}ab^5 + \frac{1}{64}b^6)$$

Тест-модуль № 2.

1. Сформулювати основні властивості розкладу бінома Ньютона.

2. Довести, що  $C_n^m = C_n^{n-m}$ .

3. Подати у вигляді многочлена:  $(x-2y)^5$ .

$$(x^5 - 10x^4y + 40x^3y^2 - 80x^2y^3 + 8xy^4 - 32y^5)$$

4. Знайти показник бінома  $(\frac{a}{4} - \frac{3}{5}b)^n$ , якщо в розкладі його сума всіх показників степенів числа  $b$  дорівнює 36. (9).

Тест-модуль № 3.

1. Чи вираз  $(x+y)^3$  є біномом?

2. Записати формулу бінома Ньютона.

3. Подати у вигляді многочлена  $(\frac{1}{6} + \sqrt{x})^6$ .

$$(\frac{1}{6^6} + \frac{6\sqrt{x}}{6^5} + \frac{15x}{6^4} + \frac{20x\sqrt{x}}{6^3} + \frac{15x^2}{6^2} + \frac{6x^2\sqrt{x}}{6} + x^3)$$

4. Довести:  $C_n^m + C_n^{m-1} = C_{n+1}^m$ .

Тест-модуль № 4.

1. Чи є вираз  $(a+b)^5$  біномом?

2. Записати формулу загального члена розкладу бінома Ньютона.

3. Довести:

$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$  за формулою бінома Ньютона.

4. Знайти розклад бінома  $(\frac{1}{2}a - x)^5$ .

$$(\frac{1}{32}a^5 - \frac{5}{16}a^4x + \frac{5}{4}a^3x^2 - \frac{5}{2}a^2x^3 + \frac{5}{2}ax^4 - x^5)$$

**Орієнтовні варіанти контрольної роботи.**

1 варіант.

1. Сформулювати основні правила комбінаторики.

2. Скільки різних п'ятицифрових чисел можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3, 4, якщо в кожному числі жодна з цифр не повторюється? ( $P_5 - P_4 = 120 - 24 = 96$ ).

3. Подати у вигляді многочлена:  $(a-x)^4$ .

$$(a^4 - 4a^3x + 6a^2x^2 - 4ax^3 + x^4).$$

4. Спростити:  $C_n^{n-1} + 6C_n^{n-2} + 6C_n^{n-3} \cdot (n^3)$ .

5. Скільки осіб брало участь у шаховому турнірі, якщо кожний учасник грав з кожним із тих, хто залишився, по одній партії, а всього було зіграно 210 партій? ( $C_n^2 - 210, n = 21$ ).

2 варіант.

1. Дати означення розміщення. Записати формулу для числа розміщень та обчислити  $A_6^4$ .

2. З 10 елементів  $a, b, c, d, e, f, g, h, k, l$  треба вибрати 5 елементів так, щоб серед обраних елементів був елемент  $a$ . Скількома способами це можна зробити? ( $C_9^4 = 126$ ).

3. З цифр 0, 1, 2, 3 складені всі можливі чотиризначні числа так, що в кожному числі немає однакових цифр. Скільки чисел отримано? ( $P_4 - P_3 = 18$ ).

4. Подати у вигляді многочлена  $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^6$ .

$$((x^3 + 6x^2\sqrt{xy} + 15x^2y) + 20xy\sqrt{xy} + 15xy^2 + 6y^2\sqrt{xy} + y^3).$$

5. Збори з 40 чоловік обирають голову, секретаря та трьох членів редакційної колегії. Скількома способами можна обрати цих 5 осіб? ( $A_{40}^2 \cdot A_{38}^3$ ).

3 варіант.

1. Дати означення перестановки. Записати формулу для числа перестановок та обчислити  $P_6$ .

2. Скільки різних п'ятицифрових чисел можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3, 4, якщо в кожному числі жодна з цифр не повторюється? ( $P_5 - P_4 = 96$ ).

3. Знайти розклад:  $(a + x)^5$ .

$$(a^5 + 5a^4x + 10a^3x^2 + 10a^2x^3 + 5ax^4 + x^5).$$

4. Скільки різних перестановок цифр можна зробити в числі 123589 так, щоб кожний раз отримати парне число? ( $2 \cdot 5! = 240$ ).

4 варіант.

1. Дати означення комбінації, записати формулу для обчислення комбінації та обчислити  $C_5^3$ .

2. До числа перестановок з 9 елементів додали число перестановок з 10 елементів. У скільки разів збільшилося взяте число? (У 11 разів).

3. Скільки можна побудувати трикутників, якщо за їхні вершини брати вершини дванадцятикутника? (220).

4. Знайти розклад:  $(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{3}})^6$ .

$$(x^3 - 6x^{\frac{5}{2}}y^{\frac{1}{3}} + 15x^2y^{\frac{2}{3}} - 20x^{\frac{2}{3}}y + 15xy^{\frac{4}{3}} - 6x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{5}{3}} + y^2).$$

**Критерії оцінювання роботи.**

Для отримання максимальної оцінки – 7 балів, учень повинен відповісти на запитання 1 – 3. Якщо

**ЛІТЕРАТУРА**

1. Бабін І.І. Модульна організація процесу навчання в загальній школі. – Автореф. на здоб. наук. ступ. канд. пед. наук 13.00.01. – Харків, 1997. – 17с.

2. Бродський Я., Павлов О. Про викладання елементів теорії ймовірностей у школі//Математика. – Видавниче підпр. „Перше вересня”. – 2000. - № 23-24.

3. Бродський Я., Павлов О. Про проект стандарту математичної освіти//Математика. – Видавниче підприємство „Перше вересня”. – 2000. - № 25-26.

4. Бродський Я., Павлов О., Сліпенко А., Наметова З. Готуємо майбутніх математиків//Рідна школа. – 2000. - № 5.

5. Гареев В.М., Куликов С.И., Дурко Е.М. Принцип модульного обучения// Вестник высшей школы. – 1987. - №8. – С. 30.

учень неправильно відповів на четверте завдання, то його максимальна оцінка 10 балів.

Для отримання оцінки 12 балів учень має правильно розв'язати всі 5 завдань. Зауважимо, що завдання 1 – 3 – обов'язкового рівня; завдання 4 – підвищеного; 5 – як правило, завдання поглибленого рівня.

Експериментальна дослідна робота проводилась у гімназії №1 м. Одеси протягом 2004 - 2005 навчального року. У ході експерименту вирішувалися наступні завдання: визначення ефективності поетапного розгортання змістової структури модуля під час вивчення теми „Елементи комбінаторики”, визначення впливу модульної організації процесу навчання на ефективність засвоєння навчального матеріалу, визначення ступеня спрямованості й самостійності учнів у навчально-пізнавальній діяльності.

Результати експериментальної роботи наведені в таблиці 2.

Таблиця 2

Результати формуючого експерименту у порівнянні з контрольним класом

Показники якості знань	Класи	
	К – 11(7)-В 31 учень	Е – 11(7)-Б 32 учня
Повнота	0,29	0,49

Коефіцієнт засвоєння знань обчислювався за формулою  $K = \frac{m + m_1}{m_0} \leq 1$ , де

$K$  – коефіцієнт засвоєння знань;

$m_0$  – максимальна можлива кількість правильних та повних відповідей;

$m$  – кількість правильних та повних відповідей;

$m_1$  – кількість неправильних та неповних відповідей.

Проведене дослідження дозволяє зробити наступні висновки:

- дидактичний модуль є ефективною формою організації навчального процесу;

- основною умовою ефективності реалізації дидактичного модуля є поетапне розгортання його у процесі навчання;

- модуль надає можливість індивідуалізувати й диференціювати процес навчання, сприяє інтенсифікації навчального процесу;

- формує самостійність учнів у процесі навчально-пізнавальної діяльності.

Подальша робота в цьому напрямку може здійснюватися при розгляді тем „Математична статистика” та „Початки теорії ймовірностей”.

6. Державний освітній стандарт з математики// Математика в школі. – 1998. - № 1.

7. Комбінаторика. Елементи теорії ймовірностей. Комплексные числа/ Методич. рекомендації учителям математики 11 класов общеобразовательных школ по методике преподавания. // Валле О.Э., Гринчук В.В., Гаузнер Б.Е. – Одесса, 2000. – 62 с.

8. Костельна Л.І. Професійна підготовка студентів вищих професійних училищ в умовах модульної технології навчання. - Автореф. на здоб. наук. ступ. канд. пед. наук 13.00.04. – Тернопіль, 2002. – 19с.

9. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5 – 11 класів. – К.: Шкільний світ, 2001. – 111с.

10. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512с.

11. Юцявичене П.А. Принципи модульного обучения // Советская педагогика. – 1990. – № 1. – С. 55- 60.

12. Юцявичене П.А. Принципи модульного обучения // Советская педагогика. – 1990. – №2. – С. 55- 60.

13. Goldsmid B., Goldsmid M. Modular instruction in higher Education// Higher Education/ - 1972. №2. – P. 16

14. Prokopenko J., Bittel L. Modular Course Format for Supervisory Development// Training and Development Journal. – 1981, February.

*Подано до редакції 20.04.05*

#### РЕЗЮМЕ

Статья посвящена вопросу использования модульно-рейтинговой технологии при изучении темы «Элементы комбинаторики в школьном курсе алгебры и начал анализа». В последнее время для принятия правильных решений в экономике или политике необходимо использовать современные математические методы обработки информации, в частности, методы математической статистики и теории вероят-

ностей. Цель данного исследования заключалась в адаптации технологии модульного обучения при изучении данной темы. В статье проанализирован модульный подход в обучении, школьных программах, разработаны рекомендации по внедрению модулей в учебный процесс. Апробация разработанных рекомендаций была проведена в гимназии № 1 им. А.П. Быстриной г. Одессы в 2003 – 2004 уч. гг.

#### SUMMARY

The article analyzes the ways of using the modular rating technology while studying the topic: “The elements of combinatory at school course of algebra and the bases of analyses”. To make the right decisions in economics and policy nowadays, it is necessary to use modern mathematical method, in particular the method

of mathematical statistics and calculus of probabilities. The aim of the research is to adapt the modular rating technology while studying the topic mentioned. The article presents analysis of the modular approach in education, school syllabus, and some recommendations worked out.