Скворцова С.О. , Мартинова Г.І., Шевченко Т.О.

НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В 4 КЛАСІ

Методичний посібник
для вчителів четвертих класів
та студентів спеціальності А3 Початкова освіта

Одеса - 2025

Рекомендовано до друку рішенням ученої ради
Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний
університет імені К. Д. Ушинського»
(протокол 14 від 24 квітня 2025 року)

Скворцова С. О., Мартинова Г. І., Шевченко Т. О. Навчання математики у 4 класі: методичний посібник для вчителів 4-х класів та студентів спеціальності А3 Початкова освіта. Одеса, Університет Ушинського, 2025. 296 с.

Посібник містить методичні рекомендації щодо вивчення окремих тем курсу математики 4-го класу початкової школи. Авторами надані цікаві рекомендації щодо систематизації і узагальнення знань учнів за 3-й клас; щодо методики вивчення письмового множення і ділення; щодо формування обчислювальних навичок додавання і віднімання багатоцифрових чисел. Заслуговує на увагу методика введення нових видів задач, яка побудована з урахуванням теорії змістовних узагальнень. Авторами наведено зміст підготовчої роботи і ознайомлення з усіма новими видами простих і складених задач 4-го класу.

Певну увагу приділено навчанню учнів розв'язуванню рівнянь більш складеної математичної структури і нерівностей із змінною, запропоновано кілька способів розв'язання і наведено пам'ятки до них. Розглянуто питання про вивчення величин та їх вимірювання. Розглядаючи геометричний матеріал 4-го класу авторами визначено групи задач геометричного змісту.

В посібнику класифіковані нестандартні задачі і наведено понад 55 нестандартних задач з розв'язаннями.

Зміст курсу математика 4-го класу

Програма з математики 4-го класу будується по основним лініям, визначеним Державним стандартом початкової загальної освіти:

1. Числа і дії над ними:
- усна нумерація чисел багатоцифрових чисел;
- письмова нумерація багатоцифрових чисел;
- порівняння багатоцифрових чисел;
- арифметичні дії додавання і віднімання, пов'язані з нумерацією чисел;
- додавання і віднімання багатоцифрових чисел;
- додавання і віднімання іменованих чисел;
- залежність між компонентами та результатом арифметичних дій додавання і віднімання;
- перевірка дій додавання і віднімання;
- письмове множення і ділення багатоцифрових чисел на одно- та двоцифрові числа ;
- перевірка дій множення і ділення;
- множення і ділення іменованих чисел;
- закони арифметичних дій: додавання і множення;
- дроби; знаходження дробу від числа ; порівняння дробів з однаковими знаменниками.

2. Числові та буквені вирази:
- числові вирази з дужками і без дужок;
- знаходження значень буквених виразів, які містять одну – дві змінні;
- запис буквами властивостей арифметичних дій;
- розв'язування задач з буквеними даними.

3. Рівняння і нерівності:
- рівняння з однією змінною типу: 17 – х = 50 – 30, (16 + х) – 34 = 10;
- нерівності із змінною.

4. Геометричні фігури та їх властивості:
- геометричні тіла: призма (паралелепіпед, куб), піраміда, конус, куля, циліндр (їх форма і назва);
- побудова кола за допомогою циркуля; діаметр кола;

5. Величини і одиниці вимірювання величин:
- довжина (таблиця співвідношення одиниць довжини);
- маса (одиниці вимірювання: 1 т; співвідношення одиниць вимірювання маси);
- час (співвідношення між одиницями часу) задачі на час;
- поняття про площу; міри площі: квадратний сантиметр, квадратний дециметр, квадратний метр, 1 ар, 1 гектар, квадратний кілометр; правило знаходження площі прямокутника; знаходження довжини однієї з сторін прямокутника за його площею та відомою довжиною іншої сторони; визначення площі прямокутної ділянки за її планом; знаходження площі фігур за допомогою палетки; задачі, пов'язані з периметром та площею прямокутника.

6. Задачі:

- задачі на знаходження четвертого пропорційного, що розв'язуються двома способами: способом наведення до одиниці та способом відношень.
- задачі, пов'язані з одиничною нормою.
- задачі на подвійне наведення до одиниці.
- задачі на спільну роботу
- задачі на знаходження невідомих компонентів за сумою трьох та сумою двох доданків.
- задачі на пропорційне ділення.
- задачі на знаходження невідомого за двома різницями.
- складені задачі, які містять знаходження дробу від числа та числа за його дробом.

В новій програмі не визначені питання:

- знаходження числа за його дробом;
- дріб, як частка двох натуральних чисел;
- задачі на рух;
- складені задачі, які містять дроби.

Між тим, включено питання про зміну результатів арифметичних дій додавання і віднімання в залежності від зміни компонентів.

За новою програмою учні 4-го класу на кінець навчального року повинні **знати**:

- назви і послідовність натуральних чисел від 1 до 1000000, місце нуля у розширеному ряді, десятковий склад чисел;
- напам'ять таблиці додавання і множення одноцифрових чисел та відповідні випадки віднімання і ділення;
- порядок виконання дій у виразах;
- назви і позначення одиниць величин – довжини (*км, м, дм, см, мм)*, маси (*кг, г, т, ц*), площі (*$м^2$, $дм^2$, $см^2$, га, ар*), швидкості (*км/год, м/с*), часу (*год, хв,с*), об'єму (*л*) , вартості (*грн..,к.*) ;
- співвідношення між одиницями довжини, площі, маси, часу, грошовими одиницями;
- залежність між швидкістю, часом і відстанню; між ціною, кількістю і вартістю; між площею і довжинами сторін прямокутника; між компонентами і результатами дій;
- залежність результату дії від зміни компонентів.

Учні повинні **вміти**:

- читати , записувати і порівнювати числа в межах мільйона;
- називати компоненти арифметичних дій і читати найпростіші вирази (сума, різниця, добуток, частка);
- виконувати усні і письмові обчислення в межах 100 на всі арифметичні дії;
- виконувати письмові обчислення : додавання і віднімання в межах мільйона, множення і ділення на одно- та двоцифрові числа;
- знаходити значення числового виразу на 3 – 4 арифметичні дії;

- розв’язувати рівняння ускладненої структури з однією змінною;
- виконувати підбір значень змінної у нерівностях;
- розв’язувати прості текстові арифметичні задачі, пов’язані з відношенням *більше (менше)*: задачі на збільшення (зменшення) числа на кілька одиниць (в кілька разів), задачі на різницеві та кратне порівняння чисел; та складені задачі на 3 – 4 дії;
- розв’язувати складені задачі , в яких використовується залежність між величинами (швидкістю, часом і відстанню при рівномірному прямолінійному русі; ціною, кількістю і вартістю товару; площею прямокутника і довжинами суміжних сторін);
- розпізнавати і зображати (на папері в клітинку за допомогою циркуля і лінійки) геометричні фігури – точку, відрізок, промінь, пряму, ламану, кут, коло, круг, квадрат, прямокутник, трикутник;
- вимірювати довжину відрізка, довжину ламаної;
- креслити відрізок заданої довжини;
- обчислювати периметр многокутників; площу прямокутника і квадрата.

В даному посібнику розглянемо методику вивчення окремих тем курсу математики 4-го класу: методику узагальнення і систематизації знань учнів на початку навчального року; методику вивчення усної і письмової нумерації багатоцифрових чисел; додавання і віднімання багатоцифрових чисел; множення і ділення на одно- та двоцифрові числа. А також, запропонуємо методику введення окремих видів задач, методику ознайомлення з рівняннями ускладненої структури; розглянемо задачі з геометричним змістом; приділимо увагу вивченню величин і розв’язуванню нестандартних задач.

Узагальнення та систематизація знань за третій клас.
Нумерація трицифрових чисел

Кожний учень, який починає навчатися у 4-му класі повинен правильно називати та записувати двоцифрові та трицифрові числа. Цьому сприяє вивчення десяткової позиційної системи зчислення , в якій використовуються 10 знаків (цифр): 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 та розрядні одиниці: 1, 10, 100, 1000...

Так трицифрове число 872 можна подати у вигляді :

$$872 = 800 + 70 + 2 \quad \text{або} \quad 872 = 8 * 100 + 7 * 10 + 2$$

В запису цього числа, крім цифр, за допомогою яких воно записано, беруть участь розряди одиниць, десятків, сотень, які в купі складають перший клас – клас одиниць.

Такий запис числа називають розкладом на розрядні доданки (або розрядні одиниці). Учень повинен вміти записувати будь-яке трицифрове число у вигляді суми розрядних доданків (або одиниць):

$$506 = 500 + 6 \quad \text{або} \quad 506 = 5 * 100 + 0 * 10 + 6$$
$$980 = 900 + 80 \quad \text{або} \quad 980 = 9 * 100 + 8 * 10 + 0$$

а також вміти визначати числа, які подані у вигляді суми розрядних одиниць (або доданків):

$$400 + 30 + 7 = 437 \quad \text{або } 4 * 100 + 3 * 10 + 7 = 437$$
$$600 + 1 = 601 \quad \text{або } 6 * 100 + 0 * 10 + 1 = 601$$

Запис числа у вигляді суми розрядних доданків може бути використаним при розв'язуванні більш складних задач, в яких треба вміти записати загальний вигляд двоцифрового та трицифрового числа.

Так, $\overline{ав} = 10а + в$ – загальний вигляд двоцифрового числа, де $а$ – цифра десятків, $в$ – цифра одиниць, запис $\overline{ав}$ – це не добуток, а два знаки, записані підряд, тобто запис двоцифрового числа.

$\overline{авс} = 100а + 10в + с$ – загальний вигляд трицифрового числа, де $а$ – цифра сотень, $в$ – цифра десятків, $с$ – цифра одиниць.

$\overline{ва}$ – це двоцифрове число, яке записано тими самими цифрами, що й число $\overline{ав}$, але в оберненому порядку.

$\overline{сва}$ – це трицифрове число, яке записано такими самими цифрами, що й число $\overline{авс}$, але в оберненому порядку.

Розглянемо декілька задач.

Задача 1. Дано двоцифрове число, у якого цифра десятків дорівнює 3. Якщо до нього додати двоцифрове число, у якого цифра десятків збільшена у 2 рази, а цифра одиниць залишилася без зміни, то одержимо число 94. Яке двоцифрове число було дано?

Розв'язання.

Дане двоцифрове число можна записати у вигляді: $\overline{3а} = 30 + а$, в цьому числі 3 – цифра десятків, $а$ – цифра одиниць. Збільшимо цифру десятків у 2 рази, не змінюючи цифру одиниць, одержимо число: $\overline{6а} = 60 + а$.

Додамо до першого числа друге число і за умовою задачі одержимо число 94.

$\overline{3a} + \overline{6a} = 94$ або $30 + a + 60 + a = 94$

$(30 + 60) + (a + a) = 94$

$90 + a * 2 = 94$

$a * 2 = 94 - 90$

$a * 2 = 4$

$a = 4 : 2$

$a = 2$

Отже, дане число складається з 3-х десятків і 2-х одиниць. Це число 32.

Задача 2. Скільки різних двоцифрових чисел можна записати за допомогою цифр 1,5.

Розв'язання.

Це можуть бути такі числа: 11, 15, 51, 55. Перші два числа мають однакову цифру десятків: 1; останні два числа також мають однакову цифру десятків: 5. Ці числа попарно відрізняються лише цифрою одиниць.

- Яке серед цих чисел найбільше? Найменше? (55, 11)
- У скільки разів найбільше число більше за найменше? (В 5 разів)
- Числа 11 та 55 записані однаковими цифрами. Чи буде їх сума або різниця також записані однаковими цифрами? (Так: 55 + 11 = 66, 55 – 11 = 44)
- У скільки разів їх сума (різниця) більша, чим найменше число? (В 6 разів, в 4 рази)
- Про числа 15 та 51 кажуть, що вони записані однаковими цифрами, але в оберненому порядку. Число 15 ділиться на 3.Чи ділиться на 3 число 51? Так, число ділиться на 3, якщо сума його цифр ділиться на 3!
- Число 15 ділиться на 5. Чи ділиться на 5 число 51? Ні, щоб число ділилося на 5, воно повинно закінчуватися цифрою 5!
- Чи вірним буде висновок:

а) якщо двоцифрове число ділиться на 3, то двоцифрове число, записане тими самими цифрами, але в оберненому порядку, також ділиться на 3?

б) якщо двоцифрове число ділиться на 5, то двоцифрове число записане тими самими цифрами, але в оберненому порядку, не ділиться на 5?

- Знайдіть суму цих чотирьох чисел: 11, 15, 51,55. Як це зробити зручніше?

  $11 + 15 + 51 + 55 = (11 + 55) + (15 + 51) = 66 + 66 = 132$

- Чи ділиться одержана сума на 3? (Так.) Чи ділиться на 3 кожний з доданків (Ні) Який висновок можна зробити?

Якщо кожний доданок ділиться на 3, то їх сума ділиться на 3.

Якщо сума кількох доданків ділиться на 3, то не обов'язково, що кожний з доданків ділиться на 3.

Задача 3. Дано цифрі 1, 4, 5. Скільки трицифрових чисел можна записати за допомогою цих цифр так, щоб вони не повторювалися в записі числа?

Розв'язок.

Цифрою сотень шуканих чисел може бути 1 або 4 або 5. Якщо цифра сотень 1, то маємо: 145 та 154.

Міркуючи так само на випадок, коли цифра сотень дорівнює 4 або 5, одержимо всі трицифрові числа:

145 415 514

154 451 541

Таких чисел всього 6.

- Скільки серед них парних? Чому?
- Скільки серед них непарних?
- Скільки серед них таких, які діляться на 5? Чому?
- Розглянемо непарні числа серед записаних, що мають однакову цифру одиниць. Це: 451 та 541; 145 та 415. Чому дорівнюють їх суми?

  451 + 541 = 992

  145 + 415 = 560
- Чи ділиться кожна з цих сум на 3? Чому?
- Чи вірно твердження: якщо кожний доданок не ділиться на 3, то і сума цих доданків не ділиться на 3? (Ні.) Наведіть приклад: кожний з двох доданків не ділиться на 3, а їх сума ділиться на 3.
- Знайдемо різницю цих чисел.

  541 – 451 = 90

  415 – 145 = 270
- Чи ділиться кожна з одержаних різниць на 3? (Так.) Проте ні зменшуване, ні від'ємник не діляться на 3. Отже запам'ятайте: якщо різниця двох чисел ділиться на 3, то це не означає , що зменшуване і від'ємник також діляться на 3. Наведіть відповідний приклад.

Таким чином, ми узагальнили поняття позиційної системи зчислення для трицифрового числа; назви розрядів, розрядні одиниці; запис числа у вигляді суми розрядних доданків та заміну суми розрядних доданків числом; на підставі цих знань запропонували розв'язати задачі . Лишилося повторити порівняння трицифрових чисел, визначення загальної кількості сотень, десятків та одиниць в числі, а також обчислювальні прийоми додавання і віднімання на підставі нумерації.

Арифметичні дії додавання і віднімання, множення і ділення

Учням відомі чотири арифметичні дії: додавання і віднімання – це дії першого ступеню, множення і ділення – дії другого ступеню.

Більше число на першому ступені знаходять дією додавання, а на другому – множенням. Отже множення – це аналог дії додавання на другому ступені. Множення – це додавання однакових доданків.

Оберненою до дії додавання є дія віднімання.

- Що означає від числа 14 відняти 7 ? (Із 14 відняти 7 – це означає знайти таке число, яке в сумі з числом 7 дає 14.)

14 – 7 = 7 , тому що 7 + 7 = 14

(+)

Оберненою до дії множення є дія ділення.

- Що означає число 14 розділити на 7? (14 розділити на 7 – це означає знайти таке число, яке у добутку з числом 7 дає число 14.)

$$14 : 7 = 2, \quad \text{тому що } 2 * 7 = 14$$

$$*$$

При додаванні числа , які додають називають однаково – доданками, і при множенні – теж однаково, множниками. Результат дії додавання називається сумою, а дії множення – добутком.

- Що спільного у назвах компонентів дій додавання і множення? (Компоненти дії додавання та множення називаються однаково, але відрізняються порядком: перший $\frac{\textit{доданок}}{\textit{множник}}$, другий $\frac{\textit{доданок}}{\textit{множник}}$.)

При відніманні число, від якого віднімають, зменшується, тому воно й називається зменшуване; число, яке віднімають, називають від'ємником. При діленні число, яке ділять називають діленим, а число на яке ділять, називають дільником. Результат дії віднімання називають різницею, а результат дії ділення – часткою.

- Що спільного у назвах компонентів дій віднімання і ділення? (Компоненти дій віднімання і ділення називаються по різному: $\frac{\textit{зменшуване}}{\textit{ділене}}$, $\frac{\textit{від"ємник}}{\textit{дільник}}$.)

- Як пов'язані між собою дії віднімання і додавання? Ділення і множення?

Якщо $\frac{\textit{від..суми}}{\textit{добуток}}$ двох чисел $\frac{\textit{відняти}}{\textit{розділити..на}}$ один $\frac{\textit{доданок}}{\textit{множник}}$, то отримаємо інший $\frac{\textit{доданок}}{\textit{множник}}$.

Це зручно показати, використовуючи букви, тобто розглядаючи буквені вирази.

Якщо $a - в = c$, то $a = в + c$

І навпаки, якщо $a = в + c$, то $a - в = c$ або $a - c = в$

Якщо $a : в = c$, то $a = в * c$

І навпаки, якщо $a = в * c$, то $a : в = c$ або $a : c = в$

- Чи завжди можна виконати дію додавання у множині натуральних чисел ? (Так. Завжди можна знайти таке натуральне число, що є сумою двох інших натуральних чисел.) Наведіть приклади.

- Чи завжди у множині натуральних чисел можна виконати дію множення? (Так. . Завжди можна знайти таке натуральне число, що є добутком двох інших натуральних чисел.) Наведіть приклади.

- Чи завжди у множині натуральних чисел можна виконати дію віднімання? (Дію віднімання не можна виконати, якщо зменшуване менше за від'ємник.) Наведіть приклади.

- Чи завжди у множині натуральних чисел можна виконати дію ділення націло? (Ні, не завжди можна знайти таке натуральне число, що при множенні на дільник дає ділене. Крім того, ділене повинно бути не меншим за дільник.) Наведіть приклади.

Якщо $a = в * c$, то кажуть, що число a ділиться на $в$, при цьому часткою є число c. Подалі ми будемо казати і так: a кратне $в$ (це одне й те саме, що й a ділиться $в$.). Так, 21 кратне 7, 63 кратне 9 і так далі.

- Яке число ми отримаємо, якщо до даного числа додамо 1? (Ми отримаємо наступне число.) Яке число ми отримаємо, що дане число помножимо на 1? (Ми отримаємо те саме число.)

а + 1 = в , де ***в*** – наступне число	***а * 1 = а***

- Яке число ми отримаємо, якщо до даного числа додамо нуль? (Отримаємо те саме число.) Яке число ми отримаємо, коли дане число помножимо на 0? (Ми отримаємо нуль!)

а + 0 = а	***а * 0 = 0***

- В якому випадку сума дорівнюватиме одному з доданків? (Коли інший доданок 0!) В якому випадку добуток дорівнюватиме одному з множників? (Коли інший множник 1!)

а + 0 = а	***а * 1 = а***

- Яке число ми отримаємо при відніманні однакових чисел? (При відніманні однакових чисел ми отримаємо 0.) Яке число ми отримаємо при діленні однакових чисел? (При діленні однакових чисел ми отримаємо 1.)

а - а = 0	***а : а = 1***

- Яке число отримаємо при відніманні 1? (При відніманні 1 з даного числа отримаємо попереднє число.) Яке число отримаємо при діленні на 1? (При діленні на 1 отримаємо те саме число.)

а - 1 = в , де ***в*** – попереднє число	***а : 1 = а***

- Яке число отримаємо при відніманні 0? (При відніманні 0 із даного числа , отримаємо те саме число.) Чи можна ділити на нуль? (На нуль ділити не можна, тому що не існує такого числа, яке при множенні на нуль дає число, відмітне від нуля.) Яке число отримаємо при діленні нуля на будь-яке число? (При діленні нуля на будь-яке число отримаємо нуль.)

а - 0 = а	***0 : а =0***

- В якому випадку різниця дорівнюватиме зменшуваному? (Якщо від'ємник дорівнюватиме нулю.) Всякому випадку частка дорівнюватиме діленому? (Якщо дільник дорівнює 1.)

а - 0 = а	***а : 1 = а***

- В якому випадку різниця дорівнюватиме нулю? (Якщо від'ємник дорівнює зменшуваному.) В якому випадку частка дорівнюватиме нулю? (Якщо ділене 0.)

а - а = 0	***0 : а =0***

- Для яких арифметичних дій виконується переставний закон? Сформулюйте переставний закон додавання (множення).

Від перестановки $\frac{\textit{доданків}}{\textit{множників}}$ значення $\frac{\textit{суми}}{\textit{добутку}}$ не змінюється.

$\frac{\textit{Додавати}}{\textit{Множити}}$ числа можна у будь-якому порядку.

$$а + в = в + а$$
$$а * в = в * а$$

Завдання 1. Обчислити зручним способом:

12 + 24 + 8	2 * 7 * 5	160 + 70 + 140	50 * 9 * 2
25 * 7 * 4	17 + 56 + 23	4 * 9 * 5	420 + 275 + 80

- Сформулюйте сполучний закон додавання. Як додати число до суми? Сформулюйте сполучний закон множення. Як помножити добуток на число?

(а + в) + с = (а + с) + в / (в + с) + а

(а * в) * с = (а * с) * в / (в * с) * а

- Як додати суму до числа? Як помножити число на добуток?

а + (в + с) = (а + в) + с / (а + с) + в

а * (в * с) = (а * в) * с / (а * с) * в

- Які закони або властивості застосовані для наступних обчислень?

43 + 29 = 43 + (20 + 9) = (43 + 20) + 9 = 63 + 9 = 72

43 + 29 = 43 + (7 + 22) = (43 + 7) + 22 = 50 + 22 = 72

5 * 14 = 5 * (2 * 7) = (5 * 2) * 7 = 10 * 7 = 70

- Як можна інакше обчислити добуток чисел 5 та 14? На підставі застосування якого правила?

5 * 14 = 5 * (10 + 4) = 5 * 10 + 5 * 4 = 50 + 20 = 70

- Сформулюйте правило множення суми на число. Це розподільний закон множення відносно додавання.

- Сформулюйте правило ділення суми на число. Це розподільний закон ділення відносно додавання.

(а + в) * с = а * с + в * с, де ***а, в, с*** натуральні числа	***(а + в) : с = а : с + в : с*** , де ***а, в, с*** натуральні числа, та ***а*** ділиться на ***с*** і ***в*** ділиться на ***с*** націло, ***с*** ≠ 0

В яких випадках обчислення ми застосовуємо правило множення суми на число? (При множенні двоцифрового числа на одноцифрове.) Наведіть приклади.

- В яких випадках ми застосовуємо правило ділення суми на число? (При діленні двоцифрового числа на одноцифрове.)

Завдання 2. Розв'яжіть приклади:

23 * 4 42 : 3 16 * 7 84 : 7 69 : 3 72 * 2

- Як можна міркувати при діленні двоцифрового на двоцифрове число? (Можна добирати таке число, яке у добутку з дільником дає ділене, а можна замінити дільник добутком і послідовно поділити на кожний множник.)
- Розгляньте, як знайшли частку чисел 64 та 16.

64 : 16 = 64 : (8 * 2) = (64 : 8) : 2 = 8 : 2 = 4

- Яким правилом користувалися при розв'язанні? (Користувалися правилом ділення числа на добуток.) Порівняйте правила множення числа на добуток з правилом ділення числа на добуток.

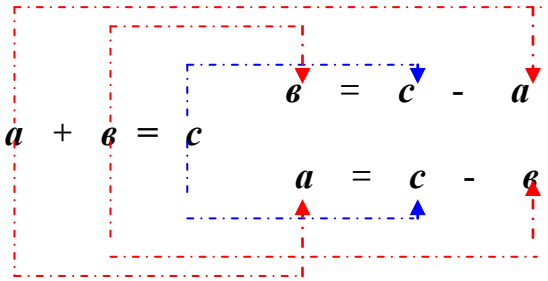
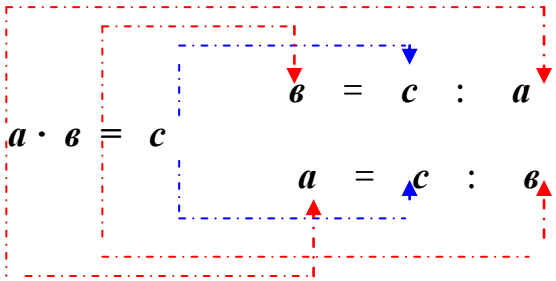
$a * (в * c) = \begin{cases} (a * в) * c \\ (a * c) * в \end{cases}$	$a : (в * c) = \begin{cases} (a : в) : c \\ (a : c) : в \end{cases}$

- Що спільного в цих правилах? Що відмітного? (Спільне те, що спочатку множать або ділять на один множник, а потім множать або ділять на інший множник.)

Опорний конспект 1.

Додавання	***Множення***
Означення:	
	Множення – це ***додавання*** однакових доданків: $\underbrace{a + a + a}_{3} = a \cdot 3$ **3** рази
Задачі на конкретний зміст арифметичних дій:	
1. Довідатися, скільки усього. 2. Довідатися, скільки стало, після того, як додали, приїхали, зсипали , змішали …	1. Довідатися, скільки усього, якщо по ☐ узято ☐ раз.
Назва компонентів і результату дії:	
a + ***в*** = ***c*** Дода нок + Дода нок = Сума	***a*** · ***в*** = ***c*** Множ ник · Множ ник = Добуток
Перевірка:	
Відніманням	Діленням

Взаємозв'язок арифметичних дій:

 Якщо від **суми** двох доданків **відняти** один **доданок**, то отримаємо інший **доданок**.	 Якщо **добуток** двох чисел **розділити на** один **множник**, то отримаємо інший **множник**.

Властивості:

a + 0 = 0 + a = a **a + 1 = в**, де в – наступне число	**a * 0 = 0 * a = 0** **a * 1 = 1 * a = a**

Переставний закон:

a + в = в + a Від перестановки **доданків** **сума** не змінюється	***a · в = в · a*** Від перестановки **множників** **добуток** не змінюється

Сполучна закон:

(a + в) + c = ***a + (в + c)*** ***(a + c) + в***	***(a * в) · c =*** ***a · (в · c)*** ***(a · c) · y***

Розподільний закон :

	множення відносно додавання (віднімання): ***(a ± в) * c = a * c ± в * c***

Зауважимо, що розподільний закон додавання відносно множення місця не має.

Опорний конспект 2

Віднімання	***Ділення***

Означення:

Від числа ***a*** відняти число ***в*** – це означає знайти таке число ***c***, що в сумі з числом ***в*** дає число ***a.*** ***a – в = c***, тому що ***c + в = a*** +	Число ***a*** розділити на число ***в*** - це означає знайти таке число ***c***, що у добутку з числом ***в*** дає число ***a.*** ***a : в = c*** , тому що ***c * в = a*** *

Задачі на конкретний зміст арифметичних дій:

1.Довідатися, скільки залишилося, після того, як забрали, виїхали, витратили , продали …	1.Довідатися, скільки разів у ☐ міститься по ☐ . 2.Довідатися, скільки в одному, якщо

	□ розділили на □ порівну.

Назва компонентів і результату дії:

а - *в* = *с* Зменшуване – Від'ємник = Різниця	*а* : *в* = *с* Ділене : Дільник = Частка

Перевірка:

Додаванням : якщо при додаванні різниці до від'ємника отримаємо зменшуване, то віднімання виконане вірно.	Множенням: якщо при множенні частки на дільник отримаємо ділене, то ділення виконано вірно.

Взаємозв'язок арифметичних дій:

а - *в* = *с* *в* = *а* - *с* *а* = *с* + *в* Від'ємник = Зменшуване – Різниця Зменшуване = Різниця + Від'ємник	*а* : *в* = *с* *в* = *а* : *с* *а* = *с* · *в* Дільник = Ділене : Частка Ділене = Частка · Дільник

Правила:

(а + в) - с = *а + (в - с)* *(а - с) + в*	

с - (а + в) = *(с - а) - в* *(с – в) - а*	*с : (а * в)* = *(с : а) : в* *(с : в) : а*

Розподільний закон

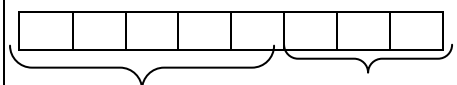
	ділення відносно додавання (віднімання): *(а ± в) : с = а : с ± в : с*, якщо а та в діляться на с націло та *с* ≠ 0.

Треба зазначити, що 4-й клас є випускним класом початкової школи, тому одним із завдань, що стоїть перед вчителем, є підготовка учнів до вивчення математики у середній школі. В 5-му класі у чинному підручнику, автором якого є Г.М.Возняк, Г.М.Литвиненко, М.П. Маланюк (Київ "Освіта", 1998), учням пропонується багато завдань на застосування знань про зміну результатів арифметичних дій при зміні їх компонентів. Ці знання згідно попередньої програми не були окремим питанням початкового курсу математики, а за новою програмою, авторами якої є Л. Кочина та Н.Листопад, передбачено вивчення залежності між компонентами та результатами арифметичних дій додавання і віднімання, але вивчення залежності між компонентами та результатами арифметичних дій множення і ділення не зазначено у програмі. Таким чином, виходячи з діючої програми та вимог наступного навчання, знанням про зміну результатів арифметичних дій при зміні їх компонентів слід приділити певну увагу.

Зміна результатів арифметичних дій при зміні компонентів (ЗРАДПЗК) – один із видів завдань, які повинні виконувати учні при вивченні кожної арифметичної дії. Учні повинні знати як зміниться результат якої-небудь арифметичної дії, якщо змінити один з її компонентів або два компонента; або як треба змінити компоненти, щоб результат не змінився.

Ці знання мають вагоме значення для формування у дітей первісних уявлень про функціональну залежність. Зазначимо, що лінія функції – одна із ведучих ліній шкільного курсу математики взагалі, тому дуже важливо, щоб вже в початкових класах учні накопичували функціональні уявлення.

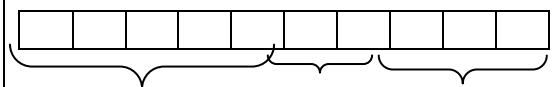
Зміна суми в залежності від зміни доданка.



5 + 3

5 + 3 = 8

- Чому дорівнює перший доданок?
- Чому дорівнює другий доданок?
- Чому дорівнює сума?
- Збільшимо перший доданок на 2 одиниці, а другий лишимо без зміни. Цю зміну будемо позначати так: + 2.
- Як при цьому зміниться сума?



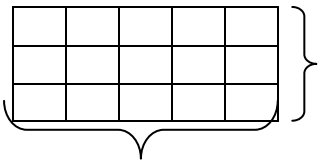
(5 + 2) + 3

5 + 3 = 8

+ 2

- Обчислимо нову суму:

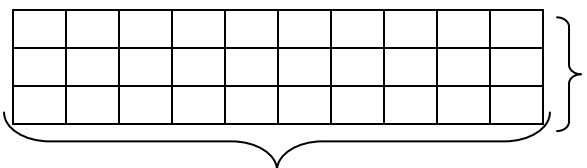
Зміна добутку в залежності від зміни множника.



5

5 * 3 = 15

- Чому дорівнює перший множник?
- Чому дорівнює другий множник?
- Чому дорівнює добуток?
- Збільшимо перший множник в 2 рази, а другий лишимо без зміни. Цю зміну будемо позначати так: (* 2).
- Як зміниться при цьому добуток?



5 * 2 = 10

5 * 3 = 15

(* 2)

- Обчислимо новий добуток:

5 + 3 = 8 + 2 7 + 3 = 10 - Попередня сума була 8 а нова сума 10. На скільки збільшилася сума? - Сума збільшилася на 2 одиниці: 10 – 8 = 2 - Ми розглянули дві суми: 5 + 3 = 8 7 + 3 = 10 - При чому верхню суму (8) порівняли з нижньою (10). - Що ми побачили? В цих сумах однакові другі доданки (3), відрізняються вони першими доданками (5 та 7). - Як ми змінили перший доданок? (Ми його збільшили на 2 одиниці.) Як при цьому змінилася сума? (Вона теж збільшилася на 2 одиниці.) - Який висновок можна зробити? (Якщо перший доданок збільшити на 2 одиниці, а другий лишити без змін, то й сума теж збільшиться на 2 одиниці.) - А тепер порівняємо більшу нижню суму (10) з меншою (8). 5 + 3 = 8 7 + 3 = 10	5 * 3 = 15 (* 2) 10 * 3 = 30 - Попередній добуток був 15, а новий добуток 30. У скільки разів збільшився добуток? - Добуток збільшився в 2 рази: 30 : 15 = 2 - Ми розглянули два добутки: 5 * 3 = 15 10 * 3 = 30 - При чому верхній добуток (15) порівняли з нижнім (30). - Що ми побачили? В цих добутках однакові другі множники (3), відрізняються вони першими множниками (5 та 10). - Як ми змінили перший множник? (Ми його збільшили в 2 рази). Як при цьому змінився добуток? (Він теж збільшився в 2 рази.) - Який висновок можна зробити? (Якщо перший множник збільшити в 2 рази, а другий лишити без змін, то й добуток теж збільшиться в 2 рази.) - А тепер порівняємо більший нижній добуток (30) з меншим (15). 5 * 3 = 15 10 * 3 = 30
- Як тут змінюється перший доданок? Як змінюється сума? - Ми бачимо: якщо доданок 7 зменшили на 2 одиниці, то й сума 10 зменшиться на 2 одиниці: (10 – 8 = 2). - Висновок: доданок і сума змінюються в одному й тому самому напрямку. Після розгляду кількох прикладів робимо висновок: *Якщо один із доданків* збільшити / зменшити *на декілька одиниць, а інший доданок залишити без змін, то сума* збільшиться / зменшиться *на стільки ж одиниць.*	- Як тут змінюється перший множник? Як змінюється добуток? - Ми бачимо: Якщо множник 10 зменшити в 2 рази, то й добуток 30 зменшиться в 2 рази: (30 : 15 = 2). - Висновок: Множник і добуток змінюються в одному й тому самому напрямку. Після розгляду кількох прикладів робимо висновок: *Якщо один із множників* збільшити / зменшити *у декілька разів, а інший множник залишити без змін, то добуток* збільшиться / зменшиться *у стільки ж разів.*

- Запишімо висновок в загальному вигляді:

$$a + в = c$$
$$(a + x) + в = (a + в) + x = c + x$$
$$(a – x) + в = (a + в) – x = c – x$$

1. Порівняйте верхню суму з нижньою сумою (згідно напрямку, що показано стрілочками) Розкажи відповідне правило.

50 + 30 = 80
+20 +20
70 + 30 = 100

Порівняйте нижню суму з верхньою (згідно напрямку стрілок):

50 + 30 = 80
-20 -20
30 + 30 = 60

Зауваження. Запис –20 означає зменшення числа на 20.

2. В наступному прикладі треба зменшити перший доданок на 10 одиниць. Як зміниться при цьому сума?

60 + 30 = 90
-10 -10
50 + 30 = □

Дана сума двох доданків:

10 + 6 = 16

Збільшить другий доданок на 3 одиниці. Як зміниться при цьому сума? Напишіть перепущені числа:

10 + 6 = 16
+ 3 + 3
10 + □ = □

3. Розкажіть про зміну суми за наступним записом. Вставте перепущені числа:

1000 + 200 = 1200
- □ - □
1000 + □ = 1100

4. Перший доданок – деяке число, другий доданок – 3. Перший доданок зменшили на 5 одиниць. Як зміниться при цьому сума? Вставте перепущені числа:

□ + 3 = □
- 5 □
□ + 3 = □

- Запишімо висновок в загальному вигляді:

$$a * в = c$$
$$(a * x) * в = (a * в) * x = c * x$$
$$(a : x) * в = (a * в) : x = c : x$$

1. Порівняйте верхній добуток з нижнім добутком (згідно напрямку, що показано стрілочками) Розкажи відповідне правило.

50 * 3 = 150
(*2) (*2)
100 * 3 = 300

Порівняйте нижній добуток з верхнім (згідно напрямку стрілок):

50 * 3 = 150
(:2) (:2)
25 * 3 = 75

Зауваження. Запис (:2) означає зменшення числа в 2 рази.

2. В наступному прикладі треба зменшити перший множник в 10 раз . Як зміниться при цьому добуток?

60 * 10 = 600
(:10) (:10)
6 * 10 = □

Дан добуток двох множників:

10 * 6 = 60

Збільшить другий множник в 3 рази. Як зміниться при цьому добуток? Напишіть перепущені числа:

10 * 6 = 60
* 3 * 3
10 * □ = □

3. Розкажіть про зміну добутку за наступним записом. Вставте перепущені числа:

100 * 12 = 1200
(: □) (: □)
100 * □ = 400

4. Перший множник – деяке число, другий множник – 2. Перший множник зменшили в 5 раз. Як зміниться при цьому добуток? Вставте перепущені числа:

□ * 2 = □
(:5) □
□ * 2 = □

Розкажіть про зміну суми за наступним записом. Заповніть віконця:

□ + 10000 = □
-500 □
□ + □ = 25000

5. Коли сума не зміниться?

200 + 400 = □
+ 10 - 10
210 + 390 = □

Якщо один із доданків збільшити на кілька одиниць, а інший зменшити на стільки ж одиниць, то сума не зміниться.

Такий висновок можна зробити на підставі застосування обох правил разом.

600 + 200 = □
-50 +50
550 + 250 = □

Розкажіть про зміну добутку за наступним записом. Заповніть віконця:

□ * 100 = 800
(:10) □
□ * 10 = □

5. Коли добуток не зміниться?

20 * 6 = □
(*2) (:2)
40 * 3 = □

Якщо один із множників збільшити у кілька разів, а інший зменшити у стільки ж разів, то добуток не зміниться.

Такий висновок можна зробити на підставі застосування обох правил разом.

40 * 8 = □
(:4) (*4)
10 * 32 = □

Зміна різниці в залежності від зміни зменшуваного

8 – 2 = 6

- Назвіть зменшуване, від'ємник, різницю.
- Збільшимо зменшуване на 3 одиниці, а від'ємник залишимо сталим:

8 – 2 = 6
+ 3
11 – 2 = 9

- Порівняйте попередню і нову різницю. На скільки збільшилася різниця?
- Різниця збільшилася на 3 одиниці? (9 – 6 = 3)
- Ми розглянули дві різниці:

8 – 2 = 6
+ 3 +3
11 – 2 = 9

- Що ми змінили в першій різниці? Ми збільшили зменшуване на 3.
- Що сталося з різницею? Вона теж збільшилася на 3.
- Який можна зробити висновок? Якщо зменшуване збільшити на 3. а від'ємник залишити без змін, то й різниця збільшиться на 3.
- Порівняємо другу рівність з першою. Як

Зміна частки в залежності від зміни діленого

8 : 2 = 4

- Назвіть ділене, дільник, частку.
- Збільшимо ділене в 3 рази, а дільник залишимо сталим:

8 : 2 = 4
(* 3)
24 : 2 = 12

- Порівняйте попередню і нову частку. На скільки збільшилася частка?
- Частка збільшилася в 3 рази? (12 : 4= 3)
- Ми розглянули частки:

8 : 2 = 4
(* 3) (*3)
24 : 2 = 12

- Що ми змінили в першій частці? Ми збільшили ділене в3 рази.
- Що сталося з часткою? Вона теж збільшилася в 3 рази.
- Який можна зробити висновок? Якщо ділене збільшити в 3 рази, а дільник лишити без змін, то й частка збільшиться в 3 рази.
- Порівняємо другу рівність з першою. Як змінюється ділене?

змінюється зменшуване?
- А на скільки більше друге зменшуване за перше? (на 3.)
- А зараз порівняємо більшу різницю з меншою. На скільки вона більше?
- На 3 (9 – 6 = 3)
- Таким чином: якщо зменшуване зменшити на 3, а від'ємник лишити сталим, то й різниця зменшиться на 3.
- *Висновок. Зменшуване і різниця змінюються в одному й тому самому напрямі, сталому від'ємнику .*

Якщо зменшуване $\frac{\textit{збільшити}}{\textit{зменшити}}$ *на декілька одиниць, а від'ємник залишити без змін, то різниця* $\frac{\textit{збільшиться}}{\textit{зменшиться}}$ *на стільки ж одиниць.*

- Запишімо ці правила буквами:

$$a - в = c$$
$$(a + x) - в = (a - в) + x = c + x$$
$$(a - x) - в = (a - в) - x = c - x$$

1. Порівняйте відповідні два приклади. Розкажіть відповідні правило.

80 – 30 = 50
+ 20 □
100 - 30 = 70

2. В наступному прикладі треба зменшити зменшуване на 7 одиниць. Як зміниться при цьому різниця?

21 – 10 = 11
- 7 □
14 - 10 = □

3. Дана різниця: 16 – 2 = 14
Збільшить зменшуване на 10 одиниць. Як зміниться при цьому різниця?

16 – 2 = 14
+ 10 □
26 - 2 = □

4. Зменшуване деяке число, від'ємник – 30. Зменшуване зменшили на 5 одиниць. Як зміниться при цьому різниця? Складіть такі приклади:

- У скільки разів більше друге ділене за перше? (у 3.)
- А зараз порівняємо більшу частку з меншою. У скільки разів вона більше?
- У 3 (12 : 4 = 3)
- Таким чином: якщо ділене зменшити у 3 рази, а дільник лишити сталим, то й частка зменшиться в 3 рази.

- *Висновок. Ділене і частка змінюються в одному й тому самому напрямі, при сталому дільнику.*

Якщо ділене $\frac{\textit{збільшити}}{\textit{зменшити}}$ *у декілька разів, а дільник залишити без змін, то частка* $\frac{\textit{збільшиться}}{\textit{зменшиться}}$ *у стільки ж разів.*

- Запишімо ці правила буквами:

$$a : в = c$$
$$(a * x) : в = (a : в) * x = c * x$$
$$(a : x) : в = (a : в) : x = c : x$$

1. Порівняйте відповідні два приклади. Розкажіть відповідні правило.

150 : 3 = 50
(* 2) (*2)
300 : 3 = 100

2. В наступному прикладі треба зменшити ділене в 7 разів. Як зміниться при цьому частка?

2100 : 3 = 700
(: 7) □
300 : 3 = □

3. Дана частка: 160 : 4 = 40
Збільшить ділене в 10 разів. Як зміниться при цьому частка?

160 : 4 = 40
(*10) □
1600 : 4 □

4. Ділене деяке число, дільник – 2.Ділене зменшили в 5 разів. Як зміниться при цьому частка?
Складіть такі приклади:

□ – 30 = □
- 5 □
□ - 30 = □

5. Зменшуване – 500. Від'ємник деяке число. Коли змінили зменшуване, різниця збільшилася на 100 (від'ємник лишили сталим). Як змінили зменшуване? Складіть такий приклад:

500 – □ = □
□ + 100
□ - □ = □

6. Порівняйте дві різниці:

10 - 8 = □
+2 +2
12 - 10 = □

Якщо зменшуване і від'ємник збільшити (зменшити) на одне й те саме число, то різниця не зміниться.

Напишіть перепущені числа:

20 - 4 = □
- 3 -3
17 - 1 = □

Поясніть, чому в двох прикладах рівні різниці.

7. Вставте перепущені числа. Розкажіть відповідні правила.

а) 300 + 100 = □
+50 - 50
350 + 50 = □

б) 40 * 8 = □
(*2) (:2)
80 * 4 = □

Зміна різниці в залежності від зміни від'ємника.

20 – 1 = 19

- Назвіть зменшуване, від'ємник, різницю.
- Залишимо зменшуване без змін, але збільшимо від'ємник на 2 одиниці:

20 - 1 = 19
+ 2 - 2
20 - 3 = 17

- Порівняйте отриману і попередню різницю. (19 – 17 = 2)
- Попередня різниця була рівна 19, нова різниця 17. Різниця зменшилася на 2 одиниці.
- Чому так сталося? Що є причиною? (Ми перед тим збільшили від'ємник на 2

□ : 2 = □
(: 5) □
□ : 2 = □

5. Ділене – 500. Дільник деяке число. Коли змінили дільник, якщо частка збільшилася в 3 рази (дільник лишили сталим). Як змінили ділене? Складіть такий приклад:

500 : □ = □
□ (*3)
□ : □ = □

6. Порівняйте дві частки:

20 : 4 = □
(*2) (*2)
40 : 8 = □

Якщо ділене і дільник збільшити (зменшити) в одне й те саме число разів, то частка не зміниться.

Напишіть перепущені числа:

300 : 6 = □
(:3) (:3)
100 : 2 = □

Поясніть, чому в двох прикладах рівні частки

7. Вставте перепущені числа. Розкажіть відповідні правила.

в) 500 - 100 = □
-50 - 50
450 - 50 = □

г) 3200 : 10 = □
(*2) (*2)
6400 : 20 = □

Зміна частки в залежності від зміни дільника.

200 : 20 = 10

- Назвіть ділене, дільник, частку.
- Залишимо ділене без змін, але збільшимо дільник у 2 рази:

200 : 20 = 10
(* 2) (: 2)
200 : 40 = 5

- Порівняйте отриману і попередню частки. (10 : 5 = 2)
- Попередня частка була рівна 10, нова частка 5. Частки зменшилася в 2 рази.
- Чому так сталося? Що є причиною? (Ми перед тим збільшили дільник в 2 рази.)

одиниці.) - Який можна зробити висновок? - Якщо від'ємник збільшити на 2 одиниці, а зменшуване залишити сталим, то різниці, навпаки, зменшиться на 2 одиниці. Ми розглядали дві різниці, при чому першу порівнювали з другою. А зараз порівняємо другу різницю з першою. - Що сталося з від'ємником? (Він зменшився на 2 одиниці.) - Що сталося з різницею? (Вона збільшилася на 2 одиниці 17 + 2 = 19) - Що цікавого ви помітили? (Якщо від'ємник зменшити на 2 одиниці, а зменшуване залишити сталим, то різниця, навпаки, збільшиться на 2 одиниці.) - *Висновок. Від'ємник і різниця змінюються в протилежних напрямах при сталому зменшуваному.* *Якщо від'ємник* $\frac{\text{збільшити}}{\text{зменшити}}$ *на декілька одиниць, а зменшуване залишити без змін, то різниця, навпаки,* $\frac{\text{зменшиться}}{\text{збільшиться}}$ *на стільки* ж *одиниць.*	- Який можна зробити висновок? - Якщо дільник збільшити в 2 рази, а ділене лишити сталим, то частка, навпаки, зменшиться в 2 рази - . Ми розглядали дві частки, при чому першу порівнювали з другою. А зараз порівняємо другу частку з першою. - Що сталося з діленим? (Він зменшився в 2 рази.) - Що сталося з часткою? (Вона збільшилася у 2 рази 10 : 5 = 2) - Що цікавого ви помітили? (Якщо дільник зменшити в 2 рази, а ділене лишити сталим, то частка, навпаки, збільшиться у 2 рази.) - *Висновок. Дільник і частка змінюються в протилежних напрямах при сталому діленому.* *Якщо дільник* $\frac{\text{збільшити}}{\text{зменшити}}$ *у декілька разів, а ділене залишити без змін, то частка, навпаки,* $\frac{\text{зменшиться}}{\text{збільшиться}}$ *у стільки* ж *разів.*
Запишімо ці правила буквами: а – в = с *а – (в + х) = с – х* *а – (в – х) = с + х* 1. Порівняйте наступні два приклади. Розкажіть відповідне правило. 80 - 30 = 50 + 10 -10 80 - 40 = 40 2. В наступному прикладі зменшите від'ємник на 2 одиниці. Як зміниться при цьому різниця? Напишіть перепущені числа: 32 - 10 = 22 -2 □ 32 - 8 = □ 3. Дана різниця: 320 – 80 = 240 Збільшимо від'ємник на 30. Як зміниться при цьому різниця? 320 - 80 = 240 + 30 □ 320 - 110 = □ 4. Зменшуване – 100, від'ємник – деяке	Запишімо ці правила буквами: а : в = с *а : (в * х) = с : х* *а : (в : х) = с * х* 1. Порівняйте наступні два приклади. Розкажіть відповідне правило. 180 : 3 = 60 (*2) (:2) 180 : 6 = 30 2. В наступному прикладі зменшите дільник в 2 рази. Як зміниться при цьому частка? Напишіть перепущені числа: 32 : 16 = 2 (:2) □ 32 : 8 = □ 3. Дана частка: 320 : 20 = 16 Збільшимо дільник у 4 рази. Як зміниться при цьому частка? 320 : 20 = 16 (*4) □ 320 : 80 = □ 4. Ділене – 200, дільник – деяке число.

число. Від'ємник зменшили на 5 одиниць. Як зміниться при цьому різниця? Напишіть перепущені числа: 100 - □ = □ - 5 □ 100 - □ = □ 5. Зменшуване – деяке число, від'ємник – 24. Коли змінили від'ємник, різниця зменшилася на 3 одиниці (Зменшуване лишилося без змін). Як змінили від'ємник? Складіть приклад: □ - 24 = □ □ - 3 □ - □ = □ 6. Розв'яжіть приклади і розкажіть про зміну різниці в залежності від зміни від'ємника: 18 - 15 = 3 □ □ 18 - 7 = 11	Дільник зменшили у 5 разів. Як зміниться при цьому частка? Напишіть перепущені числа: 200 : □ = □ (: 5) □ 200 : □ = □ 5. Ділене – деяке число, дільник – 24. Коли змінили дільник, частка зменшилася в 3 рази (Ділене лишилося без змін). Як змінили дільник? Складіть приклад: : 24 = □ □ □ (:3) □ : □ = □ 6. Розв'яжіть приклади і розкажіть про зміну частки в залежності від зміни дільника: 24 : 3 = 8 □ □ 24 : 6 = 4

Знання про ЗРАДПЗК є теоретичною основою для окремих обчислювальних прийомів: округлення при додаванні і відніманні; множенні на 5, 50, 25 й тощо. Наприклад:

$$24 + 78 = 24 + 80 - 2 = 104 - 2 = 102$$

Тут ми застосовуємо правило: якщо один із доданків збільшиться на 2, то й сума збільшиться на 2. Тому ,щоб сума не змінилася, треба від отриманого результату відняти 2.

$$56 - 37 = 56 - 40 + 3 = 16 + 3 = 19$$

Тут застосовуємо таке правило: якщо від'ємник збільшити на 3, то різниця зменшиться на 3. Тому , щоб різниця не змінилася, треба до отриманого результату додати 3.

$$36 * 5 = 36 * 10 : 2 = 360 : 2 = 180$$

Тут застосовуємо правило: якщо один із множників збільшити в 2 рази, то й добуток збільшиться в 2 рази. Тому, щоб добуток не змінився, треба отриманий результат поділити на 2.

Аналогічно: $36 * 50 = 36 * 100 : 2 = 3600 : 2 = 1800$

$$36 * 500 = 36 * 1000 : 2 = 36000 : 2 = 18000$$

Якщо ділене закінчується нулями, то аналогічно можна виконувати ділення на 5, 50, 500:

$$620 : 5 = 620 : 10 * 2 = 62 * 2 = 124$$

Тут застосовуємо правило: якщо дільник збільшити в 2 рази, то частка зменшиться в 2 рази. Тому, щоб частка лишилася незмінною, треба отриманий результат помножити на 2.

Аналогічно: 1300 : 50 = 1300 : 100 * 2 = 13 * 2 = 26

83000 : 500 = 83000 : 1000 * 2 = 83 * 2 = 166

Але , цей прийом можна застосовувати не для всіх випадків, а лише тоді, коли в дільнику є достатня кількість нулів, щоб його поділити на розрядну одиницю.

Так само розглядається множення і ділення на 25, 250:

32 * 25 = 32 * 100 : 4 = 3200 : 4 = 800

56 * 250 = 56 * 1000 : 4 = 56000 : 4 = 12000

Тут застосовується правило: якщо один із множників збільшити в 4 рази, то й добуток збільшиться в 4 рази. Для того, щоб добуток не змінився треба отриманий результат зменшити в 4 рази.

При діленні на 25, 250 слід мати на увазі, що ділене повинно закінчуватися достатньою кількістю нулів:

3100 : 25 = 3100 : 100 * 4 = 31 * 4 = 124

76000 : 250 = 76000 : 1000 * 4 = 76 * 4 = 304

Тут застосовується правило: якщо дільник збільшимо в 4 рази, то частка зменшиться в 4 рази. Тому, щоб частка не змінилася треба результат збільшити в 4 рази.

Таким чином, на підставі знань про ЗРАДПЗК можна ввести наступні прийоми раціонального множення і ділення:

a * 5 = a * 10 : 2 a * 50 = a * 100 : 2 a * 500 = a * 1000 : 2	a * 25 = a * 100 : 4 a * 250 = a * 1000 : 4 a * 2500 = a * 10000 : 4	a * 125 = a * 1000 : 8 a * 1250 = a * 10000 : 8
a : 5 = a : 10 : 2 a : 50 = a : 100 * 2 a : 500 = a : 1000 * 2	a : 25 = a : 100 * 4 a : 250 = a : 1000 * 4 a : 2500 = a : 10000 * 4	a : 125 = a : 1000 * 8 a :1250 = a : 10000 * 8

Узагальнення обчислювальних прийомів додавання і віднімання в межах 1000.

Узагальнення прийому додавання і віднімання на підставі правила $\frac{\text{додавання}}{\text{віднімання}}$

суми $\frac{\text{до}}{\text{від}}$ *числа (по частинах).*

Учні згадують, як додають і віднімають двоцифрові числа по частинах:

Пам'ятка

Додавання і віднімання по частинах

Щоб додати чи відняти число по частинах, треба :

1) це число подати у виді суми зручних або розрядних доданків;

2) по черзі додати чи відняти ці доданки.

Наприклад:

27 + 15 = 27 + 3 + 12 = 30 +1 2 = 42

27 + 15 = 27 + 10 + 5 = 37 + 5 = 42

23 – 15 = 23 – 13 – 2 = 10 – 2 = 8

23 – 15 = 23 – 10 – 5 = 13 – 5 = 8

Теоретичною основою способу додавання і віднімання по частинах є правила:

додавання суми до числа - $a + (в + с) = \begin{cases} (a + в) + с \\ (a + с) + в \end{cases}$

віднімання суми від числа - $a – (в + с) = \begin{cases} (a – в) - с \\ (a – с) – в \end{cases}$

Узагальнюємо спосіб додавання і віднімання на підставі цих правил на випадки додавання і віднімання трицифрових чисел.

Завдання 1. Порівняйте вирази у кожному стовпчику:

45 – 26	23 + 26	51 – 25	36 + 48
345 – 26	124 + 26	751 – 25	336 + 48
345 – 126	124 + 126	751 – 225	336 + 248

Чим відрізняються приклади кожного рядка? (В першому рядку додають та віднімають двоцифрові числа. В другому – додають та віднімають двоцифрові числа, але вже із трицифрового числа. В третьому – обидва числа є трицифровими.) Обчисліть значення виразів першого рядка. Чи можна так само міркувати для обчислення значень виразів другого рядка? Чи можна так само міркувати при обчисленні значень виразів третього рядка?

Який висновок можна зробити про неістотні ознаки застосування прийому додавання і віднімання по частинах? (Неістотним є вид чисел. Числа можуть бути двоцифрові, трицифрові....)

<u>Узагальнення прийому порозрядного додавання і віднімання.</u>

Учні згадують, як міркували при порозрядному додаванні двоцифрових чисел з переходом та без переходу через розряд; формулюють узагальнену пам’ятку :

Пам'ятка

Порозрядне додавання

1. Заміняю перший доданок сумою десятків і одиниць.
2. Заміняю другий доданок сумою десятків і одиниць.
3. Складаю десятки.
4. Складаю одиниці.
5. Складаю отримані суми.

Наприклад:

16 + 18 = 10 + 6 + 10 + 8 = 20 + 14 = 24

10+6 10+8

На конкретних прикладах актуалізуємо, як треба міркувати при порозрядному відніманні з переходом через та без переходу через розряд.

Пам'ятка

Порозрядне віднімання

1. Перевіряю: чи можна з одиниць зменшуваного відняти одиниці від'ємника:

Так *Ні*

2. Заміняю зменшуване сумою

розрядних *зручних*

доданків

3. Віднімаю десятки.
4. Віднімаю одиниці.
5. Складаю отримані різниці.

Наприклад:

35 – 14 = 30 + 5 – 10 – 4 = 20 + 1 = 21 *42 – 15 = 30 + 12 – 10 - 5 = 20 + 7 = 27.*

30+5 10+4 *30+12 10+5*

Завдання 2. Порівняйте суми та різниці у кожному стовпчику:

56 + 34 78 – 67 29 + 36 51 – 17

256 + 134 478 – 367 129 + 136 351 – 117

Чим відрізняються приклади в кожному стовпчику? (В першому рядку записані двоцифрові числа, а в другому – трицифрові.) Чи можна для випадків другого рядка виконувати міркування так само, як і для випадків першого рядка? Який висновок можна зробити про неістотні ознаки застосування прийму порозрядного додавання та віднімання? (Неістотною

ознакою є вид чисел: числа можуть двоцифрові, трицифрові.... Істотним є те, що окремо виконують дії з одиницями кожного розряду.)

Узагальнення прийому порозрядного додавання на випадки знаходження сум більш, ніж двох чисел.

Завдання 3. Обчислити значення сум:

34 + 67

34 + 57 + 25

Обчисліть значення першої суми , застосовуючи прийом порозрядного додавання. Чим відрізняється друга сума від першої? (В ній не два, а три доданки. Є ще доданок 25.) Чи можна при обчисленні цієї суми міркувати так само, як і в першому випадку? Який висновок можна зробити?

Пам'ятка.

Порозрядне додавання кількох чисел.

1. Додаю десятки.
2. Додаю одиниці.
3. Додаю отримані результати.

Наприклад:

26 + 17 + 85 + 43 = (20 + 10 + 80 + 40) + (6 + 7 + 5 + 3) = 150 + 21 = 171

Чи можна так само міркувати при знаходженні значення суми: 126 + 113 + 154 + 242? (Так, тут треба буде спочатку додати сотні ,потім десятки, а потім одиниці; додати отримані суми.)

Що є неістотним для порозрядного додавання кількох чисел? (Вид цих чисел: це можуть бути двоцифрові, трицифрові... числа.)

Чи можна так само міркувати при відніманні кількох чисел? (Ні, може статися, що не можна буде відняти одиниці.)

Узагальнення прийому округлення.

Завдання 4. Знайдіть значення суми , застосовуючи прийом округлення:

27 + 59

- Чи можна замінити близьким круглим числом другий доданок? (Так.)

27 + 59 = 27 + 60 – 1 = 87 – 1 = 86

- Чи можна замінити близьким круглим числом перший доданок? (Так.)

27 + 59 = 30 + 59 – 3 = 89 – 3 = 86

- Чи можна замінити обидва доданки, одночасно, близькими до них круглими числами? Спробуйте!

27 + 59 = 30 + 60 – 3 – 1 = 90 – 3 – 1 = 87 – 1 = 86

- Який висновок можна зробити? (Якщо обидва доданки закінчуються цифрами або 5 або 6 або 7 або 8 або 9, то обидва доданки одночасно можна

замінити близькими круглими числами; додати ці круглі числа, а потім відняти стільки одиниць, на скільки більше додали.) Отже для прийому округлення не є істотним, який з доданків замінювати близьким круглим числом чи обидва доданки одночасно!

- Чи можна застосувати прийом округлення для обчислення значення суми: 173 + 59? (Так , один із доданків закінчується цифрою 9!)

173 + 59 = 173 + 60 - 1 = 233 – 1 = 232

- Чим відрізняється цей випадок додавання від попереднього? (В попередніх випадках ми додавали лише двоцифрові числа, а в цьому – ми до трицифрового числа додавали двоцифрове, також застосовуючи прийом округлення.)

- Обчислить значення суми 397 та 211.

397 + 214= 400 + 214 - 3 = 614- 3 = 611

- Чим цей випадок відрізняється від попередніх? (Тут додавали трицифрові числа. Ми також застосували прийом округлення. Можна зробити висновок: прийом округлення можна застосовувати і для трицифрових чисел.)

- Порівняйте суму чисел 347 та 214 з попередньою. (В них різні перші доданки. В попередньому випадку перший доданок був близьким до розрядного числа , а в цьому – близьке до круглого 350.)

- Чи можна для обчислення цієї суми застосувати прийом округлення? (Так: 347 + 214 = 350 + 214 – 3 = 564 – 3 = 561)

- Який висновок можна зробити? (Істотним є лише те, щоб хоч би один із доданків закінчувався цифрою або 5 або 6 або 7 або 8 або 9. Неістотним є – яке це число: одноцифрове, двоцифрове, трицифрове....)

Завдання 5. Знайдіть значення різниці способом округлення.

54 – 28

54 – 28 = 54 – 30 + 2 = 24 + 2 = 26

- Які істотні ознаки застосування прийому округлення при відніманні? (Треба, щоб від'ємник закінчувався цифрою або 5 або 6 або 7 або 8 або 9. Тоді його замінюють близьким круглим числом. Далі віднімають це кругле число з зменшуваного. Потім визначають на скільки більше відняли, стільки ж одиниць й додають.)

- Чи можна так само міркувати при відніманні: 354 – 128? (Так, від'ємник 128 закінчується цифрою 8, тому його можна замінити близьким круглим числом 130...)

354 – 128 = 354 – 130 + 2 = 224 + 2 = 226

- Чим цей випадок відрізняється від попереднього?

- Яка ж ознака є неістотною для застосування прийому округлення зменшуваного? (Неістотним є вид від'ємника: він може бути одноцифровим, двоцифровим, трицифровим... числом.)

- Як треба міркувати при відніманні , застосовуючи прийом округлення?

- Чим відрізняються способи округлення для віднімання та додавання? (При додаванні можна будь-який доданок замінювати близьким круглим

числом, а при відніманні – лише від’ємник! При додаванні можна один або обидва доданки одночасно замінювати близьким круглим числом, а при відніманні – лише одне число – від’ємник ; зменшуване не можна замінювати круглим числом ! При додаванні відхилення віднімають ,а при відніманні – навпаки – додають.)

- Що спільного у додавання та віднімання способом округлення? (В обох випадках число замінюють близьким круглим числом, і далі виконують дію вже з круглим числом. Потім з’ясовують на скільки більше додали чи відняли і віднімають чи додають стільки ж одиниць.)

Пам'ятка

Додавання (віднімання) способом округлення

Якщо один з *доданків* чи *від'ємник* закінчується цифрою:
5 або 6 або 7 або 8 або 9, то:

1. Замінюю це число близьким круглим числом.
2. Додаю (віднімаю) кругле число.
3. Визначаю на скількох більше одиниць додали (відняли).
4. Віднімаю (додаю) стільки ж одиниць.
5. Читаю (записую) відповідь.

Наприклад:

73 + 19 =73 + 20 – 1=93 – 1 = 92
73 - 19 = 73 - 20 +1 = 53 + 1 = 54

Узагальнення обчислювальних прийомів додавання і віднімання пропонуємо на прикладі обчислення суми та різниці трицифрових чисел кількома способами:

Завдання 6. Обчислити суму та різницю різними способами:

570 + 280 860 – 370

1.Прийом укрупнення розрядних одиниць.

Пам'ятка

Прийом укрупнення розрядних одиниць

1. Замінюю кожне число однаковими більш крупними розрядними одиницями.
2. Додаю (віднімаю) розрядні числа.
3. Подаю результат у одиницях.

Наприклад:
570 + 280 = 57дес. + 28 дес. = 85 дес. = 850
860 – 370 = 86 дес. - 37 дес. = 49 дес. = 490

2. *Прийом порозрядного додавання і віднімання.*

Пам'ятка

Прийом порозрядного додавання і віднімання

1. Замінюю кожне число сумою розрядних (зручних) доданків.
2. Додаю (віднімаю) однакові розрядні числа .
3. Додаю отримані результати.

Наприклад:

570 + 280 = 500 + 70 + 200 + 80 = 700 + 150 = 850

860 – 370 = 800 + 60 – 300 – 70 = 400 + 90 = 490

3. *Прийом додавання суми до числа та віднімання суми від числа.*

Пам'ятка

Прийом $\frac{\textit{додавання}}{\textit{віднімання}}$ ***суми*** $\frac{\textit{до}}{\textit{від}}$ ***числа***

1. Замінюю друге число сумою розрядних (зручних) доданків.
2. Додаю (віднімаю) перший доданок .
3. Додаю (віднімаю) другий доданок.

Наприклад:

570 + 280 = 570 + 200 + 80 = 770 + 80 = 850

570 + 30 + 250 = 600 + 250 = 850

860 – 370 = 860 – 300 – 70 = 560 – 70 = 490

860 – 60 – 310 = 800 – 310 = 490

4. *Прийом додавання числа до суми та віднімання числа від суми.*

Пам'ятка

Прийом $\frac{\textit{додавання}}{\textit{віднімання}}$ ***числа*** $\frac{\textit{до}}{\textit{від}}$ ***суми***

1. Замінюю перше число сумою розрядних (зручних) доданків.
2. Додаю (віднімаю) до (від) $\frac{\textit{першого}}{\textit{другого}}$ доданка число .

3. Додаю до отриманого результату $\frac{\textit{другий}}{\textit{перший}}$ доданок.

Наприклад:

570 + 280 = 500 + 70 + 280 = 780 + 70 = 850

550 + 20 + 280 = 550 + 300 = 850

860 – 370 = 800 + 60 – 370 = 430 + 60 = 490

770 + 90 – 370 = 400 + 90 = 490

5. <u>Прийом округлення.</u>

570 + 280 = 600 + 280 – 30 = 880 – 30 = 850

570 + 300 – 20 = 870 – 20 = 850

860 – 370 = 900 – 370 – 40 = 530 – 40 = 490

860 – 400 + 30 = 460 + 30 = 490

Узагальнення обчислювальних прийомів поза табличного множення і ділення

Знаходження результатів добутку та частки у певних випадках обчислення можна знаходити різними способами:

Множення і ділення розрядного числа на одноцифрове

Прийом укрупнення розрядних одиниць	40 * 2 = 4д. * 2 = 8д. = 80 300 * 3 = 3с. * 3 = 9с. = 900 40 : 2 = 4д. : 2 = 2д. = 20 600 : 3 = 6с. : 3 =2с. = 200
Прийом на підставі множення (ділення) добутку на число	40 * 2 = (4 * 10) * 2 = (4 * 2) * 10 =80 300 * 3 = (3*100) * 3 = (3*3)*100=900 40 : 2 = (4 * 10) : 2 = (4 : 2) * 10 = 20 600 : 3 = (6*100): 3 = (6 : 3)*100 =200

Ділення розрядного числа на розрядне

Прийом укрупнення розрядних одиниць	40 : 20 = 4д. : 2д. = 2 360 : 30 = 36д. : 3д. =12
Прийом на підставі ділення числа на добуток	40 : 20 = 40 : (2 * 10) = (40 : 10) : 2 =2 360 : 30 = 360 : (3 * 10) = (360 : 10) : 3 = 12
Прийом на підставі конкретного змісту дії ділення	60 : 20 = 3 , тому що 3 * 20 = 60 2 * 20 = 40, 40 не дорівнює 60 3 * 20 = 60, 60 = 60

Множення і ділення двоцифрового і трицифрового числа на одноцифрове

Прийом на підставі множення (ділення) суми на число	17 * 4 = (10 + 7) * 4 = 10*4 + 7*4 =68 320 * 3 = (300 + 20) * 3 = 300*3 + 20*3 = 960 45 : 3 = (30 + 15) : 3 = 30:3 + 15: 3 = 15 240 : 5 = (200 + 40) : 5 = 200:5 + 40 : 5 = 48

Ділення двоцифрового числа на двоцифрове

Прийом на підставі ділення числа на добуток	72 : 36 = 72 : (9 * 4 0 = (72 : 9) : 4 = 2 144 : 24 = 144 : (6 * 4) = (144 : 6) : 4 = 6
Прийом на підставі конкретного змісту дії ділення.	51 : 17 = 3, тому що 17 * 3 = 51

Таким чином, усі випадки поза табличного множення і ділення можна обчислити застосовуючи прийоми :

1. Укрупнення розрядних одиниць.
2. На підставі множення (ділення) добутку на число.
3. На підставі ділення числа на добуток.
4. На підставі конкретного змісту дії ділення.
5. На підставі множення (ділення) суми на число.

Оскільки ці прийоми застосовуються для різних випадків обчислення, то при повторенні матеріалу слід узагальнити зміст обчислювального прийому для різних випадків обчислення. Результати узагальнення наведемо в формі пам’яток.

Пам’ятка

Прийом укрупнення

1. Замінюю круглі числа більш крупними розрядними одиницями: десятками, сотнями...
2. Виконую $\frac{\textit{множення}}{\textit{ділення}}$. Пам’ятаю, що при діленні іменованого числа на відлучене число отримаємо іменоване число; при ділені іменованого числа на іменоване – отримаємо відлучене число.
3. Записую (читаю) відповідь.

40 * 2 = 4д. * 2 = 8д. = 80	320 * 3 = 32д. * 3 = 96д. = 960
40 : 2 = 4д. : 2 = 2д. = 20	360 : 3 = 36д. : 3 =12д. = 120
40 : 20 = 4д. : 2д. = 2	360 : 30 = 36д. : 3д. =12

Пам’ятка

Прийом на підставі множення (ділення) добутку на число

1. Замінюю розрядне число добутком числа і розрядної одиниці.
2. $\frac{Переменожую.числа}{Ділю.перший.множник.на.дільник}$
3. Результат множу на розрядну одиницю.

40 * 2 = (4 * 10)* 2 = (4 * 2) * 10 =80 320 * 3 = (32*10) * 3 = (31*3) *10=960
40 : 2 = (4 * 10) : 2 = (4 : 2) *10 =20 360 : 3 = (36 * 10) : 3 =(36 : 3)*10 =120

Пам’ятка

Прийом на підставі ділення числа на добуток

1. Замінюю дільник добутком двох чисел.
2. Застосовую правило ділення числа на добуток: спочатку ділю на один множник, а потім результат ділю на інший множник.

40 : 20 = 40 : (2 * 10)=(40:10): 2 =2 360 : 30 = 360 : (3*10) = (360:10):3 = 12
72 : 36 = 72 : (9 * 4) = (72 : 9): 4 = 2 144 : 24 = 144 : (6 * 4) = (144 : 6) : 4 = 6

Пам’ятка

Прийом на підставі конкретного змісту дії ділення

1. Розділити число *а* на число *в,* означає знайти таке число *с,* яке при множенні на дільник *в*, дає ділене *а.*

*а : в = с , тому що с * в = а*

2. Підбираю таке число.

60 : 20 = 3 , тому що 3 * 20 = 60 2 * 20 = 40, 40 не дорівнює 60 3 * 20 = 60, 60 = 60	51 : 17 = 3, тому що 17 * 3 = 51 Шукаю таке число, яке при множенні на одиниці дільника 7, дає результат, що закінчується одиницями діленого – 1. Це число 3.

Пам’ятка

Прийом на підставі множення (ділення) суми на число

1. Подаю двоцифрове число у вигляді суми двох доданків.
2. $\frac{Множу}{Ділю}$ кожний доданок на число.
3. Додаю отримані результати.

17 * 4 = (10 + 7)*4 = 10*4 + 7*4 =68 320 * 3 = (300+20)*3=300*3 + 20*3=960
45 : 3 = (30 + 15) : 3= 30:3 + 15: 3=15 240 : 5 = (200+40):5= 200:5 + 40 : 5 = 48

До випадків поза табличного ділення відноситься ділення з остачею. Наведемо алгоритм виконання ділення з остачею.

Ділення з остачею

Пам’ятка

1. Називаю усі числа, які менші за ділене й діляться на дільник.
2. Найбільше з них ділю на дільник і результат записую в частці.
3. Віднімаю знайдене число від діленого, отримую остачу.
4. Записую розв’язання.

Наприклад: 16 : 3

1) 3,6,9,12,15.
2) 15 : 3 = 5 – частка
3) 16 – 15 = 1 – остача
4) 16 : 3 = 5 (ост 1.)

В 4-му класі учнів можна познайомити з раціональними способами обчислення добутку та частки. Розглянемо ці прийоми.

Правило множення на 9, 99, 999

Прийом подання одного з множників у вигляді різниці двох чисел.

a * 9 = a * 10 - a
a * 99 = a * 100 - a
a * 999 = a * 1000 - a

23 * 9 = 23 * 10 – 23 = 230 – 23 = 207
7 * 99 = 7 * 100 – 7 = 700 – 7 = 693

Правило множення у випадках, якщо один з множників близький до розрядного двоцифрового або трицифрового числа

Прийом подання одного з множників у вигляді різниці двох чисел.

Наприклад:
68 * 5 = (70 – 2) * 5 = 70 * 5 – 2 * 5 = 350 – 10 = 340
599 * 8 = (600 – 1) * 8 = 600 * 8 – 8 = 4800 – 8 = 4792

Правило множення на 11 , 101, 1001

Прийом подання одного з множників добутку у вигляді суми двох чисел.

a * 11 = a * 10 + a
a * 101 = a * 100 + a
a * 1001 = a * 1000 + a

47 * 11 = 47 * 10 + 47 =470 + 47 = 517 23 * 101 = 23 * 100 + 23 = 2323

Існує інше правили множення на 11: щоб помножити двоцифрове число на 11, достатньо роздвинути його цифри і вставити між ними їх суму; при чому,

якщо ця сума є двоцифровим числом, то її одиниці вставляються між цифрами даного числа, а десятки додаються до першої цифри .

Наприклад: 53 * 11

знаходимо суму 5 + 3 = 8;

роздвигаємо цифри числа 53 , вставляємо між ними цифру 8, отримуємо відповідь: 53 * 11 = 583.

58 * 11

знаходимо суму 5 + 8 = 13;

роздвигаємо цифри числа 58, вставив між ними цифру 3, десятки збільшуємо на 1 (5 + 1 = 6), отримуємо відповідь: 58 * 11 = 638

Для того, щоб двоцифрове число помножити на 101, достатньо два рази записати дане число.

Прийом множення чисел, які менші за 20

Щоб помножити два числа, які менші за 20, достатньо додати к першому одиниці другого, до результату дописати нуль і додати добуток одиниць. Наприклад: 18 * 13:

1) до першого числа додаємо одиниці другого 18 + 3 = 21;

2) приписуємо до результату нуль ;

3) додаємо добуток одиниць, отримуємо відповідь: 210 + 8 * 3 = 234

Таким чином, ми не лише узагальнили усі обчислювальні прийоми поза табличного множення і ділення, а й познайомили з раціональними прийомами усного множення .

Узагальнення знань учнів про складені задачі.

Задачі на знаходження четвертого пропорційного.
Ускладнені задачі на знаходження четвертого пропорційного.
Задачі на спільну роботу.

Задача 1. За 3 рейси човняр перевіз через річку 18 чоловік. Скільки чоловік він зможе перевезти за 7 рейсів?

- Про що розповідається в задачі? Які величини можна виділити? (Загальна кількість людей, кількість людей за 1 рейс та кількість рейсів.)
- Запишімо задачі коротко в формі таблиці.

	Загальна кількість людей	Кількість людей за 1 рейс	Кількість рейсів
1	18 ч.		3 р.
		однакова	
П	?		7 р.

- За коротким записом пояснюємо числа задачі. Що означає число 18? Що означає число 3? Що означає число 7? Що означає слова „однакова”?

- Яке запитання задачі?
- Чи впізнали ви задачу? (Це задача на знаходження четвертого пропорційного.)
- За яким планом розв'язуються задачі на знаходження четвертого пропорційного? (Першою дією дізнаємося про однакову величину – про кількість людей за 1 рейс. Другою дією відповідаємо на запитання задачі – дізнаємося про загальну кількість людей за 7 рейсів.)
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням або виразом.

1) 18 : 3 = 6 (ч.) – кількість людей за 1 рейс;
2) 6 * 7 = 42 (ч.) – загальна кількість людей за 7 рейсів.

Або 18 : 3 * 7 = 42 (ч.)

Відповідь: 42 чоловіка зможе перевезти човняр через річку за 7 рейсів.

18, 3, 7, [42] - пряма задача.

[18], 3 , 7, 42 – перша обернена задача.

„ За 7 рейсів човняр перевіз через річку 42 людини. Скільки чоловік він зможе перевезти за 3 рейси?"

Розв'язання:

1) 42 : 7 = 6 (ч.) – кількість людей за 1 рейс;
2) 6 * 3 = 18 (ч.) – кількість людей за 3 рейси.

Відповідь: 18 чоловік.

18,[3], 7, 42 – друга обернена задача.

„За 7 рейсів човняр перевіз через річку 42 чоловіка. За скільки рейсів він перевезе 18 чоловік?"

Розв'язання:

1) 42 : 7 = 6 (ч.) – кількість людей за 1 рейс;
2) 18 : 6 = 3 – рейси.

Відповідь: за 3 рейси.

- Складіть обернену задачу, в якій запитується „За скільки рейсів човняр зможе перевезти 42 чоловіка?"

18, 3, [7], 42 – третя обернена задача.

„ За 3 рейси човняр перевіз 18 чоловік. За скільки рейсів він може перевезти 42 чоловіка?"

Розв'язання:

1) 18 : 3 = 6 (ч.) – кількість людей за 1 рейс;
2) 42 : 6 = 7 – рейсів.

Відповідь: за 7 рейсів.

Виконуються зміни у короткому записі на дошці. Учні встановлюють , що буде спільним у розв'язанні цієї та попередньої задачі (перша дія) та чим вони будуть відрізнятися (другою дією). Обернена задача розв'язується усно

, відповідь порівнюється с відповідним числом, що дане в прямій задачі, і діти роблять висновок про вірність розв'язання оберненої задачі.

- Порівняйте розв'язання прямої і оберненої задач. Чим вони відрізняються? Задачі, в яких остання дія множення – це задачі 1-го виду, задачі в яких остання дія ділення – задачі П-го виду.
- Ускладнимо задачу 1 на знаходження четвертого пропорційного. Припустимо, що потім човняр змінив човен, і в новому човні розташовувалося на 2 людини більше.

Задача 2. За 3 рейси човняр перевіз 18 чоловік. Скільки чоловік він зможе перевезти новим човном за 7 рейсів, якщо новий човен бере на борт на 2 чоловіка більше?

- Виконайте зміни у короткому записі.

	Загальна кількість людей	Кількість людей за 1 рейс	Кількість рейсів
1	18 ч.	?	3 р.
П	?	?, на 2 ч. б.	7 р.

- За коротким записом поясніть числа задачі. Яке запитання задачі?
- Чи впізнали ви задачу? (Це ускладнена задача на знаходження четвертого пропорційного – задача, пов'язана з одиничною нормою.)
- За яким планом розв'язуються задачі, пов'язані з одиничною нормою? (Першою дією дізнаються про величину однієї одиниці для першого випадку – про кількість людей в 1 човні в 1 випадку. Другою дією дізнаються про величину однієї одиниці для П випадку – про кількість людей в 1 човні для П випадку. Третьою дією відповідають на запитання задачі – дізнаємось про загальну кількість людей у П випадку.)
- Запишіть розв'язання задачі по діях з поясненням або виразом.

3) 18 : 3 = 6 (ч.) – кількість людей за 1 рейс в 1;
4) 6 + 2 = 8 (ч.) – кількість людей за 1 рейс в П;
5) 8 * 7 = 56 (ч.) – загальна кількість людей в П.

(18 : 3 + 2) * 7 = 56 (ч.)

Відповідь: 56 чоловік зможе перевезти човняр за 7 рейсів новим човном.

- Порівняйте цю задачу с задачею 1. Чим вони схожі? (В обох задачах описується одна й та сама ситуація – перевезення пасажирів човном, обидві задачі містять однакові величини: загальну кількість людей, кількість людей за 1 рейс, кількість рейсів; обидві задачі мають два випадки.) Чим відрізняються ці задачі? (В першій задачі, кількість людей в одному човні для 1 та П випадків однакова, а в другій – неоднакова, у П випадку в одному човні розташовуються на 2 чоловіка більше.) Отже в першій задачі „величина 1 одиниці" однакова для обох випадків, а в другій - „величина 1 одиниці" виражена різницевим відношенням.
- Скількома діями розв'язується задача на знаходження четвертого пропорційного? (Двома.) Скількома діями розв'язується ускладнена задача? (Трьома.) Чому? (Тому що задача на знаходження четвертого пропорційного

містить однакову величину для обох випадків: визначивши „величину 1 одиниці” для першого випадку ми будемо її знати і для другого випадку. А в ускладненій задачі, треба окремою арифметичною дією дізнатися про „величину 1 одиниці” в П випадку.)

- Складіть і розв’яжіть усно обернену задачу, в якій шуканим буде число 7.

18, 3, 2, 7 , 56 - пряма задача.

18, 3, 2, 7, 56 – обернена задача.

„ За 3 рейси човняр перевіз 18 чоловік. За скільки рейсів він перевезе 56 чоловік на новому човні, якщо він бере на 2 людини більше?”

Розв’язання.

1) Скільки чоловік перевозив човняр за 1 рейс на старому човні?

18 : 3 = 6 (ч.)

2) Скільки чоловік перевозив човняр за 1 рейс на новому човні?

6 + 2 = 8 (ч.)

3) За скільки рейсів на новому човні човняр перевезе 56 чоловік?

56 : 8 = 7 рейсів

Відповідь: за 7 рейсів.

- Порівняйте розв’язання прямої і оберненої задач. Чим вони відрізняються? Задачі, в яких остання дія множення – це задачі 1-го виду, задачі в яких остання дія ділення – задачі П-го виду.
- Повернемося до задачі 1. Запишіть її коротко у схематичній формі.

3 р. – 18 ч.

7 р. - ? ....

- Яким способом ми розв’язали задачу на знаходження четвертого пропорційного? (Способом наведення до 1. Тому , що ключем до розв’язання є „величина 1 одиниці” – однакова величина.)
- Ускладнимо задачу 1. Припустимо, що працював не один човняр, а 2 човняра. Як ви вважаєте за 3 рейси 2 човняра перевезуть більше чи менше чоловік, ніж 18? Більше. Якщо в них будуть однакові човни, то вони перевезуть в 2 рази більше людей, 36.

Задача 3. За 3 рейси 2 човняра перевезли 36 чоловік. Скільки чоловік перевезе 1 човняр за 7 рейсів.

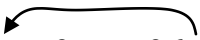
- Порівняйте задачу 3 та задачу 1. Чим вони схожі? (Одна й та сама ситуація – перевезення людей човном.) Чим вони відрізняються? (В першій задачі перевозив людей тільки один човняр, а в другій 2 човняра.)
- Виконайте зміни у короткому записі задачі 1, щоб отримати короткий запис задачі 3.

2 ч., 3 р. – 36 ч.

1 ч., 7 р. - ?.....

- Чи впізнали ви задачу? (В цій задачі ,щоб визначити „величину 1 одиниці” треба два рази виконати арифметичну дію – це задача на подвійне наведення до одиниці.)

- Скількома способами розв'язуються задачі на подвійне наведення до одиниці? (Двома способами.) Поставте відповідні стрілочки.



2 ч., 3 р. – 36 ч.
1 ч., 7 р. - ?.....

- Розкажіть план розв'язування задачі першим способом. (Першою дією дізнаємося про кількість чоловік, що перевезе 1 човняр за 3 рейси. Другою дією дізнаємося про кількість людей , яку перевезе 1 човняр за 1 рейс. Третьою дією дізнаємося про кількість людей, що перевезе 1 човняр за 7 рейсів.)
- Розв'яжіть цю задачу по діях з поясненням або виразом.

1) 36 : 2 = 18 (ч.) – перевезе 1 човняр за 3 рейси;
2) 18 : 3 = 6 (ч.) – перевезе 1 човняр за 1 рейс;
3) 6 * 7 = 42 (ч.) – перевезе 1 човняр за 7 рейсів.

36 : 2 : 3 * 7 = 42 (ч.)

- Порівняйте розв'язання цієї задачі з розв'язанням задачі 1. Чим вони відрізняються? (Ускладнена задача розв'язується трьома діями, а задача на знаходження четвертого пропорційного – двома діями.) Що в них спільного? (Дві останні дій цієї задачі такі самі, що перша та друга дія в задачі 1.)
- Чому ця задача містить ще одну дію? (Тому, що ми задачу на знаходження четвертого пропорційного ускладнили – збільшили кількість човнярів з 1-го на 2. Тому, щоб дізнатися „величину 1 одиниці" треба виконати дві арифметичні дії.) Отже, ключем для розв'язання цієї задачі є величина 1 одиниці! Це задача на подвійне наведення до одиниці.
- Розв'яжіть цю задачу іншим способом.

2 ч., 3 р. – 36 ч.
1 ч., 7 р. - ?.....

Розв'язання

1) 36 : 3 = 12 (ч.) – перевезуть 2 човняра за 1 рейс;
2) 12 : 2 = 6 (ч.) – перевезе 1 човняр за 1 рейс;
3) 6 * 7 = 42 (ч.) – перевезе 1 човняр за 7 рейсів.

36 : 3 : 2 * 7 = 42 (ч.)

Відповідь: 42 чоловіка перевезе 1 човняр за 7 рейсів.

- Складіть і розв'яжіть усно обернену задачу, в якій шуканим буде число 7.
- Порівняйте розв'язання прямої і оберненої задач. Чим вони відрізняються? Задачі, в яких остання дія множення – це задачі 1-го виду, задачі в яких остання дія ділення – задачі П-го виду.
- Яким способом розв'язуються усі ці задачі: задачі на знаходження четвертого пропорційного, задач, пов'язаних з одиничною нормою, задач на подвійне наведення до одиниці? (Способом наведення до одиниці: щоб

відповісти на запитання задачі, треба знати „величину 1 одиниці” для даного випадку.)

- Припустимо, що обидва човняра будуть працювати разом. Припустимо, що в цих човнярів різні човни, як в задачі 2.

Задача 4. Один човняр за рейс перевозить 6 чоловік, а другий – 8 чоловік. Скільки чоловік вони перевезуть за 7 рейсів, працюючи разом?

- Виконайте зміни у короткому записі задачі 2, щоб отримати короткий запис даної задачі.

	Загальна кількість людей	Кількість людей за 1 рейс	Кількість рейсів
1	?	6 ч.	7 р.
П	?	8 ч.	7 р.
1 і П	?	?	7 р.

- За коротким записом поясніть числа задачі. Яке запитання задачі?
- Чи впізнали ви задачу? (Це задача на спільну роботу.)
- За яким планом розв’язуються задачі на спільну роботу? (Першою дією дізнаємося про загальне значення „величини 1 одиниці” для двох випадків – дізнаємося про кількість чоловік, що перевезуть два човняра за 1 рейс, працюючи разом. Другою дією відповідаємо на запитання задачі – дізнаємось про кількість чоловік, що перевезуть два човняра за 7 рейсів, працюючи разом.)
- Розв’яжіть задачу по діях з поясненням або виразом.

1) 6 + 8 = 14 (ч.) - перевезуть два човняра за 1 рейс, працюючи разом;
2) 14 * 7 = 98 (ч.) - перевезуть два човняра за 7 рейсів, працюючи разом.

(6 + 8) * 7 = 98 (ч.)

- Про що ми дізналися першою дією в цій задачі? (Про кількість чоловік, що перевезуть два човняра за 1 рейс, працюючи разом.) Що є ключем при розв’язанні задач способом наведення до одиниці? (Кількість чоловік , що перевозить певний човняр за 1 рейс.) Що цікавого ви помітили? (В цій задачі для відповіді на запитання задачі нам також потрібне знання „величини 1 одиниці”, але для випадку спільної праці обох човнярів.)
- Уважно розгляньте короткий запис цієї задачі. Подумайте, як іншим способом розв’язати цю задачу? Короткий запис для цієї задачі можна було б виконати інакше:

	Загальна кількість людей	Кількість людей за 1 рейс	Кількість рейсів
1	?	6 ч.	7 р.
	?		
П	?	8 ч.	7 р.

- Припустимо, що човнярі працювали не одночасно: спочатку перевозив людей перший човняр, а потім другий...Чи впізнали ви таку задачу? (Це задача на знаходження суми двох добутків.)

- Розв’яжіть задачу другим способом.

Розв’язання

1) 6 * 7 = 42 (ч.) – перевезе 1 човняр за 7 рейсів;
2) 8 * 7 = 56 (ч.) – перевезе П човняр за 7 рейсів;
3) 42 + 56 = 98 (ч.) – перевезуть обидва човнярі за 7 рейсів.

6 * 7 + 8 * 7 = 98 (ч.)

Відповідь: 98 чоловік перевезуть обидва човнярі за 7 рейсів.

Таким чином, ми узагальнили спосіб наведення до одиниці, який застосовується при розв’язанні задач на знаходження четвертого пропорційного, задач, пов’язаних з одиничною нормою, задач на подвійне наведення до одиниці; а також ми провели аналогію між задачами на наведення до одиниці і задачею на спільну роботу.

Методика вивчення нумерації і арифметичних дій в 4-му класі.

Усна та письмова нумерація багатоцифрових чисел .

Результати вивчення теми:

1. Розуміти, що предмети можна рахувати не лише одиницями, десятками і сотнями, а також тисячами, які можна групувати в десятки та сотні.
2. Знати назви першого и другого класів і розрядів, що входять до них.
3. Вміти читати і записувати будь-які багатоцифрові числа в межах мільйону.
4. Вміти утворювати багатоцифрове число з одиниць різних розрядів і різних класів, а також прираховуючи і відраховуючи по 1. Використовувати терміни “попереднє” і наступне” число. Вміти назвати сусідів будь якого числа.
5. Знати, які числа називаються “чотирицифровими”, “п’ятицифровими”, “шестицифровими”, вживати ці терміни.
6. Вміти замінювати число сумою розрядних доданків і навпаки , суму розрядних доданків замінювати багатоцифровим числом; замінювати багатоцифрове число сумою чисел 1-го та П-го класів.
7. Визначати в числі кількість одиниць кожного розряду та ласу, вміти визначати загальну кількість одиниць будь-якого розряду.
8. Вміти замінювати дрібні лічильні одиниці більш крупними і навпаки.
9. Вміти порівнювати багатоцифрові числа:
   - за місцем числа в натуральному ряді;
   - порозрядно;
   - по класно.
10. Вміти виконувати арифметичні дії у випадках на підставі нумерації: 5000 + 700 + 8, 508000 – 8000, 499999 + 1, 200000 - 1.

Наочні посібники:

1. Таблиця розрядів та класів.
2. Рахівниця.

Усна і письмова нумерація вивчається паралельно. Числа вивчаються в порядку збільшення розрядів:

1. Чотирицифрові числа.
2. П’ятицифрові числа.
3. Шестицифрові числа.

Фундаментом для вивчення нумерації багатоцифрових чисел є нумерація чисел 1-го класи, тому підготовкою до ознайомлення з чотирицифровими числами є:

- утворення трицифрових чисел прирахуванням по 1;
- десятковий склад трицифрових чисел;

- позиційний принцип запису трицифрових чисел;
- співвідношення відомих лічильних одиниць.

Ознайомлення з нумерацією чотирицифрових чисел.

Утворення другої класної одиниці – тисячі здійснюється шляхом прирахування по 1. Починаючи з числа 995 учні лічать до 1000, записуючи їх; і встановлюють, що за найбільшим трицифровим числом прямує найменше чотирицифрове число.

Повторюючи співвідношення лічильних одиниць і їх групування в більш крупні лічильні одиниці, учні отримують:

10 одиниць = 1 десятку, 10 десятків = 1 сотні, 10 сотень = 1 тисячі.

Звертаємо увагу учнів, що тисячами можна рахувати так, як й простими одиницями: можна їх групувати в десятки, сотні і тисячі:

10 од. тис. = 1дес. тис.

10 дес. тис = 1 сот. тис.

10 сот. тис. = 1 тис. тис. = 1 мільйону

Спочатку розглядається утворення чисел : тисяча один, тисяча два ...; учні рахують від однієї тисячі восьми до однієї тисячі двадцяти й тощо. Читають число, позначені за допомогою паличок і пучків – тисяч, пучків – сотень і пучків-десятків: тисяча двісті тридцять два.

Діти знайомляться з розрядом “ одиниць тисяч” і вчаться читати числа, записані в нумераційній таблиці, при чому пропонуються числа, в яких відсутні одиниці, або десятки або сотні, або разом одиниці кількох розрядів; називати десятковий склад записаних чисел.

Далі учням пропонується прочитати чотирицифрові числа, які вже не подані в нумераційній таблиці: 1005, 1009, 1110, 1214,1999. Читати чотирицифрові числа починаємо з найвищого розряду: читаємо число тисяч, з словом “тисяч”, а друга частина слова – решта.

Вводиться визначення в числі числа одиниць кожного розряду, наприклад: в розрядах числа 8456 – 8 тисяч, 4 сотні, 5 десятків та 6 одиниць.

Школярі записують чотирицифрові числа з вказуванням їх десяткового складу числа: 3 тисячі , 7 сотень, 5 десятків і 8 одиниць, 7 тисяч і 9 одиниць, 7 тисяч і 9 десятків.

Запис цих чисел уявляє певні труднощі для молодших школярів. Тому треба вчити їх міркувати наступним чином:

1) визначаю найвищій розряд в числі – тисячі;
2) спочатку записую число тисяч, ставлю за ним три крапки.
3) Записую одиниці даних розрядів, кожну на своєму місці. Перепущені крапки замінюю нулями.

Далі діти записують чотирицифрові числа, на підставі їх назви без вказування десяткового складу числа.

На підставі порядку прямування чисел в натуральному ряді учні виконують додавання і віднімання числа 1. А також пропонуються випадки додавання на підставі десяткового складу числа: 1000 + 5, 1000 + 10; міркування здійснюється за відповідною пам’яткою, яка переноситься в нову ситуацію.

Розглядається утворення двох тисяч: 1999 + 1 = 1000 + (999+1) = 1000 + 1000 = 2000

Учням також пропонується прочитати круглі тисячі: 1000, 2000...9000, 10000.

Учні вчаться подавати чотирицифрове число у вигляді суми розрядних доданків, де число кожного розряду подається як окремий доданок; а також виконують обернене завдання: суму розрядних доданків замінити числом.

Також учні вчаться визначати загальну кількість одиниць кожного розряду, наприклад, в числі 8456 – всього 8 тисяч, 84 сотні, 845 десятків, 8456 одиниць.

Визначати в числі загальну кількість десятків і сотень діти вже вміють. Для того, щоб визначити в числі загальну кількість тисяч, треба справа прикрити 3 цифри, тому що розряд тисяч стоїть на 4-му місці, і лишаться лише тисячі.

Розглядається додавання і віднімання розрядних чисел – круглих тисяч на підставі укрупнення розрядних одиниць:

3 + 4 3 тис. + 4 тис. 3000 + 4000 9000 – 6000 й тощо.

П’ятицифрові числа

До 10000 додають 1 і отримують число десять тисяч один; за цим число йде десять тисяч два ... Учні рахують від десяти тисяч до десяти тисяч дванадцяти.

Учні знайомляться з розрядом “десятки тисяч”, і читають п’ятицифрові числа, що подані в нумераційній таблиці; визначають десятковий склад числа. Читаємо числа починаючи з найвищого розряду – десятків тисяч: спочатку читаємо , скільки всього в числі тисяч, а потім решту. П’ятицифрові числа подаються у вигляді суми розрядних доданків і навпаки – замінюють суму розрядних доданків п’ятицифровим числом..

На цьому ж уроці пропонується записати п’ятицифрові числа з вказуванням їх класного складу: 25 тисяч і 800 одиниць.

Спочатку записуємо число тисяч, ставимо три крапки і записуємо числа кожного розряду , крапки ,що залишилися замінюємо нулями.

Далі учні читають п’ятицифрові числа, які не подані в нумераційній таблиці. Для того, щоб прочитати п’ятицифрове число, треба визначити скільки в ньому всього тисяч, прочитати це число з словом “тисяч”, а потім прочитати решту числа.

Також діти знайомляться з утворенням числа 20000:

19999 + 1 = 10000 + 9999 + 1 = 10000 + 10000 = 20000.

Діти порівнюють п’ятицифрові числа, способом порозрядного порівняння. Застосовується алгоритм порозрядного порівняння. Наприклад, треба порівняти числа 25100 і 25010.

1) Порівняння починаю з найвищого розряду: в обох числа в найвищому розряді десятки тисяч. Порівнюю числа десятків тисяч: 2 дес. Тис. = 2 дес.тис.
2) Переходжу до наступного розряду - одиниць тисяч. Порівнюю числа одиниць тисяч: 5 од. Тис. = 5 од. тис.

3) Переходжу до наступного розряду – сотень: 1 сот. > 0 сот.
4) Роблю висновок: 25100 > 25010

Узагальнюються поняття : “трицифрове”, “чотирицифрове” і “п’ятицифрове” число. Учням пропонується виписати окремо трицифрові , чотирицифрові і п’ятицифрові числа.

Учні визначають загальну кількість тисяч, сотень і одиниць в п’ятицифровому числі за загальним планом (щоб визначити в числі загальну кількість десятків тисяч, треба в ньому прикрити чотири цифри, тому що розряд десятків тисяч стоїть на п’ятому місці; прикривши зліва чотири цифри, лишаться тільки десятки тисяч).

Знання про загальну кількість одиниць кожного розряду можна застосовувати і при порівнянні чисел. Повернемося до попереднього завдання: порівняти числа: 25100 та 25010. Міркувати можна ще й так:

1) кожне число містить по 25 тисяч;
2) порівнюємо кількість сотень кожного числа: перше містить 251 сотню, а друге – 250 сотень:
3) так як 251 сотня більше, ніж 250 сотень, робимо висновок, що 25100 > 25010.

Шестицифрові числа

Учні згадують, що 10 десятків тисяч утворюють нову лічильну одиницю – 1 сотню тисяч , сто тисяч. Розглядається утворення числа сто тисяч один: 100000 + 1 = 100001 – якщо до 100000 додати 1, то отримаємо сто тисяч один, прираховуючи по 1 , рахуємо далі... 100002, 100003, 100004, ... 100157...

Знайомляться з назвою розряду “сотні тисяч” і читають шестицифрові числа, що записані в нумераційній таблиці, з’ясовують на якому місці в числі пишуться одиниці, десятки, сотні, одиниці тисяч, десятки тисяч, сотні тисяч; визначають , скільки в числі всього тисяч.

З’ясовується спосіб отримання числа 200000:

199999 + 1 = 200000

200000 = 199999 + 1 = 100000 + 99999 + 1 = 100000 + 100000 = 200000

Учні вчаться читати розрядні числа – сотні тисяч: 100000, 200000, 300000... 900000, 1000000. Тисяча тисяч – це мільйон.

Читання шестицифрових чисел здійснюється за пам’яткою :

Пам’ятка

Читання багатоцифрових чисел

1. Прикрити в числі справа 3 цифри. Лишиться число тисяч.
2. Прочитати це число з словом “тисяч”.
3. Прочитати решту.

Учні вчаться записувати числа: 125 тисяч 753 й тощо.

Пам’ятка

Запис багатоцифрових чисел

1. Записую число тисяч.
2. Ставлю за ним три крапки.
3. Записую на певному місті число одиниць поданих розрядів.
4. Решту крапок замінюю нулями.

Також діти вчаться розкладати шестицифрові числа на суму розрядних доданків і навпаки – заміняти суму розрядних доданків числом.

Учні порівнюють числа на підставі порозрядного порівняння , наприклад ,945145 і 888888:

4) порівняння починаю з найвищого розряду – сотень тисяч:

9 сот. тис. > 8 сот. тис.

5) Роблю висновок: 945145 > 888888.

Вводиться поняття про клас. При ознайомленні з поняттям “клас”, учні дізнаються, що перші три розряди : одиниці, десятки і сотні об’єднуються клас одиниць. Спочатку ми рахували одиницями, потім 10 одиниць згрупували в 1 десяток і рахували десятками, далі 10 десятків або 100 одиниць згрупували в 1 сотню і рахували сотнями; таким чином всі ці розряди ми отримали в результаті групування одиниць, тому й клас названо – клас “одиниць”. Об’єднавши 10 сотень ми отримали нову лічильну одиницю – тисячу і рахували тисячами. Ми рахували окремими тисячами – одиницями, отримавши 10 одиниць тисяч ми отримали 1 десяток тисяч, згрупувавши 10 десятків тисяч або 100 тисяч, ми отримали 1 сотню тисяч. Таким чином, розряди: одиниці тисяч, десятки тисяч, сотні тисяч складають клас тисяч, тому що лічильною одиницею тут є тисяча. Порівнюючи класи одиниць і тисяч, учні дістають висновку, що кожний клас містить по три розряди, при чому перший розряд це одиниці..., другий – десятки ..., третій – сотні.... Після чого можна запропонувати учням передбачити, скільки розрядів буде в наступному класі “мільйонів”, як називатимуться ці розряди?

Таблиця розрядів і класів

Клас мільйонів			Клас тисяч			Клас одиниць		
сотні мільйонів	десятки мільйонів	одиниці мільйонів	сотні тисяч	десятки тисяч	одиниці тисяч	сотні	десятки	одиниці
			6	7	0	4	5	0
				1	2	3	0	7
					7	0	0	1
			5	3	1	8	0	0

Кожні три розряди справа утворюють клас. Перші три розряди утворюють перший клас – клас одиниць. Другі три розряди – утворюють

другий клас - клас тисяч; треті три розряди утворюють третій клас – клас мільйонів.

В кожному класі по три розряди. В першому класі 1 розряд – розряд одиниць, 2-й розряд – розряд десятків, 3-й розряд – розряд сотень. Починаючи з другого класу до назв розрядів додається назва класу. В другому класі – класі тисяч, одиницю 1-го розряду називають одиницями тисяч, одиницю 2-го розряду – десятками тисяч, одиницю 3-го розряду – сотнями тисяч. В третьому класі - класі мільйонів, 1-й розряд – одиниці мільйонів, 2-й розряд – десятки мільйонів, 3-й розряд – сотні мільйонів.

Таким чином, наприклад цифра, яка стоїть на четвертому місці справа позначає одиниці тисяч, на 6-му місці – сотні тисяч й тощо.

Учні читають числа записані в таблиці розрядів і класів, вчаться визначати число одиниць кожного класу в числі. Учням пропонується переписати шестицифрові числа і підкреслити в кожному клас тисяч.

Діти записують числа з вказуванням їх класного складу: триста п’ять одиниць класу тисяч і двісті вісімдесят одиниць класу одиниць.

Пам’ятка

Запис багатоцифрових чисел.

1. Записати число класу тисяч. Залишити за ним невеликий проміжок .
2. Поставити за ним три крапки і записати число класу одиниць.

Можна пропонувати учням записувати числа з вказуванням числа одиниць кожного розряду першого та другого класів. Наприклад:

Записати число, яке містить 2 одиниць 2-го розряду 1-го класу , 7 одиниць 3-го розряду 1-го класу, 5 одиниць 2 –го розряду П-го класу. Це число 50720.

Або, записати число, яке містить 7 одиниць 1 –го розряду 1-го класу, 8 одиниць 3-го розряду 1-го класу, 12 одиниць 2-го розряду П-го класу. Це число 120807.

Учні вчаться читати багатоцифрові числа на підставі розбиття їх на класи:

Пам’ятка

Читання багатоцифрових чисел

1. Виділити число 1-го класу, відраховуючи справа наліво три цифри. Ліворуч лишиться число П-го класу.
2. Прочитати число П-го класу з словом “тисяч”.
3. Прочитати число 1-го класу без слова “одиниць”.

Узагальнюється поняття “чотирицифрове”, “п’ятицифрове” та “шестицифрове” число.

Учні визначають загальну кількість тисяч, десятків, сотень, десятків тисяч, сотень тисяч. Для того, щоб дізнатися, скільки в числі всього десятків тисяч, треба справа прикрити в ньому 4 цифри, тому що розряд десятків тисяч стоїть на 5-му місці. Для того, щоб дізнатися, скільки в числі сотень тисяч, треба в ньому справа прикрити 5 цифр, тому що розряд сотень тисяч стоїть на шостому місці. Вчитель повинен добитися , щоб учні чітко розпізнавали поняття, наприклад, „загальна кількість десятків" і „цифра десятків" й тощо.

Школярі виконують додавання і віднімання числа 1, додавання і віднімання на підставі десяткового складу числа: 124000 + 200, 124000 + 20, 43690 – 90, 43690 – 600. Дії виконуються загальним алгоритмом.

Далі учні вчаться давати характеристику багатоцифровим числам за планом (наприклад дамо характеристику числу 56709):

1) *найвищій розряд в числі, вид числа* (найвищій розряд десятки тисяч, 56709 – п'ятицифрове число);
2) *десятковий склад числа, загальна кількість одиниць кожного розряду* (в числі 5 десятків тисяч, 6 одиниць тисяч, 7 сотень, 0 десятків і 9 одиниць або 9 одиниць 1-го розряду 1-го класу, 0 одиниць 2-го розряду 1-го класу, 7 одиниць 3-го розряду 1-го класу, 6 одиниць 1-го розряду П-го класу, 5 одиниць 2-го розряду П-го класу ; в числі 56709 всього 56 тисяч, 567 сотень, 5670 десятків і 56709 одиниць);
3) *скільки в числі всього одиниць кожного розряду, кожного класу* (в числі 56 тисяч і 709 одиниць або 56 одиниць другого класу та 709 одиниць першого класу);
4) *подання числа у вигляді суми розрядних доданків, у вигляді суми класних чисел* (56709 = 50000 + 6000 + 700 + 9 , 56709 = 56000 + 709);
5) *які цифри застосовувалися для запису числа, які повторюються* (для запису числа застосовані п'ять різних цифр: 5, 6, 7, 0, 9);
6) *місце числа в натуральному ряді, сусіди числа* (попереднє число 56708, наступне – 56710) .
7) способи отримання даного числа (56708 + 1 = 56709, 56710 – 1 = 56709, 50000 + 6000 + 700 + 9 = 56709, 56000 + 709= 56709).

Десяткова система числення. Спосіб лічби, коли 10 одиниць нижчого розряду утворюють 1 одиницю вищого розряду називається десятковою системою числення. Десяткове групування чисел зумовило появу поняття про розряд, розрядні числа, розрядні одиниці. Три перші розряди утворюють клас одиниць, а три наступні розряди – клас тисяч. При усній нумерації - при читанні чисел, спочатку читаємо число класу тисяч, а потім число класу одиниць. Письмова нумерація спирається на позиційний принцип запису: значення цифри в запису числа залежить від того, яке місце (позицію) вона займає. Якщо цифру переставити на 1 цифру ліворуч, то число збільшиться в 10 разів, а якщо переставити її вправо на 1 цифру, то число, зменшиться в 10 разів.

Зазначимо, що після введення поняття про клас, можна для порівняння багатоцифрових чисел застосовувати спосіб по класного порівняння: порівнюються числа класу тисяч, більше те число, в якому число класу тисяч

більше; якщо числа класу тисяч рівні, то порівнюємо числа класу одиниць, більше те число , в якому число класу одиниць більше.

Повернемося до завдання: порівняти числа 25100 та 25010.

1) в першому числі 25 тисяч та в другому числі 25 тисяч; числа класу тисяч рівні, тому переходимо до порівняння чисел класу одиниць;
2) в першому числі 100 одиниць , а в другому 10; 100 одиниць більше, ніж 10 одиниць, тому число 25100 > 25010.

Методика вивчення додавання і віднімання багатоцифрових чисел

В результаті вивчення теми повинно бути забезпечено:

1. Знання вивчених властивостей додавання (переставної та сполучної) і тих приймів обчислення, на їх підставі (прийом перестановки і групування доданків). Уміння застосовувати ці прийми при раціоналізації обчислень при додаванні кількох чисел.
2. Знання правил додавання і віднімання з числом нуль: $a + 0 = a$, $0 + a = a$, $a - 0 = a$, $a - a = 0$.
3. Знання взаємозв'язку між компонентами і результатами дій додавання і віднімання, уміння застосовувати ці знання для перевірки вірності виконаних дій, а також при розв'язуванні рівнянь.
4. Оволодіння алгоритмами письмового додавання і віднімання багатоцифрових чисел. Опрацювання свідомих навичок додавання і віднімання багатоцифрових чисел.

На перших уроках з теми "Додавання і віднімання" здійснюється узагальнення вивчених раніш властивостей додавання (переставної і сполучної) і ілюструється різноманітні випадки їх практичного застосування для раціоналізації обчислень. Учні формулюють ці властивості.

При виконанні вправ вчитель звертає увагу на те, що застосування властивостей додавання допомагає спростити обчислення, пропонує обрати самий раціональний прийом :

300 + 35 + 25

24 + 73 + 26 + 7

У подальшому в усних вправах треба весь час звертати увагу дітей на доцільність застосування вивчених властивостей додавання з врахуванням особливостей конкретних прикладів.

При вивченні додавання і віднімання багатоцифрових чисел ми продовжуємо формування навиків усних обчислень. Для усних обчислень в межах багатоцифрових чисел розглядаються випадки додавання і віднімання на підставі десяткового складу числа:

35000 + 900 = 35900 35900 – 900 = 35000 35900 – 35000 = 900

а також випадки, які призводяться до обчислень в межах 100 та 1000 на підставі укрупнення розрядних одиниць:

72000 + 800 = 720сот. + 8 сот. = 728 сот. = 72800
3000 – 1800 = 30 сот. – 18 сот. = 12 сот. =1200

В концентрі “Багатоцифрові числа” паралельно з усними обчисленнями продовжується робота по формуванню навичок письмового додавання і віднімання.

Письмове додавання і віднімання спирається на знання нумерації багатоцифрових чисел (читання і запис, знання їх класного і розрядного складу, співвідношення розрядних одиниць), а також на уміння виконувати письмове додавання і віднімання чисел в межах 1000. Тому, вправи, що актуалізують ці знання повинні служити підготовкою перед ознайомленням з письмовим прийомом додавання і віднімання багатоцифрових чисел.

При ознайомленні з письмовим додавання багатоцифрових чисел можна застосовувати аналогію. Наприклад, учня коментують розв’язання прикладу:

$$\begin{array}{r} 427 \\ +\ 368 \\ \hline 795 \end{array}$$

І далі їм пропонуються випадки додавання чотирицифрових чисел, а потім п’ятицифрових і шестицифрових чисел. Учні порівнюють кожний наступний випадок додавання з попереднім, і з’ясовують чи можуть попередні обчислення допомогти для знаходження результату даної суми, і дістають висновку, що лишилося додати тільки одиниці вищого розряду.

$$\begin{array}{r} 427 \\ +\ 368 \\ \hline 795 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1427 \\ +\ 2368 \\ \hline 3795 \end{array}$$

На підставі міркування за аналогією учні роблять висновок, що чотирицифрові числа додаються так само, як і трицифрові числа. Аналогічно робляться висновки про додавання п’яти і шестицифрових чисел.

$$\begin{array}{r} 427 \\ +\ 368 \\ \hline 795 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1427 \\ +\ 2368 \\ \hline 3795 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21427 \\ +\ 32368 \\ \hline 53795 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 321427 \\ +\ 132368 \\ \hline 453795 \end{array}$$

Після розв’язування аналогічних прикладів учні дістають висновку, що письмове додавання і віднімання багатоцифрових чисел здійснюється так само, як і додавання і віднімання трицифрових чисел.

Пам’ятка

Письмове додавання і віднімання

1. Підписую числа стовпчиком: розряд під відповідним розрядом.
2. Виконую $\frac{\textit{додавання}}{\textit{віднімання}}$ порозрядно, починаючи з нижчого розряду (справа наліво).

Аналогічно діти ознайомлюються з відніманням багатоцифрових чисел. Письмове додавання і віднімання вивчається паралельно, це дозволяє актуалізувати взаємозв’язок цих дій і виконувати перевірку вірності

розв’язання, а також зберігає час на опрацювання кожного вміння, розвиває гнучкість мислення, тому що майже одночасно учні виконують взаємно обернені дії.

На першому уроці вивчення алгоритму письмового додавання і віднімання багатоцифрових чисел учням пропонуються такі числа, які містять однакове число знаків; на наступних уроках – в запису чисел міститься різне число знаків:

```
  58769
+  6458
 65227
```

Труднощі уявляють випадки віднімання, коли в запису зменшуваного є кілька нулів підряд. Тому пояснення повинно бути ґрунтовним і детальним. На етапі підготовчої роботи слід повторити особливості десяткової системи числення, співвідношення між розрядними одиницями. Діти повинні добре знати, що кожна одиниця старшого розряду містить 10 одиниць сусіднього нижчого розряду. Також треба актуалізувати випадки віднімання 1, на підставі нумерації чисел: 10000 – 1 : 10000 – це 9тис.9сот.9дес.10од.; 9тис.9сот.9дес.10од. – 1од. = 9тис.9сот.9дес.9од.=9999.

Ознайомлення.

```
  4700
-   32
  4668
```

Починаємо віднімання з розряду одиниць, але з 0 не можна відняти 2. Треба позичити 1 десяток. В розряді десятків стоїть 0. Тому треба позичити 1 сотню. (Вчитель показує 1 сотню. Скільки в ній десятків?) 1сот. = 10 дес.. Тепер можемо позичити 1 десяток. 1 десяток роздробляємо в одиниці: 1 дес = 10 од. 10од. – 2 од. = 8 од. – пишімо в розряді одиниць. Переходимо до віднімання десятків: було 10 десятків, позичили 1 десяток, залишилося 9 десятків. 9 дес. – 3 дес. = 6 дес. – пищімо в розряді десятків. Переходимо до сотень: було 7 сотень, позичили 1 сотню, залишилося 6 сотень. Пишімо під сотнями цифру 6., а цифру 4 - під тисячами.

Пояснення на першому уроці повинні бути розгорненими з вказуванням назв розрядів.

Далі розглядаються прийми додавання трьох і більше доданків. Вчитель пропонує додати три числа: 3408+237569+18440. учні можуть обчислити цю суму таким чином: додати перші два доданки і до отриманого результату додати третє число. Вчитель звертає увагу учнів на те, як вони знаходили суми чисел (письмово – у стовпчик), і запитує, чи не можна письмовий прийом додавання застосувати відразу для трьох доданків. Далі з’ясовується, яке число зручно записати першим, другим, третім:

```
  237569
+  18440
    3408
  259417
```

Звертаємо увагу, що при такому записі знак “+” пишіться тільки один раз. Учені виконують додавання цим способом і порівнюють відповідь з відповіддю , отриманою раніше.

Треба зазначити, що віднімання трьох чисел аналогічним чином виконувати не можна – це одна із імовірних помилок учнів.

Додавання і віднімання іменованих чисел

Поряд з додаванням і відніманням багатоцифрових чисел учням пропонується виконати додавання і віднімання іменованих чисел. Якщо іменовані числа записуються з назвою лише однієї одиниці вимірювання – це просте іменоване число, наприклад 345 г. Якщо іменоване число записується за допомогою кількох одиниць вимірювання – то це складене іменоване число, наприклад 4 ц 67 кг.

Наприклад: 53 м 08 см – 9 м 37 см = 43 м 71 см

Існують два способи обчислення. Розглянемо перший спосіб.

1) обидва числа подають у дрібних одиницях вимірювання – записують у вигляді простих іменованих чисел;
2) виконують арифметичну дію з простими іменованими числами, як із звичайними натуральними числами;
3) в отриманому результаті виділяють крупну одиницю вимірювання і записують складене іменоване число.

53 м 08 см = 5308 см 9 м 37 см = 937 см

```
  5308
-  937
  4371 (см)
```

4371 см = 43 м 71 см

За другим способом обчислення виконуються із складеними іменованими числами:

1) підписати іменовані числа так, щоб числа одних найменувань були один під одним;
2) виконують дії з числами з дрібними одиницями вимірювання;
3) виконують дії з числами з крупними одиницями вимірювання.

З 8 см не можна відняти 37 см, тому позичаємо 1 м та роздрібнюємо його в сантиметри: 1 м = 100 см та ще 8 см, маємо 108 см; 108 см – 37 см = 71 см.

```
    108
53 м 08 см
-  9 м 37 см
  43 м 71 см
```

Аналогічно виконують додавання і віднімання з іменованими числами, поданими в одиницях вимірювання маси, вартості, часу .

Наприклад, знайти суму та різницю чисел 14 ц 70 кг та 9 ц 09 кг

14 ц 70 кг + 9 ц 09 кг = 23 ц 79 кг

14 ц 70 кг – 9 ц 09 кг = 5 ц 61 кг

1 спосіб.

```
  1470          1470
+  909        -  909
  2379 (кг)     561 (кг)
```

2 спосіб.

```
  14 ц 70 кг        14 ц 70 кг
+  9 ц 09 кг      -  9 ц 09 кг
  23 ц 79 кг         5 ц 61 кг
```

23 ц 79 кг

Знайти суму та різницю чисел 19 грн. 73 к. Та 6 грн. 89 к.

1 спосіб.		2 спосіб.	
1973	1973	19 грн. 73 к.	19 грн. 73 к.
+ 689	- 689	+ 6 грн. 89 к.	- 6 грн. 89 к.
2662 (к.)	1284 (к.)	25 грн.162 к.	12 грн. 84 к.
		26 грн. 62 к.	

Методика вивчення письмового множення і ділення багатоцифрових чисел.

Додавання і віднімання багатоцифрових чисел вивчається одночасно, а множення і ділення – роздільно , за планом:

1) множення і ділення на одноцифрове число;
2) множення і ділення на розрядну одиницю: 10, 100, 100;
3) множення і ділення на круглі числа;
4) множення і ділення на двоцифрове число;
5) множення і ділення багатоцифрових чисел на трицифрове число (ознайомлення);
6) множення і ділення іменованих чисел.

Методика вивчення множення багатоцифрових чисел на одноцифрове число

Звичайно учні з письмовим множенням знайомилися у концентрі „Тисяча”, а в концентрі „Багатоцифрові числа” вимагалося перенести відомий алгоритм дій на чотири -, п’яти - та шестицифрові числа. За новою програмою (Л. Кочина, Н.Листопад) з письмовим множенням діти вперше зустрічаються в 4-му класі. Тому, введення нового прийому здійснимо на прикладі чисел в межах тисячі.

Підготовча робота до введення прийому письмового множення.

На цьому етапі слід актуалізувати:

1. Конкретний зміст множення: 17 * 3 = 17 + 17 + 17 = 51.
2. Часткові випадки множення: a * 1 = 1 * a = a; a * 0 = 0 * a = 0.
3. Множення розрядних чисел на одноцифрове число:

600 * 2 = 6 сот. * 2 = 12 сот. = 1200

4. Властивість множення суми на число і алгоритм множення двоцифрового числа на одноцифрове:

17 * 4 = (10 + 7) * 4 = 10 * 4 + 7 * 4 = 40 + 28 = 68.

Ознайомлення з письмовим прийомом множення.

Введення нового прийому слід мотивувати. Для цього учням пропонується обчислити усно значення добутку:

213 * 3 = (200 + 10 + 3) * 3 = 200 * 3 + 10 * 3 + 3 * 3 = 600 + 30 + 9 = 639.

Учні помічають, що так міркувати дуже довго, і вчитель пропонує їм інший прийом – письмовий:

```
  213
x   3
-----
  639
```

1. Підписую числа стовпчиком: другий множник пишу під одиницями першого множника.
2. Множення починаю з розряду одиниць. Множу одиниці першого множника на другий множник. Отримую одиниці. Результат записую під одиницями.
3. Переходжу до множення десятків. Множу десятки першого множника на другий множник. Отримую десятки. Результат записую під десятками.
4. Переходжу до множення сотень. Множу сотні першого множника на другий множник. Отримую сотні. Результат записую під сотнями.
5. Читаю значення добутку.

Корисно порівняти усний та письмовий прийом множення. При усному множенні, множення починаємо з найвищого розряду, а при письмовому – навпаки, з нижчого. При усному множенні розв'язок записуємо у рядок, а при письмовому – у стовпчик.

Спочатку опрацьовуються випадки множення двоцифрового числа на одноцифрове без переходу через розряд. Учням пропонуються приклади на письмове множення, в яких множники вже записані стовпчиком, а потім – діти самі повинні записати числа стовпчиком і виконати розгорнені міркування.

В подальшому навчанні учні знайомляться з випадками множення з переходом через розряд десятків. Можна запропонувати учням два випадки множення для порівняння. Спочатку учні множать 31 на 6, а потім їм пропонується проблемне завдання: 37 * 6. В даному випадку при множенні 7 одиниць на 6 ми отримуємо 42 одиниці – це 4 десятки та 2 одиниці; під одиницями записуємо 2, а 4 десятки запам'ятаємо.

```
  31      4
                37
x  6    x   6
----    ----
 186     222
```

Переносимо дану ООД на випадки множення трицифрового числа на одноцифрове: знайдіть письмово добуток чисел 27 та 3. Чи може допомогти попередній приклад для знаходження добутку чисел 127 та 3? (Так, змінився лише перший множник: в цьому числі такі самі одиниці і десятки, але ще є 1 сотня. Тому, лишилося помножити сотні першого множника на другий множник.)

```
    2       2
   27      127
x   3   x   3
----    ----
  81      381
```

Далі пропонуються випадки множення трицифрових чисел на одноцифрові, коли є перехід через розряд сотень: 182 * 3 ; 151 * 6. І лише після цього, розглядаються випадки множення трицифрових чисел на одноцифрові, коли е є два переходи через розряд: 164 * 4 , 268 * 3. Певне місце належить випадкам множення, коли в запису трицифрового числа в середині є нуль: 207 * 4.

Зазначимо, що від розгорнених міркувань з промовлянням назв розрядів, що множаться , і що отримуються, переходимо до скорочених міркувань, коли опускаються назви розрядних одиниць.

Пам'ятка

Письмове множення на одноцифрове число.

1. Підписую числа стовпчиком.
2. Множення починаю з розряду одиниць. Множу одиниці кожного розряду першого множника на другий множник. Пам'ятаю, що 10 одиниць нижчого розряду складають 1 одиницю вищого розряду.
3. Читаю виідповідь.

Далі слід перенести алгоритм множення трицифрових чисел на одноцифрові на випадки множення багатоцифрових чисел на одноцифрові. Це можна зробити наступним чином:

Учні розв'язують приклад з детальним коментуванням:

$$\begin{array}{r} 387 \\ \times\ \ 7 \\ \hline 2709 \end{array}$$

Далі учням пропонується порівняти даний приклад з попереднім:

$$\begin{array}{r} 5387 \\ \times\ \ 7 \\ \hline \end{array}$$

В цих прикладах однаковий другий множник, і є однакові цифри у запису першого множника. Але в першому прикладі перший множник – це трицифрове число, а в другому – чотирицифрове. Просто до першого множника в попередньому випадку зліва приписали ще одну цифру. Як це впливає на значення добутку? (Ми вже знаємо результати при множенні одиниць, десятків, сотень, лишилося лише обчислити результат множення 5 тисяч на 7.)

$$\begin{array}{r} 5387 \\ \times\ \ 7 \\ \hline 37709 \end{array}$$

Порівнюємо наступний приклад з попереднім:

$$\begin{array}{r} 25387 \\ \times\ \ 7 \\ \hline \end{array}$$

Працюємо аналогічно.

25387

x 7

177709

В результаті порівняння трьох прикладів учні дістають висновку: будь-які багатоцифрові числа можна множити на одноцифрове число так само, як і трицифрові.

При письмовому множенні можна пояснювати розв'язання коротко, не називаючи кожний раз одиниці якого розряді множать, наприклад:

7158

x 6

42948

8 множу на 6, отримую 48; 8 пишу, 4 запам'ятовую. 5 множу на 6, отримую 30, та 4, буде 34; 4 пишу, 3 запам'ятовую. 1 множу на 6, отримую 6, та 3 , буде 9; пишу 9. 7 множу на 6 буде 42, пишу 42.

Множення одноцифрового числа на багатоцифрове.

Прийом множення одноцифрових чисел на багатоцифрові призводиться до раніш розглянутого прийому множення багатоцифрового числа на одноцифрове засобом перестановки множників. Вчитель: " Ви вже вмієте множити багатоцифрові числа на одноцифрові. Чи здогадаєтесь, як треба зробити, щоб помножити одноцифрове число на багатоцифрове? " (Можна переставити множники, тоді отримуємо приклад на множення багатоцифрового числа на одноцифрове; розв'язавши його, отримуємо такий самий результат, як при множенні одноцифрового числа на багатоцифрове.

Множення багатоцифрових чисел, які містять нуль в середині запису .

Підготовка:

1. Правила множення з нулем: 0 * а = а * 0 = 0.
2. Множення на нуль числа одиниць, числа десятків, числа сотень...: 3 * 0 = 0, 5 дес. * 0 = 0 дес. , 7 сот. * 0 = 0 сот. – при множенні на нуль числа десятків (сотень) в добутку також отримуємо нуль десятків (сотень).

Ознайомлення. Учні самостійно пояснюють розв'язання (розгорнене міркування).

7108

x 6

42648

Множення чисел, що закінчуються нулями .

Підготовка. 38<u>0</u> * 9 = 38д. * 9 = 342д. = 342<u>0</u>

Помножили число десятків на одноцифрове число і отримане число десятків подали у одиницях, приписавши справа один нуль, тобто стільки , скільки нулів було наприкінці першого множника.

Ознайомлення:

- Розгляньте записи і скажіть як підписаний другий множник під першим; де опинилися нулі, які записані наприкінці першого множника? (другий множник підписаний під першою цифрою, що відрізняється від нуля, щоб нулі залишилися справа.)

380	8400	69000
x 9.	x 7	x 4.....
342 д.	588 с.	276 т.
3420	58800	276000

- Що множили? (Множили число десятків, або число сотень, або число тисяч.) Таким чином підписали множники, для того, щоб множити лише число десятків (сотень, тисяч) на одноцифрове число.
- Назвіть скільки отримали у добутку десятків (сотень, тисяч).
- Як подали ці числа у одиницях? (Приписали праворуч один (два, три) нулі.)
- Порівняйте число нулів в кожній парі: в першому множнику і в добутку. (Наприкінці добутку стільки нулів, скільки їх в першому множнику.)

Пам’ятка

Множення багатоцифрового числа, що закінчується нулями на одноцифрове

1. Підписати другий множник під першою цифрою справа, що відрізняється від нуля.
2. Перемножити число розрядних одиниць (десятків, сотень, тисяч...) на одноцифрове число.
3. До результату дописати праворуч стільки нулів, скільки їх у першому множнику.

Зручно відділити нулі в запису другого множника рискою; перемножити числа не звертаючи уваги на нулі і до добутку справа приписати стільки нулів, скільки їх в першому множнику.

Методика вивчення ділення на одноцифрове число

Звичайно діти вивчали письмове ділення трицифрового числа на одноцифрове, і лише потім переносили письмовий прийом ділення на випадки ділення багатоцифрових чисел на одноцифрове. В новій програмі передбачено вивчення письмового ділення відразу багатоцифрового числа на одноцифрове. Між тим, у попередньому підході був сенс – спочатку опрацювати письмовий прийом на трицифрових числах, а потім поступово ускладнювати ділене на чотири – п’яти – та шестицифрове число.

Тому, розглянемо спочатку навчання молодших школярів письмовому прийому ділення трицифрового числа на одноцифрове.

Письмове ділення – це складна дія, яка передбачає виконання послідовних дій, які самі по собі теж складаються з певних операцій:

1) визначення 1-го неповного діленого;
2) визначення найвищого розряду частки;
3) визначення кількості цифр в частці;
4) виконання ділення з остачею під час ділення неповного діленого на дільник;
5) визначення числа одиниць певного розряду, що розділилися;
6) визначення числа одиниць певного розряду, що не розділилися;
7) перевірки вірності відповідної цифри частки;
8) утворення наступного неповного діленого.

Коли учень придбав навик або вміння у виконанні складної дії, тоді він виконує всі елементарні дії спільно одну за одною. Але при засвоєнні складної дії , кожна з них, повинна бути засвоєною окремо, як самостійна дія.

Підготовча робота до вивчення письмового ділення.

Мета – повторити таблиці множення та ділення, алгоритми поза табличного множення та ділення, конкретний зміст дії ділення, часткові випадки ділення, ділення з остачею, визначення загальної кількості одиниць будь-якого розряду, переведення крупних розрядних чисел в більш дрібні.

Ознайомлення.

Випадки ділення коли неповні ділені – це розрядні доданки діленого.

Дидактична задача: познайомити дітей з письмовим прийомом ділення, навчити визначати неповні ділені у випадку коли неповні ділені – це розрядні доданки діленого. Навчити визначати скільки одиниць певного розряду розділилися.

Перед введенням письмового прийому, його слід мотивувати. З цією метою учням пропонується усно обчислити частку чисел 966 та 3. Вони впевнюються, що міркування дуже довгі, і вчитель їм показує іншу форму запису та інший прийом міркування:

966 : 3 = (900 + 60 + 6) : 3 =
= 900 : 3 + 60 : 3 + 6 : 3 =
= 300 + 20 + 2 = 322

1 неповне ділене
966 !3
9 322
6 – 2 неповне ділене
6
6 – 3 неповне ділене
6

- Роздивись як обчислили частку усно? Як називається сума 900+60+6 ? Що зробили у першу чергу, щоб розділити 966 на 3? Що зробили у другу чергу? У третю чергу?
- Розгляди письмовий прийом ділення.

Письмовий прийом теж, як і усний прийом ділення, починаємо з вищого розряду – сотень, тобто спочатку розділимо 9 сотень на 3, потім 6 десятків, а потім – 6 одиниць. У випадку письмового ділення 9 сотень,6 десятків та 6 одиниць називаються неповними діленими, так:

9 сотень – це 1 неповне ділене , 6 десятків – це 2 неповне ділене,
6 одиниць – це 3 неповне ділене.

Неповні ділені почергово ділять на дільник та отримають розрядні доданки частки:

9 сотень : 3 = 3 сотні , 6 десятків : 3 = 2 десятки ,
6 одиниць : 3 = 2 одиниці;

3 сотні, 2десятки і 2 одиниці – це розрядні доданки частки:
300 + 20 + 2 = 322 – це частка:
3 – 1 цифра частки,2 – це 2 цифра частки, 2 – це 3 цифра частки.

- Що показують числа, записані у письмовому прийомі під неповними діленими? (Ці числа показують скільки одиниць даного розряду розділилося: число 9 показує, при діленні сотень розділилося 9 сотень; число 6 показує, що при діленні десятків розділилося 6 десятків; число 6 показує, що при діленні одиниць розділилося 6 одиниць.)
- Щоб знайти число одиниць певного розряду, що розділилися, треба міркувати так:

1*) множу певну цифру частки на дільник;*
2) роблю висновок: ___ _____ - розділилося.

Наприклад:
3 сотні * 3 = 9 сотень – розділилися; 2 десятки * 3 = 6 десятків – розділилися, 2 одиниці * 3 = 6 одиниць – розділилися.

Після того, як знайдено скільки одиниць певного розряду розділилося це число слід записати під неповним діленим. У даному випадку бачимо, що всі сотні розділися, всі десятки розділилися, всі одиниці розділилися.

Особливу увагу слід приділити міркуванням по визначенню першого неповного діленого:

1) *ділення починаємо з найвищого розряду;*
2) *читаю число одиниць найвищого розряду діленого – це є 1 неповне ділене.*

Отже, спочатку розглядаються лише такі випадки письмового ділення, коли розрядні доданки є неповними діленими:

842:2 884:4 963:3

Алгоритм міркувань:

1)Відділяю дільник від діленого куточком.
2)Визначаю 1 неповне ділене, міркую так:
- *ділення починаю з найвищого розряду;*
- *читаю число одиниць найвищого розряду діленого – це є 1 неповне ділене;*

3)Визначаю 1 цифру частки для цього ділю 1 неповне ділене на дільник.
4)Визначаю скільки сотень розділилося, для цього:
- *множу 1 цифру частки на дільник;*
- *роблю висновок:___ сотень розділилося.*

5)Визначаю наступне неповне ділене.
6)Визначаю наступну цифру частки дією ділення.
7)Визначаю скільки одиниць певного розряду розділилося дією множення.

Повторюю міркування починаючи з пункту 5.

Письмове ділення трицифрового числа на одноцифрове, коли в частці отримаємо трицифрове число і третє неповне ділене виражено двоцифровим числом розрядних одиниць.

Дидактична задача: формувати навички письмового ділення на одноцифрове число для випадків, коли третє неповне ділене виражено двоцифровим числом розрядних одиниць. Навчити дітей визначати скільки одиниць певного розряду не розділилося, навчити перевіряти чи вірно знайдена цифра частки та навчити учнів створювати неповне ділене з остачі та одиниць даного розряду, що є в діленому.

Учням пропонується пояснити розв'язати приклад: 884 : 4. Діти виконують міркування за відомим алгоритмом. Після цього, ставиться проблемне завдання: 864 : 4. Учні виконують дії за відомою ООД до тієї миті, коли помноживши другу цифру частки на дільник ми отримуємо 4 десятки, тобто число, менше за друге неповне ділене:

```
864  |4 ...
8       216
 6
 4
 24
 24
  0
```

З цього кроку міркування здійснюються за алгоритмом:
1.Визначаю скільки десятків не розділилося ,для цього:
- *підписую під неповним діленим число десятків ,що розділилися;*
- *віднімаю це число із неповного діленого;*
- *роблю висновок: ____ десятків не розділилося – це остача.*

2.Перевіряю чи вірно знайдена цифра частки так:
- *порівнюю остачу з дільником;*
- *роблю висновок:*

якщо остача менша за дільник ,то частка знайдена вірно;

якщо остача більша, або рівна дільнику ,то частка знайдена не вірно, слід продовжити ділення.

3.Створюю 3 неповне ділене ,для цього:

- *остачу: ____ десятків виражаю в одиницях;*
- *визначаю скільки в діленому одиниць;*
- *додаю до остачі кількість одиниць діленого;*
- *читаю отримане число одиниць – це 3 неповне ділене.*

Закріплюється ця ООД на аналогічних прикладах:

651:3 458:2 372:3

При роботі над першими прикладами на ділення корисно після їх розв'язання виписувати неповні ділені та зручні доданки. При цьому слід спостерігати, що в частці завжди отримаємо стільки цифр, скільки неповних ділених; що сума зручних доданків дорівнює діленому, якщо ділення виконується без остачі, і що ділення призводиться до ділення суми на число.

Письмове ділення трицифрового числа на одноцифрове коли в частці отримаємо двоцифрове число, тобто перше неповне ділене виражено двоцифровим числом десятків.

Дидактична задача: формувати вміння виконувати письмове ділення трицифрового числа на одноцифрове, коли в частці отримаємо двоцифрове число; навчити учнів визначати 1 неповне ділене ,коли воно подано двоцифровим числом десятків.

Учні повторюють міркування у знайомих випадках ділення, наприклад 876 : 4. Після цього вчитель ставить проблемне завдання:

```
276 |4...
24   69
 36
 36
  0
```

- Як ми міркували при визначенні першого неповного діленого у попередньому випадку?
- Чи можна так само міркувати у даному випадку? Чому? (В числі в найвищому розряді 2 сотні, 2 сотні ми не можемо поділити на 4, так, щоб отримати хоч би одну сотню.)

Вчитель пропонує виконувати подальші міркування по виділенню першого неповного діленого за ООД:

1.*Ділення починаємо з найвищого розряду, тому читаю число одиниць найвищого розряду діленого.*

2.Дивлюсь чи можна розділити це число на дільник, так щоб отримати такі самі розрядні одиниці:

Так – це є 1 неповне ділене;

Ні – переходжу до пункту 3.

3.В діленому виділяю число одиниць наступного розряду – це є 1 неповне ділене.

Закріплюються міркування при виділенні першого неповного діленого при розв'язуванні прикладів: 198:3 736:8 549:9.

Письмове ділення трицифрового числа на одноцифрове, коли в частці отримаємо трицифрове число і перше та друге неповні ділені двоцифрові числа розрядних одиниць.

Дидактична задача: формувати навички письмового ділення трицифрового числа на одноцифрове ,у випадку коли 1-ше та 2-ге неповні ділені двоцифрові числа розрядних одиниць; закріпити вміння визначати неповні ділені, цифри частки, кількість одиниць певного розряду, що розділилися та не розділилося; перевіряти вірність знайдених цифр.

Учням пропонується знайти частку чисел 642 та 3 за відомою ООД. (тут третє неповне ділене утворюється з остачі та одиниць діленого.) Далі вчитель дає проблемне завдання:

822 | 6...
6 137
22
18
42
42
0

Після визначення числа сотень, що розділилися, учні з'ясовують, що тут незвичайного. (Не всі сотні поділилися.) Чи зустрічалися ми вже з подібним випадком? (Так, у попередньому прикладі не всі десятки поділилися.) Як ми міркували? (Ми відняли число десятків, що розділилися з другого неповного діленого і отримали остачу; остачу порівняли з дільником і дістали висновку, що цифра частки підібрана вірно. Потім утворили третє неповне ділене з остачі та одиниць діленого.) Чи можна аналогічно міркувати в цьому випадку? (Так.)

Письмове ділення трицифрового числа на одноцифрове, коли при діленні другого неповного діленого в частці отримаємо нуль.

Дидактична задача: формувати навички письмового ділення трицифрового числа на одноцифрове, коли в середині запису частки є нуль.

Учні розв'язують приклади : 549: 9; 876 : 4 за відомою ООД. Далі пропонується проблемне завдання: 836 : 4. Порівнюючи цей випадок з попереднім, учні дістають висновку, що тут не можна друге неповне ділене поділити на дільник, так щоб отримати хоч би один десяток. Згадуємо, чи стикалися ми з подібним випадком. (Так, при визначенні першого неповного діленого у першому прикладі.) Як ми міркували? (Ми переходили до

наступного розряду.) Чи можна в даному прикладі міркувати аналогічно? (Так.) А скільки десятків буде в частці? (Жодного, тобто, нуль.)

У подальших міркуваннях застосовуємо ООД:

Дивлюсь чи можна розділити 2 неповне ділене на дільник, щоб отримати десятки:

Так – виконую ділення.

Ні – міркую так: 2 неповне ділене не можна розділити на дільник, так щоб отримати десятки ,тому в частці на місці десятків пишу нуль ,а 2-ге неповне ділене є остачею.

Письмове ділення трицифрового числа на одноцифрове.

Дидактична задача: узагальнити знання учнів про письмове ділення, формувати навички письмового ділення, навчити учнів визначати найвищій розряд частки та кількість цифр в частці.

Завдання. Не виконуючи ділення визначити найвищій розряд частки і кількість цифр в частці 816:4 864:4 256:4 675:9 690:6,
міркуючи так:

1. *Дивлюсь в яких одиницях виражено 1 неповне ділене;*
2. *Роблю висновок: такий же розряд є найвищім в частці.*
3. *Думаю скільки цифр потрібно, щоб записати число з таким найвищім розрядом.*
4. *Роблю висновок про кількість цифр частки.*

Пам’ятка.

Письмове ділення

1.Відділяю ділене від дільника куточком.
2.Визначаю 1-ше неповне ділене.
3.Визначаю найвищій розряд частки.
4.Визначаю кількість цифр в частці.
5.Ділю 1-ше неповне ділене на дільник. Записую 1-шу цифру частки.
6.Визначаю скільки одиниць даного розряду розділилося.
7.Визначаю скільки одиниць даного розряду не розділилося.
8.Перевіряю чи вірно знайдена цифра частки: порівнюю остачу з дільником.
9.Утворюю наступне неповне ділене.
10.Ділю наступне неповне ділене на дільник. Записую наступну цифру частки.

Повторюю міркування, починаючи з пункту 6.

По мірі засвоєння письмового прийому ділення пояснення поступово скорочуються. При короткому поясненні спочатку називають перше неповне ділене і встановлюють кількість цифр в частці. Далі коротко пояснюється виконання решти операцій: називають тільки відповідні арифметичні дії й результати їх виконання .

Прийоми письмового ділення трьох - шестицифрових чисел на одноцифрове вводяться в порядку їх поступового ускладнення.

Повторивши прийом письмового ділення трицифрового числа на одноцифрове треба перейти до пояснення прийому ділення чотирицифрового числа .

Перенос алгоритмів ділення з трицифрового на чотирицифрове числа корисно виконувати за допомогою прикладів, коли один із них включає в себе інший: 78 ! 3 378 ! 3

Спочатку розглядаються випадки, коли число одиниць вищого розряду не менше за дільник та в запису частки немає нулів :

```
3662 | 2
2    | 1831
16
16
 6
 6
 2
 2
 0
```

Ділення починаю з вищого розряду: у вищому розряді 3 тисячі; 3 тисячі можна поділити на 2, щоб отримати хоч би 1 тисячу. Оскільки перше неповне ділене тисячі, то найвищій розряд частки – тисячі, в частці буде 4 цифри. Ділимо перше неповне ділене 3 тис. на 2, в частці запишімо на місці тисяч цифру 1. Множенням дізнаємося скільки тисяч розділилося – 2 тисячі. Відніманням дізнаємось, скільки тисяч не розділилося – 1 тисяча. Перевіряємо: остача 1 менша за дільник 2, цифру частки підібрано вірно.

З остачі і сотень діленого утворюю друге неповне ділене – 16 сотень. Ділю його на 2, буде 8, записую в частці в розряді сотень цифру 8. Множенням дізнаємося скільки сотень розділилося, усі сотні розділилися.

Оскільки усі сотні розділилися, то переходжу до наступного розряду, 6 десятків – третє неповне ділене. Ділю його на дільник, буде 3. Пишу цифру 3 на місці десятків в частці. Дізнаюсь, скільки десятків розділилося дією множення. Усі десятки розділилися.

2 одиниці – четверте неповне ділене. Ділю його на дільник. Записую цифру 1 у розряді одиниць в частці. Дізнаюся, скільки одиниць розділилося дією множення. Усі одиниці розділилися, ділення закінчено.

Далі розглядаються випадки ділення багатоцифрових чисел, коли число одиниць вищого розряду діленого менш за дільник та в запису частки немає нулів. Особливість прийому – перше неповне ділене – двоцифрове число, яке утворено одиницями двох вищих розрядів. Це повинно бути предметом спеціального розглядання.

На етапі *підготовки* розглядаємо знайомий випадок 336 : 8.

Ознайомлення. Пропонуємо проблемне завдання: 1364 : 2, учні переносять відомий спосіб міркування на випадок ділення чотирицифрового числа на одноцифрове.

1364 | 2 12 | 681 16 16 4 4 0	Ділення починаю з вищого розряду: у вищому розряді 1 тисячі; 1 тисячу не можна поділити на 2, щоб отримати хоч би 1 тисячу. Тому переходимо до наступного розряду. Отже перше неповне ділене 13 сотень. Оскільки перше неповне ділене сотні, то найвищій розряд частки – сотні. Щоб записати сотні треба 3 цифри, тому в частці буде 3 цифри. Ділимо перше неповне ділене 13 сот. на 2, в частці запишемо на місці тисяч цифру 6. Множенням дізнаємося скільки сотень розділилося – 12 сотень. Відніманням дізнаємось,

скільки сотень не розділилося – 1 сотня. Порівнюю остачу із дільником: 1 менше 2, тому цифра сотень частки підібрана вірно.

З остачі і десятків діленого утворюю друге неповне ділене – 16 десятків. Ділю його на 2, буде 8, записую в частці в розряді десятків цифру 8. Множенням дізнаємося скільки десятків розділилося, усі десятки розділилися.

Оскільки усі десятки розділилися, то переходжу до наступного розряду, 4 одиниці – третє неповне ділене. Ділю його на дільник, буде 2. Пишу цифру 2 на місці одиниць в частці. Дізнаюсь, скільки одиниць розділилося дією множення. Усі одиниці розділилися, ділення закінчено.

На етапі *закріплення* прийому учні повинні розв'язувати приклади на ділення не тільки чотирицифрових, але й п'яти - шестицифрових чисел.

Після розв'язання декількох прикладів з розгорненим поясненням вчитель показує, як слід вести скорочене міркування :"Можна користуватися пам'яткою міркуючи скорочено, не називаючи якого розряду одиниці отримали в частці.

Наприклад при діленні 15474 на 6 міркуємо: "Перше неповне ділене 15тис. В частці 4 цифри; поділимо 15 на 6, отримаємо 2,помножимо 2 на 6,отримаємо 12, віднімемо 12 із 15,отримаємо 3,це менше ніж 6; друге неповне ділене 34 … і так далі."

У подальшому учні повинні користуватися переважно скороченим міркуванням, повертаючись до розгорненого при розгляданні нових випадків ділення або розбираючи помилки в діленні .

Можливі помилки: учні невірно знаходять цифри частки, тому отримують остачу більшу за дільник – необхідно слідкувати за тим, щоб вони не забували порівнювати остачу з дільником. Для цього корисні завдання на критику помилок, а також завдання на перевірку ділення множенням.

Далі вивчаються випадки ділення на одноцифрове число, коли в запису частки зустрічаються нулі.

На етапі *підготовчої* роботи слід актуалізувати випадки ділення нуля одиниць, десятків, сотень на будь-яке число; а також випадки ділення з остачею, коли ділене менш за дільник; та вміння переводити крупні розрядні одиниці в дрібні.

1) Знайти частку: 0 : 5, 0 дес. : 5, 0 сот. : 9.

0 : 5 = 0 0 дес. : 5 = 0 дес. 0 сот. : 9 = 0 сот.

2) Знайти частку і остачу: 2 : 6, 3 : 7, 6 : 9.

2 : 6 = 0 (ост. 2) , тому що 0 * 6 + 2 = 2

3 : 7 = 0 (ост. 3) , тому що 0 * 7 + 3 = 3

6 : 9 = 0 (ост. 6), тому що 0 * 9 + 6 = 6

Якщо ділене менше за дільник, то в частці отримуємо нуль, а все ділене є остачею.

3) Скільки одиниць в 8 дес.? 86 дес.? Скільки десятків в 6сот.? 63 сот.?

8 дес. = 80 од. 86 дес. = 860 од. 6 сот. = 60 дес. 63 сот. = 630 дес.

Ознайомлення.

```
3330 ! 9
27   370
 63
 63
  0
  0
  0
```

Нуль наприкінці запису частки. Пояснюємо так: третє неповне ділене – 0 одиниць; 0 одиниць поділимо на 9, отримаємо 0 одиниць.

```
5648 ! 8
56   706
  4
  0
 48
 48
  0
```

Нуль в середині запису частки. Міркуємо так: друге неповне ділене 4дес. Не можна розділити на 8, щоб отримати десятки, тому в частці буде 0дес.

```
5648 ! 8
56   706
  48
  48
   0
```

Через декілька уроків учням можна показати скорочену форму запису:

“У цих випадках можна усно множити на 0, пам’ятаючи отриманий результат – в запису частки повинен стояти 0.” .

Пропуск нуля в запису частки – типова помилка. Для її попередження доцільно пропонувати учням заздалегідь ставити крапки на місці цифр частки, коли ми визначаємо найвищий розряд і кількість цифр частки.

Також, учні знайомляться з скороченою формою запису письмового ділення, коли не записуються числа одиниць кожного розряду, що розділилися, а пишеться тільки остача і утворення наступного неповного діленого:

```
1351 | 7
 7   | 193
 65
 63
  21
  21
   0
```

```
1351 | 7
 65  | 193
  21
   0
```

Усне множення і ділення на розрядну одиницю.

Числа 10, 100, 1000... називаються розрядними одиницями.

З випадками множення і ділення числа на 10, 100 діти познайомилися в 3-му класі. Вони знають, щоб помножити число на 10 (100), треба праворуч до нього приписати один (два нулі). Щоб розділити число, яке закінчується нулем (нулями) на 10 (100), треба справа убрати один (два) нулі.

Ці правила були введені в концентрі „Тисяча", тому їх слід перенести на багатоцифрові числа. Тому розглядаємо кілька прикладів:

361 * 10 =3610 - Порівняйте добутки. Що в них спільного? (Обидва
2361 * 10 = 23610 добутки закінчуються нулем.) Чому? (Тому, що числа множили на 10, а число 10 містить 1 нуль!)

Отже, число 10 містить один нуль, тому й при множенні на 10, треба приписати до числа теж один нуль!

257 * 100 = 25700 Порівняйте добутки. (Обидва добутки закінчуються
4257 * 100 = 425700 двома нулями, тому що множили на 100,а сотня містить два нулі.)

Отже, число 100 містить два нулі, тому й при множенні на 100, треба приписати до числа два нулі!

- Скільки нулів містить розрядна одиниця 1000? (Три.)
- Як ви вважаєте скільки нулів треба приписати справа до числа при множенні його на 1000? (Треба приписати теж три нулі!)

876 * 1000 = 876000

Висновок: щоб помножити число на розрядну одиницю, достатньо справа приписати до числа стільки нулів, скільки нулів у розрядній одиниці.

Аналогічно згадуємо правила ділення на 10 та 100, переносимо їх на багатоцифрові числа і за аналогією вводимо правило ділення на 1000.

470 : 10 = 47 24570 : 10 = 2547 5612000 : 10 = 561200
300 : 100 = 3 36800 : 100 = 368 78000 : 100 = 780
567000 : 1000 = 567

Висновок: щоб розділити число на розрядну одиницю, достатньо справа від числа убрати стільки нулів , скільки нулів у розрядній одиниці.

Пам'ятка

Множення і ділення на розрядну одиницю: 10, 100, 1000...

Щоб $\frac{\textit{помножити}}{\textit{розділити}}$ число на розрядну одиницю, треба:

1. Підрахувати кількість нулів у розрядній одиниці.
2. $\frac{\textit{Приписати}}{\textit{Убрати}}$ справа $\frac{\textit{до}}{\textit{выд}}$ числа стільки нулів, скільки їх у розрядній одиниці.

Методика вивчення множення багатоцифрових чисел на двоцифрове число

Спочатку розглядається множення на числа, які закінчуються нулями .

Учні пояснюють усний прийом розв'язання на підставі правила множення числа на добуток:

731 * 20 = 731 * (2 * 10) = (731 * 2) * 10 = 1462 * 10 = 14620

```
  731
x  .  2
 1462
```

Розв'язання можна записати коротше:

```
  731
x  .  20
 14620
```

Так як, на 10 помножити легко – треба до числа приписати справа один нуль, то зосередимося саме на множенні 731 на 2. Отже, підписуємо 20 під першим множником так, щоб нуль лишився справа; виконаємо множення не звертаючи увагу на 0: 731 * 2 = 1462; до отриманого добутку справа припишімо нуль, отримаємо 14620.

Пам'ятка

Множення на числа, що закінчуються нулями

1. Підписую другий множник під першим так, щоб нулі лишилися справа.
2. Виконую множення не звертаючи увагу на нулі.
3. До отриманого добутку приписую справа стільки нулів, скільки їх у другому множнику.

Далі вивчаються випадки множення чисел, що закінчуються нулями .

Застосовуючи переставну властивість дії множення, маємо:

70 * 20 = 1400

(7 * 10) * (2 * 10) = 7 * 10 * 2 * 10 = (7 * 2) * (10 * 10) = 14 * 100 = 1400

600 * 40 = 24000

(6 * 100) * (4 * 10) = 6 * 100 * 4 * 10 = (6 * 4) * (100 * 10) = 24 * 1000 = 24000

Порівнюючи в кожному прикладі множники і добуток, учні дістають висновку : у добутку стільки нулів, скільки в обох множниках разом.

Потім розглядаються більш складні випадки, які усно обчислити важко:

```
   7600          1290          3710
x   .  30     x   .  700    x   .  50
 228000        903000        185500
```

Пам’ятка

Множення чисел, що закінчуються нулями

1. Підписуємо множники стовпчиком так, щоб нулі залишилися справа.
2. Виконуємо множення не звертаючи увагу на нулі.
3. Підраховуємо число нулів в обох множниках разом.
4. Дописуємо д стільки ж нулів до добутку справа.

Ознайомлення з письмовим прийомом множення на двоцифрове число:

Мотивація: 12 * 15 = 12 * (10 + 5) = 12 * 10 + 12 * 5 = 120 + 60 = 180

36 * 27 = 36 * (20 + 7) = 36 * 20 + 36 * 7 = 720 + 252 = 972

36		36		720
x		x		+
. 20		..7		252
720		252		972

Добутки 720 і 252 називають неповними, склавши ці добутки отримаємо добуток чисел 36 та 27, він дорівнює 972. Розв’язок прикладу можна записати в стовпчик:

36
x 27
252 – 1 неповний добуток
\+ 72 – П неповний добуток
972 - добуток

Підписуємо числа стовпчиком: одиниці під одиницями, десятки під десятками; множимо 36 на число одиниць, на 7одиниць, отримаємо 252 одиниці – перший неповний добуток: множимо 36 на 2десятки, отримаємо 72 десятки – другий неповний добуток; додамо обидва неповні добутки, отримаємо добуток.

Зауваження: нуль наприкінці другого неповного добутку можна не писати, тому що додавши число одиниць 1 неповного добутку з нулем, завжди отримаємо число одиниць 1 неповного добутку. В подальшому не будемо писати цей нуль, але при множенні десятків, почнемо підписувати другий неповний добуток під десятками першого неповного добутку.

Отже, 1 неповний добуток завжди виражений одиницями, а другий неповний добуток – десятками.

Пам’ятка

Письмове множення на двоцифрове число

1. Підписуємо множники стовпчиком.
2. Множення починаємо з одиниць. Множимо перши й множник на одиниці другого множника . Отримаємо одиниці – це 1 неповний добуток. Результат починаємо записувати з розряду одиниць.
3. Множимо перший множник на десятки другого множника . Отримаємо десятки – це П неповний добуток. Результат починаємо писати під десятками.
4. Додаємо неповні добутки, отримуємо добуток.

Спочатку розглядаються випадки множення двоцифрового числа на двоцифрове, коли в добутку отримаємо чотирицифрове чисел.

Працюємо за відомим алгоритмом множення на двоцифрове число .

32
x 36
192 одиниці – перше неповний добуток
96 десятків – друге неповний добуток
1152 – добуток

Міркування. Підписую числа стовпчиком: одиниці під одиницями, десятки під десятками. Множу перший множник 32 на 6 одиниць другого множника , отримую 192 одиниці – це перший неповний добуток. Множу перший множник 32 на 3 десятки другого множника , отримую 96 десятків – це другий неповний добуток. Додаю неповні добутки , отримую добуток 1152.

Далі діти вчаться множити три та чотирицифрові числа на двоцифрові, в тому числі й числа, що закінчуються нулями, коли в частці отримаємо п’яти, шестицифрові числа.

```
  4567
x   11
 ----
  4567
+ 4567
 ----
 50237
```

Окремо розглядається випадок множення багатоцифрового числа на 11. Учні помічають що перший і другий добутки дорівнюють першому множнику, але виражені 1 неповний добуток – одиницями, а другий – десятками. Отже треба на місті 1 неповного добутку записати перший множник , починаючи з розряду одиниць, а на місці П неповного добутку – починаючи з розряду десятків. Додати неповні добутки і отримати добуток.

На підставі порівняння прикладів на множення на одноцифрове і на двоцифрове число учні встановлюють відмінність: при множенні на одноцифрове число ми відразу отримуємо добуток, а при множенні на двоцифрове число - спочатку 1 неповний добуток, потім П неповний добуток, і додавши їх ми отримуємо добуток. Так відбувається тому, що при множенні на двоцифрове число треба помножити не лише одиниці, а й десятки другого множника на перший множник.

Множення на трицифрове число.

Прийом письмового множення на трицифрове число вводиться у порівнянні з прийомом письмового множення на двоцифрове число .

Спочатку порівнюємо усні прийоми обчисленні:

672 * 23 = 672 * (20 + 3) = 672 * 20 + 672 * 3 =

672 * 423 = 672 * (400 + 20 + 3) = 672 * 400 + 672 * 20 + 672 * 3 =

Порівнюючи ці два випадки, учні помічають, що при множенні на двоцифрове число буде два неповні добутки, а при множенні на трицифрове число – три неповні добутки.

672 * 3 = 2016, 2016 одиниць – 1 неповний добуток.

672 * 20 = 13440 , або 1344 десятків – П неповний добуток

672 * 400 = 268800, або 2688 сотень – Ш неповний добуток.

Таким чином, записуючи розв'язання стовпчиком, перший неповний добуток почнемо підписувати під одиницями, другий – під десятками, третій – під сотнями:

672	672
x 23	x 423
2016 – 1 неповний добуток	2016– 1 неповний добуток
1344 – П неповний добуток	1344 – П неповний добуток
15456 – добуток	2688 – Ш неповний добуток
	284256 – добуток

Особливо слід розглянути випадок множення на трицифрове число, коли в середині запису другого множника є нуль :

483
x 306
2898 – 1 неповний добуток
0 – П неповний добуток
1449 – Ш неповний добуток
147798

Показуємо учням скорочений запис:

483
x 306
2898 – 1 неповний добуток
1449 – Ш неповний добуток
147798

1) Число 483 множимо на 6 одиниць, отримаємо 2898 одиниць – це перший неповний добуток; підписуємо під одиницями;
2) Число 483 множимо на 0 десятків, отримаємо 0 десятків – це другий неповний добуток, ми його не пишімо;
3) Число 483 множимо на 3 сотні, отримаємо 1449 сотень – це третій неповний добуток, пишімо його під сотнями.

Методика вивчення ділення багатоцифрових чисел на двоцифрове число

Випадки ділення на круглі числа . Прийом ділення на круглі числа полягає у поданні круглого числа у вигляді добутку числа і розрядної одиниці і послідовному діленні кожного неповного діленого спочатку на розрядну одиницю, а потім на число.

Тому на етапі актуалізації слід повторити усний усного послідовного ділення чисел, що закінчуються нулями, наприклад:

900 : 30 = 900 : (10 * 3) = 900 : 10 : 3 = 90 : 3 = 30
180 : 60 = 180 : (10 * 6) = 180 : 10 : 6 = 18 : 6 = 3
5600 : 800 = 5600 : (100 * 8) = 5600 : 100 : 8 = 56 : 8 = 7

Ознайомлення з письмовим діленням на круглі числа пропонуємо здійснити на прикладі ділення трицифрового числа на кругле число, а потім

перенести новий спосіб дії на випадки ділення багатоцифрових чисел на круглі десятки або круглі сотні.

```
780 ! 30..   30 = 10 * 3,
60    26     78 : 10 ≈ 7   7 : 3 ≈ 2
180          180 : 10 = 18 18 : 3 = 6
180
  0
```

Ділення починаю з найвищого розряду: в найвищому розряді 7 сотень, 7 сотень не можна розділити на 30, щоб отримати хоч би одну сотню. Переходимо до наступного розряду: маємо 78 десятків – це перше неповне ділене.

Так нераціонально визначати перше неповне ділене, тому що очевидно що число сотень не можна поділити на двоцифрове число, так щоб отримати хоч би одну сотню. Тому відразу треба в діленому ліворуч відділити дві цифри, і починати міркувати саме з числа десятків: 78 десятків можна поділити на 30 так, щоб отримати хоч би один десяток, тому 78 десятків – це перше неповне ділене.

Найвищий розряд частки – десятки, тому в частці буде дві цифри.

Ділимо 78 десятків на 30. Для цього число 30 подаю у вигляді добутку розрядної одиниці 10 та числа 3. Послідовно ділю: 78 : 10 приблизно буде 7 (щоб поділити число на 10, достатньо справа прикрити в числі одну цифру), 7 : 3 приблизно буде 2. Пишу в частці на місці десятків цифру 2.

Дізнаємося дією множення скільки десятків розділилося. 60 десятків розділилося.

Дізнаємось дією віднімання скільки десятків не розділилося. 18 десятків не розділилося.

Перевіряємо чи вірно знайдена цифра частки: остача 18 менша за дільник 30. Цифру частки знайдено вірно.

Утворюємо друге неповне ділене: 18 десятків – це 180 одиниць ; 180 одиниць – друге неповне ділене.

Ділимо 180 одиниць на 30 послідовно: 180 : 10 = 18, 18 : 3 = 6. Пишімо цифру 6 у частці на місці одиниць.

Дією множення дізнаємось скільки одиниць розділилося. Розділилося 180 одиниць. Усі одиниці розділилися. Ділення закінчено.

Пропонуємо учням порівняти наступну частку чисел з попередньою і встановити чи можна так само міркувати при діленні на кругле число, як і у попередньому випадку?

```
24780 ! 30..   30 = 10 * 3,
240     826
  78           247 : 10 ≈ 24, 24 : 3 = 8
  60           78 : 10 ≈7  ,  7 : 3 ≈ 2
  180          180 : 10 = 18, 18 : 3 = 6
  180
    0
```

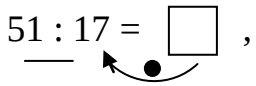
Перше неповне ділене 247 сотень, тому в частці 3 цифри. Ділимо 247 на 30, для цього 247 : 10 приблизно буде 24, 24 : 3 = 8. Дізнаємося множенням скільки сотень розділилося: 240 сотень. Дізнаємося відніманням скільки сотень не розділилось: 7 сотень. Порівнюємо остачу з дільником: 7 менше 30, тому цифра сотень знайдена вірно. Утворюємо друге неповне ділене: 7

сотень = 70 десятків та ще 8 десятків, буде 78 десятків – це друге неповне ділене. Ділимо 78 десятків на 30, для цього 78 : 10, приблизно буде 7, 7 : 3 приблизно буде 2. Дізнаємося дією множення скільки десятків розділили: 60. Дізнаємося дією віднімання скільки десятків не розділилося – 18 дес. Перевіряємо чи вірно знайдено цифру частки для цього остачу 18 порівнюємо з дільником: 18 менше 30, тому цифру частки знайдено вірно. Утворюємо третє неповне ділене: 18 дес. = 180 од. Ділимо 180 од. На 30, для цього 180 : 10 = 18, 18 : 3 = 6. Дізнаємося, скільки одиниць розділилося дією множення. Дізнаємося, скільки одиниць не розділилося дією віднімання. Усі одиниці розділилися, ділення закінчено.

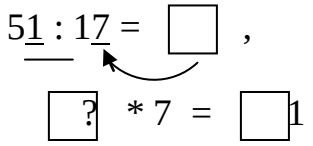
Аналогічно виконується ділення на круглі сотні і круглі тисячі.

Ділення багатоцифрового числа на двоцифрове. Спочатку доцільно опрацювати прийом письмового ділення на двоцифрове число на прикладі письмового ділення трицифрового числа на двоцифрове. Першим випадком письмового ділення на двоцифрове число є випадок ділення трицифрового числа на двоцифрове число, коли в частці лише одна цифра . При вивченні цього матеріалу корисно згадати спосіб підбору, що застосовувався при усному діленні двоцифрового числа на двоцифрове:

- Число 51 поділити на 17 – це означає знайти таке число, яке при множенні на 17 дає 51:



- Міркуємо так: знаходимо таке число, яке при множенні на одиниці дільника - 7, дає число, яке закінчується одиницями діленого – 1; це число 3, більше таких чисел немає.



3 * 7 = 21 3 * 17 = 51, 51 = 51

- Таким чином, 51 поділити на 17 в частці отримаємо 3, тому що 3 помножити на 17 дає 51.

Аналогічно міркуємо при знаходженні значень часток:

91 : 13 57 : 19 98 : 14 95 : 19 72 : 36 60 : 12

- Порівняйте всі ці приклади. Що в них спільного? (Спільним є те, що в усіх випадках ділили на двоцифрове число, а також в усіх випадках в частці отримали одноцифрове число. Також в усіх випадках є спільним спосіб обчислення.)
- Чому в усіх випадках в частці отримали лише одну цифру? (В частці лише одна цифра, тому що число десятків кожного діленого не можна поділити на дільник, так щоб отримати в частці десятки, тому першим неповним діленим буде все число одиниць, тому в частці отримаємо одиниці, а значить лише одну цифру.)

- Запишіть вираз: “ ділене число 224, дільник –32.” . Скільки цифр буде в частці? (У дільнику дві цифри, тому в діленому відділяємо зліва також дві цифри, маємо 22 десятки. 22 десятки не можна поділити на 32, так щоб отримати хоч би 1 десяток, тому переходимо до наступного розряду одиниць. В діленому всього 224 одиниці. Тому першим неповним діленим буде 224 одиниці. Значить найвищій розряд частки – одиниці. Щоб записати одиниці потрібна лише одна цифра.)
- Порівняйте цей випадок ділення з попередніми. Чим вони схожі? (Схожі тим, що тут також ділимо на двоцифрове число і в частці отримаємо лише одну цифру.) А чим вони відрізняються? (Відрізняються діленими: в цьому випадку ділене є трицифровим числом.)
- Чи можна при розв’язуванні міркувати так само, як і в попередніх випадках. Спробуємо: число 224 поділити на 32 – це означає знайти таке число, яке при множенні на 32 дає 224. Прикинемо які числа слід випробувати множенням: знайдемо таке число, яке при множенні на одиниці дільника – 2, дає число ,що закінчується одиницями діленого – 4; це числа 2, та 7. Лише ці числа будемо випробувати множенням.

224 : 32 = □ , тому що 7 * 32 = 224.

? * 2 = 4
2 * 2 = 4 2 * 32 = 64, 64 ≠ 224
7 * 2 = 14 7 * 32 = 224, 224=224

- З якими труднощами ми зустрілися при розв’язуванні цього прикладу? (Важко було усно множити 7 на 32, тому що в добутку отримуємо трицифрове число.)
- Розв’язок можна записати інакше – куточком:

224	32
224	7
0	.

2 , 7 - ?

-

425 !85...
425 5
0 .

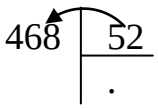
3 * 85 = 255
5 * 85 = 425

- У дільнику дві цифри, тому у діленому зліва відділяємо дві цифри, маємо 42 десятки. 42 десятки не можна поділити на 85 так, щоб отримати хоч би один десяток, тому переходимо до одиниць. 425 одиниць – перше неповне ділене.

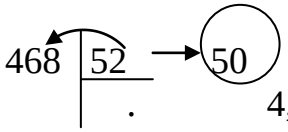
Визначимо найвищій розряд частки та кількість цифр в частці. (Перше неповне ділене 425 одиниць, тому в частці отримаємо одиниці в найвищому розряді, значить в частці буде лише 1 цифра; поставимо одну крапку на місці цифр частки.)

- Як треба міркувати при визначенні частки? (Треба прикинути: знайти такі числа, які при множенні на одиниці дільника – 5 дають числа, які закінчуються на одиниці діленого – 5. Це такі числа: 3, 5,7, 9. Випробуємо їх множенням 3 * 85 =255, не отримали ділене. Випробуємо 5: 5 * 85 = 425, отримали ділене. Тому в частці 5.)

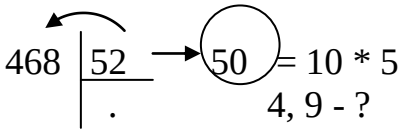
Випробувати декількох чисел множенням дійсно незручно, довго. Тому, будемо прикидати, яке саме з обраних чисел слід випробувати множенням. Розглянемо приклад:



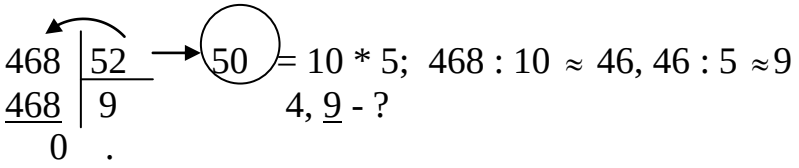
- Для того ,щоб прикинути, яке з двох чисел є часткою, замінимо дільник меншим круглим числом:



- Як розділити на кругле число? (Число 50 треба подати у вигляді добутку розрядної одиниці і числа: 10 та 5; і послідовно розділити спочатку на розрядну одиницю, а потім результат поділити на число.)



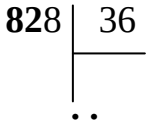
- Таким чином, 468 спочатку поділимо на 10, а потім на 5. (468 : 10 ≈ 46 , 46 : 5 ≈ 9)
- Тому будемо множити число 9 на 52. Записуємо відразу цифру 9 в частці і виконуємо множення.



Замінюючи дільник ближчим меншим круглим числом, обчисліть значення часток: 150 : 75 406 : 58 195 : 65 464 : 58.

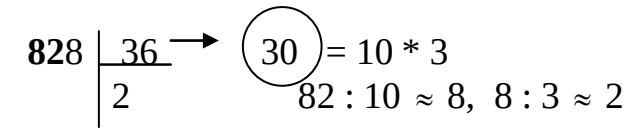
Далі учні знайомляться з випадками ділення трицифрового числа на двоцифрове, коли в частці дві цифри. До цього моменту учні вже знають алгоритм письмового ділення на одноцифрове число, вміють прикидати цифри частки способом заміни дільника меншим круглим числом, та поступовим діленням діленого спочатку на 10, а потім на число. Тому ці уміння слід актуалізувати і перенести в нову ситуацію:

- Знайдіть значення частки чисел 828 та 36. (Записуємо числа куточком. Визначаємо перше неповне ділене: в дільнику 2 цифри, тому в діленому відділяємо ліворуч також дві цифри – отримуємо 82 десятки; 82 десятка можна поділити на 36, так щоб отримати десятки. Таким чином перше неповне ділене 82 десятка. Тому, в частці найвищій розряд буде десятки, а значить дві цифри.)

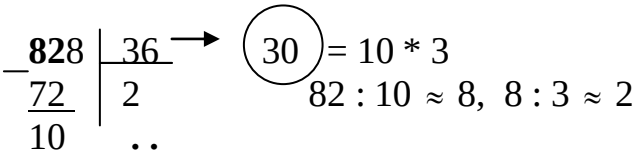


- Як треба міркувати, щоб 82 десятки поділити на 36? Що можна зробити, щоб прикинути , яка цифра буде першою цифрою частки? (Треба дільник 36 замінити меншим круглим число 30. Число 30 можна подати у вигляді добутку 10 та 3. Перше неповне ділене 82 поділимо спочатку на 10, а потім на 2.

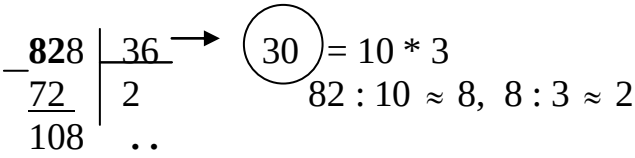
82 : 10 ≈ 8, 8 : 3 ≈ 2. 2 – перша цифра частки, записуємо її на місці десятків.)



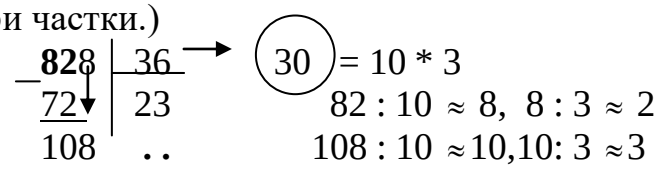
- Як дізнатися скільки десятків поділилося? (Щоб дізнатися, скільки десятків поділилося, треба 2 помножити на 36. 72 десятки розділилися.)
- Як дізнатися скільки десятків не розділилися? (Треба від першого неповного діленого 82 десятків відняти 72 десятки. 10 десятків не розділилися.)
- Як перевірити, чи вірно знайдена цифра частки? (Порівнюємо остачу з дільником: 10 менше 36 – остача меша за дільник.)



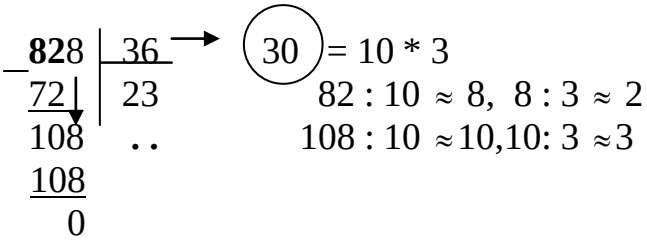
- Як треба міркувати, щоб утворити друге неповне ділене? (Залишилося 10 десятків – це 100 одиниць, та в діленому є 8 одиниць; таким чином 108 одиниць – друге неповне ділене.)



- Як визначити другу цифру частки? (Треба 108 спочатку поділити на 10, а потім поділити на 3. 108 : 10 ≈10, 10 : 3 ≈3. Пишімо цифру 3 на місці другої цифри частки.)



- Дізнайтеся, скільки одиниць розділилося? (Розділилося 108 одиниць.) Скільки одиниць не розділилося? (Всі одиниці розділилися, ділення закінчено.)



Закріплення здійснюється під час розв'язання прикладів: 768 : 32 494 : 38 546 : 21 552 : 24.

Не завжди отримана таким чином цифра частки підходить, іноді при множенні знайденої цифри частки на дільник отримуємо більше число за неповне ділене. Тому слід познайомити учнів із способом перевірки пробних цифр частки.

Ділене 952, дільник 34. Знайдемо частку. (Записуємо ділене і дільник. Відділяємо дільник куточком. Визначаємо перше неповне ділене, для цього в дільнику підраховуємо кількість цифр – 2 цифри, тому в числі 952, ліворуч

відділяємо також 2 цифри; отримуємо 95 десятків. 95 десятків можна поділити на 34 так, щоб отримати десятки, тому 95 десятків є першим неповним діленим. Так яка 95 десятків перше неповне ділене, то в частці отримуємо найвищій розряд десятки, а значить 2 цифри; ставимо дві крапки на місці цифр частки. Знаходимо першу цифру частки, для цього 34 замінимо ближчим круглим числом – 30. 30 це 10 помножене на 3. Таким чином , 95 поділимо спочатку на 10, а потім на 3. 95 : 10 ≈ 9, 9 : 3 ≈3. Запишемо цифру 3 на місці першої цифри частки, і дізнаємося скільки десятків поділилося дією множення.)

952 | 34 → (30) = 10 * 3
102 | 3 95 : 10 ≈9, 9 : 3 ≈3
. .

- Що цікавого ви помітили? Чи можна від 95 відняти 102? (Ми не можемо від меншого числа відняти більше.) В чому полягає проблема? (У нас лише 95 десятків, але виходить, що поділилося 102 десятки, що не можливо.) Про що це свідчить? (Це свідчить про те, що цифра десятків частки знайдена невірно.)
- Так, не завжди міркуючи способом заміни дільника меншим круглим числом , ми отримуємо вірну цифру частки. Отримані цифри треба перевіряти.
- Таким чином, цифра 3 – це пробна цифра , її треба перевірити. Можна перевірити множенням, як ми і зробили зараз, а можна прикинути. Як ви вже впевнилися прикидати легше, ніж обчислювати. Тому будемо прикидати.
- При перевірці пробних цифр частки прикидають так: отримане число множать на десятки дільника – 3 * 30 = 90. Визначають , що залишиться від неповного діленого, після цього: 95 – 90 = 5. Порівнюють остачу з добутком пробного числа 3 на одиниці дільника 4. Очевидно, що 5 < 3 * 4 – 5 не вистачить, щоб 3 помножити на 4. Тому цифра 3 не підходить, треба взяти на одиницю менше – 2. Перевіримо цифру 2. Для цього 2 множимо на десятки діленого: 2 * 30 = 60. Визначаємо, скільки лишається від неповного діленого: 95 – 60 = 35. Порівнюємо остачу 35 з добутком 2 на число одиниць 4 : 35 > 2 * 4 – 35 вистачить, щоб 2 помножити на 4. Тому цифра 2 підходить , пишімо її в частці.

952 | 34 → (30) = 10 * 3
68 | 2 95 : 10 ≈9, 9 : 3 ≈3 ; 3 - ? 3 * 30 = 90
27 | . . 95 – 90 = 5
5 < 3 * 4
2 - ? 2 * 30 = 60
95 – 60 = 35
35 > 2 * 4

- Скільки десятків розділилося? (Розділилося 68 десятків.) Скільки десятків не розділилося? (Не розділилося 27 десятків.) Перевірте, остачу. (Остача меша за дільник, тому ділення виконане вірно.)
- Утворіть друге неповне ділене. (Залишилося 27 десятків – це 270 одиниць, та ще 2 одиниці діленого, буде 272 одиниці – друге неповне ділене.)
- Знайдіть другу цифру частки. (272 поділимо спочатку на 10, а потім на 3. 272 : 10 ≈ 27, 27 : 3 ≈ 9.)

- Перевіримо цю цифру. Що для цього треба зробити? (Треба помножити її на десятки дільника: 9 * 30 = 270. Визначити, скільки залишиться від неповного діленого: 272 – 270 = 2. Порівняти остачу 2 з добутком пробної цифри 9 на одиниці діленого : 2 < 9 * 4, двох не вистачить щоб 9*4 , тому цифра 9 не підходить. Візьмемо на одиницю менше – 8. Перевіримо її. Помножимо 8 на десятки дільника: 8 * 30 = 240. Визначимо, скільки залишиться від неповного діленого: 272 – 240 = 32. Порівнюємо остачу 32 з добутком пробної цифри 8 на одиниці дільника 4: 32 = 8 * 4, 32 вистачить, щоб 8 * 4, тому цифра 8 є цифрою частки; запишімо її на другому місці.

952 | 34 → 30 = 10 * 3
68 | 28 95 : 10 ≈9, 9 : 3 ≈**3** ; **3** - ? **3** * 30 = 90
272 . . 95 – 90 = 5
272 5 < **3** * 4
0 **2** - ? **2** * 30 = 60
95 – 60 = 35
35 > **2** * 4
272 : 10 ≈27, 27 : 3≈**9** ; **9** - ? **9** * 30 = 270
272 – 270 = 2
2 < **9** * 4
8 - ? **8** * 30 = 240
272 – 240 = 32
32 = **8** * 4

- Дізнайтеся, скільки одиниць розділилося. (Розділилося 272 одиниці.) Скільки одиниць не розділилося? (Всі одиниці розділилися, ділення закінчено.)

Пам’ятка

Спосіб перевірки пробних цифр частки

1. Множу пробну цифру на десятки дільника.
2. Віднімаю отриманий результат з неповного діленого.
3. Порівнюю остачу з добутком пробної цифри на одиниці дільника:

- якщо остача є більшою або рівною добутку, то пробна цифра підходить;
- якщо остача менша за добуток, то пробна цифра не підходить, слід взяти цифру на одиницю менше.

З метою закріплення способу перевірки пробних цифр частки учням пропонується виконати ділення письмово : 912 : 24 546 : 26 912 : 24 828 : 36 925 : 37.

Далі діти виконують письмове ділення трицифрового числа на двоцифрове з остачею. Міркування здійснюються за відомим алгоритмом, але не відміну від ділення націло, не усі одиниці діленого розділяться, тому слід ще раз остачу порівняти з дільником і зробити висновок про вірність знайденої цифри частки.

Ділення багатоцифрового числа на двоцифрове число. Міркування здійснюється за відомою пам’яткою ділення на двоцифрове число.

31595	71			
284	445	4 - ?	4 - ?	5 - ?
319		4 * 70 = 280	4 * 70 = 280	5 * 70 = 350
284		315 – 280 = 35	319 – 280 = 39	355 – 350 = 5
355		35 > 4 * 1	39 > 4 * 1	5 = 5 * 1
355				
0				

Міркування. В дільнику дві цифри, тому в діленому відділяю ліворуч дві цифри: 31 тисяча. 31 тисячу не можна поділити на 71, щоб отримати хоч-би одну тисячу. Тому переходжу до наступного розряду. 315 сотень – перше неповне ділене. Оскільки перше неповне ділене сотні, то в частці в найвищому розряд теж будуть сотні, тому в частці буде три цифри.

Ділю перше неповне ділене на дільник: 315 : 71 ≈ 31 : 7, буде приблизно по 4. 4 – це пробна цифра, її слід перевірити: 4 множимо на десятки дільника, буде 280; віднімаю отримане число з неповного діленого (315 – 280), буде 35; порівнюю остачу з добутком пробної цифри на дільник (4 * 1); остача більша, тому пробна цифра підходить, пишу її на місці сотень в частці.

Дізнаюся скільки сотень розділилося дією множення. 284 сотні розділилося.

Дізнаюся скільки сотень не розділилося дією віднімання.31 сотня не розділилася.

Перевіряю остачу: остача 31 менша за дільник 71; тому цифру частки підібрано вірно.

Утворюю друге неповне ділене: 31 сотня – це 310 десятків і в діленому 9 десятків, тому 319 десятків – друге неповне ділене.

Ділю його на 71 , приблизно буде по 4. 4 – це пробна цифра, її слід перевірити: 4 множимо на десятки дільника (4 * 70), буде 280; віднімаю отримане число з неповного діленого (319 – 280), буде 39; порівнюю остачу з добутком пробної цифри на дільник (4 * 1) ; остача більша, тому пробна цифра підходить, пишу її на місці десятків в частці.

Дізнаюся скільки десятків розділилося дією множення. 284 десятки розділилися.

Дізнаюся скільки десятків не розділилося дією віднімання. 35 десятків не розділилося.

Перевіряю остачу: остача 35 менша за дільник 71; тому цифру частки підібрано вірно.

Утворюю третє неповне ділене: 35 десятків – це 350 одиниць і ще 5 одиниць в діленому. 355 одиниць – третє неповне ділене.

Ділю його на 71, приблизно буде по 5. 5 – це пробна цифра, її слід перевірити: 5 множимо на десятки дільника (5 * 70), буде 350; віднімаю отримане число з неповного діленого (355 – 350), буде 5; порівнюю остачу з добутком пробної цифри на дільник (5 * 1); остача дорівнює добутку, тому пробна цифра підходить, пишу її на місці одиниць в частці.

Дізнаюся скільки одиниць розділилося дією множення. 355 одиниць розділилися.

Дізнаюся скільки одиниць не розділилося дією віднімання. Усі одиниці розділилися, ділення закінчено.

Далі вивчаються випадки ділення п’яти - шестицифрових чисел, які закінчуються нулями . Учні вже знайомі з випадками ділення круглих чисел на одноцифрові, і вміють пояснювати чому на місці одиниць треба записати нуль. Ці знання треба актуалізувати на етапі підготовчої роботи і перенести в нову ситуацію. Отже учні можуть самостійно виконати ділення поданих чисел і пояснити чому саме на місці одиниць буде нуль.

334500 ! 75	
300	4460
345	
300	
450	
450	
0	

Перше неповне ділене 334 тисячі, тому в частці у найвищому розряді будуть тисячі, а значить 4 цифри.

Ділю 334 на 75: 334 : 75 ≈33 : 7 ≈4 – це пробна цифра частки, її слід перевірити: 4 * 70 = 280, 334 – 280 = 54, 54 > 4 * 5 – цифра 4 підходить, пишу її в частці на місці тисяч.

300 тисяч розділилося, 34 тисячі не розділилися. Остача 34 менша за дільник, тому цифру частки знайдено вірно.

З остачі 34 тисячі та 5 сотень діленого утворюю друге неповне ділене – 345 сотень. 345 : 75 ≈ 4. Перевіряю пробну цифру частки: 4 * 70 = 280, 345 – 280 = 65, 65 > 4 * 5 – цифра 4 підходить, пишу її на місці сотень у частці.

300 сотень розділилося. 45 сотень не розділилося. Остача 45 менша за дільник, тому цифру частки знайдено вірно.

45 сотень – це 450 десятків, у діленому 0 десятків, тому третє неповне ділене 450 десятків. 450 : 75 ≈6. Перевіряю: 6 * 70 = 420, 450 – 420 = 30, 30 = 6 * 5, пишу цифру 6 у розряді десятків у частці.

450 десятків розділилося. Усі десятки розділилися, тому в частці ми отримали 446 десятків – це 4460 одиниць.

Або міркувати можна ще й так: Четверте неповне ділене 0 одиниць. 0 : 75 = 0 – пишімо нуль на місці одиниць у частці. Ділення закінчено.

Наступний випадок ділення багатоцифрових чисел на двоцифрові, коли в середині частки є нуль . Знову , треба звернутися до аналогічних випадків ділення на одноцифрове число і перенести відомий дітям спосіб міркування в нову ситуацію.

45066 ! 74	
444	609
66	
0	
666	
666	
0	

Перше неповне ділене 450 сотень, тому найвищій розряд частки – сотні, в частці 4 цифри.

Ділю 450 на 74, 45 : 7 ≈6. 6 – це пробна цифра частки, її слід перевірити: 6 * 70 = 420, 450 – 420 = 30, 30 > 6 * 4, цифра 6 підходить, пишу її в частці на місці сотень.

Розділилося 444 сотні. Не розділилося 6 сотень.

Перевіряю : остача 6 менша за дільник 74, цифру частки знайдено вірно.

З остачі 6 сотень та 6 десятків, утворюю друге неповне ділене – 66 десятків. 66 десятків не можна розділити на 74, щоб отримати хоч би один

десяток, тому на місці десятків у частці пишу цифру 0. Або 66 : 74 = 0 (ост. 66). 0 десятків розділилося. 66 десятків не розділилося.

Утворюю третє неповне ділене з остачі та одиниць діленого – 666 одиниць. Ділю 666 на 74: 66 : 7 ≈9. Перевіряю цифру частки:

9 * 70 = 630, 666 – 630 = 36, 36 = 9 * 4, - цифра 9 підходить, пишу її на місці одиниць у частці. Розділилися усі одиниці. Ділення закінчено.

Розглядаючи короткий запис таких випадків письмового ділення , треба звернути увагу на те, що при множенні дільника 35 на нуль завжди отримуємо нуль, а при відніманні нуля з неповного діленого 14 десятків, буде те ж саме число – 14 десятків; тому тут нуль не пишуть, але запам'ятовують, що П неповне ділене 14 десятків, а Ш неповне ділене – 140 одиниць.

17640 ! 35...
175 504
140
140
0

В порядку ознайомлення показуємо учням письмове ділення багатоцифрового числа на трицифрове:

25272 !324
2268 78
2592
2592
0

У дільнику 3 цифри, тому у діленому відділяю зліва також 3 цифри, маю 252 сотні. 252 сотні не можна розділити на 324, щоб отримати хоч би одну сотню. Тому переходимо до наступного розряду: 2527 десятків – перше неповне ділене. В частці отримаємо десятки, буде 2 цифри. 2527 : 324 ≈25 : 3 ≈8.

Перевіряємо: 8 * 300 = 2400, 2527 – 2400 = 127, 127 < 8 * 24, тому цифра 8 – не підходить; візьмемо по 7: 7 * 300 = 2100, 2527 – 2100 = 427, 427 > 7 * 24, цифру 7 пишу на місці десятків у частці.

2268 десятків розділилося. 259 десятків не розділилися. Остача 259 менша за дільник 324, цифру частки знайдено вірно.

З остачі 259 десятків і 2 одиниць діленого утворюю друге неповне ділене – 2592 одиниці. 2592 : 324 ≈ 25 : 3 ≈ 8. Перевіряємо: 8 * 300 = 2400, 2592 – 2400 =192, 192 = 8 * 24 – цифру 8 пишу на місці одиниць у частці.

2592 одиниці розділилися. Усі одиниці розділилися, ділення закінчено.

Методика вивчення дробів

В результаті вивчення теми діти повинні засвоїти:

1) як утворюються дроби з знаменником 3,9,6,5,10,4,8;
2) навчитися записувати і читати дробові числа;
3) знати терміни “Чисельник” і “знаменник”, пояснювати значення кожної цифри в запису дробового числа;
4) вміти порівнювати дроби;
5) навчитися розв’язувати задачі на знаходження дробу від числа.

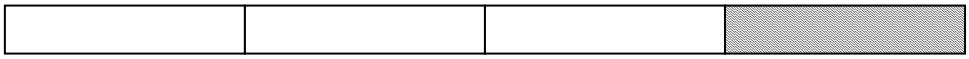
1. Ознайомлення з поняттям “дріб”.

Утворення дробів показують на наочності. Ознайомленню з новим поняттям передує підготовча робота, під час якою актуалізується:

- утворення частин, демонстрація $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ і так далі;
- значення числа під рискою (знаменника) і над рискою (чисельника.)
- кількість рівних частин в цілому.

Ознайомлення. Утворення дробу можна здійснити під час практичної роботи:

Завдання 1. Візьміть риску паперу, розмалюйте $\frac{1}{4}$.



- Скільки четвертих частин в цілому? (Чотири)
- Якщо в цілому чотири чверті, то розмалюйте ще $\frac{1}{4}$.

- Скільки всього четвертих частин ми розмалювали? (Дві $\frac{5}{8}$ четверті)

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} * 2 = \frac{2}{4}$ - по $\frac{1}{4}$ взяти 2 рази; читаємо так: “дві четвертих”

- Розмалюйте три четвертих частини.

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} * 3 = \frac{3}{4}$ - по $\frac{1}{4}$ взяти 3 рази; читаємо “три четвертих”

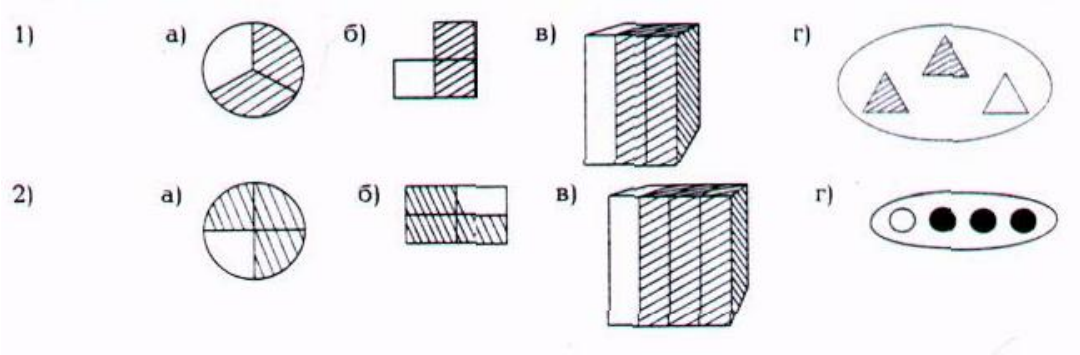
- Такі числа є дробами. Дріб – це одна або кілька рівних частин цілого. Дроби записують двома натуральними числами, які розділені рискою. Число над рискою називають чисельником, а число під рискою називають знаменником. Знаменник показує на скільки рівних частин розділили ціле, а чисельник – скільки таких частин взяли.

$\frac{а}{в}$ → *чисельник* → *скільки.таких.частин.взяли*
→ *знаменник* → *на..скільки..рівних.частин.поділили.ціле*

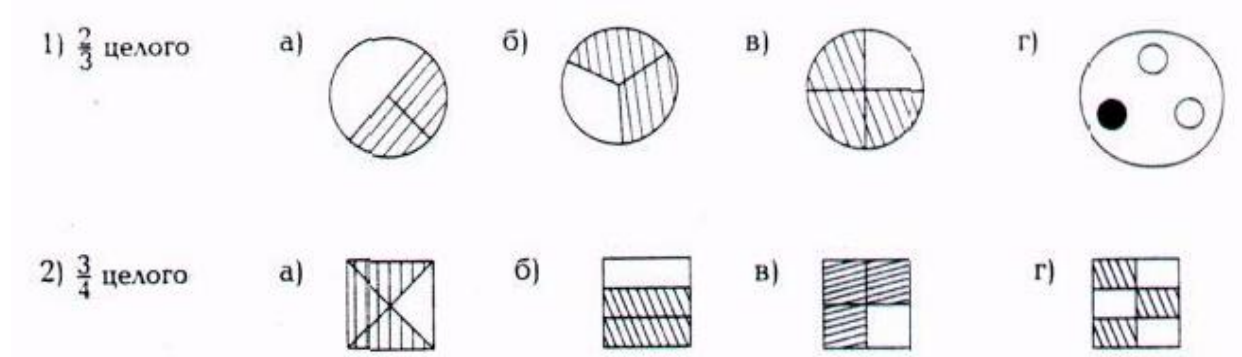
Зауваження. При читанні дробів треба пам'ятати: чисельник дробу – кількісний числівник жіночого роду (одна, дві, три й тощо), а знаменник – порядковий числівник (дев'ята, сота, двісті тридцята):

$\frac{5}{6}$ - п'ять шостих; $\frac{7}{11}$ - сім одинадцятих; $\frac{17}{35}$ - сімнадцять тридцять п'ятих.

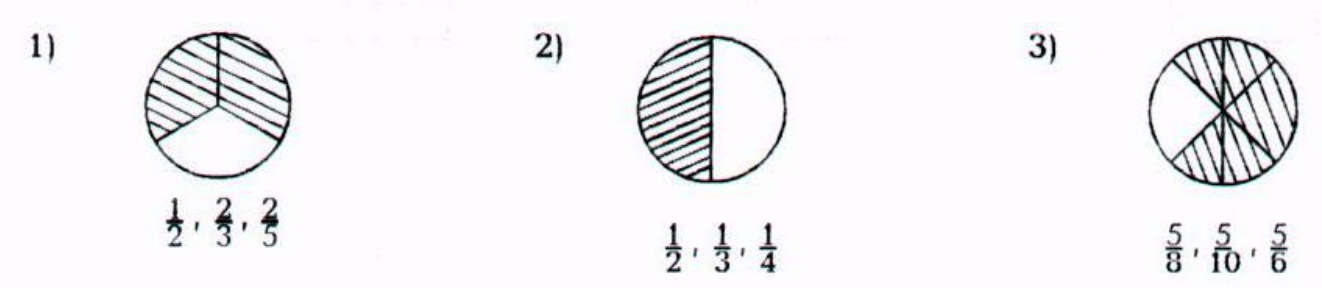
Завдання 2. На скільки рівних частин розділене ціле в кожному випадку? Що показує заштрихована частина кожного цілого? Яким дробом можна позначити заштриховану частину?



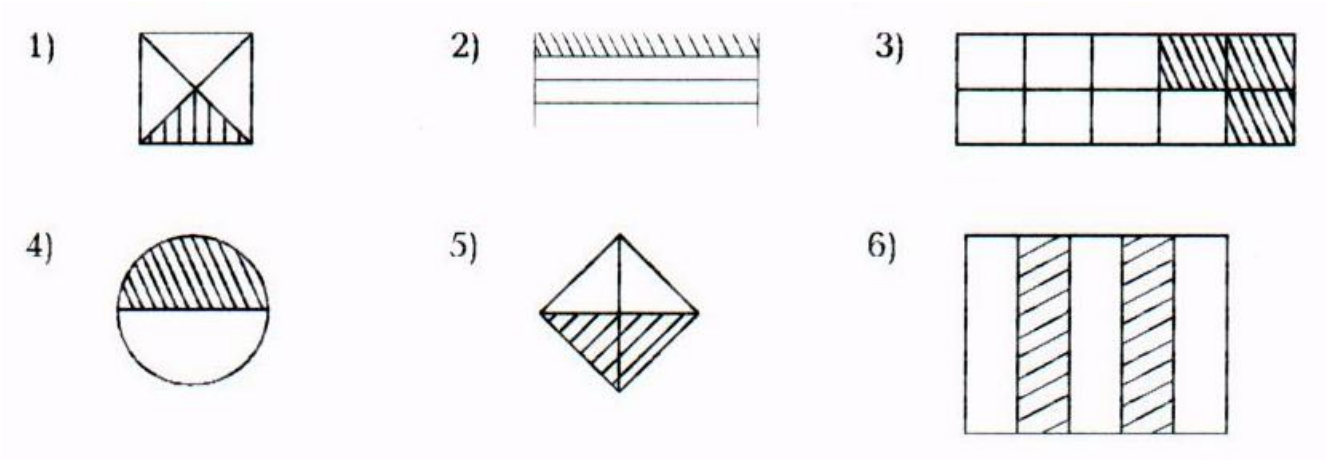
Завдання 3. Вкажи ціле, на якому заштриховано:



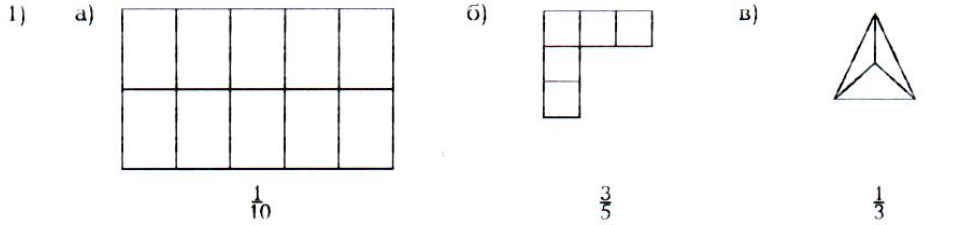
Завдання 4. Вибери із записаних дробів той, який показує, яку частину цілого заштрихували. Обведи та прочитай цей дріб:

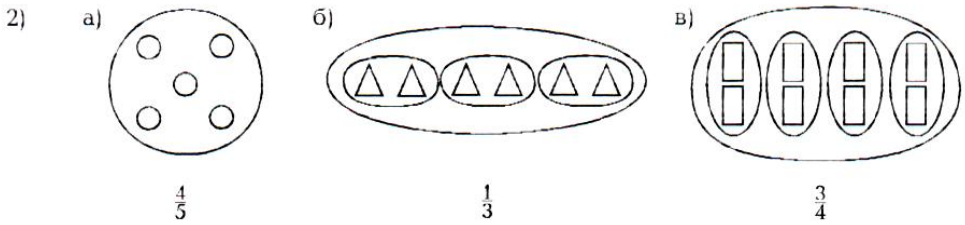


Завдання 5. Запиши дроби, які показують, яку частину цілого заштрихували:



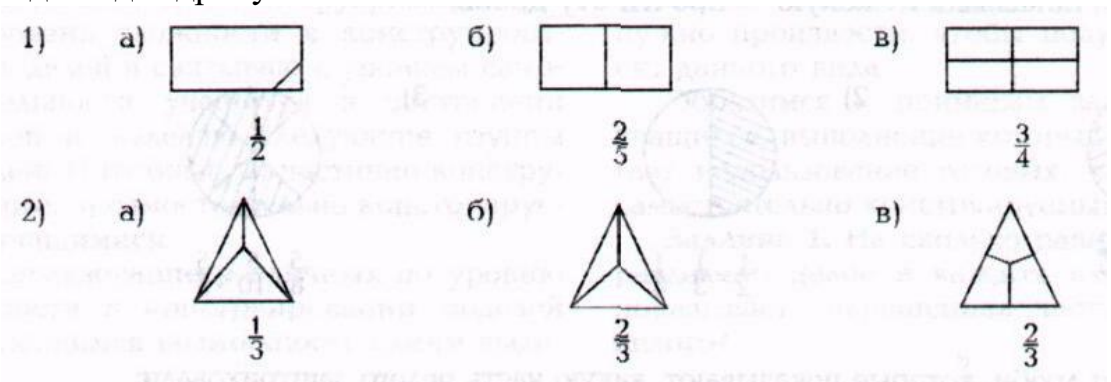
Завдання 6. Розмалювати частину цілого, яка відповідає дробу:





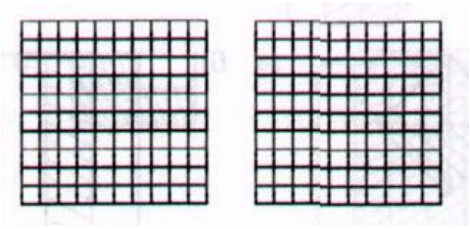
Треба зазначити, що на малюнку в) трикутник розбитий не на рівні частини, тому позначити $\frac{1}{3}$ не можливо. Дітям можна пояснити, що це „ловушка", такі „ловушки" зустрічаються у завданнях, щоб вони були уважніші!

Завдання 7. Розмалювати, якщо це можливо, частину цілого, яка відповідає дробу:

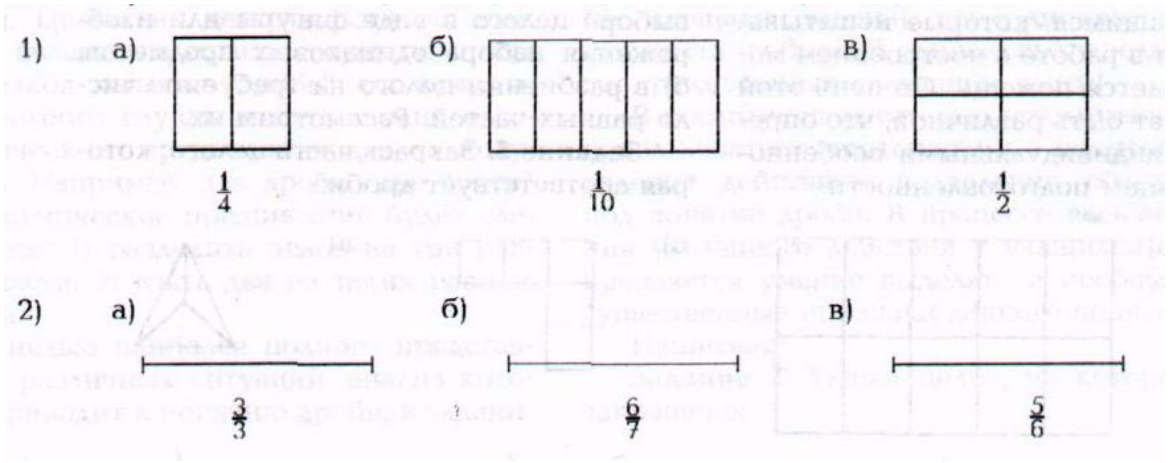


Зазначимо, що розмалювати зазначені частини фігур можливо лише на кресленнях № 1 б) і в) – лише на них фігури розбиті на рівні частини.

Завдання 8. Розмалюй частину фігури так, щоб отримати візерунок. Запиши дріб, який показує, яку частину фігури ти розмалював. Чи можна цю частину розмалювати по-іншому? Як?



Завдання 9. Розмалюй частину цілого, яка відповідає дробу (покажи різні способи):



Завдання 10. Прочитай дроби. Назви чисельник і знаменник кожного дробу і поясни, що вони означають: $\frac{2}{9}; \frac{4}{5}; \frac{7}{10}; \frac{11}{23}; \frac{41}{100}$.

Завдання 11. Запиши цифрами дроби:

- п’ять восьмих;
- шість дев’ятих,
- тринадцять двадцять восьмих;
- тридцять три сотих.

Завдання 12 Яку частину метру складає 1 дм? Подай в метрах 1 дм, 6 дм, 8 дм. Яку частину години складає 1 хвилина? Подай в годинах 1 хв., 5 хв., 17 хв., 27 хв. Яку частину року складає 1 місяць? 3 місці? 7 місяців? 9 місяців? 12 місяців? Запиши дроби.

Завдання 13. Ціле поділили на 100 рівних частин. Як називаються 7, 9, 14, 16, 23, 42, 88 таких частин? Запиши відповідні дроби.

Завдання 14. Розділи 9 яблук порівну між дванадцятьма дітьми. Скільки отримала кожна дитина?

Постарайся знайти різні способи.

- Подумай, чи можна розв’язати задачу, якщо жодне яблуко не можна ділити більш ніж на 4 рівні частини.
- Постарайся знайти такий розв’язок (6 яблук треба розділити навпіл і дати кожній дитині половину яблука; а решту 3 яблука розділити на 4 рівні частини і дати кожній з дитин по чверті яблука, отже кожна з дванадцяти дитин отримує по половині і ще чверті яблука.)
- Якщо тобі важко знайти такий розв’язок, зобрази кожне яблуко кругом і діли круги на рівні частини.

Завдання 15. До чаю мама подала торт, який був розрізаний на 10 рівних шматочків. Брат з'їв 2 шматочка, а сестра – 1 шматок. Яку частину торту з'їв брат і яку сестра? Запиши числа. Поясни, що показує в них чисельник і що знаменник.

Завдання 16. До чаю мама подала торт, який був розрізаний на 7 рівних шматочків. За столом сиділо 7 чоловік. Кожна людина з'їла по одному шматку. Яку частину торту з'їли?

Запиши відповідь дробовим числом.

- Чи залишилося щось від торту? Отже з'їли цілий торт! Чи можна замість дробу записати відповідь натуральним числом?
- Чи вірно записати так: $\frac{7}{7} = 1$?
- Чим цікавий цей дріб? (В ньому чисельник дорівнює знаменнику і цей дріб дорівнює 1.)
- Запиши інші дроби, які дорівнюють числу 1.

Завдання17.

- Коли дробове число дорівнює 1? Наведи приклади таких дробів.
- Запиши в загальному вигляді ознаку, за якою можна впізнати, що дріб дорівнює 1.

$$\text{Якщо } a=в, \text{ то } \frac{a}{в} = 1.$$

- Якби в попередній задачі з'їли не 7 шматочків торту а менше семи, то щось лишилося б від цілого торту; не з'їли цілий торт! При якій умові дріб менший за 1?
- Наведи при клади таких дробів.
- Запиши в загальному вигляді ознаку цих дробів.

$$\text{Якщо } a<в \text{ , то } \frac{a}{в} <1.$$

- За яких умов дріб буде більша за 1?

$$\text{Якщо } a>в, \text{ то } \frac{a}{в} > 1.$$

Завдання 18. Доведи, що дріб $\frac{8}{6}$ більша , ніж число 1.

- Подумай, як можна отримати такий дріб? (Такий дріб можна отримати, якщо не одне ціле, а наприклад два цілих предмети поділити на 6 рівних частин кожний і взяти лише 8 таких частин.)
- Склади задачу, яка б показала спосіб отримання такого дробу.
- Сашко склав таку задачу: „ У дівчинки було дві плитки шоколаду „Мілка". Кожна плитка шоколаду „Мілка" розділена на 24 маленькі прямокутники. Дівчинка з'їла 27 маленьких прямокутників шоколаду. Яку частину плитки шоколаду з'їла дівчинка?"

Завдання 19.

- Коли дробове число дорівнює 1? Наведи приклади таких дробів.

- Запиши в загальному вигляді ознаку, за якою можна впізнати, що дріб дорівнює 1.

Якщо $a=в$, то $\frac{a}{в} = 1$.

- А при якій умові дріб менший за 1? Чому ти так вважаєш? Наведи при клади таких дробів.
- Запиши в загальному вигляді ознаку цих дробів.

Якщо $a<в$, то $\frac{a}{в} <1$.

- Наведи приклади дробів, які більші за число 1.
- Запиши в загальному вигляді ознаку цих дробів.

Якщо $a > в$, то $\frac{a}{в} > 1$.

2. Порівняння дробів.

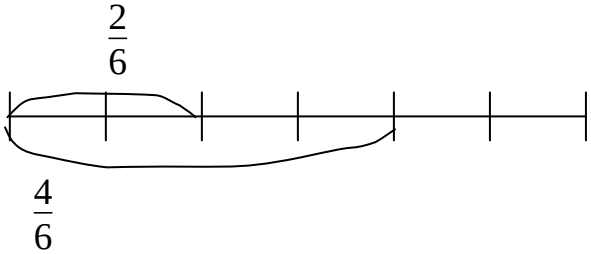
Проводиться на практичній основі, використовуючи риски паперу, круги, прямокутники.

Спочатку порівнюємо дроби, засобом накладання відповідних частин рисок паперу.

Завдання 1. Візьміть дві однакові риски паперу. Покажіть на першій дріб $\frac{3}{4}$, а на іншій $\frac{2}{6}$ Способом накладання відповідних частин порівняйте дроби $\frac{3}{4}$ та $\frac{2}{6}$.

У наступному завданні можна зобразити дроби, як частини цілого відрізку, розмальовуємо їх різними кольорами і робимо висновок.

Завдання 2. Накресліть відрізок довжиною 6 см. Позначте спочатку дріб $\frac{2}{6}$ та $\frac{4}{6}$. Порівняйте ці дроби.



$$\frac{2}{6} < \frac{4}{6}$$

Після розв'язання цього завдання можна обговорити питання:

- Що спільного в цих дробах? (В них однакові знаменник.) Що вони означають?

- Чим відрізняються ці дроби? (Чисельниками). Що означає чисельник першого дробу? Що означає чисельник другого дробу?
- Чому $\frac{2}{6} < \frac{4}{6}$? (кожний відрізок поділили на 6 рівних частин, спочатку взяли 2 такі частини, а потім 4 такі частини; 2 частини менше, ніж 4 частини, тому $\frac{2}{6} < \frac{4}{6}$.)

Отже, дроби з однаковими знаменниками можна порівнювати без наочності, засобом міркування: кожну величину поділили на однакову кількість частин, спочатку взяли..., потім взяли...: ... такі частини $\frac{більше}{менше}$, ніж ... такі частини, тому дріб ... $\frac{більше}{менше}$, ніж дріб...

Завдання 3.

- Розглянь малюнок:

Скільки на ньому рівних квадратів?

- Яку частину великого квадрату складає один маленький?

Запиши відповідь дробом.

- Які ще дроби можна записати, використовуючи цей малюнок? Запиши ці дроби.
- Для кожного записаного дробу зроби такий самий малюнок і зафарбуй на ньому ту частину великого квадрата, яка дорівнює цьому дробу.
- На якому малюнку площа зафарбованої частини найменша? Найбільша?
- Розташуй записані тобою дроби в порядку зростання площин, що їм відповідають.
- Порівняй дроби. Що в них не змінюється? Що змінюється?
- Як змінюються чисельники? Як змінюються дроби?
- Який висновок можна зробити?

З двох дробів з рівними знаменниками
більший той, у якому чисельник більший.

- Запиши цей висновок у загальному вигляді.

Якщо $a>в$, то $\frac{a}{c} > \frac{в}{c}$.

- Запиши кілька дробів з однаковими знаменниками і розташуй їх в порядку спадання.
- Як змінюються чисельники? Як змінюються дроби?
- Який висновок можна зробити?

З двох дробів з рівними знаменниками менший той, у якому чисельник менший.

- Запиши цей висновок в загальному вигляді.

Якщо $a<в$, то $\frac{a}{c}<\frac{в}{c}$.

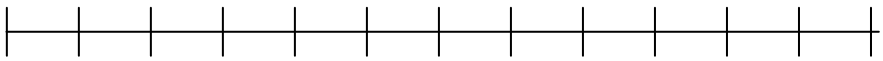
- Поєднайте обидва висновки у один.

З двох дробів з однаковими знаменниками $\frac{більше}{менше}$ **той, у якого чисельник** $\frac{більше}{менше}$**.**

Завдання 4. Запиши дроби, в яких: чисельник 2, знаменник 5; чисельник 4, знаменник 6; чисельник 4, знаменник 10; чисельник 1, знаменник 7.

- Чи можна порівняти ці дроби за величиною користуючись зробленим висновком? Поясни відповідь.
- Для кожного записаного дробу запиши кілька дробів, з якими їх зручно порівнювати. Розташуй кожну групу дробів в порядку зростання величини дробів.

Завдання 5. Накресли відрізок довжиною 6 см. Розділи його на 12 рівних частин. Покажи $\frac{1}{12},\frac{1}{6},\frac{1}{4},\frac{1}{3}$ цього відрізку.



- Скільки таких частин містить $\frac{1}{12},\frac{1}{6},\frac{1}{4},\frac{1}{3}$.
- Порівняй дроби $\frac{1}{12}і\frac{1}{6},\frac{1}{4}і\frac{1}{3}$.

Міркуємо так: цілу величину спочатку поділили на 12 рівних частин, а потім на 3 рівні частини, величина $\frac{1}{12}$ частини менше, ніж величина $\frac{1}{6}$ частини, тому величина $\frac{1}{12}<\frac{1}{6}$. Згадуємо висновок, який було зроблено при вивченні частин:

Чим на більше число рівних частин поділене ціле, тим менше величина кожної частини.

Завдання 6. Розглянь дроби: $\frac{1}{7},\frac{1}{4},\frac{1}{9},\frac{1}{2},\frac{1}{6},\frac{1}{5},\frac{1}{3},\frac{1}{11}$.

Чим вони схожі? Чим відрізняються?

- Випиши спочатку найменший дріб, а потім найбільший. Як ти дізнався, який дріб найменший? А найбільший?
- Запиши всі дані дроби в порядку зростання.

Завдання 7. Порівняй дроби $\frac{2}{6}$ та $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$ та $\frac{4}{11}$.

Міркуємо так: цілу величину спочатку поділили на 6 рівних частин, а потім на 3 рівні частини, величина $\frac{1}{6}$ частини менше, ніж величина $\frac{1}{3}$ частини, тому величина $\frac{2}{6} < \frac{2}{3}$.

Завдання 8. Чим схожі і чим відрізняються дроби:

$\frac{3}{8}, \frac{3}{5}, \frac{3}{9}, \frac{3}{4}, \frac{3}{6}$?

- Яка з них найменша? Підкресли її однією рискою. Яка з них найбільша? Підкресли її двома рисками. Поясни відповідь.
- Як в них змінюються знаменники? Як змінюються дроби?
- Який висновок можна зробити?

Якщо у дробів однакові чисельники та різні знаменники, то більший той дріб, в якого знаменник менший.

Завдання 9. В якому порядку записані наступні дроби:

$\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}$?

- Що спільного в цих дробах? Чим вони відрізняються?
- Як змінюються знаменники? Як змінюються дроби?
- Який висновок можна зробити?

у дробів однакові чисельники та різні знаменники, то менший той дріб, в якого знаменник більший.

- Поєднайте обидва висновків в один.

З двох дробів з однаковими чисельниками $\frac{\textit{більше}}{\textit{менше}}$ **той,**

у якого знаменник $\frac{\textit{менше}}{\textit{більше}}$**.**

Завдання 10. Запиши дроби в порядку зростання(спадання): $\frac{4}{6}; \frac{4}{9}; \frac{4}{5}; \frac{4}{11}; \frac{4}{8}$.

Завдання 11.Порівняй дроби: $\frac{2}{6} \ldots \frac{2}{3}; \frac{2}{12} \ldots \frac{2}{4}; \frac{2}{3} \ldots \frac{2}{12}$.

Завдання 12. Порівняй дроби:

$\frac{7}{8}$ та $\frac{4}{8}$ $\quad$ $\frac{6}{11}$ та $\frac{6}{15}$ $\quad$ $\frac{a-6}{8}$ та $\frac{a}{8}$ $\quad$ $\frac{7}{в-5}$ та $\frac{7}{в}$.

Завдання 13. Порівняй дроби:

А) $\frac{7}{8} \ldots \frac{4}{8}; \frac{5}{19} \ldots \frac{12}{19}; \frac{8}{36} \ldots \frac{24}{36}; \frac{a+3}{57} \ldots \frac{a}{57}$

Б) $\frac{2}{9} \ldots \frac{2}{3}; \frac{6}{11} \ldots \frac{6}{15}; \frac{17}{28} \ldots \frac{17}{21}; \frac{42}{в+5} \ldots \frac{42}{в}$

Завдання 14. Записати дроби у порядку зростання: $\frac{9}{10}; \frac{3}{4}; \frac{7}{8}; \frac{5}{6}; \frac{24}{25}$.

- За яким принципом складені ці дроби? (Чисельник кожного дробу на 1 менший за його знаменник.)

- Яким дробом можна доповнити кожний дріб до 1? Запишіть відповідні дроби під кожним з даних дробів.

$\frac{9}{10};\frac{3}{4};\frac{7}{8};\frac{5}{6};\frac{24}{25}$
$\frac{1}{10};\frac{1}{4};\frac{1}{8};\frac{1}{6};\frac{1}{25}$

Дроби у нижньому рядку зручно порівнювати, тому що в них рівні чисельники. Найменший з них дріб $\frac{1}{25}$, найбільший $\frac{1}{4}$. Чим меншу частину ми віднімемо з 1, тим більше буде решта. Тому в порядку зростання ці дроби вишукуються наступним чином: $\frac{3}{4};\frac{5}{6};\frac{7}{8};\frac{9}{10};\frac{24}{25}$.

Завдання 15. При яких натуральних значеннях змінної вірна нерівність:

$\frac{5}{7} > \frac{r}{7}$ $\frac{d}{8} > \frac{3}{8}$ $\frac{5}{9} > \frac{5}{a}$

Завдання 16. Які значення можуть приймати змінні *x* та *y* щоб нерівності були вірними:

а) $\frac{5}{y} \angle \frac{5}{7}$ б) $\frac{x}{6} \le \frac{4}{6}$

в) $\frac{x}{5} \le \frac{3}{5}$ г) $\frac{2}{11} \le \frac{2}{y} \angle \frac{2}{9}$

Завдання 17. Запиши множину дробів $\frac{x}{y}$, якщо відомо, що:

а) $3 < x \le 4$, $6 \le y \le 8$; б) $9 < x < 12$, $18 < y < 20$.

Порівняй ці дроби.

Завдання 18. Знайди 3 значення змінної *t*, які задовольняють нерівності:

а) $1 < t < 5$ б) $t \ge \frac{5}{4}$

Завдання 19. Розташуй дроби в порядку зростання: $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{8}$.

- Яка найбільше число у знаменнику? (8.)
- Що вона показує? (На скільки рівних частини поділили , наприклад відрізок. Відрізок поділили на 8 рівних частин.)
- Що покає чисельник? (Скільки взяли рівних частин.)
- Накресли три відрізка довжиною 8 см і похилу лінію. Перший відрізок розділи на дві рівні частини. Кожна частина цього відрізка містить $\frac{1}{2}$ відрізка. Другий відрізок розділи на чотири рівні частини. Кожна частина містить $\frac{1}{4}$ відрізка. Третій відрізок поділи на 8 рівних частин. Кожна частина містить $\frac{1}{8}$ відрізка.

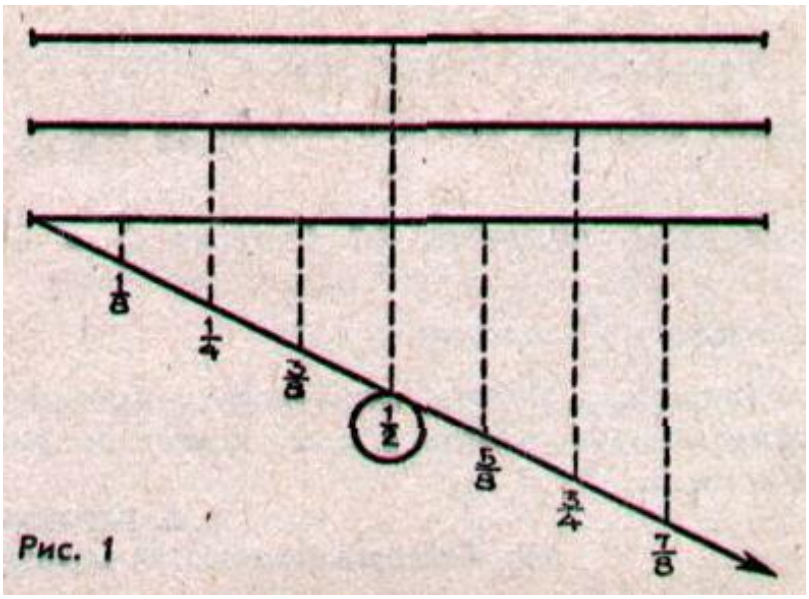
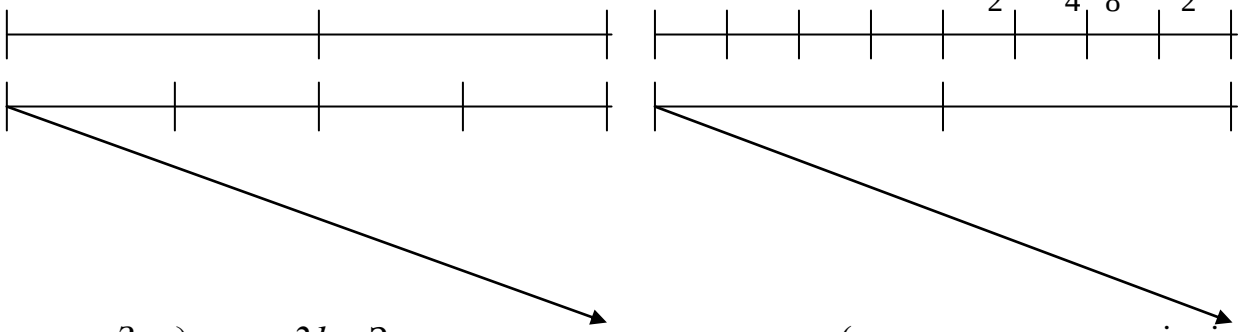


Рис. 1

- Проведи пунктирні лінії на похилу. Починай по порядку з тих дробів, які записані вище. Точки можна відмічати кольоровим олівцем. Отже, починай з $\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{5}{8}$ і так далі.

Відмітивши точки на похилій, учні наочно уявляють дроби в порядку зростання і записують їх в наступному порядку *:* $\frac{1}{8},\frac{1}{4},\frac{3}{8},\frac{1}{2},\frac{5}{8},\frac{3}{4},\frac{7}{8}$.

Завдання 20. За таким кресленням порівняти дроби. $\frac{1}{2}\ та\ \frac{2}{4},\frac{5}{8}\ та\ \frac{1}{2}$.



Завдання 21. За допомогою креслення (накресли два відрізка, довжиною 6 см = 12 клітинок) відповіси на запитання:

1) Що більше $\frac{1}{6}$ або $\frac{3}{12}$?
2) Як з $\frac{1}{2}$ отримати $\frac{1}{4}$?
3) Скільки $\frac{1}{9}$ в $\frac{1}{3}$?
4) Скільки в $\frac{1}{3}$ шостих частин?

Завдання 22. Розглянь дроби: $\frac{1}{2},\frac{2}{4},\frac{3}{6},\frac{4}{8}$. Як вони пов’язані між собою?

- Накресли відрізок довжиною 12 см і відміть на ньому дроби. Скільки різних точок ти отримав?
- Подумай і поясни, чому ти отримав лише одну точку?
- Чи можна стверджувати, що ці дороби рівні одна одній?
- Чи вірно таке міркування: $\frac{1}{2}$ - це половина і $\frac{2}{4}$ теж половина, тому що розділили на 4 рівні частини і взяли половину таких частин.
- Проведи таке міркування для дробів $\frac{3}{6}$ та $\frac{4}{8}$.
- Розглянь даний рядок дробів. Порівняй чисельники першого та другого дробу. Як в них змінився чисельник? Порівняй їх знаменники. А як змінився знаменник? Таку саму роботу проведи з першим та третім дробами....
- Що цікавого ти помітив? Як змінюються чисельник і знаменник в кожному дробу? За цим правилом запиши ще кілька дробів, які будуть рівні даним.
- Одночасно помноживши і чисельник і знаменник на одне й те саме число, запиши як можна більше дробів, що дорівнюють $\frac{1}{3}$.

Завдання 23. Порівняй дроби кожної пари:

$$\frac{1}{2} та \frac{5}{10}; \frac{2}{3} та \frac{14}{21}; \frac{4}{12} та \frac{8}{24}.$$

- Що ти можеш про них сказати? Постав між цими дробами знак порівняння.
- Чи вірно твердження: Дроби кожної пари рівні між собою?
- Порівняй чисельники дробів кожної пари та їх знаменники. У скільки разів чисельник другого дробу більший за чисельник першого? А знаменник? Зроби висновок.

Якщо чисельник і знаменник дробу помножити на одне й те саме натуральне число, то отри маємо дріб, який рівний даному.

Завдання 24. Порівняй дроби таких пар:

$$\frac{28}{35} та \frac{4}{5}; \frac{72}{162} та \frac{12}{27}; \frac{15}{30} та \frac{3}{6}.$$

- Як пов'язані між собою чисельники і знаменники кожної пари? У скільки разів чисельник другого дробу менший за чисельник першого дробу? А знаменник? Зроби висновок.

Якщо чисельник і знаменник дробу розділити на одне й те саме натуральне число, то отри маємо дріб, який рівний даному.

- Поєднай обидва висновків в один.

Якщо чисельник і знаменник дробу помножити або розділити на одне й те саме натуральне число, то отри маємо дріб, який рівний даному.

- Запиши 5 будь-яких дробів і отримай рівні їм дроби, користуючись цим висновком.

- Перевір рівність даних і записаних тобою дробів за допомогою відрізків.

Завдання 25. Знайди серед даних дробів пари рівних:

$$\frac{2}{7},\frac{7}{11},\frac{6}{15},\frac{32}{64},\frac{8}{16},\frac{15}{40},\frac{21}{35},\frac{5}{6},\frac{3}{8},\frac{24}{56},\frac{2}{5},\frac{35}{55}.$$

- До кожної знайденої пари допиши ще 3 рівних дробів.
- Знайди дроби, у яких немає рівних, і добав до кожного такого дробу рівний йому.

Завдання 26. До кожного даного дробу : $\frac{2}{9},\frac{3}{7},\frac{8}{17},\frac{5}{11},\frac{10}{15}$ - напиши по 2 рівних .

- До цих же дробів допиши по 4 дроби, які більше за дані, та по 3 дроби, які менші за дані.

3. Знаходження дробу від числа.

Підготовча робота.

Завдання 1. Зобрази ціле (фігуру). Розмалюй: а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{3}{8}$;в) $\frac{3}{4}$ цілого.

Завдання 2.

1) Зобрази ціле у вигляді 12 однакових об'єктів. Розмалюй: а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{6}$ цілого.

2) зобрази ціле у вигляді 9 однакових об'єктів. Розмалюй: а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{3}$ цілого.

Завдання 3.

1. Обкреслити смужку в 16 клітинок завдовжки. $\frac{1}{4}$ смужки пофарбувати в червоний колір, другу чверть – у синій, третю чверть – у жовтий. Скільки всього клітинок пофарбовано? Яка частина всієї смужки пофарбована?

2. Обкреслити смужку в 16 клітинок завдовжки. Пофарбувати $\frac{3}{4}$ смужки в синій колір. У скільки разів більше синіх клітинок, ніж білих (не пофарбованих)?

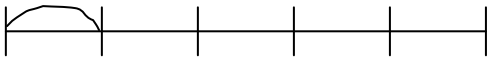
Ознайомлення.

Правило знаходження дробу від числа вводиться на задачі. Під час розв'язання якої доцільно кожний крок ілюструвати кресленням.

Завдання 4. Дано відрізок довжиною 10 см. Скільки сантиметрів міститься в 3/5 цього відрізку?

- Накресліть відрізок довжиною 10 см. Яку частину на ньому треба позначити? ($\frac{3}{5}$) Що означає знаменник? (Що цілий відрізок треба поділити на 5 рівних частин.) Виконайте цю дію.

$\frac{1}{5}$

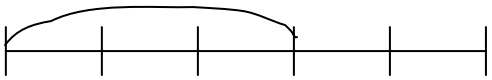


– Як дізнатися скільки сантиметрів містить 1 частина?

1) 10 : 5 = 2 (см)

- Що більше $\frac{3}{5}$ чи $\frac{1}{5}$? У скільки разів $\frac{3}{5}$ більше за $\frac{1}{5}$?

$\frac{3}{5}$ $\frac{3}{5}$ у 3 рази більше, ніж $\frac{1}{5}$!



- У скільки разів більше сантиметрів містить $\frac{3}{5}$ ніж $\frac{1}{5}$? (У три рази!)

Якою арифметичною дією можна дізнатися про довжину $\frac{3}{5}$ відрізка?

2) 2 * 3 = 6 (см)

Відповідь: 6 см містить $\frac{3}{5}$ відрізка.

- В цій задачі ми знайшли величину дробу $\frac{3}{5}$ від цілого відрізку, довжиною 10 см. Коротко кажучи: ми знайшли дріб від числа.

Завдання 5.

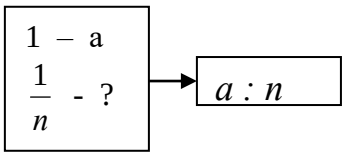
1) Порівняй задачі:

Учень почав читати книгу, яка містила 140 сторінок. В перший день він прочитав $\frac{1}{7}$ частину книги. Скільки сторінок він прочитав в цей день?	Учень почав читати книгу, яка містила 140 сторінок. В перший день він прочитав $\frac{5}{7}$ усієї книги. Скільки сторінок він прочитав в цей день?

3) Розв'яжи першу задачу.

4) Що треба знайти в першій задачі? (Частину від числа.) Покажи її опорну схему. Як знайти частину від числа?

$\frac{1}{7}$



5) Що треба знайти в другій задачі: частину чи дріб від числа?
6) Як треба змінити короткий запис першої задачі, щоб отримати короткий запис другої задачі? Виконай ці зміни.
7) Опорна схема задач, в яких треба знайти дріб від числа:

1 – a $\frac{m}{n}$ - ?

8) Чи допоможе розв'язок першої задачі для розв'язання другої задачі?
9) Розв'яжи другу задачу. Про що ми дізнаємося першою дією? Другою дією?
10) Який висновок можна зробити про розв'язання задач, в яких треба знайти дріб від числа?

Якщо в задачі треба знайти дріб від числа , треба:

першою дією дізнатися про величину однієї частини,

а другою дією знайти величину дробу.

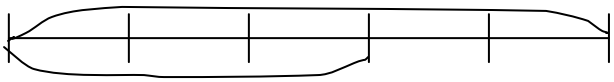
- Короткий запис простих задач на знаходження частини від числа записують у вигляді :

1 – a $\frac{m}{n}$ - ?	→	1) a : n = □ – величина однієї частини 2) □ * m – величина дробу

Завдання 6. Урок триває 45 хвилин. $\frac{3}{5}$ уроку учні писали самостійну роботу. Скільки часу вона тривала?

1 – 45 хв.

1 – 45 хв. $\frac{3}{5}$ - ?



$\frac{3}{5}$ - ?

- Що означає число 45?
- Що означає число $\frac{3}{5}$? (Яку частину цілого уроку тривала самостійна робота.)
- Що означає знаменник 5? (Цілий урок поділили на 5 рівних частин.)
- Що означає чисельник 3? (Що самостійна робота тривали три такі частини уроку.)
- Що треба знайти в цій задачі на мові математики? (Дріб від числа.)
- Розкажіть план розв'язування таких задач.
- Запишіть розв'язок:

1) 45 : 5 = 9 (хв..) містить $\frac{1}{5}$ частина уроку.

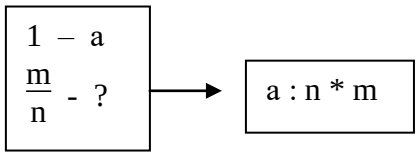
2) 9 * 3 = 27 (хв..) містять $\frac{3}{5}$ уроку

45 : 5 * 3 = 27 (хв..)

Відповідь: 27 хвилин тривала самостійна робота.

Після розв'язання достатньої кількості простих задач на знаходження частини від числа можна зробити індуктивне узагальнення:

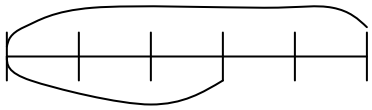
Щоб знайти дріб від числа, треба число поділити спочатку на знаменник, і отриману частку помножити на чисельник.



Зазначимо, що при розв'язанні складених задач виконуємо знаходження дробу від числа однією дією.

Завдання 7. У змаганнях приймали участь *а* людей. Хлопчики складали $\frac{3}{5}$ усіх учасників змагань. Скільки було хлопчиків?

а) 1 - *а*



$\frac{3}{5}$ - ?

Розв'язання.

*а : 5 * 3*

Відповідь: (*а : 5 * 3)* чоловік було хлопчиків.

Завдання8. Запиши:

$\frac{3}{4}$ від числа *а* — *а : 4 * 3*

$\frac{5}{7}$ від числа *в* — *в : 7* 5*

$\frac{m}{n}$ від числа 60 — *60 : n* m*

Завдання 9. Обчисли:

а) $\frac{5}{6}$ від 18 б) $\frac{3}{11}$ від 55

Завдання 10. Запиши на математичній мові:

а) шоста частина від числа *а*;

б) дванадцята частина від суми чисел *в* і *с*;

в) восьма частина від різниці чисел *x* і *y*;

Завдання 11. Знайди $\frac{2}{5}$ від 1 год.; $\frac{4}{25}$ від 1 ц; $\frac{3}{100}$ від 1 км.

Завдання 12.

1) Скільки метрів у $\frac{3}{4}$ км? У $\frac{2}{5}$ км?

2) Скільки кілограмів у $\frac{3}{4}$ ц? $\frac{3}{4}$ т?

3) Знайдіть: $\frac{2}{7}$ від 35; $\frac{3}{4}$ від 40.

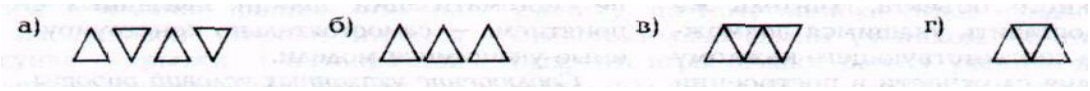
Знаходження числа по його частині.

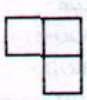
Підготовка.

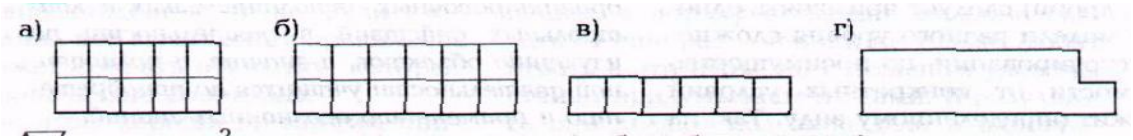
Особливе місце у свідомому засвоєння поняття про дріб займають завдання на відновлення цілого по даному дробу. Вони є оберненими до завдань на знаходження дробу від цілого. Учням пропонуються завдання на конструювання моделей:

Завдання 1.

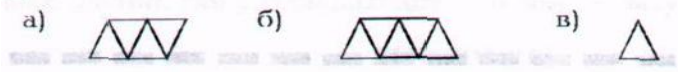
1) - це $\frac{1}{3}$ цілого. Чи може бути (а,б,в) цілим?



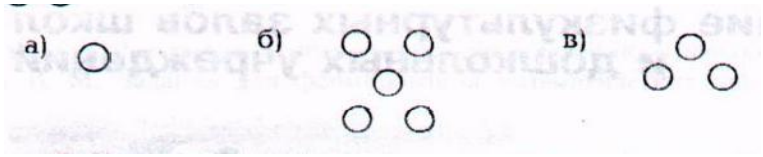
2)  - це $\frac{1}{4}$ цілого. Чи може бути (а,б,в,г)



3) - це $\frac{2}{5}$ цілого. Чи може бути (а,б,в) цілим?

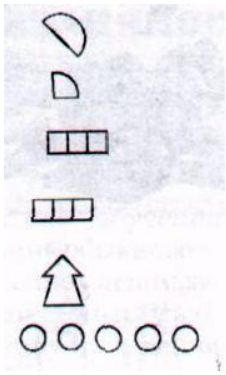


4) - це $\frac{3}{5}$ цілого. Чи може бути (а,б,в) цілим?



Завдання 2. Заштрихуй ціле, якщо:

1) $\frac{1}{2}$	цілого – це
2) $\frac{1}{2}$	цілого – це
3) $\frac{2}{3}$	цілого – це
4) $\frac{3}{2}$	цілого – це
5) $\frac{1}{8}$	цілого – це
6) $\frac{5}{4}$	цілого – це

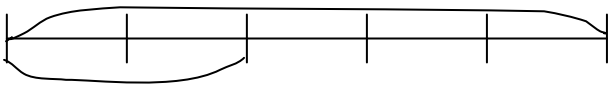


Ознайомлення.

Правило знаходження числа по його частині вводиться на задачах, які є оберненими до задач на знаходження частини від числа.

Задача 3. Яка довжина дороги, якщо $\frac{2}{5}$ її складають 8 км?

1 - ?



$\frac{2}{5}$ - 8 км

1 - ?
$\frac{2}{5}$ - 8 км

- Що означає число $\frac{2}{5}$? (Частину дороги, довжина якої 8 км.)
- Що означає знаменник 5? (Усю дорогу поділили на 5 рівних частин.)
- Що означає чисельник 2? (Що лише 2 такі частини складають 8 км.)
- А скільки кілометрів містить 1 така частина?

1) 8 : 2 = 4 (км) величина $\frac{1}{5}$ дороги

- Скільки п’ятих частин в цілій дорозі? (5) У скільки разів величина цілої дороги більше довжини $\frac{1}{5}$ частини? (У 5 разів.)

2) 4 * 5 = 20 (км) величина цілої дороги.

8 : 2 * 5 = 20 (км)

Відповідь: 20 км довжина дороги.

Після аналізу розв’язку цієї задачі діти з’ясовують: якщо в задачі треба знайти ціле за величиною його частини, треба першою дією знайти величину однієї частини , а другою дією – знайти величину цілого.

Задача4. Порівняй задачі:

1) Яблука вирішили розкласти в однакові ящики. Коли в один ящик поклали 16 кг яблук, то сталося, що в нього поклали $\frac{1}{5}$ частину усіх яблук. Скільки кілограмів яблук треба було розкласти в ящики?	2) Яблука вирішили розкласти в однакові ящики. Коли в один ящик поклали 16 кг яблук, то сталося, що в нього поклали $\frac{2}{5}$ частини усіх яблук. Скільки кілограмів яблук треба було розкласти в ящики?

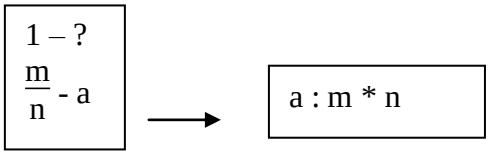
- Чи можна такою самою дією розв'язати другу задачу? Чому?
- А як дізнатися про величину $\frac{1}{5}$? Що для цього слід зробити з величиною $\frac{2}{5}$? Якою дією дізнаєшся про величину $\frac{1}{5}$?
- Тепер ти зможеш відповісти на запитання задачі? Як? Якою дією?
- В першій задачі знаходили величину цілого за величиною його частини. Якою дією знаходили?
- В другій задачі знаходили величину цілого за величиною його дробу? Чи можна було відповісти на запитання задачі однією дією? Чому? Розкажи план розв'язування таких задач. Яка перша дія? Яка друга дія?
- Склади обернену задачу до другої задачі, так щоб невідомою була величина $\frac{2}{5}$. За яким планом ти розв'язуватимеш цю задачу? Яка перша дія? Яка друга дія?

Задача 5. Порівняй задачі:

1) В кіоск привезли 240 зошитів, зошити в клітинку становили $\frac{2}{6}$ усіх зошитів. Скільки зошитів в клітинку привезли в кіоск?	2) В кіоск привезли 240 зошитів в клітинку, це становило $\frac{2}{6}$ усіх зошитів. Скільки зошитів привезли в кіоск?

1) Зроби схематичний малюнок до кожної задачі.
2) Чим схожі ці задачі? Чим вони відрізняються?
3) Чи матимуть вони однакові розв'язання? Чому?
4) Розв'яжи кожну задачу по діях з поясненням.
5) Як знаходили дріб від числа? (Ціле в першій дії поділили на знаменник 6; отримали величину $\frac{1}{6}$. В другій дії отриманий результат помножили на чисельник 2; отримали величину $\frac{2}{6}$.)
6) Як знаходили число за його дробом? (Величину дробу в першій дії поділили на чисельник 2 ; отримали величину $\frac{1}{6}$. В другій дії результат помножили на знаменник 6, отримали величину цілого.)

7) Запишіть розв’язки обох задач виразами. Порівняйте ці вирази.
8) Як знайти дріб від числа? (Щоб знайти дріб від цілого треба, величину цілого поділити на знаменник і помножити на чисельник.)
9) Як знайти число за величиною його дробу? (Щоб знайти ціле за величиною його дробу, треба величину дробу розділити на чисельник, а потім помножити на знаменник.)



Завдання 6. Знайти число:

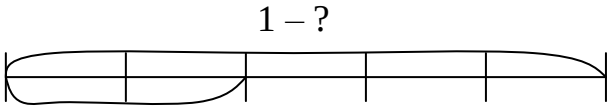
$\frac{4}{9}$ якого складають x [x : 4 * 9]

$\frac{7}{12}$ якого складають y [ ]

$\frac{m}{n}$ якого складають 50 [ ]

Завдання 7. Знайти число, $\frac{4}{12}$ якого складають 28, 160.

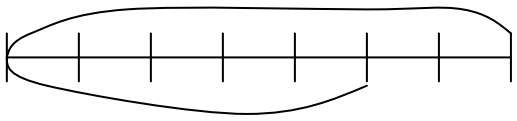
Задача 8. В акваріум налили 24 л води, заповнивши $\frac{2}{5}$ його об’єму . Скільки літрів води містить акваріум?



$\frac{2}{5}$ - 24 л

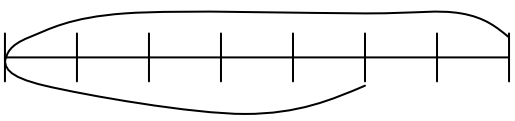
Завдання 9. Поясни за малюнком, як знайти $\frac{5}{7}$ від числа *а*? Як знайти число, якщо $\frac{5}{7}$ його складають *в* ?

а)



$\frac{5}{7}$ - ?

в)



$\frac{5}{7}$ - *в*

Завдання 10.

а) Обчисли:

а) $\frac{5}{6}$ від 42 б) $\frac{3}{11}$ від 55

б) Знайди число:

а) $\frac{2}{9}$ якого складають 36;

б) $\frac{4}{7}$ якого складають 56;

Завдання 11. Розв'яжи задачі:

А) В класі 4 відмінника, це складає $\frac{2}{11}$ всіх учнів класу. Скільки учнів в класі?

Б)У змаганнях приймали участь *а* людей. Хлопчики складали $\frac{7}{12}$ усіх учасників змагань. Скільки було хлопчиків?

В) В кошику *в* яблук, що складає $\frac{4}{9}$ від усіх фруктів, що лежать в корзині. Скільки всього фруктів лежить в корзині?

Завдання 12.

Чому дорівнює число, якщо:

а) його сьома частина дорівнює *d*;

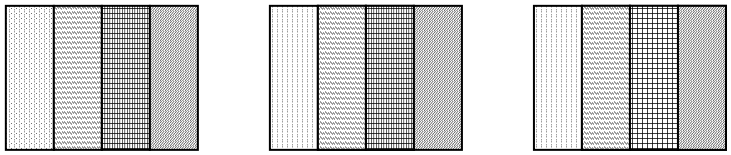
б) його дев'ята частина дорівнює *m*+*n*;

г) його сота частина дорівнює *b*:*a*.

Дріб, як частка двох натуральних чисел.

Задача 1. Четверо дітей вирішили поділити 3 шоколадки порівну. Як це можна зробити? Яку частину шоколадки отримає кожний?

Дію виконуємо практично:



Отже, кожна дитина отримає по $\frac{3}{4}$ шоколадки.

При діленні 3 шоколадок на чотирьох дітей кожний отримає 3 кусочки, які рівні $\frac{1}{4}$ шоколадки, або $\frac{1}{4} * 3 = \frac{3}{4}$. Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)

Тому: $3 : 4 = \frac{3}{4}$.

Якщо m однакових предметів поділити на n рівних частин, то кожна частина буде складати $\frac{m}{n}$ цілого предмету:

$$\mathbf{m : n = \frac{m}{n}}$$

Таким чином, за допомогою дробів можна записати результат ділення двох натуральних чисел:

$4 : 7 = \frac{4}{7}$ $2 : 3 = \frac{2}{3}$ $7 : 11 = \frac{7}{11}$

Ділене рівно чисельнику дробу, а дільник – знаменнику. Отже, риску дробу можна розуміти, як знак ділення.

Задача 2. Три однакові груші розділили між 5 дітьми. Яку частину груші отримав кожний?

Завдання 3. Запиши у вигляді дробу частку:

5 : 12 = ---- 6 : 27 = ----- x : y = ---- 5 : c = ----

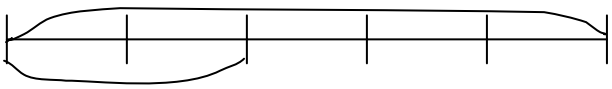
Завдання 4. Заміни дріб часткою:

$\frac{3}{4} =$ $\frac{5}{6} =$ $\frac{c}{к} =$

Прості задачі на знаходження частини, яку одне число становить від іншого

Задача 1. Від будиночка папи Карло до школи 5 км. Буратіно пройшов 2 км. Яку частину путі він пройшов?

1 - 5 км



? – 2 км

1 - 5 км
? - 2 км

- Яка довжина всієї дороги? (5 км.)
- Яку частину дороги складає 1 км? ($\frac{1}{5}$)
- А яку частину дороги складає 2 км? (2/5)
- Значить, Буратіно пройшов $\frac{2}{5}$ всього путі.
- Задачу можна було б розв'язати швидше. $\frac{2}{5} = 2 : 5$, то для відповіді на запитання задачі достатньо просто розділити 2 на 5.

Щоб знайти яку частину одне число складає від іншого, треба перше число поділити на друге.

1 - a ? - в	в : a

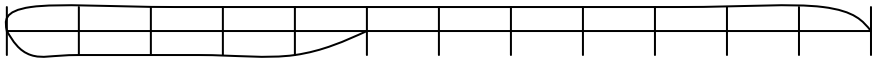
Завдання 2. Яку частину:

а) дециметра складають 5 см?
б) кілометру складають 40 м?
в) доби складає 30 хвилин?
г) тижня складає 2 доби?
д) 300 г складають від 2 кг?

е) 20 мм складають від 3 дм?

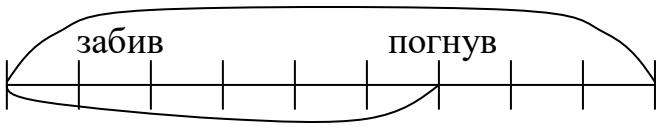
Задача 3. Маленька Тетянка посадила в землю 12 квасолин, а росточків зійшло лише 5. Яка частина квасолин проросла?

1 – 12 кв..



? – 5 кв.

Задача 4. Василю треба було забити 8 цвяхів. З них 6 цвяхів він забив правильно, а решта в нього погнулися. Яку частину цвяхів Вася погнув?



Завдання 5.

- Знайди $\frac{4}{9}$ від числа *m*.
- Знайди число, $\frac{7}{15}$ якого складає *k*.
- Яку частину число *x* складає від числа *y*?
- Яку частину складає число *m* від числа *n*?
- Знайди $\frac{9}{27}$ від числа *a*.
- Знайди число, $\frac{4}{18}$ якого складає *x*.

Завдання 6. Розв'яжи задачі.

а) У Оленки було 15 цукерок. 6 цукерок вона з'їла. Яку частину цукерок вона з'їла?

б) В кошику 16 яблук. $\frac{3}{8}$ усіх яблук складають червоні яблука. Скільки червоних яблук у кошику?

в) На тарілці лежить 15 пиріжків, що складає $\frac{2}{5}$ усіх випечених пиріжків. Скільки випекли пиріжки?

Завдання 7. Запиши вираз за текстом задачі:

А) У Наталки було *a* цукерок, $\frac{3}{4}$ цукерок вона з'їла. Скільки цукерок вона з'їла?

Б) Мама дала дітям *в* яблук. Це склало $\frac{3}{5}$ усіх яблук, які лежали у кошику. Скільки яблук лежало у кошику?

В) бабуся випекла *с* пиріжків . За вечерею з'їли 5 пиріжків. Яку частину усіх пиріжків з'їли?

Далі можна узагальнити знання дітей про задачі, які містять дроби:

Задачі з дробами

а – число, яке прийняте за одиницю рахунку або виміру;

в – частина числа *а*, яка відповідає дробу $\frac{m}{n}$.

Вид задачі визначається тим, яка з величин *а, в* або $\frac{m}{n}$ в таблиці невідома.

1 – *а*
$\frac{m}{n}$ - *в*

1. Знаходження частини від числа.

Щоб знайти частину від числа, яка подана дробом, треба це число розділити на знаменник дробу і помножити на чисельник.

Частина = Число : Знаменник * Чисельник

1 – *а*
$\frac{m}{n}$ - ?
↓
*в=а:n*m*

П. Знаходження числа за його частиною .

Щоб знайти число за його частиною , яка подана дробом, треба Цю частину розділити на чисельник дробу і помножити на знаменник.

Число = Частина: Чисельник * Знаменник

1 – ?
$\frac{m}{n}$ - *в*
↓
*а=в:m*n*

Ш. Яку частину одне число складає від другого (*в* від *а*) .

Щоб подати дробом частину, яку одне число складає від іншого, Треба перше число розділити на друге.

Дріб = 1 Число : П Число

1 – *а*
? - *в*
↓
$\frac{m}{n}$ = *в:а*

Види простих задач 4-го класу та методика роботи над ними

В 4-му класі розв'язуються всі введені раніше 19 видів простих задач, а також вводяться нові :

Задачі на збільшення (зменшення) числа на декілька одиниць, сформульовані у непрямій формі .

На ступені підготовки до ознайомлення з задачами даного виду, які сформульовані в непрямій формі розв'язуються задачі на різницеве порівняння з двома запитаннями : "У класі 13 хлопчиків та 16 дівчат. На скільки більше дівчат, ніж хлопчиків? На скільки менше хлопчиків, ніж дівчат?". Після розв'язання цієї задачі учні роблять висновок: "Дівчат на стільки більше, ніж хлопчиків, на скільки менше хлопчиків, ніж дівчат." І узагальнюють його : " Якщо одне число більше за друге на декілька одиниць, то в свою чергу, друге число менше за перше на стільки ж одиниць. Якщо перше число менше за друге число на декілька одиниць, то друге число більше першого на стільки ж одиниць." Також корисними є вправи на розв'язання задач даного виду, які сформульовані в прямій формі.

Ознайомлення. " З першої ділянки зібрали 54 ц моркви, а з другої – на 12 ц більше. Скільки центнерів моркви зібрали з другої ділянки?". Розв'язавши цю задачу учні встановлюють, що тут знайдено число, яке на 12 більше за 54, виконавши додавання. Звертаємо увагу учнів на те, якщо знайдене число на 12 більше за число 54, то число 54 на 12 менше за знайдене число.

Цю задачу можна перетворити в задачу, сформульовану в непрямій формі:" З першої ділянки зібрали 54 ц моркви, це на 12 ц менше, ніж з другої ділянки. Скільки центнерів моркви зібрали з другої ділянки?" Учні порівнюють зміст обох задач і встановлюють, що вони відмічаються лише тим, що в першій задачі говорилося про те, що з другої ділянки зібрали на 12 ц більше, а в даній задачі сказано, що з першої зібрали 54 ц, а це на 12 ц менше, ніж з другої ділянки. Тобто в першій задачі дається числове значення маси моркви, яку зібрали з першої ділянки, а числове значення маси моркви, яку зібрали з другої ділянки невідомо, але говориться, що з неї зібрали на 12 ц більше, нуж з першої. В другій задачі також дано числове значення маси моркви, яку зібрали з першої ділянки, і зовсім нічого не дано стосовно маси моркви, яку зібрали з другої ділянки; між тим про масу моркви, яку зібрали з першої ділянки додатково розповідається, що це на 12 ц менше ,ніж з другої ділянки. Ці дві задачі відмічаються своєю структурою:

1 - □ П - ? , на □ більше	1- □, це на □менше П - ?
Пряма форма	*Непряма форма*

В першій задачі до кожного випадку (1 чи П) подані числові значення, а в другій задачі – до першого випадку пропонуються два числових значення, а до другого – жодного.

Розв’язуючи отриману задачу слід запитати “ Більше чи менше центнерів моркви зібрали з другої ділянки?”, “ На скільки більше центнерів моркви зібрали з другої ділянки, ніж з першої?”, “Якою дією знаходимо більше число?”. Таким чином, учні встановлюють, що тут треба знайти число, яке теж на 12 більше за 54: з першої ділянки зібрали на 12 ц менше, ніж з другої, тому з другої ділянки зібрали на 12 ц більше, ніж з першої; це означає, що для розв’язання задачі треба виконати дію додавання.

Порівнюючи розв’язання обох задач, дістаємо висновку, що вони мають однакове розв’язання. Тобто основним є визначення: яке число ми знаходимо - більше чи менше, яке обумовлює вибір арифметичної дії.

Зазначимо, що з метою попередження помилок корисно пропонувати учням саме пари задач у прямій та непрямій формі та проводити порівняльний аналіз їх умов та розв’язань.

Після розв’язання і порівняння іншої пари задач, учні виконують її порівняння з першою парою задач; і роблять висновок про те, що вони відмічаються і числовими даними і ситуаціями, про які йде мова, але в них спільним є зв’язок між числовими даними: в першій задачі пари він сформульований в прямій формі; а в другій задачі – в непрямій формі. Цей зв’язок виражається в тому ,що:

В першій задачі: *друге число* $\frac{\textit{більше}}{\textit{менше}}$ *на декілька одиниць за перше;*

В другій задачі: перше число $\frac{\textit{менше}}{\textit{більше}}$ за друге на декілька одиниць, тому *друге число* $\frac{\textit{більше}}{\textit{менше}}$ *за перше на стільки ж одиниць.*

Цей зв’язок і обумовлює вибір арифметичної дії: більше число знаходять дією додавання, а менше – дією віднімання. Таким чином, учні усвідомлюють ,що не завжди з словом “менше” треба пов’язувати дію віднімання, а з словом “більше” – додавання. Тому при виборі арифметичної дії в задачах даного виду слід міркувати так:

1. *Встановити, яке число слід знайти - більше чи менше.*
2. *На цій підставі обрати арифметичну дію.*

Задачі, що утримують величини: швидкість, час, відстань.

1. Ознайомлення учнів з поняттям про швидкість. Ознайомлення з взаємозв’язком між швидкістю, часом та відстанню при рівномірному русі.

Підготовча робота.

Мета – узагальнення знань дітей про рух тіл.

На цьому етапі пропонуємо учням:

- Екскурсії по спостереженню за рухом транспорту, пішоходів (Діти помічають, що одне тіло рухається швидше, а інше - повільніше.).
- Спостерігання в умовах класу, де рух демонструють самі діти – рух двох тіл відносно одне одного (Двоє учнів починають рухатися

одночасно в одному напрямі: заздалегідь зазначається час руху або відстань, яку повинні подолати учні).

Ознайомлення. Діти вже знайомі з величинами: час та відстань. Чули вони й слово „швидкість”. Але, перед тим, як перейти до розгляду залежності між відстанню, швидкістю та часом при рівномірному русі, поняття про швидкість руху треба ввести.

Спостерігаючи за рухом кількох тіл, учні помітили, що:

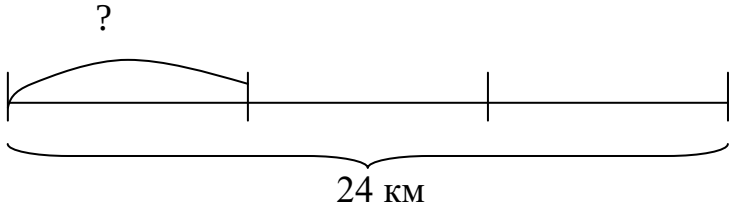
- за один й той самий час два тіла можуть пройти різну відстань;
- одну й ту саму відстань два тіла можуть подолати за різний час.

Чому так відбувається? Учні можуть відповісти: „Тому що у цих тіл різні швидкості!”. Що таке швидкість? На це запитання навряд можна отримати свідому відповідь...

Поняття про швидкість вводиться на задачі.

Задача . За 3 години хлопчик проїхав на велосипеді 24 км, кожного часу проїжджаючи однакову відстань. Скільки кілометрів проїздив хлопчик у кожний час?

- Про що розповідається в задачі? (Про рух велосипедиста. Відомо, що він проїхав 24 км.) 24 км всього проїхав велосипедист – це загальна відстань. Що ще відомо? (Велосипедист рухався 3 години. В годинах вимірюється час. 3 години – це час руху велосипедиста.)
- Схематично проілюструємо умову задачі: накреслимо відрізок, який позначає загальну відстань – 24 км. Велосипедист подолав цю відстань за 3 години, проїжджаючи однакову відстань кожної години, тому цю відстань поділимо на 3 рівні частини ; кожна частина ілюструє відстань, яку долав велосипедист за 1 годину. Виконаємо зміні у попередньому кресленні.



- Запишімо задачу коротко у формі таблиці:

Загальна відстань (км)	Відстань за 1 годину.(км)	Час руху (год.)
24 км	?	3 год.

- Якою дією дізнаємося про відстань, яку подолав велосипедист за 1 годину? (Дією ділення, треба 24 км поділити порівну на 3 рівні частини.)

Розв’язання

24 : 3 = 8 (км) відстань за 1 годину.

Відповідь: по 8 км проїздив велосипедист за кожну годину .

- Відстань, яку проїздив велосипедист за кожну годину є швидкістю руху велосипедиста.

Швидкість тіла – це **відстань**, яку долає тіло **за одиницю часу** (1 с, 1 хв., 1 год, й тощо)

- Отже швидкість руху велосипедиста – 8 км за годину. Скорочено це записується так: 8 $\frac{км}{год}$.
- Що ми знайшли в задачі? (Швидкість) Звернемося до розв'язання задачі. Що означає число 24? (Це відстань, яку подолав велосипедист.) Що означає число 3? (Це час руху.) Що ми знайшли в задачі? (Швидкість) Як ми знайшли швидкість? (Ми відстань поділили на час.)
- Зробіть висновок про те, як знайти швидкість.

Щоб знайти **швидкість** тіла, треба **відстань поділити на час** руху тіла.

$V = S : t$ або $V = \frac{S}{t}$

Одиниці вимірювання швидкості: $\frac{м}{с}; \frac{м}{хв.}; \frac{км}{год}$ й тощо.

Вводимо правило знаходження швидкості до загального „своду" відношень пропорційних величин:

маса довжина об'єм ціна продуктивність **швидкість**	1 = Загальна	маса довжина об'єм вартість виробіток **відстань**	:	кількість **час**

Зауваження. В задачах на рух звичайно вважають, що **швидкість** тіла протягом всього часу руху **не змінюється**. Такий рух називається **рівномірним**.

Закріплення правила знаходження швидкості.

Далі треба обговорити питання:

1. Що означає, що:

- равлик повзе зі швидкістю 6 $\frac{м}{год}$? (Швидкість равлика 6 $\frac{м}{год}$ означає, що за кожну годину равлика проповзає 6 м.)
- літак летить зі швидкістю 950 $\frac{км}{год}$? (Швидкість літака 950 $\frac{км}{год}$ означає, що за кожну годину літак пролітає 950 км.)
- легкова машина їде зі швидкістю 120 $\frac{км}{год}$?
- пліт пливе по річці зі швидкістю 4 $\frac{км}{год}$?
- швидкість велосипедиста 18 $\frac{км}{год}$?

- швидкість лижника 200 $\frac{м}{хв.}$?
- швидкість пароплаву 45 $\frac{км}{год}$?
- Земля рухається по орбіті зі швидкістю 30 $\frac{км}{год}$?
- черепаха повезе зі швидкістю 3 $\frac{м}{хв.}$?
- ластівка летить зі швидкістю *а* $\frac{км}{год}$?

2. Чому дорівнює швидкість руху :

- пішоходу , якщо він проходить 5 км за 1 годину? (5 $\frac{км}{год}$)
- меч-риби, якщо вона кожного часу пропливає 100 км? (100 $\frac{км}{год}$)
- бджоли, якщо вона за кожну секунду пролітає 7 м? (7 $\frac{м}{с}$)
- верблюда, якщо він в кожний час проходить 35 км? (35 $\frac{км}{год}$)
- космічного корабля, якщо він у кожну секунду долає 8 км? (8 $\frac{км}{с}$)
- поїзду, якщо він проїжджає за кожну хвилину 15 км? (15 $\frac{км}{хв.}$)
- літака, якщо він за годину, пролетів 870 км? (870 $\frac{км}{год}$)
- лижника, якщо він за хвилину пройшов *в* м? (*в* $\frac{м}{хв.}$)

3. Розв’яжи задачі:
   - За 9 годин машина проїхала 747 км. Скільки кілометрів вона проїжджала за 1 годину? Яка швидкість автомобіля?
   - Бігун пробіг 300 м за 50 с. Скільки метрів він долав за 1 секунду? З якою швидкістю біг бігун?

При розв’язанні цих задач корисно звернути увагу учнів на те, що вони містять не два запитання, а одне, яке сформульовано по-різному.

Задача. За даними таблиці обчисли швидкість руху велосипедиста, вантажного автомобіля, ластівки, пасажирського літака.

Рухомий об’єкт	Швидкість ($\frac{км}{год}$)	Час (год.)	Відстань (км)
Велосипедист	?	2 год.	28 км
Вантажний автомобіль	?	3 год.	210 км
Ластівка	?	2 год.	180 км
Пасажирський літак	?	3 год.	1500 км

Робота над цим завданням здійснюється за планом:

1. Назвіть відстань, яку подолало тіло.
2. Назвіть час руху цього тіла.
3. Як знаючи відстань і час руху знайти швидкість?
4. Знайдіть швидкість тіла

Для усвідомлення залежності швидкості, відстані та часу, учням пропонуються для порівняння пари задач:

1) Пішохід за 4 години пройшов 20 км. Знайдіть швидкість пішоходу.

2) *Лижник за 4 години подолав 60 км. Знайдіть швидкість лижника.*

Після розв'язання і порівняння цих двох задач пропонуємо учням запитання:

- Чия швидкість більша? (Лижника.)
- Чому швидкість лижника більша за швидкість пішоходу? (Швидкість лижника більша, тому що він за один й той самий час, що й пішохід, подолав більшу відстань.)
- Який висновок можна зробити про залежність між швидкістю і шляхом? (Чим більша швидкість, тим більший шлях долає тіло за один й той самий час.)
- Отже, швидкість і відстань змінюється в однаковому напрямі, якщо час залишається сталим.
- Як зміниться відстань, якщо швидкість збільшиться? Зменшиться?
- Як зміниться швидкість, якщо відстань збільшиться? Зменшиться?

3) *Лижник пройшов 45 км за 3 години. Яка швидкість лижника?*

4) Пішохід пройшов 45 км за 9 годин. Яка швидкість пішоходу?

- Чия швидкість більша? (Лижника.)
- Чому швидкість лижника більша за швидкість пішоходу? (Швидкість лижника більша, тому що він одну й ту саму відстань, що й пішохід, пройшов за менший час.)
- Який висновок можна зробити про залежність між швидкістю і часом? (Чим більша швидкість, тим менший час потрібний для подолання одного й того самого шляху.)
- Отже, швидкість і час змінюються в оберненому напрямі: якщо швидкість збільшується, то час, навпаки, зменшується; якщо швидкість зменшується – то час збільшується, при сталій відстані.
- Як зміниться час, якщо швидкість збільшиться? Зменшиться?
- Як зміниться швидкість, якщо час збільшиться? Зменшиться?

Треба зазначити, що в чинному підручнику математики для 5-го класу, автором якого є Г.М.Возняк та інші, тема „Швидкість" не пропонується, але є дуже багато вправ на переклад одних одиниць вимірювання величини у інші, в тому числі і переклад одиниць швидкості. Отже, для попередження труднощів при вивченні математики в 5-му класі і для повноцінного формування поняття про швидкість, як про шлях, що долає тіло за одиницю часу, корисними є завдання на переклад одних одиниць вимірювання швидкості в інші:

1) $5\ \frac{км}{год} = ...\ \frac{м}{год}$

Розв'язання

$5\ \frac{км}{год}$ - це означає, що тіло за кожну годину долає 5 км. В 1 км – 1000 м. Тому, за 1 годину тіло подолає в 1000 раз більше метрів: 5 * 1000 = 5000 м за 1 годину. Отже, швидкість тіла 5000 $\frac{м}{год}$.

$$a\ \frac{км}{год} = a * 1000\ \frac{м}{год}$$

2) $48\ \frac{км}{год} = ...\ \frac{м}{хв.}$

Розв'язання

Перша частина міркування така сама, як і міркування в попередній задачі. Маємо $48\ \frac{км}{год} = 48000\ \frac{м}{год}$.

Далі міркуємо так: $48000\ \frac{м}{год}$ - означає, що за кожну тіло долає 48000 м за кожну годину. В 1 годині – 60 хвилин. Отже 1 хвилина у 60 разів менша, за годину, тому за 1 хвилину тіло подолає у 60 разів меншу відстань, ніж 48000 м. Маємо 48000 м : 60 = 800 м за 1 хвилину. Отже, швидкість тіла 800 $\frac{м}{хв.}$.

$$a\ \frac{км}{год} = a * 1000\ \frac{м}{год} = a * 1000 : 60\ \frac{м}{хв.}$$

3) $18\ \frac{км}{год} = ...\ \frac{м}{с}$

Розв'язання

Міркуючи аналогічно, попереднім двом задачам , маємо:

$18\ \frac{км}{год} = 18000\ \frac{м}{год}$ (1 км більше 1 м в 1000 раз, потому 18 * 1000 = 18000)

$18000\ \frac{м}{год} = 300\ \frac{м}{хв.}$ (1 хвилина менша за 1 годину в 60 разів, тому 18000 : 60 = 300)

$300\ \frac{м}{хв.}$ - це означає, що тіло проходить 300 м за 1 хвилину. Треба дізнатися, скільки метрів воно проходить за секунду. 1 секунда в 60 разів менша за 1 хвилину, тому за 1 секунду тіло пройде шлях у 60 разів менший: $300 : 60 = 5\ \frac{м}{с}$.

$$a\ \frac{км}{год} = a * 1000\ \frac{м}{год} = a * 1000 : 60\ \frac{м}{хв.} = a * 1000 : 60 : 60\ \frac{м}{с}$$

4) $7\ \frac{м}{с} = ...\ \frac{м}{хв.}$

Розв'язання

$7\ \frac{м}{с}$ - це означає, що тіло долає 7 м за 1 секунду. Хвилина більша за секунду у 60 разів, тому за 1 хвилину тіло подолає у 60 разів більший шлях: 7 * 60 = 420 $\frac{м}{хв.}$.

$$в\ \frac{м}{с} = в * 60\ \frac{м}{хв.}$$

5) $3000\ \frac{м}{хв.} = ...\ \frac{км}{хв.}$

Розв'язання

$3000\ \frac{м}{хв.}$ - означає, що тіло за 1 хвилину долає 3000 м. Метр в 1000 разів менший , ніж кілометр. Тому за 1 хвилину тіло подолає у 1000 разів менше кілометрів: 3000 : 1000 = 3 $\frac{км}{хв.}$.

$$к\ \frac{м}{хв.} = к : 1000\ \frac{км}{хв.}$$

Після усвідомлення учнями процесу перекладу одних одиниць вимірювання швидкості в інші, можна запропонувати задачі:

1) Космічний корабель рухається зі швидкістю 8 $\frac{км}{с}$. Скільки кілометрів він пролітає за 1 хвилину. Запишіть його швидкість у $\frac{км}{хв.}$.

Розв'язання

8 $\frac{км}{с}$ - це означає, що космічний корабель пролітає 8 км за 1 секунду. 1 хвилина у 60 разів більша за 1 с, тому космічний корабель за 1 хвилину подолає відстань у 60 разів більшу: 8 * 60 = 480 $\frac{км}{хв.}$.

2) Пішохід проходить за 1 годину 3 км. Скільки метрів він проходить за 1 хвилину? Знайдіть його швидкість у $\frac{м}{хв.}$.

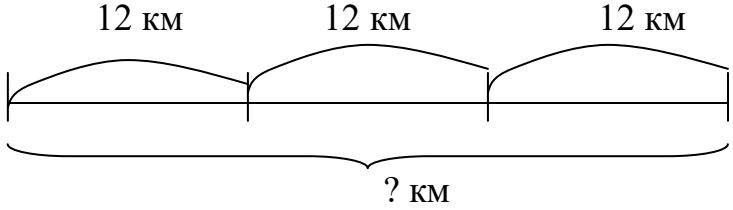
Розв'язання.

Пішохід проходить за 1 годину 3 км. В 1 км – 1000 м. Тому за 1 годину він проходить: 3 * 1000 = 3000 м. Треба дізнатися, скільки метрів він проходить за 1 хвилину. 1 хвилина у 60 разів менша за годину. Тому пішохід пройде відстань за 1 хвилину у 60 разів меншу: 3000 : 60 = 50 $\frac{м}{хв.}$.

2. *Методика введення правила знаходження відстані за відомими швидкістю та часом.*

Задача. Лижник був у дорозі 3 год., рухаючись зі швидкістю 12 $\frac{км}{год}$. Яку відстань пройшов лижник?

- Про що розповідається в задачі? (Про рух лижника. Відомо, що він йшов зі швидкістю 12 $\frac{км}{год}$. Це означає, що за кожну годину лижник проходив 12 км. Відомий час руху лижника 3 год.)
- Яку відстань пройшов лижник за першу годину? (12 км.)
- За другу годину? (12 км) За третю годину? (12 км.)
- Схематично проілюструємо умову задачі.



- Запишемо задачу коротко у формі таблиці таблиці:

Загальна відстань (км)	Швидкість ($\frac{км}{год}$)	Час руху (год.)
?	12 $\frac{км}{год}$	3 год.

- Якою дією дізнаємося про загальну відстань, яку подолав велосипедист за 3 години? (Дією множення, треба по 12 км взяти 3 рази.)

Розв'язання

12 * 3 = 36 (км)

Відповідь: 36 км подолав лижник за 3 години.

- Звернемося до розв'язання задачі. Що означає число 12? (Це швидкість лижника.) Що означає число 3? (Це час руху.) Що ми знайшли в задачі? (Відстань) Як ми знайшли відстань? (Ми швидкість помножили на час.)
- Зробіть висновок про те, як знайти відстань.

> Щоб знайти **відстань**, яку подолало тіло, треба **швидкість помножити на час** руху тіла.
> $S = V * t$

Для закріплення правила пропонується завдання, в якому за даними таблиці слід знайти відстані. Робота над цим завданням:

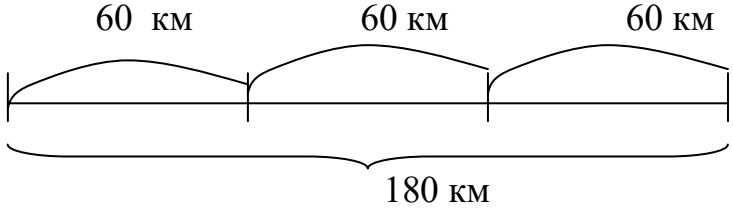
- Що відомо про рухомий об'єкт? (Швидкість.... Час...)

- Що треба знати? (Відстань.)
- Як знайти відстань? (Щоб знайти відстань, треба швидкість помножити на час.)
- Обчисліть відстань.

3. <u>Методика введення правила знаходження часу за відомими відстанню та швидкістю руху.</u>

Задача . Пасажир проїхав автобусом 180 км. Швидкість автобуса 60 $\frac{км}{год}$. Скільки часу їхав пасажир автобусом?

- Про що розповідається в задачі? (Про рух автобусу . Відомо, що автобус проїхав 180 км зі швидкістю 60 $\frac{км}{год}$. Це означає, що за кожну годину автобус проїжджав 60 км. Треба знайти час руху)
- Яку відстань проїхав автобус за першу годину? (60 км.)
- Чи всю відстань він подолав? (Ні.)
- За другу годину? (60 км) Чи всю відстань він подолав?
- За третю годину? (60 км.) Чи всю відстань він подолав? (Так.)



- Отже, автобус витратив на рух стільки годин, скільки в 180 км міститься по 60 км.
- Запишемо задачу коротко у формі таблиці :

Загальна відстань (км)	Швидкість ($\frac{км}{год}$)	Час руху (год.)
180 км	60 $\frac{км}{год}$	?

- Якою дією дізнаємося про час руху автобусу? (Годин буде стільки, скільки разів міститься в 180 км по 60 км, щоб це дізнатися треба 180 км поділити по 60 км.)

Розв’язання

180 : 60 = 3 години.

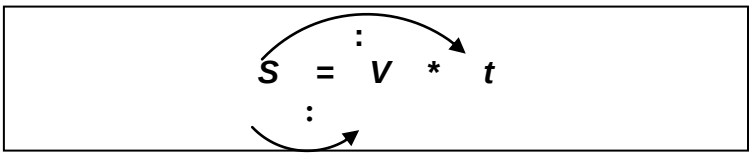
Відповідь: 3 години пасажир їхав автобусом.

- Звернемося до розв’язання задачі. Що означає число 180? (Це відстань, яку проїхав автобус.) Що означає число 60? (Це швидкість автобуса.) Що ми знайшли в задачі? (Час) Як ми знайшли час? (Ми відстань поділили на швидкість.)
- Зробіть висновок про те, як знайти час.

Щоб знайти **час** руху, треба **відстань поділити на швидкість** руху тіла.
$t = S : V$

4. *Формування умінь розв'язувати прості задачі з величинами : відстань, швидкість та час.*

Спочатку слід узагальнити спосіб отримання формул швидкості та часу з формули відстані.



$V = S : t$

$t = S : V$

Для закріплення зробленого узагальнення корисні вправи типу:

1. Використовуючи формулу відстані $S = V * t$, заповни таблицю:

S	V	t
?	$8\frac{м}{с}$	9 с.
72 км	?	6 год.

S	V	t
320 км	?	40 хв.
560 м	$8\frac{м}{хв.}$	?

2. Розв'яжи задачу. Склади обернені задачі і розв'яжи їх.

Вершник їде зі швидкістю $8\frac{км}{год}$. Яку відстань він проїде за 5 годин?

Отже, маємо три взаємно обернені задачі:

S	V	t
?	$8\frac{км}{год}$	5 год.
40 км	?	5 год.

3. Порівняй задачі:

$\frac{км}{год}$

1) Чому дорівнює швидкість поштового голуба, якщо він за 3 години пролітає 180 км?
2) Чому дорівнює швидкість бджоли, якщо вона за 3 години пролітає 60 км?

- Що в них спільного? (Однаковий час – 3 години.)
- Чим вони відрізняються? (Різна відстань: голуб пролетів 180 км, а бджола – 60 км).
- Як ви вважаєте, у кого буде швидкість більшою? Чому? (У голуба, тому що він за один й той самий час пролетів більшу відстань. Швидкість і відстань змінюються в одному напрямі!)
- Розв'яжіть задачі і перевірте власне передбачення.
- Порівняйте відстані. У скільки разів голуб пролетів більшу відстань?
- Порівняйте швидкості. У скільки разів швидкість голуба більша?
- Який висновок можна зробити? (Якщо відстань збільшити в 3 рази, то й швидкість, теж збільшиться в 3 рази.)
- Як ви вважаєте, як зміниться швидкість, якщо відстань зменшиться в 3 рази? (Швидкість теж зменшиться в 3 рази. Для того, щоб в цьому впевнитися слід порівняти відстань бджоли і голуба; швидкість бджоли і голуба!)

4. Порівняй задачі:

1) Підводний човен проплив 180 км за 3 години. Знайди швидкість підводного човна.
2) Пароплав проплив 180 км за 6 годин. Знайди швидкість пароплаву.

- Що в них спільного? (Однакова відстань – 180 км.)
- Чим вони відрізняються? (Різний час: підводний човен плив 3 години, а пароплав – 6 годин.).
- Як ви вважаєте, у кого буде швидкість більшою? Чому? (У підводного човна, тому що він одну й ту саму відстань подолав за менший час. Швидкість і час змінюються в протилежних напрямах!)
- Розв'яжіть задачі і перевірте власне передбачення.
- Порівняйте відстані. У скільки разів менше витратив часу підводний човен?
- Порівняйте швидкості. У скільки разів швидкість підводного човна більше?
- Який висновок можна зробити? (Якщо час зменшити в 2 рази, то й швидкість, навпаки, збільшиться в 2 рази.)
- Як ви вважаєте, як зміниться швидкість, якщо час збільшити в 2 рази? (Швидкість , навпаки, зменшиться в 2 рази.)

5. Порівняй задачі:

1) За скільки годин проїде відстань 720 км „Мерседес", якщо їхатиме зі швидкістю 180 $\frac{км}{год}$?
2) За скільки годин проїде відстань 720 км „Лада", якщо їхатиме зі швидкістю 90 $\frac{км}{год}$?

- Що в них спільного? (Однакова відстань – 720 км.)
- Чим вони відрізняються? (Різна швидкість: швидкість „Мерседесу” – 180 $\frac{км}{год}$, а швидкість „Лади” – 90 $\frac{км}{год}$.).
- Як ви вважаєте, яка машина витратить на дорогу менше часу? Чому? (Менше часу витратить „Мерседес”, тому що одну й ту саму відстань (720 км) він долає з більшою швидкістю. Час і швидкість змінюються в протилежних напрямах!)
- Розв’яжіть задачі і перевірте власне передбачення.
- Порівняйте швидкості. У скільки разів більше швидкість „Мерседесу”?
- Порівняйте час руху. У скільки разів час руху „Мерседесу” менше?
- Який висновок можна зробити? (Якщо швидкість збільшити в 2 рази, то й час, навпаки, зменшиться в 2 рази.)
- Як ви вважаєте, як зміниться час, якщо швидкість зменшити в 2 рази? (Час , навпаки, збільшиться в 2 рази.)

6. Порівняй задачі:
   1) За який час машина, яка їде зі швидкістю 80 $\frac{км}{год}$ проїде відстань 240 км?
   2) За який час машина, яка їде зі швидкістю 80 $\frac{км}{год}$ проїде відстань 720 км?

Висновок: при однаковій швидкості , час і відстань змінюються в одному напрямі; якщо відстань збільшиться (зменшиться) в 3 рази, то й час. Так само, збільшиться (зменшиться) в 3 рази.

4. Лижник біг зі швидкістю 28 $\frac{км}{год}$. Яку відстань він подолає за 15 хвилин?
   - Що незвичайного в цій задачі? (Швидкість подана у $\frac{км}{год}$, а час – у хвилинах.)
   - Як ми міркували у попередній задачі? (Ми подали час у одиницях, які відповідають одиниці швидкості.)
   - Подайте 15 хвилин у годинах. (15 хвилин $= \frac{1}{4}$ год.)
   - Що означає швидкість лижника 28 $\frac{км}{год}$? (Лижник за кожну годину пробігав по 30 км.)
   - А за $\frac{1}{4}$ години, лижник пробіжить більшу чи меншу відстань? (Меншу, у 4 рази: 28 : 4 = 7 км – пробіжить лижник.)
5. Машина їде зі швидкістю 120 $\frac{км}{год}$. За який час вона проїде 10 км?

- Згадайте формулу часу.

- Що треба знати, щоб знайти час? (Треба знати два числові значення: відстань , відомо – 10 км; та швидкість, відомо – 120 $\frac{км}{год}$.)

- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні. Ми не можемо 10 поділити на 120.)

- Що означає швидкість машини 120 $\frac{км}{год}$? (Машина за кожну годину проїжджає по 120 км.)

- А 10 км, вона проїде більше чи менше, ніж за годину? (10 км машина проїде, менше, ніж за годину. Тому швидкість треба подати у інших одиницях – в $\frac{км}{хв.}$.)

- Машина за кожну годину проїжджає по 120 км; 120 км вона проїжджає за 60 хвилин. А скільки кілометрів проїжджає машина за 1 хвилину? (120 : 60 = 2 км за 1 хвилину. Отже швидкість машини 2 $\frac{км}{хв.}$.)

- Розв'яжіть задачу і дайте відповідь на її запитання.

6. Велосипедист їде зі швидкістю 14 $\frac{км}{год}$. За який час він проїде 7 км?

- Порівняйте цю задачу з попередньою. Чим вони відрізняються? Що в них спільного?

- Чи можна цю задачу розв'язувати так само, як і попередню задачу? (Ні, ми не зможемо швидкість 14 $\frac{км}{год}$ подати у $\frac{км}{хв.}$, тому що 14 не ділиться на 60 без остачі.)

- Як можна міркувати в цій задачі? 14 км проїжджає велосипедист за 1 годину, а 7 км він проїде більше чи менше, ніж за 1 годину? (Менше.) У скільки разів менше? (У стільки, у скільки 7 км менше, ніж 14 км: 14 : 7 = 2 – у 2 рази менше витратить часу машина на 7 км, ніж на 14 км. На 14 км машина витратила 1 годину, тому на 7 км – 1 год. : 2 = $\frac{1}{2}$ год..)

7. Людина йде зі швидкістю 4 $\frac{км}{год}$. За який час вона пройде 3 км?

- Порівняйте цю задачу з № 12. Чим вони схожі? Чи можна цю задачу розв'язати так само? (Ні, ми не можемо дізнатися у скільки разів 3 км менше, ніж 4 км; 4 на 3 націло не ділиться.)

- Порівняйте цю задачу з задачею № 11. Чим вони схожі? Чи можна її розв'язати так само? (Ні, ми не зможемо дізнатися скільки кілометрів людина проходить за 1 хвилину; 4 на 60 не ділиться.)

- Що означає швидкість 4 $\frac{км}{год}$? (Людина за кожну годину долає по 4 км. Або 4 км людина проходить за 60 хвилин.)

- А скільки часу потрібно людині, щоб пройти 1 км? (60 : 4 = 15 хвилин потрібно людині, для того, щоб пройти 1 км.)

- Скільки хвилин потрібно людині, щоб пройти 3 км? (У 3 рази більше: 15 * 3 = 45 хвилин.)

Задачі на час.

Задачі на час містять три компоненти: дата початку події, тривалість події і дата закінчення події. Ці задачі записуються коротко в формі таблиці:

Дата початку події	Тривалість події	Дата закінчення події

В 3-му класі такі задачі розв'язувалися з застосуванням циферблату годинники або табель-календаря, а в 4-му класі – обчисленням. Міркування здійснюються за правилами:

Щоб знайти тривалість події треба від дати закінчення події відняти дату початку події.
Щоб знайти дату закінчення події, треба до дати початку події додати тривалість події.
Щоб знайти дату початку події, треба від дати закінчення події відняти тривалість події.

Певні труднощі викликають у дітей задачі:

Задача 1. Учні виїхали на екскурсію 7 серпня о 10 год ранку, а повернулися 15 серпня о 8 год вечора. Скільки часу вони пробули на екскурсії?

Дата початку події	Тривалість події	Дата закінчення події
7 серпня 10 год ранку	?	15 серпня 8 год вечора

Треба визначити, який проміжок часу відповідає даті 7 серпня 10 год ранку: від початку серпня до 7 числа пройшло 6 повних діб, 10 год ранку – це означає, що від початку доби пройшло 10 годин. Маємо : 6 діб 10 год.

Визначимо, який проміжок часу відповідає даті 15 серпня 8 год вечора: від початку серпня до 15 числа пройшло 14 повних діб, від початку доби до 8 год вечора пройшло 20 год. Маємо: 14 діб 20 год.

Дата початку події	Тривалість події	Дата закінчення події
7 серпня 10 год ранку 6 діб 10 год	?	15 серпня 8 год вечора 14 діб 20 год

Розв'язання 14 діб 20 год - 6 діб 10 год = 8 діб 10 год Відповідь:8 діб 10 год тривала екскурсія.

Задача 2. Перший у світі штучний супутник Землі запису тили 4 жовтня 1957 року, третій супутник – 15 травня 1958 року. Скільки минуло часу від запуску першого до запуску третього супутника?

Дата початку події	Тривалість події	Дата закінчення події
4 жовтня 1957 р	?	15 травня 1958 р

Треба визначити, який проміжок часу відповідає даті 4 жовтня 1957 р: від початку літочислення до 1957 р минуло 1956 повних років; від початку року до жовтня місяця минуло 9 повних місяців; від початку жовтня до 4 числа минуло 3 повні доби. Маємо: 1956 р 9 міс 3 доби.

Треба визначити, який проміжок часу відповідає даті 15 травня 1958 року: від початку літочислення до 1958 року минуло 1957 повних років; від початку року до травня місяця минуло 4 повні місяці; від початку травня до 15 число минуло 14 повних діб. Маємо 1957 р 4 міс 14 діб.

Розв'язання

6 16
1957 р 4 міс 14 діб
-
1956 р 9 міс 4 доби
7 міс 11 діб

Відповідь: 7 місяців та 11 діб пройшло з запуску першого супутника до запуску третього супутника.

Також пропонуються задачі на знаходження площі прямокутника і задачі на знаходження невідомої стороні за площею прямокутника та іншою стороною. Ці задачі ми розглянемо у розділі „Величини в курсі 4-го класу".

Види складених задач 4-го класу

Задачі на знаходження четвертого пропорційного. Спосіб відношень.

Формування умінь розв'язувати задачі на знаходження 4-го пропорційного способом наведення до одиниці продовжується в 4 класі початкової школи. Учня розв'язують задачі з буквеними даними, складають задачі за поданим коротким записом у вигляді таблиці; також пропонуються задачі , в яких однакова величина не є величиною одиниці, наприклад: час або відстань, або загальна маса, або однакова .

Задача. Велосипедист , рухаючись зі швидкістю 12 $\frac{км}{год}$, проїхав відстань між двома містами за 5 год. Повертаючись, він проїхав ту саму відстань за 6 год. З якою швидкістю їхав велосипедист, повертаючись назад?

- Прочитайте задачу та уявіть про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі?
- Про які величини йде мова в задачі? (Швидкість, відстань та час.)
- Які ключові слова можна виділити в задачі? (Туди.. , назад.)
- Яку відстань подолав велосипедист їдучи "туди"? (Ми її не знаємо, але й таку саму, що й "назад".)
- Таким чином, яка однакова величина в цій задачі? (Відстань однакова.)

- Запишіть задачу коротко в формі тальці.

	Швидкість ($\frac{км}{год}$)	Час (год)	Відстань (км)
Туди	12 $\frac{км}{год}$	5 год	
			однакова
Назад	?	6 год	

- За коротким записом поясніть дані задачі. Що означає: відстань однакова?
- Як пов'язані між собою величини відстань, швидкість і час?
- Повторіть запитання задачі. У відповіді отримаємо більше чи менше число, ніж 12? Чому"
- Чи впізнали ви задачу? Про що ми дізнаємося першою дією? (Про значення однакової величини – про відстань.) Як знайти відстань? (Щоб знайти відстань, треба швидкість помножити на час.) Якою дією знайдемо значення однакової величини? (Дією множення.)
- Про що ми дізнаємося другою дією? (Другою дією ми дізнаємося про швидкість велосипедиста на шляху назад і відповімо на запитання задачі.)

Розв'язання

1) 12 * 5 = 60 (км) – відстань між містами;
2) 60 : 6 = 10 ($\frac{км}{год}$) – швидкість

Або: 12 * 5 : 6 = 10 ($\frac{км}{год}$)

Відповідь: 10 $\frac{км}{год}$.

- Перевірте зроблене припущення.
- Чим ця задача відрізняється від інших задач на знаходження 4-го пропорційного, які ми розв'язували за таким самим планом? (У більшості задач однаковою була величина однієї одиниці, тому ми її знаходили дією ділення; в цій задачі – однакова відстань, і її ми знаходили дією множення.)
- Складіть обернену задачу так, щоб невідомим було число 6.

12, 5, 6, [10] - пряма задача;

12, 5, [6], 10 – перша обернена задача.

„Велосипедист, рухаючись зі швидкістю 12 $\frac{км}{год}$, подолав відстань між двома містами за 5 годин. Назад він рухався зі швидкістю 10 $\frac{км}{год}$. За який час він подолав шлях між містами, рухаючись назад?

- Що в розв'язанні цих задач буде спільного? (Перша дія.)
- Чим будуть відмічатися розв'язання? (Другою дією: в цій задачі треба буде відстань ділити на швидкість (а не на час.).)

Розв'язання

1) 12 * 5 = 60 (км) – відстань між містами;

2) 60 : 10 = 6 годин – час, який було витрачено на рух назад.

Або 12 * 5 : 10 = 6 (год)

Відповідь: 6 годин.

В 4 класі учні вчаться розв'язувати задачі з на знаходження четвертого пропорційного **способом відношень**.

Задача. З трьох квадратних метрів зібрали 11 кг помідорів, скільки кілограмів помідорів можна зібрати з 12 $м^2$ ділянки при однаковій врожайності с кожного квадратного метру.

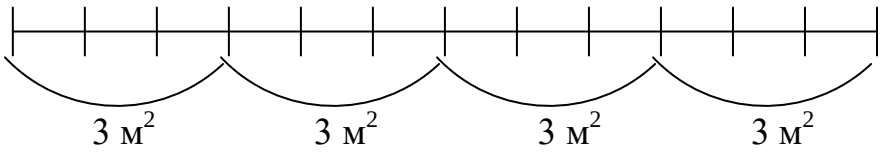
Учні розповідають про що йде мова в задачі; вчитель пропонує записати задачу коротко в формі схеми:

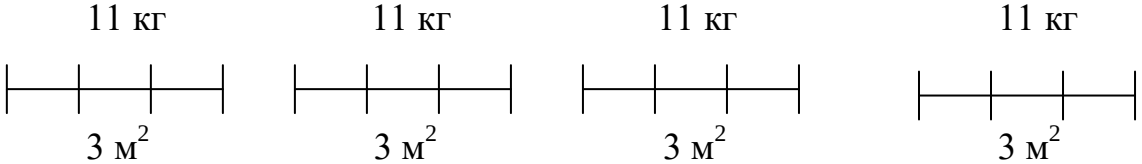
3 $м^2$ – 11 кг

12 $м^2$ - ? .....

Учні пояснюють , що означають числа задачі і запитання. Далі з'ясовується, чи розв'язували вони задачі такого виду, і згадується план розв'язування задач на знаходження 4-го пропорційного. Учні пробують знайти скільки помідорів зібрали з 1 м ^{2} (значення однакової величини), але це зробити неможливо - 11 не ділиться на 3 націло. Виникає проблемна ситуація, яку допомагає розв'язати вчитель, пропонуючи виконати малюнок до задачі. Учні позначають кожний квадратний метр за 1 клітинку зошита; обводять 3 клітинки – це 3 $м^2$ і підписують під ними 11 кг; обводять ще 3 клітинки і підписують під ними 11 кг;...

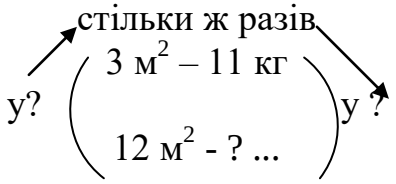
- Скільки разів по 3 клітинки ми повинні обвести? (Стільки, скільки разів по 3 міститься в 12 – 4 рази.)





- У скільки разів 12 $м^2$ більше 3 $м^2$? (В 4 рази: 12 : 3 = 4.)
- У скільки разів більше зберуть врожаю з 12 $м^2$, ніж з 3 $м^2$? (Так само, в 4 рази.)
- Скільки ж кілограмів помідорів зберуть з 12 $м^2$? (11 * 4 = 44 кг)
- Про що ми дізналися першою дією? (У скільки разів площа другої ділянки більше, ніж площа першої ділянки. На цій підставі зробили висновок, що й врожаю з другої ділянки зібрали у стільки ж разів більше, ніж з першої.)
- Про що ми дізналися другою дією? (Другою дією ми дізналися скільки кілограмів помідорів зібрали з другої ділянки і відповіли на запитання задачі.

- Спосіб розв'язання цієї задачі можна проілюструвати стрілочками на короткому записі:



- Розв'язуючи задачу ми спочатку звернули увагу на відомі два числові значення однієї величини: площі; визначили у скільки разів більше (менше) друге значення за перше. Зробили висновок, що й у стільки ж разів відмічаються і числові значення іншої величини. І знаючи, у скільки разів більше (менше) шукане число від даного, відповіли на запитання задачі.
- Якою дією ми дізнаємося у скільки разів більше (менше)? (Дією ділення.) В математиці вираз *а : в* можна прочитати двома способами: "Частка чисел *а* і *в"* або " відношення *а* і *в*".
- Це спосіб відношень. Хто здогадався, чому він так називається? (Ми за відношенням відомих двох значень однієї величини, встановили як відносяться значення іншої величини , і відповіли на запитання задачі.)
- Складіть задачу з цими самими числами, але з іншими величинами.
- Чи зміниться від цього розв'язання? Чому?
- Про що ми дізнаємося першою дією? Другою дією?
- Запишіть вираз для розв'язання цієї задачі.
- Складіть задачу з даними величинами, але з іншими числами, яка розв'язується способом відношень. Числові данні повинні задовольняти яким вимогам? (Числові значення однієї величини для обох випадків повинні бути таким, щоб більше число ділилося без остачі на менше.)
- Про що ми дізнаємося першою дією? Другою дією?
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням та виразом.
- Запишіть відповідь.

- Уважно прочитайте **задачу** : 3 кг ячменю за поживністю замінюють 4 кг вівса. Скільки потрібно кілограмів ячменю, щоб замінити 120 кг вівса?

3 кг ячм. – 4 кг в.

? .... – 120 кг в.

- Чи схожа вона на задачі на знаходження 4-го пропорційного?
- Яким способом її можна розв'язати? Чому?
- За коротким записом поясніть числа задачі.
- Повторіть запитання задачі. Більше чи менше число за 3 отримаємо у відповіді? Чому? (У відповіді отримаємо більше число за 3. Тому що для того, щоб замінити 120 кг вівса потрібно більше, ніж 3 кг ячменю, які замінюють лише 4 кг вівса.)
- У скільки разів більше? (У стільки, у скільки разів більше 120 кг вівса, ніж 4 кг вівса.)
- Розкажіть план розв'язування задачі.

- Розв’яжіть цю задачу способом відношень, записуючи розв’язання спочатку по діях з поясненням, а потім виразом.
  1) 120 : 4 = 30 – у стільки разів 120 кг більше, ніж 4 кг вівса
  2) 3 * 30 = 90 (кг) ячменю потрібно, щоб замінити 120 кг вівса.
  Або 3 * (120 : 4) = 90 (кг)
- Запишіть відповідь до задачі. (Відповідь: 90 кг ячменю потрібно, щоб замінити 120 кг вівса.)
- Складіть обернену задачу так, що невідомим було число 3.

3 , 4 , 120 , [90] - пряма задача

[3], 4 , 120 , 90 – перша обернена задача

„90 кг ячменю замінюють по поживності 120 кг вівсу. Скільки кілограмів ячменю замінять 4 кг вівса?”

? .... – 4 кг в.
90 кг ячм. – 120 кг в.

- Поясніть числа задачі. Назвіть запитання.
- У відповіді отримаємо більше чи менше число? Чому?
- У скільки разів менше? (У стільки, у скільки разів 4 кг менше, ніж 120 кг вівса)
- Розкажіть план розв’язування задачі.

Розв’язання

1) 120 : 4 = 30 – у стільки разів 4 кг вівса менше, ніж 120 кг вівса;
2) 90 : 30 = 3 (кг) ячменю замінюють по поживності 4 кг вівса.

Або 120 : 4 : 30 = 3 (кг)

Відповідь: 3 кг.

- Складіть і розв’яжіть обернену задачу так, щоб шуканим було число 120.

3, 4, [120] , 90 – друга обернена задача

„3 кг ячменю за поживністю замінюють 4 кг вівса. Скільки кілограмів вівса, щоб замінюють по поживності 90 кг ячменю ?”

3 кг ячм. – 4 кг в.
90 кг ячм. - ? .

Розв’язання

1) 90 : 3 = 30 – у стільки разів 90 кг ячменю більше, ніж 3 кг ячменю;
2) 4 * 30 = 120 (кг) вівса замінюють по поживності 90 кг ячменю.

Або 90 : 3 * 30 = 120 (кг)

Відповідь: 120 кг.

- Складіть і розв’яжіть обернену задачу так, щоб шуканим було число 4.

3 , [4], 120, 90 – третя обернена задача

„90 кг ячменю за поживністю замінюють 120 кг вівса. Скільки кілограмів вівса можна замінити 3 кг ячменю?”

3 кг ячм. - ? .

90 кг ячм. – 120 кг в.

Розв'язання

1) 90 : 3 = 30 – у стільки разів 3 кг ячменю менше за 90 кг;

2) 120 : 30 = 4 (кг) вівса можна замінити 3 кг ячменю.

Або 90 : 3 : 30 = 4 (кг)

Відповідь: 4 кг.

- Що цікавого ви помітили? Що спільного в планах розв'язування усіх задач? (Першою дією ми дізнаємося як відносяться два відомі значення однієї величини. Далі робимо висновок, що в цьому ж відношенні знаходяться і числові значення іншої величини. Другою дією відповідаємо на запитання задачі.)

Задача. Довжина вулиці 800 м, а ширина 15 м. Вулицю покрили асфальтом. На кожні 100 м ^{2} потрібно 3 т асфальту. Скільки всього асфальту витратили для покриття вулиці?

Це задача на знаходження 4-го пропорційного, що розв'язується способом відношень; вона цікава тим, що площа вулиці невідома:

	Площа ($м^2$)	Маса асфальту на 1 $м^2$ (т)	Загальна маса асфальту (т)
1	? , а = 800м, в = 15м		?
		однакова	
П	100$м^2$		3т

Після пояснення чисел та запитання задачі, можна з'ясувати чи схожа ця задача на задачу на знаходження 4-го пропорційного; що в ній незвичайного (те що невідоме значення площі в першому випадку); чи можна її привести до звичайного вигляду (так, обчисливши значення площі – перемножити довжину на ширину.). Далі робота йде за звичайним планом.

На ступіні закріплення уміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного способом відношень, учням пропонуються і задачі, що розв'язуються двома способами: „Маса 50 однакових посилок 1 ц 50 кг. Яка маса 100 таких посилок?"

При формуванні умінь розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного учні не лише розв'язують задачі способом наведення до одиниці і способом відношень, можна ще й познайомити учнів з двома способами наведення до одиниці – прямим і оберненим. Спосіб прямого наведення до одиниці полягає в тому що ми знаходимо величину однієї одиниці для тієї величини , до якою в задачі дані обидва значення. Спосіб оберненого зведення до одиниці призводиться до того, що знаходять відповідне значення одиниці тієї величини, для якої в умові указано лише одне дане (одне значення). Наприклад, розглянемо **задачу**: Із 40 кг борошна випекли 160 батонів. Скільки батонів випечуть з 240 кг борошна, якщо на кожний батон витрачають однакову масу борошна?

1) *Спосіб прямого наведення до одиниці*:

	Загальна маса борошна (г)	Маса 1 батона (г)	Кількість батонів (шт..)
1	40 кг=40000 г		160 шт.
		однакова	
П	240 кг=240000 г		?

Розв'язання

1) 40000 : 160 = 250 (г) – маса 1 батона
2) 240000 : 250 = 960 – стільки штук батонів випечуть з 240000 г = 240 кг борошна.

Або 240000 : (40000 : 160) = 960 (шт.)

2) *Спосіб оберненого наведення до одиниці*:

	Загальна маса борошна (г)	Кількість батонів з 1 кг борошна (шт.)	Кількість батонів (шт..)
1	40 кг		160 шт.
		однакова	
П	240 кг		?

Розв'язання

1) 160 : 40 = 40 (шт..) батонів отримують з 1 кг борошна
2) 40 * 240 = 960 (шт..) батонів отримають з 240 кг борошна.

Або 160 : 40 * 240 = 960 (шт.)

3) *Спосіб відношень*:

40 кг – 160 шт.
240 кг - ? .

Розв'язання

1) 240 : 40 = 6 – у стільки разів більше 240 кг борошна, ніж 40 кг борошна; тому шукане число у стільки ж разів більше, ніж 160.
2) 160 * 6 = 960 (шт..) батонів отримають з 240 кг борошна.

Або 160 * (240 : 40) = 960 (шт..)

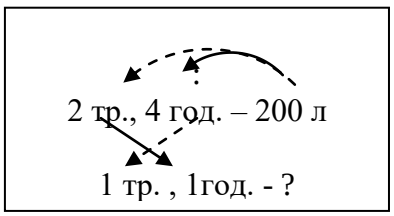
Відповідь: 960 батонів випечуть з 240 кг борошна.

Задачі на подвійне наведення до одиниці

В 4 класі учні знайомляться з складнішими задачами на подвійне зведення до одиниці. Розглянемо методику введення таких задач.

Задача 1. *(Підготовча).* Два трактори за 4 год роботи витратили 200 л бензину. Скільки палива витратить один трактор за одну годину?

Це задача відомого виду, учні впізнають її і розв'язують самостійно:



1 спосіб. Першою дією дізнаємося про об'єм бензину для 2 тракторів на 1 год. Другою дією дізнаємося про об'єм бензину для 1 трактора на 1 годину.

2 спосіб. Першою дією дізнаємося про об'єм бензину для 1 трактора на 4 години. Другою дією дізнаємося про об'єм бензину для 1 трактора на 1 годину.

Розв'язання:

1 спосіб: :

1) 200 : 4 = 50 (л) бензину 2 тракторам на 1 годину.

2) 50 : 2 = 25 (л) бензину 1 трактору на 1 годину.

Або 200 : 4 : 2 = 25 (л)

П спосіб: :

1) 200 : 2 = 100 (л) бензину 1 трактору на 4 години.

2) 100 : 4 = 25 (л) бензину 1 трактору на 1 годину.

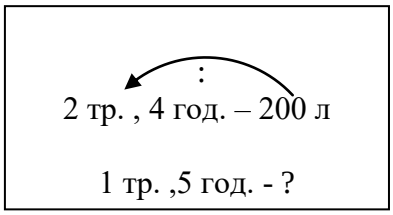
Або 200 : 2 : 4 = 25 (л)

Відповідь: 25 л бензину витратить 1 трактор за 1 годину.

Далі вчитель продовжує задачу:

Задача 2. Два трактори за 4 години роботи витратили 200 л бензину. Скільки палива витратить один трактор за 5 годин?

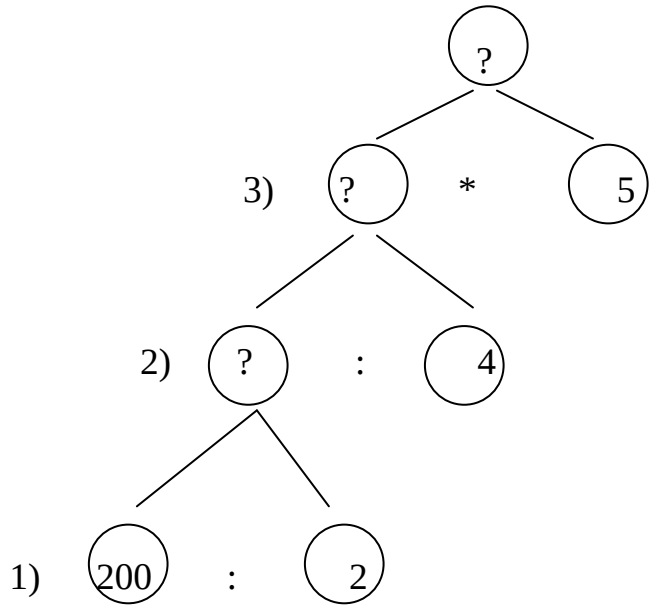
Учні записують задачу коротко:



Порівнюють цю задачу з попередньою і встановлюють, що вона є її продовженням. Отже ця задача також має два способи розв'язання. Ставимо стрілочку і проводимо аналітичний пошук розв'язання, згідно першому способу:

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі " Скільки бензину треба 1 трактору на 5 годин?". (Треба знати два числові значення: 1 – скільки літрів бензину треба 1 трактору на 1 годину (не відомо), та П – час роботи трактору (5 годин).)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією множення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо об'єм бензину для 1 трактору на 1 годину.)
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання "Скільки літрів бензину треба 1 трактору на 1 годину?" (Треба знати два числові значення: Об'єм бензину для 1 трактору на весь час роботи (не відомо) , та П – час роботи (відомо, 4 години).
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання . (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Не можна, ми не знаємо об'єм бензину для 1 трактора на 4 години.)

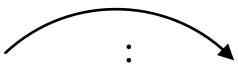
- Що треба знати, щоб знайти об’єм бензину для 1 трактора на 4 години? (Треба знати два числові значення: 1 – загальний об’єм бензину (200 л), та П – кількість тракторів (відомо, 2).
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, нам відомі обидва числові дані.)
- Отже ми від запитання перейшли до числових даних, аналіз закінчено.



Складаємо план розв’язування задачі.

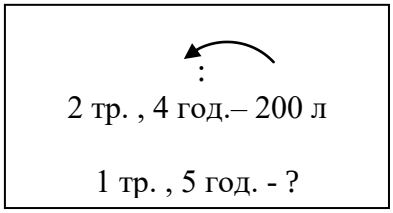
Першою дією дізнаємося про об’єм пального на 4 години для 1 трактора . Другою дією дізнаємося про об’єм пального на 1 годину для 1 трактора. Але ми ще не відповімо на запитання задачі – це лише “ключ” для її розв’язку. Третьою дією відповімо на запитання задачі , і дізнаємося про об’єм пального на 5 годин для 1 трактора.

Розв’язання:



1) 200 : 2 = 100 (л) бензину на 4 години для 1 трактора.
2) 100 : 4 = 25 (л) бензину на 1 годину для 1 трактора.
3) 25 * 5 = 125 (л) бензину на 5 годин для 1 трактора.

- Чим відрізняється другий спосіб розв’язання? (Першою дією.) Поставте дужку.



- Складіть план розв’язування задачі . (Першою дією ми дізнаємося про об’єм бензину для 2 тракторів на 1 годину. Другою дією дізнаємося про

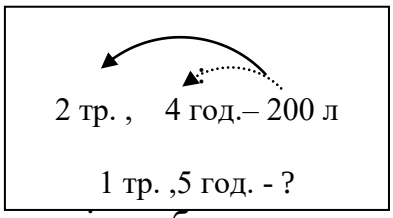
об’єм бензину для 1 трактора на 1 годину – це “ключ” до розв’язання задачі. Третьою дією ми відповімо на запитання задачі , дізнаємося про об’єм бензину для 1 трактора за 5 годин.)

- Запишіть розв’язання задачі.

Розв’язання:

1) 200 : 4 = 50 (л) бензину для 2 тракторів на 1 годину.
2) 50 : 2 = 25 (л) бензину для 1 трактора на 1 годину.
3) 25 * 5 = 125 (л) бензину для 1 трактора на 5 годин.

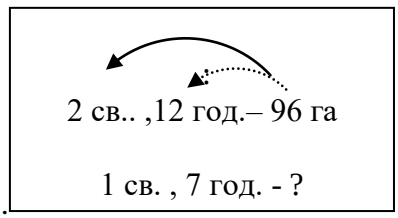
- Порівняйте обидва способи розв’язання. Що в них спільного? (В них спільні останні дії і пояснення до другої дії.) Чим вони відрізняються? (Першими діями і поясненнями до них та другими діями.)
- Покажемо обидва способи розв’язання на короткому записі:



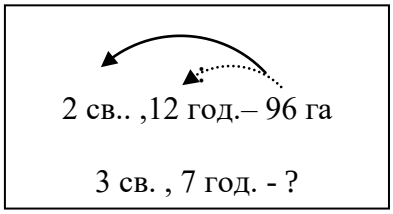
На етапі закріплення учні, зробивши короткий запис, впізнають задачу відомого виду; ставлять стрілочки і розв’язують задачі двома способами; розв’язок записують по діях та виразом. Можливо подальше ускладнення задачі, наприклад:

Задача 3. Двома сівалками за 12 год. роботи засіяли 96 га пшениці. Скільки гектарів пшениці можна засіяти однією сівалкою за 7 год. роботи?

Учні складають короткий запис і розв”язують задачу двома способами.



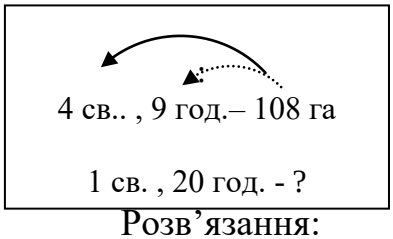
Після розв’язання задачі, школярам пропонується відповісти на додаткове запитання “ Скільки гектарів пшениці можна засіяти трьома сівалками за 7 годин?”. Задача з таким запитанням має короткий запис:



Порівнюючи отриману задачу з попередньою, учні з’ясовують, що дана задача розв’язується чотирма арифметичними діями.

Ознайомлення з задачами П виду. Методику введення задач такої математичної структури можна побудувати на підставі розв’язання задачі 1 виду і складання оберненої задачі. Наприклад:

Задача 1. *(1 вид)* Чотирма сівалками за 9 годин засіяли 108 га ячменю. Скільки гектарів ячменю можна засіяти 1 сівалкою за 20 годин?



Розв’язання:

1 спосіб:

1) 108 : 9 = 12 (га) 4 сівалки за 1 годину
2) 12 : 4 = 3 (га) 2 сівалка за 1 годину.
3) 3 * 20 = 60 (га) 1 сівалка за 20 годин.

Або 108 : 9 : 4 * 20 = 60 (га)

П спосіб:

1) 108 : 4 = 27 (га) 1 сівалка за 9 годин.
2) 27 : 9 = 3 (га) 1 сівалка за 1 годину.
3) 3) 3 * 20 = 60 (га) 1 сівалка за 20 годин.

Або 108 : 4 : 9 * 20 = 60 (га)

Відповідь: 60 га ячменю можна засіяти 1 сівалкою за 20 годин.

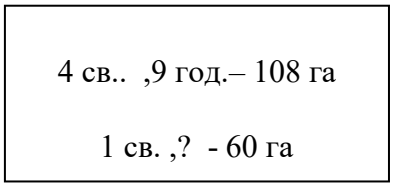
Складемо обернену задачу, в якій невідомим буде число 20.

4 , 9 , 108 , 1 , 20 , 60 - пряма задача

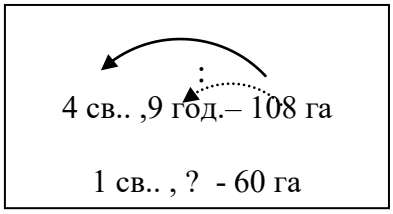
4, 9 , 108 , 1 , 20 , 60 – обернена задача

Задача 2.Чотирма сівалками за 9 годин засіяли 108 га ячменю. За скільки годин можна засіяти 60 га однією такою сівалкою?

Учні розглядають короткий запис, який подано у підручнику:



- Порівняйте цю задачу і попередню. Що цікавого ви помітили? (Обидві задачі мають схожі короткі записи.)
- Отже, якщо ці задачі мають схожі математичні структури, то вони мають схожі способи розв’язання. Кількома способами можна розв’язати цю задачу? (Так само, як і попередню задачу – двома способами.)
- Поставте стрілочки і розкажіть план розв’язування за першим та другим способами.



Перший спосіб. Першою дією дізнаємося про площу ячменю , який засіяно 4 сівалками за 1 годину. Другою дією ми дізнаємося про площу ячменю , який засіяно 1 сівалками за 1 годину – це “ключ” до розв’язання задачі. Третьою дією ми відповімо на запитання задачі, дізнаємося за скільки годин можна засіяти 60 га однією такою сівалкою.

Розв’язання:

1 спосіб:

1) 108 : 9 = 12 (га) 4 сівалки за 1 годину
2) 12 : 4 = 3 (га) 2 сівалка за 1 годину.
3) 60 : 3 = 20 – за стільки годин засіють 60 га ячменю 1 сівалкою.

- Порівняйте перший спосіб розв’язання цієї і попередньої задачі. Чим вони схожі? (Двома першими діями.) Чим вони відрізняються? (Останніми діями: в попередній задачі третя дія множення, а в даній – дія ділення.)

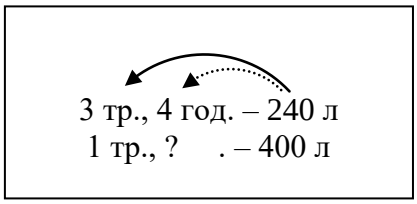
Другий спосіб. Першою дією дізнаємося про площу ячменю , який засіяно 1 сівалкою за 9 годин. Другою дією ми дізнаємося про площу ячменю , який засіяно 1 сівалками за 1 годину – це “ключ” до розв’язання задачі. Третьою дією ми відповімо на запитання задачі, дізнаємося за скільки годин можна засіяти 60 га однією такою сівалкою.

1) 108 : 4 = 27 (га) 1 сівалка за 9 годин.
2) 27 : 9 = 3 (га) 1 сівалка за 1 годину.
3) 60 : 3 = 20 – за стільки годин засіють 60 га ячменю 1 сівалкою.

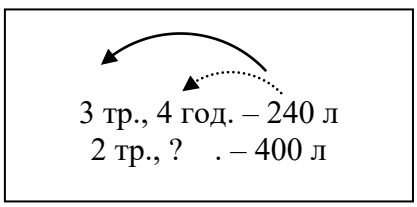
- Порівняйте другий спосіб розв’язання цієї і попередньої задачі. Чим вони схожі? (Двома першими діями.) Чим вони відрізняються? (Останніми діями: в попередній задачі третя дія множення, а в даній – дія ділення.)
- Отже ці дві задачі мають схожу математичну структуру, тому вони відносяться до одного типу. Але розв’язання цих задач відрізняються останніми діями, тому перша задача є задачею 1-го виду, а друга П – виду.

На *етапі закріплення* після розв’язання задачі можливо перетворення задачі одного виду в задачу іншого виду. Крім того, можна поставити додаткове запитання до задачі, наприклад:

Задача 3. Три однакові трактори за 4 год роботи витратили 240 л пального. На скільки годин роботи вистачить 400 л пального одному такому трактору?



Додаткове запитання: “ На скільки годин роботи вистачить 400 л пального 2 тракторам?”



Задачі на спільну роботу.

В 3-му класі у молодших школярів ми формували уміння розв'язувати задачі на спільну роботу, які розв'язуються двома (трьома) діями – це так звані, підготовчі задачі. Розглянемо докладно методику введення задач на спільну роботу.

На підготовчому етапі корисним є розв'язання задач на продуктивність праці:

1) Слюсар за 3 год. зробив 15 деталей. Скільки деталей він зробить за 5 год., якщо щогодини робитиме однакову кількість деталей?
2) За планом завод мав випускати щодня 167 (30) верстатів .За тиждень (5 роб. днів) він випустив 910 (300) верстатів. Скільки верстатів випустив завод понад план за тиждень?
3) Відкрили кран, через який за 1 хв вливається 20 л. води і за 8 хв. наповнили ванну. Потім кран закрили та відкрили зливний отвір, через який уся вода витекла за 4 хв. Скільки літрів води витекло за 1 хв?

Також на ступені підготовчої роботи треба актуалізувати уміння розв'язувати задачі на спільну роботу підготовчого характеру, які розв'язувалися в 3-му класі, наприклад:

Задача 1. 24 тони води перший насос може викачати за 6 годин, а другий – за 3 години. Скільки тон води викачають за 1 годину обидва насоси, якщо працюватимуть разом?

Учні записують цю задачу в формі таблиці; пояснюють числа і запитання задачі. З'ясовують більше чи менше часу, ніж 6 год. (3 год) потрібно буде обом насосам викачати 24 т води. Далі їм пропонується відповісти на запитання:

- Чи впізнаєте ви цю задачу? (Так, це задача на спільну роботу)
- В чому полягає спосіб розв'язування задач на спільну роботу? (Треба додати маси води, що викачує перший насос за 1 годину і , що викачує другий насос за годину; і отримаємо масу води, що викачають за 1 годину обидва насоси, працюючи разом.)
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням.
- Запишіть відповідь.

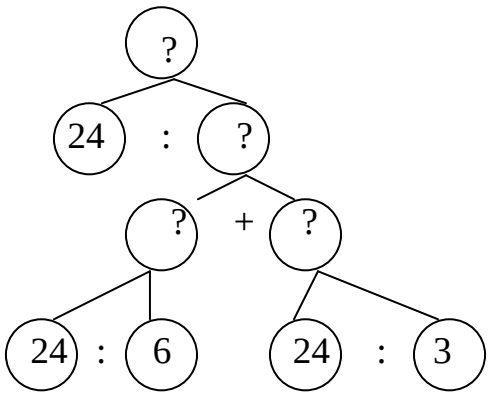
Ознайомлення .

Задача 2. 24 т води перший насос може викачати за 6 год, а другий – за 3 год. За скільки годин викачають цю воду обидва насоси, якщо будуть працювати разом?

Учні читають задачу, записують її коротко в формі таблиці:

	Час роботи (год.)	Маса води за 1 год. (т)	Загальна маса води (т)
1 насос	6 год.	?	24 т
П насос	3 год.	?	24 т
1 і П насоси	?	?	24 т

Учні за таблицею пояснюють числа задачі і запитання. З'ясовують; скільки часу потрібно першому насосу, щоб викачати 24 т води; скільки часу потрібно другому насосу, щоб викачати 24 т води; більше чи менше часу, ніж 6 год. (3 год) потрібно буде обом насосам викачати 24 т води. Порівнюють цю задачу з попередньою і встановлюють, що вона є продовженням попередньої задачі; проводять аналітичний пошук розв'язування задачі:



Далі учні складають план розв'язування задачі і записують її розв"язання по діях з поясненням:

Розв'язання:

a. 24 : 6 = 4 (л) - викачує перший насос за 1 год;
2) 24 : 3 = 8 (л) – викачує другий насос за 1 год;
3) 4 + 8 = 12 (л) – викачують обидва насоси за 1 год, працюючи разом;
4) 24 : 12 = 2 – за стільки годин вони викачають24 л води, працюючи разом.

В цій задачі ми зустрічаємось з величинами: загальний виробіток – загальний об'єм води (24 т води треба викачати), час, який витрачено на цю роботу (3 год. або 6 год.) та продуктивність праці – об'єм води, яку викачує насос за 1 год.

- Змініть величини задачі. (Наприклад: загальний виробіток – загальна кількість деталей, продуктивність праці – кількість деталей за 1 годину, час роботи). Розкажіть нову задачу.
- Складіть план розв'язування цієї задачі.
- Чи треба виконувати розв'язок цієї задачі? (Ні, не треба. В неї буде такий самий розв'язок, що й у попередньої задачі.) Чому? (Ця задача має майже такий самий короткий запис, лише інші величини, такі самі числові дані .Тому треба лише "поправити" пояснення.)
- Залишіть величини такими самими, але змініть числові значення цих величин. (При цьому вчитель слідкує, щоб учні обрали числове значення загальної величини таким, щоб можна було розв'язати цю задачу.)
- Розкажіть план розв'язування цієї задачі.
- Порівняйте всі ці задачі. (В усіх задачах запитання містить слова "якщо працюватимуть разом". – це задачі на спільну роботу.)

- Порівняйте короткі записи цих задач на спільну роботу. (Ці задачі мають “один й той самий” короткий запис (мають одну математичну структуру), а тому вони розв’язуються за одним планом:

Першою дією дізнаємося про значення одиниці загальної величини для першого випадку.

Другою дією дізнаємося про значення одиниці загальної величини для другого випадку.

Третьою дією дізнаємося про суму значень одиниці загальної величини для обох випадків.

Четвертою дією відповімо на запитання задачі.

Задача 3. Одна друкарка надрукує 100 сторінок за 5 днів, а друга – за 4 дні. За скільки днів надрукують ці друкарки 90 сторінок, якщо працюватимуть разом?

- Чи це задача на спільну роботу? (Так, тут запитується “За скільки днів надрукують ці друкарки 90 сторінок, якщо працюватимуть разом?”)
- За яким планом її розв’яжемо?

Першою дією знайдемо продуктивність праці першої друкарки.

Другою дією – продуктивність праці другої друкарки.

Третьою дією знайдемо спільну продуктивність.

Четвертою дією знайдемо час спільної роботи друкарок.

Запишімо розв’язання виразом: 90 : (100 : 5 + 100 : 4) = 90 : 45 = 2 дні

Відповідь: за 2 дні надрукують обидві друкарки 90 сторінок, якщо працюватимуть разом.

Зауваження: в задачах на спільну роботу можна додавати лише продуктивності праці, але не можна додавати час, за який кожний виконує цю роботу самостійно.

Формування уміння розв’язувати задачі на спільну роботу.

1. Через кран у ванну за 1 хв. вливається 20 л. води, а через зливний отвір за 1 хв виливається 15 л води. За скільки хвилин наповниться ванна, об’ємом 160 л, якщо і кран, і зливний отвір будуть весь час відкриті?

   На прикладі задачі цієї задачі, вчитель може продемонструвати учням зразок, коли спільну продуктивність знаходять як різницю між продуктивністю (пропускною здатністю) крану і продуктивністю зливного отвору. Спочатку доцільно запропонувати школярам розв’язати таку просту задачу: „Через кран у ванну за одну хвилину вливається декілька л води, а через зливний отвір виливається на 5 л менше води за хвилину. За скільки хвилин наповниться ванна, місткістю 160 л, якщо і кран, і зливний отвір будуть весь час відкриті?”

   Учні мають зрозуміти, що в цьому випадку за кожну хвилину в ванні стає більше води на 5 л. Тому: 160:5=32 (хв) – потрібно, щоб наповнити ванну.

   Після цього школярі можуть розв’язати задачу 1 виразом

   160: (20-15)=32 (хв)

2. 24 т води перший насос може викачати за 6 год, а другий – за 3 год. За скільки год викачають 24 т води обидва насоси, працюючи разом?
   Після з'ясування умови задачі треба поставити учням питання:
   - Чи вірно дати таку відповідь : 6 + 3 = 9 (год.) – потрібно обом насосам, щоб викачати 24 т води?
   - Як ви думаєте, скільки (приблизно) годин треба двом насосам, які працюють разом, щоб виконати роботу? (Менше, ніж 3 години, тому що за 3 години другий насос може самостійно виконати цю роботу, але йому допомагає перший насос.)

Розв'язання

1) 24 : 6 = 4 (т) води за 1 год. викачує перший насос;
2) 24 : 3 = 8 (т) води за 1 год. викачує другий насос;
3) 4 + 8 = 12 (т) води за 1 год. викачують обидва насоси;
4) 24 : 12 = 2 - стільки годин вони працюватимуть разом, щоб викачати 24 т води.

Або 24: (24:6-24:3)=24: (4+8)=2 (год)

Відповідь: 2 години.

3. 72 ц сіна коровам вистачить на 12 днів, а вівцям на 24 дні. На скільки днів вистачить цього сіна коровам та вівцям разом?

Розв'язання

72: (72:12+72:24)=72: (6+3)=8 (дн.)

Відповідь: на 8 днів вистачить 72 ц сіна коровам та вівцям разом.

4. Майстер виготовляє 120 дет. за 8 годин, а працюючи разом із своїм учнем, він може зробити ту ж кількість дет. за 5 годин. Скільки деталей за 1 годину виготовляє учень?

Розв'язання

120 : 5 – 120 : 8=24 - 15=9 (дет.)

5. Чоловік вип'є діжку води на 30 л за 10 днів, а разом із дружиною таку ж саму діжку за 6 днів. За скільки днів таку діжку води вип'є дружина?

Розв'язання

30: (30:6-30:10)=30: (5-3)=15 (дн.)

Відповідь: за 15 днів вип'є діжку дружина.

- Чому для розв'язання цієї задачі потрібно більше дій?
- Про що дізнаємося у задачі 4, обчисливши значення виразу: 120: (120:5-120:8)? (Час роботи учня для виготовлення 120 деталей)

Задачі на одночасний рух в різних напрямках

Особливий тип задач, які містять опис процесу руху двох тіл, які переміщуються в одному або в різних напрямках, називають задачами на рух.

Задачі на рух містять пропорційні величини: відстань, швидкість та час . Кожна з цих задач має три види в залежності від даних та шуканого:

1 вид – задачі на знаходження відстані: дано швидкості обох тіл та час їх спільного руху, треба знайти відстань;

П вид – задачі на знаходження швидкості : дано відстані , які подолані обома тілами, відомий час їх спільного руху та швидкість одного з тіл, треба знайти швидкість другого тіла;
Ш вид – задачі на знаходження часу: дано значення відстані та швидкостей обох тіл, треба визначити час їх спільного руху.

Рух в різних напрямках включає два види руху: рух назустріч та рух в протилежних напрямках.

1. *Зміст підготовчої роботи до введення задач на одночасний рух.*

Мета – актуалізувати знання пропорційних величин: відстань, швидкість та час; взаємозв'язків між ними, та спостереження за рухом двох тіл відносно одне одного.

Актуалізація знань учнів про пропорційні величини: відстань, швидкість та час здійснюється під час розв'язування простих та складених задач відомих дітям видів. Крім того, на цьому етапі треба повторити не лише взаємозв'язок між даними величинами, а й приділити певну увагу фізичному змісту швидкості.

З цією метою учням пропонуються завдання виду:

1. Пояснити зміст речень:

- равлик повзе зі швидкістю 6 $\frac{м}{год}$;

- літак летить зі швидкістю 950 $\frac{км}{год}$.

2. Назвіть швидкість, з якою на вашу думку їде машина: 6 $\frac{км}{год}$, 80 $\frac{км}{год}$, 8 $\frac{км}{с}$.

3. Чому дорівнює швидкість руху:
- меч-риби, якщо вона за кожну годину пропливає по 100 км;
верблюда, якщо він за кожну годину проходить 25 км.

4. Згадайте, як пов'язані між собою величини: відстань, швидкість та час. Складіть за кожним рядком задачу і розв'яжіть ці задачі:

	S	V	t
Бджола	18 км	6 $\frac{км}{год}$	?
Бабка	200 км	?	2 год
Стриж	?	100 $\frac{км}{год}$	4 год

5. Розв'яжіть задачу: Літак за 3 години пролетів 2700 км. Яку відстань він пролетить за 6 годин, якщо летітиме з такою самою швидкістю? (Це задача

на знаходження четвертого пропорційного, яка розв'язується двома способами: 1 – способом наведення до одиниці, П – способом відношень).

6. Слон пробігає 360 м за 30 с, а швидкість лева на 28 $\frac{м}{с}$ більша за швидкість слона. Яку відстань пробіжить лев за 9 с? (Це ускладнена задача на знаходження четвертого пропорційного – задача, пов'язана з одиничною нормою.)

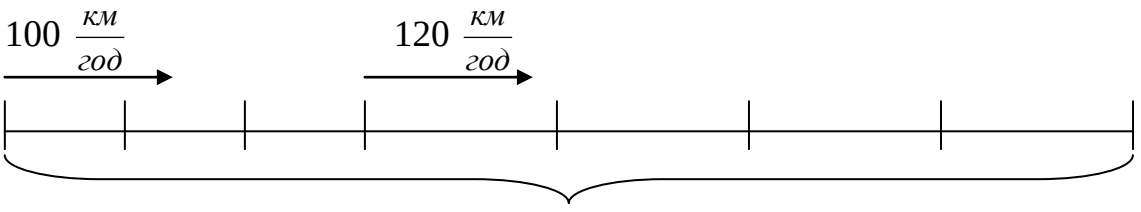
7. Машина їхала 3 год зі швидкістю 100 $\frac{км}{год}$, і 4 год зі швидкістю 120 $\frac{км}{год}$. Яку відстань подолала машина? (Це задача на знаходження суми двох добутків.)

Розглянемо останню задачу. Короткий запис складаємо (як звичайно) у формі таблиці:

	S(км)		V(км/год)	t (год)
1	?		100 $\frac{км}{год}$	3 год.
		?		
П	?		120 $\frac{км}{год}$	4 год.

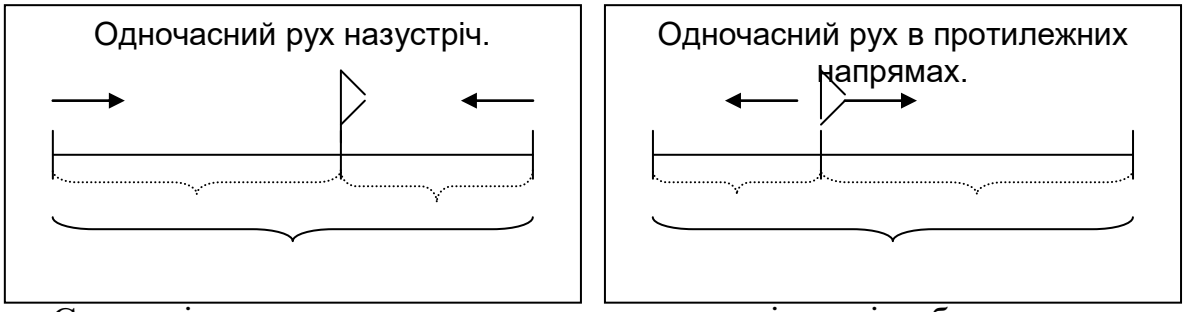
Крім того до цієї задачі корисно зробити креслення:

- Що означає число 100? (Число 100 означає швидкість автомобіля першого разу. 100 $\frac{км}{год}$ означає, що автомобіль за кожну годину проїздив по 100 км.)
- Що означає число 3? (Число 3 означає час руху автомобіля.)
- Отже автомобіль за першу годину подолав 100 км (покажемо це відрізком), за другу годину подолав 100 км, за третю годину – 100 км.
- Що означає число 120? (Число 120 означає швидкість автомобіля другого разу. 120 $\frac{км}{год}$ означає, що автомобіль за кожну годину проїздив по 120 км.)
- Що означає число 4? (Число 4 означає час руху автомобіля другого разу.)
- Отже автомобіль за першу (з 4-х годин) проїхав 120 км (покажемо це відрізком), за другу годину – 120 км, за третю годину – 120 км, за четверту годину – 120 км.
- Яке число є шуканим? (Шуканою є загальна відстань, яку подолав автомобіль за весь час руху.) Як це показати на кресленні? (Фігурною дужкою.)



Таким чином, діти поступово знайомляться з коротким записом в формі креслення.

На ступені підготовчої роботи також слід узагальнити і систематизувати уявлення дітей про рух назустріч та рух в протилежних напрямах. З цією метою учні спостерігають за рухом одного тіла відносно другого і вчаться схематично зображати рух:



Спостерігаючи за одночасним рухом двох тіл учні роблять висновки про характер зміни відстані між тілами при русі назустріч та при русі в протилежних напрямах, про час руху обох тіл та про величину відстані між тілами на момент початку (закінчення) руху.

Спостереження за <u>одночасним рухом назустріч</u> дають підстави зробити такі <u>висновки</u>:

1. *Відстань між тілами весь час зменшується.*
2. *Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.*
3. *Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.*

Спостереження за <u>одночасним рухом в протилежних напрямах</u> дають підстави зробити такі <u>висновки</u>:

1. *Відстань між тілами весь час збільшується.*
2. *Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.*
3. *Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.*

Порівнюючи ці висновки, узагальнюємо їх:

При одночасному русі $\frac{назустріч}{в...протилежних...напрямах}$:

1. *Відстань між тілами весь час* $\frac{зменшується}{збільшується}$.
2. *Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.*
3. *Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.*

Для глибокого усвідомлення цих висновків учням пропонуються завдання:

1. Із двох міст одночасно назустріч вийшли два пішоходи і зустрілися через 3 години. Скільки часу рухався кожний пішохід? (3 години)

2. З села в місто вийшов пішохід і в цей же час із міста назустріч йому виїхав мотоцикліст, який зустрів пішохода через 40 хвилин. Скільки часу рухався до зустрічі пішохід? (40 хвилин)

3. Два пішохода вийшли одночасно в протилежних напрямах і закінчили свій рух через 2 години. Скільки часу рухався кожний пішохід? Що можна сказати про відстань, яку пройшов кожний пішохід, якщо:

- вони рухалися з однаковою швидкістю; (відстань однакова, тому що швидкості однакові в обох пішоходів та час руху, теж однаковий – 2 год.);
- швидкість першого більше швидкості другого; (відстань, яку пройшов перший пішохід більша за відстань, яку пройшов другий; при однаковому часі руху, швидкість і відстань змінюються одному напрямі: чим більше швидкість, тим більша відстань).

4. Два лижники вийшли одночасно назустріч один одному. Перший лижник йшов зі швидкістю 12 $\frac{км}{год}$, а другий – 14 $\frac{км}{год}$. Як змінюється відстань між лижниками? (Відстань при одночасному русі назустріч весь час зменшується.)На скільки зменшиться відстань за 1-шу годину, за 2-гу годину ? (12 $\frac{км}{год}$ – це означає, що перший лижник за кожну годину проходив по 12 км; 14 $\frac{км}{год}$ – означає, що другий лижник за кожну годину проходив по 14 км. Отже, за першу годину перший лижник наблизився на 12 км, а другий – на 14 км, тому всього вони наблизилися : 12 + 14 = 26 км. За другу годину перший лижник пройшов 12 км, а другий – 14 км, тому вони за другу годину наблизилися один до одного: 12 + 14 = 26 км.)

5. Два велосипедисти виїхали одночасно з одного пункту в протилежних напрямах. Швидкість першого велосипедиста 5 $\frac{м}{с}$, а другого – 3 $\frac{м}{с}$. Як змінюється відстань між велосипедистами? (Відстань при одночасному русі в протилежних напрямах весь час збільшується.)На скільки збільшиться відстань за 1-шу секунду, за 2-гу секунду ? (5 $\frac{м}{с}$ – це означає, що перший велосипедист за кожну секунду проїздив по 5 м; 3 $\frac{м}{с}$ – означає, що другий велосипедист за кожну секунду проїздив по 3 м. Отже, за першу секунду перший велосипедист відділився на 5 м, а другий – на 3 м, тому всього вони віддалилися один від одного : 5 + 3 = 8 м. За другу секунду перший велосипедист проїхав 5 м, а другий – 3 м, тому вони за другу секунду віддалилися один від одного: 5 + 3 = 8 м.)

В задачах №4 та №5 слід порівняти отримані числові значення, і зробити висновок:

Якщо два тіла рухаються одночасно на зустріч одне одному або в протилежних напрямах,
то **відстань** між ними весь час **змінюється на одне й те саме число** одиниць, яке дорівнює **сумі відстаней, що долає кожне тіло за одиницю часу**.

З метою закріплення зробленого висновку є корисними завдання:

6. Дві черепахи одночасно виринули назустріч одна одній. Швидкість першої черепахи 9 $\frac{дм}{хв}$, а швидкість другої черепахи 5 $\frac{дм}{хв}$. Як змінюється відстань між черепахами? На скільки дм зменшується відстань між черепахами за кожну секунду?

7. Два катера відійшли від пристані одночасно в протилежних напрямах. Швидкість першого катера 25 $\frac{км}{год}$, а другого – 34 $\frac{км}{год}$. Як змінюється відстань між катерами. На скільки кілометрів збільшується відстань між катерами за кожну годину? Складіть обернену задачу, в якій треба знайти швидкість першого катера.

8. Два лижники вийшли одного селища одночасно в протилежних напрямах. Знайди швидкість другого лижника, якщо відома швидкість першого лижника 5 $\frac{км}{год}$ і відомо, що вони віддаляються за кожну годину на 12 км.

9. Хлопчик і дівчинка почали одночасно бігти на ковзанах. З якою швидкістю біжить дівчинка, якщо швидкість хлопчика 5 $\frac{м}{с}$ і вони наближаються один до одного на 9 м за кожну секунду?

2. *Ознайомлення учнів з задачами на одночасний рух на зустріч та одночасний рух в протилежних напрямах:*

1) *задачі на знаходження відстані і швидкості (1 спосіб)*

Традиційно учні спочатку знайомляться з трьома видами задач на одночасний рух назустріч, а потім – з задачами на одночасний рух в протилежних напрямах. Між тим, задачі на знаходження відстані при одночасному русі назустріч та в протилежних напрямах мають однакові способи розв'язання. Те ж саме, можна сказати і про задачі на знаходження швидкості та часу. Тому, має сенс розглядати одночасно задачі на рух назустріч та задачі на рух в протилежних напрямах.

Треба зазначити, що традиційно учні відразу знайомляться із двома способами розв'язування задач на знаходження відстані і швидкості. Між тим, ці способи принципово відмінні: при розв'язанні першим способом розглядається рух кожного тіла окремо , і лише потім відповідають на запитання задачі; а при розв'язанні другим способом розглядається рух одного тіла відносно другого і дізнаються на скільки змінюється відстань між тілами за одиницю часу – саме це є „ключем" до розв'язання задачі, після чого можна відповісти на її запитання. Практика свідчить, що діти краще засвоюють перший спосіб міркування, другий спосіб викликає у багатьох дітей труднощі. Тому ми пропонуємо спочатку навчити молодших школярів розв'язувати задачі першим способом , а потім – другим; після чого їх

порівняти и узагальнити. Таким чином, кожний спосіб є предметом спеціального засвоєння.

Задача 1. *Два лижника вийшли одночасно назустріч один одному з двох селищ і зустрілися через 3 години. Перший лижник йшов зі швидкістю 12* $\frac{км}{год}$*, а інший – 14* $\frac{км}{год}$*. Яка відстань між селищами?*

Розглянемо докладно методику роботи над задачею.

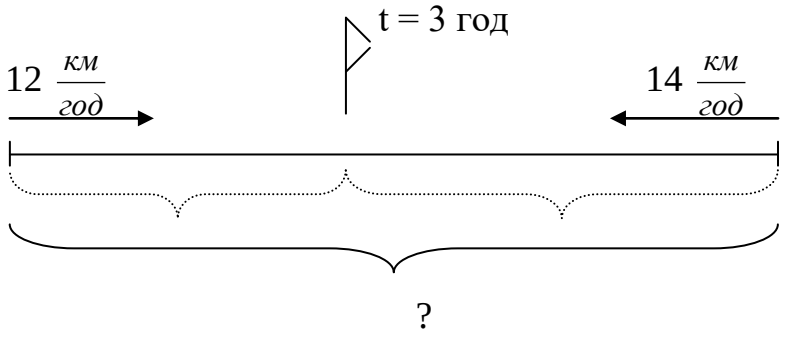
- Про що йде мова в задачі? (В задачі йде мова про рух двох лижників. Тому короткий запис задачі буде в формі креслення.)
- Що відомо про час початку руху? (Лижники почали рухатися одночасно.)
- Як рухаються лижники? (Лижники рухаються назустріч один одному.) Покажемо це на кресленні стрілочками „назустріч”.
- Зробіть висновки.

1) *Відстань між тілами весь час зменшується.*

2) *Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.*

3) *Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.*

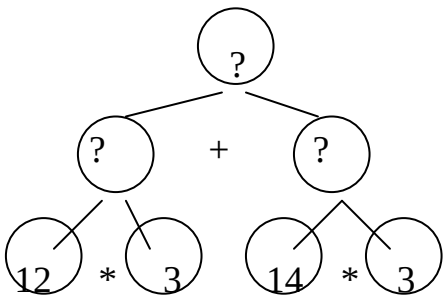
- Складіть короткий запис задачі. (Над стрілочками записуємо швидкості руху кожного лижника. Поставимо прапорець на місті зустрічі: тут треба подумати, як він розташовується відносно селищ – швидкість першого лижника менше, ніж швидкість другого лижника, на рух вони витратили однаковий час, тобто 3 год; значить перший пройшов меншу відстань, ніж другий. Прапорець треба поставити ближче до першого селища. На рух кожний лижник витратив 3 години, лижники зустрілися через 3 години. Біля прапорця напишемо t = 3 год. Треба знайти відстань між селищами: позначимо її фігурною дужкою. Нагадаємо, що вся відстань складається з відстані, яку пройшов перший лижник та відстані, яку пройшов другий лижник. Покажемо це фігурними дужками.)



- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 12 позначає швидкість першого лижника. 12 $\frac{км}{год}$ означає, що перший лижник за кожну годину проходив по 12 км. Число 14 означає швидкість другого лижника. 14

$\frac{км}{год}$ означає, що за кожну годину другий лижник пробігає по 14 км. Число 3 означає час, який рухався кожний лижник.)

- Яке запитання задачі? Що можна сказати про шукану величину? Як шукана величина пов'язана з іншими величинами? (В задачі запитується про відстань між селищами. Відстань між селищами дорівнює усій відстані, що пробігли разом лижники. Отже, вся відстань складається з відстані, яку пробіг перший лижник та відстані, яку пробіг другий лижник. Щоб знайти відстань, треба швидкість помножити на час.)
- Яке запитання задачі? (Яка відстань між селами?) Як ми його пере формулювали? (Яку відстань пройшли обидва лижники разом?)
- Що треба знати , щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – відстань, яку пробіг перший лижник , не відомо, та П – відстань, яку пробіг другий лижник, невідомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Не можна, тому що ми не знаємо: 1 – відстану, яку пройшов перший лижник та не знаємо П – відстань, яку пройшов другий лижник.)
- Що треба знати, щоб дізнатися про відстань, яку пройшов перший лижник? (Треба знати два числові значення: 1 – швидкість першого лижника, відомо 12 $\frac{км}{год}$, та П – час руху першого лижника, відомо 3 год.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи можна тепер відповісти на запитання задачі? (Не можна, тому що ми не знаємо яку відстань подолав другий лижник.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – швидкість другого лижника, відомо 14 $\frac{км}{год}$, та П – час руху другого лижника, відомо 3 год.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи можна тепер відповісти на запитання задачі? (Так, ми від запитання задачі перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося про відстань, яку пройшов перший лижник. Другою дією дізнаємося про відстань, яку пройшов другий лижник. Третьою дією дізнаємося про

відстань, яку пройшли разом обидва лижники і відповімо на запитання задачі.)

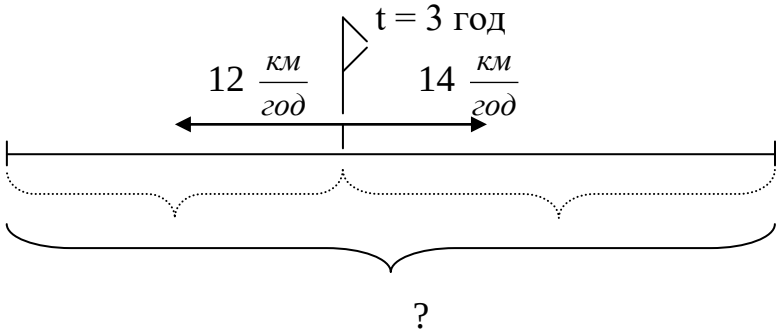
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням.

Розв'язання

1) 12 * 3 = 36 (км) – відстань, яку пройшов перший лижник;
2) 14 * 3 = 42 (км) – відстань, яку пройшов другий лижник;
3) 36 + 42 = 78 (км) – відстань, яку пройшли обидва лижники разом; відстань між селищами.
   Відповідь: 78 км – відстань між селищами.

Робота над задачею після її розв'язання.

- Припустимо , лижники йшли не на зустріч один одному, а одночасно вирушили з одного місця і шли в протилежних напрямах. Запитується: Яка відстань буде між лижниками через 3 години?
- Зробіть відповідні зміни у кресленні.



- Що відомо про час початку руху? (Лижники почали рухатися одночасно.)
- Як рухаються лижники? (Лижники рухаються в протилежних напрямах.)
- Зробіть висновки.

1) Відстань між тілами весь час збільшується.

2) Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.

3) Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.

Далі робота йде аналогічно попередній задачі.

- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося про відстань, яку пройшов перший лижник. Другою дією дізнаємося про відстань, яку пройшов другий лижник. Третьою дією дізнаємося про відстань, яку пройшли разом обидва лижники і відповімо на запитання задачі.)
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням.

Розв'язання

1) 12 * 3 = 36 (км) – відстань, яку пройшов перший лижник;
2) 14 * 3 = 42 (км) – відстань, яку пройшов другий лижник;

3) 36 + 42 = 78 (км) – відстань, яку пройшли обидва лижники разом; відстань між лижниками через 3 год.

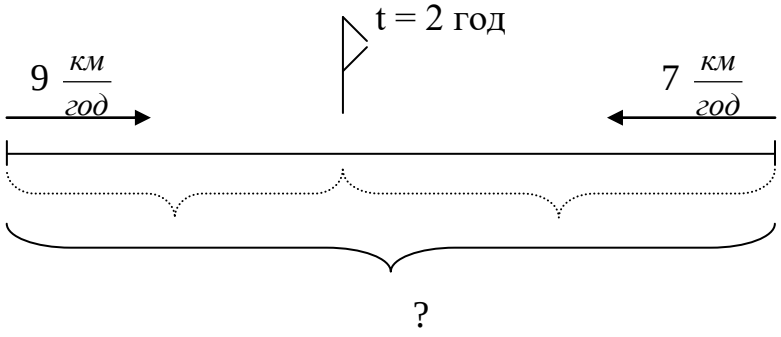
Відповідь: 78 км – відстань між лижниками через 3 год після початку руху.

- Порівняйте обидві задачі. Що в них спільного? (Діючи особи – лижники. Однакові значення величин: швидкостей та часу. В обох задачах вимагається знайти відстань.)
- Чим відрізняються ці задачі? (В першій задачі лижники вирушили одночасно назустріч один одному, а в другий – одночасно в протилежних напрямах.)
- Порівняйте розв'язання обох задач. Що цікавого ви помітили? (Обидві задачі мають однакові розв'язання.) Узагальніть план розв'язування таких задач.
- Отже, якщо в задачі треба знайти відстань при одночасному русі назустріч або в протилежних напрямах, то її розв'язують за планом:

Першою дією дізнаються про відстань, яку пройшло перше тіло. Другою дією дізнаються про відстань, яку пройшло друге тіло. Третьою дією дізнаються про відстань, яку пройшли обидва тіла.

Задачу на знаходження швидкості вводимо, як обернену задачу до задачі на знаходження відстані.

Задача 3. *З двох сіл виїхали одночасно назустріч один одному трактор та бричка з конем. Трактор рухався зі швидкістю 9* $\frac{км}{год}$*, а швидкість брички 7* $\frac{км}{год}$*. Чому дорівнює відстань між селами, якщо вони зустрілися через 2 години?*



Розв'язання

1) 9 * 2 = 18 (км) – відстань, яку подолав трактор;
2) 7 * 2 = 14 (км) – відстань, яку подолала бричка;
3) 18 + 14 = 32 (км) – відстань, яку подолали трактор і бричка разом; відстань між селами.

Відповідь: 32 км – відстань між селами.

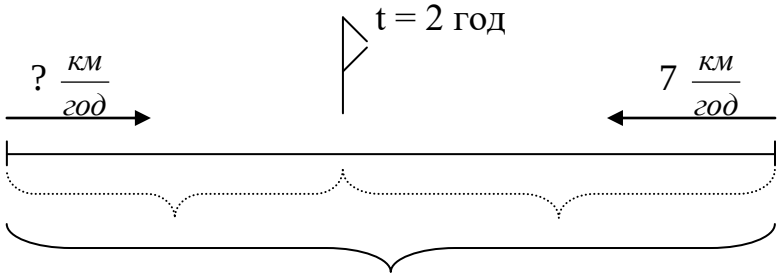
Складіть обернену задачу, так, що була невідомою швидкість трактора. (Виписуємо числа задачі і пояснюємо , що означає кожне число:

9, 7 , 2, 32 - пряма задача

9, 7 , 2, 32 – перша обернена задача:

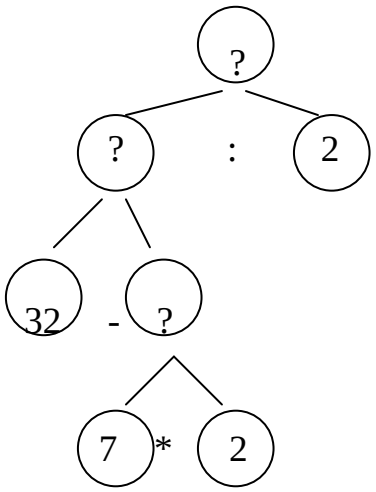
Задача 4. *З двох сіл виїхали, відстань між якими 32 км, одночасно назустріч один одному вирушили трактор та бричка з конем і зустрілися через 2 години. Чому дорівнює швидкість трактора, якщо швидкість брички 7* $\frac{км}{год}$ *?*

Вносимо зміни у короткий запис:



- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 7 позначає швидкість брички. 7 $\frac{км}{год}$ означає, що бричка за кожну годину проїздила по 7 км. Число 2 означає час, який рухався трактор і час, який рухалася бричка. Число 32 означає відстань між селами.)
- Яке запитання задачі? Що можна сказати про шукану величину? Як шукана величина пов'язана з іншими величинами? (В задачі запитується про швидкість трактора. Щоб знайти швидкість , треба відстань поділити на час.)
- Що треба знати , щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – відстань, яку проїхав трактор , не відомо, та П – час руху трактору, відомо, 2 год.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Не можна, тому що ми не знаємо: 1 – відстань, яку подолав трактор до зустрічі)
- Що треба знати, щоб дізнатися про відстань, яку подолав трактор до зустрічі? (Треба знати два числові значення: 1 – загальну відстань, яку подолали і трактор і бричка, відомо 32 км , та П – відстань, яку подолала бричка, невідомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Не можна, тому що ми не знаємо яку відстань подолала бричка.)

- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – швидкість брички, відомо 7 $\frac{км}{год}$, та П – час руху брички, відомо 2 год.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи можна тепер відповісти на запитання задачі? (Так, ми від запитання задачі перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося про відстань, яку подолала бричка. Другою дією дізнаємося про відстань, яку подолав трактор. Третьою дією дізнаємося про швидкість трактора і відповімо на запитання задачі.)
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням.

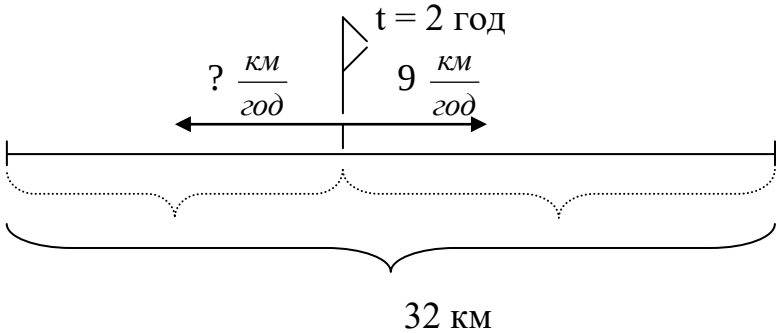
Розв'язання

4) 7 * 2 = 14 (км) – відстань, яку подолала бричка;
5) 32 – 14 = 18 (км) – відстань, яку подолав трактор;
6) 18 : 2 = 9 ($\frac{км}{год}$) – швидкість трактора.

Відповідь: 9 $\frac{км}{год}$ - швидкість трактора.

Робота над задачею після її розв'язання.

- Припустимо , трактор і бричка рухалися не на зустріч один одному, а одночасно вирушили з одного селища в протилежних напрямах. Запитується: Яка швидкість брички?
- Зробіть відповідні зміни у кресленні.



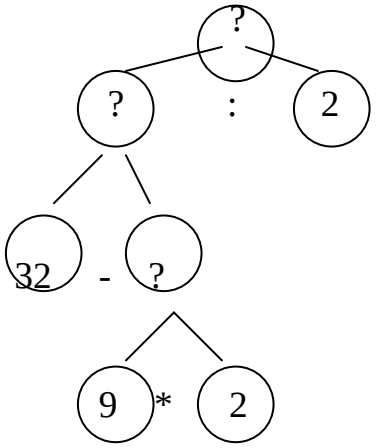
- Що відомо про час початку руху? (Трактор і бричка почали рухатися одночасно.)
- Як вони рухаються ? (Трактор і бричка рухаються в протилежних напрямах.)
- Зробіть висновки.

1) Відстань між тілами весь час збільшується.

2) Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.

3) Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.

- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 7 позначає швидкість брички. 9 $\frac{км}{год}$ означає, що трактор за кожну годину проїздив по 7 км. Число 2 означає час, який рухався трактор і час, який рухалася бричка. Число 32 означає відстань між селами.)
- Яке запитання задачі? Що можна сказати про шукану величину? Як шукана величина пов'язана з іншими величинами? (В задачі запитується про швидкість брички. Щоб знайти швидкість , треба відстань поділити на час.)
- Що треба знати , щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – відстань, яку проїхав бричка , не відомо, та П – час руху брички, відомо, 2 год.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Не можна, тому що ми не знаємо: 1 – відстань, яку подолала бричка до зустрічі)
- Що треба знати, щоб дізнатися про відстань, яку подолала бричка до зустрічі? (Треба знати два числові значення: 1 – загальну відстань, яку подолали і трактор і бричка, відомо 32 км , та П – відстань, яку подолав трактор, невідомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Не можна, тому що ми не знаємо яку відстань подолав трактор.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – швидкість трактора, відомо 9 $\frac{км}{год}$, та П – час руху трактора, відомо 2 год.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи можна тепер відповісти на запитання задачі? (Так, ми від запитання задачі перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося про відстань, яку подолала бричка. Другою дією дізнаємося про відстань, яку подолав трактор. Третьою дією дізнаємося про швидкість трактора і відповімо на запитання задачі.)
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням.

Розв'язання

1) 9 * 2 = 18 (км) – відстань, яку подолав трактор;
2) 32 – 18 = 14 (км) – відстань, яку подолала бричка;
3) 14 : 2 = 7 ($\frac{км}{год}$) – швидкість брички.

Відповідь: 7 $\frac{км}{год}$ - швидкість брички.

- Порівняйте обидві задачі. Що в них спільного? (Діючи особи – трактор і бричка. Однакові значення величин: швидкості брички , відстані та часу. В обох задачах вимагається знайти швидкість трактора або швидкість брички.)
- Чим відрізняються ці задачі? (В першій задачі трактор і бричка вирушили одночасно назустріч один одному, а в другий – одночасно в протилежних напрямах.)
- Порівняйте розв'язання обох задач. Що цікавого ви помітили? (Обидві задачі розв'язуються однаковими діями.) Узагальніть план розв'язування задач на знаходження швидкості при одночасному русі в різних напрямках.
- Отже, якщо в задачі треба знайти швидкість при одночасному русі назустріч або в протилежних напрямах, то її розв'язують за планом:

Першою дією дізнаються про відстань, яку пройшло перше тіло. Другою дією дізнаються про відстань, яку пройшло друге тіло. Третьою дією дізнаються про швидкість.

Слід порівняти плани розв'язання задач на знаходження відстані і швидкості при одночасному русі назустріч або в протилежних напрямах. І зробити узагальнюючий висновок:

Якщо в задачі треба знайти відстань або швидкість при одночасному русі назустріч або в протилежних напрямах, то цю задачу розв'язують за планом:

Першою дією дізнаються про відстань, яку пройшло перше тіло.
Другою дією дізнаються про відстань, яку пройшло друге тіло.
Третьою дією відповідають на запитання задачі.

Можна узагальнити міркування учнів при розв'язуванні задач на знаходження відстані і швидкості при одночасному русі назустріч або в протилежних напрямах:

Пам'ятка (1 спосіб: S, V)

1. Про що йде мова в задачі?
2. Що відомо про час початку руху?
3. Як рухаються тіла?
4. Зробіть висновки.
   1) *Відстань між тілами весь час* $\frac{збільшується}{зменшується}$.
   2) *Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.*
   3) *Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.*
5. Складіть короткий запис задачі.
6. За коротким записом поясніть числа задачі.
7. Складіть план розв'язування задачі.

Першою дією дізнаються про відстань, яку пройшло перше тіло.
Другою дією дізнаються про відстань, яку пройшло друге тіло.
Третьою дією відповідають на запитання задачі.

8. Запишіть розв'язання по діях з поясненням або виразом.
9. Запишіть відповідь до задачі.
10. Складіть і розв'яжіть обернену задачу (на знаходження $\frac{відстані}{швидкості}$) або перетворіть задачу у задачу на $\frac{рух...на...зустріч}{рух...в...протилежних...напрямах}$.

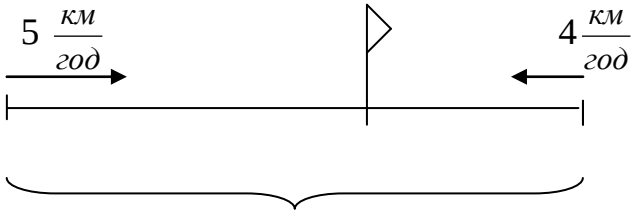
2) *<u>Задачі на знаходження відстані та швидкості (2 спосіб).</u>*

Пропонуємо учням розв'язати задачу на знаходження відстані при одночасному русі назустріч відомим способом.

Задача 6. *З двох селищ одночасно назустріч один одному вирушили хлопчик і дівчинка. Швидкість хлопчика 5* $\frac{км}{год}$*, а швидкість дівчинки 4* $\frac{км}{год}$*. Яка відстань між селищами, якщо вони зустрілися через 3 години після початку руху?*

Працюємо над задачею за пам’яткою:

1. Про що йде мова в задачі? (Про рух хлопчика і дівчинки.)
2. Що відомо про час початку руху? (Вони почали рухатися одночасно.)
3. Як рухаються тіла? (Хлопчик і дівчинка рухаються назустріч один одному. Покажемо це стрілочками на кресленні.)
4. Зробіть висновки.
    1) *Відстань між тілами весь час зменшується.*
    2) *Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.*
    3) *Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.*
5. Складіть короткий запис задачі. $t_{зустр.} = 3$ год



?

6. За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 5 означає швидкість хлопчика. 5 $\frac{км}{год}$ - це означає, що хлопчик за кожну годину проходить 5 км. Число 4 означає швидкість дівчинки. 4 $\frac{км}{год}$ - це означає, що дівчинка за кожну годину проходила по 4 км. Число 3 означає час зустрічі дітей, а також число 3 означає час руху хлопчика і число 3 означає час руху дівчинки. В задачі треба дізнатися про відстань між селищами. Відстань між селищами дорівнює усій відстані, яку пройшли діти. Вся відстань складається з відстані, яку пройшов хлопчик та відстані, яку пройшла дівчинка.)
2. Складіть план розв’язування задачі. (Першою дією дізнаються про відстань, яку пройшов хлопчик. Другою дією дізнаються про відстань, яку пройшла дівчинка. Третьою дією знайдемо відстань, яку пройшли хлопчик і дівчинка разом , тобто знайдемо відстань між селищами.)
3. Запишіть розв’язання по діях з поясненням.

Розв’язання

1) 5 * 3 = 15 (км) відстань, яку подолав хлопчик;
2) 4 * 3 = 12 (км) відстань, яку подолала дівчинка;
3) 15 + 12 = 27 (км) відстань, яку подолали разом хлопчик і дівчинка.

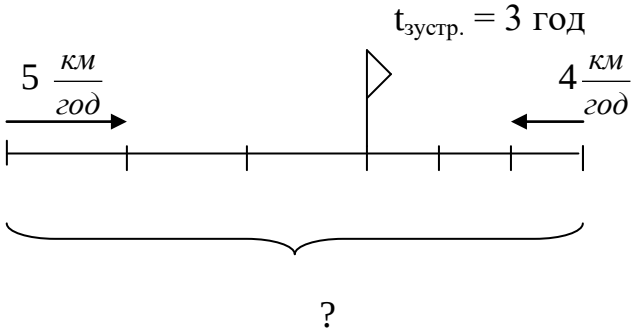
4. Запишіть відповідь до задачі. (Відповідь: 27 км відстань між селищами.)

Робота над задачею після її розв’язання полягає у розв’язанні цієї задачі другим способом. Розглянемо докладно методику навчання учнів

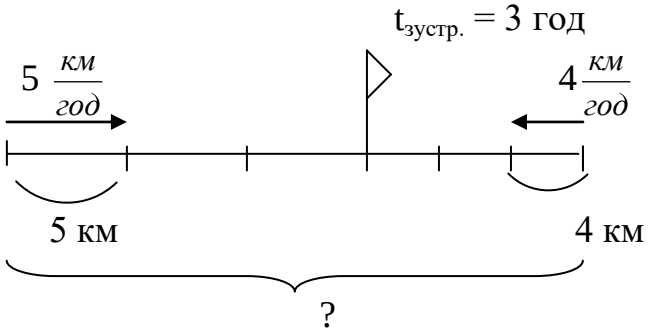
розв’язуванню задач на знаходження відстані і швидкості при одночасному русі назустріч або в протилежних напрямах другим способом.

Вчитель пропонує учням розв’язати задачу іншим способом. Така пропозиція викликає здивування і активізує пізнавальну активність. Складається проблемна ситуація „ Як розв’язати задачу іншим способом?”. Вчитель викликає хлопчика і дівчинку до дошки і пропонує їм продемонструвати рух дітей. Під час демонстрації руху задаються дітям запитання:

- Покажіть на кресленні звідки кожний з вас почав рухатися?
- Як ви рухаєтесь? (Назустріч один одному.) Що відбувається з відстанню при одночасному русі назустріч? (Відстань весь час скорочується.)
- Яку відстань пройшов кожна дитина до зустрічі? (Хлопчик показує на кресленні відрізок, що відповідає відстані, яку подолав хлопчик. А дівчинка – відрізок, що відповідає відстані, яку пройшла дівчинка.)
- Через який час ви зустрілися? (Через 3 години.)
- Отже хлопчик (дівчинка) всю цю відстань подолав за 3 години! Тому розділимо кожний відрізок на 3 рівні частини.

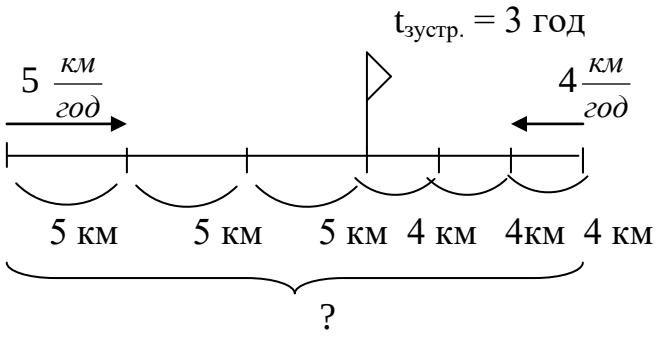


- Яку відстань пройшов хлопчик за першу годину? (5 км.) Покажіть це на кресленні.
- Яку відстань пройшла дівчинка за першу годину? (4 км.) Покажіть це на кресленні.
- Відмітимо дужками ці відстані і підпишімо під ними 5 км та 4 км.



- На скільки кілометрів наблизилися діти за першу годину? (На 5 + 4 = 9 км.)
- Пройшла друга година. Скільки кілометрів за цю годину пройшов хлопчик? Дівчинка? На скільки кілометрів вони наблизилися за другу годину? (На 5 + 4 = 9 км.) Покажемо це на кресленні.

- Пройшла тертя година. Скільки кілометрів за цю годину пройшов хлопчик? Дівчинка? На скільки кілометрів вони наблизилися за третю годину? (На 5 + 4 = 9 км.) Покажемо це на кресленні.



- На скільки кілометрів наближалися діти за кожну годину? (На 5 + 4 = 9 км.)
- За 3 години діти зустрілися. Скільки „разів" вони наближалися на 9 км? (3 рази.) На скільки кілометрів вони наблизяться за 3 години? (9 * 3 = 27 км)
- Як по іншому розв'язати задачу? Розкажіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося на скільки кілометрів наближаються діти за кожну годину. Другою дією дізнаємося на скільки кілометрів наблизяться діти за 3 години, тобто дізнаємося про відстань, яку подолали діти разом – відстань між селами.)
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням.

Розв'язання

1) 5 + 4 = 9 (км) на стільки наближаються діти одне до одного за кожну годину;
2) 9 * 3 = 27 (км) на стільки наблизяться діти одне до одного за 3 години.

Відповідь: 27 км – відстань між селищами.

Далі учням пропонується перетворити цю задачу в задачу на одночасний рух в протилежних напрямах і розв'язати її двома способами.

Задача 7. *З одного селища одночасно в протилежних напрямах вирушили хлопчик і дівчинка. Швидкість хлопчика 5* $\frac{км}{год}$*, а швидкість дівчинки 4* $\frac{км}{год}$*. Яка відстань буде між дітьми через 3 години після початку руху?*

Спочатку розв'яжемо задачу другим способом:

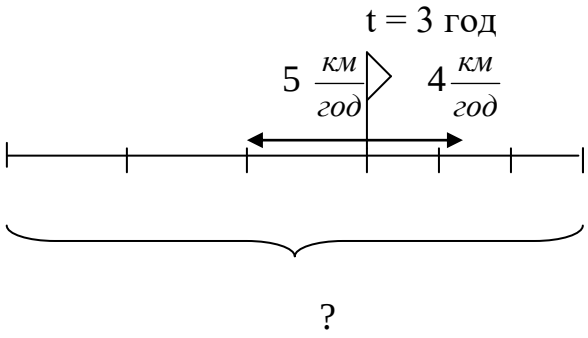
1. Про що йде мова в задачі? (Про рух хлопчика і дівчинки.)
2. Що відомо про час початку руху? (Вони почали рухатися одночасно.)
3. Як рухаються тіла? (Хлопчик і дівчинка рухаються в протилежних напрямах. Покажемо це стрілочками на кресленні.)
4. Зробіть висновки.

1) Відстань між тілами весь час зменшується.

2) Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.

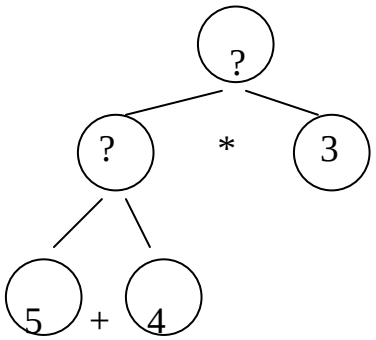
3) Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.

5. Складіть короткий запис задачі.



6. За коротким записом поясніть числа задачі.
7. Яке запитання задачі? Як можна його пере формулювати? (Запитання: Яка відстань між дітьми буде через 3 години можна пере формулювати так – на скільки збільшиться відстань між дітьми через 3 години?)

- Що треба знати , щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – на скільки кілометрів збільшується відстань між дітьми за кожну годину , не відомо, та П – час руху дітей, відомо, 3 год.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією множення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Не можна, тому що ми не знаємо: на скільки збільшується відстань між дітьми за кожну годину.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися ? (Треба знати два числові значення: 1 – відстань, яку проходить хлопчик за кожну годину , відомо 5 км , та П – відстань, яку проходить дівчинка за кожну годину, відомо 4 км.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, ми від запитання задачі перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



8. Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося на скільки кілометрів збільшується відстань між дітьми за кожну годину. Другою дією дізнаємося на скільки збільшиться відстань між дітьми за 3 години і відповімо на запитання задачі.)
9. Запишіть розв'язання по діях з поясненням.

Розв'язання

1) 5 + 4 = 9 (км) – на стільки збільшується відстань між дітьми за кожну годину;

2) 9 * 3 = 27 (км) – на стільки збільшиться відстань між дітьми за 3 години.

- Порівняйте другі способи розв'язання задач на зустрічний рух і рух в протилежних напрямах. Що цікавого ви помітили? (В них майже однакові розв'язки: однакові дії, але різні пояснення – в першій задачі діти наближуються, а в другій , віддаляються.)
- Розв'яжіть цю задачу першим способом:

Розв'язання

1) 5 * 3 = 15 (км) відстань, яку подолав хлопчик;
2) 4 * 3 = 12 (км) відстань, яку подолала дівчинка;
3) 15 + 12 = 27 (км) відстань, яку подолали разом хлопчик і дівчинка.

- Порівняйте перші способи розв'язання задач на зустрічний рух і рух в протилежних напрямах. Що цікавого ви помітили? (В них однакові розв'язки!)

- Запишіть відповідь до задачі. (Відповідь: 27 км відстань між селищами.)

- Порівняйте розв'язання цієї задачі першим та другим способом. Чим вони відрізняються? (Першим способом ми розв'язали задачу трьома діями, а другий спосіб містить лише 2 дії.)
- Порівняйте плани розв'язань:

1 спосіб	П спосіб
Першою дією дізнаються про відстань, яку пройшло перше тіло.	Першою дією дізнаються на скільки змінюється відстань за одиницю часу.
Другою дією дізнаються про відстань, яку пройшло друге тіло.	Другою дією дізнаються на скільки змінилася відстань за весь час руху.
Третьою дією дізнаються про всю відстань.	

- При першому способі розв'язання ми розглядаємо спочатку окремо рух першого тіла та окремо рух другого тіла. І лише після цього знаходимо, яку відстань обидва тіла подолали разом. При другому способі

розв’язання ми розглядаємо рух двох тіл одне відносно одного: спочатку знаходимо на скільки змінюється відстань за одиницю часу, а потім - як змінилися відстань за весь час руху.

Далі можна скласти обернену задачу до задачі № 7 на знаходження швидкості.

5, 4, 3, | 27 | - пряма задача;

| 5 | 4, 3, 27 – перша обернена задача.

Задача 8. *З одного селища одночасно в протилежних напрямах вирушили хлопчик і дівчинка. Через 3 години відстань між ними складала 27 км. Яка швидкість хлопчика, якщо швидкість дівчинки 4* $\frac{км}{год}$ *?*

Учні розв’язують цю задачу першим способом за пам’яткою.

Розв’язання

1) 4 * 3 = 12 (км) – відстань, яку подолала дівчинка;
2) 27 – 12 = 15 (км) – відстань, яку подолав хлопчик;
3) 15 : 3 = 5 ($\frac{км}{год}$) – швидкість хлопчика.

Далі вчитель звертає увагу на тому, що при даному способі розв’язання ми розглядали рух дівчинки і хлопчика окремо один від одного. Існує інший спосіб розв’язання, коли розглядається рух двох тіл одне відносно одного. При розв’язанні задачі другим способом нас цікавить зміна відстані між тілами за одиницю часу.

- На скільки кілометрів віддалялися діти одне від одного за 3 години? (На 27 км)
- На скільки кілометрів віддалялися діти одне від одного за 1 годину? (На 27 : 3 = 9 км.)
- Скільки кілометрів з цих 9 км проходила дівчинка? (Дівчинка проходила за кожну годину 4 км.)
- Скільки ж кілометрів з цих 9 км проходив хлопчик? (9 – 4 = 5 км.)
- Отже , хлопчик за кожну годину проходив по 5 км. Чому дорівнює швидкість хлопчика? (5 $\frac{км}{год}$)
- Розкажіть план розв’язування цієї задачі. (Першою дією дізнаємось на скільки кілометрів віддалялися діти за 1 годину. Другою дією дізнаємось скільки кілометрів проходив за кожну годину хлопчик, тобто дізнаємось про швидкість хлопчика.)
- Запишіть розв’язання задачі по діях з поясненням.

Розв’язання

1) 27 : 3 = 9 (км) – на стільки віддалялися діти за кожну годину;

2) 9 – 4 = 5 (км) проходив хлопчик за кожну годину, тому швидкість хлопчика 5 $\frac{км}{год}$.

Відповідь: 5 $\frac{км}{год}$.

- Припустимо, що хлопчик і дівчинка йшли назустріч один одному.

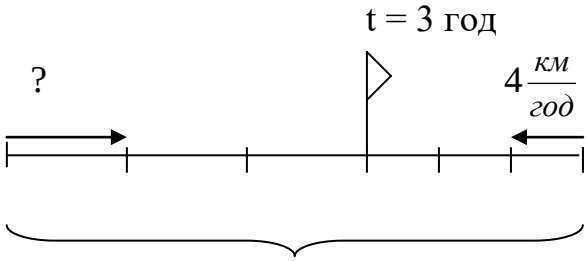
Задача 9. *З двох селищ, відстань між якими 27 км, одночасно назустріч один одному вирушили хлопчик і дівчинка і зустрілися через 3 години. Яка швидкість хлопчика, якщо швидкість дівчинки 4* $\frac{км}{год}$ *?*

Учні роблять висновки:

1) Відстань між тілами весь час зменшується.

2) Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.

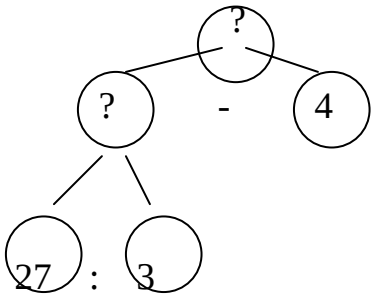
3) Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.



1. За коротким записом поясніть числа задачі.
2. Яке запитання задачі? Як можна його пере формулювати? (Запитання: Яка швидкість хлопчика можна пере формулювати так – скільки кілометрів проходить хлопчик за кожну годину?)

- Що треба знати , щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – на скільки кілометрів зменшується відстань між дітьми за кожну годину , не відомо, та П – скільки кілометрів проходить дівчинка за кожну годину, відомо 4 км.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Не можна, тому що ми не знаємо: на скільки кілометрів зменшується відстань між дітьми за кожну годину.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися ? (Треба знати два числові значення: 1 – відстань між дітьми на момент початку руху , відомо 27 км , та П – час руху, відомо 3 год.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією ділення.)

- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, ми від запитання задачі перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



3. Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося на скільки кілометрів зменшується відстань між дітьми за кожну годину. Другою дією дізнаємося скільки кілометрів проходив хлопчик за кожну годину і відповімо на запитання задачі.)
4. Запишіть розв'язання по діях з поясненням.

Розв'язання

1) 27 : 3 = 9 (км) – на стільки зменшується відстань між дітьми за кожну годину;
4) 9 – 4 = 5 (км) – стільки кілометрів проходив хлопчик за кожну годину, тому швидкість хлопчика 5 $\frac{км}{год}$.

- Порівняйте другі способи розв'язання задач на знаходження швидкості на зустрічний рух і рух в протилежних напрямах. Що цікавого ви помітили? (В них майже однакові розв'язки: однакові дії, але різня пояснення – в першій задачі діти віддаляються, а в другій, наближуються.)
- Розв'яжіть цю задачу першим способом:

Розв'язання

1) 4 * 3 = 12 (км) відстань, яку подолала дівчинка;
2) 27 - 12 = 15 (км) відстань, яку подолав хлопчик;
3) 15 : 3 = 5 ($\frac{км}{год}$) – швидкість хлопчика.

- Порівняйте перші способи розв'язання задач на зустрічний рух і рух в протилежних напрямах. Що цікавого ви помітили? (В них однакові розв'язки!)
- Запишіть відповідь до задачі.
- Порівняйте розв'язання цієї задачі першим та другим способом. Чим вони відрізняються? (Першим способом ми розв'язали задачу трьома діями, а другий спосіб містить лише 2 дії.)
- Порівняйте плани розв'язань:

1 спосіб П спосіб

Першою дією дізнаються про Першою дією дізнаються на скільки

відстань, яку пройшло перше тіло.

Другою дією дізнаються про відстань, яку пройшло друге тіло.

Третьою дією дізнаються про швидкість.

змінюється відстань за одиницю часу.

Другою дією дізнаються яку відстань проходить тіло за одиницю часу, тобто дізнаються про швидкість його руху.

- При першому способі розв'язання ми розглядаємо спочатку окремо рух першого тіла та окремо рух другого тіла. І лише після цього знаходимо шукану швидкість. При другому способі розв'язання ми розглядаємо рух двох тіл одне відносно одного: спочатку знаходимо на скільки змінюється відстань за одиницю часу, а потім - скільки кілометрів проходить тіло за одиницю часу і робимо висновок про швидкість його руху.

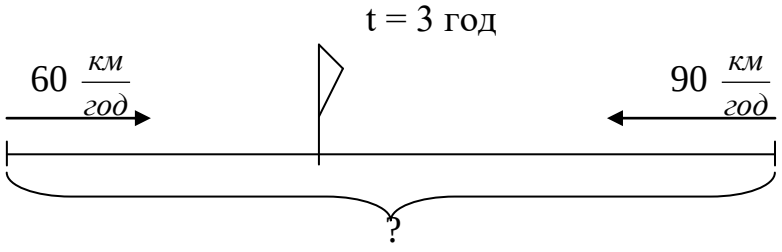
Зазначимо, що треба звернути увагу учнів на те, що кожну задачу можна розв'язати двома діями, при чому першою дією знаходимо на скільки змінюється відстань між тілами за одиницю часу, але в задачі на знаходження відстані ми це визначаємо дією додавання, а в задачі на знаходження швидкості – дією ділення.

3) Задачі на знаходження часу.

Задачі на знаходження часу при одночасному русі назустріч або в протилежних напрямах вводимо, як обернені задачі до задач на знаходження відстані. Спочатку розв'язуємо пряму задачу:

Задача 10. *З Києва та Одеси одночасно назустріч один одному відправилися два автобуси. Швидкість першого автобуса 60* $\frac{км}{год}$*, швидкість другого автобуса 90* $\frac{км}{год}$*. Яка відстань між містами, якщо автобуси зустрілися через 3 години після початку руху?*

Пропонуємо розв'язати цю задачу другим способом.



Запишіть розв'язання по діях з поясненням .

Розв’язання

1) 60 + 90 = 150 (км) – на стільки скорочується відстань між автобусами за кожну годину;
2) 150 * 3 = 450 (км) – на стільки скоротиться відстань між автобусами за 3 години, а значить 450 км відстань між містами.

Запишіть відповідь до задачі.
Відповідь: 450 км відстань між Одесою та Києвом.

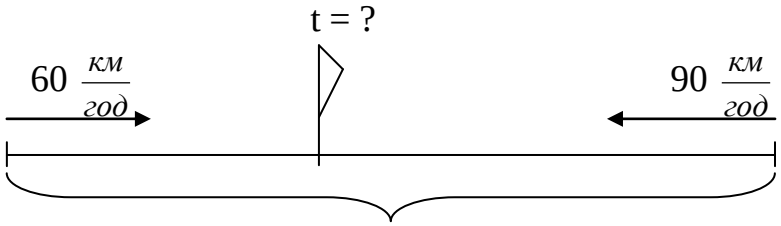
Працюючи над задачею після її розв’язання діти складають обернену задачу на знаходження часу:

60, 90, 3, $\boxed{450}$ - пряма задача;

60, 90, $\boxed{3}$, 450 – обернена задача.

Задача 11. *З Києва та Одеси одночасно назустріч один одному відправилися два автобуси. Швидкість першого автобуса 60 $\frac{км}{год}$, швидкість другого автобуса 90 $\frac{км}{год}$. Через скільки годин вони зустрінуться, якщо відстань між містами 450 км?*

Вносимо зміни у креслення:



450 км

- На скільки скорочується відстань між автобусами за кожну годину? (На 60 + 90 = 150 км)
- На скільки повинна скоротитися відстань між автобусами за весь час руху? (На 450 км.)
- Всього відстань між автобусами повинна скоротитися на 450 км, а за кожну годину вона скорочується на 150 км. Що можна сказати про час зустрічі автобусів? (Скільки разів в 450 км міститься по 150 км, стільки й годин рухалися до зустрічі автобуси.)
- Розкажіть план розв’язання. (Першою дією дізнаємося на скільки кілометрів скорочується відстань між автобусами за кожну годину. Другою дією дізнаємось скільки разів в загальній відстані міститься по даному числу кілометрів і зробимо висновок про час руху автобусів до зустрічі.)
- Запишіть розв’язання по діях з поясненням.

Розв’язання

1) 90 + 60 = 150 (км) – на стільки скорочується відстань між автобусами за кожну годину;
2) 450 : 150 = 3 – стільки годин рухалися до зустрічі автобуси.

- Запишіть відповідь.

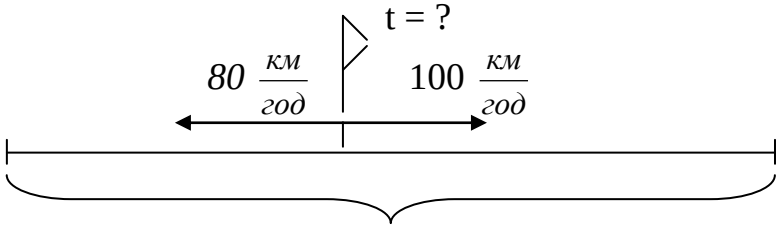
Відповідь: через 3 години автобуси зустрілися.

- Порівняйте план розв'язування задачі на знаходження відстані і план розв'язування оберненої задачі на знаходження часу. Що в них спільного? (В обох задачах ми розглядали рух обох автобусів один відносно одного. Тобто першою дією дізнавалися на скільки змінюється відстань між автобусами за кожну годину.)

Треба повідомити учням, що задачі на знаходження часу розв'язуються лише одним способом – способом, коли розглядаємо рух двох тіл одне відносно одного.

Задача 12. *З одного міста одночасно в протилежних напрямах виїхали два поїзди: пасажирський і швидкий. Через скільки годин відстань між ними становитиме 720 км, якщо швидкість пасажирського поїзду 80* $\frac{км}{год}$, *а швидкість швидкого поїзду 100* $\frac{км}{год}$?

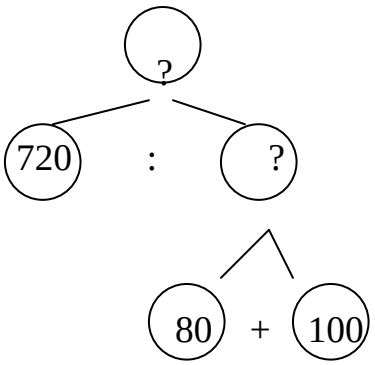
1. Про що йде мова в задачі? (Про рух двох поїздів: пасажирського та швидкого.)
2. Що відомо про час початку руху? (Поїзди почали рухатися одночасно.)
3. Як рухаються тіла? (Поїзди рухаються з одного міста в протилежних напрямах. Покажемо це стрілочками.)
4. Зробіть висновки.
   1) *Відстань між тілами весь час збільшується.*
   2) *Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.*
   3) *Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.*
5. Складіть короткий запис задачі.



6. За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 80 означає швидкість пасажирського поїзду. 80 $\frac{км}{год}$ означає, що пасажирський поїзд за кожну годину проїздив по 80 км. Число 100 означає швидкість швидкого поїзду.

100 $\frac{км}{год}$ - означає, що за кожну годину швидкий поїзд проїздив по 100 км. Число 720 означає відстань, на яку віддалилися поїзди один від одного за весь час руху. Треба знайти час руху поїздів. Вони рухалися стільки годин, скільки у 720 км міститься по числу кілометрів, на які вони віддалялися за кожну годину.)

- Що треба знати, що дізнатися про час руху поїздів? (Потрібно знати два числові значення: 1 – на скільки кілометрів поїзди віддаляться один від одного за весь час руху, відомо 720 км, та П – на скільки кілометрів віддаляються поїзди за кожну годину, невідомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)
- Чи можна одразу відповісти на запитання задачі? (Не можна, ми не знаємо на скільки збільшується відстань між поїздами за кожну годину.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки кілометрів проїздить за годину пасажирський поїзд, відомо 80 км, та П - скільки кілометрів проїздить за годину швидкий поїзд, відомо 100 км.)
- Якою дією відповімо на це запитання? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, тому що відомі обидва числові дані. Ми від запитання перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



7. Складіть план розв’язування задачі. (Першою дією дізнаємось на скільки збільшується відстань між поїздами за кожну годину. Другою дією дізнаємося, скільки разів в загальній відстані міститься по числу кілометрів, на яке збільшується відстань між поїздами за кожну годину і зробимо висновок про час руху.)
8. Запишіть розв’язання по діях з поясненням .

Розв’язання

3) 80 + 100 = 180 (км) – на стільки збільшується відстань між поїздами за кожну годину;
4) 720 : 180 = 4 – 4 години рухалися поїзди.

9. Запишіть відповідь до задачі.

Відповідь: через 4 години після початку руху між поїздами буде відстань 720 км.

- Порівняйте дві останні задачі? Чим вони відрізняються? (Задачі відрізняються числовими даними і умовами руху: в першій задачі тіла рухалися назустріч один одному, а в другій – в протилежних напрямах.)
- Чим схожі ці задачі? (В обох задачах треба було дізнатися про час руху.)
- Порівняйте розв'язання цих задач. Що цікавого ви помітили? (В них однакові плани розв'язань.)
- Узагальнимо план розв'язування задач на знаходження часу на одночасний рух назустріч і одночасний рух в протилежних напрямах.

Першою дією дізнаються на скільки $\frac{збільшується}{зменшується}$ відстань між тілами за кожну годину.
Другою дією скільки разів в загальній відстані міститься по числу кілометрів, на яке змінюється відстань між поїздами за кожну годину і робимо висновок про час руху. .

Отже, задачі на знаходження часу руху при одночасному русі назустріч або в протилежних напрямах розв'язуються лише одним способом; і запропоновану пам'ятку для знаходження відстані і швидкості (другим способом) можна узагальнити і для знаходження часу :

Пам'ятка (2 спосіб: S, V, t)

1. Про що йде мова в задачі?
2. Що відомо про час початку руху?
3. Як рухаються тіла?
4. Зробіть висновки.
   1) *Відстань між тілами весь час* $\frac{збільшується}{зменшується}$.
   2) *Весь шлях складається зі шляху, який подолано першим тілом та шляху, який подолало друге тіло.*
   3) *Кожне тіло на рух витратило однаковий час, тому що вони почали рухатися одночасно і закінчили рухатися одночасно.*
5. Складіть короткий запис задачі.
6. За коротким записом поясніть числа задачі.
7. Складіть план розв'язування задачі.

Першою дією дізнаються на скільки $\frac{збільшується}{зменшується}$ відстань між тілами за кожну годину.
Другою дією відповідають на запитання задачі.

8. Запишіть розв'язання по діях з поясненням або виразом.
9. Запишіть відповідь до задачі.

10. Розв’яжіть задачу першим способом або складіть і розв’яжіть обернену задачу (на знаходження або відстані або швидкості або часу) або перетворіть задачу у задачу на $\frac{рух\ldots на\ldots зустріч}{рух\ldots в\ldots протилежних\ldots напрямах}$.

Зазначимо, що треба звернути увагу учнів на те, що кожну задачу можна розв’язати двома діями, при чому першою дією знаходимо на скільки змінюється відстань між тілами за одиницю часу, але в задачі на знаходження відстані і часу ми це визначаємо дією додавання, а в задачі на знаходження швидкості – дією ділення.

4. *Формування умінь розв’язувати задачі на одночасний рух назустріч та рух в протилежних напрямах.*

При формуванні умінь розв’язувати задачі на одночасний рух назустріч або в протилежних напрямах працюємо над задачами за пам’ятками і розв’язуємо задачі на знаходження відстані і швидкості двома способами, часу – одним способом, складаємо обернені задачі.

До задач ставимо творчі запитання, наприклад: „Чи могли тіла зустрітися на середині шляху? За яких умов? Якщо тіла після зустрічі продовжать свій рух, то яке тіло приїде у кінцевий пункт раніше?”.

З метою подальшого усвідомлення спільного і відмітного у задачах на одночасний рух назустріч або в протилежних напрямах учням пропонуються завдання на складання задач за таблицями:

	S (км)	V ($\frac{км}{год}$)	t (год)
1	?	60 $\frac{км}{год}$	4 год
П	?	75 $\frac{км}{год}$	4 год
1 та П	?		4 год

За цією таблицею можна скласти дві задачі: задачу на одночасний рух назустріч і задачу на одночасний рух в протилежних напрямах.

Можна пропонувати учням , використовуючи дані таблиці, скласти задачі, які розв’язуються так: 60 * 4 + 75 * 4 (60 + 75) * 4. До речі до цих виразів можна скласти одні й ті самі задачі: на зустрічний рух та рух в протилежних напрямах – це лише два способи їх розв’язання.

Поступово задачі ускладнюються. Пропонуємо , наприклад такі задачі:

1. Равлик і черепаха вирушили одночасно назустріч одна одній. Равлик повзе зі швидкістю 6 $\frac{м}{год}$, а черепаха – 180 $\frac{м}{год}$. Вони зустрілися через 4 години. Яка відстань була між равликом і черепахою на момент початку руху.

Зазначимо, що з метою ускладнення задачі можна запропонувати учням швидкість черепахи не а метрах за годину, а в метрах за хвилину – 3 $\frac{м}{хв.}$.

2. Відстань між шпаком та бджолою 6000 м. Шпак і бджола почали рухатися одночасно назустріч один одному. Швидкість бджоли 420 $\frac{м}{хв.}$, а швидкість шпака 1000 $\frac{м}{хв.}$. Чи зустрінуться вони через 4 години? Якщо ні, то скільки метрів їм лишиться до зустрічі?

Щоб ускладнити цю задачу можна запропонувати швидкість шпака – 60 $\frac{км}{год}$.

Розв'язання

1) 420 * 4 = 1680 (м) відстань, яку пролетіла бджола за 4 години;
2) 1000 * 4 = 4000 (м) відстань, яку пролетів шпак за 4 години;
3) 1680 + 4000 = 5680 (м) – відстань, яку подоли разом бджола і шпак за 4 години.
4) 6000 – 5680 = 320 (м) – лишилося їм до зустрічі.

П спосіб:

1) 420 + 1000 = 1420 (м) – на стільки скорочується відстань між шпаком і бджолою за кожну хвилину.
2) 1420 * 4 = 5680 (м) – на стільки скоротиться відстань між шпаком і бджолою за 4 години.
3) 6000 – 5680 = 320 (м) – лишилося їм до зустрічі.

Відповідь: через 4 години шпак і бджола не зустрінуться, 320 м їм лишилося до зустрічі.

3. Два поїзди вийшли одночасно назустріч один одному з двох міст, відстань між якими 592 км. Швидкість першого поїзду 63 $\frac{км}{год}$, а швидкість другого поїзду – 85 $\frac{км}{год}$. Яка відстань буде між ними через 3 години після початку руху. Через скільки годин вони зустрінуться?

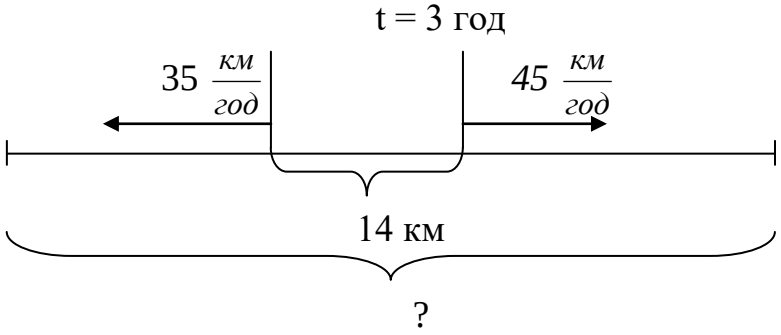
Розв'язання

1) 63 * 3 = 189 (км) – відстань, яку подолав перший поїзд за 3 години;
2) 85 * 3 = 255 (км) – відстань, яку подолав другий поїзд за 3 години;
3) 189 + 255 =444 (км) – відстань, яку подолали разом обидва поїзди за 3 години;
4) 592 – 444 = 148 (км) – відстань між поїздами через 3 години;
5) 63 + 85 = 148 (км) – на стільки наближуються поїзди один до одного за кожну годину;
6) 148 : 148 = 1 – 1 годину їм лишилося ще рухатися;
7) 3 + 1 = 4 (год) – через стільки годин відбудеться зустріч.

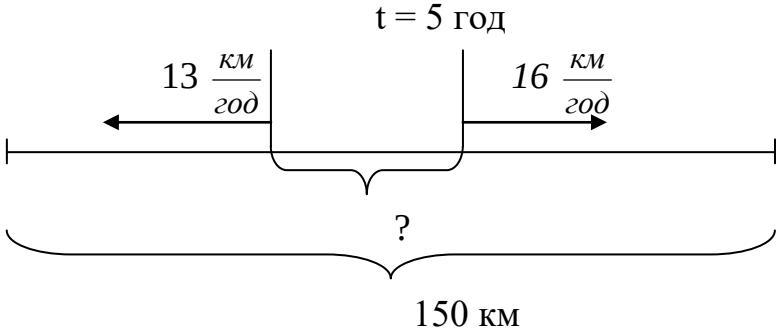
П спосіб
1) 63 + 85 = 148 (км) – на стільки наближуються поїзди за кожну годину;
2) 148 * 3 = 444 (км) – на стільки наблизяться поїзди за 3 години;
3) 592 – 444 = 148 (км) – відстань між поїздами через 3 години;
4)592 : 148 = 4 – через 4 години поїзди зустрінуться.

Відповідь: через 3 години відстань між поїздами становитиме 148 км; через 4 години поїзди зустрінуться.

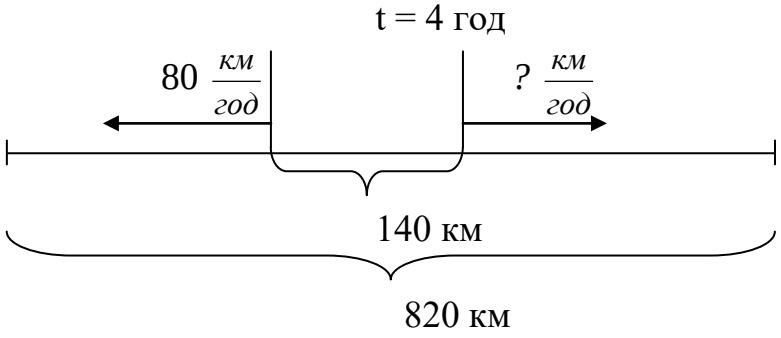
4. Колобок котиться назустріч Лисиці. Зараз між ними 900 м. Швидкість Колобка 70 $\frac{м}{хв.}$, а швидкість Лисиці на 10 $\frac{м}{хв.}$ більша, ніж швидкість Колобка. Яка відстань буде між ними через 2 хвилини? Через скільки хвилин вони зустрінуться?
5. Від однієї пристані одночасно в протилежних напрямах вирушили 2 катера. Через 3 години відстань між ними становила 168 км. Знайди швидкість другого катера, якщо швидкість першого катера складає 25 $\frac{км}{год}$.
6. Від двох причалів, відстань між якими 14 км, одночасно в протилежних напрямах вирушили моторний човен і катер. Швидкість моторного човна 35 $\frac{км}{год}$, а швидкість катера 45 $\frac{км}{год}$. Яка відстань буде між ними через 3 години після початку руху?



7. З двох пунктів одночасно в протилежних напрямах виїхали два велосипедисти. Швидкість першого велосипедиста 13 $\frac{км}{год}$, а швидкість другого – 16 $\frac{км}{год}$. Через 5 годин відстань між ними становила 150 км. Знайдіть відстань між пунктами.



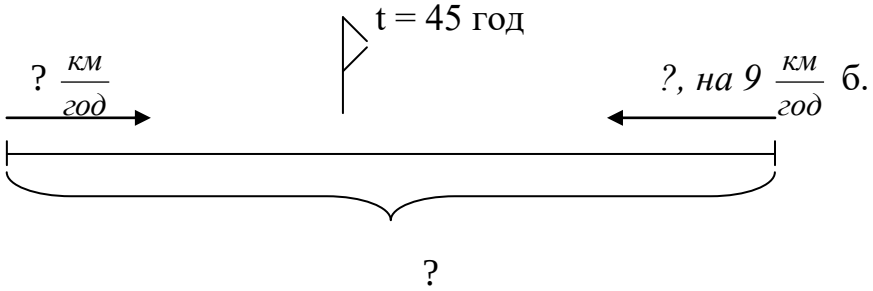
8. З двох міст, відстань між якими 140 км, одночасно в протилежних напрямах виїхали дві машини. Швидкість першої машини 80 $\frac{км}{год}$. Знайди швидкість другої машини, якщо через 4 години відстань між ними складала 820 км.



9. З двох селищ, відстань між якими 5 км, одночасно в протилежних напрямках вирушили два пішоходи. Перший йшов зі швидкістю 4 $\frac{км}{год}$, а другий зі швидкістю 5 $\frac{км}{год}$. Через скільки годин відстань між ними становитиме 32 км?
10. З Будапешту до Харкова одночасно назустріч один одному вирушили два поїзди. Будапешський поїзд в середньому за 4 години проходить 132 км. Швидкість Харківського поїзду на 9 $\frac{км}{год}$ більша за швидкість ташкентського поїзду. Поїзди зустрілися через 45 годин. Знайди відстань між Будапештом та Харковом.

Треба зазначити, що методисти радять записувати такі задачі коротко одночасно і в формі таблиці і в формі креслення: першу частину задачі на знаходження швидкості можна подати у формі таблиці:

	S (км)	V ($\frac{км}{год}$)	t (год)
Будапешський	132 км	?	4 год
Харківський		?, на 9 $\frac{км}{год}$ б.	



Розв’язання

1) 132 : 4 = 33 ($\frac{км}{год}$) – швидкість Будапешського поїзду;
2) 33 + 9 = 42 ($\frac{км}{год}$) – швидкість Харківського поїзду;
3) 33 * 45 = 1485 (км) – відстань, яку подолав Будапешський поїзд;
4) 42 * 45 = 1890 (км) – відстань, яку подолав Харківський поїзд;
5) 1485 + 1890 = 3375 (км) – відстань, яку подолали обидва поїзди; відстань між Будапештом та Харьковом.

П спосіб:

1) 132 : 4 = 33 ($\frac{км}{год}$) – швидкість Будапешського поїзду;
2) 33 + 9 = 42 ($\frac{км}{год}$) – швидкість Харківського поїзду;
3) 33 + 42 = 75 (км) – на стільки наближаються поїзди один до одного за 1 годину;
4) 75 * 45 = 3375 (км) – на стільки наблизяться поїзди один до одного за 45 годин; відстань між Будапештом та Харьковом.

Відповідь: 3375 км між Будапештом та Харьковом.

Задачі на рух в одному напрямку

Підготовча робота.

На ступені підготовчої роботи учні повинні :

1) спостерігати за рухом двох тіл наздогін;
2) усвідомити, що коли швидкість тіла, що рухається позаду $\frac{більша}{менша}$ за швидкість тіла, що рухається попереду, то відбувається $\frac{наближення}{відставання}$ одного тіла $\frac{до}{від}$ другого.
3) зробити висновок: знайти на скільки $\frac{зменшуэться}{збыльшуэться}$ відстань між тілами за одиницю часу, треба відніманням.

Після спостереження учнями руху в одному напрямі (у випадках, коли швидкість тіла, що наздоганяє більше або менше швидкості тіла, що рухається попереду), учні роблять висновок:

Якщо швидкість тіла, що рухається позаду $\frac{більша}{менша}$ за швидкість тіла, що рухається попереду, то відстань між тілами весь час $\frac{зменшується}{збільшується}$.

Перше тіло $\frac{наздогоняє}{відстає...від}$ друг$\frac{е}{ого}$ тіл$\frac{о}{а}$.

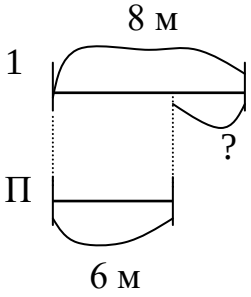
Далі треба з'ясувати, як дізнатися на скільки змінюється відстань між тілами за одиницю часу. Для цього розглядається ситуації:

1. Хлопчики змагаються у бігу. Вони одночасно стартували. При чому швидкість першого хлопчика 8 $\frac{м}{с}$, а швидкість другого 5 $\frac{м}{с}$. Як змінюється відстань між ними? На скільки змінюється відстань між ними за кожну секунду?

Пояснюємо числа задачі. (Число 8 означає швидкість першого хлопчика, 8 $\frac{м}{с}$ означає, що перший хлопчик за кожну секунду пробігає по 8 м. Число 6 означає швидкість другого хлопчика, 6 $\frac{м}{с}$ означає, що другий хлопчик за кожну секунду пробігає по 6 м.)

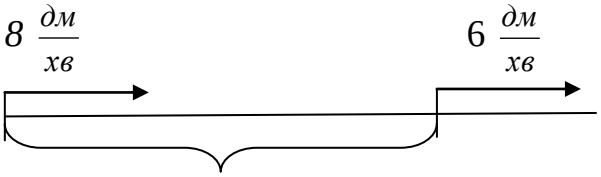
Робимо креслення:

За 1 секунду перший хлопчик пробігає 8 м, а другий – 6 м; 8 більше 6, тому другий хлопчик буде відставати від першого . Щоб дізнатися на скільки він буде відставати , треба з більшого числа відняти менше :



З метою закріплення зробленого висновку корисні завдання:

1) Перша черепаха рухається за другою черепахою. Швидкість першої 8 $\frac{дм}{хв}$, швидкість другої – 6 $\frac{дм}{хв}$. Як змінюється відстань між черепахами? На скільки змінюється відстань між черепахами за кожну хвилину?



Розв’язання

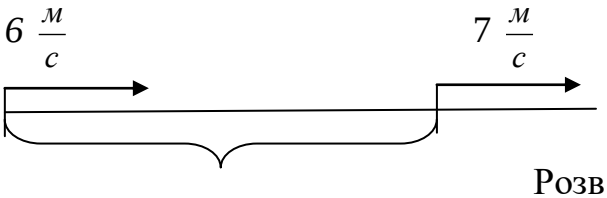
Відстань між черепахами за кожну хвилину скорочується, тому що швидкість тієї черепахи, що рухається позаду більша за швидкість черепахи, що рухається попереду.

Перша черепаха за кожну хвилину долає 8 дм, а друга – 6 дм. У той час, коли перша черепаха наблизилася до другої на 8 дм, друга від неї віддалилася на 6 дм. Але 8 дм більше за 6 дм., тому все ж таки відстань між черепахами скорочується на:

8 – 6 = 2 (дм)

Відповідь: відстань між черепахами скорочується на 2 дм за кожну хвилину.

2) Вітер зірвав з голови чоловіка капелюх. Побачивши це, чоловік побіг за своїм капелюхом. Чи дожене чоловік власний капелюх, якщо вітер несе капелюх зі швидкістю 7 $\frac{м}{с}$, а чоловік бідить зі швидкістю 6 $\frac{м}{с}$? Як змінюється відстань між чоловіком і його капелюхом за кожну секунду?



Розв’язання

Відстань між чоловіком і його капелюхом за кожну секунду збільшується, тому що швидкість чоловіка, а він рухається позаду менша за швидкість капелюха, який несе вітер.

Чоловік за кожну хвилину долає 6 м, а „капелюх” – 7 м. У той час, коли чоловік наблизилася до капелюха на 6 м, капелюх від нього віддалилася на 7 м. Але 6 м менше за 7 м., тому відстань між чоловіком і капелюхом збільшується на:

7 – 6 = 1 (м)

Відповідь: відстань між чоловіком і капелюхом збільшується на 1 м за кожну хвилину.

З метою подолання вузького узагальнення, слід пропонувати аналогічні завдання й на рух назустріч і в протилежних напрямах:

4) Танцюристи на ковзанах при виконуванні парної ластівки з різних боків льодового стадіону почали рухатися одночасно назустріч один одному. Хлопчик рухається зі швидкістю 8 $\frac{м}{с}$, а дівчинка зі швидкістю 7$\frac{м}{с}$. Як змінюється відстань між ними за кожну секунду?

5) Мисливець зустрів у лісі ведмедя. Обидва злякалися і побігли у протилежних напрямах. Як змінюється відстань між ними за кожну секунду і

на скільки, якщо ведмідь біжить зі швидкістю 3 $\frac{м}{с}$, і мисливець зі швидкістю 3 $\frac{м}{с}$?

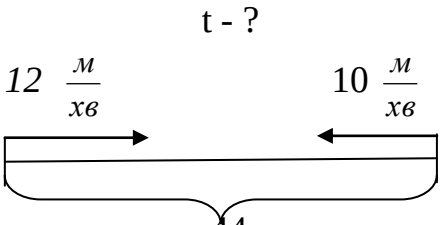
Після розв'язання аналогічних завдань учні дістають висновків:

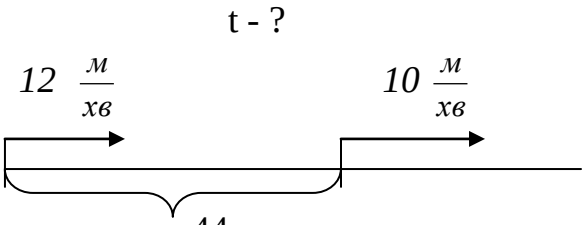
1. Відстань при одночасному русі назустріч скорочується на суму відстаней, яку проходить кожне тіло за одиницю часу.
2. Відстань при одночасному русі наздогін скорочується на різницю відстаней, яку проходить кожне тіло за одиницю часу.

Потім можна переходити до ознайомлення учнів с задачами на рух наздогін, при чому це доцільно робити у порівнянні руху назустріч та руху наздогін. Розглянемо це питанням докладно.

Ознайомлення с задачами на рух наздогін.

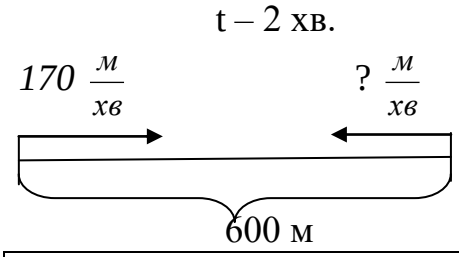
Задача 1. Відстань між двома лижниками на момент початку руху складала 44 м. Вони почали рухатися одночасно $\frac{назустріч}{наздогонку}$ один одному. Швидкість першого лижника 12 $\frac{м}{хв}$ а швидкість другого 10 $\frac{м}{хв}$ Через скільки хвилин опиняться разом?

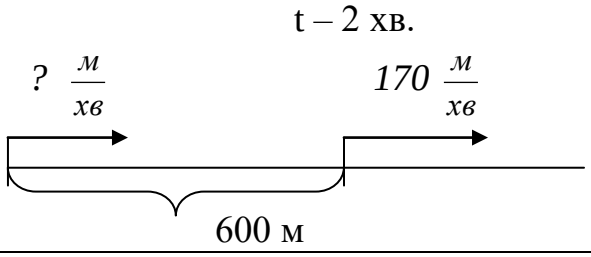




1) 12 + 10 = 22 (м) – на стільки наближаються лижники один до одного за кожну годину; 2) 44 : 22 = 2 – через стільки хвилин лижники наблизяться один до одного. Перевірка 1) 12 * 2 = 24 (м) – на стільки наблизився перший лижник до другого за 2 хвилини; 2) 10 * 2 = 20 (м) – на стільки наблизився другий лижник до першого за 2 хвилини; 3) 20 + 24 = 44 (м) - було між лижниками на момент початку руху. Відповідь 5 хвилин.	1) 12 – 10 = 2 (м) – на стільки наближається перший лижник до другого за кожну годину; 2) 44 :2 = 22 – через стільки хвилин перший лижник дожене другого. Перевірка 1) 12 * 22 = 264 (м) - на стільки наблизився перший лижник до другого за 22 хвилини; 2) 10 * 22 = 220 (м) – на стільки віддалився другий лижник від першого за 22 хвилини; 3) 264 – 220 = 44 (м) – було між лижниками на момент початку руху Відповідь: 22 хвилини..

Задача 2. Відстань між двома чоловіками на момент початку руху була 600 м. Вони одночасно почали рухатися $\frac{назустріч}{наздогонку}$ один одному і опинилися разом через 2 хвилини. Яка швидкість другого чоловіка, якщо швидкість першого $170\ \frac{м}{хв}$?



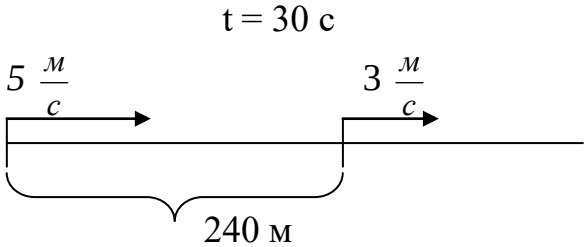


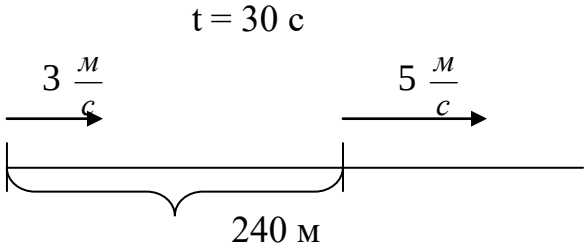
1) 600 : 2 = 300 (м) – на стільки зменшується відстань між чоловіками за кожну хвилину; 2) 300 – 170 = 130 (м) – стільки долає за кожну хвилину другий чоловік, отже його швидкість 130 $\frac{м}{хв}$. П спосіб. 1) 170 * 2 = 340 (м) – стільки подолає перший за 2 хв; 2) 600 – 340 = 260 (м) –стільки подолає другий за 2 хв; 3) 260 : 2 = 130 ($\frac{м}{хв}$) – швидкість другого чоловіка. Відповідь: 130 $\frac{м}{хв}$.	1) 600 : 2 = 300 (м) – на стільки скорочується відстань між чоловіками за кожну хвилину; 2) 300 + 170 = 470 (м) – стільки повинен долати другий чоловік за кожну хвилину, отже швидкість другого 470 $\frac{м}{хв}$. П спосіб. 1) 170 * 2 = 340 (м) – на стільки відділиться перший чоловік від другого за 2 хвилини; 2) 600 + 340 = 940 (м) – на стільки метрів повинен наблизитися другий до першого за 2 хвилини; 3) 940 : 2 = 470 ($\frac{м}{хв}$) – швидкість другого. Відповідь: 470 $\frac{м}{хв}$

З метою закріплення учням пропонуються задачі на знаходження відстані у співставленні задач на рух наздогін та рух з відставанням:

Задача 3. Два велосипедиста знаходяться на відстані 240 м один від одного. Швидкість першого велосипедиста $5\ \frac{м}{с}$, а швидкість другого $3\ \frac{м}{с}$. Вони почали рухатися одночасно в одному напрямі. Якою буде відстань між ними через 30 с, якщо вони рухаються так, що:

1) перший їде за другим;
2) другий їде за першим?





Швидкість велосипедиста, що їде позаду більша за швидкість велосипедиста, що їде попереду. Тому відстань між велосипедистами весь час буде зменшуватися. 1) 5 – 3 = 2 (м) – на стільки зменшується відстань за кожну секунду; 2) 2 * 30 = 60 (м) – на стільки зменшиться відстань за 30 с; 3) 240 – 60 = 180 (м) – буде між велосипедистами через 30 с.	Швидкість велосипедиста, що їде позаду менша за швидкість велосипедиста, що їде попереду. Тому відстань між велосипедистами весь час буде збільшуватися. 1) 5 – 3 = 2 (м) – на стільки збільшується відстань за кожну секунду; 2) 2 * 30 = 60 (м) – на стільки збільшується відстань за 30 с; 3) 240 + 60 = 300 (м) буде між велосипедистами через 30 с.
П спосіб: 1) 5 * 30 = 150 (м) – на стільки наблизиться перший велосипедист до другого за 30 с; 2) 240 – 150= 90 (м) – стільки залишиться від першого велосипедиста до другого; 3) 3 * 30 = 90 (м) – на стільки віддалиться другий від першого за 30 с; 4) 90 + 90 = 180 (м) - буде між велосипедистами за 30 с.	П спосіб: 1) 3 * 30 = 90 (м) – на стільки наблизиться другий велосипедист до першого за 30 с; 2) 240 – 90= 150 (м) – стільки залишиться від другого велосипедиста до першого; 3) 5 * 30 = 150 (м) – на стільки віддалиться перший від другого за 30 с; 4) 150 + 150 = 300 (м) - буде між велосипедистами за 30 с.
Відповідь: 180 м буде між велосипедистами через 30 секунд.	Відповідь: 300 м буде між велосипедистами через 30 секунд.

- Поясніть числа задачі:

5 , 3 , 240, 30 , 180 → прямі задачі;

5 , 3 , 240, 30 , 300 → прямі задачі;

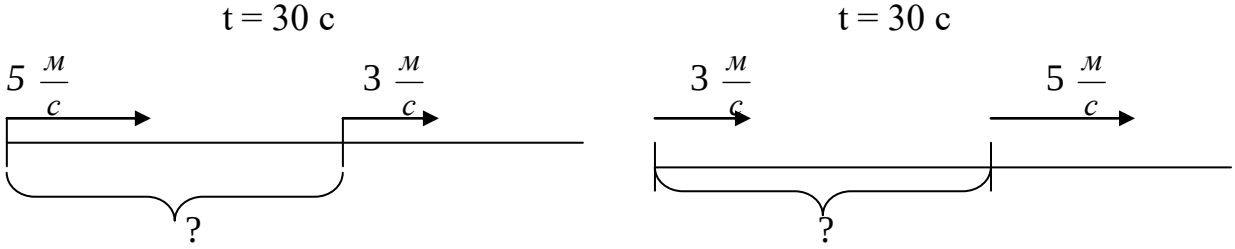
- Складіть і розв’яжіть обернені задачі на знаходження відстані, яка була на момент початку руху.

5 , 3 , 240, 30 , 180 →

5 , 3 , 240, 30 , 300 → обернені задачі;

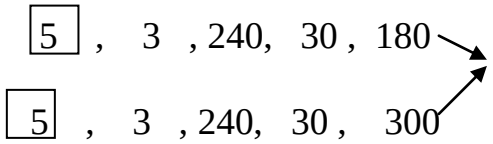
Задача 4. Два велосипедиста почали рухатися одночасно в одному напрямі. Швидкість першого велосипедиста 5 $\frac{м}{с}$, а швидкість другого 3 $\frac{м}{с}$. Якою була відстань на момент початку руху, якщо через 30 с після початку руху відстань між ними була:

1) 180 м, при чому перший їде за другим;
3) 300 м, при чому другий їде за першим?



Швидкість велосипедиста, що їде позаду більша за швидкість велосипедиста, що їде попереду. Тому відстань між велосипедистами весь час буде зменшуватися. 1) 5 – 3 = 2 (м) – на стільки зменшується відстань за кожну секунду; 2) 2 * 30 = 60 (м) – на стільки зменшиться відстань за 30 с; 3) 180 + 60 = 240 (м) – було на момент початку руху.	Швидкість велосипедиста, що їде позаду менша за швидкість велосипедиста, що їде попереду. Тому відстань між велосипедистами весь час буде збільшуватися. 1) 5 – 3 = 2 (м) – на стільки збільшується відстань за кожну секунду; 2) 2 * 30 = 60 (м) – на стільки збільшиться відстань за 30 с; 3) 300 – 60 = 240 (м) – було на момент початку руху.

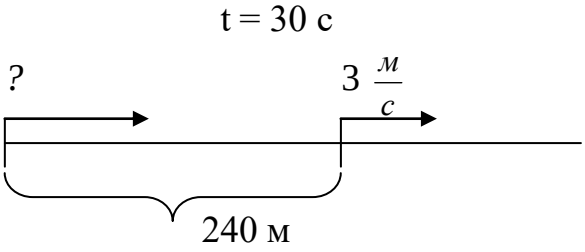
- Складіть і розв’яжіть обернені задачі на знаходження швидкості.

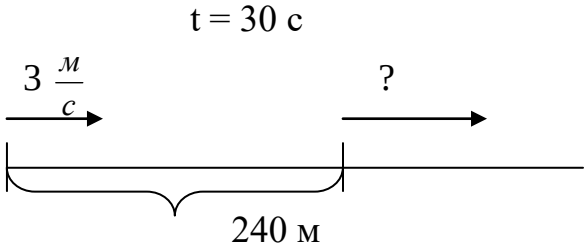


обернені задачі;

Задача 5. Два велосипедиста знаходяться на відстані 240 м один від одного. Яка швидкість першого велосипедиста, якщо швидкість другого велосипедиста 3 $\frac{м}{с}$. Вони почали рухатися одночасно в одному напрямі, при чому :

1) перший їде за другим та через 30 с після початку руху відстань між ними складала 180 м;
2) другий їде за першим та через 30 с після початку руху відстань між ними складала 300 м





Швидкість велосипедиста, що їде позаду більша за швидкість велосипедиста, що їде попереду. Тому відстань між велосипедистами весь час буде зменшуватися. 1) 240 – 180 = 60 (м) – на стільки зменшилася відстань між велосипедистами за 30 с; 2) 3 * 30 = 90 (м) – на стільки віддалився другий велосипедист від першого за 30 с; 3) 90 + 60 = 150 (м) - на стільки наблизився перший велосипедист до другого за 30 с. 4) 150 : 30 = 5 ($\frac{м}{с}$) – швидкість першого велосипедиста. Відповідь: 5 $\frac{м}{с}$.	Швидкість велосипедиста, що їде позаду менша за швидкість велосипедиста, що їде попереду. Тому відстань між велосипедистами весь час буде збільшуватися. 1) 300 – 240 = 60 (м) – на стільки збільшилася відстань між велосипедистами за 30 с; 2) 3 * 30 = 90 (м) – на стільки відстав другий велосипедист від першого за 30 с. 3) 60 + 90 = 150 (м) – на стільки віддалився перший велосипедист від другого за 30 с; 4) 150 : 30 = 5 ($\frac{м}{с}$) – швидкість першого велосипедиста. Відповідь: 5 $\frac{м}{с}$.

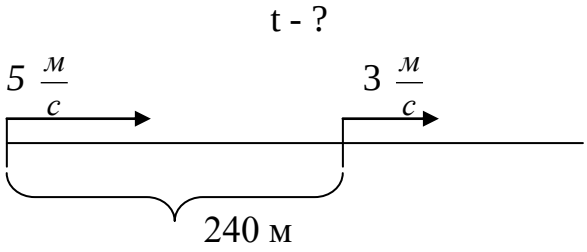
- Складіть і розв’яжіть обернені задачі на знаходження часу.

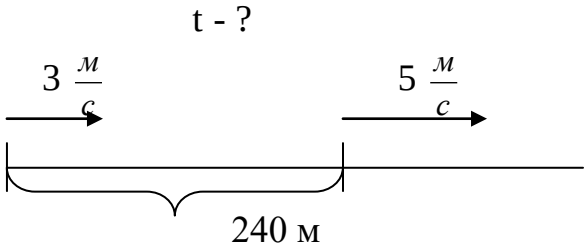
5 , 3 , 240, 30, 180 ↘

5 , 3 , 240, 30 , 300 ↗ обернені задачі;

Задача 6. Два велосипедиста знаходяться на відстані 240 м один від одного. Швидкість першого велосипедиста 5 $\frac{м}{с}$, а швидкість другого велосипедиста 3 $\frac{м}{с}$. Через скільки секунд відстань між ними складатиме:

1) 180 м , якщо перший їде за другим;
2) 300 м , якщо другий їде за першим.



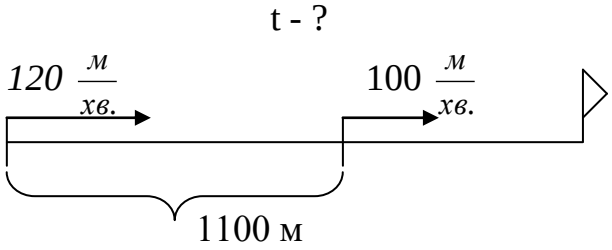


Швидкість велосипедиста, що їде позаду більша за швидкість велосипедиста, що їде попереду. Тому відстань між велосипедистами весь час буде зменшуватися. 1) 5 – 3 = 2 (м) – на стільки зменшується відстань між велосипедистами за кожну секунду; 2) 240 – 180 = 60 (м) – на стільки зменшилася відстань між велосипедистами за 30 с; 3) 60 : 2 = 30 – за стільки секунд відстань між велосипедистами зменшилася на 60 м. Відповідь: за 30 с відстань між велосипедистами складала 180 м..	Швидкість велосипедиста, що їде позаду менша за швидкість велосипедиста, що їде попереду. Тому відстань між велосипедистами весь час буде збільшуватися. 1) 5 – 3 = 2 (м) – на стільки збільшується відстань між велосипедистами за кожну секунду; 2) 300 – 240 = 60 (м) – на стільки збільшилася відстань між велосипедистами за 30 с; 3) 60 : 2 = 30 – за стільки секунд відстань між велосипедистами збільшилася на 60 м. Відповідь: 30 с відстань між велосипедистами складала 300 м..

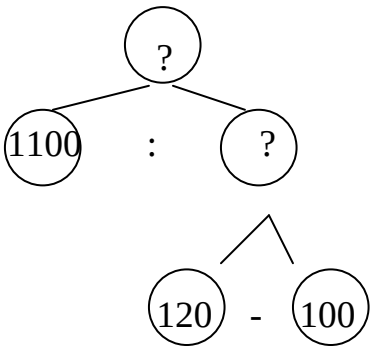
Наведемо приклад роботи над задачею на рух в одному напрямі.

Задача 7. Колобок котиться бабуся Шапокляк гониться за Чебурашкою. Зараз між ними відстань 1100 м. Швидкість Шапокляк 120 $\frac{м}{хв.}$, а швидкість Чебурашки 100 $\frac{м}{хв.}$. Чи дожене Шапокляк Чебурашку? Через скільки годин?

- Про що йде мова в задачі? (Про рух Шапокляк та Чебурашки.)
- Що відомо про час початку руху? (Вони вирушили одночасно.)
- Як вони рухаються ? (Шапокляк біжить за Чебурашкою. Вони рухаються в одному напрямі.)
- Які висновки можна зробити при русі в одному напрямі?(Швидкість Шапокляк більша за швидкість Чебурашки, тому відстань між ними буде весь час зменшуватися. На рух вони витратять однаковий час.)
- Зробимо креслення.



- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 120 означає швидкість Шапокляк. 120 $\frac{м}{хв.}$ означає, що Шапокляк за кожну хвилину пробігає 120 м. Число 100 – означає швидкість Чебурашки. 100 $\frac{м}{хв.}$ означає, що кожний хвилину Чебурашка пробігає по 100 м. Число 1100 відстань між ними на момент початку руху. Треба знайти час зустрічі. Вони зустрінуться тоді, коли відстань між ними скоротиться до 0.)
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – відстань, яка була між ними на момент початку руху, відомо 1100 м, та П – відстань, на яку зменшується відстань між Шапокляк та Чебурашкою за кожну хвилину, невідомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо відстань, на яку зменшується відстань між Шапокляк та Чебурашкою за кожну хвилину.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися ? (Треба знати два числові значення: 1 – на скільки наближається за кожну хвилину Шапокляк до Чебурашки , відомо на 120 м, та П – на скільки віддаляється Чебурашка від Шапокляк за кожну хвилину, відомо, на 100 м.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання. (Так, ми від запитання перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



- Складіть план розв’язування задачі. (Першою дією дізнаємося відстань, на яку зменшується відстань між Шапокляк та Чебурашкою за кожну хвилину. Другою дією дізнаємося через скільки хвилин Шапокляк дожене Чебурашку.)
- Запишіть розв’язання задачі виразом.

Розв’язання

1100 : (120 – 100) = 55 (хв..)

Відповідь: через 55 хвилин Шапокляк дожене Чебурашку.

Задачі на неодночасний рух в різних напрямках

Задачі на рух, в який рух обох тіл починається у різний час , відносяться до задач на неодночасний рух. Розв'язання таких задач містить два етапи:

1. На першому етапі розглядається „самостійний" рух тіла, що вирушило раніше.
2. На другому етапі розглядається „одночасний" рух двох тіл.

Розглянемо кілька прикладів задач на неодночасний рух.

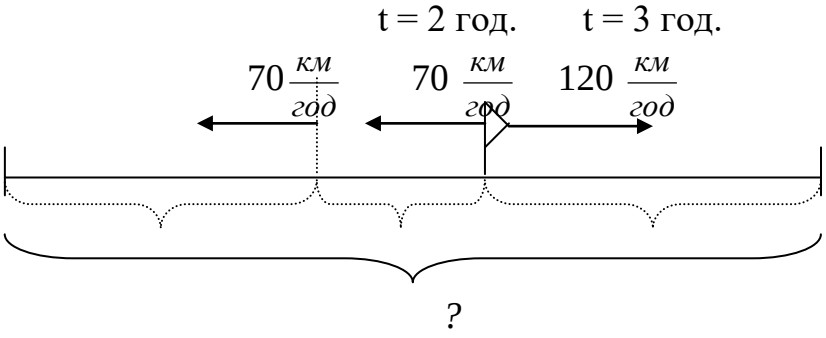
Задача 1. З міста вирушив пасажирський поїзд зі швидкістю 70 $\frac{км}{год}$. Через 2 години, з цього ж міста, в протилежному напрямі, вирушив швидкий поїзд зі швидкістю 120 $\frac{км}{год}$. Яка відстань буде між поїздами через 3 години після виходу швидкого поїзду?

- Про що йде мова в задачі? (Про рух двох поїздів.)
- Що відомо про час початку руху? (Вони вийшли неодночасно. Спочатку вирушив пасажирський поїзд, і лише через 2 год вирушив швидкий поїзд.)
- Як рухаються поїзди? (Спочатку пасажирський поїзд рухався самостійно, а коли вийшов швидкий поїзд, то вони рухалися в протилежних напрямах.)
- Отже, можна цю задачу розбити на дві частини:

1) в першій частині розглянути „Самостійний" рух пасажирського поїзду: „З міста вирушив пасажирський поїзд зі швидкістю 70 $\frac{км}{год}$ і рухався 2 години. Яку відстань він подолав?";

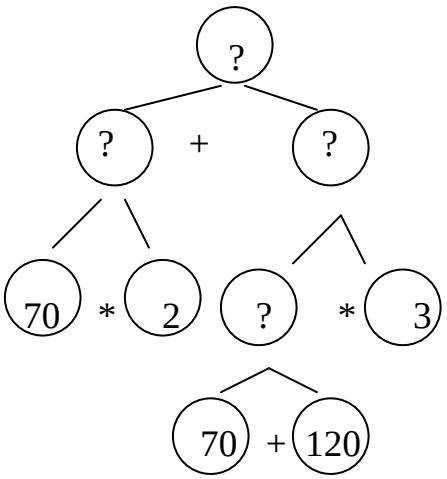
2) в другій частини розглянути „одночасний" рух пасажирського та швидкого поїздів у протилежних напрямах: „З міста вирушив пасажирський поїзд зі швидкістю 70 $\frac{км}{год}$. З цього ж міста, в протилежному напрямі, вирушив швидкий поїзд зі швидкістю 120 $\frac{км}{год}$. Яка відстань буде між поїздами через 3 години після виходу швидкого поїзду?"

- Як знайти відстань за відомими швидкістю та часом? (Щоб знайти відстань, треба швидкість помножити на час.)
- Які висновки можна зробити при одночасному русі в протилежних напрямах? (Відстань між поїздам и весь час збільшується. Весь шлях складається з суми відстаней, яку подолали кожний поїзд. На рух поїзди витратили однаковий час, 3 год.)
- Зробимо креслення. На кресленні покажемо дві частини задачі:



- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 70 означає швидкість пасажирського поїзду. 70 $\frac{км}{год}$ означає, що пасажирський поїзд за кожну годину проходить 70 км. Число 2 означає, час який пасажирський поїзд рухався „самостійно”. Число 120 – означає швидкість швидкого поїзду. 120 $\frac{км}{год}$ означає, що кожний час швидкий поїзд проходить по 120 км. Число 3 означає час руху швидкого і пасажирського поїздів при їх „одночасному” русі в протилежних напрямах. Треба знайти відстань між поїздами. Вся відстань складається з відстані „самостійного” руху пасажирського поїзду та відстані, на яку віддалилися поїзди при „одночасному” русі в протилежних напрямах.
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – відстань, яку пройшов пасажирський поїзд при „самостійному” русі, невідомо, та П – відстань, на яку віддалилися поїзди при „одночасному” русі в протилежних напрямах, невідомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо обидва числові значення.)
- Що треба знати, щоб дізнатися відстань, яку пройшов пасажирський поїзд при „самостійному” русі? (Треба знати два числові значення: 1 – швидкість пасажирського поїзду, відомо 70 $\frac{км}{год}$, та П – час його самостійного руху, відомо, 2 год.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи можна одразу відповісти на це запитання? (Так, відомі обидва числові значення.) А на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо на яку віддалилися поїзди при „одночасному” русі в протилежних напрямах.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – на скільки віддаляються поїзди за кожну годину, невідомо, та П – час їх спільного руху, відомо, 3 год.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи можна одразу відповісти на це запитання? (Ні, ми не знаємо на скільки віддаляються поїзди за кожну годину.)

- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – яку відстань проходить за кожну годину пасажирський поїзд, відомо 70 км, та П – відстань, яку проходить за кожний час швидкий поїзд, відомо, 120 км.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання. (Так, ми від запитання перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємось відстань, яку проїхав пасажирський поїзд, рухаючись „самостійно". Другою дією дізнаємось на скільки віддаляються поїзди один від одного за кожну годину при „одночасному" русі в протилежних напрямах. Третьою дією дізнаємось на скільки віддаляться поїзди за 3 год при „одночасному" русі в протилежних напрямах. Четвертою дією дізнаємось відстань між поїздами через 3 години після виходу швидкого поїзду.)
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням.

Розв'язання

1) 70 * 2 = 140 (км) – відстань, яку проїхав пасажирський поїзд, рухаючись „самостійно";
2) 70 + 120 = 190 (км) – на стільки віддаляються поїзди один від одного за кожну годину при „одночасному" русі в протилежних напрямах;
3) 190 * 3 = 570 (км) – на стільки віддаляться поїзди за 3 год при „одночасному" русі в протилежних напрямах;
4) 140 + 570 = 710 (км) – відстань між поїздами через 3 години після виходу швидкого поїзду.

П спосіб.

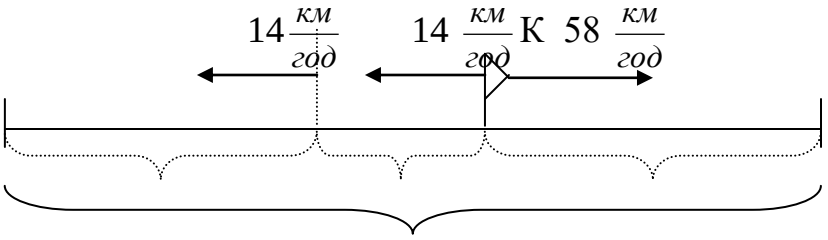
1) 70 * 2 = 140 (км) – відстань, яку проїхав пасажирський поїзд, рухаючись „самостійно";
2) 70 * 3 = 210 (км) – проїхав пасажирський поїзд після виходу швидкого;
3) 120 * 3 = 360 (км) – проїхав швидкий поїзд;
4) 210 + 360 = 570 (км) – проїхали швидкий і пасажирський поїзди разом при „одночасному" русі в протилежних напрямах;

5) 570 + 140 = 710 (км) - відстань між поїздами через 3 години після виходу швидкого поїзду.

Відповідь: 710 км.

Задача 2 . З пункту К виїхав велосипедист зі швидкістю 14 $\frac{км}{год}$. Через 2 год із цього пункту в протилежному напрямі виїхав вантажний автомобіль зі швидкістю 58 $\frac{км}{год}$. Через скільки годин після виходу автомобіля відстань між ними становитиме 244 км?

t - ? t = 2 год.



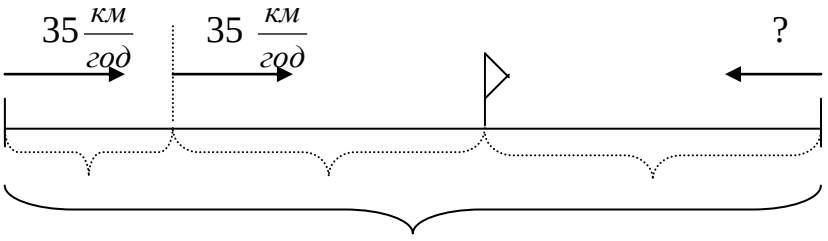
244 км

Розв'язання

1) 14 * 2 = 28 (км) - відстань, яку проїхав велосипедист, рухаючись „самостійно";
2) 58 + 14 = 72 (км) - на стільки віддаляються велосипедист і вантажний автомобіль один від одного за кожну годину при „одночасному" русі в протилежних напрямах;
3) 244 – 28 = 216 (км) – на стільки віддалилися велосипедист і автомобіль за весь час „одночасного" руху в протилежних напрямах;
4) 216 : 72 = 3 – стільки годин рухався автомобіль.
   Відповідь: через 3 години відстань між велосипедистом і автомобілем становитиме 244 км.

Задача 3. З Москви до Архангельська, відстань між якими 1120 км, вирушив поїзд зі швидкістю 35 $\frac{км}{год}$. Через 23 год з Архангельська назустріч йому вийшов поїзд. З якою швидкістю їхав поїзд з Архангельська, якщо поїзди зустрілися через 5 год після виходу другого поїзду?

t = 23 год t = 5 год.



1120 км

Розв’язання

1) 35 * 23 = 805 (км) - відстань, яку проїхав поїзд з Москви, рухаючись „самостійно”;
2) 1120 – 805 = 315 (км) – відстань, на яку наблизилися поїзди при „одночасному” русі назустріч;
3) 315 : 5 = 63 (км) – на стільки наближаються поїзди один до одного за кожну годину;
4) 63 – 35 = 28 (км) – проходе другий поїзд за кожну годину, тому швидкість другого поїзду 28 $\frac{км}{год}$.

Відповідь: 28 $\frac{км}{год}$.

Зазначимо, що для цієї задачі існую другий спосіб розв’язання.

Задачі на неодночасний рух можна декілька ускладнити:

4. Відстань між містами А та В 520 км. У 8 годині ранку з А в В вийшов автобус зі швидкістю 56 $\frac{км}{год}$, а об 11 годині дня з В в А вийшла вантажівка зі швидкістю 32 $\frac{км}{год}$. О котрій годині вони зустрінуться і на якій відстані від міста А вони зустрілися?

5. О півдні від пристані відійшов пароплав зі швидкістю 16 $\frac{км}{год}$. Через 3 год від тієї самої пристані в тому ж напрямі відійшов другий пароплав і через 12 год після виходу догнав перший пароплав. Визначити швидкість другого пароплаву.

6. Два поїзди вийшли у різний час назустріч один одному з двох станцій, відстань між якими 794 км. Перший поїзд йшов зі швидкістю 52 $\frac{км}{год}$, а швидкість другого на 10 $\frac{км}{год}$ менше. До місця зустрічі перший поїзд пройшов 416 км. Який поїзд вийшов раніше і на скільки?

7. З міста А у напрямі до міста В вийшов поїзд зі швидкістю 50 $\frac{км}{год}$. Через 12 годин з того ж міста вилетів літак зі швидкістю у 7 разів більшою за швидкість поїзду, і наздогнав поїзд на половині шляху від А до В. Визначити відстань між містами.

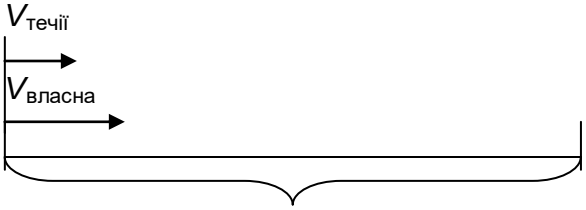
8. Від пристані А до пристані В відправився пароплав зі швидкістю 24 $\frac{км}{год}$, а за 9 год до нього в цьому ж напрямі вийшов буксир з баржами зі швидкістю 8 $\frac{км}{год}$ и прибув в В на 15 год пізніше пароплава. Знайди відстань між пристанями.

Задачі на рух за течією та проти течії річки

Задачі на рух за течією та проти течії річки спираються на поняття: власна швидкість катера ($V_{\text{власна}}$) , швидкість течії річки($V_{\text{течії}}$), швидкість катера за течією річки ($V_{\text{за течією}}$) та швидкість катера проти течії річки ($V_{\text{проти течії}}$). Отже, ці поняття слід ввести, познайомити учнів з відповідними формулами та показати учням як виконується креслення до подібних задач.

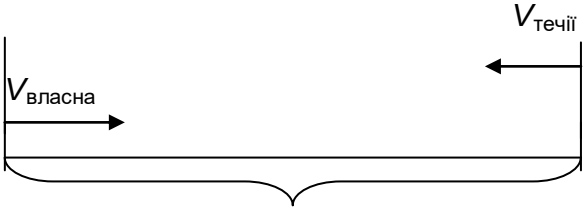
Познайомити учнів з даними поняттями можна залучивши досвід дітей по спостереженню за рухом маленького паперового кораблика у річці. Діти згадують:

1. Коли кораблик пливе за течією річки, то течія річки, йому допомагає, підштовхує, тому його швидкість збільшується:



$$V_{\text{за течією}} = V_{\text{власна}} + V_{\text{течії}}$$

2. Коли кораблик пливе проти течії річки, то течія йому перешкоджає, гальмує, тому його швидкість зменшується:



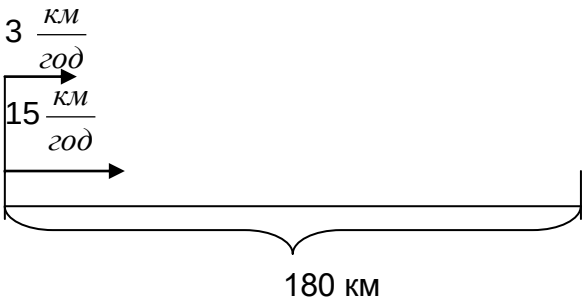
$$V_{\text{за течією}} = V_{\text{власна}} - V_{\text{течії}}$$

Задача. Відстань між двома пристанями по річці 180 км. За який час катер пройде цю відстань туди й назад, якщо швидкість катера в стоячій воді 15 $\frac{км}{год}$, а швидкість течії річки 3 $\frac{км}{год}$?

- Про що йде мова в задачі? (Про рух катера в стоячій воді, за течією та проти течії річки.)
- Отже, можна цю задачу розбити на три частини:
  1) розглянути рух катера за течією річки;
  2) розглянути рух катера проти течії річки; виходячи з другої та першої частин відповісти на перше запитання задачі.
- Які висновки можна зробити ?
  1) *При русі катера за течією річки, течія ніби підштовхує катер і його швидкість збільшується на швидкість течії;*
  2) *При русі проти течії річки, течія заважає руху катера, його швидкість зменшується на швидкість течії.*
- Зробимо креслення.

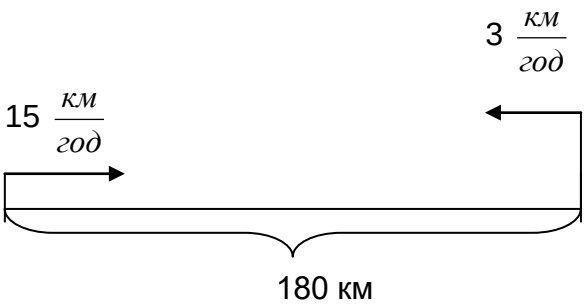
1. Рух катера за течією:

За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 15 означає власну швидкість катера. 15 $\frac{км}{год}$ означає, що катер при працюючому двигуні за кожну годину проходить по 15 км.



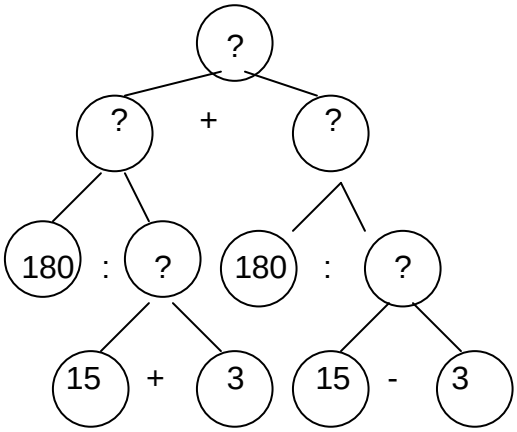
Число 3 означає швидкість течії річки. 3 $\frac{км}{год}$ означає, що якщо вимкнути двигун катера, то він рухатиметься тільки за течією, долаючи за кожну годину по 3 км. Число 180 означає відстань між пристанями.

2. Рух катера проти течії:



- Назвіть запитання задачі. (За який час катер пройде цю відстань туди й назад?)
- Що треба знати, щоб на нього відповісти? (Потрібно знати два числові значення: 1 – час руху катера за течією , невідомо, та П – час руху катера проти течії річки.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо обидва числові значення.)
- Що треба знати, щоб дізнатися про час руху катера за течією? (Треба знати два числові значення: 1 – відстань, яку пройшов катер за течією, відомо 180 км, та П – швидкість катера за течією, невідомо .)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією ділення.)
- Чи можна одразу відповісти на це запитання? (Ні, невідома швидкість катера за течією річки.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – власну швидкість катера, відомо 15 $\frac{км}{год}$, та П – швидкість течії річки, відомо 3 $\frac{км}{год}$)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією додавання.)
- Чи можна тепер відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо час руху катера проти течії річки.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – власну швидкість катера, відомо 15 $\frac{км}{год}$, та П – швидкість течії річки, відомо 3 $\frac{км}{год}$)

- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією віднімання.)
- Чи можна тепер відповісти на запитання задачі. (Так, ми від запитання перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємось про швидкість катера за течією річки. Другою дією дізнаємось про час руху катера за течією річки. Третьою дією дізнаємось про швидкість катера проти течії річки. Четвертою дією дізнаємось про час руху катера проти течії річки. П'ятою дією дізнаємось про загальний час руху катера туди і назад.)
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням.

1) 15 + 3 = 18 ($\frac{км}{год}$) – швидкість катера за течією;

2) 180 : 18 = 10 (год) – час руху катера за течією;

3) 15 – 3 = 12 ($\frac{км}{год}$) – швидкість руху катера проти течії;

4) 180 : 12 = 15 (год) – час руху катера проти течії річки;

5) 10 + 15 = 25 (год) – загальний час руху катера за течією та проти течії річки;

Відповідь: 25 год потрібно катеру, щоб подолати відстань туди і назад.

Задача . По озеру човен пройшов за 20 хв 8 км, а коли ввійшов у річку, то за 2 год пройшов 42 км. Знайди швидкість течії річки (мотор працював увесь час однаково.)

Розв'язання

8км = 8000 м; 42 км = 42000 м; 2 год = 120 хв.

1) 8000 : 20 = 200 ($\frac{м}{хв.}$) – швидкість човна по озеру, власна швидкість човна;
2) 42000 : 120 = 350 ($\frac{м}{хв.}$) – швидкість човна за течією річки;
3) 350 – 200 = 150 ($\frac{м}{хв.}$) – швидкість течії річки

Відповідь: 150 $\frac{м}{хв.}$.

При розв’язанні цієї задачі ми скористалися формулою знаходження швидкості течії річки. Виведемо можливі формули знаходження швидкості течії річки.

В формулі:

$$V_{\text{за течією}} = V_{\text{власна}} + V_{\text{течії}}$$

Сума 1 доданок 2 доданок

Швидкість течії – це другий доданок. Щоб знайти другий доданок, треба від суми відняти перший доданок. Отже маємо:

$$V_{\text{течії}} = V_{\text{за течією}} - V_{\text{власна}}$$

В формулі:

$$V_{\text{проти течії}} = V_{\text{власна}} - V_{\text{течії}}$$

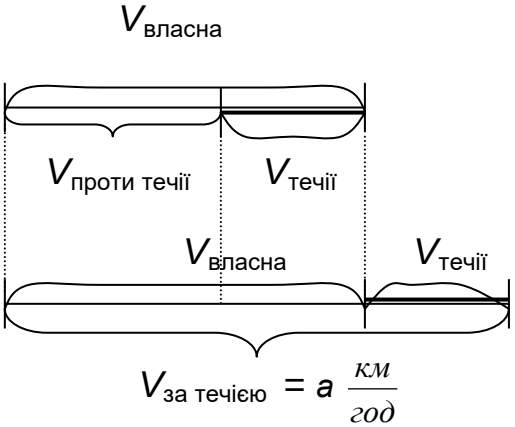
Різниця Зменшуване Від’ємник

Швидкість течії – це від’ємник. Щоб знайти невідомий від’ємник, треба від зменшуваного відняти різницю. Отже, маємо:

$$V_{\text{течії}} = V_{\text{власна}} - V_{\text{проти течії}}$$

Складнішою є задача на знаходження швидкості течії за відомими швидкістю за течією річки та швидкістю проти течії річки.

Задача. Швидкість руху човна за течією річки $a\ \frac{км}{год}$, а швидкість човна проти течії річки $в\ \frac{км}{год}$.Знайти швидкість течії.



З малюнка бачимо, що швидкість човна за течією більше швидкості човна проти течії на подвійну швидкість течії. Тому маємо формулу:

$$V_{\text{течії}} = (V_{\text{за течією}} - V_{\text{проти течії}}) : 2$$

Задачі на пропорційне ділення

Мета *підготовчої роботи* полягає в актуалізації знань, умінь та навичок, які необхідні при розв'язанні задач на пропорційне ділення ,а саме:

- Знання взаємозв'язку між основними групами величин, які знаходяться у пропорційній залежності (ціна ,кількість, вартість; маса одного предмету, число предметів, загальна маса; об'єм однієї посудини, число посудин, загальний об'єм; виробіток в одиницю часу, час, загальний виробіток; витрата тканини на одну річ, число речей, загальна витрата тканини; швидкість, час, відстань ; маса вражаю з одиниці площі, площа, загальна маса врожаю).
- Уміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного засобом наведення до одиниці:
  - аналізуючи умову задачі виділяти однакову величину;
  - складати короткий запис задачі в формі таблиці;
  - при проведенні пошуку розв'язання задачі усвідомити наступне – для відповіді на запитання задачі треба знайти значення однакової величини, яке можна знайти за даними числовими значеннями двох величин стосовно іншого випадку.

Всі перелічені знання та уміння можливо актуалізувати під час розв'язання задач на знаходження четвертого пропорційного способом наведення до одиниці, наприклад:

1. За 7 метрів тканини заплатили 56 карбованців. Скільки метрів такої ж самої тканини можна купити на 104 карбованці?
2. Автомобіль за 6 годин проїхав 342 км. На скільки км більше він проїде за 9 годин, якщо буде їхати весь час з однаковою швидкістю?
3. За три дні швачка пошила 27 сарафанів. Скільки днів їй потрібно, щоб пошити 135 сарафанів, якщо вона буде працювати з тією ж продуктивністю?

Розв'язування задач нового виду – на пропорційне ділення, базується на чіткому умінні розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного, тому що обидва види задач розв'язуються способом наведення до одиниці, тобто для того ,щоб відповісти на запитання задачі треба знати величину однієї одиниці (наприклад: ціну ,масу 1 ящика, продуктивність праці й тощо) ,яка є однаковою величиною. Але в задачах на знаходження четвертого пропорційного однакову величину знаходимо за двома відомими величинами одного із випадків, про які йде мова в задачі. У задачах на пропорційне ділення нам не дані числові значення обох величин ,відповідно якогось випадку, за якими можна дізнатися про однакову величину. У цих задачах однакову величину ми знаходимо за загальними значеннями двох інших величин (за двома сумами) ,при чому загальне значення (перша сума) однієї величини вже дано за умовою задачі, а загальне значення другої величини (другу суму) слід знайти за даними

значеннями кожного з випадків, про які йде мова в задачі. Тому на етапі підготовчої роботи доцільно пропонувати учням спеціальні завдання типу:

- За два дні продали 15 платтів , за них всього отримали 45 гривень. Знайти ціну плаття.
- В одному класі 12 учнів, а в другому 15 учнів. Взагалі в учнів обох класів 135 підручників. Скільки підручників у одного учня, якщо кожен учень цих класів має однакову кількість підручників?
- З двох ділянок зібрали 120 кг картоплі. Площа першої ділянки становить 25 квадратних метрів, а другої – 15 квадратних метрів .Скільки кілограм картоплі зібрали з 1 квадратного метра ,якщо з кожного квадратного метра цих ділянок збирали однакову масу картоплі?
- В перший день на станцію прийшло 2 вагони з вугіллям, а в другий день – 3 вагони. Взагалі за два дні привезли 95т вугілля. Знайти масу 1-го вагону вугілля, якщо маса кожного вагону ,що привезли у перший та другий день однакова.

Наведемо методику роботи над останнєю задачею, починаючи з пошуку розв'язання задачі.

	Кількість Вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса Вугілля (т)
1	2 шт.		?
		Однакова - ?	95т
2	3 шт.		?

- Як ми знайдемо однакову величину – масу 1 вагона? Згадайте ,як ми знаходили однакову величину у попередніх задачах - задачах на знаходження четвертого пропорційного. Чи можна й в цій задачі таким же чином знайти значення однакової величини? (В попередніх задачах ми знаходили значення однакової величини за даними двох величин одного із випадків, про які говорилося в задачі: 1-й день або 2-й день. Але в цій задачі, для кожного із випадків нам не дані значення обох величин, а лише є значення однієї величини для обох випадків – кількості вагонів, і загальне значення другої величини – загальної маси вугілля, тому ми не можемо так же ,як і раніш знайти однакову величину.)

- Але для знаходження однакової величини – маси 1 вагона вугілля треба все ж таки знати значення двох інших величин: загальної маси вугілля і кількості вагонів. Якщо ми не знаємо значення двох інших величин для кожного окремого випадку – 1-го дня або 2-го дня, може застосувати значення цих величин не для кожного випадку окремо, а взагалі для обох? Які два числових значення потрібно знати, щоб знайти значення однакової величини? (Треба знати два числових значення: 1 – загальну масу вугілля ,яку привезли за обидва дня (95т) та 2 – загальне значення кількості вагонів (невідомо).)

- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Відповімо дією ділення, тому що, щоб знайти масу одного вагона треба загальну масу розділити на загальну кількість вагонів.)

- Чи можна відповісти на це запитання відразу? (Ні не можна ,тому що ми не знаємо загальну кількість вагонів, що прийшли на станцію за обидва дні.)

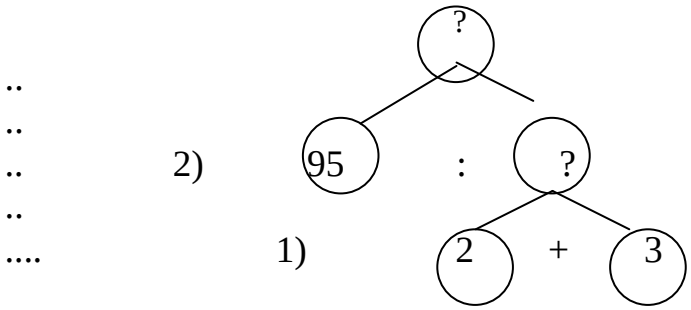
- Що потрібно знати ,щоб знайти загальне значення кількості вагонів? (Треба знати два числових значення: 1 – кількість вагонів ,які привезли першого дня (2) та 2 –кількість вагонів, які привезли другого дня (3).)

- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Відповімо дією додавання.)

- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Можна, тому що нам відомі обидва числові значення.)

- Складіть план розв'язання задачі. (Першою дією ми дізнаємося про загальну кількість вагонів, що прийшли на станцію за два дні. Другою дією ми відповімо на запитання задачі – знайдемо масу вугілля в 1-му вагоні.)

Міркування ілюструються схемою аналізу:



Якщо на етапі підготовчої роботи розв'язувати з учнями задачі такого типу , тоді при ознайомленні з даним видом задач учням залишиться перенести вже відомий засіб знаходження однакової величини в нову ситуацію.

Таким чином, розв'язуючи такі задачі та аналогічні їм ми формуємо у дітей уміння знаходити однакову величину – величину однієї одиниці, за загальними значеннями двох інших величин, яке є складовою частиною уміння розв'язувати задачі на пропорційне ділення.

Ознайомлення учнів с задачами на пропорційне ділення.

Загальноприйнятою в методиці математики є думка про те, що при ознайомленні з задачами на пропорційне ділення краще пропонувати їх не в готовому вигляді, а складати разом з дітьми із задачі на знаходження четвертого пропорційного. Що ,в свою чергу, допоможе дітям побачити зв'язки між задачами цих видів, а це скоріше приведе учнів до узагальнення засобу їх розв'язування : для відповіді на запитання задач нового виду теж треба знати значення однакової величини, а тут його неможливо знайти за

даними двох величин одного із випадків, про які йде мова в задачі, тобто засіб знаходження значення однакової величини в цих задачах інший – за загальною кількістю двох величин.

Таким чином, короткий запис задачі на знаходження четвертого пропорційного перетворюється в короткий запис задачі на пропорційне ділення та діти складають за ним умову задачі нового виду.

Розглянемо докладно методику ознайомлення.

Завдання 1. Скласти задачу за коротким записом, який подано на дошці:

	Кількість Вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса Вугілля (т)
1	2 шт.		38т
		однакова	
2	3 шт.		?

Діти складають задачу: першого дня на базу привезли 2 вагони вугілля, маса якого 38т. Другого дня привезли 3 таких самих вагони вугілля. Скільки вугілля привезли другого дня?

Ця задача розв'язується усно та діти дізнаються про те, що в 2 день привезли 57 т вугілля.

В короткому запису попередньої задачі вчитель замість знака запитання записує знайдене числове значення:

	Кількість Вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса Вугілля (т)
1	2 шт.		38т
		однакова	
2	3 шт.		57т

Після цього вчитель пропонує учням дізнатися про те, скільки вугілля привезли на базу за два дні.

Діти дізнаються ,що за два дні на базу привезли 95т вугілля. Це числове значення заноситься у короткий запис:

	Кількість Вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса Вугілля (т)
1	2 шт.		?
		однакова	95т
2	3 шт.		?

Таким чином, короткий запис задачі на знаходження четвертого пропорційного поступово перетворюється у короткий запис задачі на пропорційне ділення.

Діти під керівництвом вчителя складають задачу за коротким записом: За два дні на базу привезли 95т вугілля. В перший день привезли 2 вагони, а в другий день – 3 вагони. Скільки тон вугілля привезли кожного дня, якщо маса 1 вагона була однаковою?

Вчитель повідомляє, що задача, яку складено – це задача нового виду, на пропорційне ділення. Він зауважує, що ці задачі не зовсім звичайні: в них

запитання утримує слово “кожен” ,і тому воно розпадається на два запитання. А якщо в задачі два запитання, тому отримаємо і дві відповіді.

За коротким записом поясни числа задачі. Що позначає однакова величина? (Число 2 позначає кількість вагонів з вугіллям, які було привезено першого дня. Число 3 позначає кількість вагонів з вугіллям, які було привезено другого дня. Число 95 позначає загальну масу вугілля, яке привезли за обидва дні. Однакова величина позначає, що маса 1 вагона вугілля однакова і в перший і в другий день, тобто кожен вагон вміщує однакову кількість тон вугілля.)

- Яке запитання задачі? (Скільки тон вугілля привезли кожного дня?)

- На які два запитання воно розпадається? (1.Скільки тон вугілля привезли першого дня? 2.Скільки тон вугілля привезли другого дня?)

- Чи можливо відразу відповісти на два запитання? (Ні, неможливо.)

- Тому відповімо спочатку на 1 запитання, а потім відповімо на 2 запитання. Подумай, що достатньо знати, щоб відповісти на перше запитання задачі: ”Скільки тон вугілля привезли на базу першого дня?” (Треба знати два числових значення: 1 – масу 1 вагона (невідомо) та 2 –скільки вагонів привезли першого дня (2).)

- Якою арифметичною дією відповімо на 1 запитання задачі? (Дією множення, тому що, щоб знайти загальну масу треба масу 1 вагона помножити на кількість вагонів.)

- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Ні, не можна. Тому що ми не знаємо однакову величину - масу 1 вагона.)

- Що потрібно знати ,щоб знайти однакову величину – масу одного вагона? (Треба знати два числових значення: 1 – загальну масу вугілля, яку привезли за обидва дня (95т) та 2 – загальне значення кількості вагонів (невідомо).)

- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Відповімо дією ділення, тому що, щоб знайти масу одного вагона треба загальну масу розділити на загальну кількість вагонів.)

- Чи можна відповісти на це запитання відразу? (Ні, не можна, тому що ми не знаємо загальне значення кількості вагонів.)

- Що потрібно знати, щоб знайти загальне значення кількості вагонів? (Треба знати два числових значення: 1 – кількість вагонів ,які привезли першого дня (2) та 2 – кількість вагонів ,які привезли другого дня (3).)

- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Відповімо дією додавання.)

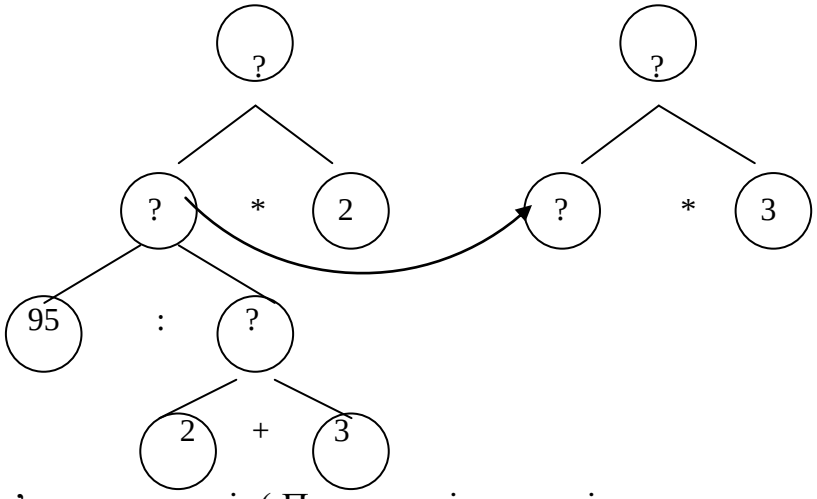
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Можна, тому що нам відомі обидва числові значення.)

- Чи на всі запитання задачі ми відповіли? Що достатньо знати ,щоб відповісти на друге запитання задачі? (Достатньо знати два числових значення: 1 – масу одного вагона (ми її знайдемо, коли будемо відповідати на перше запитання задачі) та 2 – кількість вагонів, які привезли другого дня (3).)

- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)

Міркування учнів ілюструються на схемі аналізу:

..
..
..
..
..
..
....



Складіть план розв'язання задачі. (Першою дією ми дізнаємося про загальну кількість вагонів з вугіллям ,які було привезено за два дні.

Другою дією ми дізнаємося про значення однакової величини, тобто про масу вугілля в 1 вагоні.

Третьою дією ми дізнаємося про масу вугілля, яку було привезено першого дня.

Четвертою дією ми дізнаємося про масу вугілля ,яку було привезено другого дня.

- Запишіть розв'язок задачі по діях з поясненням.

1) 2+3=5 (ваг.) всього привезли за два дні.
2) 95:5=19 (т) маса 1 вагона.
2) 19*2=38 (т) привезли в 1 день.
3) 19*3=57 (т) привезли у 2 день.

Відповідь: 38т вугілля привезли першого дня, 57т вугілля привезли другого дня."

- Складіть задачу з тими ж самими числами, але про купівлю костюмів для дівчаток та хлопчиків. Якщо в задачі йде мова про купівлю, то які величини вона містить?" (Ціна, кількість, вартість.)

Вчитель вносить зміни у короткий запис задачі:

	Кількість (шт.)	Ціна (грн..)	Вартість (грн..)
Дівч.	2 шт.		?
		однакова	95ргн.
Хл.	3 шт.		?

За костюми для дівчинок та хлопчиків сплатили 95 грн. Для дівчат купили 2 костюми, а для хлопчиків – 3 . Скільки сплатили за костюми для дівчат і скільки сплатили за костюми для хлопчиків, якщо ціна цих костюмів однакова?

- Чи є необхідність розв'язувати цю задачу? (Розв'язок цієї задачі є вже на дошці! Треба виправити пояснення.)

1) 2+3=5 (шт.) всього купили костюмів
2) 95:5=19 (грн.) ціна 1 костюма.
3) 19*2=38 (грн..) вартість дівчачих костюмів.
1) 19*3=57 (грн.)вартість хлопчачих костюмів.

Відповідь: 38 грн. Сплатили за костюми для дівчинок і57 грн. Сплатили за костюми для хлопчиків.

- Порівняйте пояснення в першій та другій задачах. Що цікавого ви помітили? (Першою дією ми дізналися про друге загальне значення (другу суму). Другою дією ми дізналися про однакову величину. Третьою дією ми відповіли на перше запитання задачі, а четвертою – на друге запитання задачі.)
- Змінимо числові значення в цій задачі і ключові слова.

	Кількість (шт.)	Ціна (к.)	Вартість (к.)
Ч.	5 шт.		?
		однакова	144 к.
С.	7 шт.		?

Купили 5 червоних ручок і 7 синіх, за всі ручки сплатили 144 к. Скільки сплатили за червоні ручки і скільки сплатили за сині ручки, якщо ціна ручок однакова?

- Порівняйте цю задачу з попередньою. Що цікавого ви побачили? (В обох задачах йде мова про купівлю, тому вони містять однакові величини. В обох задачах є однакова величина, для кількості дані два числові значення (для кожного з випадків), а для вартості – лише загальне значення (перша сума); значення вартості для обох випадків треба знайти. В цих задачах два запитання.)
- Порівняйте цю задачу з першою задачею. Що в них спільного? (В них дуже схожі структури коротких записів – обидві таблиці, які містять пропорційні величини, одна з величин є однаковою для обох випадків; до однієї з величин дані два значення (стосовно кожного випадку), а для іншої – лише загальне значення (перша сума); значення цієї величини для кожного з випадків є шуканими. Ця задача містить два запитання.)
- Якщо ці задачі дуже схожі за математичною структурою, то вони належать до одного ж виду – до *задач на пропорційне ділення*. Отже, як впізнати задачу на пропорційне ділення? Що в ній повинно бути? (*Повинні бути два випадки (два ключових слова); три пропорційні величини, одна з яких є однаковою для обох випадків; стосовно іншої величини дані два значення, а для третьої – загальне значення (перша сума); треба відшукати*

значення цієї величини для кожного з двох випадків. Ці задачі містять два запитання.)

- Як ми розв'язуємо задачі на пропорційне ділення? За яким планом? (*Першою дією дізнаємося про загальне значення іншої величини (другу суму). Другою дією дізнаємося про значення однакової величини за двома сумами. Третьою дією відповімо на перше запитання задачі, а четвертою – на друге запитання задачі.*)
- Розкажіть план розв'язування цієї задачі і розв'яжіть її".

З метою формування умінь розв'язувати задачі на пропорційне ділення першого виду учні читають задачу, складають її короткий запис в формі таблиці " впізнають" усі істотні ознаки задач на пропорційне ділення і згадують план розв'язування задач цього виду, а потім застосовують його при розв'язанні конкретної задачі.

Коли діти навчилися розв'язувати задачі на пропорційне ділення першого виду, їм пропонується перетворити задачу 1-го виду, у задачу на пропорційне ділення П-го виду. Розглянемо методику роботи докладно.

Повернемося до розв'язання задачі:

	Кількість Вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса Вугілля (т)
1	2 шт.	однакова	?
			95т
2	3 шт.	однакова	?

Розв'язання

1) 2+3=5 (ваг.) всього привезли за два дні.
2) 95:5=19 (т) маса 1 вагона.
3) 19*2=38 (т) привезли в 1 день.
4) 19*3=57 (т) привезли во 2 день.

Учитель: "Розгляньте зміни в короткому запису задачі. Складіть задачу за таблицею."

	Кількість Вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса Вугілля (т)
1	?	однакова	38т
	5шт.		
2	?	однакова	57т

- Уважно розгляньте короткий запис цієї та попередньої задачі. Порівняйте їх. Чим вони схожі? Чим відрізняються? (Схожі вони тим, що в них описується однакова ситуація, в обох задачах йде мова про кількість вагонів ,загальну масу вугілля, при чому вугілля провозили в однакових вагонах два дні. Відрізняються – те що було відомо в першій задачі невідомо в другій.)

- Ці задачі, також мають два випадки; три пропорційні величини, одна з яких є однаковою для обох випадків; стосовно однієї величини дані два числові значення, а для іншої – загальне значення. Ця задача має два запитання. Це задача того ж самого виду – на пропорційне ділення. За яким планом розв'язуються задачі на пропорційне ділення? (Першою дією дізнаємося про загальне значення другої величини (другу суму). Другою дією дізнаємося про однакову величину, третьою дією відповімо на перше запитання задачі, а четвертою – на друге запитання задачі.)
- Розкажіть план розв'язування даної задачі. (Першою дією дізнаємося про загальне значення маси вугілля. Другою дією дізнаємося про масу 1 вагона. Третьою дією дізнаємося про кількість вагонів в перший день, а четвертою – у другий день.)
- Запишіть розв'язання цієї задачі.

Розв'язання

1) 38 + 57 = 95 (т) всього привезли вугілля за два дні.
2) 95 : 5 = 19 (т) маса 1 вагона
3) 38 : 19 = 2 – вагона привезли в 1 день
4) 57 : 19 = 3 - вагона привезли в другий день.

Відповідь: 2 вагона вугілля привезли в перший день, 3 вагона вугілля привезли в другий день.

- Порівняйте розв'язання цих задач. Що в них спільного? Що відмінного? (Спільні дві перші дії. Перша дія – додавання, а друга – ділення. Відрізняються двома останніми діями: в першій задачі дві останні дії множення, а в другій – ділення.)
- Але ми зазначили, що обидві задачі на пропорційне ділення. Для того, щоб відрізняти ці задачі, домовилися вважати задачі, в яких дві останні дії множення задачами першого виду, а задачі, в яких дві останні дії ділення – другого виду.

Далі учні розв'язують задачі другого виду. Після її розв'язання задачі на пропорційне ділення другого виду перетворюємо її на задачу, у якій дві останні дії множення, або вимагаємо скласти задачу першого виду.

Задачі на знаходження невідомого за двома різницями

В цих задачах розглядається два видки, і вони включають три пропорційні величини, дві з яких змінні, а одна є сталою; причому дано два значення однієї з змінних величин, для кожного з випадків, і різниця між значеннями іншої змінної величини; при чому саме обидва значення цієї величини є шуканими. Спочатку розглядаються задачі 1 виду, а потім П виду. Ці задачі розв'язуються лише способом наведення до одиниці, який передбачає знаходження значення сталої величини.

1. *Зміст і методика підготовчої роботи до введення задач на знаходження невідомого за двома різницями.*

На ступені підготовчої роботи пропонуємо учням задачу на знаходження четвертого пропорційного, і після розв'язання перетворюємо цю задачу в задачу на пропорційне ділення, розв'язуємо отриману задачу та порівнюємо умови і розв'язки цих двох задач; робимо узагальнення:

Якщо в задачі є однакова для обох випадків величина, то для відповіді на запитання задачі треба знати значення однакової величини. Однакову величину знаходять по-різному:

а) за відомими значеннями двох величин, стосовно іншого випадку;

б) за загальними значеннями двох інших величин, для обох випадків разом.)

Зазначимо, що цей висновок буде нами застосований і при ознайомленні з задачами на знаходження невідомого за двома різницями, але в цьому випадку значення однакової величини ми будемо шукати іншим шляхом – за двома різницями.

Мета підготовчої роботи полягає в розв'язуванні спеціальних вправ засобом яких усвідомлюється значення другої різниці.

Тому традиційно на ступені підготовки учням пропонуються вправи типу:

1. Петро купив 3 цукерки, і Сашко купив 3 такі ж цукерки. Хто заплатив більше?
2. Петро купив 3 цукерки, а Сашко 4 такі ж цукерки. Хто заплатив більше? Чому?
3. На скільки Сашко заплатив більше грошей, якщо 1 цукерка коштувала 8 копійок?
4. На скільки Сашко купив більше цукерок, ніж Петро, якщо Сашко заплатив на 8 копійок більше? На 16 коп.? На 32 коп.?
5. Дмитрик купив 3 пиріжка з картоплею, а Світланка стільки ж пиріжків з капустою. Пиріжок з капустою на 5 копійок дорожчий від пиріжка з капустою. На скільки Світланка заплатила більше, ніж Дмитрик? На скільки менше заплатив Дмитрик, ніж Світланка?
6. Дмитрик купив декілька пиріжків з картоплею, а Світланка стільки ж пиріжків з капустою. Пиріжок з капустою на 5 копійок дорожчий від пиріжка з капустою. По скільки пиріжків вони купили, якщо Світланка заплатила на 5 копійок більше, ніж Дмитрик? На 10 коп.? На 20 коп.? На 50 коп.?

Подібні вправи корисно пропонувати й з іншими величинами, ілюструвати деякі з них за допомогою малюнків, схем, інсценуванням. Слід стимулювати учнів до складання таких вправ, виходячи із власного життєвого досвіду.

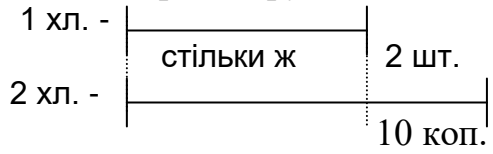
Дуже важливими на ступні підготовчої роботи є задачі, в яких запитується про значення однакової величини і дані лише різниці двох інших величин. На прикладі цих задач ми опрацьовуємо у дітей уміння знаходити однакову

величину за різницями двох інших величин. Наприклад, складаємо з учнями задачу:

1. Один хлопчик купив 2 альбоми, а інший купив 4 таких самих альбоми. Який хлопчик заплатив більше грошей? (Другий хлопчик купив більше альбомів .Заплатив більше грошей другий хлопчик, тому що він купив більше альбомів по однаковій ціні.)
2. Другий хлопчик купив на 2 альбоми більше, ніж перший, та сплатив на 10 копійок більше, ніж перший хлопчик. Яка ціна альбому?

   Розглянемо методику роботи над цією задачею:

   - Як ви розумієте вираз “Другий хлопчик купив на 2 альбоми більше, ніж перший”? Покажіть це на малюнку. (Другий хлопчик купив на 2 альбоми більше, ніж перший – це означає стільки ж, скільки і перший та ще 2 альбоми. Це можна позначити на малюнку так: ми не знаємо скільки альбомів купив перший хлопчик, тому не знаємо скільки складає “стільки ж “ альбомів, тому на малюнку накреслимо два рівні за довжиною відрізки – це буде означати “ стільки ж” і напроти другого хлопчика намалюємо ще 2 альбоми квадратиками.)
   - Що значить “сплатив на 10 копійок більше, ніж перший хлопчик”? (Це означає, що другий хлопчик сплатив стільки ж, скільки й перший, та ще 10 коп. Можна зобразити “ стільки ж” копійок рівними відрізками та поряд з другим хлопчиком написати ще 10 коп.)



- А за скільки альбомів другий хлопчик сплатив 10 копійок? (За два альбоми.)
- Скільки ж коштує 1 альбом? Яка ціна альбоми? Як про це дізнатися? (Треба вартість альбомів розділити на кількість альбомів і отримаємо ціну: 10 : 2 = 5 (коп.))

Тут можна ввести термін “різниця”: різниця між кількістю альбомів, що куплені хлопчиками (2 альбоми), та різниця між вартістю покупок хлопчиків (10 коп.). У цьому випадку число 2 означає, що:

- другий хлопчик купив на 2 альбоми більше, ніж перший,
- що перший хлопчик купив на 2 альбоми менше, ніж другий,
- різницю між кількістю альбомів першого та другого хлопчиків.

Число 10 означає :

- на скільки більше копійок заплатив другий хлопчик, ніж перший,
- на скільки менше заплатив перший хлопчик, ніж другий,
- різницю між вартістю покупок хлопчиків.

З метою формування у дітей уміння знаходити значення однакової величини за двома різницями значень величин, стосовно двох випадків, слід пропонувати учням певну кількість задач розглянутого виду. Розв’язуючи

такі задачі слід поступово відлучатися від наочної ілюстрації різниць і добиватися того, щоб учні автоматично знаходили співвідношення різниць двох величин і визначали, що за ними можна знайти значення однакової величини. Розв'язки цих задач можна узагальнити, зробивши висновок: ***" Однакову величину можна знайти за значеннями різниць інших величин, стосовно двох випадків."***

Далі задачі на знаходження однакової величини за різницями двох інших величин слід ускладнити. Наприклад:

Задача. У перший магазин завезли 5 однакових сувоїв тканини, а в другий 3 таких сувої. У перший магазин завезли на 180 м тканини більше, ніж у другий. Скільки метрів тканини в одному сувої?

При розв'язанні цієї задачі, на відміну від попередньої, учні повинні визначити другу різницю для того, щоб знайти однакову величину. Розглянемо докладно методику роботи над цією задачею.

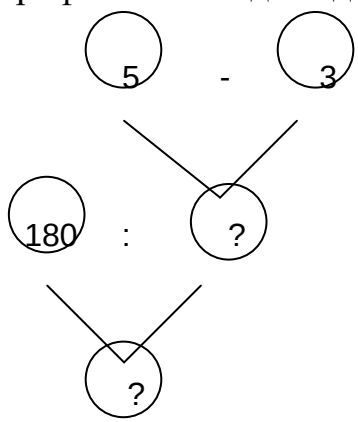
- Про що говориться в задачі? (В задачі говориться про сувої тканини, що завезли в два магазини.)
- Які сувої тканини завезли в магазини? (Однакові.) Що це означає? (Однакові сувої означає ,що це однакова тканина, і в одному сувої однакова кількість метрів цієї тканини.) Таким чином , під однаковими сувоями ми розуміємо сувої, у яких міститься однакова кількість метрів тканини.
- Про які величини йде мова в задачі? (Кількість сувоїв, кількість метрів тканини у одному сувої, загальна кількість метрів тканини.) Які ще ключові слова можна виділити? (1 магазин, 2 магазин.) Запишімо задачу коротко в формі таблиці.

	Кількість сувоїв	Кількість метрів тканини у одному сувої	Загальна кількість метрів тканини
1 магазин	5 шт.		?, на 180 м б.
		однакова - ?	
2 магазин	3 шт.		?

Учні за коротким записом пояснюють числові значення задачі, пояснюють що означає однакова величина, називають запитання задачі, та з'ясовують як пов'язана однакова величина – кількість метрів тканини у одному сувої з іншими величинами. Далі робота йде таким чином:

- Як пов'язані між собою величини загальна кількість метрів тканини і кількість сувоїв при однаковій кількості метрів тканини у одному сувої? (При однаковій кількості метрів у кожному сувої, кількість метрів тканини буде більша, якщо більша кількість сувоїв тканини.)
- В який магазин привезли більше метрів тканини? (В перший магазин.) Чому? (Тому, що в перший магазин привезли більше сувоїв тканини, ніж в другий.)

- На скільки більше метрів тканини привезли в перший магазин ,ніж в другий? (На 180 м більше.) Що це означає? (Це означає, що в перший магазин привезли тканини стільки, скільки і в другий та ще 180 м.)
- Скільки сувоїв в першому магазині вміщують стільки метрів тканини, скільки метрів тканини привезли в другий магазин? (3 сувої.)
- Але ж в перший магазин привезли більше, ніж 3 сувої тканини? Скільки метрів тканини вміщує решта сувоїв в першому магазині? (180 м.) Це перша різниця.
- Чи можливо дізнатися скільки сувоїв тканини вміщують 180 м? Це і є друга різниця.
- Знаючи ,що в перший магазин привезли 5 сувоїв тканини і знаючи, що в другий магазин привезли 3 таких сувої, про що можна дізнатися за цими числовими даними? (Можна дізнатися на скільки більше сувоїв тканини привезли в перший магазин, ніж в другий; або можна дізнатися про різницю кількості сувоїв тканини в першому та другому магазинах.)
- Якою арифметичною дією дізнаємося про це? (Дією віднімання.)
- Знаючи на скільки більше метрів тканини привезли в перший магазин, ніж в другий (на 180 м) і знаючи на скільки більше сувоїв тканини привезли в перший магазин, ніж в другий, про що ми можемо дізнатися? Або можна сказати так: Знаючи різницю загальної кількості метрів тканини і знаючи різницю кількості сувоїв тканини, про що можна дізнатися за цими числовими даними? (Можна дізнатися про кількість метрів тканини в одному сувої , про однакову величину.)
- Якою арифметичною дією дізнаємося про це? (Дією ділення.)



Далі діти складають план розв'язування задачі, записують розв'язок і відповідь.

Під час розв'язування задач такого типу у дітей повинно скластися уявлення про те, якщо в задачі не надано обидві різниці – одну з них слід визначити, і лише потім знайти значення однакової величини .Уміння визначати другу різницю, а потім за двома різницями знаходити однакову величину є складовою частиною уміння розв'язувати задачі на знаходження невідомого за двома різницями. Тому воно повинно бути засвоєним ,як самостійна дія, засобом певної кількості вправ і узагальнення способу розв'язання.

Таким чином, ми розглянули зміст підготовчої роботи, яка була спрямована на усвідомлення дітьми висновку:

Однакову величину знаходять по-різному:

а) за відомими значеннями двох величин, стосовно іншого випадку;

б) за загальними значеннями двох інших величин, для обох випадків разом (за двома сумами);

в) за значеннями різниць двох інших величин, стосовно двох випадків (за двома різницями).

2. <u>Ознайомлення с задачами на знаходження невідомих за двома різницями.</u>

Спочатку розв'язується задача на пропорційне ділення, а потім перетворюється в задачу на знаходження невідомого за двома різницями.

Задача: " У кіоску продали по однаковій ціні 12 синіх стержнів для ручок та 8 чорних. За всі стержні отримали 1 гривню 60 копійок. Скільки грошей одержали за кожний вид стержнів?"

Робота над цією задачею здійснюється за пам'яткою . Учні складають короткий запис до задачі, пояснюють числа задачі, однакову величину, запитання задачі, визначають взаємозв'язок між величинами і далі користуються висновком, що було зроблено під час підготовчої роботи до ознайомлення з задачами на знаходження невідомого за двома різницями.

	Кількість (шт.)	Ціна (к.)	Вартість (к.)
Сині	12 шт.		?
		однакова	1гр.60к.=160к.
Чорні	8 шт.		?

- Чим цікава ця задача? (В цій задачі є однакова величина : ціна і синіх і чорних стержнів однакова.)
- Який висновок ми зробили про розв'язання задач, які містять однакову величину?

(Якщо в задачі є однакова для обох випадків величина, то для відповіді на запитання задачі треба знати значення однакової величини. Однакову величину знаходять по-різному:

а) за відомими значеннями двох величин, стосовно іншого випадку;

б) за загальними значеннями двох інших величин, для обох випадків разом.)

- Уважно розгляньте короткий запис. Чи надані нам за умовою дві інші величини стосовно синіх або чорних стержнів? А що нам дано за умовою? Як

будемо визначати однакову величину? (Ні для синіх, ні для чорних стержнів нам не надані за умовою значення і кількості і вартості одночасно. Вартість синіх і вартість чорних стержнів є шуканою величиною. Але нам дано загальне значення вартості і синіх і чорних стержнів. Тому однакову величину – ціну будемо шукати за загальними значеннями вартості і кількості синіх і чорних стержнів разом. Загальне значення вартості нам відомо, але загальне значення кількості синіх і чорних стержні нам невідомо.)

- До якого виду відноситься ця задача?
- Складіть план розв'язування задачі.(Першою дією дізнаємося про загальне значення кількості синіх і чорних стержнів. Другою дією дізнаємося про однакову величину – ціну стержнів. Третьою дією відповімо на перше запитання і дізнаємося про вартість синіх стержнів. Четвертою дією відповімо на друге запитання і дізнаємося про вартість чорних стержнів.)
- Запишіть розв'язок по діях з поясненням:

1) 12 +8 = 20 (шт.) – загальна кількість синіх і чорних стержнів.
2) 160 : 20 = 8 (к.) – ціна стержня.
3) 8 · 12 = 96 (к.) - вартість синіх стержнів.
4) 8 · 8 = 64 (к.) – вартість чорних стержнів.

- Як перевірити чи вірно ми знайшли вартість синіх і вартість чорних стержнів? (Треба додати знайдені числа і якщо ми отримаємо 160 – число ,що надано за умовою, тоді ми відповіли на запитання вірно. Перевіримо: 96 + 64 = 160 (к.))
- Запишіть відповідь.(Відповідь: 96 к. – вартість синіх стержнів; 64 к. – вартість чорних стержнів.)
- За які стержні сплатили більше грошей? На скільки? (За сині стержні заплатили більше грошей, на 32 к.)
- Змінимо короткий запис так, щоб за умовою задачі нам було відомо, що за сині стержні сплатили на 32 к. більше, ніж за чорні, а запитання залишилося таким самим, як в попередній задачі. (Поряд з таблицею до попередньої задачі подається короткий запис до даної задачі.)

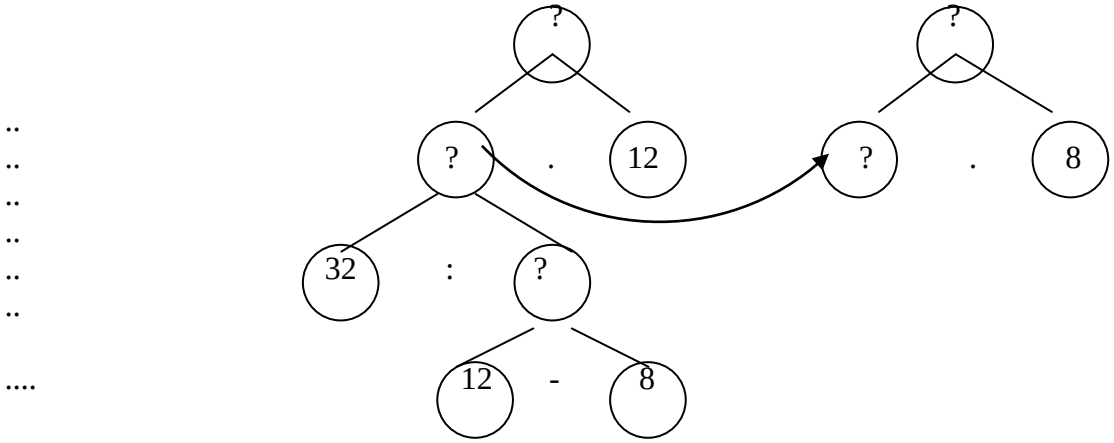
	Кількість (шт.)	Ціна (к.)	Вартість (к.)
Сині	12 шт.		?, на 32 к. більше
		однакова	
Чорні	8 шт.		?

Учні разом з учителем розповідають задачу за коротким записом. Потім пояснюємо числа задачі, однакову величину, запитання задачі та з'ясовуємо як пов'язана однакова величина з іншими величинами; як пов'язана шукана величина з іншими величинами.

- Порівняйте цю задачу з попередньою. Чим вони схожі? Чим відрізняються? (Схожі тим, що в них описується одна й та ж сама ситуація, одні й ті ж величини, однакові значення кількості синіх и чорних стержнів, однакове запитання; в обох задачах є однакова величина – ціна. Відрізняються тим, що в першій задачі дано загальне значення вартості синіх

і чорних стержнів, в цій задачі дана різниця вартості синіх і чорних стержнів.)

- Таким чином, в обох цих задачах є однакова величина – ціна. Який висновок ми зробили для задач, які містять однакову величину? (Якщо в задачі є однакова величина, то для відповіді на запитання задачі треба її визначити. Для знаходження значення однакової величини є декілька шляхів: а) за відомими значеннями двох величин, стосовно іншого випадку; б) за загальними значеннями двох інших величин, для обох випадків разом.)
- Чи можна в цій задачі знайти однакову величину – ціну за відомими значеннями вартості і кількості, стосовно іншого випадку? (Ні, нам не відомі вартість і кількість ні синіх, ні чорних стержнів.) Чи можна знайти ціну за загальними значеннями вартості і кількості? (Ні, нам не відомі загальні значення вартості і кількості синіх і чорних стержнів.)
- Як ще можна знайти однакову величину? (Однакову величину – ціну можна знайти за різницями вартості і кількості синіх і чорних стержнів.)
- Таким чином, що потрібно знати, щоб відповісти на перше запитання задачі “Скільки отримали грошей за сині стержні?” (Треба знати два числові значення: 1 – ціну (невідомо) і 2 – кількість синіх стержнів (12 шт.).)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією множення, щоб знайти вартість треба ціну помножити на кількість.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні ми не знаємо ціну, а ціна – це однакова величина, її можна знайти за двома різницями.)
- Що треба знати, щоб знайти ціну? (Треба знати два числові значення: 1 – різницю між вартостями синіх та чорних стержнів (32 к.) та 2 – різницю між кількостями синіх та чорних стержнів (невідома).)
- Якою арифметичною дією знайдемо ціну? (Дією ділення, щоб знайти ціну треба вартість поділити на кількість.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Ні, тому що ми не знаємо різницю між кількостями синіх і чорних стержнів.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – кількість синіх стержнів (12 шт.) та 2 – кількість чорних стержнів (8 шт.)).
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією віднімання.)
- Таким чином, ми відповімо на перше запитання задачі.
- Що треба знати ,щоб відповісти на друге запитання задачі “Скільки грошей сплатили за чорні стержні?”? (Треба знати два числові значення: 1 – ціну (ми про це дізнаємося відповідаючи на перше запитання задачі) і 2 – кількість чорних стержнів (8 шт.)
- Якою арифметичною дією відповімо на друге запитання задачі? (дією множення.)



- Складіть план розв’язування задачі.(Першою дією ми дізнаємося про різницю між кількостями синіх то чорних стержнів. Другою дією ми дізнаємося про ціну стержня. Третьою дією ми відповімо на перше запитання задачі і дізнаємося про вартість синіх стержнів. Четвертою дією ми відповімо на друге запитання задачі і дізнаємося про вартість чорних стержнів.)
- Запишіть розв’язок задачі.

1) 12 – 8 = 4 (шт.) – на стільки більше купили синіх стержнів, ніж червоних; різниця між кількостями синіх та чорних стержнів.
2) 32 : 4 = 8 (к.) – ціна стержня.
3) 8 · 12 = 96 (к.) – вартість синіх стержнів.
4) 8 · 8 = 64 (к.) – вартість чорних стержнів.

- Запишіть відповідь до задачі.(Відповідь: 96 к. отримали за сині стержні та 64 к.

отримали за чорні стержні.)

Зазначимо ,що запис задач здійснюється на дошці так, щоб полегшити учням процес порівняння попередньої і даної задачі. Поряд з коротким записом, схемою аналізу та розв’язком попередньої задачі, записується короткий запис, схема аналізу і розв’язок даної задачі.

- Порівняйте розв’язки цієї та попередньої задачі. Що цікавого ви помітили? (В обох розв’язках дві останні дії однакові.) Як ви думаєте, чому так сталося? (Тому, що в обох задачах одні й ті ж запитання та є однакова величина, яка потрібна для відповіді на обидва запитання задачі.)
- А чим відрізняються розв’язки? (Розв’язки відрізняються першими двома діями, тому що однакову величину знаходили по-різному: в першій задачі – за загальними значеннями вартості і кількості, а в другій задачі – за різницями вартості та кількості.)

З метою подальшого узагальнення математичної структури задач даного виду та способу розв’язання учням пропонуються завдання:

3. Складіть задачу з тими самими числами, але з величинами “відстань, швидкість та час”.

	Час	Швидкість	Відстань
1 турист	12 год.		?, на 32 км більше
		однакова	
2 турист	8 год.		?

- Чи треба розв'язувати цю задачу? (Ні розв'язок її вже записаний. Треба поправити пояснення до арифметичних дій.)
- Про що ми дізналися першою дією? (Про значення різниці часу – значення другої різниці.)
- Про що ми дізналися другою дією? (Про значення швидкості – про значення однакової величини.)
- Про що ми дізналися третьою дією? (Ми дізналися про відстань, що подолав перший турист – ми відповіли на перше запитання задачі.)
- Про що ми дізналися четвертою дією? (Ми дізналися про відстань, що подолав другий турист – ми відповіли на друге запитання задачі.)
- Як перевірити вірність розв'язання цієї задачі? (Треба від відстані, що подолав перший турист відняти відстань, що подолав другий турист, тобто знайти різницю відстаней; і якщо вона дорівнюватиме даному в умові задачі числу 32, то задачу розв'язано вірно.)

4. З тими самими величинами, але з іншими числами складіть задачу за таблицею:

	Час	Швидкість	Відстань
Легкова маш.	5 год.		?, на140 км більше
		однакова	
Вантажна маш.	3 год.		?

- Порівняйте цю задачу з попередньою. Чим вони відрізняються? Що в них спільного? (В них спільні величини, та спільна структура короткого запису.) Якщо в задачах спільна структура короткого запису, то це задачі одного виду. За яким планом ми розв'язуємо задачі на знаходження невідомих за двома різницями?
- Про що ми дізнаємося першою дією? (Про значення другої різниці.)
- Про що ми дізнаємося другою дією? (Про значення однакової величини.)
- Про що ми дізнаємося третьою дією? (Ми відповімо на перше запитання задачі.)
- Про що ми дізнаємося четвертою дією? (Ми відповімо на друге запитання задачі.)
- Розкажіть план розв'язування цієї задачі.
- Запишіть розв'язок та відповідь.

Узагальнюємо математичну структуру задач на знаходження невідомих за двома різницями: *такі задачі містять два випадки та три пропорційні величини, одна з яких однакова для обох випадків; при чому дані два значення*

для однієї з величин та різниця між значеннями іншої величини; при чому саме обидва значення цієї величини є шуканими.

Узагальнюємо план розв'язування задач на знаходження невідомого за двома різницями:

Першою дією дізнаємося про значення другої різниці.

Другою дією дізнаємося про значення однакової величини.

Третьою дією ми відповімо на перше запитання задачі.

Четвертою дією ми відповімо на друге запитання задачі.

Серед задач на знаходження невідомого за двома різницями виділяються задачі, в яких різниця сформульовано з словом "менше". Так, розв'язавши попередню задачу і перевіривши вірність розв'язання, учні пояснюють значення числа 140: " число 140 означає з одного боку на скільки більше проїхала легкова машина, ніж вантажна; якщо легкова проїхала на 140 км більше, ніж вантажна, то вантажна проїхала на 140 км менше, ніж легкова; таким чином, число 140 ще й означає на скільки менше проїхала вантажна машина, ніж легкова." Можна "виправити" короткий запис:

	Час	Швидкість	Відстань
Легкова маш.	5 год.		?,
		однакова	
Вантажна маш.	3 год.		?, на 140 км менше

Розв'язання:

1) 5 – 3 = 2 (год) – на стільки менше часу була у дорозі вантажна машина, ніж легкова; різниця часу.
2) 140 : 2 = 70 ($\frac{км}{год}$) – швидкість, однакова величина
3) 70 * 5 = 350 (км) – відстань, що подолала легкова машина
4) 70 * 3 = 210 (км) – відстань, що подолала вантажна машина.

Учитель повідомляє учням, що як і задачі на пропорційне ділення можуть бути двох видів, так і задачі на знаходження невідомого за двома різницями теж можуть бути двох видів, які відмічаються двома останніми діями: 1 вид – дії множення, 2 вид – дії ділення. Тому останню задачу перетворюємо в задачу 2-го виду і після її розв'язання порівнюємо умови і розв'язки цих задач:

- Скільки годин була в дорозі легкова машина?
- Скільки годин була в дорозі вантажна машина?
- Яка машина рухалася довше? На скільки?
- Яку відстань проїхала легкова машина?
- Яку відстань проїхала вантажна машина?
- Внесемо зміни у короткий запис:

	Час	Швидкість	Відстань
Легкова маш.	? , на 2 год б.		350 км
		однакова	
Вантажна маш.	? год.		210 км

Проаналізувавши короткий запис цієї задачі, учні впевнюються. Що ця задача має таку саму математичну структуру, тому це задача на знаходження невідомих за двома різницями, і вона розв'язується згідно узагальненому плану. Учні формулюють план розв'язування цієї задачі і записують розв'язання.

Розв'язання:

1) 350 – 210 = 140 (км) – на стільки більше кілометрів подолала легкова машина, ніж вантажна; різниця відстаней.
2) 140 : 2 = 70 (км/год) – швидкість, однакова величина
3) 350 : 70 = 5 стільки годин рухалася легкова машина
4) 210 : 70 = 3 стільки годин рухалася вантажна машина

Порівнявши розв'язання діти встановлюють, що перші дві дії однакові: віднімання та ділення; а відрізняються ці задачі останніми двома діями: в попередній задачі – це були дії множення, а в даній – ділення. Вчитель ще раз підкреслює, щоб відрізняти задачі на знаходження невідомих за двома різницями домовилися вважати задачі, в яких дві останні дії множення задачами 1 –го виду, а задачі , в яких дві останні дії ділення – задачами П-го виду.

Після введення задач П-го виду, учні вчаться перетворювати задачу другого виду в задачу 1-го виду і навпаки. Або вчитель ставить завдання "Перетворити задачу так, щоб дві останні дії були множення (ділення.)

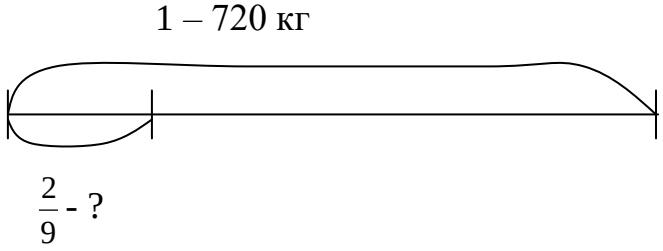
З метою узагальнення способів розв'язання задач на знаходження невідомого за двома різницями корисно пропонувати вправи на перетворення задач. Наприклад, можна із задачі на знаходження 4-го пропорційного скласти дві задачі на знаходження невідомого за двома різницями, розв'язати їх та порівняти розв'язки; можна скласти за задачею на знаходження 4-го пропорційного задачу на пропорційне ділення та задачу на знаходження невідомого за двома різницями, розв'язати їх та порівняти розв'язки. Такі вправи допоможуть дітям побачити спільне у способах розв'язання.

Задачі, які містять дроби
Задачі на знаходження дробу від відомого числа.

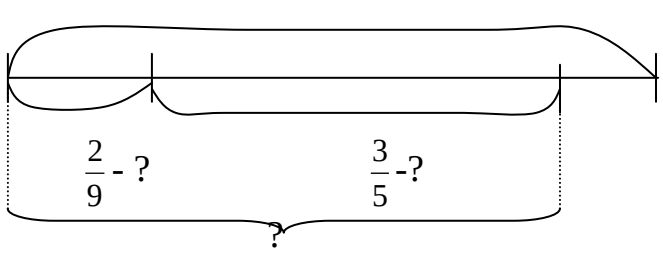
Задачі на знаходження суми.

Задача У магазині було 720 кг рису. За перший день продали $\frac{2}{9}$, а за другий $\frac{3}{5}$ всього рису. Скільки кілограмів рису продали за два дні?

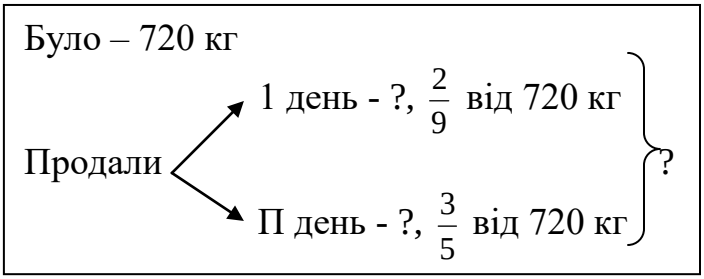
- Про що розповідається в задачі?
- Що означає число 720? Який зміст воно має в задачі, яка містить дроби? (720 кг – це величина цілого.)
- Що означає число $\frac{2}{9}$? ($\frac{2}{9}$ - означає яку частину рису продали в перший день. Знаменник 9 означає, що весь рис розділили на 9 рівних частин ; чисельник 2 означає, що продали лише дві такі частини.)
- Покажіть це на схематичному малюнку.



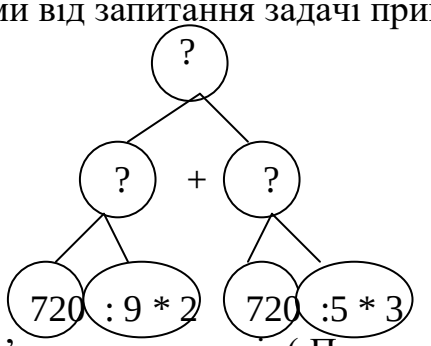
- Що означає число $\frac{3}{5}$? ($\frac{3}{5}$ означає яку частину рису продали в другий день. Знаменник 5 означає, що весь рис розділили на 5 рівних частин ; чисельник 3 означає, що продали лише три такі частини.)
- Покажіть це на схематичному малюнку.



- Запишіть цю задачу коротко.



- За коротким записом поясніть числа задачі. Яке запитання задачі? (Скільки кілограмів рису продали за два дні?)
- Що треба знати, щоб відповісти на це запитання? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки рису продали в перший день , невідомо; та П – скільки рису продали у другий день , невідомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо: скільки рису продали в перший день та ми не знаємо скільки рису продали в другий день.)
- Що треба знати, щоб дізнатися скільки рису продали в перший день? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки було рису, відомо 720 кг; та П – яку частину рису продали в перший день, відомо $\frac{2}{9}$.)
- Як відповімо на запитання задачі? (Величину цілого поділимо на знаменник , а потім помножимо на чисельник.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, відомі усі числові дані.)
- Що треба знати, щоб дізнатися скільки рису продали в другий день? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки було рису, відомо 720 кг; та П – яку частину рису продали в другий день, відомо $\frac{3}{5}$.)
- Як відповімо на запитання задачі? (Величину цілого поділимо на знаменник , а потім помножимо на чисельник.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, відомі усі числові дані.) Аналіз закінчено, ми від запитання задачі прийшли до числових даних.



- Складіть план розв’язування задачі. (Першою дією дізнаємося скільки рису продали в перший день; другою дією – в другий день, третьою дією дізнаємося скільки рису продали за два дні.)
- Розв’яжіть задачу по діях. Запишіть розв’язання виразом.

Розв’язання

1) 720 : 9 * 2 = 160 (кг) рису продали в 1 день;
2) 720 : 5 * 3 = 432 (кг) рису продали в П день;
3) 160 + 432 = 592 (кг) рису продали в 1 та П день.

Або 170 : 9 * 2 + 720 : 5 * 3 = 592 (кг)

Відповідь: 592 кг рису продали за два дні.

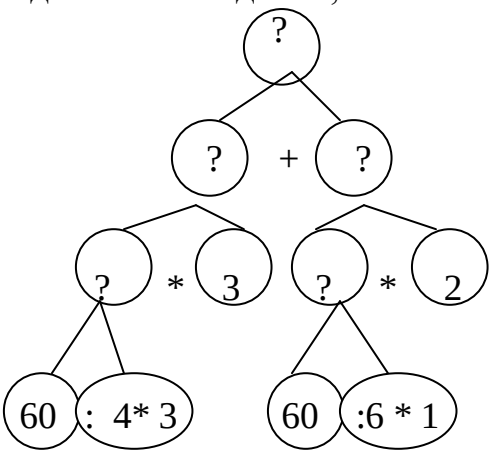
Задача. Урок триває $\frac{3}{4}$ години, перерва $\frac{1}{6}$ години. Скільки хвилин тривають разом три уроки і дві перерви?

- Про що розповідається в задачі?
- Що в цій задачі треба прийняти за ціле? (Тривалість 1 години – 60 хвилин.)
- Розкажіть задачу з врахуванням цілого. (Урок триває $\frac{3}{4}$ від 60 хв., перерва $\frac{1}{6}$ від 60 хв.. Скільки хвилин тривають разом три уроки і дві перерви?
- Які величини містить ця задача? (Тривалість 1 події, кількість, загальна тривалість.) Запишіть задачу коротко в формі таблиці.

	Тривалість 1 події (хв..)	Кількість	Загальна тривалість (хв..)	
Урок	?, $\frac{3}{4}$ від 60 хв.	3	?	?
Перерва	?, $\frac{1}{6}$ від 60 хв.	2	?	

- За коротким записом поясніть числа задачі. Що означає число $\frac{3}{4}$? Що означає знаменник? Що означає чисельник?
- Що означає число $\frac{1}{6}$? Що означає знаменник? Що означає чисельник?
- Що означає число 3? Число 2?
- Яке запитання задачі? (Скільки хвилин тривають разом три уроки і дві перерви?)
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – тривалість трьох уроків, невідома; П – тривалість двох перерв, невідома.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо: тривалість трьох уроків та ми не знаємо тривалість двох перерв .)
- Що треба знати, щоб дізнатися про тривалість трьох уроків? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки триває хвилин урок, невідомо ; та П – кількість уроків, відомо 3.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Ні, ми не знаємо: тривалість уроку .)

- Що треба знати, щоб дізнатися про тривалість уроку? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки хвилин у годині, відомо 60 хв ; та П – яку частину години складає урок, відомо $\frac{3}{4}$.)
- Як відповімо на запитання задачі? (Величину цілого поділимо на знаменник , а потім помножимо на чисельник.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, відомі усі числові дані.) А на запитання задачі ми можемо зараз відповісти? (Ні, ми не знаємо тривалість двох перерв.)
- Що треба знати, щоб дізнатися про тривалість двох перерв? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки триває хвилин перерва, невідомо ; та П – кількість перерв, відомо 2.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Ні, ми не знаємо: тривалість перерви .)
- Що треба знати, щоб дізнатися про тривалість перерви? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки хвилин у годині, відомо 60 хв ; та П – яку частину години складає перерва, відомо $\frac{1}{6}$.)
- Як відповімо на запитання задачі? (Величину цілого поділимо на знаменник , а потім помножимо на чисельник.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, відомі усі числові дані.) А на запитання задачі ми можемо зараз відповісти? (Так.) Ми від запитання перейшли до числових даних, аналіз закінчено.



- Складіть план розв’язування задачі. (Першою дією дізнаємося про тривалість уроку; другою дією – про тривалість перерви, третьою дією дізнаємося про тривалість трьох уроків; четвертою – про тривалість двох перерв; п’ятою – про тривалість трьох уроків та двох перерв і відповімо на запитання задачі.)
- Розв’яжіть задачу по діях.

Розв’язання

1) 60 : 4 * 3 = 45 (хв..) тривалість уроку;
2) 60 : 6 * 1 = 10 (хв..) тривалість перерви;

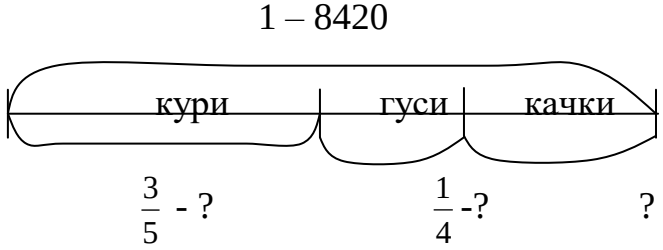
3) 45 * 3 = 135 (хв..) тривалість трьох уроків;
4) 10 * 2 = 20 (хв..) тривалість двох перерв;
5) 135 + 20 = 155 (хв.) тривалість трьох уроків і двох перерв.

Відповідь: 155 хвилин тривалість трьох уроків і двох перерв.

Задачі на знаходження невідомого доданка.

Задача. На птахофермі було 8420 птахів: кури становили $\frac{3}{5}$, гуси $\frac{1}{4}$ усіх птахів, а решту – качки. Скільки на птахофермі було окремо курей, гусей і качок?

- Про що розповідається в задачі?
- Що означає число 8420? Який зміст воно має в задачі, яка містить дроби?
- Що означає число $\frac{3}{5}$? Що означає знаменник ? Чисельник ?
- Покажіть це на схематичному малюнку.
- Що означає число $\frac{1}{4}$? Що означає знаменник? Чисельник? Покажіть це на схематичному малюнку.



- Запишіть цю задачу коротко.

Кури - ?, $\frac{3}{5}$ від 8420 пт. Гуси - ?, $\frac{1}{4}$ від 8420 пт. Качки - ?	8420 пт.

- За коротким записом поясніть числа задачі. Яке запитання задачі?
- Розкажіть план розв'язування цієї задачі. (Першою дією дізнаємося про кількість курей; відповімо на перше запитання. Другою дією – про кількість гусей; відповімо на друге запитання. Третьою – загальну кількість курей і гусей. Четвертою – дізнаємося про кількість качок; відповімо на третє запитання.)
- Розв'яжіть задачу по діях. Запишіть розв'язання виразом.

Розв'язання

1) 8420 : 5 * 3 = 5052 (пт.) - курей;
2) 8420 : 4 = 2105 (пт.) - гусей;

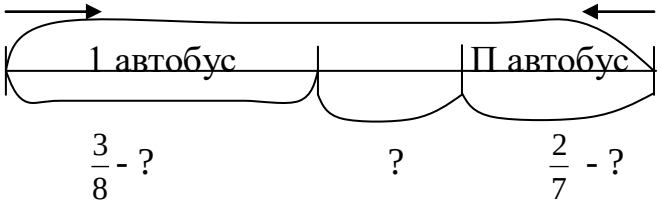
3) 5052 +2105 = 7157 (пт.) – курей і гусей разом;
4) 8420 – 7157 = 1263 (пт.) - качок.
Або 8420 – (8420 : 5 * 3 + 8420 : 4) = 1263 (пт.)
Відповідь: 5052 курей; 2105 гусей, 1263 качок на птахофермі.

- Зробіть перевірку вірності розв'язання задачі.

Задача. Відстань між двома пунктами 1456 км. Із цих пунктів одночасно назустріч один одному виїхали два автобуси. Яка відстань буде між автобусами на той час, коли перший проїде $\frac{3}{8}$, а другий - $\frac{2}{7}$ всієї відстані?

- Зробіть схематичний малюнок за текстом даної задачі.

1 – 1456 км



- Порівняйте схематичний малюнок цієї задачі з попереднею. Чим вони схожі? (В цих задачах є значення суми трьох доданків і є три доданки.) Чим вони відрізняються? (В цій задачі треба знайти другий доданок.)
- Розкажіть план розв'язування задачі.
- Розв'яжіть задачу по діях. Запишіть розв'язання виразом.

Розв'язання

1) 1456 : 8 * 3 = 546 (км) – проїхав перший автобус;
2) 1456 : 7 * 2 = 416 (км) – проїхав другий автобус;
3) 546 + 416 = 962 (км) - проїхали разом обидва автобуси;
4) 1456 – 962 = 494 (км) – відстань між автобусами .

Або 1456 – (1456 : 8 * 3 + 1456 : 7 * 2) = 494 (км)

Відповідь: 494 км буде між автобусами.

Задачі на збільшення (зменшення) числа у кілька разів.

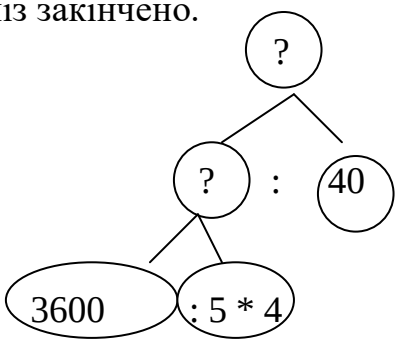
Задачі. Розмелювали 3 т 600 кг пшениці. $\frac{4}{5}$ усієї пшениці становило борошно, манки було у 40 разів менше, решта – висівки. Скільки одержали манних крупів?

- Про що розповідається в задачі? Що є цілим? (Мука – це ціле.) Що отримали з муки? (Борошно, манку і висівки.)
- Запишіть задачу коротко.

Борошно - ? , $\frac{4}{5}$ від 3 т 600 кг Манка - ? , в 40 р. м., ніж борошна Висівки	3 т 600 кг = 3600кг

- За коротким записом поясніть числа задачі. Яке запитання задачі? („ Скільки одержали манки?")

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – масу борошна, невідомо; та П – у скільки разів менше одержали манки, ніж борошна, відомо – у 40 разів.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? 9 дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо масу борошна.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати : 1 – масу пшениці , відомо 3600 кг; та П – яку частину становить борошно від маси пшениці, відомо - $\frac{4}{5}$.)
- Як відповімо на це запитання? (Поділимо на знаменник і помножимо на чисельник.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, нам відомі усі числові дані.) Аналіз закінчено.



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося про масу борошна. Другою – про масу манки.)
- Запишіть розв'язання по діях і виразом.

1) 3600 : 5 * 4 = 2880 (кг) – маса борошна;
2) 2880 : 40 = 72 (кг) – манки.

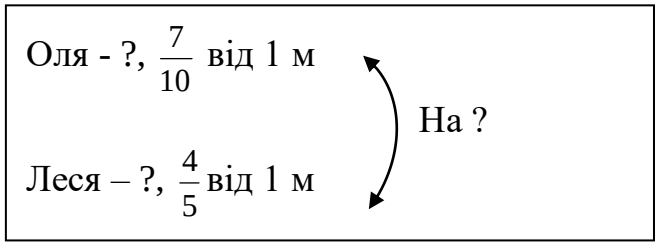
3600 : 5 * 4 : 40 = 72 (кг)

Відповідь: 72 кг манних крупів одержали.

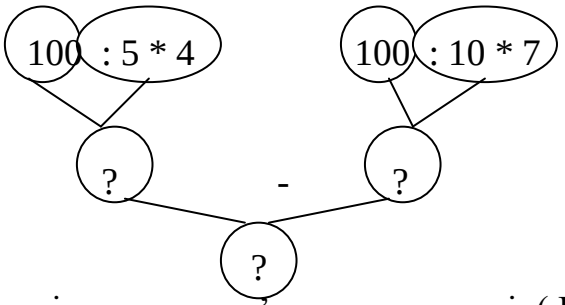
Задачі на різницеве порівняння.

Задача. Мама відрізала Олі $\frac{7}{10}$ м стрічки, а Лесі $\frac{4}{5}$ м. У кого з дівчаток коротша смужка і на скільки?

- Про що розповідається в задачі? Що означає число $\frac{7}{10}$? (Яку частину 1 м відрізали для Олі.) Число $\frac{4}{5}$? (Яку частину від 1 м відрізали для Лесі.)
- Яке запитання задачі?
- Запишіть задачу коротко.



- Що означає „$\frac{7}{10}$ від 1 м”? Що означає „$\frac{4}{5}$ від 1 м”? 1 м = 100 см.
- Яке запитання задачі?
- Знаючи , що для Олі відрізали $\frac{7}{10}$ від 100 см стрічки, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Довжину стрічки, що відрізали для Олі.)
- Як? (Треба 1 м поділити на знаменник, 10, і помножити на чисельник, 7.)
- Знаючи , що для лесі відрізали $\frac{4}{5}$ від 100 см стрічки, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Довжину стрічки, що відрізали для Лесі.)
- Як? (Треба 1 м поділити на знаменник, 5, і помножити на чисельник, 4.)
- Знаючи довжину Оліної стрічки і знаючи довжину Лесиної стрічки, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (На скільки коротша стрічка.)
- Якою дією? (Дією віднімання: з більшого числа віднімемо менше число.)



- Складіть план розв’язування задачі. (Першою дією дізнаємося про довжину Оліної стрічки. Другою – про довжину Лесиною стрічки. Третьою дією – відповімо на запитання на скільки коротше?)
- Запишіть розв’язання задачі по діях і виразом.

1) 100 : 10 * 7 = 70 (см) – у Олі;
2) 100 : 5 * 4 = 80 (см) – у Лесі;
3) 80 – 70 = 10 (см) – на стільки коротша Оліна стрічка, ніж Лесіна.

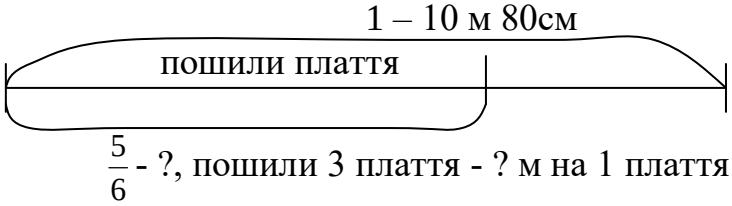
100 : 10 * 4 – 100 : 10 * 7 = 10 (см)

Відповідь: на 10 см коротше стрічка у Олі, ніж у Лесі.

Задачі на знаходження частки.

Задача. У сувої було 10 м 80 см тканини. $\frac{5}{6}$ всієї тканини витратили на пошиття трьох однакових платтів. Скільки тканини пішло на одне плаття?

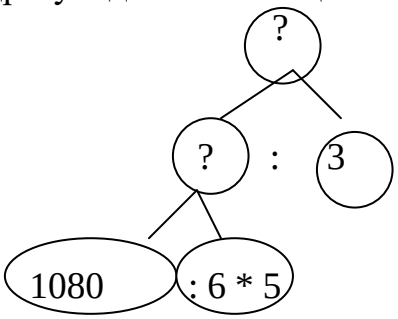
- Про що розповідається в задачі? Зробіть схематичний малюнок.



- Запишіть задачу коротко.

$\frac{5}{6}$ від 10 м 80 см розділили на 3 порівну – ?

- За коротким записом поясни числа задачі. Що означає число $\frac{5}{6}$? Що означає знаменник 6? Чисельник 5? Що означає число 10 м 80 см? Що означає число 3?
- Яке запитання задачі? (Скільки тканини пішло на одне плаття?)
- Що треба знати, що відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки тканини витратили на всі плаття, не відомо; та П – скільки пошили платтів, відомо 3.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо скільки тканини пішло на плаття.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки було тканини у сувої, відомо 10 м 80 см = 1080 см; та П – яка частина сувої пішла на плаття, відомо $\frac{5}{6}$.)
- Як відповімо на це запитання? (Поділимо на знаменник і помножимо на чисельник.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так.) Аналіз закінчено.



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємось скільки тканини витратили на усі плаття. Другою – скільки тканини пішло на 1 плаття.)
- Запишіть розв'язання по діях і виразом.

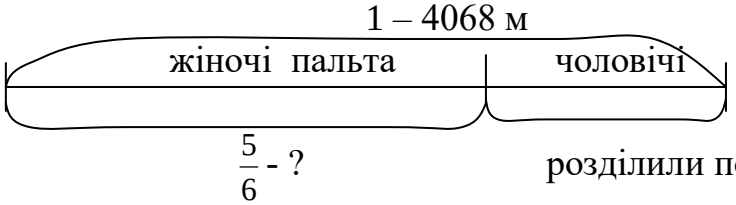
1) 1080 : 6 * 5 = 900 (см) = 9 (м) – витратили на усі плаття;
2) 9 : 3 = 3 (м) – на 1 плаття.

Або 1080 : 6 * 5 : 3 = 300 (см)

Відповідь: 3 м пішло на одне плаття.

Задача. У швейній майстерні було 4068 м сукна, $\frac{5}{6}$ цього сукна взяли на пошиття жіночих пальт, а з решти пошили чоловічі пальта, витративши по 3 м сукна на кожне. Скільки пошили чоловічих пальт?

- Про що розповідається в задачі? Зробіть схематичний малюнок.

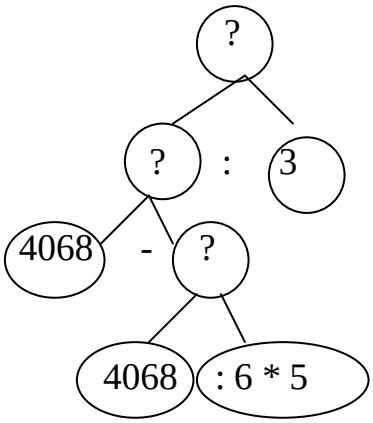


- Порівняйте цю задачу з попередньою . Чим вони відрізняються? (В попередній задачі шили плаття з $\frac{5}{6}$ сувої, а в цій – не з $\frac{5}{6}$ тканини, а з решти. В попередній задачі з величини $\frac{5}{6}$ сувої пошили 3 однакові плаття; а в даній – з решти тканини пошили пальта, витрачаючи по 3 м на кожне. В попередній задачі, щоб відповісти на запитання задачі ми ділили на рівні частини, а в даній – треба виконати ділення на вміщення.)
- Хоча в цих задачах й багато спільного, але це різні за структурою задачі!
- Запишіть задачу коротко.

4068м
- Ж. пальта - ?, $\frac{5}{6}$ від 4068 м
- Ч. пальта - ?, розділили по 3 м - ? п.

- За коротким записом поясніть числа задачі.
- Яке запитання задачі? (Скільки пошили чоловічих пальт?)
- Що треба знати, щоб на нього відповісти? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки тканини пішло на чоловічі пальта, невідомо, та П – скільки метрів витрачали на кожне пальто, відомо 3 м.)
- Якою дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (ні, ми не знаємо, скільки тканини пішло на всі чоловічі пальта.)
- Що треба знати. Щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки всього було тканини, відомо 4068 м; та П – скільки пішло на жіночі пальта. Не відомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (дією віднімання.)

- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (ні, ми не знаємо, скільки тканини пішло на жіночі пальта.)
- Що треба знати. Щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки всього було тканини, відомо 4068 м; та П – яку частину витратили на жіночі пальта, відомо $\frac{5}{6}$)
- Як відповімо на це запитання? (Поділимо на знаменник і помножимо на чисельник.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Так.) Аналіз закінчено.



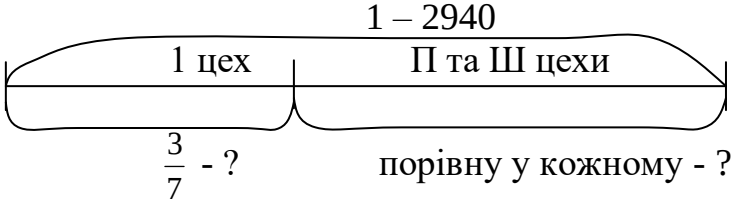
- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємось скільки метрів тканини витратили на жіночі плаття, Другою – дізнаємося про величину решти тканини, дізнаємося скільки тканини пішло на усі чоловічі пальта. Третьою дією дізнаємося скільки чоловічих пальта пошили.)
- Запишіть розв'язання по діях і виразом.

1) 4068 : 6 * 5 = 3390 (м) – витратили на жіночі пальта;
2) 4068 – 3390 = 678 (м) – витратили на чоловічі пальта;
3) 678 : 3 = 226 – стільки пошили чоловічих пальт.

Або (4068 – 4068 : 6 * 5) : 3 = 226 (шт..)

Відповідь: 226 чоловічих пальт пошили.

Задача. У трьох цехах заводу працює 2940 робітників. $\frac{3}{7}$ всіх робітників працює в першому цеху, а решта – у другому та третьому, порівну в кожному. Скільки робітників працює в третьому цеху?



2940 р.
- 1 - ?, $\frac{3}{7}$ від 2940 р.
- П та Ш - ?, розділити на 2 порівну - ? р.

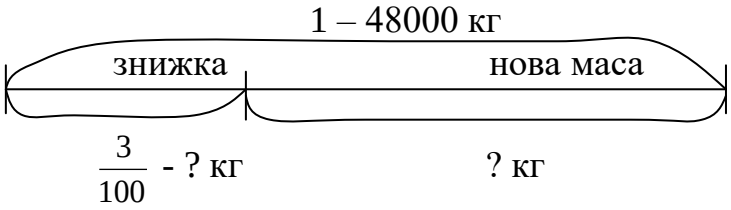
1) 2940 : 7 * 3 = 1260 (р.) – в 1 цеху;
2) 2940 – 1260 = 1680 (р.) – в П та Ш цехах разом;
3) 1680 : 2 = 840 (р.) – в П або в Ш цеху.
Або (2940 – 2940 : 7 * 3) : 2 = 840 (р.)

Відповідь: 840 робітників в третьому цеху.

Задачі , в яких треба знайти число, що на дріб від даного більше або менше даного.

Задача. Маса виробу 48000 кг. Після удосконалення виробництва маса виробу зменшилася на $\frac{3}{100}$ попередньої маси. Знайди масу нового виробу.

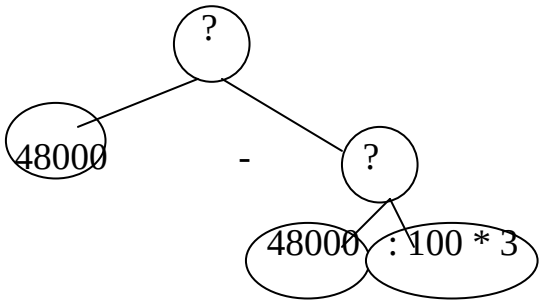
- Про що розповідається в задачі? Зробіть схематичний малюнок.



- Запишіть задачу коротко.

Маса виробу – 48000 кг Маса нового виробу - ?, на $\frac{3}{100}$ від 48000 кг м.

- За коротким записом поясніть числа задачі.
- Яке запитання задачі? (Яка маса нового виробу?)
- Що треба знати, щоб на нього відповісти? (Треба знати два числові значення: 1 – масу виробу, відомо 48000 кг, та П –на скільки кілограмів маса виробу зменшилась, невідомо.)
- Якою дією відповімо на запитання задачі? (Дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо на скільки кілограмів маса виробу зменшилась.)
- Що треба знати. Щоб про це дізнатися ? (Треба знати два числові значення: 1 – масу виробу, відомо 48000 кг; та П - на яку частину маси виробу зменшилася маса нового виробу, відомо . $\frac{3}{100}$.)
- Як відповімо на це запитання? (Поділимо на знаменник і помножимо на чисельник.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання ? (Так.) Аналіз закінчено.



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємось на скільки кілограмів зменшилася маса виробу. Другою – дізнаємося про масу нового виробу.)

Розв'язання

1)48000 : 100 * 3 = 1440 (кг) – на стільки зменшилася маса;

2)48000 – 1440 = 46560 (кг) – маса нового виробу

Або 48000 – 48000 : 100 * 3 = 46560 (кг)

Відповідь: 46560 кг маса нового виробу.

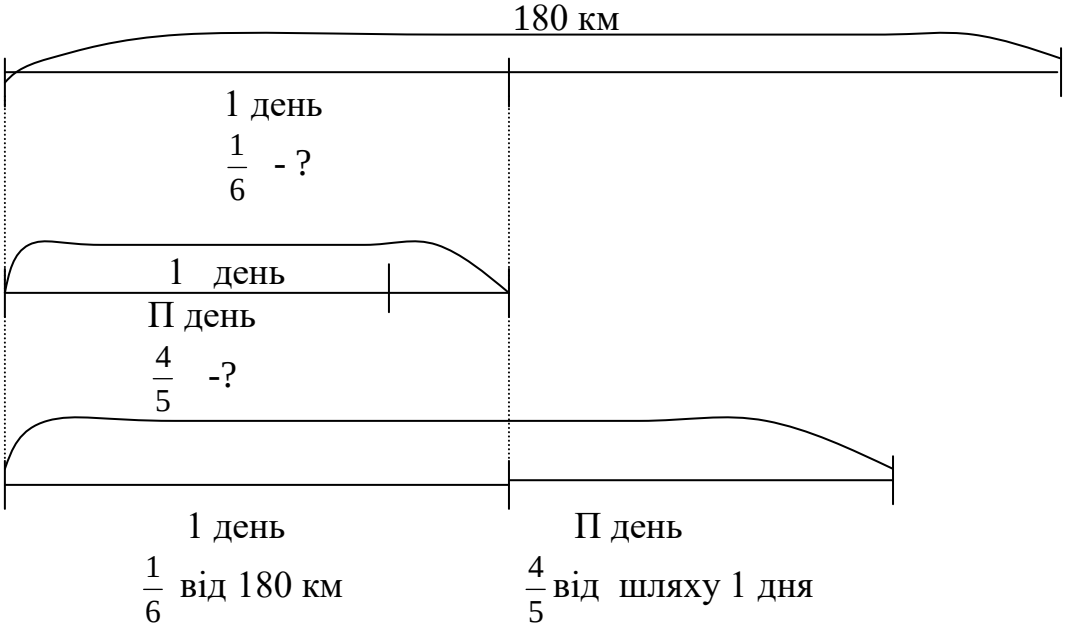
Складені задачі, які містять знаходження дробу від невідомого числа.

Задачі , в яких треба кілька разів знаходити дріб від числа.

а) Задачі на знаходження суми.

Задача. Туристу треба було пройти 180 км. За перший день він пройшов $\frac{1}{6}$ всього шляху, а за другий $\frac{4}{5}$ того шляху, що пройшов за перший день. Скільки кілометрів пройшов турист за два дні?

- Про що розповідається в задачі? Зробіть схематичний малюнок.

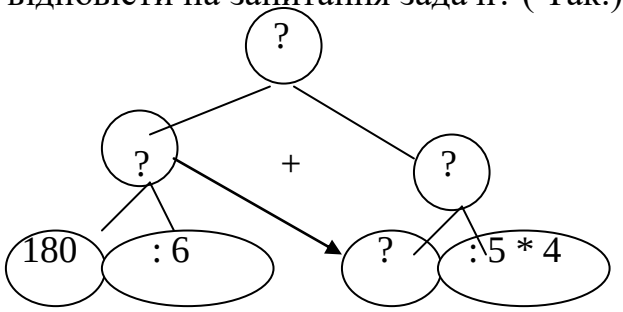


1 день - ?, $\frac{1}{6}$ від 180 км

П день - ?, $\frac{4}{5}$ від шляху 1 дня

} ?

- За коротким записом поясніть числа задачі.
- Яке запитання задачі? (Скільки кілометрів пройшов турист за два дня?)
- Що треба знати, щоб на нього відповісти? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки турист пройшов першого дня, невідомо, та П – скільки турист пройшов другого дня, невідомо.)
- Якою дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (ні, ми не знаємо, скільки турист пройшов першого дня і ми не знаємо скільки турист пройшов другого дня.)
- Що треба знати. Щоб про це дізнатися скільки турист пройшов першого дня? (Треба знати два числові значення: 1 – яку відстань потрібно пройти туристку, відомо 180 км; та П - яку частину всього шляху він пройшов першого дня. Відомо $\frac{1}{6}$.)
- Як відповімо на це запитання? (Поділимо на знаменник і помножимо на чисельник.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо, скільки турист пройшов другого дня.)
- Що треба знати. Щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки турист пройшов першого дня, невідомо. Але ми про це дізнаємось; та П – яку частину шляху від першого дня турист пройшов другого дня, відомо $\frac{4}{5}$.)
- Як відповімо на це запитання? (Поділимо на знаменник і помножимо на чисельник.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Так.) Аналіз закінчено.



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємось який шлях подолав турист першого дня. Другою – дізнаємося про шлях, який подолав турист другого дня. Третьою дією дізнаємося який шлях подолав турист за два дня.)

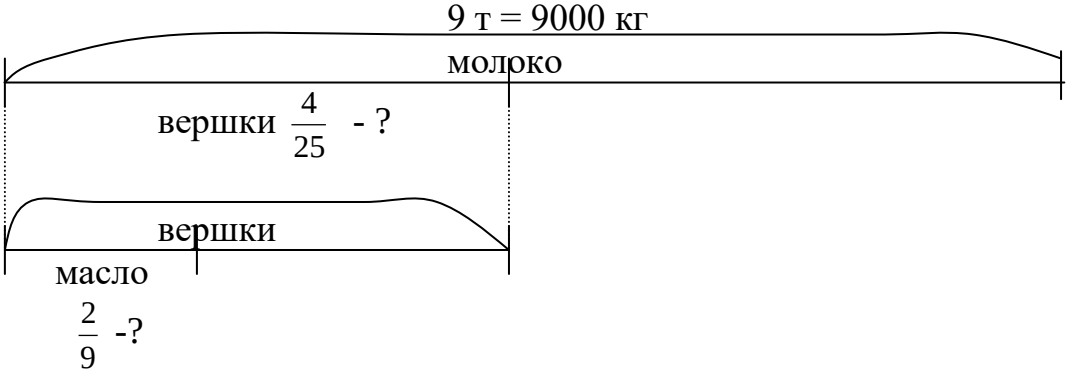
Розв'язання

1) 180 : 6 = 30 (км) – пройшов турист першого дня;
2) 30 : 5 * 4 = 24 (км) – пройшов турист другого дня;
3) 30 + 24 = 54 (км) – пройшов турист за два дня.

Відповідь: 54 км пройшов турист за два дня.

В) Задачі, в яких шукане знаходять на підставі знаходження дробу від числа кілька разів.

Задача. Вихід вершків з молока становить $\frac{4}{25}$ маси молока, а вихід масла з вершків - $\frac{2}{9}$ маси вершків. Скільки масла можна одержати з 9 т молока?



Вершки - ?, $\frac{4}{25}$ від 9000 кг Масло - ?, $\frac{2}{9}$ від маси вершків

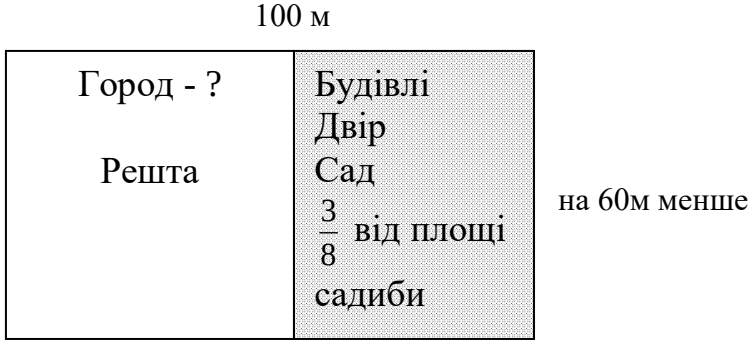
Розв'язання

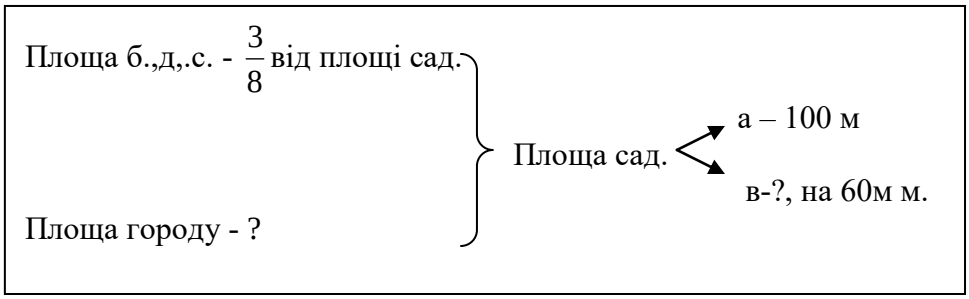
1) 9000 : 25 * 4 = 1440 (кг) – маса вершків;
2) 1440 : 9 * 2 = 320 (кг) – маса масла.

Відповідь: 320 кг масла одержать з 9 т молока.

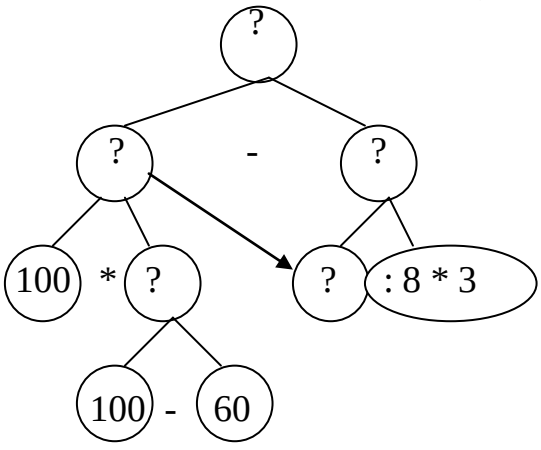
Задачі на знаходження остачі.

Задача. Довжина садиби 100 м, а ширина на 60 м менше. $\frac{3}{8}$ площі садиби займають будівлі, двір і сад, а решту – город. Яку площу займає город?





- За коротким записом поясніть числа задачі.
- За коротким записом поясніть числа задачі. Що означає число 100? Число 60? Число $\frac{3}{8}$? Що означає знаменник 8? (На скільки рівних частин поділили площу поля.) Що означає чисельник 3? (Що 3 такі частини займають будівлі, двір і сад.)
- Яке запитання задачі? (Яку площу займає город?)
- Що треба знати, щоб на нього відповісти? (Треба знати два числові значення: 1 – площу садиби, невідомо, та П – площу будівель, двору і саду, невідомо.)
- Як відповімо на запитання задачі? (Дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо площу садиби і ми не знаємо площу будівель, двору і саду.)
- Що треба знати. Щоб про дізнатися про площу садиби? (Треба знати два числові значення: 1 – довжину , відомо 100 м; та П – ширину, не відомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо, ширину садиби.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – довжину садиби, відомо, 100 м; та П – на скільки метрів, ширина менше довжини, відомо на 60 м.)
- Як відповімо на це запитання? (Дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо площу будівель, двору і саду.)
- Що треба знати, щоб на нього відповісти? (Треба знати два числові значення: 1 – площу садиби, невідомо але ми вже про це дізнаємося, та П – яку частину становить площа будівель, двору і саду, відомо $\frac{3}{8}$.)
- Як відповімо не це запитання? (Розділимо на знаменник і помножимо на чисельник.)
- Чи можна тепер відповісти на запитання задачі? (Так.) Аналіз закінчено.



- Складіть план розв’язування задачі. (Першою дією дізнаємось про ширину садиби. Другою – дізнаємося про площу садиби. Третьою дією дізнаємося

про площу будівель, двору і саду. Четвертою дією дізнаємося про площу городу.)

- Запишіть розв'язання по діях .

1) 100 – 60 = 40 (м) – ширина садиби;

2) 100 * 40 = 400 ($м^2$) – площа садиби;

3) 400 : 8 * 3 = 150 ($м^2$) – площа будівель, двору і саду;

4) 400 – 150 = 250($м^2$) – площа городу .

Відповідь: 250 $м^2$ площа городу.

Задачі на знаходження дробу від решти

Задача. У майстерні було 2826 м тканини. $\frac{4}{9}$ тканини витратили на пошиття жіночих костюмів. На пошиття чоловічих костюмів витратили $\frac{4}{5}$ решти тканини. Скільки пішло на чоловічі костюми?

Ж. К. - ?, $\frac{4}{9}$ від 2826 м
Ч. К. - ?, $\frac{4}{5}$ від решти

Розв'язання

1) 2826 : 9 * 4 = 1256 (м) тканини витратили на жіночі костюми;

2) 2826 - 1256 = 1570 (м) становить решта тканини;

3) 1570 : 5 * 4 = 1256 (м) тканини витратили на чоловічі костюми.

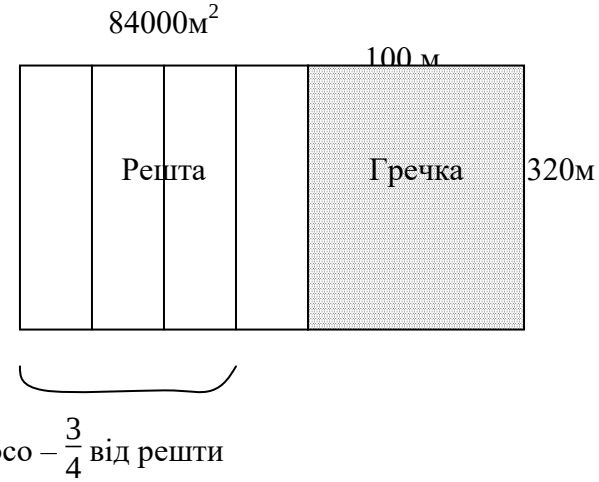
Відповідь: 1256 м тканини витратили на чоловічі костюми.

Задача. Площа дослідного поля становила 84000 $м^2$. Частину цього поля у вигляді прямокутної ділянки зі сторонами 320 м і 100 м засіяно гречкою. $\frac{3}{4}$ решти поля засіяно просом. Яку площу засіяно просом?

Площа всього поля – 84000 $м^2$

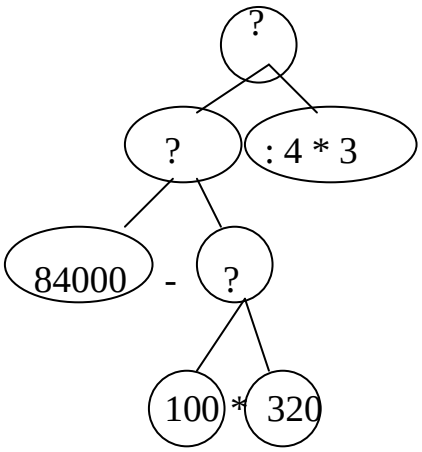
Площа гречки → а – 320 м; → в – 100 м

Площа проса - ? , $\frac{3}{4}$ від решти.



- За коротким записом поясніть числа задачі. Що означає число 8400? Число 320? Число 100?

- Що означає число $\frac{3}{4}$? (Яку частину від решти засіяли просом.)
- Що означає знаменник 4? (На скільки рівних частин поділили решту поля.)
- Що означає чисельник 3? (Що 3 такі частини засіяли просом.)
- Яке запитання задачі? (Скільки кв. метрів засіяли просом?)
- Що треба знати, щоб на нього відповісти? (Треба знати два числові значення: 1 – площу решти, невідомо, та П – яку частину становить від решти просо, відомо $\frac{3}{4}$.)
- Як відповімо на запитання задачі? (Розділимо на знаменник і помножимо на чисельник.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо площу решти.)
- Що треба знати. Щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – загальну площу ділянки , відомо 84000 м^2; та П – площу гречки, не відомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо, площу гречки.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – довжину ділянки гречки, відомо, 100 м; та П – ширину, відомо 320 м.)
- Як відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Так.) Аналіз закінчено.



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємось про площу гречки. Другою – дізнаємося про величину решти площі. Третьою дією дізнаємося про площу проса.)
- Запишіть розв'язання по діях і виразом.

1) 320 * 100 = 32000 (м^2) = 320 (ар) – площа гречки
2) 84000 – 32000 = 52000 (м^2) = 520 (ар) – площа решти
3) 52000 : 4 * 3 = 39000 (м^2) = 390 (ар) – площа проса.

Або (84000 - 320 * 100) : 4 * 3 = 39000 (м^2) = 390 (ар)

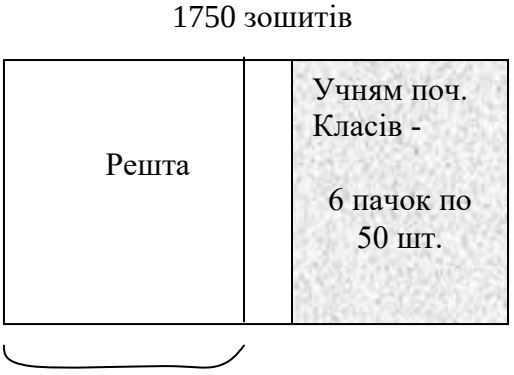
Відповідь: 390 ар засіяно просом.

Задача. Для школи завезли 1750 зошитів у пачках. 6 пачок, по 50 зошитів у кожній пачці, виділили для учнів початкових класів. $\frac{9}{10}$ решти зошитів продали учням старших класів. Скільки зошитів продали учням старших класів?

Завезли – 1750 шт. зошитів

Учням поч. кл. - ? зош., по 50 шт. взяти 6 разів

Учням ст.. кл. - ? зош. , $\frac{9}{10}$ від решти.



1) 50 * 6 = 300 (шт..) зошитів віддали учням початкових класів.
2) 1750 – 300 = 1450 (шт..) зошитів становлять решту.
3) 1450 : 10 * 9 = 1305 (шт..) зошитів продали учням старших класів.

Або (1750 – 50 * 6) : 10 * 9 = 1305 (шт..)

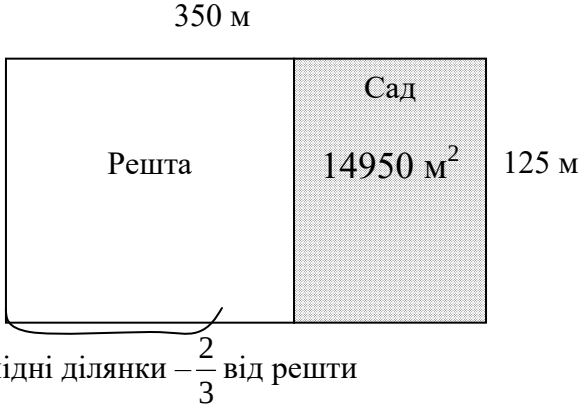
Відповідь: 1305 зошитів продали учням старших класів.

Задача. Розміри пришкільної ділянки, що має форму прямокутника, 125 м і 350 м. 14950 м^2 займає сад, а $\frac{2}{3}$ решти площі відведено для дослідних ділянок. Знайди площу дослідних ділянок.

Площа пр. ділянки → а = 125 м, в = 350 м

Площа саду – 14950 м^2

Площа досл. Ділянок - ?, $\frac{2}{3}$ решти



Розв’язання

1) 125 * 350 = 43750 (м^2) – площа пришкільної ділянки;
2) 43750 – 14950 = 28800 (м^2) – площа решти;
3) 28800 : 3 * 2 = 19200 (м^2) = 192 (ар) – площа дослідної ділянки.

(43750 – 125 * 350) : 3 * 2 = 19200 (м^2) = 192 (ар)

Відповідь: 192 ара площа дослідної ділянки.

Алгебраїчний матеріал в курсі математики 4-го класу

Програмою з математики для 4-го класу передбачено такі питання алгебри:

Знаходження значень числових виразів з дужками і без них.

Знаходження значення буквеного виразу при заданих числових значеннях букв, що входять до нього.

Рівняння з однією змінною, права частина яких подана числовим виразом, або один з компонентів буквений вираз. Нерівності із змінною.

Питання про знаходження значень числових і буквених виразів нами були докладно розглянуті у методичних посібниках для 2-го та 3-го класів. Зазначимо лише, що в 4-му класі пропонуються вправи на *знаходження значень виразів з дужками ,в яких записаний вираз, що утримує не одну а дві арифметичні дії*:

18*20+(846-143*4)=634

Учні повинні спочатку встановити порядок арифметичних дій у дужках, а потім і порядок решти арифметичних дій; виконати дії згідно встановленому порядку.

У методичному посібнику для 3-го класу ми запропонували методику введення поняття „рівняння" і навели три способи розв'язування найпростіших рівнянь. В 4-му класі над простішими рівняннями працюємо згідно відомим алгоритмам:

Спосіб підбору	Спосіб на підставі взаємозв'язку між результатами і компонентами арифметичних дій.	Спосіб на підставі властивостей рівності
36 : x = 18 *припустимо x=1; 36 : 1=18 – невірно;* *x=2; 36 : 2=18 – вірно;* *Відповідь: 2.* Зазначимо, що при розв'язанні способом підбору перевірка не потрібна.	*36 : x = 18* *x = 36 : 18* *x = 2 .....* *36 : 2 = 18* *18 = 18* *Відповідь: 2.*	*36 : x = 18* *36 : x = 36 : 2* *x = 2* *Відповідь: 2.*

В 4-му класі вводяться рівняння більш складної структури: рівняння, в яких в правій частині записано вираз, та рівняння, в яких один із компонентів поданий числовим виразом або виразом із змінною:

1 тип – рівняння ,в яких праворуч записано числовий вираз:

$$x + 5 = 42 - 7.$$

2 тип - рівняння, в яких один із компонентів поданий числовим виразом:

$$x - (12 - 7) = 37.$$

Ці рівняння розв’язуються за допомогою пам’ятки:

Пам’ятка.
1. Чим відрізняється це рівняння від найпростішого? Що записано виразом? 2. Як привести його до вигляду найпростішого? Заміни вираз його числовим значенням. 3. Розв’яжи найпростіше рівняння. 4. Зроби перевірку.

Зазначимо, що згідно нової програми в 4-му класі пропонуються рівняння, для розв’язання яких правило знаходження невідомого компоненту застосовується двічі – це рівняння в яких невідоме входить в склад одного із компонентів, наприклад :

Ш тип – рівняння в яких невідоме входить до складу одного із компонентів

$(x - 13) + 40 = 65$

Пам’ятка.
1. Яка дія виконується останньою? Як називаються компоненти при цій дії? 2. До складу якого компоненту входить невідоме – це невідомий компонент . 3. Як знайти невідомий компонент? Знайди невідомий компонент. 4. Розв’яжи найпростіше рівняння. 5. Зроби перевірку.

$x + 5 = 42 - 7$ $x + 5 = 35$ $x = 35 - 5$ $x = 30$. $30 + 5 = 42 - 7$ $35 = 35$ Відповідь: 30	$x - (12 - 7) = 37$ $x - 5 = 37$ $x = 37 + 5$ $x = 42$. $42 - (12 - 7) = 37$ $42 - 5 = 37$ $37 = 37$ Відповідь: 42	$(x - 13) + 40 = 65$ $x - 13 = 65 - 40$ $x - 13 = 25$ $x = 25 + 13$ $x = 38$. $(38 - 13) + 40 = 65$ $25 + 40 = 65$ $65 = 65$ Відповідь: 38

Розглянемо докладно методику *ознайомлення учнів з більш складеними рівняннями.*

Учням пропонується розв’язати рівняння: $15 - x = 10$.

- Як називається вираз, що записаний ліворуч?(Різниця)
- Що невідомо?(В цьому рівнянні невідомо від’ємник).
- Як знайти невідомий від’ємник?(Щоб знайти невідомий від’ємник, слід від зменшуваного відняти різницю).

- Виконаємо дії.(x = 15-10)
- Запишімо відповідь.(x = 5)
- Зробимо перевірку.(15 – 5 = 10
10=10
Відповідь: 5.)

- А тепер поруч з цим рівнянням запишімо інше:

$15 - x = 10$ $(9 + 6) - x = 10$

- Прочитайте це рівняння.(Якщо від суми чисел 9 та 6 відняти x ,то отримаємо 10.)
- Чим схожі ці рівняння?(В обох рівняннях ліворуч записана різниця, в обох рівняннях невідомим є від'ємник. В обох рівняннях праворуч одне й те ж число – 10)
- Чим вони відрізняються?(В першому рівнянні зменшуване подано числом – 15, а в другому виражено сумою чисел 9 та 6.)
- Чи можливо друге рівняння привести до вигляду першого? (Можна, якщо знайти значення виразу, який записано у зменшуваному)
- Обчислити це.(9+6 = 15, отримаємо: 15 – x = 10)
- Це рівняння ми вже розв'язали. Який можна зробити висновок щодо розв'язання рівнянь в яких один із компонентів поданий числовим виразом? (Це рівняння слід привести до найпростішого рівняння , якщо обчислити значення виразу)

Запишімо розв'язок: (9+6) – x = 10
15 - x = 10
x = 15-10
x =5 .
(9+6) – 5 = 10
15 - 5 = 10
10= 10
Відповідь: 5.

- Тепер розглянемо іншу пару рівнянь: a – 4 = 19 a – (30 - 14) = 23
- Чим схожі ці рівняння? Чим відрізняються? (Схожі: в обох ліворуч записана різниця, в обох невідомим є зменшуване. Відрізняються: в першому рівнянні від'ємник – число, а в другому від'ємник виражений різницею чисел 30 та 14)
- Як привести друге рівняння до вигляду першого? (Треба обчислити різницю чисел 30 та 14, яка записана у від'ємнику)
- Розв'яжіть друге рівняння.

a – (30 – 14) = 23
a – 16 = 23
a = 23+16
a = 39 .
39 – (30 – 14) = 23
39 – 16 = 23
23 = 23

Відповідь: 39.

- Уважно розгляньте подані рівняння. Що невідомо в кожному з них?
- (40 –25) + x = 33 $в$ – 76 = 90 – 76 (52 – 11) - $а$ = 18
- (Невідомо: в першому рівнянні - другий доданок, в другому - зменшуване, в третьому від'ємник).
- Прочитайте перше рівняння. (Перший доданок виражено різницею чисел 40 та 25,другий доданок – невідомий, сума – число 33)
- Розв'язуємо це рівняння за пам'яткою:

1.Чим відрізняється це рівняння від найпростішого? (Один із компонентів записано виразом.) Що записано виразом? (Виразом записано перший доданок – це різниця чисел 40 та 25)
2.Як привести його до вигляду найпростішого? (Слід замінити вираз його значенням: 40-25= 15.) Заміни вираз його числовим значенням. Отримаємо

15 +x = 33

3.Розв"яжи найпростіше рівняння. x = 33 – 15

x = 18

4.Зроби перевірку. (40 – 25) +18 = 33

15 +18 = 33

33 = 33

Відповідь: 18.

- Яке із рівнянь, що залишилися, схоже з першим рівнянням? В якому рівнянні один із компонентів теж подано виразом? (Третє рівняння). Розв'яжіть його використовуючи пам'ятку.
- Уважно розгляньте друге рівняння. Порівняйте його з першим та третім рівняннями. Чим воно відрізняється від них? (В 1-му та 3-ому рівняннях виразом поданий один із компонентів ліворуч, а в 2-му – вираз записано праворуч.)
- Що слід зробити у першу чергу, щоб розв'язати 1-ше та 3-тє рівняння? (Треба обчислити значення виразу)
- Чи можливо так само розв'язати 2-ге рівняння? (Можливо. Якщо обчислимо значення виразу, який записано праворуч, тоді отримаємо найпростіше рівняння)
- Розв'яжіть 2-ге рівняння.

На наступних уроках можна повернутися до останнього рівняння і обговорити ще один засіб його розв'язання. Міркуємо так: праворуч та ліворуч записані різниці чисел: $в$ – 76 та 90 – 76. Порівнюємо вирази: в них однакові від'ємники; між цими різницями стоїть знак "=",тому вони рівні. Якщо різниці рівні та в них однакові від'ємники, значить в них рівні й зменшувані, тобто $в$ = 90.

На підставі розв'язання аналогічних завдань і їх аналізу учні узагальнюють логічний спосіб розв'язування рівнянь:

- Коли його можна застосовувати? (Якщо і праворуч і ліворуч записані однакові математичні вирази, які містять однаковий компонент.)

- В чому він полягає? (Треба порівняти математичні вирази: якщо між однаковими математичними виразами, які містять спільний компонент , стоїть знак рівності, то й другий компонент в них так само, однаковий.)

Зазначимо, що в 3-му класі нами було запропоновано спосіб розв'язування найпростіших рівнянь, який полягав у заміні правої частини таким самим виразом, що й записаний у лівій частині рівняння та з однаковим одним з компонентів.

x – 5 = 90 x – 5 = 95 – 5 x = 95

1) Що записано у лівій частині рівняння? (Різність з від'ємником 5).
2) Подаю праву частину у вигляді різниці з від'ємником 5. (90 = 95 – 5)
3) Порівняй дві різниці. (В цих різницях однакові від'ємники, але різні зменшувані)
4) Зроби висновок. (Дві різниці з однаковими від'ємниками рівні тоді й тільки тоді, коли зменшувані рівні.)

В цьому випадку перевірка не виконується. Відразу записуємо відповідь. Відповідь: 95.

Розглянемо методику введення <u>рівнянь в яких один з компонентів буквений вираз</u>.

Учням пропонується розв'язати рівняння:

(51 : 3) – *y* = 9 17 – *y* = 9 *y* = 17 – 9 *y* = 8 . (51 : 3) – 8 = 9 17 – 8 = 9 9 = 9 Відповідь: 8.

Це рівняння відрізняється від простішого тим, що в ньому зменшуване подано не числом, а числовим виразом: часткою чисел 51 і 3. Щоб його привести до вигляду простішого рівняння, треба обчислити значення частки цих чисел, буде 3. Отримали простіше рівняння: 17 – *y* = 9. Невідомий від'ємник, щоб знайти невідомий від'ємник, треба від зменшуваного відняти різницю. Маємо 8. Роблю перевірку: підставляю значення змінного у дане рівняння, повинна бути вірна рівність.

- Яка дія виконувалася останньою в лівій частині ? (Віднімання.) Прочитайте вираз, записаний у лівій частині. (Зменшуване подано часткою чисел 51 та 3, а від'ємник число *y*.) Зменшуване тут подано числовим виразом, значення якого досить легко обчислити.
- Порівняйте це рівняння із наступним:

(51 : *в*) – 8 = 9

- Чим вони відрізняються? (Тут зменшуване не числовий вираз, а буквений, і його значення не можна обчислити не знаючи значення букви.)
- Тут зменшуване – це невідомий компонент! Як знайти невідоме зменшуване? (Треба до різниці додати від'ємник.) Знайдемо число, якому дорівнює невідоме зменшуване і отримаємо простіше рівняння.

Отже, при розв'язанні рівнянь, в яких один із компонентів буквений вираз, треба визначити яка

(51 : *в*) – 8 = 9

51 : *в* = 9 + 8
51 : *в* = 17
в = 51 : 17
в = 3 .
(51 : 3) – 8 = 9
17 – 8 = 9
9 = 9
Відповідь: 3.

дія виконується останньою, згадати назви компонентів і до складу якого з компонентів входить змінна – це невідомий компонент! Застосовуючи правило знаходження невідомого компоненту знайти його числове значення і отримати простіше рівняння. Розв'язавши простіше рівняння знайти значення змінної. І якщо підставивши його у дане рівняння отримуємо вірну числову рівність, то знайдене значення змінної є буде розв'язком, або коренем рівняння.

Розв'язування задач за допомогою рівнянь.

В 3-му класі ми познайомили учнів з розв'язанням простих задач способом складання рівняння, і запропонували їм пам'ятку:

Пам'ятка
для розв'язування задач за допомогою рівняння.

1.Позначаємо невідоме число буквою .
2.Виділяємо зв'язки невідомого з числовими даними.
3.Складаємо рівняння.
4.Розв"язуємо рівняння.
5. Записуємо відповідь задачі.

В 4-му класі вчимо учнів розв'язувати складені задачі способом складання рівняння. Розглянемо кілька прикладів.

Наприклад: невідоме число збільшили на 6 одиниць, отриману суму збільшили у 7 разів і отримали 420. Запиши і розв'яжи рівняння.

Невідоме число можна позначити будь-якою буквою, наприклад, х.
Невідоме число збільшили на 6 одиниць, маємо x + 6
Отриману суму збільшили у 7 разів (x + 6)* 7
Отримали 420
(x + 6)* 7 = 420
x + 6 = 420 : 7
x + 6 = 60
x = 60 – 6
x = 54 .
(54 + 6) * 7 = 420
60 * 7 = 420
420 = 420
Відповідь: 54.

Задача. На екскурсію поїхало 28 хлопчиків, а решта дівчинки. Всі вони розташувалися в двох автобусах по 25 учнів в кожному. Скільки дівчат поїхало на екскурсію?

- Що невідомо в задачі? Позначимо невідоме число буквою: дівчат – x
- Виділяємо зв'язки кількості дівчат з числовими даними:

  1.Взагалі на екскурсію поїхало 28 (це хлопчики) та x (дівчата) дітей:

  $28 + x$ – поїхало дітей.

  2.Всі діти розташувалися у двох автобусах по 25 учнів в кожному. Тому в автобусах взагалі було 25 * 2 учнів.

  3.Отримаємо, з одного боку взагалі дітей - $28 + x$, а з другого боку - 25 * 2.Тому прирівнюємо: $28 + x = 25 * 2$
- Розв'язуємо рівняння.

Задача	Розв'язання
x - кількість дівчинок $28 + x$ - всього дітей 25 * 2 - всього дітей Маємо: $28 + x = 25 * 2$	$28 + x = 25 * 2$ $28 + x = 50$ $x = 50 – 28$ $x = 22$ Відповідь: 22 дівчинки.

Отже, шукане задачі позначаємо буквою і визначаємо зв'язки шуканого з іншими числовими даними, що дає підстави для складання рівняння.

Задача. Із 40 кг борошна випекти 160 батонів. Скільки батонів випечуть з 240 кг борошна, якщо на кожний батон витрачають однакову масу борошна?

Позначимо шукане число через x:

	Маса борошна (г)	Кількість батонів з 1 кг борошна (шт.)	Загальна кількість батонів (шт.)
1	40 кг		160 шт.
		однакова	
П	240 кг		x

- Яка величина є однаковою? (Кількість батонів з 1 кг борошна.)
- Як знайти кількість батонів з 1 кг борошна? (Треба загальну кількість батонів поділити на масу борошна.)
- Як знайти кількість батонів з 1 кг борошна, виходячи з даних першого випадку? (160 : 40)
- Як знайти кількість батонів з 1 кг борошна, виходячи з другого випадку? (x : 240)
- Кількість батонів з 1 кг борошна для обох випадків однакова, тому ці вирази мають рівні значення, і отримаємо вірну рівність: $160 : 40 = x : 240$
- Цю рівність можна переписати інакше: $x : 240 = 160 : 40$
- Розв'язавши це рівняння ми знайдемо x. Нагадайте, що ми позначили за x? (x – це загальна кількість батонів з 240 кг борошна.) Таким чином, розв'язавши це рівняння ми відповімо на запитання задачі:

x : 240 = 160 : 40
x : 240 = 4
x = 4 * 240
x = 960

Відповідь: 960 батонів випечуть з 240 кг борошна.

Задача. В 8 годин ранку з пункту А в пункт В вийшов поїзд з швидкістю 60 $\frac{км}{год}$. В 11 годин з пункту В йому назустріч вийшов інший поїзд з швидкістю 70 $\frac{км}{год}$. В котру годину поїзди зустрінуться, якщо відстань між пунктами 440 км?

Розв'язання. Треба спочатку визначити час самостійного руху першого поїзду, виконавши арифметичну дію: 11 – 8 = 3 години.

Позначимо через х час руху другого поїзду до зустрічі. Тоді (60 + 70) * х – відстань, яку подолали два поїзда, від миті виходу другого поїзду. 60 * 3 – відстань, яку пройшов перший поїзд, рухаючись самостійно. Отже вся відстань складається з відстані, яку подолав перший поїзд, рухаючись самостійно ,та відстані, яку подолали обидва поїзди, рухаючись „одночасно"; вся відстань 440 км. Складаємо рівняння:

(60 + 70) * х + 60 * 3 = 440
130 * х + 180 = 440
130 * х = 440 – 180
130 * х = 260
х = 2 через 2 години після виходу другого поїзду вони зустрінуться; другий поїзд вийшов в 11 годин, тому час зустрічі : 11 + 2 = 13 годин.

Відповідь: о 13-тій годині поїзди зустрінуться.

В 4-му класі продовжуємо розв'язувати **нерівності із змінною** відомими учням трьома способами:

Спосіб підбору	Спосіб наведення до рівняння	Спосіб на підставі взаємозв'язку між результатам і компонентами арифметичних дій
а - 8 > 4 *Можна почати випробування з числа більшого за 8, тому що при значенні змінної 8, різниця дорівнює 0.* *припустимо а=8; 8-8>4 – невірно;* *а= 9; 9-:8>4-невірно;* *а=10; 10-8>4- невірно;* *а=11; 11-8>4– невірно;* *а = 12; 12-8>4–не вірно;* *а = 13; 13-8>4– вірно.* *Якщо а приймає значення: 13, 14... нерівність а - 8 >4 є вірною.* *Відповідь: 13, 14, 15,....*	*а - 8 >4* *1) а - 8 = 4* *а = 4 + 8* *а = 12* ⟶ *2) ...11, 12, 13...* *11-8>4– невірно* *13-8>4 – вірно* *3) Відповідь: 13, 14, 15 ...*	*а - 8 >4* *а - 8 > 12 - 8* *З двох різниць з однаковими від'ємниками більша та, в якій зменшуване більше.* *Відповідь: 13, 14, 15 ...*

Зазначимо, що спосіб підбору при розв'язанні рівнянь і нерівностей застосовується тоді, коли задана множина чисел та з них треба обрати ті, при яких рівність або нерівність буде вірною. Якщо такого набору чисел нема, то краще розв'язувати другим або третім способом.

Наприклад: при яких значеннях $в$ нерівність буде вірною $25 - в > 20$?

Розв'язувати нерівність будемо другим способом.

1) Навожу до рівняння. Визначаю при якому значенні букви отримаємо вірну рівність. $25 - в = 20$

$в = 25 - 20$

$в = 5$

2) Записую отримане число, підкреслюю його і записую його сусідів.

4, 5, 6

3) Підставляю число , $\frac{попереднє}{наступне}$ до знайденого і встановлюю чи є воно розв'язком нерівності.

Якщо $в = 4$; $25 - 4 > 20$ вірно

4) Роблю висновок: якщо так, то виписую декілька чисел ,які при рахунку називаються $\frac{раніше}{пізніше}$ знайденого числа.

Відповідь: $в < 5$; $в = 0, 1,2, 3, 4$.

Розглянемо завдання, яке будемо розв'язувати третім способом:

Знайти найбільше натуральне значення х, яке задовольняє нерівності:

$200 - x > 42$

1) Подаю праву частину , 42, різницею з зменшуваним 200. 42 = 200 - 158.	$\underline{200} - x > \underline{200} - 158$
2) Порівнюю різниці. Згадую зв'язок різниці і від'ємника : різниця збільшується, якщо від'ємник зменшується. Отже, із двох різниць з однаковими зменшуваними більша та, в якій від'ємник менше.	
3) Робимо висновок.	$x < 158$ Відповідь: 0;1;2;3;4.... 157. Найбільше значення х, при якому нерівність буде вірною – це число 157.

Геометричні фігури та величини.

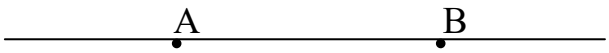
В четвертому класі узагальнюється та систематизується геометричний матеріал, який вивчався в 1-3 класах. Доповнюються та узагальнюються властивості геометричних фігур, а також вивчаються нові геометричні фігури.

Первинними поняттями в геометрії є – точка, пряма, площина. Вони вводяться без визначення (про них кажуть, що це невизначувані поняття), лише спираючись на досвід дитини.

Всі інші поняття визначаються через первинні або ті, що були визначені раніше.

Наприклад:

Відрізок – це частина прямої, яка складається з усіх точок прямої, що лежать між двома даними точками на прямій. Ці точки називають кінцями відрізка.

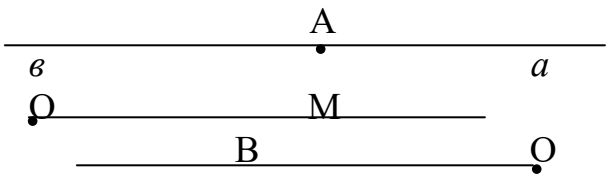


Інакше: відрізок – це частина прямої, Яка обмежена двома точками.

Позначаємо: АВ.

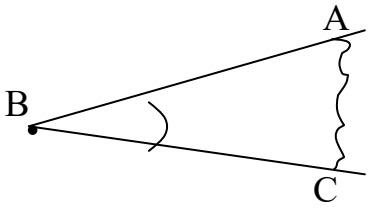
Промінь – це частина прямої, яка складається з усіх точок цієї прямої, що лежать по один бік від даної на прямій точки.

Ця точка – початок променя.



Точка А розбила пряму на два променя *а* і *в*, які мають спільний початок.

Кут – це фігура, яка складається з точки – вершини – вершини кута - та двох різних променів, що виходять з цієї точки – сторін кута.

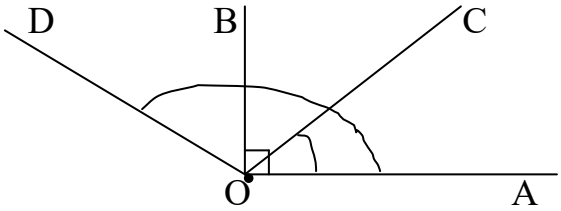


Кут можна позначати:
однією буквою - ∠B, яка означає вершину кута;
трьома буквами , серед яких позначення вершини ставиться в середині - ∠ABC.

За величиною кути поділяються на прямі, гострі і тупі.

Як відомо, поняття про прямий кут учні отримують з практичного досвіду (при подвійному перегинанні аркуша паперу).

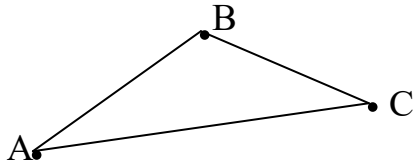
Гострий кут менше прямого, тупий кут більше, ніж прямий.



На цьому малюнку:
∠AOB – прямий,
∠AOC – гострий,
∠AO D – тупий

Одна з найбільш відомих учням фігур – трикутник.

Трикутник – це геометрична фігура, яка складається з трьох точок, що не лежать на одній прямій і трьох відрізків, які послідовно з'єднують ці точки.



Точки A, B, C – вершини трикутника, відрізки AB, BC та AC сторони трикутника. Кожні дві сторони трикутника утворюють кут. ∠A, ∠B, ∠C – кути трикутника.

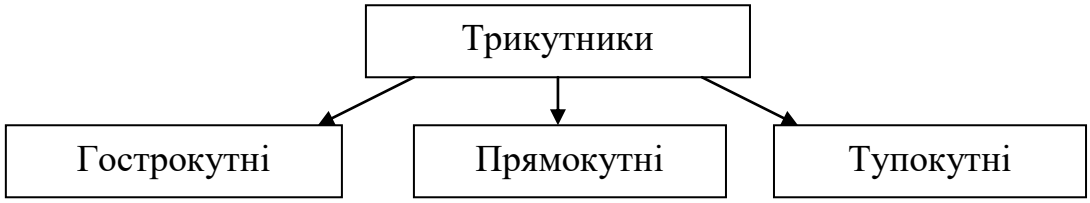
Отже, елементи трикутника:

Вершини (точки A,B,C)

Сторони (відрізки AB, BC, AC, іноді довжини сторін позначають *а, в, с*)

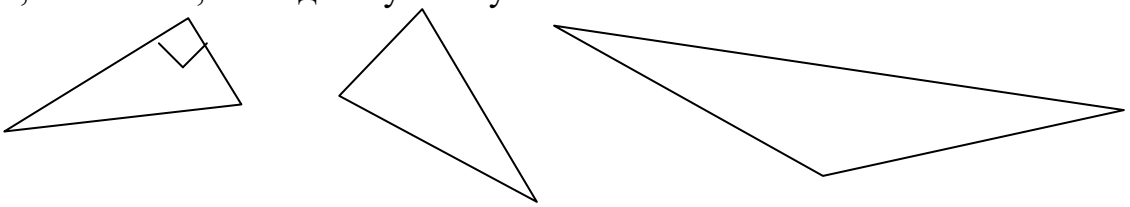
Кути (∠A, ∠B, ∠C)

За величиною кутів поняття „трикутник" можна класифікувати:



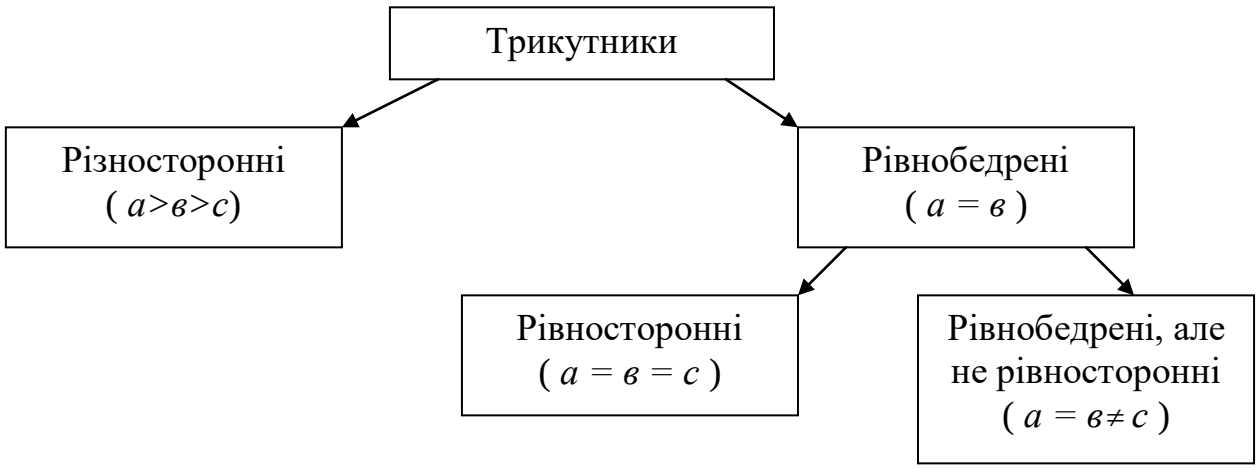
В гострокутному трикутнику всі кути гострі. В прямокутному трикутнику один з кутів прямий, два інші гострі. В тупокутному трикутнику один з кутів тупий, два інших гострі.

Учні повинні знати: в трикутнику не може бути більш, ніж один прямий кут, або більш, ніж один тупий кут.



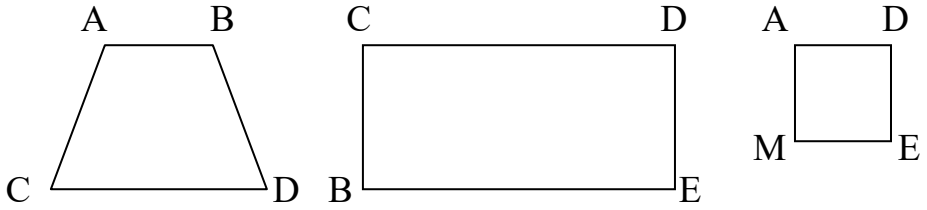
Завдання. Позначте на малюнку вершини гострокутного трикутника A,B,C; вершини прямокутного B,C, D; вершини тупокутного A,B, D.

За довжиною сторін поняття „трикутник" класифікується так:



Трикутник – це многокутник з найменшою кількістю сторін (кількість сторін 3, вершин 3, кутів 3).

Учні знайомі також з чотирикутниками, п'ятикутниками, шестикутниками (відповідно кількість сторін – 4, 5, 6).



Серед чотирикутників виділяються окремі види: прямокутники і квадрати (іноді учнів знайомлять ще й з ромбами).

Прямокутнику та квадрату дається визначення через найближчий рід та видові ознаки:

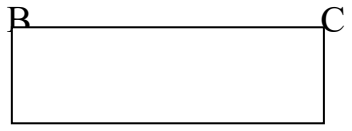
Поняття = найближчий рід + видові ознаки

Прямокутник – це чотирикутник, у якого всі кути прямі.
(найближчий рід) (видові ознаки)

Квадрат – це прямокутник , у якого всі сторони рівні.
(найближчий рід) (видові ознаки)

Квадрат можна було б визначити і так: квадрат – це чотирикутник, у якого кути прямі і сторони рівні.

Але чотирикутник не є найближчим родом для поняття „квадрат”, тому прийшлось збільшити кількість видових ознак.

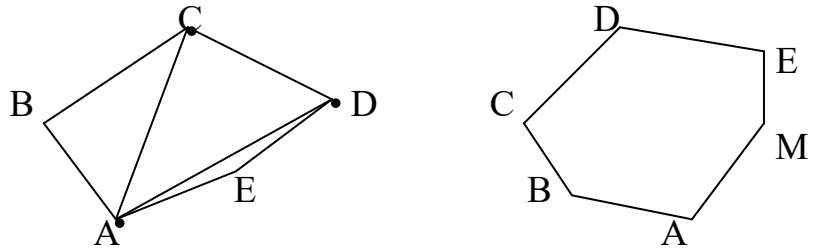


ABCD – прямокутник.

Властивості прямокутника:

AB = CD, BC = AD (протилежні сторони рівні)

Властивості прямокутника не згадують при його означення.



На малюнку зображені многокутники: п’ятикутник та шестикутник. Вершина А п’ятикутника з’єднана відрізками з двома не сусідніми його вершинами С і D. АС і АD – діагоналі п’ятикутника.

Взагалі – відрізок, який з’єднує дві не сусідні вершини многокутника називається **діагоналлю**.

Скільки діагоналей можна провести в п’ятикутнику? Проведемо міркування: кожну вершину п’ятикутника можна з’єднати діагоналлю лише з двома вершинами (крім самої вершини та двох сусідніх вершин).

Чи вірно, що всього діагоналей у п’ятикутника 2 * 5 = 10? Ні, бо таким способом кожна діагональ враховується двічі (діагональ АС та СА, але ж цей відрізок той самий).

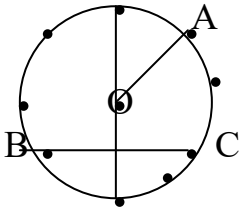
Тому кількість діагоналей п’ятикутника 10 : 2 = 5.

Такі ж самі міркування дають змогу сказати, що у шестикутника всього ((6 – 3) * 6) : 2 діагоналей, тобто 9 діагоналей.

У чотирикутнику всього дві діагоналі. В прямокутнику та в квадраті діагоналі рівні. В трикутнику зовсім не можна провести діагоналей, бо для кожної його вершини інші вершини – сусідні.

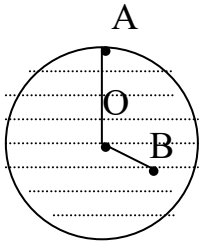
В початковій школі, крім фігур обмежених ламаною вивчаються фігури, які обмежені кривою лінією. Найпростішою з таких фігур є коло.

Візьмемо довільну точку О на площині та відкладемо від неї відрізки однакової довжини. Одержимо множину точок, які знаходяться на рівних відстанях від вибраної точки О. Ця множина точок і складає фігуру, що називається **колом**.



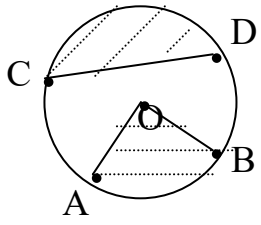
Елементи кола: центр О, відрізок ОА – радіус кола, відрізок ВС, що з'єднує дві будь-які точки кола, хорда; хорда DM, яка проходить через центр, діаметр кола.

Коло обмежує частину площини, яка разом з колом становить геометричну фігуру – **круг**.



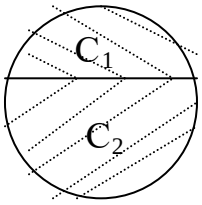
Яку б точку цієї фігури ми не взяли, вона знаходиться від центра кола на відстані, яка дорівнює радіусу (ОА) або менше радіуса (ОА). Точка В – внутрішня точка круга, А лежить на границі круга, якою є коло.

Виділимо такі частини круга: сегмент та сектор.

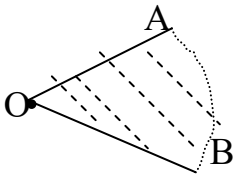


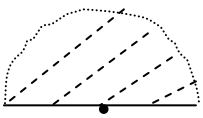
Сегмент – це частина круга, яка обмежена хордою CD та дугою кола.

Хорда розбиває круг на два сегменти.



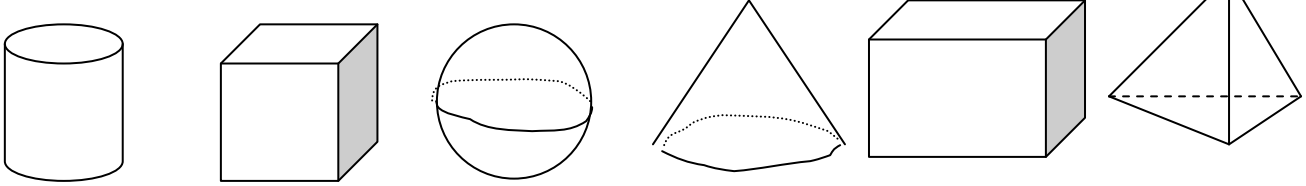
Сектор – це частина, яка обмежена двома радіусами ОА та ОВ і дугою кола.





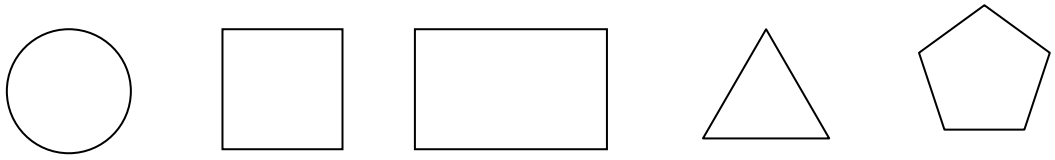
півкруга (цю фігуру можна назвати як сегментом, так і сектором.

Геометричні тіла



циліндр куб куля конус паралелепіпед трикутна піраміда

Циліндр, куб, куля, конус, паралелепіпед, піраміда - це геометричні тіла, тобто просторові фігури.



круг квадрат прямокутник трикутник п’ятикутник

Круг, квадрат, прямокутник, трикутник, п’ятикутник – це плоскі фігури.

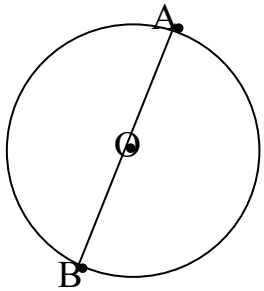
Завдання. Знайдіть плоскі фігури у геометричних тілах.

1) В яких геометричних тілах є круг? (У циліндрі, шарі, конусі.)
2) В яких геометричних тілах є квадрат? (У кубі.)
3) В яких геометричних тілах є трикутник? (У піраміді.)

Побудова геометричних фігур

Необхідно навчити учнів виконувати побудови: кола, трикутника, прямокутника. Усі побудови будемо виконувати за допомогою таких приладів – лінійка та циркуль.

*Задача 1.*Побудувати коло з радіусом, який дорівнює 3 см.

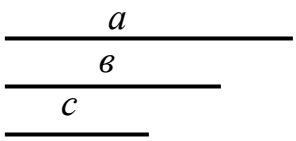


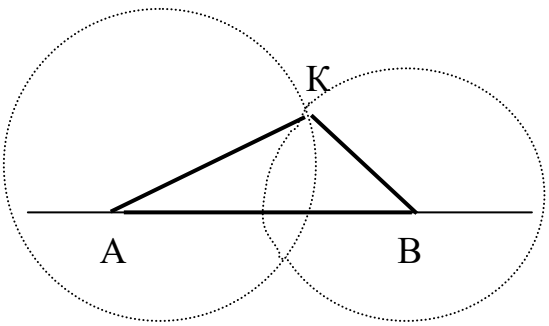
Побудова

1) Візьми довільну точку у зошиті і познач її літерою О – це буде центр кола.
2) Розчином циркуля на лінійці відмір відрізок 3 см.
3) Гостру ніжку циркуля постав у точку О, а іншою ніжкою циркуля проведи замкнену лінію – коло.
4) Поєднай будь-яку точку кола з центром – точкою О. Ти отримав радіус, наприклад ОА. Виміряй довжину цього відрізку: ОА = 3 см.
5) Продовж за допомогою лінійки радіус у інший бік до перетину з колом. Отримали відрізок АВ – це діаметр кола.
6) Виміряй довжину відрізку АВ. АВ = 6 см.
7) Скільки радіусів містить АВ? АВ = 2 ОА. Зроби висновок.

Діаметр кола дорівнює двом радіусам.

Задача 2. За допомогою циркуля та лінійки побудуй трикутник, сторонами якого були б дані відрізки:





Побудова

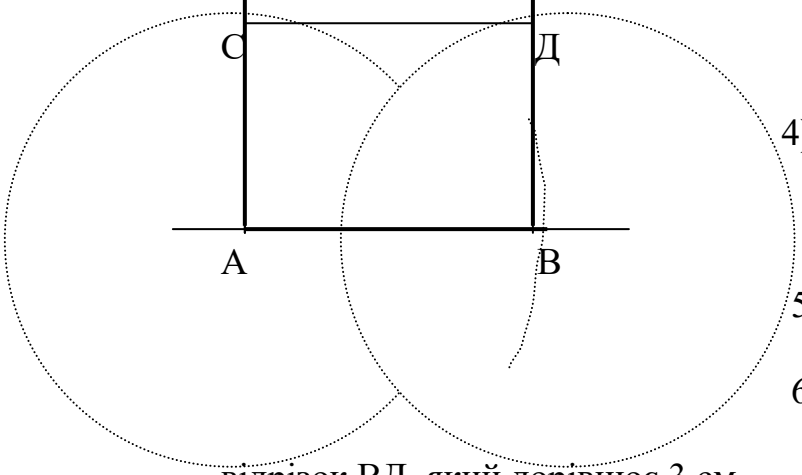
1) Проведи за допомогою лінійки довільну пряму і відміть на ній точку А.
2) Розчином циркуля відмір відрізок *а* та відклади його на прямій від точки А, отримаємо точку В, отже АВ = *а*.
3) З точки А, як із центру розчином циркуля, що дорівнює відрізку „*в*” проведи коло.
4) З точки В, як із центру, розчином циркуля, який дорівнює відрізку „*с*”, проведи коло.

5) Точку перетину кіл познач літерою К. З'єднай точку К з точками А та В. Ти отримав трикутник АКВ із заданими довжинами сторін!

Задача 3. Побудувати прямокутник, довжини сторін якого 4 см та 3 см.

4 см

3 см

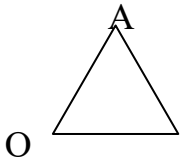


Побудова

1) На прямій *а* вибери довільну точку А.
2) З вершиною в точці А за допомогою косинця побудуй прямий кут.
3) На одній із сторін прямого кута від вершини А відкладемо за допомогою циркуля відрізок АВ, який дорівнює 4 см.
4) На іншій стороні прямого кута від вершини відкладемо за допомогою циркуля відрізок ВД, який дорівнює 3 см.
5) З вершиною у точці В за допомогою косинця, побудуємо прямий кут.
6) На стороні прямого кута з вершиною в точці В, від цієї точки відкладемо відрізок ВД, який дорівнює 3 см.
7) Поєднаємо точки С і Д. Чотирикутник АВДС – шуканий прямокутник.

<u>Задачі на обчислення периметра і площі</u>

Задача 1. За кресленням та записам склади і розв'яжи задачу:



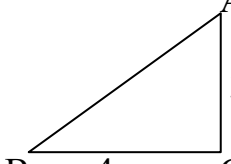
АО = АЕ
ОЕ = 18 см
<u>Р = 72 см</u>
АО - ?

Р – позначення периметра. Периметр – це сума довжин усіх сторін многокутника.

$$Р = АО + АЕ + ОЕ$$
$$72 = АО + АО + 18$$
$$72 = 2\ АО + 18$$
$$2АО = 72 – 18$$
$$2АО = 54$$
$$АО = 54 : 2$$
$$АО = 27\ (\text{см})$$

Відповідь: АО = 27 см.

Задача 2. В трикутнику АВС, кут С – прямий, АС = 3 см, ВС = 4 см. Побудуй такий трикутник, виміряй сторону АВ і знайди периметр трикутника АВС.

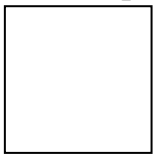


Сторона АВ = 5 см. У математиці прямокутні Трикутник зі сторонами 3,4, 5 називається Єгипетським трикутником.

Р = АС + ВС + АВ; Р = 3 + 4 + 5 = 12 (см)

Відповідь: периметр трикутника 12 см.

Задача 3. Накресли такий квадрат у зошиті і обчисли його периметр.



а = 35 мм Р = *а* * 4

Р - ? Р = 35 * 4 = 140 (мм)

Відповідь: 144 мм периметр квадрата.

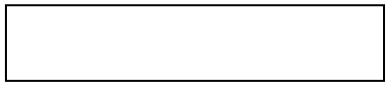
Задача 4. Накресли довільний прямокутник, периметр якого 12 см.

в

а

Позначимо довжину прямокутника *а*, а ширину *в*, тоді периметр дорівнює Р = (*а* + *в*) * 2. Знайдемо суму двох суміжних сторін: *а* + *в* = Р : 2; отже сума двох суміжних сторін дорівнює половині периметра *а* + *в* = 12 : 2; *а* + *в* = 6 (см). Які можливі варіанти?

1) *а = 1, в = 5*; Р = (1 + 5) * 2 = 12 (см)



1 см

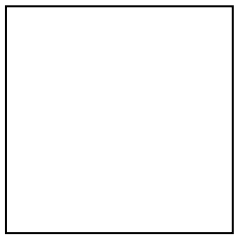
5 см

2) *а = 2 , в = 4*; Р = (2 + 4) * 2 = 12 (см)

2 см

4 см

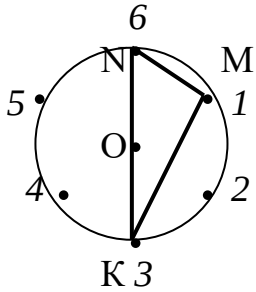
3) *а = 3 , в = 3*; Р = *а* * 4 ; Р = 3 * 4 = 12 (см)



3 см

3 см

Задача 5. Накресли за допомогою циркуля коло, радіус якого 35 мм. Поділи його на 6 рівних частин. (Не змінюючи розчину циркуля діли цим розчином коло: постав гостру ніжку циркуля у будь-яку точку кола, а іншою ніжкою відміть наступну точку; постав гостру ніжку циркуля у отриману точку і відміть наступну точку, і так далі... Таким чином, коло поділиться на 6 рівних частин. Точки ділення кола пронумеруй поступово: 1, 2, 3, 4, 5, 6.) Поєднай точки 1, 3, 6 відрізками. Познач отриманий трикутник літерами КМN. Виміряй лінійкою сторони і обчисли периметр цього трикутника.



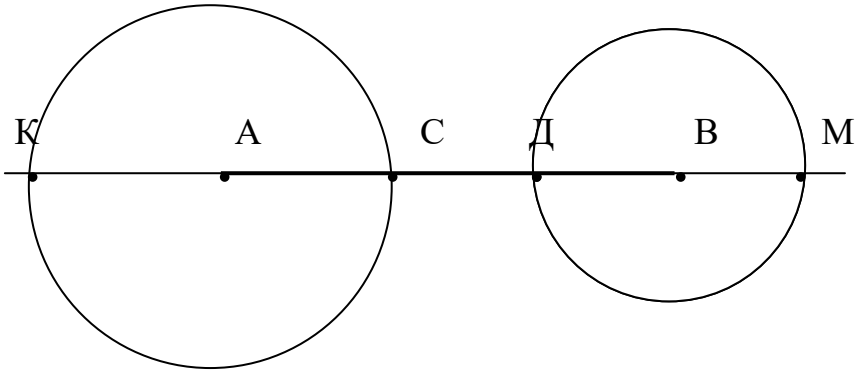
O N = OK = r = 35 мм; M N = 35 мм

NK = 70 мм; MK = 61 мм

P = NK + NM + MK; P = 70 + 35 + 61 = 166 (мм)

Відповідь: периметр трикутника NMK дорівнює 166 мм.

Задача 6. Довжина відрізку АВ = 6 см. Радіус кола з центром в точці А дорівнює 2 см 4 мм, а з центром в точці В - дорівнює 1 см 8 мм. Знайди відстань КМ та СД.



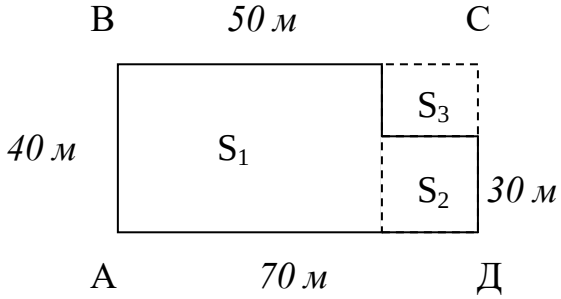
1) АВ = АС + СД + ДВ.

Замінимо складені іменовані числа простими: 2 см 4 мм = 24 мм,
1 см 8 мм = 18 мм, 6 см = 60 мм. Маємо: 60 = 24 + СД + 18; 60 = СД + 42;
СД = 60 – 42 ; СД = 18 мм = 1 см 8 мм.

2) КМ = КС + СД + ДМ
КМ = 24 * 2 + 18 + 18 * 2 = 48 + 18 + 36 = 102 (мм) = 10 см 2 мм

Відповідь: 10 см 2 мм, 1 см 8 мм.

Задача 7. Знайди площу фігури за планом:



1 спосіб.

Розіб'ємо фігуру на два прямокутника. $S_{фігури} = S_1 + S_2$,
$S_1 = 50 * 40 = 2000$ ($м^2$) = 20 ар
$S_2 = (70 – 50) * 30 = 20 * 30 = 600$ ($м^2$) = 6 ар
$S_{фігури} = 20 + 6 = 26$ (ар)

П спосіб.

Доповнимо фігуру до більшого прямокутника. $S_{фігури} = S_{АВСД} – S_3$. Площа великого прямокутника: $S_{АВСД} = 70 * 40 = 2800$ ($м^2$) = 28 ар
$S_3 = (70 – 50) * (40 – 30) = 20 * 10 = 200$ ($м^2$) = 2 ар
$S_{фігури} = 28 – 2 = 26$ (ар)

Відповідь: площа фігури 26 ар.

Задача 8. Периметр прямокутної ділянки 296 м. Довжина ділянки 96 м. Знайди площу ділянки.

1) $P = (а + в) * 2 \Rightarrow а + в = P : 2$.

$а + в = 296 : 2$; $а + в = 148$ (м)

2) Довжина прямокутної ділянки відома із умови, підставимо значення довжини: $96 + в = 148 \Rightarrow в = 148 – 96$; в = 52 м – це ширина

3) $S = а * в$; $S = 96 * 52 = 4992$ ($м^2$) = 49 а 92 $м^2$

Задача 9. Довжина прямокутної ділянки 120 м, ширина 46 м. Знайти ширину іншої прямокутної ділянки, з такою самою площею, довжина якого 80 м.

1) Знайдемо площу першої ділянки: S = а * в; S = 120 * 46 = 5520 ($м^2$)
2) Площа іншої ділянки така сама: S = 55 20 $м^2$; S = а * в; 5520 = 80 * в $\Rightarrow$ в = 5520 : 80 = 69 (м)

Відповідь: ширина іншої ділянки 69 м.

Задача 10. Периметр трикутника 186 мм. Довжина однієї сторони 42 мм, інша сторона в 2 рази більша за першу. Чому дорівнює довжина третьої сторони.

1 – 42 мм П – ?, в 2 рази б. за 1 Ш - ?	186 мм

Розв'язання

1) 42 * 2 = 84 (мм) – довжина другої сторони
2) 42 + 84 = 126 (мм) – сума довжин першої та другої сторін
3) 186 – 126 = 60 (мм) – довжина третьої сторони.

Відповідь: 60 мм.

Задача 11. Побудуй три прямокутника так, щоб площа кожного дорівнювала 16 $см^2$, а периметр першого – 16 см, другого – 20 см, третього – 34 см.

Площа прямокутника: S = а * в ; S = 16 $см^2$

Периметр прямокутника: P (а + в) * 2 $\Rightarrow$ а + в = P : 2

1) Периметр першого прямокутника – 16 см.

а + в = 16 : 2 ; а + в = 8 см

Отже маємо: S = 16 $см^2$, а + в = 8 см Які можливі варіанти?

а = 1 , в = 7 S_1 = 7 – не підходить
а = 2 , в = 6 S_1 = 12 – не підходить
а = 3 , в = 5 S_1 = 15 – не підходить
а = 4 , в = 4 S_1 = 16 – підходить

У першого прямокутника сторони а = 4 см, в = 4 см , тому це квадрат.

2) Периметр другого прямокутника 20 см.

а + в = 20 : 2; а + в + 10 (см) і S = 16 $см^2$
а = 1 , в = 9 S_1 = 9 – не підходить
а = 2 , в = 8 S_1 = 16 – підходить

У другого прямокутника сторони рівні а = 2 см, в = 8 см або навпаки – а = 8 см та в = 2 см.

3) Периметр третього прямокутника 34 см.

Маємо а + в = 34 : 2 ; а + в = 17 (см) і S = 16 $см^2$
а = 1 , в = 16 S_1 = 16 – підходить

У третього прямокутника сторони рівні а = 1 см, в = 16 см або навпаки а = 16 см , в = 1 см.

Задача 12. Ширина прямокутника 8 см, а довжина у 4 рази більша. Чому дорівнює площа прямокутника?

S = а * в ; S = 8 * (8 * 4) = 8 * 32 = 256 ($см^2$)

Відповідь: 256 см^2

Задача 13. Сторона рівностороннього трикутника 8 см. Знайди площу квадрата, пери метр якого дорівнює периметру цього трикутника.

Периметр рівностороннього трикутника: P = a * 3; P = 8 * 3 = 24 (см).

Периметр квадрата дорівнює периметру трикутника: P = 24 см.

P = a * 4 ; 24 = a * 4 $\Rightarrow$ a = 6 (см)

S = a * a ; S = 6 * 6 = 36 (см^2)

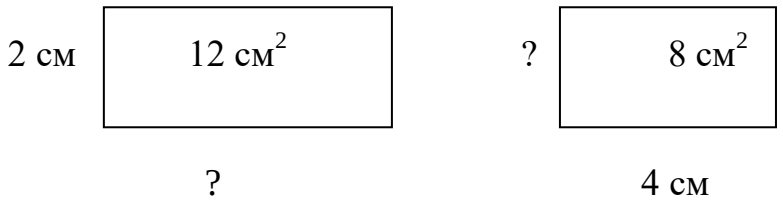
Відповідь: площа квадрата 36 см^2.

*Задача 14.*Площа прямокутника 30 см^2, одна з його сторін 5 см. Знайди довжину іншої сторони прямокутника.

S = a * в ; 30 = 5 * в $\Rightarrow$ в = 30 : 5 ; в = 6 см

Відповідь: інша сторона прямокутника 6 см.

Задача 15. Знайди розміри невідомих сторін прямокутника за малюнком:



1) Площа першого прямокутника: S = a * в ; 12 = a * 2 $\Rightarrow$ a = 12 : 2; a = 6 см.

2) Площа другого прямокутника: S = a * в ; 8 = 4 * в $\Rightarrow$ в = 8 : 4; в = 2 см.

Відповідь: 6 см та 2 см.

Задача 16. Периметр прямокутника 24 дм. Ширина на 4 дм менше довжини. Знайти площу прямокутника.

P = (a + в) * 2 $\Rightarrow$ a + в = P : 2; a + в = 12

a *дм* – довжина прямокутника, тоді за умовою задачі (a – 4) *дм* – ширина прямокутника. Підставимо їх у останню формулу: a + a – 4 = 12;

2 * a – 4 = 12 $\Rightarrow$ 2 * a = 12 + 4; 2 * a = 16 ; a = 8 тому в = 8 – 4 = 4 (дм).

S = a * в ; S = 8 * 4 = 32 (см^2)

Відповідь: 32 см^2.

Задача 17. Периметр прямокутника 54 м. Його довжина в 2 рази більше ширини. Чому дорівнює площа прямокутника?

1) P = (a + в) * 2 $\Rightarrow$ a + в = P : 2 ; a + в = 27

в – ширина, а довжина – в * 2 . Підставимо ці значення: в * 2 + в = 27;

3 * в = 27 $\Rightarrow$ в = 27 : 3 ; в = 9 (м) тому a = 9 * 2 = 18 (м)

2) S = a * в ; S = 18 * 9 = 162 (м^2) = 1 а 62 м^2.

Відповідь: 1 а 62 м^2.

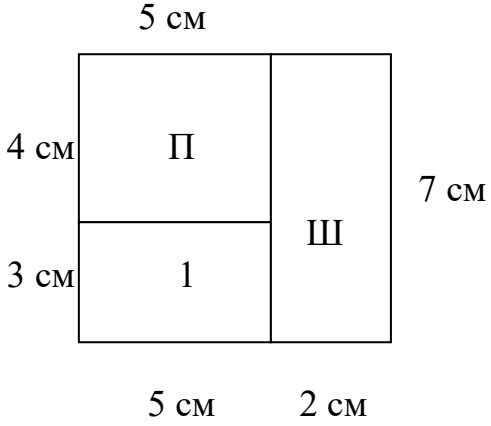
Задача 18. Є три прямокутника: перший зі сторонами 5 см та 3 см, другий зі сторонами 5 см та 4 см, третій зі сторонами 7 см та 2 см. Чи можна з них скласти квадрат?

1) Знайдемо площі цих прямокутників:

S_1 = 5 * 3 = 15 (см^2) ; S_2 = 5 * 4 = 20 (см^2) ; S_3 = 7 * 2 = 14 (см^2)

2) Знайдемо суму площ трьох прямокутників: S = 15 = 20 + 14 = 49 (см^2)

Отже, площа фігури, яку складено з трьох прямокутників дорівнює 49 см^2. Це може бути квадрат зі стороною 7 см



Завдання 19. Площа прямокутника 120 см^2, а ширина 10 см. Ширину цього прямокутника зменшили у 2 рази, а довжину збільшили в 6 разів. У скільки разів збільшилася площа?

1) S = а * в ; $120 = а * 10 \Rightarrow а = 120 : 10 = 12$ (см)

S – добуток , а – перший множник, в – другий множник

2) Ширину зменшили у 2 рази , а якщо один з множників зменшити у 2 раз, то й добуток - площа – зменшиться в 2 рази.

Маємо 120 : 2 = 60 (см^2)

3) Довжину збільшили у 6 разів. Якщо другий множник збільшити у 6 разів, то й добуток – площа – збільшиться у стільки ж разів. Маємо: 60 * 6 = 360 (см ^{2})

4) У скільки разів збільшилася площа? 360 : 120 = 3 – у 3 рази.

Можна міркувати інакше:

Якщо один множник зменшити у 2 рази, а другий множник збільшити у 6 разів, то добуток збільшиться у 3 рази (6 : 2 = 3). Тому площа збільшиться у 3 рази.

Відповідь: у 3 рази.

Завдання 20. Чи вірне твердження: „чотирикутник, у якого усі сторони рівні 10 см, є квадратом”?

Не вірно, тому що квадрат – це прямокутник, у якого всі сторони ріні; а в умові сказано про чотирикутник, у якого всі сторони рівні.

Або: квадрат – це чотирикутник, у якого:

1) усі кути прямі;
2) усі сторони рівні.

В умові задачі не говориться, що у даного чотирикутника усі кути прямі.

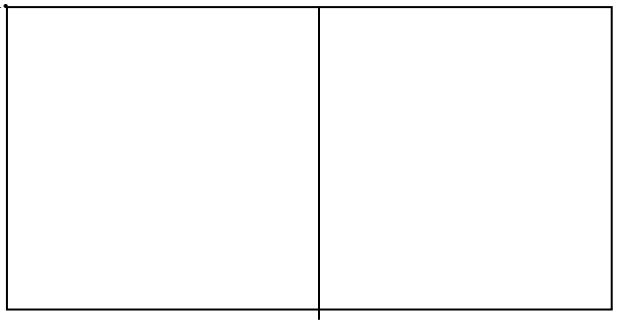
Завдання 21. Площі двох прямокутників 20 см^2 та 25 см^2. Який з них може бути квадратом?

$S_{квадрата}$ = а * а, тому числове значення площі повинно бути таким, щоб його можна було подати у вигляді добутку двох однакових множників. Лише число 25 можна подати у вигляді такого добутку: 25 = 5 * 5, тому прямокутник із площею 25 см^2 може бути квадратом.

Завдання 22. Чи можна прямокутник з сторонами 8 см та 16 см розбити на два квадрати?”

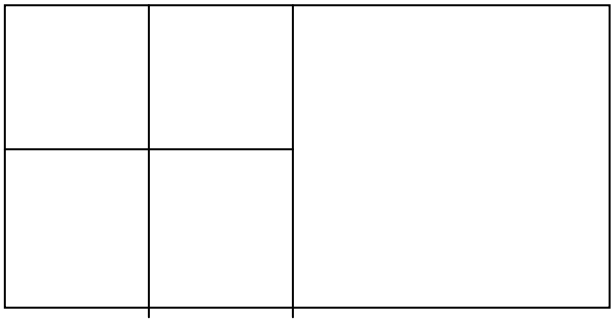
Квадрат – це прямокутник. Тому, можливо було б розбити прямокутник на два квадрати. Але у квадрата всі сторони повинні бути рівними. В даному прямокутнику довжина в два рази більше за ширину, тому якщо довжину розбити на два рівних відрізка, то й отримаємо два квадрати (з стороною 8 см), на які розбитий даний прямокутник.

Даний прямокутник можна розбити на :

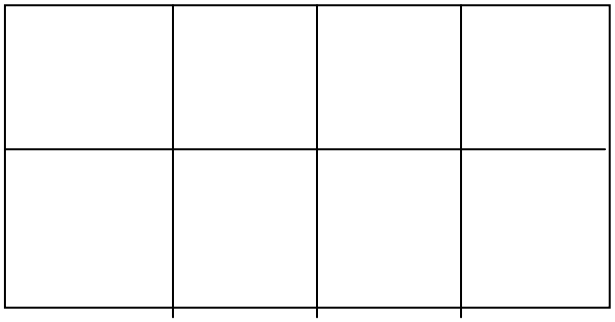


А можна розбити:

5 квадратів

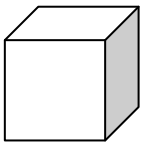


8 квадратів



Обчислення повної поверхні куба та паралелепіпеда

Задача 1. Довжина ребра куба дорівнює 2 см. Скільки квадратних сантиметрів паперу треба, щоб обклеїти усі грані куба?



У куба 8 вершин, 12 ребер, 6 граней. Кожна грань – квадрат.

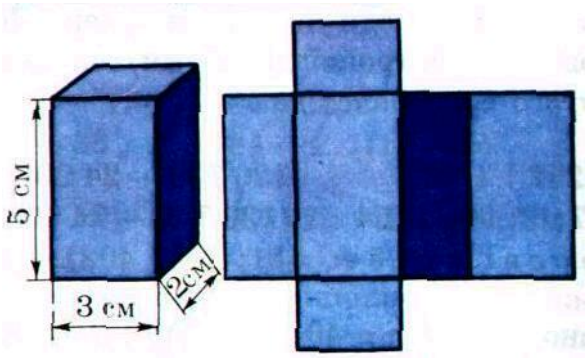
$S = S_{кв.} * 6$; площа квадрата зі стороною 2 см дорівнює:

$S_{квадрата} = a * a = 2 * 2 = 4$ ($см^2$)

Отже, $S = 4 * 6 = 24$ ($см^2$)

Відповідь: 24 $см^2$ паперу треба , щоб обклеїти усі грані куба з довжиною ребра 2 см.

Задача 2. За даними малюнка обчисли площу поверхні розгортки прямокутного паралелепіпеда:



У паралелепіпеда протилежні грані рівні, тому достатньо обчислити площі трьох граней і отриману суму подвоїти: S = (а * в + а * с + в * с) * 2 .

Маємо: S = (3 * 2 + 3 * 5 + 2 * 5) * 2 = 31 * 2 = 62 ($см^2$)

Відповідь: 62 $см^2$.

Задача 3. Ящик має форму прямокутного паралелепіпеда. Його розміри: довжина 4 дм, ширина 3 дм, висота 2 дм. Скільки квадратних дециметрів паперу треба, щоб обклеїти усі грані ящика?

S = (а * в + а * с + в * с) * 2; S = (4 * 3 + 4 * 2 + 3 * 2) * 2 = 52 ($см^2$)

Відповідь: 52 $см^2$.

Задача 4. Дано прямокутний паралелепіпед, його довжина 40 м, ширина 30 м, висота 50 м. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.

S = (а * в + а * с + в * с) * 2 ;

S = (40 * 50 + 40 * 30 + 50 * 30) * 2= 9400 ($м^2$) = 94 ар

Відповідь: 94 ари.

Методика вивчення величин в 4-му класі

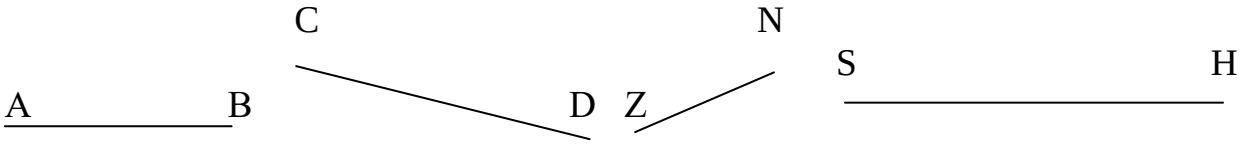
Провідною темою початкової математики поряд з темою „Числові множини, арифметичні дії над числами та їх властивості” є тема „Величини”.

В четвертому класі узагальнюються уявлення учнів про одиниці вимірювання величин: довжини, маси (вводяться нові одиниці : 1 т), часу; одиниці вимірювання величин позв’язуються з частинами величини; розглядається два способи додавання і віднімання іменованих чисел, в тому числі – письмово. Також, учні знайомляться з новою величиною – площею фігури, та з одиницями її вимірювання: 1 $см^2$, 2 $мм^2$,1 $дм^2$, 1 $м^2$, ар, гектар, 1 $км^2$; з правилом знаходження площі прямокутника і розв’язують задачі на знаходження площі прямокутника та обернені до них; з вимірюванням площі палеткою. Виконуються арифметичні дії ділення іменованого числа на відлучене число та іменованого числа іменоване, в тому числі письмове. Узагальнюються знання дітей про міри часу і розв’язуються прості задачі на час.

Довжина

Що ж це таке величина? Що повинна означати дія – виміряти величину? Виміряти величину – це значить порівняти її з будь-якою одиницею виміру і результат подати у вигляді числа. Нагадаємо, що одиниця виміру може бути довільною.

Розглянемо множину відрізків на площині:



Виберемо відрізок e , Який будемо називати одиничним відрізком. Щоб виміряти довжини поданих відрізків від одного з його кінців відкладають послідовно відрізки, що дорівнюють e , до тих пір поки це можливо.

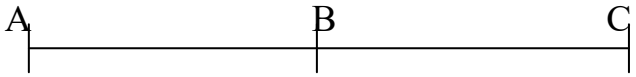
Якщо відрізок e відкладається на будь-якому з відрізків кілька разів, наприклад n, і кінець його співпав з кінцем відрізку, то кажуть, що значенням довжини даного відрізка є число n.

Можна спостерігати і такий випадок, коли одиничний відрізок відкладається певну кількість раз на даному відрізку і залишається ще відрізок, менший за одиничний. В такому разі довжина даного відрізку не буде виражена цілим числом (у обраній одиниці вимірювання). Треба одиницю вимірювання роздрібнити. Можна виконати вимірювання за допомогою нового, більш дрібного одиничного відрізку, а можна лише на решті відрізку відкладати дрібний одиничний відрізок. Так, на практиці ми зустрічаємося з такими результатами вимірювання довжини: 1 м 3 дм, 2 дм 5 см й тощо.

Отже, виміряти довжину відрізки – це означає порівняти його з будь-яким відрізком, який приймаємо за одиничний, і результат цього порівняння виразити числом.

Що ж таке довжина відрізка? Довжина – це загальна властивість множини відрізків („Мати довжину”), яка задовольняє умовам:

1) за одиничний відрізок можна вибрати будь-який відрізок;
2) якщо відрізки рівні (тобто вони співпадають при накладанні), то ці відрізки мають рівні довжини;
3) якщо відрізок розбити на кілька відрізків, то його довжина дорівнює сумі довжин цих відрізків:



(кажуть, що відрізок АС розбитий на відрізки АВ та ВС, якщо ці відрізки не мають спільних внутрішніх точок)

$$AC = AB + BC$$

Але подальше при вимірюванні довжин відрізків користуються стандартними одиницями вимірювання, які прийняті в десятковій системі мір: 1 см, 1 дм, 1 м.

Одиницю 1 мм = $\frac{1}{10}$ см використовують для вимірювання невеликих відстаней, відрізків.

Одиниця 1 км = 1000 м використовується для вимірювання значних відстаней, наприклад, сторін земельних дільниць й так далі.

Під час вивчення нумерації багатоцифрових чисел узагальнюються знання дітей про одиниці вимірювання довжини та їх співвідношення:

$1\text{ мм} = \frac{1}{10}\text{ см} = \frac{1}{100}\text{ дм} = \frac{1}{1000}\text{ м}$

$1\text{ см} = 10\text{ мм} = \frac{1}{10}\text{ дм} = \frac{1}{100}\text{ м}$

$1\text{ дм} = 10\text{ см} = 100\text{ мм} = \frac{1}{10}\text{ м}$

$1\text{ м} = 10\text{ дм} = 100\text{ см} = 1000\text{ мм} = \frac{1}{100}\text{ км}$

$1\text{ км} = 1000\text{ м}$

Учні знов переводять крупні одиниці вимірювання довжини в дрібні і навпаки , а також виконують переклад дрібних одиниць у крупні. Наприклад: 67250 м записати в кілометрах та метрах.

Міркуємо так: 1 км становить 1000 м. Отже, відстань 67250 м містить стільки кілометрів, скільки тисяч у числі 67250, тобто 67 тисяч; 67250 м = 67 км 250 м.

Таким чином, щоб перевести дрібні одиниці в крупні, треба:

1) згадати як пов’язані ці одиниці вимірювання, скільки дрібних одиниць у крупній;
2) якщо їх співвідношення виражається числом 10 (100,1000), треба дізнатися скільки всього десятків (сотень, тисяч) містить дане число;
3) стільки ж буде крупних одиниць, а решта – дрібні одиниці .

Можна міркувати інакше:

1) згадати скільки дрібних одиниць міститься у крупній;
2) дане число розділити на кількість дрібних одиниць.

67250 м = 67 км 250 м
67250 : 1000 = 67 (ост. 250) . Що розділити число на 1000, треба справа прикрити три цифри і ми отримаємо частку, решта – складає остачу. Маємо
67250 м = 67 км 250 м

Діти перекладають складені іменовані числа у прості:

37 км 030 м перекласти у метри

1 км = 1000 м; 37 км = 37000 м.
37 км 030 м = 37000 + 30 = 37030 м

Таким чином, щоб з крупу одиницю вимірювання замінити дрібною, треба:

1) згадати скільки дрібних одиниць міститься у крупній;
2) дане число помножити на кількість дрібних одиниць.

Наприклад: 8 км 125 м = 8 * 1000 + 125 = 8000 + 125 = 8125 м .

Також при вивчення цієї теми “Одиниці вимірювання величин” в рамках нумерації багатоцифрових чисел, діти знаходять частину від іменованого числа , порівнюють величини; міркування здійснюються так само, як було запропоновано у 3-му класі.

В рамках теми “Додавання і віднімання багатоцифрових чисел” вивчається “Додавання і віднімання іменованих чисел”. Тут виконуються як усні, так і письмові обчислення.

Для письмового додавання і віднімання складених іменованих чисел існує два способи дії. Наприклад: треба обчислити значення різниці:

53 м 08 см – 9 м 73 см

1 спосіб:
53 м 08 см – 9 м 73 см = 5308 см – 973 см =4325 см = 43 м 25 см

5308
-
973
4335 (см)

Пам’ятка

1. Замінюю кожне складене іменоване число простим іменованим числом: замінюю крупні одиниці вимірювання дрібними. Подаю кожне число у сантиметрах.
2. Віднімаю числа.
3. Отримую результат у сантиметрах. Замінюю його більш крупними одиницями вимірювання.

2 спосіб:
53 м 08 см – 9 м 73 см = 43 м 25 см

53 м 08 см
-
9 м 73 см
43 м 25 см

Пам’ятка
1. Записую складені іменовані числа стовпчиком: сантиметри під сантиметрами, метри під метрами.
2. Віднімання починаю з сантиметрів. Віднімання сантиметри. Дивлюся чи можна здійснити віднімання? Якщо ні, то позичаю 1 м і роздробляю його у сантиметри: 1 м = 100 см, 100 см + 8 см = 108 см.
3. Віднімаю метри.
4. Читаю (записую) результат.

Під час вивчення теми “ Множення і ділення багатоцифрових чисел на одноцифрове число” з’являються завдання на ділення складених іменованих чисел на іменоване число. Наприклад:

Знайти частку : 15 см 250 м : 5 м = 15250 м : 5 м = 3050

15250 !5.....
15 3050
25
25
0

Пам’ятка
1. Замінюю складене іменоване число простим: замінюю крупні одиниці вимірювання дрібними.
2. Ділю числа.
3. Записую частку. Пам’ятаю, що при діленні іменованого числа на іменоване в частці отримаємо відлучене число.

Також виконується множення складеного іменованого числа на двоцифрове число. Учні спочатку повинні замінити складене іменоване число простим, перемножити числа, результат подати у дрібних одиницях, а потім виділити більш крупну одиницю вимірювання.

Маса

При вивченні нумерації багатоцифрових чисел діти знайомляться з новою одиницею вимірювання маси: 1 т; і встановлюють її співвідношення з відомими одиницями вимірювання маси :

Маса

$1\text{ г} = \frac{1}{1000}\text{ кг}$

$1\text{ кг} = 1000\text{ г} = \frac{1}{100}\text{ ц} = \frac{1}{1000}\text{ т}$

$1\text{ ц} = 100\text{ кг} = \frac{1}{10}\text{ т}$

$1\text{ т} = 10\text{ ц} = 1000\text{ кг}$

На даному етапі приступають до перетворення крупних одиниць вимірювання маси у дрібні і навпаки; міркування здійснюються аналогічно завданням по перекладу одиниць довжини.

Також учні порівнюють іменовані числа, подані у одиницях вимірювання маси. Діти вчаться знаходити частину від іменованого числа, поданого у одиницях маси .

В рамках теми “Додавання і віднімання багатоцифрових чисел” і в наступних темах вивчається додавання і віднімання іменованих чисел: усні і письмові прийоми. Два способи письмового віднімання ми розглянули на прикладі віднімання складених іменованих чисел, які виражені в одиницях вимірювання довжини. Письмове додавання та віднімання складених іменованих чисел, які виражені в одиницях вимірювання маси здійснюється аналогічно .

Пропонуються завдання в яких учні повинні іменоване число поділити або помножити на відлучене число. При множенні і при діленні іменованого числа на відлучене число ми отримуємо іменоване число!

5 т 060 кг * 50 =253 т 12 т 720 кг : 80 =159 кг

5 т 060 кг =5060 кг

5060
x 50
253000 (кг)

12 т 720 кг = 12720 кг

12720 ! 80
80 159
472
400
720
720
0

Також учні вчаться ділити іменоване число на іменоване число. Тут слід пам’ятати, що при діленні іменованого числа на іменоване в результаті отримуємо відлучене число!

12 кг 040 г : 8 г = 1505

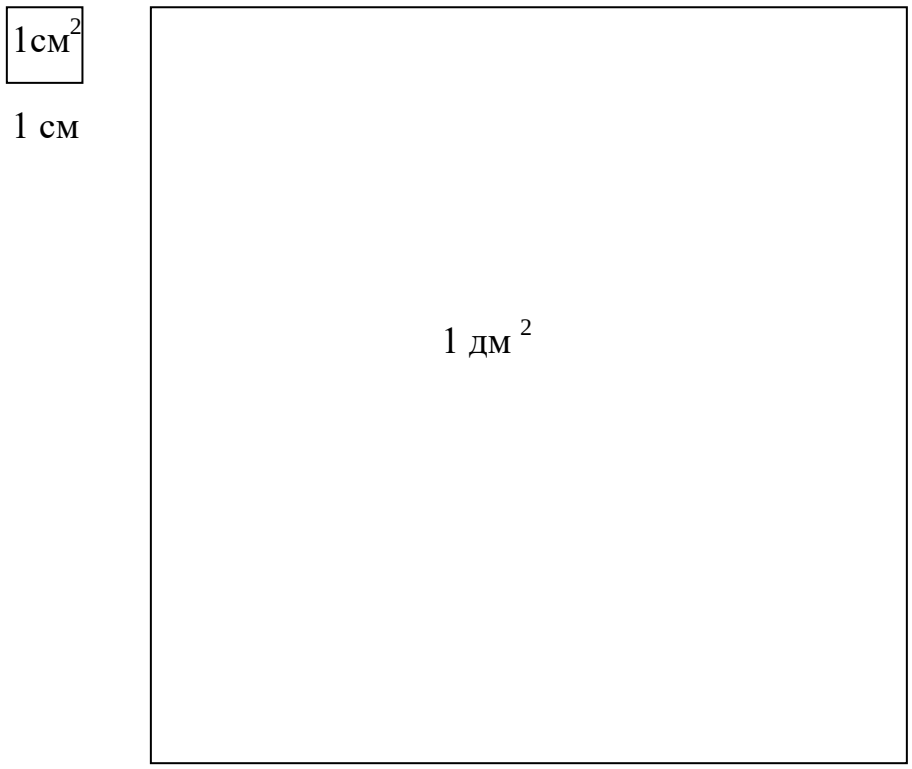
12 кг 040 г = 12040 г

12040 ! 8 .
8 1505
40
40
40
40
0

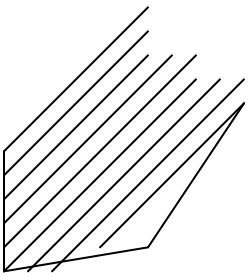
Площа фігури

Поняття про площу фігури має кожна людина: можна говорити про площу шкільної кімнати, про площу футбольного поля, про площу квартири, в якій мешкає учень, про площу земельної ділянки. При цьому ми розуміємо: якщо земельні дільниці однакові (наприклад, прямокутники з рівними сторонами), то площі їх рівні; у більшої дільниці більша площа; а площа квартири дорівнює сумі площ її кімнат і інших приміщень.

На відміну від вимірювання довжин відрізків за одиницю вимірювання площі приймають площу одиничного квадрата, тобто квадрата, сторона якого дорівнює 1 см, 1 дм, 1 м,...



Не для кожної фігури існує площа. Наприклад, фігура не має площі.



Але для таких фігур, які вивчають в школі здебільш можна знайти площу за відповідною формулою або за допомогою палетки. Наприклад:

$S_{прямокутника} = a * в$, де а і в – сторони прямокутника.

Отже, площа – це загальна властивість геометричних фігур („Мати площу”), яка задовольняє таким умовам :

1) за одиничний квадрат виберемо будь-яки й квадрат з стороною, що дорівнює одиниці виміру довжини;
2) рівні фігури мають рівні площі (рівними називають фігури, які при накладанні співпадають) ;
3) якщо фігура складена з скінченого числа фігур то її площа дорівнює сумі їх площ.

1. Порядок вивчення теми “Площа фігур”. Результати її вивчення.

За програмою ознайомлення з уявленнями про площу фігури проводиться поступово. При цьому (крім опрацювання навички вимірювання площі) метою роботи повинно стати формування загальних уявлень про площу фігури, як про геометричну величину.

Перед вивченням цієї теми діти, знайомляться з геометричними фігурами: кругом та многокутниками, в тому числі – прямокутником і квадратом. Починаючи з 1-го класу діти вчаться складати геометричні фігури з кількох частин і ділити фігури на кілька частин.

Безпосередньо тема “Площа фігури. Одиниці вимірювання площі” вивчається в 4 класі .

Порядок вивчення теми :

1. Формування загальних уявлень про площу фігури .
2. Одиниця вимірювання площі – квадратний сантиметр.
3. Правило площі прямокутника .
4. Прості задачі на обчислення площі прямокутника .
5. Одиниці вимірювання площі .
6. Квадратний дециметр .
7. Складені задачі, які містять знаходження площі прямокутника.
8. Прості задачі, обернені до знаходження площі прямокутника .
9. Складені задачі, які містять знаходження сторони прямокутника за відомою площею та іншою стороною .
10. Вимірювання площі фігур палеткою .

В результаті роботи над темою учні повинні оволодіти наступними знаннями, уміннями і навиками:

1. Отримати уявлення про площу фігур, познайомитися з різними способами порівняння площі фігур: “ на око”, засобом накладання однієї фігури на іншу, з використанням різних одиниць вимірювання площі.
2. Отримати уявлення про $см^2$, $дм^2$, $м^2$, $мм^2$, ар, гектар, $км^2$.
3. Вміти знаходити площу фігури за допомогою палетки. Мати елементарні уявлення про можливість (приблизною за допомогою палетки) вимірювання площі будь-якого багатокутника, круга або фігури, яка складається з більш складних контур, наприклад, площа листа дуба.
4. Засвоїти відношення між одиницями вимірювання площі і вміти перетворювати одні одиниці в інші. Засвоїти систему одиниць вимірювання площі й співвідношення між ними.

$1\ см^2 = 100\ мм^2$; $1\ дм^2 = 100\ см^2$.

$1\ м^2 = 100\ дм^2$; $1\ м^2 = 10000\ см^2$.

$1\ км^2 = 1000000\ м^2 = 10000$ ар $= 100$ га

5. Вміти обчислювати площу прямокутника (квадрата), знаючи довжини сторін. Вміти розв’язувати відповідні прості задачі. Вміти виконувати необхідні вимірювання і знаходити площу прямокутника або площу фігури, складеної з 2-х – 3-х прямокутників.

6. Вміти розв’язувати прості задачі на знаходження однієї сторони прямокутника за відомою площею та однією з сторін.

2. Основні питання методики вивчення теми.

Введення поняття “Площа фігури”

Згідно методиці А.М.Пишкало ця теми вивчається в три етапи:

1. Підготовчий етап. Повторюються і систематизуються знання дітей на підставі яких формується уявлення про площу фігур, а саме:
    1) Уявлення про рівні фігури – відрізки, трикутники, прямокутники, квадрати, круги.
    2) Уявлення про діленні фігур на частини, підрахунку частин і складання нових фігур з частин.
    3) Уявлення про прямокутник та квадрат, та про їх властивості.

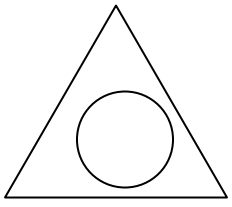
До вивчення теми “Площа фігури” учні вже добре знайомі з цілим рядом величин – довжина, маса, час та іншими, з одиницями вимірювання цих величин та з процесом їх вимірювання. Вивчення нової величини – площі – дозволяє не лише повторити вже відоме, але й підвести дітей до узагальнення: спільною особливістю усіх величин (довжини, маси, площі й тощо) є те, що для кожної з них можуть бути встановлені відношення рівності та нерівності; усі ці величини можна виміряти, при чому сутність способу вимірювання завжди однакова – задається одиниця вимірювання, і підраховується скільки разів вона міститься в даній величині.

2. Ознайомлення. Накопичуються відомості про площу фігур, одиницях її вимірювання, вимірювання площі фігур палеткою та правило знаходження площі прямокутника і квадрата.

При вивченні теми уроки доцільно проводити в формі практичних робіт. Особливу увагу слід приділити організації та проведенню першого уроку, на якому вводиться поняття – площа фігур.

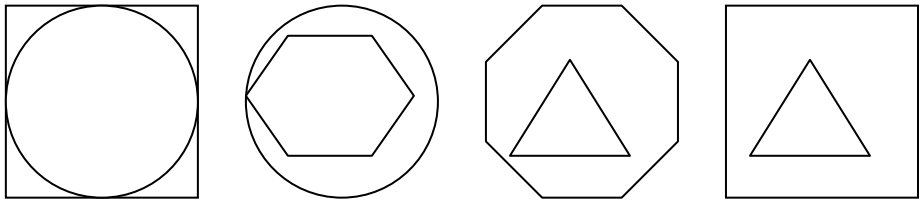
Бесіда

1. Уточнюємо як порівнюються за довжиною два відрізки:
    - накладанням;
    - на око;
    - вимірюванням і порівнянням отриманих чисел.
2. Порівнюємо трикутник та круг. Діти працюють з геометричними фігурами. Накладаємо круг на трикутник. Бачимо, що круг є частиною трикутника. В цьому випадку кажуть, що площа круга менша за площу трикутника. І навпаки: площа трикутника більша за площу круга.



Учні роблять висновок: щоб порівняти площі фігур, треба одну фігуру накласти на другу: якщо одна фігура при цьому цілком розміщується в іншій, то її площа менша; і навпаки.

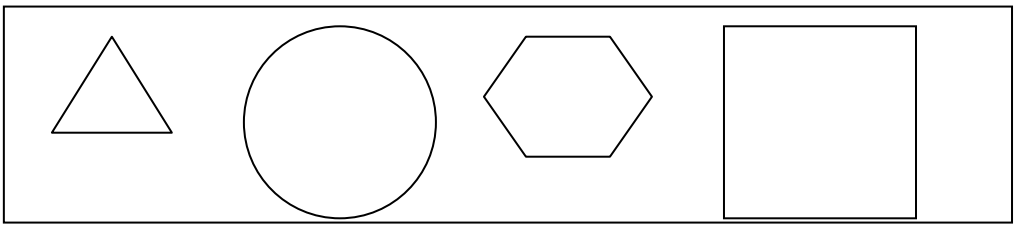
Потім учитель пропонує порівняти площа заздалегідь підготовлених фігур, при цьому беруться такі пари фігур, щоб одна з них цілком розміщувалася в іншій:



Учні, практично виконуючи накладання однієї фігури на іншу, роблять висновки: “Площа трикутника менша площі квадрата. Площа квадрата більша за площу трикутника.”

Важливо показати учням частковий випадок, коли при накладанні однієї фігури на іншу вони повністю співпадають. Вчитель повідомляє дітям: “Про такі фігури кажуть, що вони мають рівні площі”.

3. Розглядаємо малюнок на якому зображені різноманітні геометричні фігури. Завдання: як можна порівняти площі цих фігур?



Діти “на око” порівнюють площі фігур.

4. Пропонуємо порівняти площі двох фігур, які ні накладанням, а ні на око порівняти не можна. Наприклад: квадрат з стороною 4 см і прямокутника з сторонами 5 см і 3 см (фігури заздалегідь заготовлені і вирізані з картону). Завдання: “Порівняти відомими способами площі фігур.”
   - на око – не можна;
   - накладанням – не можна – жодна з цих фігур не міститься повністю в іншій.

Виникає проблема: “Як порівняти площі цих фігур?”. Тут допомагають уявлення дітей про ділення фігур на рівні частини. Діти можуть запропонувати поділити ці фігури на рівні квадрати і порахувати їх кількість. Якщо клас має труднощі, то учитель пропонує дітям накреслити з зошиті по клітинками дві фігури: квадрат з стороною 4 см та прямокутник з сторонами 5 см і 3 см, а потім полічити кількість клітинок, які містяться в квадраті та в прямокутнику та порівняти отримані числа.

Звертаємо увагу дітей на те, що виконавши таку роботу вони ніби розділили кожну фігуру на однакові фігури – квадрати, клітинки зошиту, і

прийнявши клітинку зошиту за одиницю площі, подали площу квадрата та прямокутника в цих одиницях.

Підрахунки показали: квадрат містить 64 клітинки, а прямокутник – 60 таких самих клітинок. Отже, площа квадрату більша за площу прямокутника.

Замість клітинок зошиту площу даних фігур можна виміряти й іншими мірками, наприклад трикутниками або великими квадратами.

5. Пропонуємо дітям порівняти площі трикутника (прямокутний трикутник з катетами 12 та 8 см) та прямокутника (з сторонами 8 см та 6 см).

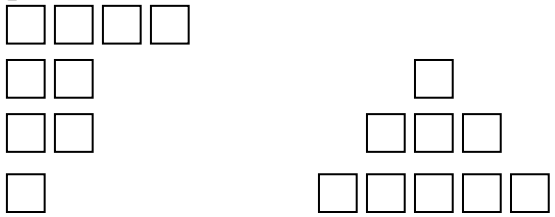
(Зазначимо, що можна обрати інші виміри цих фігур, але треба підібрати такі, щоб їх площі були рівні: $S_{тр\text{-}ка} = \frac{1}{2}$ а*в , $S_{кв.} = c * d$, $\frac{1}{2}$ а*в = c * d, $\frac{a*в}{2*d} = c$.)

Складається проблемна ситуація: “Як порівняти площі цих фігур?”. Можлива пропозиція – поділити ці фігури на рівні трикутники, підрахувати їх кількість та порівняти отримані числа.

На зворотній стороні ці фігур вже розділені на однакові трикутники. Діти підраховують їх кількість і порівнюють отримані числа. Кількості трикутників, які містяться в першій та другій фігурах рівні. Діти роблять висновок про те , що фігури можуть мати різну форму, але однакову площу.

Закріплюємо зроблені висновки на вправах по підрахунку числа квадратів, на які розбиті фігури, визначенні фігури, яка має більшу площу, знаходженні рівних та нерівних за площею фігур, наприклад:

Завдання. Скільки рівних квадратів треба, щоб скласти з них фігури? Порівняйте площі цих фігур:



1 – 9 квадратів, П – 9 квадратів.

- Який висновок можна зробити?
- Фігури можуть мати різну форму, але однакову площу!

6. Робимо висновок: фігури за площею можна порівняти наступним чином:
   - накладанням;
   - на око;
   - розбити на однакові квадрати або трикутники, підрахувати їх кількість і порівняти отримані числа, і на цій підставі зробити висновок.

Далі учні знайомляться з квадратним сантиметром.

Ознайомлення з одиницями вимірювання площі – квадратним сантиметром.

Дітям пропонується порівняти площі квадрата з стороною 4 см і прямокутника з сторонами 3 см та 5 см Діти спочатку креслять ці фігури по клітинкам у зошиті). За одиницю вимірювання площі:
1 варіант бере клітинку зошиту;
2 варіант – трикутник (половина квадрата з стороною 1 см);
3 варіант – квадрат з сторону 1 см.

Розбивши ці фігури на запропоновані рівні частини, воні підраховують кількість одиниць вимірювання.

Після того, як діти виконали завдання учитель просить їх оголосити результати і заповнює таблицю на класній дошці:

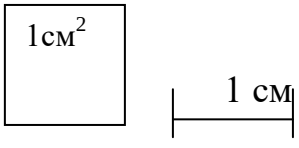
Одиниця вимірювання	Площа квадрата	Площа прямокутника	Результат порівняння площин
Клітинка зошиту	64	60	Площа квадрата більша за площу прямокутника.
Трикутник	32	30	Площа квадрата більша за площу прямокутника.
Квадрат	16	15	Площа квадрата більша за площу прямокутника.

З таблиці бачимо, що результат порівняння площин не залежить від обраної одиниці вимірювання, хоча значення площин при різних одиницях вимірювання відмінні.

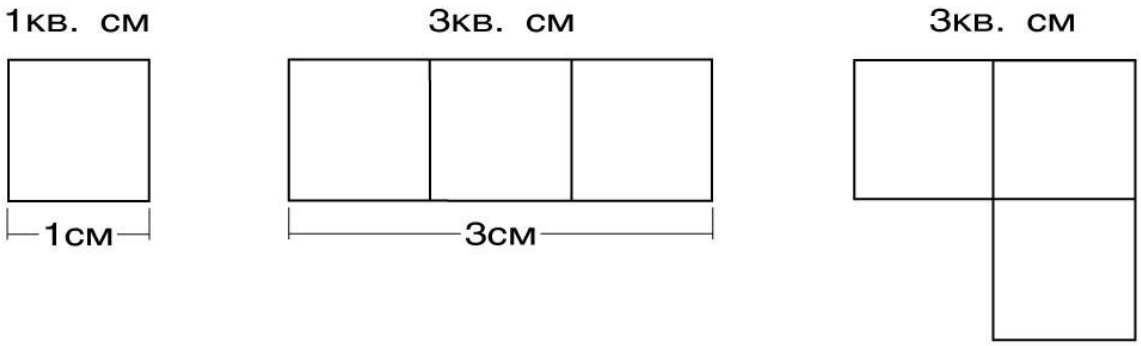
Однак, для практики вимірювань зручно коли одиниця довжини пов’язана з одиницею площі. Згадуємо одиниці довжини: 1 см, 1 дм ... Тому, в якості одиниць площі обрані площі квадратів, довжини сторін яких рівні одиницям довжини. Площі невеликих фігур вимірюють квадратними сантиметрами.

Квадратний сантиметр – це площа квадрата, довжина сторони якого рівна 1 см. Показуємо модель квадратного сантиметру. Діти самі виготовляють моделі квадратних сантиметрів.

Слова “квадратний сантиметр” при числах пишуть скорочено так: 1 $см^2$. Діти викреслюють в зошитах квадратний сантиметр та лінійний сантиметр.



Виконуємо вправи на знаходження площі фігур в квадратних сантиметрах: укладаємо моделі квадратних сантиметрів і підраховуємо їх кількість або розбиваємо фігуру на квадратні сантиметри та підраховують їх кількість, і роблять висновок.



Вимірювання площі палеткою.

В зв’язку з тим, що палетка уявляє собою прозору плівку, яку поділено на квадратні сантиметри, то з нею краще познайомити дітей після ознайомлення з одиницею довжини – 1 см, та застосування моделей квадратних сантиметрів для вимірювання площин. Зазначимо, що згідно чинному підручнику, з палеткою учні знайомляться після вивчення правила площі прямокутники та одиниць вимірювання площі.

На уроці треба показати учням доцільність застосування палетки для вимірювання площин фігур довільної форми. Розглянемо методику ознайомлення учнів з палеткою та її застосуванням.

Завдання . Серед фігур, які лежать на партах знайдіть прямокутник. Покладіть прямокутник перед собою. Виміряйте його площу, використовуючи моделі сантиметру.

Діти накладають на прямокутник моделі квадратних сантиметрів і підраховують їх кількість, роблять висновок про площу прямокутника. Вчитель запитує про числове значення площі, подане в квадратних сантиметрах і зазначає, що накладання моделей квадратних сантиметрів вимагає тонкої роботи та часу. Тому для вимірювання площі застосовують спеціальну плівку, яку вже поділено на квадратні сантиметри – це палетка. Учитель демонструє палетку і спосіб її використання: накладає палетку на фігури (прямокутники, квадрати), яки висять а дошці. Учні разом з вчителем визначають площі цих фігур в квадратних сантиметрах.

Діти роблять висновок: щоб знайти площу фігури за допомогою палетки, треба:

1) накласти палетку на фігуру, так щоб сторони фігури та сітка палетки співпали;
2) не здвигаючи палетку підрахувати кількість квадратних сантиметрів;
3) зробити висновок про площу фігури.

Далі учитель повідомляє дітям, що палетка застосовується не лише для визначення площ прямокутника та квадрата, але й для визначення площі фігур довільної форми, наприклад листочка. Дітям пропонується розглянути малюнок в підручнику , де на листочок накладено палетку. Діти бачать, що на площині листочка укладається не лише повні квадратні сантиметри, а ще й – неповні. Як бути в цьому випадку?

Пам'ятка
Вимірювання площа палеткою

1. Накласти палетку на фігуру так, щоб хоч би одна –дві сторони фігури співпали з сіткою палетки.
2. Підрахувати кількість повних квадратних сантиметрів, які уклалися в фігурі.
3. Підрахувати кількість неповних квадратних сантиметрів, які уклалися в фігурі.
4. Поділити число неповних квадратних сантиметрів на 2.
5. Отримане число додати до числа повних квадратних сантиметрів.
6. Зробити висновок про площу фігури.

Далі учням роздаються креслення фігур довільної форми і вони за допомогою палетки вимірюють їх площі, міркуючи за пам'яткою.

Уроки по ознайомленню учнів з новими одиницями вимірювання площі: дм^2, м^2, км^2, мм^2, можуть бути побудовані за наступним планом:

1. Повторення одиниць вимірювання довжини і співвідношень між ними.
2. Повторення вже відомих одиниць вимірювання площі.
3. Демонстрація практичної необхідності введення нових одиниць вимірювання площі.
4. Виконання практичної роботи по обчисленню площі прямокутника, квадрати в нових одиницях.
5. Встановлення співвідношення між відомими і новою одиницями площі.

Наведемо фрагмент уроку, на якому вводиться квадратний дециметр.

До цього уроку для кожного учня заготовляється модель квадратного дециметра, яка з оберненої сторони розбита на квадратні сантиметри.

1) Діти згадують відомі їм одиниці вимірювання довжини і співвідношення між ними:

1 см = 10 мм 1 дм = 10 см = 100 мм 1 м = 10 дм = 100 см = 1000 мм ...

Виконують завдання:

- на заповнення перепусток:

1 дм = ... см 50 см = ... дм

- на порівняння іменованих чисел:

13 дм ... 33 см

2) Яку одиницю вимірювання площі ви вже знаєте? Що таке квадратний сантиметр?
3) Чи зручно вимірювати площу столу в квадратних сантиметрах?

Діти наочно бачать, що для такого вимірювання треба дуже велику кількість квадратних сантиметрів. По аналогії з одиницями довжини вони легко здогадуються про необхідність введення нової, більш крупної, одиниці вимірювання.

Ми вже згадали, що квадратний сантиметр – це площа квадрата з стороною 1 см. Чи не збагнете ви, що таке квадратний дециметр?

Діти самостійно можуть дати означення – квадратний дециметр – це площа квадрата з стороною 1 дм.

Учитель показує модель квадратного дециметра, діти отримують моделі і застосовують їх для вимірювання площин.

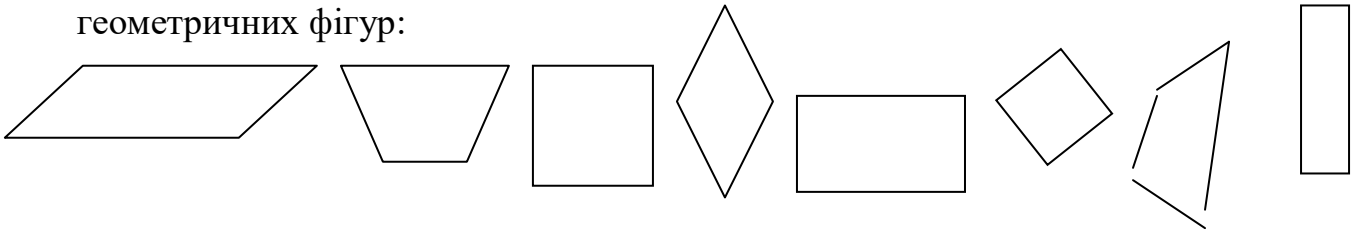
Методика виведення правила площі прямокутника.

На етапі актуалізації опорних знань треба повторити:

- означення прямокутника і квадрата;
- креслення прямокутника і квадрата;
- одиницю вимірювання площа – 1 $см^2$;
- способи визначення площі фігур.

Всі ці знання і вміння використовуються під час виведення правила знаходження площі прямокутника.

На даному етапі застосовується наочність - на дошці подано креслення геометричних фігур:

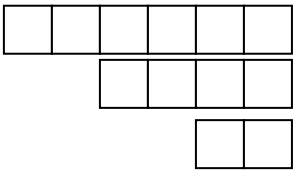


1 2 3 4 5 6 7 8

- Яка геометрична фігура називається прямокутником? Назвіть прямокутники, зображені на малюнку. (Прямокутник – це чотирикутник, у якого всі кити прямі. На малюнку прямокутники : 3,5, 6,8.)
- Позначте 5 прямокутник буквами. Назвіть протилежні сторони його. Що можна сказати про довжину протилежних сторін прямокутника? (Протилежні сторони прямокутника рівні)

- Що можна сказати про сторони прямокутника , позначеного цифрою 4? Як він називається? (В цьому прямокутнику віс сторони рівні. Прямокутник, у якого всі сторони рівні називається квадратом.)
- Яким способом можна визначити площу фігури? (Треба її розбити на рівні квадрати – мірки і підрахувати їх кількість.)
- Фігуру можна ділити на будь-які квадрати, або є якась домовленість? (Фігуру розбиваємо на квадратні сантиметри. Квадратний сантиметр – це площа квадрата з стороною 1 см.)
- Як пов'язана одиниця площі 1 $см^2$ з одиницею довжини – 1 см? (1 см – це довжина сторін квадрата, а 1 $см^2$ – це площа такого квадрату.)

Завдання 1. Покажіть на малюнку 1 $см^2$, 2 $см^2$... Знайдіть площу фігури:



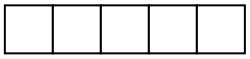
- Які вимірювання є в прямокутнику, або як називаються сторони прямокутника? (У прямокутника є довжина і ширина.)

Завдання 2. Накреслити в зошиті будь-який прямокутник, так щоб на його сторонах укладалася парне число клітинок.

- Визначити довжину і ширину прямокутника наступним чином: розбити його сторони на сантиметри (по 2 клітинки) і підрахувати їх кількість.
- Знайти площу прямокутника. Що для цього треба зробити? (Треба розбити прямокутник на квадратні сантиметри і підрахувати їх кількість.)
- Скільки квадратних сантиметрів в одному рядку. Подумайте, як пов'язане це число з кількістю сантиметрів, що укладаються на довжині прямокутника?
- Скільки рядків квадратних сантиметрів. Подумайте, як пов'язане це число з кількістю сантиметрів, що укладаються на ширині прямокутника?

На етапі ознайомлення з правилом площі прямокутника на підставі поступового розв'язання взаємопов'язаних завдань, учні самостійно виводять дане правило:

Завдання 3. Накреслити прямокутник довжиною 5 см та шириною 1 см. Знайти його площу.

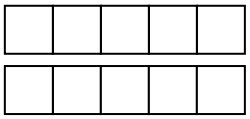


- Яким способом можна знайти площу прямокутника? (Розбити його на квадратні сантиметри і підрахувати їх кількість Отримане число квадратних сантиметрів і є площею цього прямокутника.)
- Скільки отримали квадратних сантиметрів? Чому дорівнює площа прямокутника з довжиною 5 см і шириною 1 см? (5 $см^2$)
- Запишімо це в таблицю.

Довжина (см)	Ширина (см)	Площа ($см^2$)
5	1	5

Завдання 4. Накреслити прямокутник з сторонами 5 см та 2 см. Знайти його площу.

Учні розбивають прямокутник на квадратні сантиметри та підраховують їх кількість.

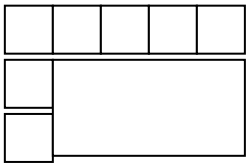


Довжина (см)	Ширина (см)	Площа ($см^2$)
5	1	5
5	2	10

- Чим відрізняється цей випадок від попереднього? (В першому випадку ми отримали один рядок квадратних сантиметрів, а в цьому – два таких ряди.)
- Чому у кожному рядку по 5 квадратних сантиметрів? Як пов'язане це число з одним із вимірювань прямокутника? (Тому , що на довжині укладається 5 сантиметрів.)
- Чому таких рядків 2, а у попередньому випадку – лише 1? (У попередньому випадку був 1 рядок, тому що ширина була рівна 1 см, а в даному – два рядки, тому що на ширині укладається 2 см.)
- Що можна сказати про те, скільки квадратних сантиметрів буде в кожному рядку? (В кожному рядку буде стільки квадратних сантиметрів, скільки сантиметрів укладається на довжині.)
- Що можна сказати про те, скільки буде таких рядків квадратних сантиметрів? (Рядків буде стільки, скільки сантиметрів укладається на ширині.)Чому дорівнює площа даного прямокутника? Запишімо дані в таблицю.

Завдання 5. Дан прямокутник з сторонами 5 см та 3 см. Визначити його площу.

- Перед тим, як розбивати його на квадратні сантиметри, подумайте, скільки квадратних сантиметрів буде в одному рядку? (5 квадратних сантиметрів, тому що на довжині укладається 5 см.)
- Скільки буде рядків квадратних сантиметрів? (3 рядки, тому що на ширині укладається 3 см.)



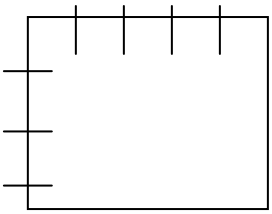
Довжина (см)	Ширина (см)	Площа ($см^2$)
5	1	5
5	2	10
5	3	15

- Чи можна не розбиваючи прямокутник на квадратні сантиметри визначити його площу? (Можна, треба по 5 $см^2$ взяти 3 рази: треба число квадратних сантиметрів в одному рядку помножити на кількість рядків: 5 * 3 = 15 $см^2$). Запишімо це в таблиці.

Завдання 6. Дан прямокутник з сторонами 5 см та 4 см. Визначити його площу.

- Чи можемо ми відразу сказати, скільки буде квадратних сантиметрів у кожному рядку? (Так, 5 $см^2$, тому що довжина рівна 5 см.)

- Скільки буде рядків квадратних сантиметрів? (4 рядки, тому що ширина 4 см)
- Чому рівна площа прямокутника? Що потрібно зробити, щоб визначити площу прямокутника? (Треба 5 * 4 = 20). Запишімо це в таблиці.



Довжина (см)	Ширина (см)	Площа ($см^2$)
5	1	5
5	2	10
5	3	15
5	4	20

- Аналізуємо запис: 5 * 4 = 20 $см^2$. Що означає число 5? (Це довжина прямокутника в см.) Що означає число 4? (Це ширина прямокутника в см.) Що означає число 20? (Це площа прямокутника в квадратних сантиметрах. Помножив довжину на ширину ми знайшли площу)
- Перевіримо зроблений висновок про знаходження площі прямокутника за даними таблиці:

S = a * b

Довжина (см)	Ширина (см)	Площа ($см^2$)	
5	1	5	вірно
5	2	10	вірно
5	3	15	вірно
5	4	20	

- Щоб зайти площу прямокутника, треба довжину помножити на ширину.
- Порівняйте випадки, яки ми записали у таблиці. Що в них спільного? Чим вони відрізняються? Як це впливає на значення площі? Чому?
- Як знайти площу прямокутника? (Щоб знайти площу прямокутника, треба:

1. Визначити довжину → в однакових одиницях вимірювання
2. Визначити ширину →
3. Перемножити отримані числа (результат записати у тих самих, але квадратних одиницях).

Правило знаходження площі квадрата може бути отримане як частковий випадок правила знаходження площі прямокутника. Тут важливо довести до свідомості дітей, що для знаходження площі квадрата достатньо знати довжину його сторони.

Задачі на знаходження площі прямокутника та обернені до них.

Відразу ж після того, як учня познайомилися з правилом обчислення площі прямокутника , вони починають розв’язувати прості текстові задачі на

знаходження площі прямокутника за даними довжинами його сторін . Крім того, учні знайомляться з розв'язуванням задач, в яких вимагається знайти сторону прямокутника за відомими площею та іншою стороною.

Наприклад задача:

„Знайти площу та периметр прямокутника зі сторонами 2 см та 4 см."

Записуємо задачу коротко:

Дано:
Прямокутник,
а = 2 см
в = 4 см.

Знайти S

- За коротким записом поясніть числа задачі. Що треба знайти в цій задачі?
- Як знайти площу прямокутника? Як знайти периметр прямокутника? Запишіть відповідні формули.
- Запишіть розв'язок задачі. Запишіть відповідь.

$S_{пр-ка} = a * b$
$S_{пр-ка} = 2 * 4$ ($см^2$)
$S_{пр-ка} = 8\ см^2$

$P_{пр-ка} = (a + b) * 2$
$P_{пр-ка} = (2 + 4) * 2$ (см)
$P_{пр-ка} = 12$ см

Розглянемо задачу на знаходження сторони прямокутника за відомими площею та іншою стороною.

Задача : „Площа прямокутника 30 $см^2$. Одна з його сторін дорівнює 6 см. Знайти другу сторону."

Перед розв'язанням задачі можна зробити схематичний малюнок

Записуємо задачу коротко:

Дано:
Прямокутник,
S = 30 $см^2$
в = 6 см.

Знайти а

6 см | 30 $см^2$

- За коротким записом поясніть числа задачі.
- Що треба знайти в цій задачі?
- Як пов'язані сторони прямокутника з площею? Запишіть формулу площі.

  $S = a * b$
- Прочитайте цей приклад на множення з назвою компонентів.
- Який компонент невідомий? Як знайти невідомий множник?
- Що тут виступає в ролі добутку? В ролі іншого множника?
- Запишіть формулу:

  $S : b = a$
- Запишіть розв'язання задачі. Запишіть відповідь.

Цю задачу можна розв'язати іншим способом – способом складання рівняння. Записавши формулу площі прямокутника, учня підставляють відомі з умови значення, а невідому сторону лишають у вигляді букви. Маємо рівняння:

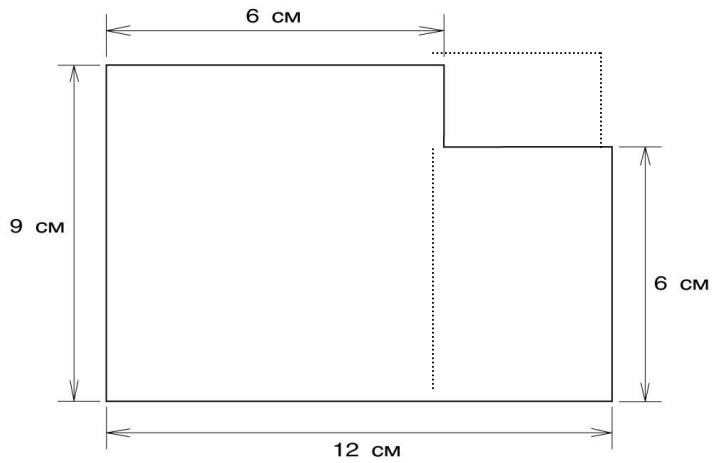
$a * 6 = 30$

$a = 30 : 6$

$a = 5$.....

Відповідь: 5 см сторона прямокутника.

Дуже корисні вправи обчислення площі фігур, складених з декількох прямокутників .



1 спосіб. Розбити фігуру на прямокутники і обчислити площу кожного прямокутника, а потім знаходити їх суму, тобто площу заданої фігури.

$$S_{фігури} = S_1 + S_2$$

Знайдемо площу першого прямокутника. а = 6 см, в = 9 см

$S_1 = a * в$; $S_1 = 6 * 9$ ($см^2$) ; $S_1 = 54$ $см^2$

Знайдемо площу другого прямокутника. а = 12 – 6 = 6 (см); в = 6 см

$S_2 = a * в$; $S_2 = 6 * 6$ ($см^2$); $S_2 = 36$ $см^2$

Обчислимо площу фігури: $S_{фігури} = 54 + 36 = 90$ ($см^2$)

П спосіб. Доповнити фігури до більшого прямокутника.

$$S_{фігури} = S_{великого\ прямокутника} - S_3$$

Знайдемо площу великого прямокутника. а = 12 см; в = 9 см

$S_{великого\ пр\text{-}ка} = a * в$; $S_{великого\ пр\text{-}ка} = 12 * 9 = 108$ ($см^2$);

Знайдемо площу маленького прямокутника. а = 12 – 6 = 6 см; в = 9 – 6 = 3 см

$S_3 = a * в$; $S_3 = 6 * 3 = 18$ ($см^2$)

Знайдемо площу фігури: $S_{фігури} = 108 – 18 = 90$ ($см^2$)

Відповідь: 90 $см^2$ – площа фігури.

В процесі рішення задач на обчислення площі та периметру прямокутників слід показати, що фігури мають однакові площі, можуть мати неоднакові периметри і навпаки. Наприклад, це легко спостерігати при заповненні таблиці виду:

Довжина	7 см	6 см	5 см	4 см
Ширина	1 см	2 см	3 см	4 см
Периметр	16 см	16 см	16 см	16 см
Площа	7 кв.см	12 кв.см	15 кв.см	16 кв.см

По таблиці учні креслять прямокутник вказаних розмірів, обчислюють площу і периметр і записують їх в таблицю.

Легко помітити, що найбільшу площу при однакових периметрах мають прямокутники з рівними сторонами.

Розглянемо в цьому плані задачу : «Скільки квадратів зі стороною 6 см можна виготовити з дроту завдовжки 72 см?»

На практиці ми зустрічалися в основному з тим випадком, коли вчителі розв'язують цю задачу одним — першим способом.

1 спосіб

1) Скільки кусків дроту довжиною 6 см вийде з дроту довжиною 72 см?
72:6=12 (к.)

2) Скільки квадратів зі стороною 6 см можна виготовити з дроту?

12 : 4=3 (кв.)

Відповідь: 3 квадрати.

Разом з учнями ми встановили раціональніший спосіб.

П спосіб

1) Який периметр прямокутника?

6 • 4=24 (см)

2) Скільки квадратів зі стороною 6 см можна виготовити з дроту?

72:24=3 (кв.)

Відповідь: 3 квадрати.

Діючи згідно з II способом відшукування розв'язку задачі, робітнику доведеться виконувати менше операцій. (Замість 12 точок зварювання він зробить тільки 3).

Розглянемо задачу : «Побудуй два різні прямокутники, але такі, щоб площа кожного дорівнювала 12 см^2».

Ця задача — на знаходження розмірів прямокутників з однаковою площею. За правильного підходу вчителя до виконання щоразу треба було відшукувати всі можливі розв'язки. Основною методичною задачею при цьому є зведення її розв'язку до більш простого випадку. В нашому прикладі до задачі: «Знайти числа *а* і *в*, добуток яких рівний 12» учні, знаючи таблицю множення і залежність між компонентами та результатом множення, самостійно знаходити множину пар таких чисел (таблиця № 1).

Таблиця № 1

a	12	6	4	3	2	1
в	1	2	3	4	6	12
a • b	12	12	12	12	12	12

Таблиця № 2

a	7	6	5	4	3	2	1
b	1	2	3	4	5	6	7
a+b	8	8	8	8	8	8	8
a • b	7	12	15	16	15	12	7

Як показує практика, такі задачі вчителі пропонують школярам розв'язувати способом підбору. За вказівкою класовода учні знаходять пари чисел, що відповідають довжинам сторін прямокутника, добуток яких становить 12. Але в молодших школярів недостатньо розвинене абстрактне мислення. Тому вчителю необхідно враховувати цю особливість і, розглядаючи, зокрема, цю задачу, йти від конкретних уявлень та запасу знань, умінь і навичок учнів. Тут допоможе раніше вказаний прийом зведення задачі геометричного змісту до арифметичної: «Знайти такі два числа *а* і *в*, добуток яких дорівнює 12».

Працюючи з таблицею, школярі називають усі розв'язки задач; (12; 1), (6; 2), (4; 3). Корисно розглянути і питання про те, як змінюється периметр прямокутника, який має одну і ту ж площу, на прикладі задачі № 687: «Побудуй три прямокутники так, щоб площа кожного дорівнювала 16 $см^2$, а периметр першого — 16 см, другого — 20 см, третього — 34 см». Складність цього завдання полягає в тому, що учні повинні відтворити відомий їм спосіб відшукування прямокутників різних периметрів (16 см, 20 см і 34 см), але однакової площі (16 $см^2$). Полегшити розв'язок цієї задачі можна шляхом підведення до нової, більш простої: «Знайти числа *а* і *в,* сума яких дорівнювала б 8, 10, 17, а добуток — 16». Школярі пригадують способи відшукування таких прямокутників і заповнюють таблиці № 2, 3.

Таблиця № 3

a	7	6	5	4	3	2	1
в	1	2	3	4	5	6	7
a+b	8	8	8	8	8	8	8
a • b	7	12	15	16	15	12	7

Застосовуючи попередній прийом розв'язку задачі, учні заповнюють таблицю № 4, яка дає можливість констатувати, що найбільшу площу серед прямокутників з даним периметром має квадрат, (у нашому випадку розміри прямокутника: довжина і ширина рівні — 4м). А таким прямокутником є квадрат.

Розв'язуючи подібні задачі геометричного змісту на обчислення периметра і площі переконуються в тому, що серед прямокутників з даним периметром найбільшу площу має квадрат.

Таблиця No 4

a	*1*	6	5	4	3	2	1
в	1	2	3	4	5	6	7
a+b	8	8	8	8	8	8	8
a • b	7	12	15	16	15	12	7

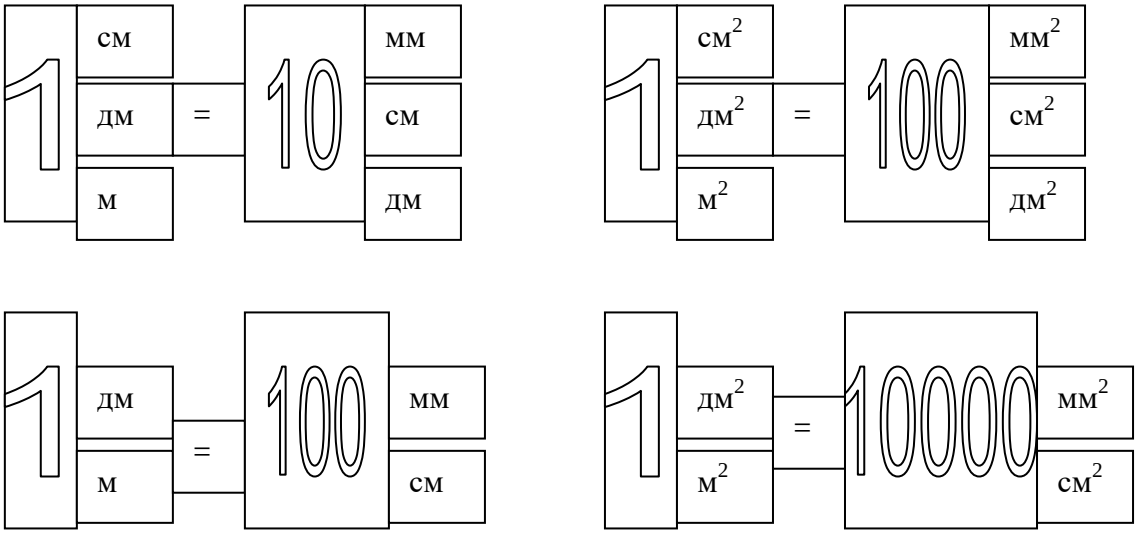
Після виконання цілої низки таких задач учні дізнаються, що серед прямокутників з однаковою площею квадрат має найменший периметр. Цю властивість (а про це має повідомити вчитель) широко використовують у житті, на виробництві. Так, при спорудженні будинків, виміру ділянок для городу, саду і т. ін., часто добирають такий прямокутник, щоб його периметр був найменшим при заданій площі. В більшості випадків фундаменти житлових будинків мають форму прямокутника, близького до квадрата.

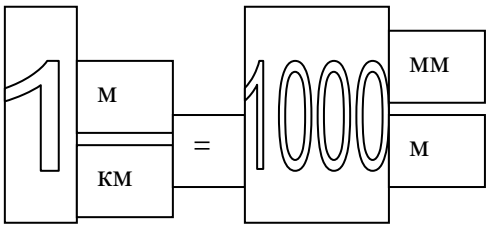
Подібні задачі виконуються в основному на етапах повторення, закріплення та систематизації знань, умінь і навичок. Не можна не помітити, що їх розв'язування сприяє розвитку в дітей спостережливості и кмітливості, вмінню застосовувати не лише математичні знання, а й знання, яких набули учні протягом життя. Кожний учитель у змозі скласти подібні задачі відповідно до програми, враховуючи розвиток і досвід школярів та особливості навколишньої дійсності.

Крім того, учням пропонуються складені задачі, які містять знаходження площі прямокутника:

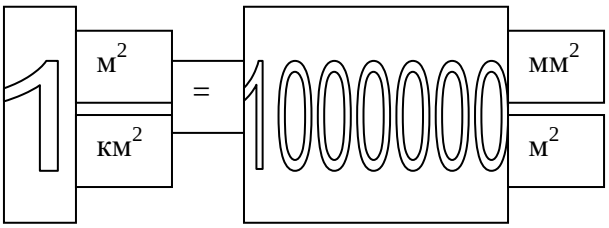
1. *Задачі на знаходження площі прямокутника*.
2. *Задачі на знаходження невідомих площі та периметру*.
3. *Задачі на знаходження невідомої сторони*.

На третьому етапі здійснюється перенос знань, умінь і навиків, отриманих на другому етапі, поширення уявлень учнів про інші одиниці вимірювання площі. Склюється таблиця одиниць площі та їх співвідношень:





Довжина вимірюється в лінійних одиницях або в одиницях довжини: мм, см, дм, м, км.



Площа вимірюється в квадратних одиницях або в одиницях площини: мм^2, см^2, дм^2, м^2, км^2.

Після того, як введені різноманітні одиниці вимірювання площини і встановлені співвідношення між ними, необхідно постійно тренувати дітей в перетворенні одних одиниць вимірювання в інші. Засвоєння таблиць вимірювання величин – одне із завдань програми.

Якщо дітям важко запам'ятати таблицю співвідношень, то можна застосувати міркування на підставі співвідношення одиниць вимірювання довжини і правила площі квадрата:

Площа

1 мм^2 – площа квадрата , сторона якого 1 мм

1 см^2 - площа квадрата , сторона якого 1 см

1 см^2 = 10 мм * 10 мм = 100 мм^2

1 дм^2 - площа квадрата , сторона якого 1 дм

1 дм^2 = 10 см * 10 см = 100 см^2

1 дм^2 = 100 мм * 100 мм = 10000 мм^2

1 м^2 - площа квадрата , сторона якого 1 м

1 м^2 = 10 дм * 10 дм = 100 дм^2

1 м^2 = 100 см * 100 см = 10000 см^2

1 м^2 = 1000 мм * 1000 мм = 1000000 мм^2

1 ар (сотка) - площа квадрата , сторона якого 10 м

1 а = 10 м * 10 м = 100 м^2

1 гектар - площа квадрата , сторона якого 100 м

1 га = 100 м * 100 м = 10000 м^2

1 га = 100 а

1 км^2 - площа квадрата , сторона якого 1 км

1 км^2 = 1000 м * 1000 м = 1000000 м^2

1 км^2 = 1000000 м ^{2} = 10000 а = 100 га

Текстові задачі на обчислення площі і периметру

Задача. Знайти периметр кожної з частин ділянки за планом:

20 м

8 м

картопля	огірки
	Помідори

6 м

1) Знайдемо пери метр ділянки картоплі:
Р = (а + в) * 2 ; а = 20 – 6 = 14 (м) , в = 8 м
Р = (14 + 8) * 2 = 44 (м)
2) Знайдемо периметр ділянки огірків:
а = 6 м, в = 6 м; Р = а * 4; Р = 6 * 4 = 24 (м)
3) Знайдемо периметр ділянки томатів:
а = 6 м, в = 8 – 6 = 2 (м);

P = (6 + 2) * 2 = 16 (м)

Відповідь: 44 м , 24 м, 16 м.

Задача. Територія України 604000 км^2, а територія Франції 544000 км^2. На скільки квадратних кілометрів територія України більше за територію Франції?

Розв'язання

604000 – 544000 = 60000 (км^2)

Відповідь: на 60000 км^2 територія України більше за територію Франції.

Задача. За планом ділянки обчислити площу цибулі, моркви , редиски .

1) Яку площу займає цибуля? 5 * 6 = 30 (м^2)
2) Яку площу займає морква? 10 * 4 = 40 (м^2)
3) Яку площу займає редиска?
10 * (6 – 4) = 10 * 2 = 20 (м^2)

Відповідь: 30 м^2, 40 м^2, 20 м^2.

Задача. Довжина шкільного коридору 24 м, а ширина складає $\frac{1}{6}$ його довжини. Знайти площу шкільного коридору.

Розв'язання

1) 24 : 6 = 4 (м) – ширина коридору;
2) 24 * 4 = 96 (м^2) – площа шкільного коридору.

Відповідь: 96 м^2.

Задача. Довжина вулиці 800 м , ширина 15 м. Вулицю покрили асфальтом. На кожні 100 м^2 площі витрачали 3 т асфальту. Скільки тонн асфальту треба було?

Розв'язання

1) Знайдемо площу вулиці: 800 * 15 = 12000 (м^2)
2) У скільки разів 12000 м^2 більше , ніж 100 м^2: 12000 : 100 = 120 разів
3) Скільки тон асфальту треба? 3 * 120 = 360 (т)

Відповідь: 360 т асфальту витратили.

Задача. Ділянка землі прямокутної форми шириною 18 м і площею 576 м^2 треба огородити дротом у три ряди. Скільки треба дроту?

Розв'язання

1) Знайдемо довжину прямокутної ділянки:

S = a * в ; 576 = a * 18 $\Rightarrow$ a = 576 : 18, a = 32 м

2) Знайдемо периметр прямокутної ділянки:

P = (a + в) * 2 ; (32 + 18) * 2 = 100 (м)

3) Скільки метрів дроту треба?

100 * 3 = 300 (м)

Відповідь: 300 м.

Час

Поняття часу більш складне, ніж поняття довжини, маси і площі.

В нашому житті час – це те, що відділяє одну подію від іншої. В прикладних науках час розглядають як величину, тому що проміжки часу володіють властивостями, які схожі з довжиною, площею, масою (саме проміжки часу, а не дати події).

Проміжки часу можна порівнювати. Наприклад, на один й той самий шлях велосипедист витратить більше часу, ніж автомобіль.

Проміжки часу можна додавати. Так, учбовий день складається з усіх уроків за розкладом занять та перерв.

Проміжки часу можна виміряти. Однак процес вимірювання часу відрізняється від вимірювання довжини та інших величин. Для вимірювання довжини можна багато разів використовувати лінійку; результати вимірювання довжини та інших величин можна кілька разів перевірити. Проміжок часу, який прийнято за одиницю вимірювання може бути використаний лише один раз. Тобто одиницею вимірювання часу є процес, який регулярно повторюється. Такою одиницею в Міжнародній системі одиниці називають секунду. Поряд із секундою використовують і інші одиниці часу: хвилину, годину, добу, рік, тиждень, місяць, століття.

Такі одиниці, як рік, місяць і доба були взяті з природи і пов'язані з обертом небесних тіл; а година, хвилина, секунда – придумані людиною.

В 4-му класі учні застосовують знання про час та одиниці вимірювання часу, отримані в 3-му класі під час розв'язування завдань на:

1. Перетворення крупних одиниць часу у дрібні, перетворення складеного іменованого числа у просте . Заміну простих іменованих чисел, поданих в одиницях вимірювання часу, складеними іменованими числами.

2. Визначення часу за годинником.

3. Знаходження частини від одиниці вимірювання часу.

4. Знаходження частини, яку становить одне іменоване число від іншого (обидва числа подані в одиницях вимірювання часу) .

5. Письмове додавання і віднімання складених іменованих чисел, поданих в одиницях часу

Також розв'язуються прості задачі на час і складені іменовані числа подані у одиницях часу застосовуються у складених задачах.

В 4-му класі одиниці вимірювання часу пов'язуються з обертом Землі навколо Сонця та Місяця навколо Землі; одиниці вимірювання часу подаються як частини від більш крупних .Узагальнюється співвідношення одиниць вимірювання часу.

Століття – це проміжок часу, який містить 100 років.

Рік – це проміжок часу, протягом якого Земля робить повний оберт навколо Сонця. Рік містить 365 та $\frac{1}{4}$ доби. Тому домовилися вважати 3 роки

по 365 діб кожний, а четвертий – по 366 діб і його називати високосним. Рік становить $\frac{1}{100}$ століття.

За час, який Земля робить повний оберт навколо Сонця, Місяць робить 12 повних обертів навколо Землі. Тому, рік поділяють на 12 проміжків – місяців. Рік містить 12 місяців.

Місяць – це проміжок часу, протягом якого Місяць робить повний оберт навколо Землі та навколо своєї вісі. Період руху Місяця навколо своєї вісі та період руху Місяця навколо Землі співпадають, тому ми бачимо Місяць весь час з однієї сторони. Місяць приблизно дорівнює 30, 4 діб. Тому місяць містить від 28 до 31 діб. Місяць становить $\frac{1}{12}$ частину року.

Доба – проміжок часу, протягом якого Земля робить повний оберт навколо своєї осі. Доба ділиться на 24 рівні частини – години. Доба містить 24 години. Підрахунок доби починається опівночі.

В 4-му класі при ознайомленні з науковим трактуванням одиниць вимірювання часу – роком, місяцем та добою, застосовується астрономічний прилад “телурій” , на якому наочно прослідковується процес оберту Землі навколо Сонця та Місяця навколо Землі та Землі навколо своєї осі.

Година – це проміжок часу , який дорівнює $\frac{1}{24}$ частині доби. Година поділяється на 60 рівних частин – хвилин. Година містить 60 хвилин.

Хвилина – це $\frac{1}{60}$ частина години. Хвилина ділиться на 60 рівних частин – секунд. 1 хвилина дорівнює 60 секундам.

Секунда – це $\frac{1}{60}$ частина хвилини.

Система підрахунку тривалих проміжків часу, в якій встановлено певний порядок підрахунку днів в році і вказування епохи, від якої ведеться підрахунок, називається **календарем**. В нашій країні, як і в більшості інших країн застосовується Григоріанський календар.

Таким чином, учні початкових класів вивчають наступні одиниці вимірювання часу та їх співвідношення:

Час

1 с = $\frac{1}{60}$ хв = $\frac{1}{3600}$ год

1 хв. = 60 с = $\frac{1}{60}$ год

1 год = 60 хв = $\frac{1}{24}$ доби

1 доба = 24 год

1 місяць - 31 доба, 30 діб, 28 або 29 діб

1 місяць = $\frac{1}{12}$ року

1 рік = 12 місяців

1 рік – 365 діб або 366 діб

1 століття = 100 років.

Арифметичні дії з іменованими числами, поданими в одиницях часу.

Міри довжини, маси , вартості – десяткові міри. В них крупна одиниця більша за дрібну в 10, 100 ... разів. Міри часу – не десяткові, і це уявляє певні труднощі при виконанні арифметичних дій додавання і віднімання іменованих чисел, поданих в одиницях вимірювання часу.

Після складення таблиці співвідношення одиниць вимірювання часу, вчимо дітей замінювати крупні одиниці часу дрібними , а також з дрібних мір час виділяти крупні. Наприклад:

3 доби = ... год

Міркуємо так: 1 доба містить 24 години. 3 доби в 3 рази більші за 1 добу, тому 3 доби містять в 3 рази більше годин – 24 * 3 = 72 год.

4800 с = ... хв.

Міркуємо так: 60 секунд складають 1 хвилину; в 4800 секундах міститься по 60 секунд 80 разів (4800 : 60 = 80 разів), тому 4800 с = 80 хв.

Після засвоєння таблиці мір часу, учитель переходить до вивчення правил дій з іменованими числами. Вправи підбираються за збільшенням ступню складності: спочатку сума секунд і хвилин складає не більш за 60, а потім і більш складні випадки:

6 хв 53 с + 8 хв 40 с 14 хв 93 с 15 хв 33 с	4 93 15 хв 33 с - 8 хв 40 с 6 хв 53 с
Додавши іменовані числа ми отримали суму 14 хвилин 93 секунди. Але 93 с = 60 с + 33 с, 60 с = 1 хв. Замінивши 60 с на 1 хвилину, отримаємо: 14 хв + 1 хв = 15 хв. Відповідь: 15 хв 33 с	Від 33 с не можна відняти 40 с. Позичаємо 1 хв і роздробляємо в 60 с. 15 хв – 1 хв = 14 хв. – залишилося. 60 с + 33 с = 93 с 93 с – 40 с = 53 с 14 хв – 8 хв = 6 хв. Відповідь: 6 хв 53 с.

Так само розв’язуються приклади на додавання і віднімання годин і хвилин:

6 год 53 хв + 8 год 40 хв 14 год 93 хв 15 год 33 хв	4 93 15 год 33 хв - 8 год 40 хв 6 год 53 хв

При розв’язуванні подібних прикладів доцільно мати перед очами “таблицю мі часу” або дозволяти учням користуватися нею.

Корисні вправи на додавання або віднімання іменованих чисел з наступною перевіркою оберненою дією:

5 діб 17 год
+
6 діб 16 год
11 діб 33 год
12 діб 09 год

Перевірка:

1 33
12 діб 09 год
-
5 діб 17 год
6 діб 16 год

Спочатку знаходимо суму звичайно:
маємо 11 діб 33 год.
33 год більші за 1 добу,
24 год = 1добі
33 год = 24 год + 9 год = 1 доба 9 год
11 діб + 1 доба = 12 діб
Відповідь: 12 діб 09 год.

Від 9 годин не можна відняти 17 годин, тому позичаємо 1 добу і роздріблюємо її у години:
1 доба = 24 год
24 год + 9 год = 33 год
33 год – 17 год = 16 год
Було 12 діб, позичили 1 добу, залишилося 11 діб:
11 діб – 5 діб = 6 діб
Відповідь: 6 діб 16 год.

Зауваження: тому що в добі 24 години (двоцифрове число), то число годин зручно писати двоцифровим числом. Замість 12 діб 9 годин зручніше писати 12 діб 09 год.

Треба зазначити, що величини поділяють на основні (довжина, об'єм, маса, час, площа) та похідні (швидкість, вартість, продуктивність праці, врожайність).

Швидкість – це відстань, яку долає тіло за одиницю часу. Швидкість вимірюється у одиницях: $\frac{км}{год};\frac{км}{хв};\frac{км}{с};\frac{м}{с};\frac{м}{хв}$... Прийнято буквені позначення:
V - швидкість, S – відстань або подоланий шлях, t – час.
S = V * t – відстань дорівнює швидкості, яку помножено на час.
V = S : t = $\frac{S}{t}$ - швидкість дорівнює відстані, яку поділено на час.
t = S : V = $\frac{S}{V}$ - час дорівнює відстані, яку поділено на швидкість.

Вартість. Одиницями вартості є гривні (грн..) та копійки (к.) Прийнято позначення: С - вартість, Ц – ціна, К – кількість.

Ціна – це вартість одиниці товару.
С = Ц * К - вартість дорівнює ціні, яку помножено на кількість.
Ц = С : К = $\frac{C}{K}$ - ціна дорівнює вартості, що поділено на кількість.
К = С : Ц = $\frac{C}{Ц}$ - кількість дорівнює вартості, яку поділено на ціну.

Продуктивність – це робота, що виконано за одиницю часу. Прийнято позначення: А – робота, N – продуктивність, t – час.
A = N * t – робота дорівнює продуктивності, яку помножено на час.
N = A : t = $\frac{A}{t}$ - продуктивність дорівнює роботі, що поділено на час.

t = A : N = $\frac{A}{N}$ - час дорівнює роботі, яку поділено на продуктивність.

Врожайність – це маса врожаю , що отримали з одиниці площі. Прийнято позначення: M – маса врожаю; m - врожайність; S –площа.

M = m * S – маса врожаю дорівнює врожайності, яку помножено на площу.

m = M : S = $\frac{M}{S}$ - врожайність дорівнює масі врожаю, яку поділено на площу.

S = M : m = $\frac{M}{m}$ - площа дорівнює масі врожаю, яку поділено на врожайність.

Нестандартні задачі для 4-го класу

Процесуальні задачі.

Задачі на знаходження і опис процесу досягнення поставленої мети при певних умовах називаються процесуальними. Відповіддю задач є сам процес отримання того факту, який виступає метою діяльності. Спочатку відомі кінцева мета і умови, які накладаються на процес її досягнення, вимагається спланувати і описати цей процес, тобто встановити, які дії і операції треба виконати, щоб досягнути поставленої мети.

Процесуальні задачі мають дуже важливе значення в розвиваючому навчанні математиці: вони сприяють розвитку умінь порівнювати, аналізувати, узагальнювати, прогнозувати, міркувати і планувати; сприяють формуванню таких якостей, як уважність, охайність й тощо. Цінність цих задач полягає ще й в тому, що їх розв'язання сприяє формуванню операційного стилю мислення, який необхідний при вивченні математики та інформатики .

Задачі на перестановку

Задача 1. *На спортивному майданчику лісового містечка спортсмени вишукувалися в наступному порядку:*

Заєць – Білка – Вовк – Лисиця – Лось – Ведмідь.

Головний суддя Єнот запропонував усім вишукуватися за зростом, починаючи з найвищого:

Лось – Ведмідь – Вовк – Лисиця – Заєць – Білка.

Дозволялося мінятися місцями лише тим, що поряд стоять парами й переходити на нове місце, проходячи пару звірів, що стоять поряд. За яке найменше число таких переходів можна було б вишукуватися за зростом ?

Розв'язання. Проводимо одне із можливих переміщень:

1) Заєць – Білка – Лось – Ведмідь – Вовк – Лисиця.
2) Лось – Ведмідь – Заєць – Білка – Вовк – Лисиця.
3) Лось – Ведмідь – Вовк – Лисиця – заєць – Білка.

Відповідь: всього 3 переміщення.

Задача 2. *На лавочці лісового стадіону сиділи Заєць, Ведмідь, Лисиця та Єнот. Якби Лисиця, яка сидіть збоку ліворуч, сяде між Ведмедем та Зайцем, то Заєць опиниться збоку зліва. Хто де сидить?*

Розв'язання. Позначимо звірів літерами. Можливо звірки сиділи так:

Л. Є. М. З. (1)
Л. М. Є. З. (2)
Л. Є. З. М. (3)
Л. З. Є. М. (4)
Л. М. З. Є. (5)
Л. З. М. Є. (6)

Перший випадок неможливий, тому що, якщо *Лисиця, яка сидіть вкраю ліворуч, сяде між Ведмедем та Зайцем, то Заєць* не *опиниться вкраю зліва.*

Випадок 2 неможливий тому, що в умові сказано, що Лисиця *сяде між Ведмедем та Зайцем*, тому Ведмідь та Заєць повинні сидіти разом, а тут ця умова не виконується. В випадку 3 порушено умову: якщо *Лисиця, яка сидіть вкраю ліворуч, сяде між Ведмедем та Зайцем, то Заєць* не *опиниться вкраю зліва.* У випадку 4 Ведмідь та Заєць не сидять разом. У випадку 5 Лисиця може сісти між зайцем та Ведмедем, але Заєць не буде вкраю зліва.

Підходить лише випадок 6.

Відповідь: спочатку звірки сиділи так: Лисиця, Заєць, Ведмідь, Єнот, якщо рахувати зліва направо.

Зазначимо, що усі випадки можна було і не розглядати. Слід розглянути лише ті випадки, коли Заєць сидить поряд з Лисицею: (4) та (6).

Задачі на переливання.

Задача 3. *Як за допомогою п'яти літрового бідону і трилітрової банки налити з колодязя 4 л води?*

Шляхом аналізу умови встановлюється, що нам дані дві мірки – 3 л та 5 л і необмежена кількість води в колодязі. Вимагається, використовуючи дані мірки, налити 4 л води.

Позначимо: а – колодязь, в – п'яти літровий бідон, с – трилітрова банка.

Одну дія (хід) позначатимемо, наприклад а – с. Перша літера показує, звідки наливаємо, друга – куди переливаємо. Посудина, в яку переливаємо, заповнюється, якщо це можливо, до країв.

Розв'язання.

№	Хід	в	с
1	а - в	5	0
2	в -с	2	3
3	с - а	2	0
4	в - с	0	2
5	а - в	5	2
6	в - с	4	3

І спосіб розв'язання. Якщо налити воду в 3-літрову банку та 5-літровий бідон, то ми ніяк не отримаємо 4 л води. Треба щоб одна посудина була порожнею.

Спочатку треба наповнити 3-літрову банку і перелити воду в 5-ти літровий бідон. 5-ти літровий бідон буде неповний, в тому не вистачатиме: 5 – 3 = 2 (л). Потім наповнити ще раз 3-літрову банку і долити з неї 2 л в бідон. В банці залишиться 3 – 2 = 1 (л). Воду з бідона тепер ведмеді повинні вилити у річку, і 1 л води з банки перелити у бідон. Потім ще раз налити повну банку 3 л. І ці 3 л перелити у бідон. Тоді у бідоні стане 1 л + 3 л = 4 л.

№	Хід	в	с
1	а - с		3
2	с -в	3	0
3	а - с	3	3
4	с - в	5	1

5	в - а	0	1
6	с - в	1	0
7	а - с	1	3
8	с - в	4	0

Задача 4. *Як за допомогою 7-літрового відра та 3-літрової банки налити в каструлю 5 л води?*

Розв'язання. Пропонуємо два варіанти. Перший варіант аналогічний міркуванням попередньої задачі, який перепускає виливання води у річну або у колодязь. Другий варіант більш строгий – він не допускає виливання води у річку або колодязь.

1. Наповнити 7-літрове відро; перелити з нього частину води у 3-літрову банку. У відрі залишиться 7 – 3 = 4 (л). Решту води з відра (4л) перелити у каструлю. Тепер в каструлі не вистачає 5 – 4 = 1 (л) води. Щоб отримати 1 л, ми виливаємо воду у колодязь з 3-літрової банки, і знов наповнюємо 7-літрове відро. З відра переливаємо воду в 3-літрову банку; в відрі залишається 4 л води. З банки виливаємо воду в колодязь і з відра переливаємо в банку 3 л., тому в відрі лишається 4 – 3 = 1 л води. Цей 1 л ми і доливаємо в каструлю. В каструлі маємо: 4 л + 1 л = 5 л.

Оформимо розв'язання таблицею. Воду з чогось брали, припустимо це був колодязь, позначимо його літерою к, 7-літрове відро позначимо літерою а, 3-літрову банку – в, 5-літрову каструлю – с.

№	Хід	а	в	с
1	к - а	7		
2	а -в	5	3	
3	а - с	0	3	4
4	в - к	0	0	4
5	к - а	7	0	4
6	а - в	4	3	4
7	в - к	4	0	4
8	а - в	1	3	4
9	а - с	0	3	5

2. Наповнюємо 3-літрову банку. З банки переливаємо воду у відро. У відрі тепер є 3 л води. Ще раз наповнюємо банку і виливаємо воду з банки у відро. Зараз у відрі вже 6 л води; щоб відро було повним не вистачає 7 – 6 = 1 л води. Ще раз наповнюємо банку, і виливаємо частину води у відро: в відро поміститься тільки 1 л, а в банці залишиться 2 л. Ці 2 л переливаємо в каструлю. Ще раз наповнюємо 3-літрову банку і переливаємо з неї воду у каструлю. Маємо в каструлі 2 л + 3 л = 5 л.

№	Хід	а	в	с
1	к - в		3	
2	в -а	3	0	
3	к - в	3	3	
4	в - а	6	0	

5	к - в	6	3	
6	в - а	7	2	
7	в - с	7	0	2
8	к - в	7	3	2
9	в - с	7	0	5

Задача 5. *Є бочка на вісім відер. Як відлити з нею рівно половину, користуючись лише бочками місткістю1 та 5 відер?*

Позначимо бочку на 8 відер а, бочку на 1 відро –в, бочку на 5 відер – с.

№	Хід	а	в	с
1	а - с	3		5
2	с -в	3	1	4
3	в - а	4	0	4

Задача 6. *Як за допомогою двох бідонів місткістю 5 л та 8 л відлити з молочної цистерни 7 л молока?*

Розв'язання. Два рази наповнити 5-літровий бідон і вилити в 8-літровий бідон. Тоді в 5-ти літровому бідоні залишиться 2 літри молока. Виливши з 8 – літрового бідона молоко у цистерну, в цей бідон наллємо 2 л молока з 5-літрового бідону, а потім добавимо ще 5 літрів. В бідоні буде 7 л молока.

Оформимо розв'язання цієї задачі в формі таблиці. Позначимо цистерну літерою ц, 5-літровий бідон – а, 8-літровий бідон – в.

№	Хід	а	в
1	ц - а	5	
2	а -в	0	5
3	ц - а	5	5
4	а - в	2	8
5	в - ц	2	0
6	а - в	0	2
7	ц - а	5	2
8	а- в	0	7

Задачі на пересипання.

Задача 7. *Є пакет місткістю 600 г та серветка. Як відмірити у мішок 1 кг чаю з ящика, в якому міститься 1 кг 100 г чаю?*

Розв'язання.

1. Відсипати з ящику у пакет 600 г.
2. Пересипати їх з пакета у мішок.
3. Відсипати решту 500 г з ящика у пакет.
4. Накрити чай в пакеті серветкою і поверх неї насипати (до краю) 100 г з мішка.
5. Пересипати 100 г з серветки у ящик.
6. Решту 1000 г висипати у мішок.

Задача 8. *Є 9 кг піску та гиря в 250 г. Як в три зважування на чашечних терезах відмірити 2 кг піску?*

Розв'язання.

1) за допомогою терезів ділимо 9 кг піску на дві рівні частини; на кожній чашці по 4 кг 500 г;
2) ділимо навпіл 4 кг 500 г; на кожній чашці буде по 2 кг 250 г;
3) на одній чашці залишаємо 2 кг 250 г, а на іншу чашку кладемо гирю в 250 г; відсипаючи пісок приводимо терези у рівновагу; маємо 250 г піску на терезах і 2 кг піску окремо – це зайва вага, яку ми відсипали (20)

Задача 9. *Треба розважити 2 кг цукрового піску в 200- грамові пакети. Є одна гиря 500 г і молоток масою 900 г. Як отримати 10 пакетів цукру, по 200 г в кожному, користуючись гирею та молотком?*

Задачі, в яких за конкретний час треба виконати якусь дію.

Задача 10. *Є пісочний годинник на 3 хвилини і на 7 хвилин. Треба опустити яйце в кип'ячу воду рівно на 4 хвилини. Як це зробити за допомогою цих годинників?*

Розв'язання. Після розгляду можливих варіантів знаходимо вірний розв'язок : часи повинні почати працювати одночасно. Коли пісок у 3-хвилинному годиннику висиплеться, тоді слід опустити яйце. Решта часу на 7-хвилинному годиннику дорівнює саме 4 хвилинам.

Задача 11. *На сковороді можна розташувати лише два млинчики. На засмажування млинчика з однієї сторони треба 1 хвилина. Як за три хвилини засмажити на цій сковороді три млинчика?*

Розв'язання.

1) Обжарити два млинчика з однієї сторони (одна хвилина);
2) Один млинчик перевернути, а другий зняти; на його місце покласти третій млинчик (одна хвилина);
3) Покласти на сковорідку другий та третій млинчики та засмажити іншу сторону (одна хвилина) .

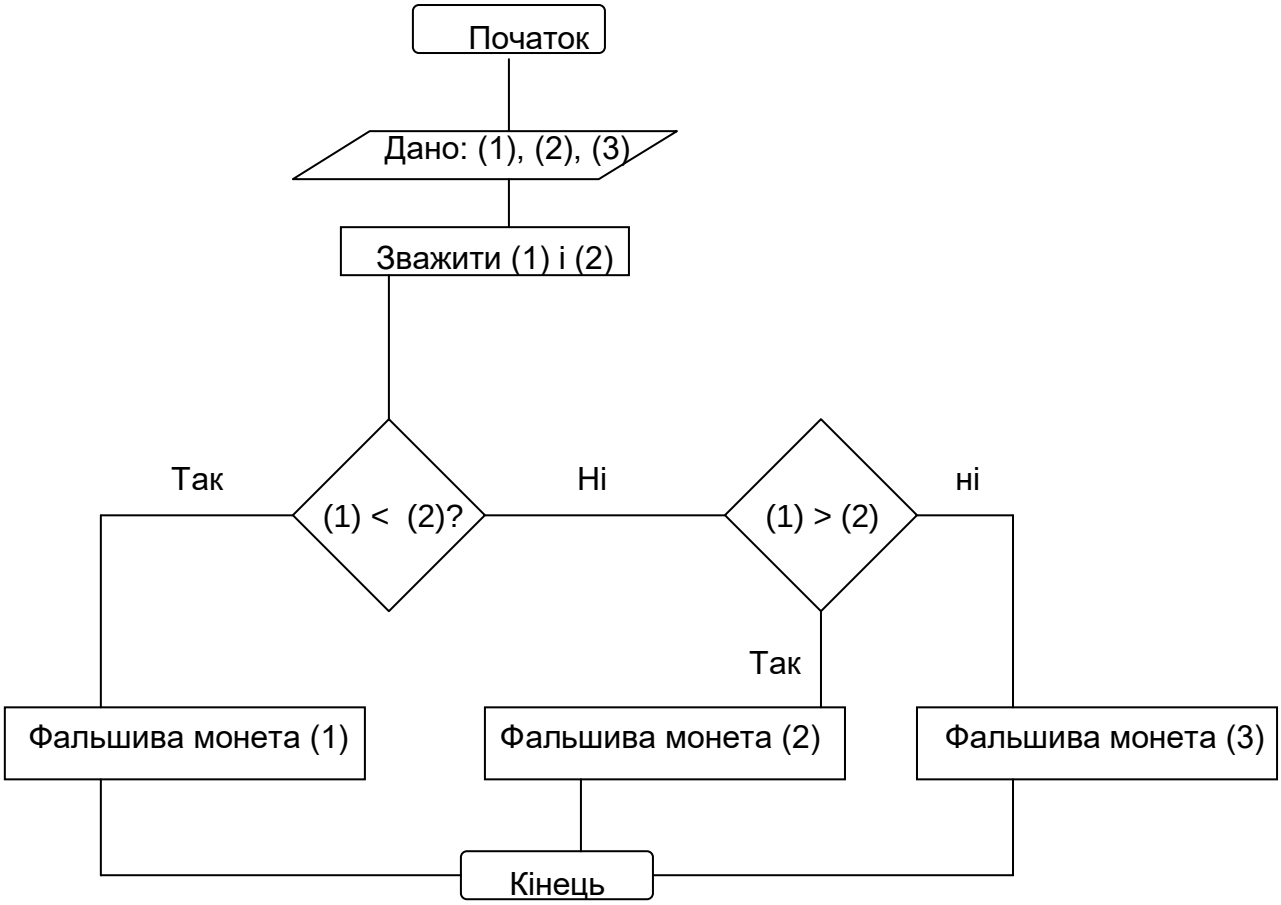
Задачі зважування

Задача 12. *Серед трьох монет одна фальшива. Вона не дуже відрізняється від справжньої монети по вигляду але трішки важче справжньої монети. Як за допомогою чашечних терезів без гир одним зважуванням встановити, яка монета фальшива?*

Розв'язання. Беремо дві монети і порівнюємо їх виважуванням. Якщо терези прийдуть у рівновагу, то це справжні монети, і тому третя монета фальшива. Якщо терези будуть неврівноважені, то монета, яка переважує і буде фальшивою.

Задача 13. *Серед трьох монет одна фальшива. Вона не відрізняється від справжньої монети за видом, але трошки легша на справжню. Як за допомогою чашечних терезів одним зважуванням встановити яка монета фальшива?*

Розв'язання. Позначимо монети: (1), (2), (3).



Задача 14. *Серед дев'яти монет одна фальшива. Вона не відрізняється від справжньої монети по вигляду, але трішки важче справжньої монети. Як за допомогою чашечних терезів без гир двома зважуваннями встановити, яка монета фальшива?*

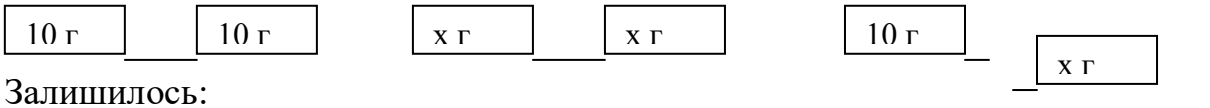
Розв'язання. Треба монети розділити на дві групи – по 3; і встановити в якій трійці є фальшива монета за допомогою терезів: та трійка, яка переважує і містить фальшиву монету. Далі взяти дві монети з цієї групи, покласти їх на терези: якщо терези будуть в рівновазі, то монета, яка залишилася і буде фальшивою, якщо терези не врівноважені, то фальшива монета, та що переважує.

Задача 15. *Серед дев'яти монет одна фальшива. Вона не відрізняється від справжньої монети за виглядом, але трішки легша за справжню. У нас є чашечні терези без гир. Як двома зважуваннями встановити, яка монета фальшива?*

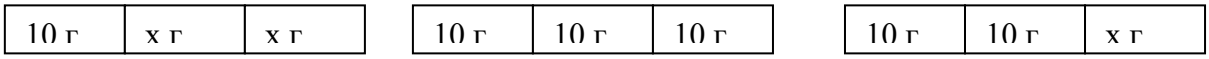
Задача 16. *Є 5 монет. Три з них мають масу по 10 грам кожна. Про решту – дві монети відомо, що вони мають однакову масу, але на вигляд не відрізняються від 10-грамових. Як двома зважуваннями на чашечних терезах без гир знайти хоч би одну монету в 10 г?*

Розв'язання. Треба взяти дві будь-які монети і порівняти їх за масою: якщо терези врівноважені, то ці дві монети або по 10 г або інші монети; якщо терези не врівноважені, то одна монета в 10 г а, інша відмінна від неї.

Треба взяти ще дві монети і порівняти їх маси на терезах. Т Якщо терези врівноважені, то на терезах можуть бути або дві монети по 10 г або дві інші монети. Якщо терези не врівноважені, то на них одна монета 10 г і одна інша монета.



Залишилось:



Але ми не знаємо, які монети ми зважили...Треба взяти ще дві монети і порівняти їх на терезах.

Якщо в обох випадках терези врівноважені, то п'ята монета і вона має масу 10 г. Якщо в одному з випадків терези врівноважені, а в іншому – неврівноважені, то врівноважені монети по 10 г.

Задача 17. *Є 8 монет. Можливо, що одна з них фальшива (відрізняється від інших за вагою). Є Чашечні терези. Скільки зважувань треба зробити, щоб з'ясувати , чи є серед монет фальшива?*

Розв'язання. Достатньо покласти на одну чашу терезів 4 монети і на іншу – 4 монети. Якщо терези будуть врівноважені, то фальшивих монети немає; якщо терези не врівноважені, то фальшива монета є.

Відповідь: одне зважування.

Задача 18. *Є 8 монет. Одна з них фальшива, легша. Є чашечні терези. Скільки зважувань треба зробити, щоб знайти цю монету?*

Розв'язання. Першим зважуванням порівнюємо четвірки монет. Другим зважуванням порівнюємо дві пари монет з більш легкої четвірки. Третім зважуванням порівнюємо монети більш легкої пари. Легша монета – фальшива.

Відповідь: три.

Задача 19. *Є 8 монет. Одна з них фальшива (відрізняється за вагою). Є чашечні терези. Скільки зважувань треба зробити, щоб дізнатися чи важче чи легше фальшива монета, ніж справжня?*

Розв'язання. Першим зважуванням порівнюємо четвірки монет. Другим зважуванням порівнюємо дві пари монет з якої не будь четвірки. Якщо у другому зважуванні терези врівноважилися, то фальшива монета - серед іншої четвірки, а якщо ні, то вона серед цих монет. Ти самим стає зрозумілим: важче чи легше вона за справжню.

Відповідь: два.

Задача 20. *Якими чотирма гирями можна відміряти будь-яку вагу від 1 до 40 г, якщо класти гирі на обидві чаші терезів?*

Розв'язання. Щоб зважити 1 г, треба взяти гирю в 1 г. Щоб заважити 2 г, візьмемо гирю не в 2 г, а в 3 г: на одну чашу покладемо тіло в 2 г та гирю в 1 г, а на другу чашу терезів – гирю в 3 г. За допомогою гир в 3 г та 1 г можна зважити вагу в 4 г. Наступна вага – 5 г. Візьмемо найбільшу можливу гирю – 9 г. Маємо 5 г = 9 г – (1 г + 3 г). Тобто на одну чашу терезів покладемо тіло і

гирі 1 г та 3 г, а на іншу чашу – гирю в 9 г. Аналогічно можна зважити будь-яку вагу від 6 до 13 г (6 = 9 – 3; 7 = 9 + 1 – 3; 8 = 9 – 1; 10 = 9 + 1, 11 = 9 + 3 – 1; 12 = 9 + 3, 13 = 1 + 3 + 9). Таким чином для зважування ваги від 1 до 13 г нам треба гирі в 1 г, 3 г та 9 г.

Для того щоб зважити інші тіла , вагою до 40 г, треба обрати ще одну гирю. Візьмемо її побільше, але щоб з її допомогою можна було зважити 14 г. В нас є вже гирі , сума мас яких 13 г, тому 14 = а – 13; треба взяти гирю в 27 г. Тоді 13 = 27 – 14. Легко перевірити, що чотирма гирями в 1 г, 3 г. (г та 27г можна заважити будь-яку вагу від 1 до 40 г (1 + 2 + 9 + 27 = 40).

Відповідь: 1г, 3г, 9г, 27г.

Задача 21. *Яку вагу можна зважити однією гирею в 1 г і будь-якою кількістю гир в 2 г, якщо класти гирі тільки на одну чашу терезів?*

Розв'язання. Будь-яке непарне число грамів можна відміряти гирями в 2 г та однією гирею в 1 г., а будь-яке парне число грамів – лише гирями в 2 г.

Відповідь: будь-яку вагу.

Задача 22.*Як на чашечних терезах врівноважити вантаж вагою 47 г за допомогою набору з п'яти камінців : 1 г, 3г, 9 г, 27 г, 81 г? Дозволяється класти камінці на обидві чаші терезів.*

Розв'язання. На одній чаші терезів розмістити вантаж в 47 г і камінці 1 г, 9 г, 27 г; а на іншій чаші решту камінців: 3 г, 81 г .

Задачі на здійснення перевозок.

Задача 23. *4 людини стоять у ліфта п'ятиповерхового будинку. Усі вони мешкають на різних поверхах, від другого до п'ятого. Ліфтер бажає доїхати до одного якого-небудь поверху, а там нехай йдуть пішки. Зійти на один поверх – незручність, піднятися на один поверх – подвійна незручність. На якому поверсі треба зупинити ліфт, щоб сума незручностей була найменшою?*

Розв'язання. Припустимо, що ліфт зупинився :

- на 2-му поверсі, тоді без незручностей опиниться мешканець 2-го поверху, мешканець 5-го поверху отримає три рази подвійну незручність, тому що йому необхідно піднятися на один поверх (з 2-го на 5-й); а мешканець 4-го поверху отримає два рази подвійну незручність, тому що йому треба піднятися з 2-го на 4-1 поверх; мешканець 3-го поверху отримає 1 подвійну незручність, тому що йому треба піднятися на один поверх.. Сума незручностей дорівнює 12.
- на 3-му поверсі, тоді без незручностей опиниться мешканець 3-го поверху, мешканець 5-го поверху отримає двічі подвійну незручність, тому що йому необхідно піднятися на один поверх (з 3-го на 5-й); а мешканець 4-го поверху отримає один раз подвійну незручність, тому що йому треба піднятися з 3-го на 4-1 поверх; мешканець 2-го поверху отримає 1 незручність, тому що йому треба спуститися на один поверх.. Сума незручностей дорівнює 7.
- на 4-му поверсі, тоді без незручностей опиниться мешканець 4-го поверху, мешканець 5-го поверху отримає подвійну незручність, тому що йому необхідно піднятися на один поверх (з 4-го на 5-й); а мешканець 3-го

поверху отримає одну незручність; мешканець 2-го поверху – 2 незручності . Сума незручностей дорівнює 5.

- на 5-му поверсі, тоді без незручностей опиниться мешканець 5-го поверху, мешканець 4-го поверху отримає одну незручність, тому що йому необхідно спуститися на один поверх (з 5-го на 4-й); а мешканець 3-го поверху отримає подвійну незручність, тому що йому треба спуститися на два поверхи з 5-го на 3-й поверх; мешканець 2-го поверху отримає 3 незручності, тому що йому треба спуститися з 5-го на другий поверх. Сума незручностей дорівнює 7.

Відповідь: на четвертому поверсі.

Задача 24. *Як переправитися трьом розбійникам і трьом мешканцям місти через річку в двомісному човні без переправщика, якщо не можна залишати на одному березі розбійників більше, ніж мешканцям міста?*

Розв'язання. Позначимо: Р – розбійники, М – мешканці міста. Одну переправу будемо позначати наступним чином:

1) стрілка показує напрям руху;
2) літери на стрілці показують, хто переправляється;
3) зліва записуються усі, хто в дану мить залишися на лівому березі;
4) справа записуються усі ті, хто в дану мить вже переправився.

В цій задачі спочатку можуть переправитися 2 розбійника, тоді над стрілкою, яка вказує напрям руху ми запишемо РР; на лівому березі залишилися 3 мешканця міста і 1 розбійник, значить, зліва від стрілки ми запишемо МММР. На правому березі поки нікого немає, тому, нічого не пишемо.

1) МММР $\xrightarrow{\text{РР}}$

2) МММР $\xleftarrow{\text{Р}}$ Р

3) ММ $\xrightarrow{\text{РР}}$ Р

4) ММ $\xleftarrow{\text{Р}}$ РР

5) МР $\xrightarrow{\text{ММ}}$ РР

6) МР $\xleftarrow{\text{МР}}$ МР

7) РР $\xrightarrow{\text{ММ}}$ МР

8) РР $\xleftarrow{\text{Р}}$ ММ

9) Р $\xrightarrow{\text{РР}}$ ММР

10) Р $\xleftarrow{\text{Р}}$ ММР

11) $\xrightarrow{\text{РР}}$ ММР

Задачі, пов'язані з кількістю проміжків між даними точками.

Задача 1. *Колесо має 10 спиць. Скільки проміжків між спицями?*
Відповідь: 10 проміжків.

Задача 2. *Хлопчики розпилили колоду.*
А) Вони зробили 10 розпилів. Скільки отримали оцупків?
Б) Отримали 10 оцупків. Скільки зробили розпилів?
Відповідь: 11 оцупків та 9 розпилів .

Задача 3. *Равлик з сьомої сторінки книги переповз на двадцяту сторінку. Через скільки листів прийшлося переповзти равлику, якщо він на кожній сторінці був лише один раз?*
Відповідь: 7 листів .

Задача 4. *Скільки буде проміжків між першим та п'ятим стовпом забору, якщо забір тягнеться:*

1) *повз дороги;*
2) *по замкненій лінії?*

Відповідь: якщо забір тягнеться повз дороги то проміжків буде 4, а якщо по замкненій лінії – то 5.

Задача 5. *Скільки буде проміжків між шостим та десятим стовпом забору, якщо забір тягнеться:*

1) *повз дороги;*
2) *по замкненій лінії?*

Відповідь: якщо забір тягнеться повз дороги то проміжків буде 4, а якщо по замкненій лінії – то 5.

Задача 6. *Телеграфні стовпи розташовані на відстані 40 м один від одного. Яка відстань між п'ятим і сороковим стовпами?*
Розв'язання.
1) 40 – 5 = 35 – проміжків між стовпами.
2) 40 * 35 = 1400 (м) – відстань між п'ятим і сороковим стовпами.
Відповідь: 1400 м.

І ***Задача 7.*** *Щоб поставити забір, вкопали 20 стовпів через 2 метри. Якої довжини отримають забір?*

Тут можливі два випадки: 1 – забір йде по прямій лінії; 2 – забір розташований по замкненій лінії (круг чи прямокутник).
1. Якщо забір йде по прямій лінії, то на підставі підбору різних варіантів можна зробити висновок, що число проміжків дорівнює числу стовпів , яке зменшене на Таким чином, маємо 19 проміжків по 2 метри: 2 * 19 = 38 (м) довжина забору.
Відповідь 38 м.
2. Якщо забір йде по замкненій лінії, то треба врахувати ще й проміжок між 20-ти та 1-им стовпами. Таким чином, проміжків буде 19 + 1 = 20. Число проміжків дорівнює числу стовпів – 20. 2 * 20 = 40 (м) довжина забору.
Відповідь: 40 м.

Задача 8. *Треба поставити забір , довжиною 50 м. Скільки треба вкопати стовпів, якщо вони повинні стояти через 2 метри?*

Задача 9. *Щоб поставити забір, вкопали 30 стовпів через 2 метри. Половина забору була з дерева, а решта – з сітки. Скільки метрів сітки треба для забору?*

Задача 10. *На відстані метра одно від одного лежать в рядок 10 яблук, і на відстані метра від першого яблука в цьому щ рядку садівник поставив корзину. Він збирає яблука так, що йде від корзини, бере їх послідовно по одному і кожне окремо відносить в корзину, яка стоїть в тому самому місті. Якої довжини шлях від подолає?*

Задача 11. *Трьохметрову колоду треба розрізати на полу метрові. Скільки розрізів треба зробити?*

Розв'язання. В трьохметровій колоді 300 см. Її треба розрізати на оцупки по 50 см кожний. Отримаємо 300 : 50 = 6 оцупків. А скільки треба зробити розрізів?

Щоб розрізати колоду навпіл , на дві частини, треба зробити 1 розріз; на три частини – 2 розрізи і так далі, на 6 – 5 розрізів; розрізів на 1 менше, ніж отримується оцупків. Отже 6 – 1 = 5 розрізів.

Відповідь: 5 розрізів.

Задача 12. *П'ятидесяті метровий шнур треба розрізати на частини, довжина кожної з яких 2 м. Скільки розрізів треба зробити?*

Розв'язання. 50 : 2 – 1 = 24 розрізи.

Відповідь: 24 розрізи.

Задача 13*. Шнур, довжиною 32 м складали навпіл і розрізали в місці згину до тих пір, поки не отримали відрізки шнура довжиною 2 м. Скільки разів повторювали цю операцію?*

Відповідь: 16 розрізів.

Задача 14. *Шестиметровий брус розрізали на рівні частини, зробивши при цьому п'ять розрізів. Якої довжини кожна частина?*

Розв'язання. 6 : (5 + 1) = 1 (м)

Відповідь: 1 м.

Задача 15. *Повз ділянки довжиною 100 м поставили стовпи для огорожі на відстань 4 м один від одного. Скільки стовпів поставили?*

Розв'язання. 100 : 4 + 1 = 26 (стовпів).

Відповідь: 26 стовпів.

Задача 16. *Повз прямої дороги на відстані 150 м поставили 51 стовп. Стовпи розміщуються на рівній відстані один від одного. Яка відстань між двома сусідніми стовпами?*

Розв'язання. 150 : (51 – 1) = 3 (м)

Відповідь: 3 м .

Задачі, які розв'язуються способом припущення.

Задача 1. *З 560 аркушів паперу зробили 60 зошитів двох сортів. На кожний зошит першого сорту витрачали по 8 аркушів, а на кожний зошит другого сорту – по 12 аркушів. Скільки зробили зошитів кожного сорту?*

Розв’язання. Припустимо, що усі зошити були зошитами першого сорту. Тоді знадобилося б 8 * 60 = 480 аркушів паперу. Але в умові сказано, що пішло 560 аркушів, тобто витрачено більше, ніж передбачили, на 80 аркушів (560 – 480 = 80) за рахунок того, що були зошити другого сорту, на кожний з яких йшло по 12 аркушів. На один зошит другого сорту витрачали на 4 аркуша більше (12 – 8 = 4). Отже, на усі зошити другого сорту витратили на 80 аркушів більше, ніж на зошити першого сорту, при чому на кожний зошит другого сорту витрачали на 4 аркуші більше, ніж на зошит першого сорту. Це означає, що зошитів другого сорту буде стільки, скільки в числі 80 міститься по 4 (80 : 4 = 20). Щоб знайти число зошитів першого сорту, треба з 60 відняти 20 (60 – 20 = 40).

1) 8 * 60 = 480 (шт..) аркушів пішло б на усі зошити, якби вони були зошитами першого сорту.
2) 560 – 480 = 80 (шт..) аркушів є невитраченими, якби усі зошити були зошитами першого сорту.
3) 12 – 8 = 4 (шт..) на стільки аркушів більше витрачається на 1 зошит другого сорту, ніж на 1 зошит першого сорту.
4) 80 : 4 = 20 – стільки зошитів другого сорту.
5) 60 – 20 = 40 (шт..) зошитів першого сорту.

Другий спосіб розв’язання заснований на передбаченні, що усі зошити були другого сорту.

Аналогічні міркування призводять до розв’язання:

1) 12 * 60 = 720 (шт..) аркушів було б витрачено всього, якби усі зошити були другого сорту.
2) 720 – 560 = 160 (шт..) аркушів не вистачило, щоб усі зошити були другого сорту.
3) 12 – 8 = 4 (шт..) на стільки аркушів більше витрачається на 1 зошит другого сорту, ніж на 1 зошит першого сорту.
4) 160 : 4 = 40 – стільки зошитів першого сорту
5) 60 – 40 = 20 (шт..) зошитів другого сорту.

Можливі інші способи розв’язання задачі. Наприклад:

1) 12 * 60 = 720 (шт..) аркушів було б витрачено всього, якби усі зошити були другого сорту.
2) 720 – 560 = 160 (шт..) аркушів не вистачило, щоб усі зошити були другого сорту.
3) 12 – 8 = 4 (шт..) на стільки аркушів більше витрачається на 1 зошит другого сорту, ніж на 1 зошит першого сорту.
4) 160 : 4= 40 – стільки зошитів першого сорту.
5) 8 * 40 = 320 (шт..) аркушів потрібно на всі зошити першого сорту.
6) 560 – 320 = 240 (шт..) аркушів потрібно на всі зошити другого сорту.
7) 240 : 12 = 20 – стільки зошитів другого сорту.

Задача 2. *У хлопчика в колекції є жуки та павуки – всього 8 штук. Якщо перелічити усі ноги в колекції, то їх буде 54. Скільки в колекції жуків і скільки павуків?*

Розв'язання. Припустимо, що в коробці були усі жуки (на дошці позначаємо комах з 6 ногами). Скільки всього в них ніг? (6 * 8 = 48) А в умові задачі всього 54 ноги. На скільки більше ніг повинно бути у комах? (54 – 48 = 6). А чому так сталося? (Тому, що в колекції, крім жуків, були й павуки, а в них ніг більше.) У павука 8 ніг, а у жука – 6. На скільки більше ніг у павука, ніж у жука? (На дві ноги.) Значить, 6 ніг треба розподілити між комахами (жуками), добавляючи кожному по 2 ноги. Павуків буде стільки , скільки в 6 міститься по 2, тобто 3.

1) 6 * 8 = 48 (ніг) всього було б, якби в колекції були лише жуки.
2) 54 – 48 = 6 (ніг) на стільки ніг більше у комах, ніж ми передбачили.
3) 8 – 6 = 2 (ноги) на стільки більше ніг у павука, ніж у жука .
4) 6 : 2 = 3 – стільки жуків.
5) 8 – 3 = 5 павуків.

Можна розпочати міркування з передбачення, що в колекції були лише павуки:

1) 8 * 8 = 64 (ноги) всього , якби всі були павуки.
2) 64 – 54 = 10 (ноги) зайві
3) 8 – 6 = 2 (ноги) на стільки більше ніг у павука, ніж у жука .
4) 10 : 2 = 5 – стільки павуків
5) 8 – 5 = 3 жуків.

Відповідь: 5 павуків і 3 жуки.

Задача 3. *В гаражі стоять 750 автомобілів. Вантажні автомобілі мають по 6 коліс, а легкові по 4 колеса. Скільки вантажних та скільки легкових автомобілів в гаражі, якщо коліс 3024?*

Розв'язання.

Скільки було б коліс, якби усі автомобілі були легкові?

4 * 750 = 3000

Скільки "зайвих" коліс?

3024 – 3000 = 24

На скільки коліс у вантажного автомобіля більше, ніж у легкового?

6 – 4 = 2

Скільки разів в 24 колесах міститься по 2 колеса? Скільки вантажних автомобілів?

24 : 2 = 12

Скільки легкових автомобілів?

750 – 12 = 738.

Перевірка:

Скільки коліс у 738 легкових автомобілів?

4 * 738 = 2952.

Скільки коліс у 12 вантажних автомобілів?

6 * 12 = 72

Скільки всього коліс?

2952 + 72 = 3024

Відповідь: 738 легкових та 12 вантажних машин .

Задача 4. *Магазин отримав зі складу 1000 лінійок. Одни з них мають довжину 20 см, а інші 30 см. Загальна довжина лінійок 220 м. Скільки 20-сантиметрових лінійок отримав магазин?*

Розв'язання. Припустимо, що усі лінійки мали довжину 20 см.

1) Якою була б загальна довжина лінійок, якби вони були усі 20-сантиметрові? 20 см х 1000 = 20000 см = 200 м.
2) Яка зайва загальна довжина, яка має місце тому, що серед лінійок є 30-сантиметрові? 220 м – 200 м = 20 м.
3) На скільки 30-сантиметрова лінійка довша за 20-сантиметрову? 30 – 20 = 10 (см)
4) Скільки лінійок 30-сантиметрові? 20 м : 10 см = 2000см : 10 см = 200
5) Скільки лінійок 20-сантиметрові? 1000 – 200 = 800

Перевірка:

1) Яка загальна довжина 30-сантиметрових лінійок? 30 см х 200 = 6000 см = 60 м
2) Яка загальна довжина 20-сантиметрових лінійок? 20 см х 800 = 16000 см = 160 м
3) Яка загальна довжина усіх лінійок? 60 + 160 = 220 (м)

Відповідь: 800 лінійок.

Задача 5. *В театрі білети продаються по ціні 30 грн., та 40 грн. Всього в театрі 12 рядків по 25 місць в кожному рядку. Загальна вартість усіх квитків дорівнює 10000 грн. Скільки квитків продається по 40 грн.?*

Розв'язання.

1) Скільки всього місць в театрі? 25 х 12 = 300.
2) Якою була б загальна вартість квитків, якби вони усі були 30-гривневі? 30 х 300 = 9000 (грн.)
3) Скільки зайвих гривень отримали тому, що серед квитків є 40-горивневі? 10000 – 9000 = 1000 (грн..)
4) На скільки 40-гривневий квиток коштує дорожче, ніж 30-гривневий? 40 – 30 = 10 (грн..)
5) Скільки квитків 40-гривневі? 1000 : 10 = 100

Перевірка.

1) Скільки квитків 30-гривневі? 300 – 100 = 200.
2) Скільки коштують усі 40-гривневі квитки? 40 х 100 = 4000 (грн..)
3) Скільки коштують усі 30-гривневі квитки? 30 х 200 = 6000 (грн..)
4) Скільки коштують усі квитки? 4000 + 6000 =10000 (грн..)

Відповідь: 100.

Задача 6. *Для походу 46 школярів приготували чотирьох - та шестимісні човни. Скільки було тих та інших човнів, якщо усі школярі розмістилися в 10 човнах і вільних місць не лишилося?*

Розв'язання. Припустимо, що усі човни були чотиримісні.

1) 4 х 10 = 40 (чол..) – розташувалися б, якби усі човни мали по чотири місця;
2) 6 – 4 = 2 (чол..) – на стільки чоловік шестимісний човен містить більше, ніж чотирьохмісний;
3) 46 – 40 = 6 (чол..) – стільком школярам не вистачило б місця, якби усі човни були чотирьохмісними;
4) 6 : 2 = 3 - стільки шестимісних човнів;
5) 10 – 3 = 7 (шт..) – чотирьохмісних човна.

Відповідь: 3 шестимісних і 7 чотиримісних човни.

Задачі, що розв'язуються арифметичним методом.

Задача 1. *Маса двох ялинкових шишок і одного жолудя – 152 г. А маса двох жолудів та однієї ялинкової шишки – 94 г. Що важче: одна ялинкова шишка чи один жолудь і на скільки?*

Схема 1.

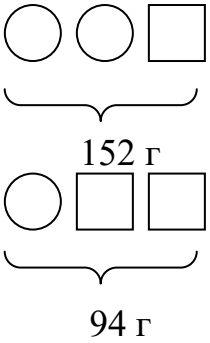
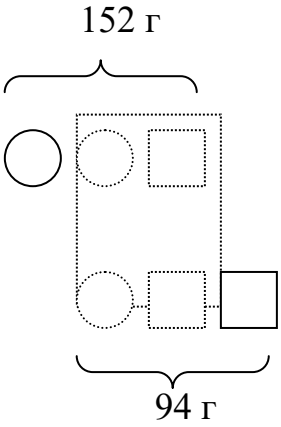


Схема 2.



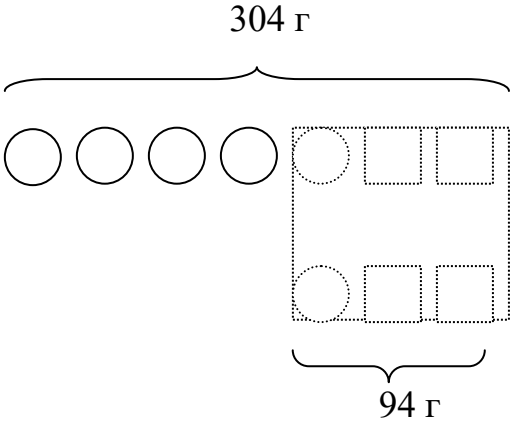
Розв'язання. На малюнку умовно позначимо жолуді квадратиками, шишки – кружками. За умовою *маса двох ялинкових шишок і одного жолудя – 152 г, а маса двох жолудів та однієї ялинкової шишки – 94 г.* Покажімо це на схемі 1.

З цього малюнка бачимо, що маса шишки більше маси жолудя. Але лишається питання " На скільки маса шишки більше маси жолудя?". Далі задачу вчителька пропонує розв'язувати підбором, але відповісти на це запитання ми можемо виходячи з поданих чисел. За допомогою виразу 152 – 94 ми й дізнаємося на скільки маса шишки більша за масу жолудя. Схема 2.

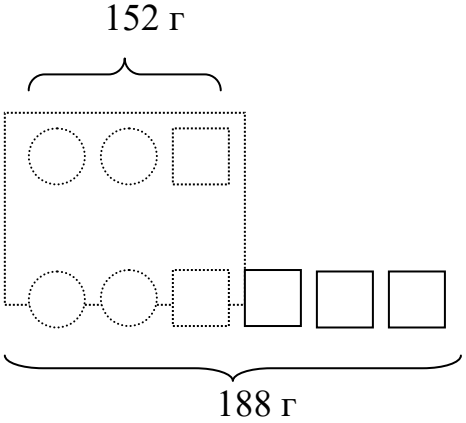
Наведемо подальший розв'язок способом підбору. Якби в нас було не дві шишки і 1 жолудь, а в 2 рази більше – 4 шишки та 4 жолуді, тоді б їх маса була 152 * 2 = 304 г. Схема 3.

304 - 94 = 210 (г) маса 3 шишок; 210 : 3 = 70 (г) маса 1 шишки.

Схема 3.



Але можна було збільшити в 2 рази кількість шишок і жолудів в другому випадку. Маємо: 2 шишки та 4 жолуді; їх маса 94 * 2 = 188 (г)



188 – 152 = 36 (г) маса 3 жолудів; 36 : 3 = 12 (г) маса 1 жолудя.

Тепер відповімо на запитання задачі: 70 – 12 = 58 (г) на стільки маса шишки більша за масу жолудя .

Задача 2. *3 ручки та 4 блокноти коштують 26 грн., а 7 ручок і 6 таких самих блокноти коштують 44 грн. Скільки коштує блокнот?*

Розв'язання.

1) 26 х 7 = 182 (грн..) – коштує 21 ручка та 28 блокнотів;
2) 44 х 3 = 132 (грн..) коштує 21 ручка і 18 блокнотів;
3) 28 – 18 = 10 (шт..) на стільки більше блокнотів в першій покупці. Ніж в другій;
4) 182 – 132 = 50 (грн..) – коштують 10 блокнотів;
5) 50 : 10 = 5 (грн..) ціна блокнота.

Відповідь: 5 грн. (11)

Задача 3. *Троє курчат та двоє гусенят коштують 99 копійок, а 5 курчат і 4 гусеняти коштують 1гривню 83 копійки. Скільки коштує одне курча та одне гусеня окремо?*

Розв'язання.

Якщо 3 курча та 2 гуценя коштують 99 копійок , то в двічі більше – 6 курчат та 4 гусеняти коштують 198 копійок. А за умовою задачі *5 курчат і 4 гусеняти коштують 1гривню 83 копійки*. Порівняємо ці дані: в обох випадках гусенят по 4, а курчат – в одному випадку 6, а в другому – 5; різниця складає 6 – 5 = 1 курча; в першому випадку сплатили 198 копійок, а в другому 183 копійки; різниця складає 198 – 183 = 15 (копійок) – ціна курча.

Тепер не складно дізнатися про ціну гусеняти, застосувавши першу частину умови: (99 – 15 х 3) : 2 = 27 (коп..) ціна гусеня.

Відповідь: 15 копійок коштує курча та 27 копійок коштує гусеня. (38)

Задача 4. *Господар найняв робітника на рік і пообіцяв йому дати 12 карбованців і кафтан . Але той, попрацювавши лише 7 місяців, побажав піти. При розрахунку він отримав 5 карбованців і кафтан. Скільки коштує кафтан?*

Розв'язання.

1 спосіб.

За рік робітник повинен отримати 12 карбованців і кафтан, таким чином за кожний місяць він заробляє по 1 карбованцю і 1/ 12 вартості кафтана. За 7 місяців він заробив 7 карбованців і 7/12 вартості кафтана, а отримав 5 карбованців і 12/12 вартості кафтана. Таким чином, він не отримав 7 – 5 = 2 карбованця і отримав зайвими 12/12 – 7/12 = 5/12 вартості кафтана. Отже 5/12 вартості кафтана коштує 2 карбованця.

1) 200 к. : 5 = 40 к. – величина 1/12 вартості кафтана.
2) 40 к. * 12 = 480 к. = 4 карб.80 к. – вартість кафтана.

2 спосіб.

Робітник не допрацював у господаря 5 місяців і недоотримав 7 карбованців. Тому місячна плата в грошах складає 7/5 карб., або 1 карб. 40 к. Плата за 7 місяців складає 7 * 1 карб. 40 к. = 9 карб. 80 к.. Але робітник отримав 5 карб. І кафтан. Тому кафтан коштує 4 карб. 80 к .

Задачі, що розв'язуються „з кінця"

Задача 1. *Селянин прийшов до царя і запитав: „Цар, дозволь мені взяти з твого садка одне яблуко". Цар відповів: „ Мій садок обнесений трьома заборами. В кожному заборі є тільки одні ворота і коло кожних воріт стоїть сторож. Якщо скажеш, скільки яблук треба тобі взяти , щоб виконати наступні умови: першому сторожу віддати половину яблук, які візьмеш, і ще 1 яблуко; другому сторожу віддати половину з тих, що залишилися і ще 1 яблуко; третьому сторожу віддати половину того, що залишилося (після того, як віддаси другому) і ще 1 яблуко, а тобі щоб лишилося 1 яблуко, то я дозволю тобі піти в сад."*

Селянин подумав трошки і відповів царю. Цар дозволив йому піти в сад. Яке число назвав селянин ?.

Розв'язання.

Звертаємо увагу на те, що після того, як селянин віддав третьому сторожу половину і ще 1 яблуко в нього залишилося 1 яблуко. Отже 1 + 1 яблуко – це половина.

(1 + 1) х 2 = 4 (ябл.) було перед тим, як віддати третьому сторожу, або після того, як віддали другому сторожу;

(4 + 1) х 2 = 10 (ябл.) – було перед тим, як віддати другому сторожу, або після того, як віддали першому сторожу;

(10 + 1) х 2 = 22 (яб.) – було перед тим, як віддати першому сторожу або треба взяти з садка.

Відповідь: 22 яблука.

Задача 2. *Три брати прийшли на постоялий двір, заказали пельмені та лягли спати. Коли старший брат проснувся, він побачив пельмені, перелічив їх і з''їв свою частину. Після цього він знов заснув. Проснувся середній брат, перелічив пельмені та з'їв одну третину, не знаючи, що старший брат вже поїв. Після цього середній брат теж заснув. Нарешті, проснувся молодший брат. Він з'їв третю частину пельменів, що були на столі. Після цього він розбудив старшого та середнього братів та запропонував їм з'їсти 24 пельмені, що залишилися. Як повинні брати розділити ці пельмені між собою?*

Розв'язання. Складемо таблицю та будемо її заповняти.

Було спочатку	
Залишилося після старшого	
Залишилося після середнього	
Залишилося після молодшого	24

Молодший брат з'їв одну третину тих пельменів, що були перед ним. Після цього залишилося 24 пельмені. Значить дві третини пельменів, які залишилося, складають 24 штуки. Тому одна третина, як він з'їв складає 12 пельменів. А перед ним було три таких частини: 12 * 3 = 36. Тому залишилося після середнього брата 36 пельменів.

Було спочатку	
Залишилося після старшого	
Залишилося після середнього	36
Залишилося після молодшого	24

Середній брат з'їв третину пельменів, що були на столі і після нього залишилося 36 пельменів. Залишилося дві третини, які складають 36 пельменів, тому третина – це 18 пельменів. Тому перед ним було 54 пельменя:

Було спочатку	
Залишилося після старшого	54
Залишилося після середнього	36
Залишилося після молодшого	24

Старший брат з'їв одну третину усіх пельменів, після чого залишилося 54 штуки – це дві треті. Значить , він з'їв 27 пельменів, тому перед ними був 81 пельмень:

Було спочатку	81
Залишилося після старшого	54
Залишилося після середнього	36
Залишилося після молодшого	24

Отже, всього було 81 пельмень, а тому кожному призначалося по 81 : 3 = 27 пельменів. Старший брат вже з'їв ті пельмені, що йому призначалися, середній з'їв 18 і 9 йому ще призначається, а решта 15 пельменів призначаються молодшому брату.

Відповідь: Старшому – 0, середньому – 9, молодшому – 15.

Задачі на комбінації чисел

Задача 1.*Скільки різних парних чотирицифрових чисел можна скласти з цифр 1,2,3,4 так, щоб цифри в запису числа не повторювалися?*

Розв'язання. Шукане число буде закінчуватися парною цифрою, а саме 2 або 4.

Тобто модель розв'язування задачі: . . . 2 або . . . 4.

У першому випадку на перших трьох місцях можуть бути цифри 1, 3, 4 і їх розташування таке 1 3 4 1 4 3 3 1 4 3 4 1 4 1 3 4 3 1. Тобто парних чотирицифрових чисел, що закінчуються „двійкою" всього шість:
1342 1 4 32 3142 3412 4132 4312.

Скільки ж чотирицифрових чисел ми отри маємо, які закінчуються цифрою „4". Запишіть їх.

Відповідь: 12 чисел.

Задача 2. *Скільки різних добутків, які діляться на 10, можна скласти з чисел 7,2,11,9,5?*

Розв'язання. Кожний добуток, який ділиться на 10 без остачі, повинен містити множники 2 і 5, тому що вони у добутку дають число 10.

Отже перший добуток 2 * 5.

Якщо відокремити числа 2 і 5, то їх залишиться ще три : 7 , 11, 9. До добутку 2 * 5 можна приєднувати множником ще по одному з чисел, які залишилися, або по два, або по три.

Отже, маємо всього добутків:

2 * 5 2 * 5 * 7 2 * 5 * 7 * 11 2 * 5 * 7 * 11 * 9
2 * 5 * 11 2 * 5 * 7 * 9
2 * 5 * 9 2 * 5 * 9 * 11

Всього добутків 8 (значення добутків рахувати не треба)

Відповідь: 8.

Вчитель може самостійно варіювати кількість чисел.

Задача 3. *З чотирьох дівчинок та 3 юнаків треба скласти музичну групу з 4 осіб, в яку входило б не більш ніж 2 дівчинки. Скількома способами це можна зробити?*

По-перше , поміркуємо, що означають слова: „ не більш ніж 2 дівчинки"? В групі можуть бути 2 дівчинки або 1.

Отже, склад групи: 2 дівчинки **та** 2 юнаки ***або*** 1 дівчинка **та** 3 юнака.

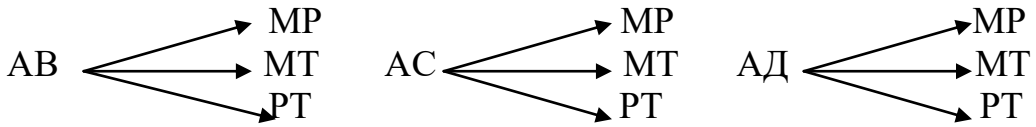
Позначимо дівчинок А,В,С,Д, виберемо двох з них:

АВ АС АД ВС ВД СД

Це можна зробити 6 способами.

Позначимо юнаків М,Р,Т, виберемо двох з них: МР МТ РТ . Це можна зробити 3 способами.

Тобто в першому випадку групу можна обрати:



6 * 3 = 18 способами.

У другому випадку:

1 дівчинку з 4-х можна обрати 4 способами, а 3 юнаків з 3 – х лише одним способом. Маємо:

А - МРТ В – МРТ С – МРТ Д – МРТ

Тобто 4 різні групи.

Всього музичних груп можна скласти: 18 + 4 = 22 способами.

Можна запропонувати учням знайти у власному класі 4-х дівчинок та 3 юнаків, які люблять співати, та скласти з них хоч би один квартет.

Зміст

Зміст курсу математика 4-го класу.....
Узагальнення та систематизація знань за третій клас.....
Методика вивчення нумерації і арифметичних дій в 4-му класі.
Методика вивчення письмового множення трицифрового числа на одноцифрове.....
Методика вивчення письмового ділення трицифрового числа на одноцифрове
Методика вивчення письмового множення двоцифрового числа на двоцифрове число.....
Методика вивчення письмового ділення трицифрового числа на двоцифрове число
Методика вивчення нумерації багатоцифрових чисел .
Методика вивчення додавання і віднімання багатоцифрових чисел.
Методика вивчення множення і ділення багатоцифрових чисел на одноцифрове число.
Методика вивчення множення і ділення багатоцифрових чисел на двоцифрове число.
Методика вивчення дробів.
Методика роботи над задачами в 4-му класі
Види простих задач 4-го класу та методика роботи над ними.....
Види складених задач 4-го класу:
- задачі на знаходження четвертого пропорційного, що розв'язуються двома способами: способом наведення до одиниці та способом відношень.
- задачі, пов'язані з одиничною нормою.
- задачі на подвійне наведення до одиниці.
- задачі на спільну роботу
- задачі на знаходження невідомих компонентів за сумою трьох та сумою двох доданків.
- задачі на пропорційне ділення.
- задачі на знаходження невідомого за двома різницями.
- задачі на знаходження середнього арифметичного.
- задачі на одночасний рух в різних напрямках.
- задачі на неодночасний рух в різних напрямках.
- задачі на рух в одному напрямку.
- задачі на рух за течією та проти течії річки.
- задачі, які містять дроби.

Алгебраїчний матеріал в курсі математики 4-го класу...
Геометричний матеріал в курсі математики 4-го класу.....
Методика вивчення величин в 4-му класі.....
Нестандартні задачі для 4-го класу.....