Л. П. Ладиненко
викладач кафедри алгебри та геометрії,
ДЗ «Південноукраїнський національний педагогічний
університет імені К.Д. Ушинського», м. Одеса
kolyalada@rambler.ru

РОЛЬ І МІСЦЕ ЕЛЕМЕНТІВ ЗАГАЛЬНОЇ ТОПОЛОГІЇ У НАВЧАННІ СТУДЕНТІВ ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ ЗА ФАХОМ «МАТЕМАТИКА»

Основні поняття загальної топології вже протягом кількох десятиліть створюють теоретичне підґрунтя і апарат майже всіх сучасних досліджень з математичного аналізу, алгебри, геометрії і більшості інших складових частин вищої математики [1,2,3].

Елементи загальної топології присутні й у курсах геометрії, алгебри і початків аналізу середніх загальноосвітніх навчальних закладів.

У шкільному курсі геометрії в неявному вигляді, звичайно, але достатньо повно розглядається поняття метричного простору.

Коли мова йде про відстань між двома точками прямої, мається на увазі природна метрика прямої, що підкоряється аксіомам евклідової геометрії.

Аналогічним чином розглядають природну метрику на евклідовій площині та у евклідовому просторі.

Це складає теоретичне підґрунтя для грамотного введення і дослідження поняття про відстань між двома геометричними фігурами. Більше за це, ми отримуємо теоретичні основи для знаходження кращих за змістом з методичної точки зору означень переважної більшості геометричних фігур, починаючи із відрізка, променя, кута, трикутника, плоского трикутника, круга тощо. Метричний, а отже і топологічний характер мають такі поняття, як внутрішні точки відрізка, внутрішні та зовнішні області кута-каркаса, внутрішні й зовнішні області трикутника, кола і тому подібне.

За допомогою перетворення прямої на числову вісь та означення прямокутних декартових систем координат на евклідовій площині й у евклідовому просторі встановлюються, фактично, ізоморфізми між відповідними «геометричними» метричними просторами і арифметичними метричними просторами R, R^2 і R^3.

У теорії метричних просторів метричні властивості ізоморфних між собою просторів не розрізняють. Отже, з'являється можливість проведення досліджень метричних властивостей геометричних фігур прямої, площини та простору методами аналітичної геометрії, за допомогою індукування метричних властивостей просторів R, R^2 і R^3.

Окремі властивості арифметичних метричних просторів R^n, де число n є натуральним, частково досліджуються і використовуються у курсі алгебри під час дослідження і розв'язування нерівностей. При опануванні початків аналізу суттєву роль відіграють внутрішні точки, граничні точки та точки дотику різних підмножин множини R усіх дійсних чисел.

Отже, навіть для майбутніх викладачів математики в межах середньої освіти, усвідомлення основних понять загальної топології є вкрай необхідним.

Роботу присвячено методичній розробці системи практичних завдань, у тому числі й тестових завдань, із загальної топології для студентів спеціальності «Середня освіта. Математика».

Основу запропонованої системи складають завдання, які спроможні забезпечити наступність між середньою і вищою математичними освітами та між різними складовими частинами вищої математичної освіти. Наведемо приклади трьох запропонованих тестів.

1. Для множини $M=\{1;2;3\}$ відображення $\rho: M^2 \to \mathrm{R}^+ \cup \{0\}$ задані за допомогою відомих таблиць Джорджа Келлі. Для якого з наведених відображень твердження аксіоми симетрії **не є справедливим**?

<table>
<tr><th>А</th><th>Б</th><th>В</th><th>Г</th></tr>
<tr>
<td><table><tr><th>M</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>5</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td></tr></table></td>
<td><table><tr><th>M</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>0</td></tr></table></td>
<td><table><tr><th>M</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td>10</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>10</td><td>0</td></tr></table></td>
<td><table><tr><th>M</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>0</td></tr></table></td>
</tr>
</table>

2. На множині R^2 всіх впорядкованих пар дійсних чисел обрано природну метрику. Відстань між точками $A(1;-3)$ і $B(-7;-13)$ дорівнює

А	Б	В	Г
$2\sqrt{41}$	$2\sqrt{34}$	$2\sqrt{73}$	$2\sqrt{57}$

3. Симетричну додатно визначену квадратичну форму задано за допомогою наступної матриці $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$. Для точок B(-2;1;4), C(0;-1;1) $\in R^3$ знайдіть d(B;C) згідно формули:

$$\forall B\left(x_1, x_2, ..., x_n\right),$$
$$C\left(y_1, y_2, ..., y_n\right) \in R^n$$
$$d\left(B;C\right) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{i\,j}\left(x_i - y_i\right)\left(x_j - y_j\right)}, \quad n = 3.$$

А	Б	В	Г
$\sqrt{43}$	$\sqrt{131}$	$\sqrt{83}$	$5\sqrt{3}$

Література

1. Борисович Ю.П. Введение в топологию / Н. М. Близняков, Я. А. Израилевич, Т. Н. Фоменко. – М.: Высшая школа, 1980.
2. Бурбаки Н. Общая топология. Основные структуры / Н. Бурбаки. – М.: Наука, 1968.
3. Синюков Н. С. Топология / Н. С. Синюков, Т. И. Матвеенко. – К: Вища школа, 1984. – 264 с.

Анотація. Ладиненко Л. П. Роль і місце елементів загальної топології у навчанні студентів вищих навчальних закладів за фахом «Математика». *Обґрунтовано необхідність і продемонстровано можливість реалізації принципу наступності між курсами математики середніх загальноосвітніх навчальних закладів і курсом загальної топології та іншими курсами, що відносяться до вищої математичної освіти.*

Ключові слова: *загальна топологія, метричний простір, середня математична освіта, наступність у навчанні.*

Аннотация. Ладиненко Л. П. Роль и место элементов общей топологи в обучении студентов вузов по специальности «Математика». *Обоснована необходимость и продемонстрированы возможности реализации принципа преемственности между курсами математики средних общеобразовательных учебных заведений и курсом общей топологи и другими курсами, относящимися к высшему математическому образованию.*

Ключевые слова: *общая топология, метрическое пространство, среднее математическое образование, преемственность в обучении.*

Summary. Ladunenko L.P. Importance and place of elements of general topology in teaching stydents of institutes o higher education by the speciality «Mathematics»*. It is grounded the necessity and demonstrated the possibility of realization the principle of continuity between mathematical courses, those belong to the higher mathematical education.*

Key words: *general topology, metric space, secondary mathematical education, continuity in education.*