

**О.Є. Волянська**  
кандидат педагогічних наук, доцент кафедри  
математики і теорії та методики навчання математики,  
НПУ ім. М.П. Драгоманова, м. Київ  
[elenavolyanska@ukr.net](mailto:elenavolyanska@ukr.net)

## **МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ З ПАРАМЕТРАМИ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ СТАРШОЇ ШКОЛИ**

Рівняння з параметрами відносяться до вправ, які потребують від учнів більш ґрунтовних знань з математики, логічного мислення. Треба відмітити, що в програмі з математики для старшої профільної школи питанню розв'язуванню рівнянь з параметрами приділяється мало часу [4].

Зрозуміло, що до вивчення цієї важливої теми учнів треба починати готувати ще на уроках алгебри в основній школі.

Вперше з поняттям параметра учні зустрічаються ще в курсі алгебри 7-го класу під час вивчення лінійної функції  $y = kx + b$ .

Далі учні вивчають поняття лінійного рівняння  $ax + b = 0$ , де  $x$  – змінна, а  $a$  і  $b$  – параметри.

В літературі рівняння з параметром означається наступним чином: «Рівняння з параметром – це рівняння до запису якого крім змінної та числових коефіцієнтів входять буквені коефіцієнти, які є величинами, значення яких не вказано конкретно, але вони вважаються відомими та заданими на деякій числовій множині [5].

Розрізняють наступні типи рівнянь з параметрами:

- 1) Рівняння, які треба розв'язати для кожного значення параметра;
- 2) Рівняння, в яких треба встановити, скільки розв'язків воно має в залежності від значення параметра ;
- 3) Рівняння, в яких треба знайти значення параметра , при яких воно має задану кількість розв'язків;
- 4) Рівняння у яких треба знайти усі значення параметра, за яких множина розв'язків рівняння буде розташована певним чином на числовій прямій [3].

При розв'язуванні рівнянь з параметрами необхідно розглянути загальні методи розв'язування рівнянь з параметрами, а саме: алгебраїчний (аналітичний) та графічний.

Починати розв'язувати такі рівняння слід в 7-му класі з найпростіших рівнянь.

Приклад 1 (алгебраїчний метод).

Розв'язати рівняння  $ax = 1$

Розв'язання.

- 1) Якщо  $a = 0$ , то рівняння має вигляд  $0x = 1$  і не має розв'язків.
- 2) Якщо  $a \neq 0$ , то  $x = 1/a$ .

Відповідь. Якщо  $a = 0$ , то нема розв'язків; якщо  $a$  не дорівнює нулю, то  $x = 1/a$ .

В деяких неважких рівняннях запис відповіді майже повторює розв'язання.

Приклад 2 (графічний метод).

Скільки розв'язків має рівняння  $|x+2| = ax$  в залежності від параметра  $a$ ?

Графік  $y = |x+2|$  – статичний (нерухомий), графік  $y = ax$  – рухомий. Кількість розв'язків буде визначатися кількістю точок перетину  $\leq$  графіків.

Відповідь: Якщо  $0 < a \leq 1$  розв'язків не існує; якщо  $\infty < a \leq -1$ ;  $a = 0$ ,  $a > 1$  – один розв'язок; якщо  $-1 < a < 0$  – два розв'язки.

У 9-му класі необхідно зупинитися на розв'язуванні квадратних рівнянь з параметрами, попередньо повторивши властивості квадратичної функції.

Необхідно сформулювати теореми про розміщення коренів квадратного тричлена  $ax^2 + vx + c$  ( $a \neq 0$ ) залежно від значень параметрів  $a$ ,  $v$ ,  $c$ . Наприклад розглянути умови, коли:

- Корені  $x_1$  і  $x_2$  більше заданого числа;
- Корені  $x_1$  і  $x_2$  мають різні знаки;
- Корені належать деякому відрізку;
- Заданий відрізок знаходиться всередині проміжку між коренями квадратного тричлена;
- Тільки більший корінь буде належати заданому відрізку.

Старша школа передбачає розв'язання більш складних рівнянь.

Приклад 3. При яких значеннях  $a$  рівняння  $\sqrt{x+a} = x$  має два корені?

Приклад 4. Для кожного значення  $a$  розв'яжіть рівняння  $\sin x + a|\sin x| = 2$ .

Рівняння з параметрами надто складно зосвоюються учнями. Допоможе більш доступному сприйняттю теми застосування програмно – педагогічних засобів, зокрема GRAN, DERIVE.3 використанням ППЗ GRAN параметри вводяться у функціональні залежності, як абсциси чи ординати деяких точок, що рухаються вздовж певних кривих і змінюються в певних межах.

## Література

1. Горнштейн П.И., Полонский В. Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – К.: РИА «ТЕКСТ» МП «ОКО», 1992. – 290 с.
2. Крамаренко Т. Графічні прийоми розв'язування задач з параметрами // Математика в школі. – 2007. - № 6. – С. 41 - 48.
3. Лейфура В.М. Воробйова А. І. Задачі з параметрами. – К.: ІЗМН, 1996. – 112 с.
4. Програма з математики для старшої профільної школи. Офіційний сайт Міністерства освіти і науки України <http://www.mon.gov.ua>.
5. Прус А.В., Швець В. О. Задачі з параметрами в шкільному курсі математики. Навчально – методичний посібник. – Житомир: Вид-во «Рута», 2016. – 468 с.

*Анотація. Волянська О.Є. Методичні особливості розв'язування рівнянь з параметрами в курсі математики старшої школи. Розглянуто означення, основні типи, загальні методи розв'язування рівнянь з параметрами, а також наступність їх вивчення основній і старшій школі.*

*Ключові слова:* рівняння з параметрами, типи рівнянь, загальні методи.

*Аннотация. Волянская Е.Е. Методические особенности решения уравнений с параметрами в курсе математики старшей школы. Рассмотрено определение, основные типы, общие методы решения уравнений с параметрами, а также преемственность их изучения в основной и старшей школе.*

*Ключевые слова:* уравнения с параметрами, типы уравнений, общие методы.

*Summary. Volyanska O. Methodics peculiarities solutions equations with parameters in course of mathematics oldest school. Equations with parameters, types of equations, general methods of solutions equations with parameters and continuity of his studding in main and older schools.*

*Key words:* illustrating determination, main types, general methods