

Скворцова С.О., Мартинова Г.І., Шевченко Т.О.

НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В 3 КЛАСІ

**Методичний посібник
для вчителів третіх класів
та студентів спеціальності АЗ Початкова освіта**

Одеса - 2025

*Рекомендовано до друку рішенням ученої ради
Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний
університет імені К. Д. Ушинського»
(протокол 14 від 24 квітня 2025 року)*

Скворцова С. О., Мартинова Г. І., Шевченко Т. О. Навчання математики у 3 класі: методичний посібник для вчителів 3-х класів та студентів спеціальності А3 Початкова освіта. Одеса, Університет Ушинського, 2025. 189 с.

Посібник містить методичні рекомендації щодо вивчення окремих тем курсу математики 3-го класу. Авторами надані цікаві рекомендації щодо систематизації і узагальнення знань учнів за 2-й клас; щодо методики вивчення таблиць множення і ділення; щодо формування обчислювальних навичок додавання і віднімання в межах 1000, поза табличного множення і ділення; ділення з остачею. Заслужує на увагу методика введення нових видів задач, яка побудована з урахуванням теорії змістовних узагальнень та теорії укрупнення дидактичних одиниць. Авторами наведено зміст підготовчої роботи і ознайомлення з усіма новими видами простих і складених задач 3-го класу.

Певну увагу приділено навчанню учнів розв'язуванню рівнянь і нерівностей із змінною, запропоновано кілька способів розв'язання і наведено пам'ятки до них. Розглянуто питання про вивчення величин та їх вимірювання. Розглядаючи геометричний матеріал 3-го класу авторами визначено групи задач геометричного змісту.

В посібнику класифіковані нестандартні задачі і наведено понад 30 нестандартних задач з розв'язаннями.

Зміст курсу математика 3-го класу.....	4
--	---

Узагальнення та систематизація знань за другий клас.....	6
--	---

Методика вивчення нумерації і арифметичних дій в 3-му класі.

Методика вивчення табличного множення і ділення.....	40
--	----

Методика вивчення нумерації трицифрових чисел	44
---	----

Методика вивчення додавання і віднімання в межах 1000.....	49
--	----

Методика вивчення позатабличного множення і ділення.....	53
--	----

Методика вивчення частин величини.....	71
--	----

Методика роботи над задачами в 3-му класі.

Види простих задач 3-го класу та методика роботи над ними.....	79
--	----

Види складених задач 3-го класу:.....	99
---------------------------------------	----

- Задачі на знаходження невідомого зменшуваного.....99
- задачі на знаходження четвертого пропорційного.....102
- задачі на знаходження суми двох добутків і обернені до них.....109
- складені задачі, які містять збільшення або зменшення числа у кілька разів.....113
- задачі, пов'язані з одиничною нормою.....117
- задачі на подвійне наведення до одиниці.....122
- задачі на спільну роботу.....127
- задачі на знаходження невідомих компонентів за сумою трьох та сумою двох доданків.....130
- задачі, які містять частини.....134

<i>Алгебраїчний матеріал в курсі математики 3-го класу.....</i>	146
--	------------

<i>Геометричний матеріал в курсі математики 3-го класу.....</i>	162
--	------------

<i>Методика вивчення величин в 3-му класі.....</i>	170
---	------------

<i>Нестандартні задачі для 3-го класу.....</i>	178
---	------------

Зміст курсу математики 3-го класу.

Програма з математики 3-го класу будується по основним лініям, визначеним Державним стандартом початкової загальної освіти:

1. Числа і дії над ними:
 - табличне множення чисел 4, 5, 6, 7, 8, 9 і ділення на 4, 5, 6, 7, 8, 9 (множення і ділення на 1 і 0, ділення рівних чисел, ділення 0 на число, неможливість ділення на 0; множення і ділення на 10);
 - усна нумерація чисел в межах 1000;
 - письмова нумерація чисел в межах 1000;
 - арифметичні дії додавання і віднімання, пов'язані з нумерацією чисел;
 - усне додавання і віднімання трицифрових чисел;
 - письмове додавання і віднімання трицифрових чисел;
 - позатабличне множення і ділення (множення і ділення розрядного числа на одноцифрове число; ділення розрядного числа на розрядне; множення і ділення суми на число; множення і ділення двоцифрового та трицифрового числа на одноцифрове; ділення числа на добуток; ділення на двоцифрове число);
 - ділення з остачею;
 - зв'язок дій додавання і віднімання, множення і ділення; закони арифметичних дій;
 - частини (поняття „половина”, „третина”, „чверть” та інші частини; знаходження частини від числа та числа за його частиною).
2. Числові та буквені вирази:
 - числові вирази з дужками і без дужок;
 - знаходження буквених виразів, які містять одну – дві змінні;
 - правила порядку виконання дій у числових виразах на кілька дій;
 - запис буквами властивостей арифметичних дій;
 - розв'язування задач з буквеними даними.
3. Рівняння і нерівності:
 - поняття про рівняння та його розв'язок;
 - найпростіші рівняння;
 - нерівності із змінною.
4. Геометричні фігури та їх властивості:
 - креслення і вимірювання відрізків; ламаної лінії;
 - кут, види кутів;
 - прямокутник, квадрат; периметр прямокутника і квадрата; знаходження сторони квадрата за його периметром;
 - побудова прямокутників і квадратів на папері у клітинку за даними сторін;
 - коло; радіус і центр кола.
5. Величини і одиниці вимірювання величин:
 - довжина (одиниці вимірювання: 1 мм, 1 км; співвідношення одиниць вимірювання довжини);
 - маса (одиниці вимірювання: 1 г, 1 ц; співвідношення одиниць вимірювання маси);
 - грошові розрахунки; залежність між ціною, кількістю і вартістю.
 - час; міри часу – секунда, хвилина, година, доба, тиждень, рік, століття; співвідношення між одиницями часу; визначення часу за годинником.
6. Задачі:
 - прості задачі на збільшення (зменшення) числа у кілька разів;
 - прості задачі на кратне порівняння;
 - прості задачі на знаходження частини від числа;

- прості задачі на знаходження числа за його частиною;
- прості задачі на знаходження невідомого множника, діленого, дільника;
- прості задачі з пропорційними величинами;
- прості задачі на час;
- задачі на знаходження периметру прямокутника;
- задачі на обчислення відстані при русі назустріч;
- складені задачі на знаходження невідомого зменшуваного;
- складені задачі, які містять збільшення або зменшення числа у кілька разів;
- складені задачі на обчислення суми двох добутків і обернені до них;
- задачі на знаходження четвертого пропорційного, які розв'язуються способом наведення до одиниці;
- ускладнені задачі на знаходження четвертого пропорційного, які розв'язуються способом наведення до одиниці (задачі, пов'язані з одиничною нормою та задачі на подвійне наведення до одиниці);
- задачі на спільну роботу;
- задачі на знаходження невідомих компонентів за сумою трьох та сумою двох доданків;
- складені задачі, які містять частини.

За новою програмою учні 3-го класу на кінець навчального року повинні **знати**:

- напам'ять таблиць множення і відповідні випадки ділення;
- порядок виконання дій у виразах;
- назви і позначення одиниць величин – довжини (мм, см, м, дм, км), маси (г, кг, ц), часу (с, хв., год), грошової одиниці (к., грн..)
- співвідношення між одиницями довжини, маси, часу.

Учні повинні **вміти**:

- читати ,записувати і порівнювати числа у межах 1000;
- виконувати усно позатабличне множення і ділення в межах 100; виконувати письмово додавання і віднімання чисел у межах 1000;
- виконувати ділення з остачею;
- знаходити значення виразів в 3 – 4 дії;
- знаходити, на скільки одиниць одне число більше чи менше від другого, у скільки разів одне число більше чи менше від другого;
- знаходити частину числа і число за його частиною;
- розв'язувати рівняння на основі взаємозв'язків між компонентами і результатами дій;
- розв'язувати текстові арифметичні задачі, які містять відношення „більше в”, „менше в”;
- розв'язувати складені задачі на зведення до одиниці, на суму двох добутків та обернені до них;
- розв'язувати складені задачі на визначення ціни, кількості і вартості товару;
- знаходити периметр прямокутника;
- користуватися позначеннями одиниць вимірювання величин : мм, см, км, с, хв, год.
- Визначати час за годинником.

В даному посібнику розглянемо методику вивчення окремих тем курсу математики 3-го класу: методику узагальнення і систематизації знань учнів на початку навчального року; методику вивчення табличного множення і ділення; вивчення частин; нумерації чисел в межах 1000; додавання і віднімання в межах 1000; позатабличного множення і ділення; ділення з остачею. А також, запропонуємо методику введення окремих видів задач, методику ознайомлення з рівняннями і нерівностями із змінною; визначимо групи задач геометричного змісту; приділимо увагу вивченню величин і розв'язуванню нестандартних задач.

Узагальнення та систематизація знань за другий клас.

При вивченні першої теми «Повторення матеріалу» варто узагальнити і систематизувати знання учнів, отримані в 2-ому класі, а саме:

- нумерацію чисел у межах 100;
- арифметичні дії додавання, віднімання, множення і ділення;
- обчислювальні прийоми додавання і віднімання: по частинам та по розрядам;
- таблиці множення чисел 2 і 3; таблиці ділення на 2 і на 3;
- прості задачі: на знаходження суми і остачі; на збільшення чи зменшення числа на кілька одиниць; на різницеве порівняння; на знаходження невідомого доданка, невідомого зменшуваного, невідомого від'ємника; на знаходження суми трьох доданків; на знаходження третього числа по сумі двох даних; на конкретний зміст добутку; на ділення на рівні частини і ділення на вміщення;
- складені задачі: на знаходження остачі; на знаходження суми; на збільшення чи зменшення числа на кілька одиниць; на знаходження невідомого доданка; на різницеве порівняння; на знаходження частки;
- алгебраїчний матеріал – поняття: «числовий вираз», «значення числового виразу», «вираз, що містить букву», «рівність», «нерівність»; уміння читати і записувати найпростіші математичні вирази і вирази, що містять дужки; вирази, що містять кілька арифметичних дій, в тому числі, дії різних ступенів; уміння знаходити значення цих виразів; уміння знаходити значення буквених виразів;
- геометричний матеріал – поняття: «точка», «пряма», «крива», «відрізок», «ламана», «багатокутник», «прямокутник», «квадрат», «трикутник», «коло», «круг»; уміння будувати пряму, відрізок заданої довжини, прямокутник із заданими довжинами сторін, коло заданого діаметра; уміння знаходити периметр прямокутника, квадрата, трикутника;
- величини: довжина, маса, об'єм; одиниці виміру величин, співвідношення між одиницями виміру.

Також перша тема припускає ознайомлення учнів з :

- буквами латинського алфавіту;
- поняттям «рівняння» і навчання рішення найпростіших рівнянь;
- рішенням задач способом складання рівняння;
- поняттям «обернена задача» і складанням обернених задач до даної задачі;
- складеними задачами на знаходження зменшуваного;
- величиною – часом і одиницями її виміру: рік, місяць, доба, тиждень, час року.

Нумерація чисел.

Мета : узагальнити і систематизувати знання учнів по нумерації чисел у межах 100:

- повторити пряму і обернену послідовність чисел першої сотні;
- узагальнити поняття «одноцифрове» і «двоцифрове число»;
- узагальнити утворення чисел шляхом додавання і відлічування по 1;
- актуалізувати утворення двоцифрових чисел з десятків і одиниць;
- узагальнити і систематизувати поняття «склад числа»; „десятковий склад” двоцифрових чисел;
- повторити позиційний принцип запису числа;

- актуалізувати подання двоцифрового числа у виді суми десятків і одиниць – суми розрядних доданків;
- узагальнити і систематизувати способи порівняння чисел;
- систематизувати випадки додавання і віднімання, засновані на знанні нумерації:
- на знанні послідовності чисел у натуральному ряді: додавання і віднімання 1;
- на знанні десяткового складу: додавання до круглих десятків по декілька одиниць, віднімання з числа, що складається з десятків і одиниць, числа, рівного його десятків чи його одиниць;
- використання укрупнення рахункових одиниць: додавання і віднімання круглих десятків.

З метою актуалізації, узагальнення та систематизації визначених знань можна запропонувати учням завдання:

1. Уважно розгляньте ряд чисел. Розбийте його на три групи. Яку ознаку покладено в основу класифікації?

9, 12, 5, 100, 7, 0, 94, 78, 2, 11, 69, 1, 8, 43, 4, 17, 3, 55, 6, 36.

В основу класифікації покладено ознаку – кількість цифр в запису чисел. Таким чином учні розбивають числа на три групи, виписуючи числа в порядку зростання:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 .
10, 11, 12, 17, 36, 43, 55, 69, 78, 94.
100.

Далі учням пропонується узагальнити числа першого ряду, і вони називають їх одним словом – “одноцифрові числа”, тому що для їх запису використана лише одна цифра. Узагальнюючи числа другого ряду визначаємо, що для їх запису використано дві цифри, тому ці числа “двоцифрові”. Число, яке стоїть окремо в третій групі записується трьома цифрами; можна запропонувати учням за аналогією дати йому назву – „трицифрове” число. Слід згадати поняття “натуральне число”. Натуральні числа – це числа, які застосовуються при рахунку предметів або при порядковій лічбі. Серед даних чисел є зайве число – це число нуль, яке не є натуральним числом. Виключивши число нуль з даної групи чисел, маємо лише натуральні числа. Ці числа ми вже розбили на три групи: одноцифрові та двоцифрові й трицифрові.

Далі можна з'ясувати, яке число є найменшим натуральним числом (1), яке число є найменшим одноцифровим числом (0), найбільшим одноцифровим числом (9), найменшим двоцифровим числом (10), найбільшим двоцифровим числом (99), найменшим трицифровим числом (100).

Обговорюємо питання: “Чим відрізняються двоцифрові числа від одноцифрових?”. Одноцифрові числа відрізняються від двоцифрових тим, що для запису перших використовується лише одна цифра, а для запису других – дві цифри. А що спільного у одноцифрових та двоцифрових чисел? І одноцифрові і двоцифрові числа записуються за допомогою одних й тих самих цифр. Учні називають і записують відомі їм десять цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

За допомогою лише десяти цифр записуються усі числа: одноцифрові числа записуються за допомогою однієї цифри, двоцифрові – двох цифр, трицифрові – трьох цифр.

2. Порівняйте числа 1 та 11.

Ці числа схожі тим, що обидва записуються за допомогою цифри 1. Відрізняються ці числа тим, що для запису першого числа використана одна цифра – це одноцифрове число, а для запису другого числа – використані дві цифри – це двоцифрове число; в числі 1 цифра 1 означає, що воно містить 1

одиницю; в числі 11 – цифра 1 на першому місці справа означає, що воно теж містить 1 одиницю, але цифра 1 на другому місці означає, що воно містить ще 1 десяток.

Отже, одна й та сама цифра має різний зміст, в залежності від місця, на якому вона записана. Якщо цифра записана на першому місці справа, то вона позначає одиниці, на другому місці – десятки.

3. Розгляньте таблицю „Сотня”.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	84	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Прочитайте числа 1 –го (2 –го, 5-го, 8-го...) десятка. Що в них спільного? (Число десятків) Чим вони відрізняються? (Числом одиниць.)
- На скільки одиниць кожне наступне число рядку більше за попереднє? (На 1).
- Як утворити кожне наступне число з попереднього? (Додати 1.)
- Як утворити попереднє число з наступного? (Відняти 1.)
- Прочитайте числа 1-го (2 –го , 4 – го, 7- го...) стовпчика. Що в них спільного? (Одиниці.) Чим вони відрізняються? (Числом десятків.)
- На скільки кожне наступне число стовпчику більше за попереднє? (На 10).
- Назвіть всі числа, які містять 3 (5, 7, 9 ...) одиниць. Чим вони відрізняються? (Десятками.) Який висновок можна зробити? (У кожному десятку є число, яке містить 3 (5, 7, 9 ...) одиниць.)
- Назвіть всі числа, які містять 2 (4, 5, 8...) десятків. Чим вони відрізняються? (Одиницями.) Який висновок можна зробити? (Тільки даному десятку усі числа містять по 2 (4, 5, 8...) десятків.)
- Назвіть числа, які більші за 35 але менші за 47. За якою ознакою можна впізнати числа, які більші даного? (Числа, які при рахунку йдуть пізніше – більші за дане. Числа, які при рахунку йдуть раніше даного – менші.)

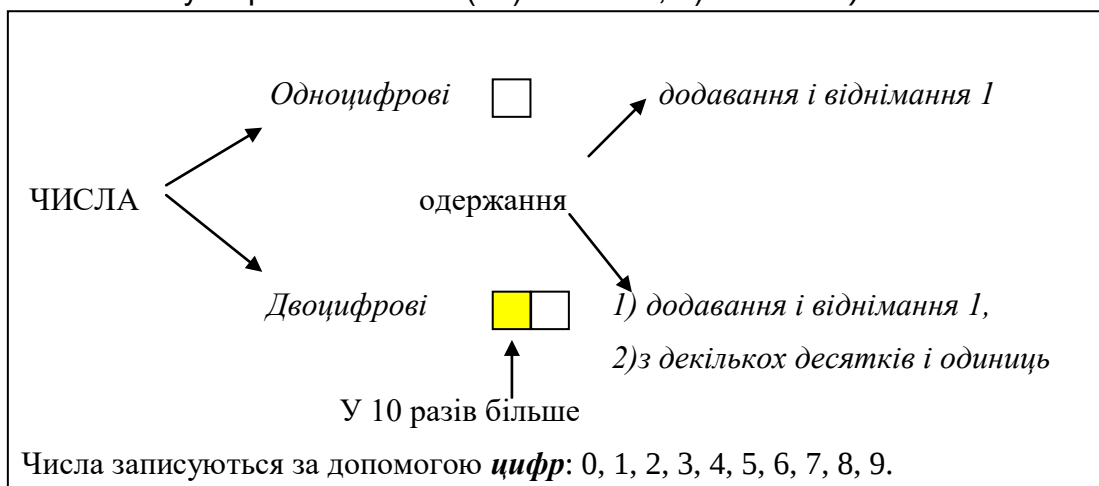
4. Дайте характеристику числу 75 (62, 38,...). Скільки в ньому десятків? Скільки одиниць?

Замініть це число сумою десятків та одиниць.

В числі 75: 7 десятків та 5 одиниць. $75 = 70 + 5$.

- Як можна утворити число 75? (1) $75 = 74 + 1$; 2) $75 = 76 - 1$; 3) $75 = 70 + 5$.)
- Чи можна число 8 подати у вигляді суми десятків та одиниць? (Ні, тому що воно містить лише 8 одиниць, а десятків в ньому немає. Це одноцифрове число.)

- Який висновок можна зробити? (Двоцифрові числа можна подати у вигляді суми десятків та одиниць.)
- Якою сумою можна замінити число 8? Згадайте усі випадки складу числа 8?
- Як можна утворити число 8? (1) $8 = 7 + 1$; 2) $8 = 9 - 1$.)



5. Порівняйте числа: 45 та 25 (72 та 71...)

- Як можна міркувати? (За місцем числа у натуральному ряді.)

Пам'ятка
Порівняння чисел на підставі прямування в натуральному ряді.
 Число, яке при рахунку йде **раніше - менше** числа,
 яке при рахунку йде пізніше.
 Число, яке при рахунку йде **пізніше - більше** числа,
 яке при рахунку йде раніше.

- Як можна інакше міркувати? (За десятковим складом числа: порівнювати слід починати число десятків : більше те число, в якому десятків більше; якщо десятків порівну, то порівнюємо число одиниць: більше те число, в якому одиниць більше.)

Пам'ятка
Порівняння чисел на підставі десяткового складу.

1. Визначаю числа десятків в кожному з чисел. **Порівнюю числа десятків:** більше (менше) те число, в якому десятків більше (менше).
2. Якщо десятків порівну, то **порівнюю числа одиниць:** більше (менше) те число, в якому одиниць більше (менше).

- Порівняйте числа 7 та 77. Яке число 7 ? Яке число 77 ?Як можна по-іншому міркувати?
- Порівняйте 7 та 17. 7 та 28. 7 та 50. Який висновок можна зробити?

Будь-яке **одноцифрове число менше** будь-якого **двоцифрового числа**.
 Будь-яке **двоцифрове число більше** за будь-яке **одноцифрове**.

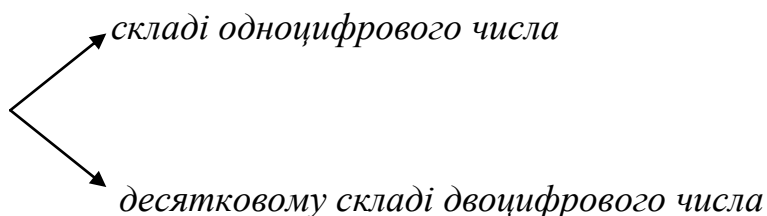
- Порівняйте число 6 та 4. (6 при рахунку йде пізніше, ніж 4, тому 6 більше.)

- Як можна міркувати інакше? (6 – це 4 та ще 2. 4 та ще 2 більше чотирьох. Тому 6 більше чотирьох.)
- Що спільного у міркуваннях по порівнянню двоцифрових та одноцифрових чисел? (Можна міркувати на підставі прямування чисел в натуральному ряді. А можна міркувати на підставі складу чисел.)
- Чим відрізняються міркування на підставі складу чисел? (При порівнянні двоцифрових чисел ми спираємося на десятковий склад цих чисел. При порівнянні одноцифрових чисел ми спираємося на склад цих чисел.)

Способи порівняння чисел:

1. Спосіб, заснований на порядку прямування чисел при рахунку.

2. Спосіб, заснований на



6. Розбийте приклади на групи за способом обчислення:

$34 + 1$	$77 - 70$	$90 + 2$	$90 - 70$	$80 - 1$	$65 - 5$
$89 - 1$	$40 + 20$	$27 - 7$	$49 + 1$	$12 - 10$	$50 + 8$
$40 + 3$	$62 - 2$	$50 - 40$	$14 + 1$	$84 - 80$	$32 - 1$

- Прочитайте перший вираз ($34 + 1$). Що означає до числа додати 1? Чи є ще такі вирази? Запишіть їх окремо.

Так само працюємо з рештою прикладів першого рядку. Таким чином учні розбивають вирази на наступні групи:

$34 + 1$	$80 - 1$	$40 + 3$	$77 - 70$	$65 - 5$	$50 - 40$	$40 + 20$
$49 + 1$	$32 - 1$	$90 + 2$	$12 - 10$	$27 - 7$	$90 - 70$	
$14 + 1$	$89 - 1$	$50 + 8$	$84 - 80$	$62 - 2$		

Далі узагальнюємо способи обчислення кожної групи прикладів.

- Що спільного у виразів першої групи? (В цих сумах однаковий другий доданок – 1.) Що означає до числа додати 1?

Додати 1 – це означає отримати наступне число.

Наприклад: $57 + 1 = 58$...56, 57, 58...

- Знайдіть значення виразів першої групи.
- Що спільного у виразів другої групи? (В цих різницях однакові від’ємники – 1.) Що означає від числа відняти 1?

Відняти 1 – це означає отримати попереднє число.

Наприклад: $57 - 1 = 56$...56, 57, 58...

- Знайдіть значення виразів другої групи.
- Що спільного у виразів третьої групи? (Усі суми містять перший доданок , круглі десятки, а другий доданок – окремі одиниці.)
- Знайдіть значення виразів третьої групи. Як треба міркувати, щоб до десятків додати окремі одиниці?

Пам'ятка

1. Визначаю скільки у двозначному числі десятків і одиниць.
2. Визначаю скількох чи десятків одиниць треба додати (відняти)
3. Читаю приклад зі словами «було», «додали» («відняли»), «вийшло».
4. Записую, читаю число, що складається з отриманого числа десятків і одиниць.

Наприклад:

$$50 + 2 = 5 \text{ дес. } 2 \text{ од.} = 52$$

$$52 - 2 = 5 \text{ дес. } 2 \text{ од.} - 2 \text{ од.} = 5 \text{ дес.} = 50$$

$$52 - 50 = 5 \text{ дес. } 2 \text{ од.} - 5 \text{ дес.} = 2 \text{ од.} = 2$$

- Уважно розгляньте вирази четвертої групи. Що в них спільного? (Усі різниці мають двоцифрове зменшуване, яке містить і десятки і одиниці, а від'ємник в усіх різницях круглі десятки.)
 - Знайдіть значення виразів четвертої групи. Як треба міркувати, що із двоцифрового числа, яке містить і десятки і одиниці відняти 10?
 - Уважно розгляньте вирази п'ятої групи. Що в них спільного? (В усіх різницях зменшуване двоцифрове число, яке містить і десятки і одиниці, а від'ємник – одноцифрове число. При чому від'ємник - це одиниці зменшуваного.)
 - Знайдіть значення виразів п'ятої групи. Як треба міркувати, щоб від двоцифрового числа відняти його одиниці?
- Аналогічно працюємо з прикладами шостої та сьомої груп.

Спосіб укрупнення розрядних одиниць.

Пам'ятка

1. Заміняю кругле число десятками.
2. Складаю (віднімаю) десятки.
3. Представляю результат в одиницях.

Наприклад:

$$40 + 20 = 4 \text{ дес.} + 2 \text{ дес.} = 6 \text{ дес.} = 60$$

$$80 - 60 = 8 \text{ дес.} - 6 \text{ дес.} = 2 \text{ дес.} = 20$$

- Наведіть власні приклади на кожний з способів обчислення.

Додавання і віднімання в межах 100.

Мета: узагальнити способи додавання і віднімання в межах 100.

Узагальнення способу додавання і віднімання по частинах.

Мета: узагальнити і систематизувати способи додавання і віднімання по частинах для чисел у межах 20, у межах 100; сформулювати зміст узагальненого способу додавання і віднімання по частинах.

1. Випишіть ті приклади, що розв'язуються на підставі знання нумерації двоцифрових чисел;

$$40 + 7$$

$$20 - 1$$

$$74 + 9$$

$$69 - 60$$

$$47 - 34$$

$$8 + 4$$

$$13 - 5$$

$$53 + 1$$

$$46 - 8$$

$$17 + 12$$

- Уважно розгляньте приклади, що залишилися. Що спільного в цих прикладах?
- Як треба міркувати при рішенні приклада : $8 + 4$? (Спочатку додамо 2, буде 10, а потім ще 2, буде 12. Тут число 4 додавали частинами – спочатку додали стільки, скільки не вистачало 8 до 10, а потім додали одиниці, що залишилися.)

- Чи можна, міркуючи таким самим способом, знайти різницю чисел 13 і 5? Як треба міркувати? (Зручно подати 5, як 3 і 2. Число 5 будемо віднімати частинами: спочатку з 13 віднімемо 3, буде 10, потім ще 2, буде 8.)
- У цьому прикладі ми теж віднімали 5 не відразу, а частинами, попередньо замінивши його сумою зручних доданків.
- Що цікавого ви помітили? Що спільного в розглянутих прикладів? Значить усі ці приклади можна розв'язати одним і тим самим способом обчислення – по частинам!
- Чи можна число 8 відняти по частинам з числа 46? (Число 8 потрібно подати у вигляді суми зручних доданків: 6 та 2. З 46 будемо віднімати 8 по частинам: спочатку віднімемо 6, одержимо кругле число 40, а потім легко виісти з 40 число 2, одержимо 38)
- Чи можна додати по частинам число 9 до 74? (Число 9 заміняємо сумою зручних що складаються 6 та 3. Спочатку додаємо до 74 число 6, буде 80, потім легко до 80 додати 3, буде 83.)
- Отже, усі ці приклади ми вирішили обчислюючи по частинам. Що потрібно зробити, щоб додати чи відняти по частинам? (Щоб обчислити по частинам, треба одне з чисел замінити сумою зручних доданків, і додавати чи віднімати не відразу все число, а послідовно його частини - зручні доданки.)
- Уважно розглянете останній стовпчик прикладів. З яких чисел складені ці приклади? (Із двоцифрових чисел.) Чим відрізняється склад двоцифрових чисел від складу одноцифрових? (Двоцифрові числа мають десятковий склад і їх можна подати у виді суми розрядних доданків)
- Як обчислити суму чисел 17 і 12 по частинам? (Число 12 можна подати у виді суми розрядних доданків: 10 і 2. До 17 спочатку легко додати 10, буде 27, а потім ще додамо 2, буде 29.)
- Чим відрізняється це міркування при обчисленні по частинам від попередніх? (Тим, що тут треба додати двоцифрове число, і його зручніше представити у виді суми розрядних доданків.)
- Знайдіть різницю чисел 47 і 34. Як можна міркувати? (34 можна подати у виді суми розрядних доданків: 30 і 4. Спочатку віднімемо з 47 число 30, буде 17, а потім з 17 віднімемо 4, буде 13.)
- Так у чому складається спосіб обчислення по частинам? (Щоб додати чи відняти число по частинам, треба :
 1) це число подати у виді суми зручних чи розрядних доданків;
 2) по черзі додати чи відняти ці доданки.)
- Отже, ми довідалися, що спільного у всіх цих прикладів! (У них однаковий спосіб обчислення – по частинам.)
- А чи можна застосувати цей спосіб обчислення до рішення наступних прикладів:
 $26 - 19$ $32 + 27$ $61 - 52$ $78 + 23$
- Як треба міркувати при рішенні цих прикладів? Що цікавого ви помітили? (Для знаходження значення суми чисел 32 та 27 зручно число 27 подати у вигляді суми розрядних доданків: спочатку додати десятки, а потім одиниці. А в решті виразів значення можна обчислити двома способами: числа 19, 52, 23 подати у виді зручних і у вигляді розрядних доданків.)
- Чим відрізняються ці випадки обчислення від попередніх? (В попередніх випадках обчислення не відбувалося переходу через розряд, а в цих – ми від одиниць зменшуваного не можемо відняти одиниці від'ємника або числа одиниць в обох доданках перевищують 10 одиниць – отже відбувається перехід через розряд!)
- Виходить, для випадків обчислення з переходом через розряд, існує два способи обчислення по частинам: 1- й: коли заміняємо число сумою зручних що

складаються, а 2-й – сумою розрядних доданків; і робимо обчислення по частинам.

- Обчисліть суму чи різницю, спочатку заміняючи число зручними що складаються, а потім – розрядними доданками.

Пам'ятка

Додавання і віднімання по частинах

Щоб додати чи відняти число частинами, треба :

- 1) це число представити у виді суми зручних чи розрядних доданків;
- 2) по черзі додати чи відняти ці доданки.

Наприклад:

$$17 + 5 = \underbrace{17 + 3} + 2 = 20 + 2 = 22$$

$$23 - 15 = \underbrace{23 - 13} - 2 = 10 - 2 = 8$$

$$23 - 15 = \underbrace{23 - 10} - 5 = 13 - 5 = 8$$

Узагальнення порозрядного додавання і віднімання.

Мета:

- 1) актуалізувати спосіб порозрядного додавання двоцифрових чисел без переходу через десяток і з переходом через десяток, узагальнити його для усіх випадків додавання двоцифрових чисел;
- 2) актуалізувати спосіб порозрядного віднімання для випадків віднімання одноцифрового числа з двоцифрового з переходом через десяток і спосіб порозрядного віднімання двоцифрових чисел з переходом через десяток, узагальнити спосіб порозрядного віднімання для усіх випадків віднімання з переходом через десяток;
- 3) актуалізувати спосіб порозрядного віднімання двоцифрових чисел без переходу через десяток і узагальнити спосіб порозрядного обчислення для додавання і віднімання без переходу через десяток; узагальнити спосіб порозрядного віднімання для усіх випадків віднімання.

1. Обчислити значення суми, додаючи число по частинах:

$$32 + \underbrace{25}_{20+5} = 32 + 20 + 5 = 52 + 5 = 57$$

- Прочитайте перший доданок. Другий доданок. Що в них спільного? (Обидва доданки двоцифрові числа. Тому кожне можна подати у вигляді суми десятків та одиниць.)

- Обчисліть значення цієї суми по-іншому, заміняючи кожний доданок сумою десятків та одиниць. Як будемо міркувати? (Десятки складемо з десятками, а одиниці з одиницями; складемо отримані суми:

$$32 + 25 = \underbrace{30+2} + \underbrace{20+5} = 50 + 7 = 57$$

- Отже, при даному способі міркування ми складали числа по розрядах: десятки з десятками, а одиниці з одиницями, тому цей спосіб називається порозрядним додаванням.

- Ми розглянули дуже нескладний приклад – тут немає переходу через розряд. Перевіримо, чи можна застосувати цей спосіб обчислення для випадків додавання з переходом через розряд:

$$\begin{array}{r} 16 + 18 = 10 + 6 + 10 + 8 = 20 + 14 = 24 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 10+6 \quad 10+8 \end{array}$$

- Таким чином, і при додаванні двоцифрових чисел без переходу через розряд і при додаванні двоцифрових чисел з переходом через розряд, можна використовувати спосіб порозрядного додавання.

Пам'ятка

Порозрядне додавання.

1. Заміняю перший доданок сумою десятків і одиниць.
2. Заміняю другий доданок сумою десятків і одиниць.
3. Складаю десятки.
4. Складаю одиниці.
5. Складаю отримані суми.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} 16 + 18 = 10 + 6 + 10 + 8 = 20 + 14 = 24 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 10+6 \quad 10+8 \end{array}$$

- А чи можна застосувати порозрядний спосіб обчислення для віднімання двоцифрових чисел без переходу через розряд?

$$\begin{array}{r} 35 - 14 = 30 + 5 - 10 - 4 = 20 + 1 = 21 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 30+5 \quad 10+4 \end{array}$$

Пам'ятка

Порозрядне віднімання без переходу через розряд.

1. Заміняю зменшуване сумою десятків і одиниць.
2. Заміняю від'ємник сумою десятків і одиниць.
3. Віднімаю десятки.
4. Віднімаю одиниці.
5. Складаю отримані суми.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} 35 - 14 = 30 + 5 - 10 - 4 = 20 + 1 = 21 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 30+5 \quad 10+4 \end{array}$$

- Порівняйте пам'ятки для порозрядного додавання і для порозрядного віднімання й визначте, що спільного в порозрядному додаванні і порозрядному відніманні. (Спільне те, що в обох випадках обчислення кожне число замінюємо сумою розрядних доданків; в обох випадках обчислення спочатку робимо дії з десятками й окремо – з одиницями, а потім складаємо отримані результати.)

- Чим відрізняється порозрядне додавання від порозрядного віднімання? (Відрізняється тим, що в першому випадку ми складаємо десятки з десятками, а одиниці з одиницями. А в другому – віднімаємо десятки з десятків і одиниці з одиниць.)

Пам'ятка

Порозрядне додавання і віднімання без переходу через десятків

1. Заміняю кожне число сумою десятків і одиниць.
2. Складаю (віднімаю) десятки.
3. Складаю (віднімаю) одиниці.
4. Складаю отримані суми.

Наприклад:

$$26 + 12 = 20 + 6 + 10 + 2 = 30 + 8 = 38$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \quad \nwarrow \quad \nearrow \quad \nwarrow \\ 20+6 \quad 10+2 \end{array}$$

$$35 - 14 = 30 + 5 - 10 - 4 = 20 + 1 = 21$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \quad \nwarrow \quad \nearrow \quad \nwarrow \\ 30+5 \quad 10+4 \end{array}$$

2. Обчисліть: $42 - 15$.

- Як знайти цю різницю способом порозрядного віднімання? (Потрібно використовувати знання десяткового складу числа і представити кожне число у вигляді суми десятків і одиниць, а потім десятки відняти з десятків, а одиниці з одиниць.)

- З 40 можна відняти 10, а з 2-ох не можна відняти 5! У яких випадках з числа можна відняти 5? (Тільки в тих випадках, коли зменшуване чи більше дорівнює 5)

- Значить треба другим доданком узяти число, більше 2 –ох - 12. Тоді першим доданком буде число 30 : тому що другий доданок ми збільшили на 10, то перший доданок повинний на стільки ж зменшитися. Сума 30 і 12 називається сумою зручних доданків.

$$42 - 15 = 30 + 12 - 10 - 5 = 20 + 7 = 27.$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \quad \nwarrow \quad \nearrow \quad \nwarrow \\ 30+12 \quad 10+5 \end{array}$$

Пам'ятка

Порозрядне віднімання з переходом через десяток

1. Заміняю зменшуване сумою зручних доданків.
2. Заміняю від'ємник сумою розрядних доданків.
3. Віднімаю десятки.
4. Віднімаю одиниці.
5. Складаю отримані різниці.

Наприклад:

$$42 - 15 = 30 + 12 - 10 - 5 = 20 + 7 = 27.$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \quad \nwarrow \quad \nearrow \quad \nwarrow \\ 30+12 \quad 10+5 \end{array}$$

- Порівняємо міркування при порозрядному відніманні без переходу через десяток і при порозрядному відніманні з переходом через десяток. Чим вони схожі? (Схожі тим, що в обох випадках обчислення: від'ємник представляємо у вигляді суми десятків і одиниць; спочатку віднімаємо десятки; потім віднімаємо одиниці; складаємо отримані різниці.)

- Чим відрізняються міркування? (При відніманні без переходу через десяток ми зменшуване представляємо у вигляді суми розрядних доданків, а при відніманні з переходом через десяток – у вигляді суми зручних доданків.)

- Чому ми змушені при відніманні з переходом через десяток зменшуване представляти у вигляді суми зручних що складаються? (Тому що з одиниць зменшуваного не можна відняти одиниці від'ємника.)

- А як ми можемо довідатися, у якому випадку зменшуване треба представляти у виді суми розрядних доданків, а в яких – у виді зручних? (Треба подивитися чи можна з одиниць зменшуваного відняти одиниці від'ємника: якщо можна то зменшуване заміняють сумою розрядних доданків, якщо немає – то зручними доданками.)

- Відіб'ємо наші зауваження в узагальненій пам'ятці:

Пам'ятка
Порозрядне віднімання

1. Перевіряю: чи можна з одиниць зменшуваного відняти одиниці від'ємника:

Так

Ні

2. Заміняю зменшуване сумою розрядних доданків

3. Віднімаю десятки.
4. Віднімаю одиниці.

5. Складаю отримані різниці.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} 35 - 14 = 30 + 5 - 10 - 4 = 20 + 1 = 21 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 30+5 \quad 10+4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 - 15 = 30 + 12 - 10 - 5 = 20 + 7 = 27. \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 30+12 \quad 10+5 \end{array}$$

Порівняння способів порозрядного додавання і віднімання та додавання і віднімання по частинах.

3. Поясніть, яким способом виконане обчислення. Чому? Поясніть розв'язок:

$$54 + 28 = 54 + 20 + 8 = 74 + 8 = 82$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \\ 20+8 \end{array}$$

$$54 + 28 = 54 + 6 + 22 = 60 + 22 = 82$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \\ 6+22 \end{array}$$

$$54 + 28 = 50 + 4 + 20 + 8 = 70 + 12 = 82$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 50+4 \quad 20+8 \end{array}$$

$$54 + 23 = 54 + 20 + 3 = 74 + 3 = 77$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \\ 20+3 \end{array}$$

$$54 + 23 = 50 + 4 + 20 + 3 = 70 + 7 = 77$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 50+4 \quad 20+3 \end{array}$$

$$54 - 28 = 54 - 20 - 8 = 34 - 8 = 26$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \\ 20+8 \end{array}$$

$$54 - 28 = 54 - 24 - 4 = 30 - 4 = 26$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \\ 24+4 \end{array}$$

$$54 - 28 = 40 + 14 - 20 - 8 = 20 + 6 = 26$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 40+14 \quad 20+8 \end{array}$$

$$54 - 23 = 54 - 20 - 3 = 34 - 3 = 31$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \\ 20+3 \end{array}$$

$$54 - 23 = 50 + 4 - 20 - 3 = 30 + 1 = 31$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 50+4 \quad 20+3 \end{array}$$

- Як ми міркуємо додаючи чи віднімаючи по частинам?

- Чим відрізняються обчислення по частинам у випадках з переходом через десяток від випадків без переходу через десяток, для двоцифрових чисел? Приведіть приклади.

- А що спільного в цих міркуваннях?
- Як ми міркуємо додаючи чи віднімаючи числа порозрядно?
- Чи є відмінності в міркуваннях при порозрядному додаванні без переходу через десяток і з переходом через десяток? Наведіть приклади.
- А чи є відмінності в міркуваннях при порозрядному відніманні без переходу через десяток і з переходом через десяток? Наведіть приклади.
- А що спільного в цих міркуваннях?
- В чому відмінності між способами обчислення по частинам і порозрядно?

Узагальнення письмового прийому для додавання і віднімання.

4. Знайдіть значення суми чисел 56 та 25.

- Як треба міркувати при письмовому додаванні?

Пам'ятка

Письмове додавання

1. Підписую числа стовпчиком: одиниці під одиницями, десятки під десятками.
2. Додавання починаю з розряду одиниць. Складаю одиниці. *Пам'ятаю, що 10 одиниць нижчого розряду утворюють 1 одиницю вищого.*
3. Складаю десятки.
4. Читаю відповідь.

Наприклад: 56

$$\begin{array}{r} +25 \\ 56 \\ \hline 81 \end{array}$$

- Що спільного в письмовому додаванні і в усному порозрядному додаванні?
- Чим відрізняється письмове додавання від усного порозрядного додавання?
- Запишіть різницю чисел 32 і 27 і знайдіть її значення. Міркуйте усно різними способами.
- Виконайте віднімання письмово. Як треба міркувати?

Пам'ятка

Письмове віднімання

1. Підписую числа стовпчиком: одиниці під одиницями, десятки під десятками.
2. Віднімаю з розряду одиниць. *Перевіряю, чи можна з одиниць зменшуваного відняти одиниці від'ємника. Якщо ні, то займаю 1 десяток і роздібнюю його в одиниці.*

Віднімаю одиниці.

3. Віднімаю десятки.
4. Читаю відповідь.

Наприклад: 53

$$\begin{array}{r} -25 \\ 53 \\ \hline 28 \end{array}$$

- Що спільного в письмовому відніманні і в усному порозрядному відніманні.
- Чим вони відрізняються?
- Як будемо міркувати при відніманні з 100 числа 17? (100 – це 9 десятків і 10 одиниць; з 10 одиниць віднімаємо 7 одиниць, буде 3 одиниці; з 9 десятків віднімаємо 1 десяток, буде 8 десятків.)
- Порівняйте письмовий прийом додавання і письмовий прийом віднімання. Що в них спільного? Чим вони відрізняються?
- Підкресліть у пам'ятці для письмового додавання слова, що є загальними і для додавання і для віднімання.
- Якими словами відрізняються ці пам'ятки? Як сказати в загальному плані: «складаю» і «віднімаю»? (Обчислюю, виконую дії.)
- Замінімо в пам'ятці слова, якими відрізняється додавання і віднімання, більш загальними словами:

Пам'ятка

Письмове додавання і віднімання

1. Підписую числа стовпчиком: одиниці під одиницями, десятки під десятками.
2. Обчислення починаю з розряду одиниць. Виконую дії з одиницями.
Пам'ятаю, що 10 одиниць нижчого розряду утворюють 1 одиницю вищого і навпаки: 1 одиниця вищого розряду складає 10 одиниць нижчого.
3. Виконую дії з десятками.
4. Читаю відповідь.

<i>Наприклад:</i> 56	53
+ 25	- 25
81	28

Ознайомлення з способом округлення.

Мета: закріпити способи порозрядного додавання і віднімання, обчислення по частинам; познайомити зі способом округлення.

- Є ще один спосіб, який можна використовувати при обчисленні суми і різниці даних чисел – це спосіб округлення, тому що одне з чисел замінюють близьким круглим йому числом.
- Перш, ніж ми перейдемо до розгляду цього способу обчислення, давайте потренуємося в заміні чисел близькими круглими числами й у визначенні на скільки одиниць більше кругле число, чим дане. Замініть найближчим круглим числом числа: 17, 38, 46, 77, 89, 68. На скільки одиниць більше кругле число даного?
- Ці числа зручно замінити круглими числами, тому, що вони близько розташовані в натуральному ряді до круглих чисел, відрізняються від них усього на кілька одиниць. Отже, числа які закінчуються цифрою, більшою за 5 можна замінити близьким круглим числом!
- Знайдіть суму чисел 73 і 19. Догадайтеся, як можна спростити обчислення? Правильно, замінимо число 19 близьким круглим числом 20 і додамо до 73 не 19, а 20; одержимо 93, але ми додали більше 19 на 1, значить і одержали суму на 1

більше; тому від отриманого числа 93 треба відняти 1 – стільки, на скільки більше ми додали.

- Складемо пам'ятку для додавання способом округлення. Що ми зробили в першу чергу? В другу чергу? У третю? ...

Пам'ятка

Додавання способом округлення

Якщо один із доданків закінчується цифрою, більшою за 5, тоді:

1. Заміняю один із доданків близьким круглим числом.
2. Додаю кругле число.
3. Визначаю на скільки більше одиниць додали.
4. Віднімаю стільки ж одиниць з отриманого числа.
5. Читаю (записую) відповідь.

Наприклад:

$$73 + 19 = 73 + 20 - 1 = 93 - 1 = 92$$

- Знайдіть суму чисел 27 і 15 способом округлення, спочатку прочитайте завдання пам'ятки і лише потім його виконуйте. Яке число тут зручніше замінити близьким круглим числом?
- Знайдіть суму чисел 23 і 26 способом округлення, промовляючи кожен крок пам'ятки. Чи зручно міркувати в цьому випадку в такий спосіб? При відніманні з отриманого числа стільки одиниць, на скільки круглих чисел більше даного, ми одержуємо обчислення з переходом через десяток.
- Чим відрізняється цей випадок додавання від попередніх? А в яких випадках зручно застосовувати спосіб округлення?
- Спосіб округлення зручніше застосовувати для випадків додавання з переходом через десяток.
- Таким чином, спосіб округлення застосовується тільки в тих випадках, коли один із доданків близький до круглого, тобто закінчується цифрою 6,7,8,9.
- Знайдіть різницю чисел 73 і 19 способом округлення. Зауважимо, що у випадку віднімання ми заміняємо круглим числом тільки від'ємник.
- Складемо пам'ятку для віднімання способом округлення. Замінімо в пам'ятці для додавання способом округлення деякі слова.

Пам'ятка

Віднімання способом округлення

Якщо від'ємник закінчується цифрою, більшою за 5, тоді:

1. Заміняю від'ємник близьким круглим числом.
2. Віднімаю кругле число.
3. Визначаю на скільки більше одиниць відняли.
4. Додаю стільки ж одиниць з отриманого числа.
5. Читаю (записую) відповідь.

- Знайдіть різницю чисел 56 і 17 способом округлення, спочатку прочитайте завдання пам'ятки і лише потім його виконайте. Яке число замінимо близьким круглим числом?

- Знайдіть різницю чисел 47 і 15 способом округлення, цитуючи кожен крок пам'ятки. Чи зручно в цьому випадку міркувати в такий спосіб? Чому? Чим цей випадок віднімання відрізняється від попередніх? Який висновок можна зробити?
- Порівняйте пам'ятки для додавання і для віднімання способом округлення. Чим вони відрізняються? Знайдіть у тексті пам'яток слова, якими вони відрізняються. Підкресліть ці слова. Як узагальнити ці пам'ятки?

Пам'ятка

Додавання (віднімання) способом округлення

Якщо один з доданків чи від'ємник закінчується цифрою: 6;7;8 чи 9, то:

1. Заміняю один з доданків (від'ємник) близьким круглим числом.
2. Додаю (віднімаю) кругле число.
3. Визначаю на скількох більше одиниць додали (відняли).
4. Віднімаю (додаю) стільки ж одиниць.

Читаю (записую) відповідь.

Наприклад:

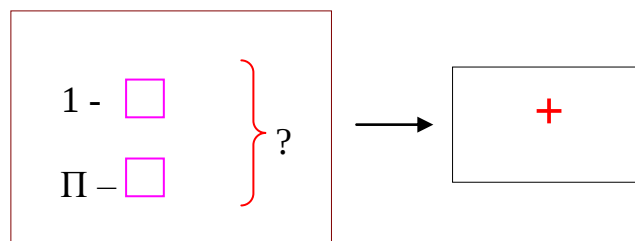
$$73 + 19 = 73 + 20 - 1 = 93 - 1 = 92$$

$$73 - 19 = 73 - 20 + 1 = 53 + 1 = 54$$

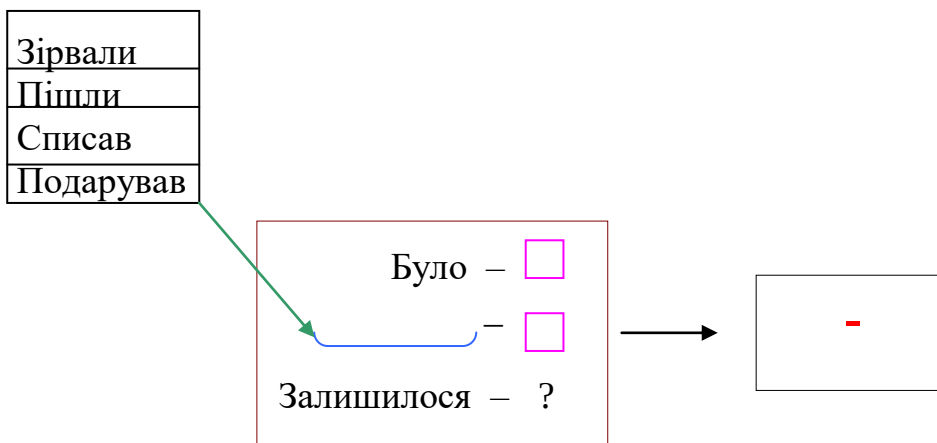
Прості задачі.

Мета: актуалізувати види простих задач, вивчені в 2-ому класі й обґрунтування вибору арифметичної дії при їхньому розв'язуванні.

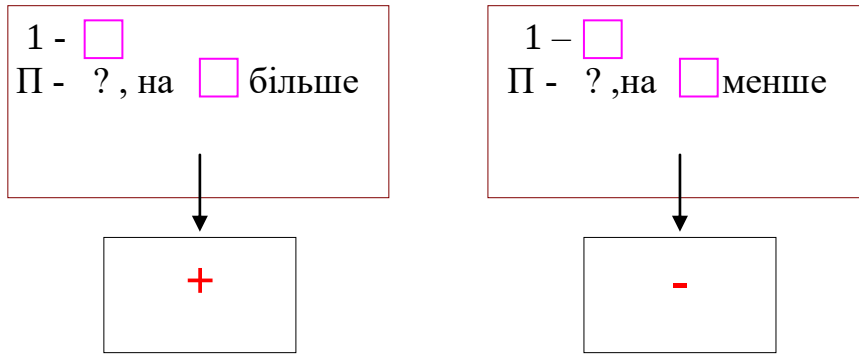
1. Задачі на знаходження суми:



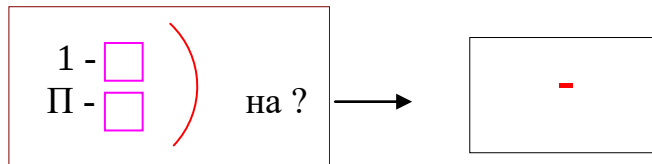
2. Задачі на знаходження остачі:



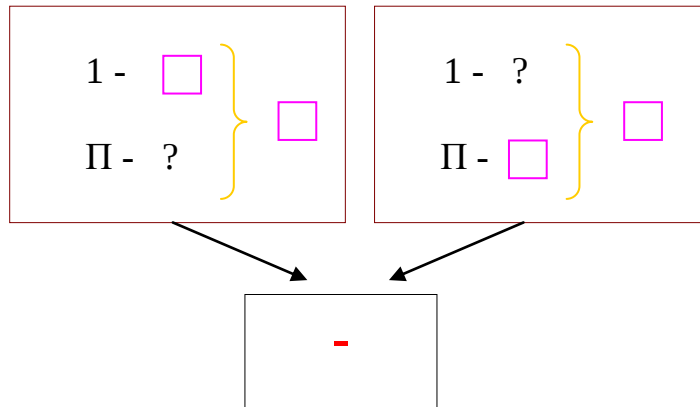
3. Задачі на збільшення чи зменшення числа на декілька одиниць:



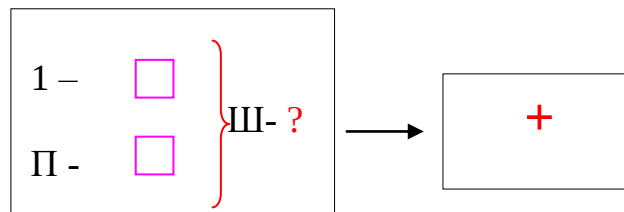
4. Задачі на різницеве порівняння:



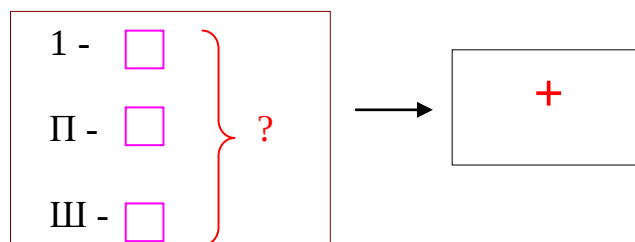
5. Задачі на знаходження невідомого доданка:



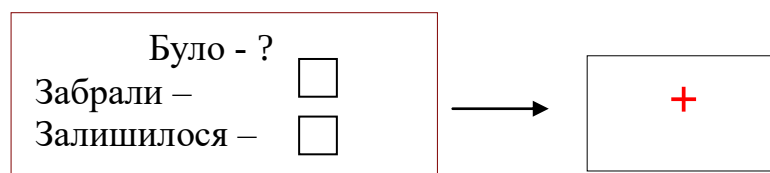
6. Задачі на знаходження третього числа по сумі двох даних:



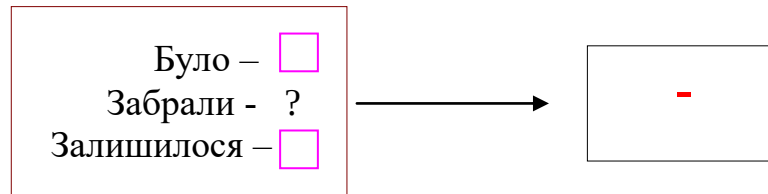
7. Задачі на знаходження суми трьох доданків:



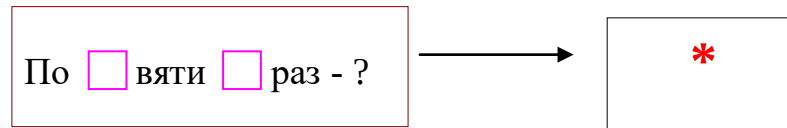
8. Задачі на знаходження зменшуваного:



9. Задачі на знаходження від'ємника :



10. Задачі на множення:

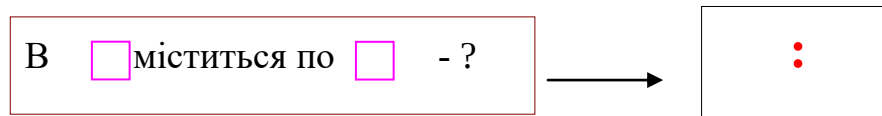


11. Задачі на ділення:

Ділення на рівні частини:



Ділення на вміщення:



Завдання 1. Прослухати задачу і показати її опорну схему. Пояснити якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі. Розв'язати задачу усно.

1. В одному будинку 50 мешканців, а в іншому 40. Скільки усього мешканців в обох будинках?
2. У двох будинках 87 мешканців. Скільки мешканців у першому будинку, якщо в другому будинку живе 80 мешканців.
3. У будинку було 70 мешканців, 1 з них з'їхав. Скільки мешканців залишилося в будинку?
4. Коли з будинку з'їхало 6 мешканців, то в будинку залишилося 90 мешканців. Скільки мешканців було в будинку?
5. У будинку було 75 мешканців. Після того, як кілька людей з'їхало, у будинку залишилося 70 мешканців. Скільки мешканців з'їхало?
6. В одному будинку 40 мешканців, а в іншому на 5 мешканців більше. Скільки мешканців в іншому будинку?
7. В одному будинку 36 мешканців, а в іншому на 6 мешканців менше. Скільки мешканців в іншому будинку?
8. В одному будинку 50 мешканців, а в іншому 40. На скількох мешканців більше в першому будинку, чим у другому?
9. В 1-ому будинку 50 мешканців, в 2-ому – 6 мешканців, а в 3-ому – тільки 1. Скільки всього мешканців у трьох будинках?
10. В 1-ому будинку 70 мешканців, а в другому – 9 мешканців. А в третьому будинку мешканців стільки, скільки в першому і в другому будинках разом. Скільки мешканців у третьому будинку?

- Які види задач розв'язуються дією додавання? Чому? (Задачі, у яких запитується скільки всього; тому що всього більше. Задачі, у яких запитується про число, що на кілька одиниць більше даного; тому що число, більше на ..., знаходять дією додавання. Задачі, у яких запитується про число, що дорівнює

сумі двох інших чисел. Задачі на знаходження невідомого зменшуваного: щоб знайти невідоме зменшуване, треба до різниці додати від'ємник.)

- Які задачі розв'язуються дією віднімання? Чому? (Задачі, у яких запитується скільки залишилося; залишилося менше, ніж було, тому розв'язуємо дією віднімання. Задачі, у яких запитується про число, що на кілька одиниць менше даного; число, менше на кілька одиниць, знаходять дією віднімання. Задачі на порівняння двох чисел: щоб довідатися на скільки одне число більше чи менше іншого, треба з більшого відняти менше. Задачі на знаходження невідомого доданка; щоб знайти невідомий доданок, треба із суми відняти відомий доданок. Задачі на знаходження від'ємника; щоб знайти невідомий від'ємник, треба зі зменшуваного відняти різницю.)

- Наведіть власні приклади задач кожного виду.

Складені задачі.

Мета: узагальнити поняття «складена задача», як про задачу, що складається з декількох простих задач, порядок і кількість яких визначає план розв'язання задачі; класифікувати складені задачі по виду останньої простої задачі, на прикладі задач на знаходження суми, остачі, збільшення (зменшення) числа на декілька одиниць, різницею порівняння, знаходження зменшуваного.

Робота над простими та складеними задачами відбувається за пам'яткою:

Пам'ятка

1. Прочитай задачу і уяви те, про що в ній говориться. Про що говориться в задачі?
2. Виділи ключові слова і склади короткий запис.
3. По короткому записі поясни числа задачі і питання.
4. Повтори питання задачі. Що достатньо знати, щоб відповісти на нього?

Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі?

Чи можна відразу відповісти на запитання задачі?

Можна

Не можна

Чому не можна?

Що потрібно знати, щоб відповісти на це питання?

Чи можна відразу відповісти на це питання?

Можна.

Не можна

Таким чином, ми від питання задачі перейшли до числових даних. Аналіз закінчений.

5. Розбий задачу на прості. Сформулюй кожен просту задачу.

Покажи опорні схеми до кожної.

6. Склади план рішення задачі. Про що ми довідаємося в 1-ій дії?

Про що довідаємося в 2-ій дії?

7. Запиши розв'язання задачі.

8. Запиши відповідь.

- Задачі поділяються на прості задачі і складені задачі. Чим відрізняються складені задачі від простих? (На запитання простої задачі можна відповісти відразу – однією арифметичною дією. А на запитання складеної задачі відповісти відразу не можна.)

- Чому на запитання складеної задачі не можна відповісти відразу? (Тому, що для відповіді не вистачає числових даних. Складена задача складається з кількох простих задач.)

Пропонуємо учням придумувати з певними числами прості задачі і складати з них різні складені задачі:

- З числами 5 і 3 складіть задачу, яка б розв'язувалася дією додавання. Про що можна запитати в цій задачі? (Можна запитати, скільки усього; чи можна

запитати про число, що на кілька одиниць більше даного; чи можна запитати, скільки було, після того, як щось витратили.)

- Нехай у цій задачі запитується про число, що на 3 одиниці більше 5. (У першій вазі було 5 яблук, а в другій – на 3 яблука більше. Скільки яблук у другій вазі?)

Задача 1. У першій вазі було 5 яблук, а в другій – на 3 яблука більше. Скільки яблук у другій вазі?

1 – 5 ябл.

П – ?, на 3 ябл. більше

- Розв'яжіть усно цю задачу. Дайте відповідь на її запитання.

Розв'язання

$$5 + 3 = 8 \text{ (ябл.)}$$

Відповідь: 8 яблук у другій вазі.

- Знаючи, скільки яблук у першій вазі і знаючи, скільки яблук у другій вазі, що ми можемо довідатися? (Скільки яблук у двох вазах разом чи на скільки яблук більше (менше) в одній вазі, чим в іншій.)

1 – 5 ябл.

П – ябл.

?

1 – 5 ябл.

П – ябл.

на, ?

- Об'єднаєте першу просту задачу з задачею на різницеве порівняння. Одержимо складену задачу на різницеве порівняння. Зверніть увагу: ми одержали складену задачу того ж виду, що й остання проста задача.

1 – 5 ябл.

П – ?, на 3 ябл. більше

на, ?

- Розбийте цю задачу на прості. Сформулюйте кожну просту задачу.
- Виходячи з порядку простих задач сформулюйте план розв'язання.
- Розповісти розв'язання по діях з поясненням.
- Назвіть відповідь.
- Об'єднаєте першу просту задачу з задачею на знаходження суми. Сформулюйте складену задачу на знаходження суми.

1 – 5 ябл.

П – ?, на 3 ябл. більше

?

- Розбийте цю задачу на прості.
- Сформулюйте план рішення.
- Розповісти рішення.

- Назвіть відповідь.
- Отже, в одній вазі 5 яблук, а в іншій – 8 яблук. Скільки яблук усього в двох вазах? – це друга проста задача, з якої складається дана складена задача.
- А тепер продовжимо ситуацію. Отже, у двох вазах лежала деяка кількість яблук, з'їли 9 яблук. Про що можна запитати? (Скільки яблук залишилося?) Якщо в задачі запитується, скільки залишилося, то до якого виду треба віднести цю задачу? Покажіть її опорну схему.

1 – 5 ябл.	}	?
П – 8 ябл.		

Було -	
З'їли – 9 ябл.	
Залишилось - ?	

- Тепер об'єднаємо ці дві задачі і сформулюємо одну складену задачу на знаходження остачі. Запишемо цю задачу коротко:

Було – 5 ябл. и 8 ябл.
З'їли – 9 ябл.
Залишилось - ?

- Розбийте цю задачу на прості. Скільки вийшло простих задач?
- Виходячи з послідовності простих задач, складіть план розв'язування задачі. Скількома діями розв'язується дана задача?
- Запишіть розв'язання задачі по діях з поясненням.
- Запишіть відповідь.
- Складіть задачу з трьох послідовних простих задач. Помітьте, що 1-а проста задача – це задача, у якій дано обидва числових значення, тобто на її питання можна відповісти відразу.

1.

1 – 5 ябл.
П - ?, на 3 ябл. більше

2.

1 – 5 ябл.	}	?
П -		

3.

Було -	
З'їли – 9 ябл.	
Залишилось - ?	

(Діти складають задачу: «В одній вазі було 5 яблук, а в другий – на 3 яблука більше. За обідом з'їли 9 яблук. Скільки яблук залишилося?»)

- Як ви думаєте, скількома діями розв'язується ця задача? Чому?
- Отже кількість дій залежить від кількості простих задач, з яких складається дана задача.
- На питання якої простої задачі ми відповімо першою дією? Що ми довідаємося?
- На питання якої простої задачі ми відповімо другою дією? Що ми довідаємося?
- На питання якої простої задачі ми відповімо третьою дією? Що ми довідаємося?
- Запишіть розв'язання задачі по діях з поясненням.
- Запишіть відповідь.

Завдання 2. Розв'яжіть задачу: У їдальню привезли 18 л соняшникової олії. На обід витратили 6 літрів, а на вечерю – 3 літри. Скільки літрів соняшникової олії залишилося?

- Про що говориться в задачі? Про що запитується в задачі?
- Які ключові слова можна виділити?
- Запишіть задачу коротко:

Було – 18 л
 Витратили – 6 л та 3 л
 Залишилося - ?

- По короткому записі поясніть числа задачі. Що означає число 18? Що означає число 6? Що означає число 3? Яке питання задачі?
- Покажіть на короткому записі прості задачі, з яких складається дана складена задача.

1-а п. з.

Було – 18 л

Залишилося - ?

2-а п. з.

Було – 18 л

Витратили –

Залишилося - ?

(Якщо діти не можуть відразу розбити задачу на прості, то робота над задачею здійснюється відповідно до пам'ятки і здійснюється повний аналіз.)

- Складіть план розв'язування задачі.
- Розповісти розв'язання по діях.
- Запишіть рішення виразом.
- Запишіть відповідь.
- Розв'яжіть цю задачу іншим способом. Які прості задачі вона містить в цьому випадку?
- Перетворіть цю задачу в задачу на знаходження суми. Чим будуть відрізнятися ці задачі? Що можна сказати про відмінність, що стосується простих задач? (У перетвореній задачі друга проста задача повинна бути на знаходження

суми, і містити ключові слова – «було», «привезли» (чи інше слово з таким же змістом), «стало».)

- Складіть короткий запис до цієї задачі.
- Розповісти розв'язання задачі.
- Складіть вираз для рішення цієї задачі.
- Назвіть відповідь.

Узагальнення арифметичних дій додавання і віднімання, множення і ділення.

Мета: порівняти дії додавання і множення, віднімання і ділення; сформулювати за аналогією правила знаходження невідомих компонентів дій множення і ділення.

Опорний конспект 1.

(на титульній стороні листа)

Додавання	Множення
-----------	----------

Визначення:

	Множення – це додавання однакових доданків: $\underbrace{a + a + a}_{3 \text{ рази}} = a \cdot 3$
--	---

Задачі на конкретний зміст арифметичних дій:

1. Довідатися, скільки усього. 2. Довідатися, скільки стало, після того, як додали, приїхали, зсипали, змішали ...	1. Довідатися, скільки усього, якщо по узято раз.
---	---

Назва компонентів і результату дії:

$a + b = c$ Дода нок + Дода нок = Сума	$a \cdot b = c$ Множ ник • Множ ник = Добуток
---	--

Перевірка:

Відніманням	Діленням
-------------	----------

(на зворотній стороні листа)

Взаємозв'язок арифметичних дій:

Дода нок = Сума - Дода нок	Множ ник = Добуток : Множ ник

Переставна властивість:

$a + b = b + a$ Від перестановки доданків сума не змінюється	$a \cdot b = b \cdot a$ Від перестановки множників добуток не змінюється
---	---

Сполучна властивість:

$(a + b) + c = \begin{cases} a + (b + c) \\ (a + c) + b \end{cases}$	$(a \cdot b) \cdot c = \begin{cases} a \cdot (b \cdot c) \\ (a \cdot c) \cdot b \end{cases}$
--	--

Опорний конспект 2

(на титульній стороні листа)

Віднімання	Ділення
-------------------	----------------

Задачі на конкретний зміст арифметичних дій:

1. Довідатися, скільки залишилося, після того, як забрали, виїхали, витратили, продали ...	1. Довідатися, скільки разів у $\square$ міститься по $\square$. 2. Довідатися, скільки в одному, якщо $\square$ розділили на $\square$ порівну.
---	--

Назва компонентів і результату дії:

$a - b = c$ Зменшуваче Від'ємник Різниця	$a : b = c$ Ділене Дільник Частка
---	--

Перевірка:

Додаванням : з числа 27 відняти 3 – це значить знайти таке число, яке при додаванні з числом 3 дає 27.	Множенням: число 27 розділити на 3-це значить знайти таке число, котре при множенні на 3 дає 27.
---	---

(на зворотній стороні листа)

Взаємозв'язок арифметичних дій:

$a - b = c$ $b = a - c$ $a = c + b$	$a : b = c$ $b = a : c$ $a = c \cdot b$
Від'ємник = Зменшуваче - Різниця	Дільник = Ділене : Частка
Зменшуваче = Різниця + Від'ємник	Ділене = Частка \cdot Дільник

Правила:

$(a + b) - c = \begin{cases} a + (b - c) \\ (a - c) + b \end{cases}$	
--	--

$c - (a + b) = c - a - b$	
---------------------------	--

Пропонуємо зміст бесіди, яку можна провести за даними опорними конспектами.

- Уважно розгляньте все те, що стосується дій додавання і множення.
 - Чи знаємо ми що називається додаванням, чи знаємо ми означення дії додавання? Що називається множенням? Наведіть приклади.
 - Яку суму можна замінити множенням? Замініть додавання множенням: $12 + 12 + 12$.
 - На якому місці записали однаковий доданок? На якому – число, що показує, скільки разів додали однаковий доданок?
 - Що значить: $27 \cdot 3$; $9 \cdot 7$?
 - Про що повинно запитуватися в задачі, щоб ця задача була на конкретний зміст дії додавання? Множення? Наведіть приклади таких задач.
 - У першому мішку 45 кг цукру, а в другому – 50 кг. Скільки усього кілограмів цукру в двох мішках. Поясніть вибір арифметичної дії?
 - У двох мішках по 50 кг у кожному. Скільки усього кілограмів цукру в двох мішках? Поясніть вибір арифметичної дії?
 - Чим відрізняються ці задачі?
 - Що спільного в цих задачах?
 - Запишіть розв'язання першої задачі. Як називаються компоненти і результат дії додавання?
 - Запишіть розв'язання другої задачі двома способами. При розв'язанні задачі множенням, яке число запишемо на першому місці? А яке на другому місці?
 - Прочитайте цей запис декількома способами.
 - Як називаються компоненти і результат дії множення?
 - Що спільного в назві компонентів і результатів дій додавання і множення?
 - Якою дією перевіряється додавання? Яка дія є оберненою для додавання?
- У чому полягає взаємозв'язок додавання і віднімання?
- Як знайти невідомий доданок?
 - Якою дією перевіряється множення? Яка дія є оберненою для множення? У чому полягає взаємозв'язок множення і ділення?
 - Якщо врахувати, що компоненти і при додаванні і при множенні називаються одним словом, і те, що на відміну від додавання, що перевіряється відніманням, множення – перевіряється діленням; спробуйте сформулювати правило знаходження невідомого множника. Які слова в правилі знаходження невідомого доданка треба замінити? Як знайти невідомий множник?
 - Що ще є спільного в дій додавання і множення?
 - Сформулюйте переставну властивість додавання. Наведіть приклади.
 - У яких випадках і з якою метою ми застосовуємо переставну властивість додавання? Приведіть приклади.
 - Сформулюйте переставну властивість множення. Наведіть приклади.
 - Що спільного у формулюваннях переставної властивості додавання і множення? Який висновок можна зробити для додавання і множення одночасно? (Від перестановки компонентів дій множення або додавання, її результат не змінюється?

- Уважно розгляньте правило додавання суми до числа (сполучна властивість). Наведіть приклади на правило додавання суми до числа.
- З врахуванням переставної властивості додавання, який звідси можна зробити висновок? (Числа можна складати в будь-якому порядку)
- Якщо в дії додавання і множення так багато спільного, можливо припустити, що такий же висновок можна зробити і щодо дії множення. Як він буде звучати? Перевіримо його справедливості на конкретних прикладах. Запишіть у зошитах добуток трьох множників: 2, 3, 2; і перемножте ці числа спочатку в одному порядку, а потім – в іншому і Порівняйте отримані добутки. Який висновок можна зробити?
- Уважно розгляньте все те, що стосується дій віднімання і ділення.
- Про що повинно запитуватися в задачі, щоб визначити, що ця задача на конкретний зміст дії віднімання? Ділення? Наведіть приклади таких задач.
- Було 27 кг цукру, витратили 3 кг. Скільки кілограмів цукру залишилося? Поясніть вибір арифметичної дії?
- 27 кг цукру розсипали в пакети по 3 кг. Скільки вийшло пакетів з цукром? Поясніть вибір арифметичної дії?
- 27 кг цукру розсипали в 3 кульки, порівно в кожній. Скільки кілограмів цукру в одному кульку? Поясніть вибір арифметичної дії?
- Що спільного в цих задачах?
- Чим відрізняються ці задачі?
- Запишіть розв'язання першої задачі. Як називаються компоненти і результат дії віднімання?
- Запишіть розв'язання другої задачі двома способами: відніманням і діленням. При розв'язанні задачі діленням, поясніть яке число запишемо на першому місці? А яке на другому місці?
- Прочитайте цей запис декількома способами.
- Що спільного в першій і в другій задачах? (Перша розв'язується відніманням і друга може бути розв'язана теж дією віднімання.)
- Запишіть розв'язання третьої задачі.
- Що спільного в другій і третьої задачах? (Обидві задачі розв'язуються дією ділення.)
- Чим відрізняється процес ділення в другій задачі від процесу ділення в третій задачі?
- Як називаються компоненти і результат дії ділення?
- Що спільного в назві компонентів і результатів дій віднімання і ділення?
- Якою дією перевіряється віднімання? Яка дія є оберненою для віднімання?
- Зверніть увагу: для додавання є оберненою дією віднімання, а для віднімання – додавання. Для множення оберненою дією є ділення. Яка дія є оберненою для ділення?
- Якою дією перевіряється ділення?
- Що значить : $27 - 3$? (Це значить знайти таке число, що при додаванні з числом 3, дає число 27 – це число 24.)
- Що значить: $27:3$? ($27:3$ – це значить знайти таке число, що при множенні на 3 дає 27, це число 9.)
- Як знайти невідоме зменшуване? За аналогією розкажіть , як знайти невідоме ділене?
- Як знайти невідомий від'ємник? За аналогією з дією віднімання сформулюйте правило знаходження невідомого дільника?
- Які правила віднімання ви знаєте? Наведіть приклади на правило віднімання суми з числа.

Узагальнення способів складання таблиць множення чисел 2 і 3 і ділення на 2 і 3.

Мета: узагальнити спосіб складання таблиць множення на основі конкретного змісту дії множення та знання попереднього чи наступного значення; ввести спосіб групування при запам'ятовуванні табличних результатів; узагальнити спосіб складання таблиць ділення на основі взаємозв'язку множення і ділення.

На етапі актуалізації слід повторити конкретний зміст дії множення і ділення, назви компонентів і результатів цих дій, математичні вирази „добуток” і „частка”.

Далі слід порівняти таблиці множення чисел 2 та 3:

- Уявіть собі таблицю множення числа 2. Що спільного у всіх прикладах на множення в цій таблиці? (У всіх прикладах перший множник число 2.) Замініть другий множник буквою і запишіть буквенний вираз. ($2 \cdot a$)
- Уявіть собі таблицю множення числа 3. Що спільного у всіх прикладах на множення в цій таблиці? (У всіх прикладах перший множник число 3.) Замініть другий множник буквою і запишіть буквенний вираз. ($3 \cdot a$)
- Які значення може приймати a ?
- Знайдіть значення цих буквених виразів при $a = 2$, використовуючи конкретний зміст дії множення. Чим схожі отримані рівності? (У добутках однаковий другий множник, число 2; у сумах однакове число доданків – 2.) Чим визначається ця загальна властивість? (Загальна властивість визначається даним за умовою однаковим другим множником, що показує скільки разів треба додати однакові доданки.) Чим вони відрізняються? (Відрізняються першими множниками у виразах, що викликає відмінність однакових доданків у сумах)
- Знайдіть значення буквених виразів при $a = 3$. Порівняйте отримані рівності.
- Знайдіть значення буквених виразів при $a = 4, a = 5, a = 6, a = 7, a = 8, a = 9$. Порівняйте їх попарно.
- Отже, ми склали таблиці множення числа 2 і числа 3 на підставі конкретного змісту дії множення:

$2 \cdot 2 = 2+2 = 4$	$3 \cdot 2 = 3+3 = 6$
$2 \cdot 3 = 2+2+2 = 6$	$3 \cdot 3 = 3+3+3 = 9$
$2 \cdot 4 = 2+2+2+2 = 8$	$3 \cdot 4 = 3+3+3+3 = 12$
$2 \cdot 5 = 2+2+2+2+2 = 10$	$3 \cdot 5 = 3+3+3+3+3 = 15$
$2 \cdot 6 = 2+2+2+2+2+2 = 12$	$3 \cdot 6 = 3+3+3+3+3+3 = 18$
$2 \cdot 7 = 2+2+2+2+2+2+2 = 14$	$3 \cdot 7 = 3+3+3+3+3+3+3 = 21$
$2 \cdot 8 = 2+2+2+2+2+2+2+2 = 16$	$3 \cdot 8 = 3+3+3+3+3+3+3+3 = 24$
$2 \cdot 9 = 2+2+2+2+2+2+2+2+2 = 18$	$3 \cdot 9 = 3+3+3+3+3+3+3+3+3 = 27$
$2 \cdot 10 = 2+2+2+2+2+2+2+2+2+2 = 20$	$3 \cdot 10 = 3+3+3+3+3+3+3+3+3+3 = 30$

- Порівняйте в таблицях множення чисел 2 і 3 кожен рядок відповідно. Чим вони схожі? (У кожному рядку в добутках однакові другі множники, що визначає однакову кількість доданків у сумах.)
- Порівняйте добутки з таблиці множення числа 2: на скільки відрізняється кожен наступний результат від попереднього? Чому?
- Порівняйте добутки з таблиці множення числа 3: на скільки відрізняється кожен наступний результат від попереднього? Чому?
- Чому, у кожній таблиці наступний результат більше попереднього? На скільки більше, наприклад у таблиці множення числа 2? А в таблиці множення числа 3? А

– числа 4? Числа 5?... Чому саме на ці числа? (Тому що це перші множники, а перші множники визначають однакові доданки. У кожному наступному прикладі на один такий доданок більше, тому і результат більше на це ж число.)

- На скільки менше кожен попередній результат, чим наступний у кожній таблиці? (У таблиці множення 2-х – кожен попередній менше наступного на 2, тому що в попередньої суми на одну двійку менше. У таблиці множення 3-х – на 3. 4-х – на 4...)
- Тепер ви знаєте секрет усіх таблиць множення!
- Як застосувати попереднє значення для відновлення певного результату з таблиці множення числа 2? 3? Розкажіть таблиці множення чисел 2 і 3 зверху вниз, використовуючи попереднє значення.
- Як застосувати наступне значення для відновлення певного результату з таблиці множення числа 2? 3? Розкажіть таблиці множення чисел 2 і 3 знизу вгору, використовуючи наступне значення. Пам'ятайте, що $2 \cdot 10 = 20$, а $3 \cdot 10 = 30$.
- Продовжить ряд чисел: 4, 6, 8, ...
6, 9, 12, ...
- Продовжить ряд чисел: 27, 24, 21, ...
18, 16, 14, ...
- Яку властивість множення ви знаєте? Сформулюйте переставну властивість множення.
- Для якого прикладу з таблиці множення числа 3 можна застосувати переставну властивість? ($3 \cdot 2 = 2 \cdot 3 = 6$).
- Чи легко запам'ятовуються перші два добутки з таблиць? Згадайте віршики:
- Знаючи ці добутки ми зможемо довідатися і всі інші добутки з даних таблиць.
- Знайдіть добуток двох і чотирьох; трьох і чотирьох. Скільки в сумах двійок? Трійок? Згрупуємо їх по дві. Чому дорівнює сума двох двійок? Двох трійок? Як легко обчислити дані добутки, чи потрібно додавати двійки; трійки?

Аналогічно міркуємо для решти випадків:

$2 \cdot 2 = 4$ $2 \cdot 3 = 6$ $2 \cdot 4 = \boxed{2+2} + \boxed{2+2} = 8$ $4 + 4 = 8$ $2 \cdot 5 = \boxed{2+2+2} + \boxed{2+2} = 10$ $6 + 4 = 10$ $2 \cdot 6 = \boxed{2+2+2} + \boxed{2+2+2} = 12$ $6 + 6 = 12$ $2 \cdot 7 = \boxed{2+2+2+2} + \boxed{2+2+2} = 14$ $8 + 6 = 14$ $2 \cdot 8 = \boxed{2+2+2+2} + \boxed{2+2+2+2} = 16$ $8 + 8 = 16$	$3 \cdot 2 = 6$ $3 \cdot 3 = 9$ $3 \cdot 4 = \boxed{3+3} + \boxed{3+3} = 12$ $6 + 6 = 12$ $3 \cdot 5 = \boxed{3+3+3} + \boxed{3+3} = 15$ $9 + 6 = 15$ $3 \cdot 6 = \boxed{3+3+3} + \boxed{3+3+3} = 18$ $9 + 9 = 18$ $3 \cdot 7 = \boxed{3+3+3+3} + \boxed{3+3+3} = 21$ $12 + 9 = 21$ $3 \cdot 8 = \boxed{3+3+3+3} + \boxed{3+3+3+3} = 24$ $12 + 12 = 24$
--	---

- Отже, ми познайомилися з новим способом складання таблиць множення – способом групування доданків.
- Таким чином, які способи можна застосувати для складання таблиць множення?
- Перший спосіб – спосіб заснований на конкретному змісті дії множення. Множення – це додавання однакових доданків.

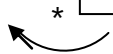
- Другий спосіб – на основі знання попереднього чи наступного значення. У таблицях множення кожен наступний результат більше попереднього на визначене число, рівне першому множнику; кожен попередній результат менше наступного на стільки ж одиниць.
- Третій спосіб – на основі переставної властивості множення. Деякі добутки ми можемо не обчислювати, а помінявши місцями множники одержимо уже відомий добуток.
- Четвертий спосіб – спосіб угруповання доданків.

Таблиці ділення складаються на підставі взаємозв'язку між множенням і діленням: якщо добуток двох чисел поділити на один множник, то отримаємо інший множник. Отже з кожного прикладу на множення можна скласти по два приклади на ділення. При складанні таблиці ділення нас цікавить лише один приклад на ділення на певне число.

Таблиці ділення не запам'ятовуються, а при встановленні табличних результатів міркуємо так:

$15 : 3$ – це означає знайти таке число, яке у добутку з трьома дає 15; це число 5.

$15 : 3 = \square$, так як $3 * 5 = 15$.



Буквені вирази.

Мета: актуалізувати поняття математичного виразу: числового і буквеного; узагальнити взаємозв'язок між назвами найпростіших математичних виразів і результатами арифметичних дій; узагальнити подвійний зміст знака арифметичної дії: з однієї сторони він указує на назву математичного виразу, а з іншого боку - вказує яку дію треба виконати між числами; актуалізувати читання найпростіших математичних виразів, вирази з дужками і вирази, що містять дії різного ступеня; навчити школярів читати математичні вирази більш складної структури, називаючи компоненти останньої дії; згадати порядок виконання дій у виразах з дужками; актуалізувати знаходження значень буквених виразів.

- На, що вказує знак «+» між двома числами? (1-е: записати вираз – сума цих чисел; 2 –ге: між цими числами треба виконати дію додавання.)
- На що вказує знак «-» між двома числами? Знак «:»? Знак « $\cdot$ »?
- Що потрібно зробити, щоб записати суму двох чисел? Що потрібно зробити, щоб знайти значення суми?
- Що потрібно зробити, щоб записати різницю двох чисел? Що потрібно зробити, щоб знайти значення різниці? Приведіть приклад.
- Що потрібно зробити, щоб записати добуток двох чисел? Що потрібно зробити, щоб знайти значення добутку? Приведіть приклад.
- Що потрібно зробити, щоб записати частку двох чисел? Що потрібно зробити, щоб знайти значення частки? Приведіть приклад.
- Виходячи з цього зробіть висновок про подвійний зміст знака арифметичної дії. На що вказує знак будь-якої арифметичної дії? (З однієї сторони знак арифметичної дії вказує на назву виразу, а з іншого боку – на дію, яку треба виконати між числами.)
- Прочитайте вирази: $72 - (36 + 17)$. (З числа 72 відняти суму чисел 36 і 17.)
- Знайдіть значення цього виразу. Яку дію треба виконати першою? Чому? Другою?
- Як можна по – іншому прочитати ці вирази?

Пам'ятка

Читання математичних виразів

1. Визначаю, яка дія виконується останньою.
2. Згадую, як називаються числа при цій дії.
3. Читаю, чим поданий перший компонент.
4. Читаю, чим поданий другий компонент.

- Використовуючи пам'ятку, прочитайте вирази: $(34 + 17) - 24$, $2 \cdot (53 - 46)$, $(60 - 36) : 3$. Знайдіть значення цих виразів, пояснюючи порядок виконання дій.
- Знайшовши значення виразів і поставивши знак рівності між виразами і його значенням, що ми одержали? (Рівність).
- Чим відрізняється вираз від рівності? (У цьому записі не може бути знака «=», а так само знаків більше чи менше – це буде нерівність.)
- Що спільного у виразі і рівності? (Рівність складається з виразу і числа, чи двох виразів.)
- У першому виразі, замініть від'ємник буквою. Чим відрізняється цей вираз від попереднього? Попередні вирази складалися тільки з чисел – це числові вирази.
- Замінивши число буквою ми одержали буквений вираз. Значення буквених виразів можна знайти, якщо дано значення букви.
- Самостійно задайте значення букви і знайдіть значення даного буквеного виразу.
- Що потрібно зробити, щоб знайти значення буквеного виразу?

Пам'ятка

Знаходження значення буквеного виразу

1. Підставляю у виразі замість букви її значення.
2. Знаходжу значення числового виразу .
3. Роблю висновок: *знайдене число і є значенням буквеного виразу при даному значенні букви.*

- Назвіть значення букви і значення буквеного виразу при даному значенні букви.
- Як бачимо, кожен учень додав букві своє значення, відмінне від інших, і одержав значення буквеного виразу, відмінне від значень інших учнів. Який висновок можна зробити? (Букві можна додавати будь-як значення. Значення буквеного виразу залежить від значення букви.)
- Таким чином, буквені вирази мають безліч рішень при різних значеннях букви. Якщо ми задамо букві 10 значень, значить буде і 10 розв'язків .

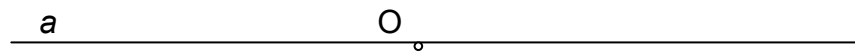
Узагальнення знань учнів з геометрії.

Мета: Узагальнити поняття про геометричну фігуру, як про множину точок; порівняти пряму і криву лінії; порівняти пряму лінію і промінь; узагальнити поняття відрізка, як множини точок прямої, укладеної між двома даними точками; порівняти пряму і відрізок, промінь і відрізок; актуалізувати поняття :

«багатокутник», «прямокутник», «квадрат»; порівняти квадрат і прямокутник; актуалізувати поняття «периметр багатокутника», знаходження периметра трикутника і квадрата; актуалізувати поняття «коло» і «круг»; узагальнити поняття кола, як множини точок, рівновіддалених від даної точки – центра кола; порівняти круг і коло.

Під час бесіди обговорюємо питання:

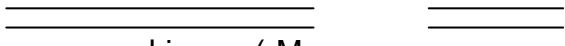
- Що спільного в прямої і кривої ліній? (І пряма і крива лінії складаються з нескінченної множини точок, причому кожену лінію можна продовжити, як вправо, так і вліво; і пряма і крива лінії не мають ні початку ні кінця.)
- Раз пряма лінія складається з безлічі точок, то завжди на ній, у будь-якій місці, можна виділити одну точку. Накресліть пряму лінію і поставте на ній одну точку О.
- На скільки частин розбила ця крапка пряму лінію? (На дві частини) Кожна така частина називається променем. Зверніть увагу, що один промінь складається з усіх точок прямої, що лежать праворуч від виділеної точки О – точки, що здійснює розбивку прямої на дві частини. А інший промінь складається з безлічі точок прямої, що лежать ліворуч від точки О, що поділяє пряму. Таким чином, що таке промінь? (Промінь – це частина прямої, що складається з усіх її точок, що лежать по одну сторону від даної точки.)



- Точка, що здійснює розбивку прямої на два промені називається початком променя, як першого, так і другого. Якою точкою позначений початок променя? Точка О – початок двох променів. Як розрізнити ці промені? Їх треба назвати!
- Промені позначають теж буквами латинського алфавіту. Можна позначити промінь двома буквами латинського алфавіту: початковою і ще якою-небудь точкою, що належить цьому променю. Наприклад: ОА чи ОК ...Початкову точку пишуть на першому місці.



- Чи можна продовжити промінь ОА вправо? А вліво?
- Чи можна продовжити промінь ОК вправо? А вліво?
- Який висновок можна зробити? (Промінь має початок, але не має кінця.)
- Порівняйте промінь і пряму. Чим відрізняється промінь від прямої лінії? (Пряма лінія не має ні початку ні кінця, а промінь має початок, але не має кінця.) Що спільного в прямої і променя? (Промінь – це частина прямої.)
- Накресліть пряму с. Поставте на прямій дві точки Е та І. На скільки частин розбили дві точки пряму? Як називаються ці частини? (Пряма розбивається двома точками на два промені і відрізок.) Назвіть ці фігури буквами латинського алфавіту.
- Що таке відрізок? (Відрізок – це частина прямої, обмежена двома точками.)
- Порівняйте відрізок і пряму. Чим вони відрізняються? (Пряма не має ні початку ні кінця, а відрізок має і початок і кінець.) Чим вони схожі? (Відрізок – це частина прямої.)
- Промінь – це теж частина прямої. Чим відрізняється відрізок від променя? (Промінь має початок, але не має кінця, а відрізок має і початок і кінець. Промінь – це частина прямої, що складається з усіх її точок, розташованих по одну сторону від даної точки; а відрізок – це частина прямої, обмежена двома точками прямої.)
- Скільки прямих можна провести через одну точку? Поставте одну точку і проведіть через цю точку прямі. Скільки ви провели прямих через одну точку? Хто більше? Який висновок можна зробити?

- Скільки променів і скільки відрізком можна провести через одну точку? Як не виконуючи побудов відразу відповісти на це питання? (І промінь і відрізок – це частина прямої, тому, якщо через одну точку можна провести безліч прямих, то на кожній з них можна виділити промінь і відрізок, отже через одну точку можна провести безліч променів і безліч відрізків.)
 - Скільки прямих можна провести через дві різні точки? Поставте дві будь-які точки, проведіть через них прямі. Скільки можна провести прямих?
 - Запам'ятаєте: через дві будь-які точки можна провести одну і тільки одну пряму лінію!
 - Контур (обрис) якої фігури можна одержати з трьох однакових паличок, трьох сірників, трьох рівних відрізків? Вдома виріжте з паперу трикутники різних розмірів . Підрахуйте, скільки кутів у кожному трикутнику , скільки сторін, скільки вершин.
 - Чи можна з наступних чотирьох відрізків скласти контур прямокутника? Чому? (Можна, тому що маємо по два рівні відрізки, а у прямокутника протилежні сторони рівні.) Зробіть це.
- 
- Охарактеризуйте отриману фігуру. (Ми одержали прямокутник. Прямокутник – це чотирикутник, у якого всі кути прямі.)
Чому прямокутник – це чотирикутник? (Тому, що в нього є чотири кути і чотири сторони.)
 - До яких геометричних фігур можна віднести чотирикутник? (До багатокутників.) Які ще багатокутники вам відомі? з яких елементів складаються багатокутники?(У багатокутників є сторони, кути і вершини.)
 - Скільки сторін, кутів і вершин у п'ятикутника? Трикутника? Шестикутника? Восьмикутника? Чому ці фігури мають таку назву?
 - Що собою представляють сторони багатокутника? (Сторони - це відрізки.)
 - Що собою уявляє вершина багатокутника? (Вершина багатокутника – це точка – початок двох відрізків, що є сторонами багатокутника.)
 - Що таке кут багатокутника? (Кут - це частина багатокутника, утворена двома її сторонами.)
 - З яких елементів складається кут? (Кут має вершину і сторони. Вершиною кута є вершина багатокутника, стороною – сторони багатокутника.)
 - Чим цікаві кути прямокутника? (У прямокутника всі кути рівні – прямі.)
 - Який кут є прямим? (Кут, що виходить у результаті перегинання листа папера на чотири рівні частини, є прямим. Величина цього прямого кута дорівнює величині більшого кута креслярського трикутника. Тому при визначенні чи є кут прямим, ми на нього накладаємо прямий кут креслярського трикутника.)
 - Крім прямих кутів, які ще кути ви знаєте? (Кути більше прямого і кути менше прямого.) Як визначити вид кута? (Треба накласти на даний кут прямий кут креслярського трикутника: якщо він уміщається усередині прямого кута, то цей кут менше прямого; якщо прямий кут уміщається усередині даного кута, то даний кут більше прямого.)
 - Яка ще геометрична фігура має всі прямі кути? (Квадрат) Чому? (Тому, що квадрат – це прямокутник, але особливий прямокутник – у якому усі сторони рівні.)
 - Чим відрізняється квадрат від прямокутника? (У квадрата всі сторони рівні, а в прямокутника – тільки протилежні.)
 - Що спільного в квадрата і прямокутника? (І квадрат і прямокутник – це чотирикутники, при чому й у квадрата й у прямокутника всі кути прямі.)
 - Що називається периметром багатокутника? (Периметр багатокутника – це сума довжин його сторін.)

Під час повторення матеріалу слід пропонувати учням завдання на побудову прямокутника с заданими довжинами його сторін. Міркування відбувається за пам'яткою:

Пам'ятка
Побудова прямокутника

1. Будує прямокутник від руки. Називаю його буквами. Показую прямі кути і рівні сторони. Підписую довжини рівних сторін.
2. Намічаю шляхи побудови.
3. Виконую побудову:
 - Будує прямий кут;
 - Відкладаю на сторонах кута довжину і ширину прямокутника, одержую ще дві вершини;
 - Будує ще дві прямі кути вершини яких збігаються з отриманими точками;
 - Відкладаю на сторонах кутів довжину і ширину прямокутника відповідно, одержую четверту вершину.
4. Доводжу правильність побудови: перевіряю, чи є прямим кут, отриманий у результаті побудови. Якщо так, то отриманий чотирикутник – прямокутник.

- Як одержати коло? (Коло одержуємо за допомогою циркуля. Гостру ніжку ставимо на лист паперу і проводимо лінію другою ніжкою циркуля ;отримана лінія – коло.)
- Яку лінію ми одержали? (Ми одержали коло.) До яких ліній можна віднести коло? (До кривих ліній. Це замкнена крива лінія.)
- Що собою представляє крива лінія? (Крива лінія – це множина точок)
- Який висновок можна зробити звідси? (Коло – це теж множина точок.)
- Назвіть елементи кола. (Центр кола – місце гострої ніжки циркуля; позначається - О. Радіус кола – відрізок, що з'єднує центр кола з будь-якою точкою кола; позначається ОА.)

Також, розв'язуємо завдання на побудову кола, заданого радіусу:

Пам'ятка
Побудова кола

1. Будує відрізок довжина якого дорівнює необхідному радіусу .
2. Установлюю ніжки циркуля на кінцях відрізка.
3. Проводжу окружність.
4. Відзначаю центр окружності буквою О.
5. Будує радіус окружності.
6. Доводжу, що побудовано окружність необхідного радіуса.

На побудованому колі пропонуємо учням накреслити радіус. Кожний учень будує радіус, відмітний від радіусів в інших учнів. Отже у колі можна побудувати безліч радіусів! Вимірявши довжини отриманих радіусів, учні роблять висновок, що усі радіуси кола – це рівні відрізки.

Радіус кола – це відрізок, який з'єднує центр кола з будь-якою його точкою. Отже, довжина радіусу показує на скільки кожна точка кола віддалена від центру.

А радіуси кола – це рівні відрізки, тому точки кола віддалені на рівну відстань від його центру. Таким чином, коло – це множина точок, які рівновіддалені від однієї точки – центра кола.

Також слід обговорити питання про відмінність між колом та кругом (коло – це межа круга). Розглянути точки, що належать колу й кругу; точки, що належать лише кругу.

Підводимо підсумок:

- Отже, що спільного в прямої, кривої лінії, променя, відрізка, багатокутників і круга і кола? (Усе це геометричні фігури, вони складаються з множини крапок.)
- Засновником яких фігур є пряма лінія? (Променя і відрізка – вони частини прямої.)
- Засновником якої фігури є крива лінія? (Коло це особлива крива лінія, усі точки якої рівновіддалені від центра.)
- Що собою представляє багатокутник? (Це фігура, що містить кілька сторін, стільки ж вершин і стільки ж кутів. У залежності від їхньої кількості виникають назви багатокутників: трикутник, чотирикутник, п'ятикутник...)
- Які фігури виділяються з класу чотирикутників і чому? (Це прямокутник і квадрат, тому що це чотирикутники в яких усі кути прямі.)
- А чому прямокутник і квадрат носять різні назви, чому їх треба розрізняти? (Тому, що квадрат – це особливий прямокутник, у якого всі сторони рівні. Тоді як у звичайного прямокутника рівні тільки протилежні сторони.)

Узагальнення знань учнів щодо величин і їх вимірів.

Мета: узагальнити поняття величини, як невід'ємної властивості предметів навколишнього світу, яку можна виміряти; познайомити з величиною – часом ; сформулювати конкретні уявлення про одиниці виміру часу: року, місяця, доби.

- Які властивості предметів вам відомі? Крім кольору, форми, розміру, матеріалу ... предмети навколишнього світу мають ще й інші властивості. Розглянемо їх.
- Предмети навколишнього світу мають лінійну протяжність – довжину. Довжина – це величина. Якими способами можна порівняти предмети чи відрізки за довжиною? (Накладенням, на око і виміром.)
- Як вимірюємо довжину чи ширину предмета – прямокутника, парти, кімнати? (Ми вибираємо одиницю виміру і підраховуємо, скільки разів ця одиниця виміру укладається на довжині предмета.)
- Які одиниці виміру довжини ви знаєте? Як вони співвідносяться між собою?

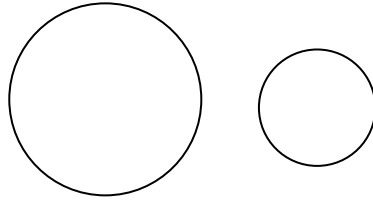
$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$$

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

- Предмети відрізняються друг від друга не тільки по довжині, але і по масі. Якими способами можна порівняти предмети по масі? (На «руку», виміром.)
- У чому полягає процес виміру маси? (Потрібно взяти еталон і подивитися скільки разів цей еталон міститься в даному предметі.)
- Еталон – це одиниця виміру. Яку одиницю виміру маси ви знаєте?(Кілограм)
- Процес виміру маси називають зважуванням. Зважування здійснюють на терезах за допомогою гир. На одну чашку терезів кладуть предмет, а на іншу – гирі, при чому стільки кладуть гир, скільки буде потрібно, щоб терези прийшли в рівновагу.
- Що ми вимірюємо зважуванням? Приведіть приклади.

- Порівняйте по масі кавуни (на око):



- Як ви думаєте, маса якого кавуна більше? Чому ви так думаєте?
- Маса однорідних предметів зв'язана з їхнім об'ємом – просторовим розміром.
- Яку одиницю виміру об'єму чи місткості ви знаєте? (Літр)
- Приведіть приклади предметів, що мають об'єм рівний 1 літру.
- Як вимірюють рідини: квас, молоко, бензин, воду?
- Отже, які величини вам відомі?
- Усі величини можна вимірити, при чому процес виміру завжди однаковий. У чому складається процес виміру величини? (Вибираємо еталон і визначаємо, скільки разів еталон міститься в даному предметі.)
- Що таке еталон? (Це одиниця виміру величини.)

Довжина	Маса	Об'єм
1 см 1 дм = 10 см 1 м = 10 дм = 100 см	1 кг	1 л

Методика вивчення нумерації і арифметичних дій в 3-му класі.

Методика вивчення табличного множення і ділення.

В 2-му класі учні разом з вчителем складали таблиці множення, а в 3-му класі їм надається виявити самостійність у складанні таблиць. Під час повторення матеріалу за 2-й клас ми актуалізували наступні способи складання таблиць множення:

1. Спосіб на підставі конкретного змісту дії множення: $2 * 4 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$.
2. Спосіб на підставі переставної властивості дії множення: $3 * 2 = 2 * 3 = 6$.
3. Спосіб на підставі попереднього значення: $3 * 7 = 3 * 6 + 3 = 18 + 3 = 21$.
4. Спосіб на підставі наступного значення: $3 * 9 = 3 * 10 - 3 = 30 - 3 = 27$.
5. Спосіб групування: $2 * 8 = 2 * 4 + 2 * 4 = 8 + 8 = 16$.

Ці способи є також способами запам'ятовування табличних результатів. Складаючи таблицю різними способами ми тим самим працюємо над її запам'ятовуванням: кожний учень для себе відшукує зручний спосіб встановлення результату „важкого” випадку з таблиці.

Розглянемо методику вивчення таблиць множення на прикладі таблиці множення числа 5.

Під час узагальнення і систематизації знань нами було порівняно і з-записано відомі таблиці множення у загальному вигляді: $2 * a$, $3 * a$, де a приймає значення 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Використовуючи цей висновок діти можуть самостійно записати добутки, які містить таблиця множення числа 5:

$5 * 2$
 $5 * 3$
 $5 * 4$
 $5 * 5$
 $5 * 6$
 $5 * 7$
 $5 * 8$
 $5 * 9$

Актуалізувавши переставну властивість дії множення, встановлюємо, що значення окремих добутків нам вже відомі:

$5 * 2 = 2 * 5 = 10$
 $5 * 3 = 3 * 5 = 15$
 $5 * 4 = 4 * 5 = 20$

Далі з'ясовуємо, якими способами можна знайти значення решти добутків:

- 1) на підставі конкретного змісту дії множення: $5 * 5 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$;
- 2) на підставі попереднього значення: $5 * 5 = 5 * 4 + 5 = 20 + 5 = 25$;
- 3) на підставі наступного значення: $5 * 5 = 5 * 6 - 5 = 30 - 5 = 25$;
- 4) на підставі групування: $5 * 6 = 5 * 3 + 5 * 3 = 15 + 15 = 30$

Обчисливши значення решти добутків отримуємо повну таблицю множення:

$5 * 2 = 10$
 $5 * 3 = 15$
 $5 * 4 = 20$
 $5 * 5 = 25$
 $5 * 6 = 30$
 $5 * 7 = 35$
 $5 * 8 = 40$
 $5 * 9 = 45$

З метою запам'ятовування табличних результатів працюємо над готовою таблицею:

- Сформулюйте переставний закон множення. (Від перестановки множників значення добутку не змінюється.)
- Для визначення значень яких добутків ми застосували переставний закон множення?



$$5 * 2 = \square * \square = \square$$



$$5 * 3 = \square * \square = \square$$

$$5 * 4 = \square * \square = \square$$

- Порівняйте попередній і наступний результати з таблиці: 10 та 15, 15 та 20.... Що ви помітили? (Кожний наступний результат на 5 більше попереднього.)
- Чому? (Тому що, в таблиці другий множник кожний раз збільшується на 1. А це означає, що наступна сума містить на одну п'ятірку більше, ніж попередня. Отже, кожний наступний результат на 5 більше попереднього.)
- Використовуючи цю закономірність таблиці множення числа 5 , як можна дізнатися про наступний результат ? (Треба до попереднього результату додати 5.)
- Наприклад, ви забули скільки буде 5 помножити на 5. ($5 * 6$, $5 * 7$, $5 * 8$, $5 * 9$) Використовуючи попередній результат, дізнайтеся про наступний результат.

$$5 * 5 = \square * \square + \square = \square + \square = \square$$

$$5 * 6 = \square * \square + \square = \square + \square = \square$$

$$5 * 7 = \square * \square + \square = \square + \square = \square$$

$$5 * 8 = \square * \square + \square = \square + \square = \square$$

$$5 * 9 = \square * \square + \square = \square + \square = \square$$

- На скільки кожний наступний результат більший за попередній? (На 5.)
- Знайдіть значення добутку 5 та 10. Що цікавого ви помітили? (Щоб 5 помножити на 10, треба до п'яти справа приписати один нуль.)
- Наприклад, ви забули скільки буде 5 помножити на 9. ($5 * 8$, $5 * 7$, $5 * 6$, $5 * 5$) Використовуючи наступний результат відтворіть даний випадок множення.

$$5 * 10 = \square \square$$

$$5 * 9 = \square * \square - \square = \square - \square = \square$$

$$5 * 8 = \square * \square - \square = \square - \square = \square$$

$$5 * 7 = \square * \square - \square = \square - \square = \square$$

$$5 * 6 = \square * \square - \square = \square - \square = \square$$

$$5 * 5 = \square * \square - \square = \square - \square = \square$$

- Випадки множення числа 5 на 2, на 3, на 4 ми вже добре знаємо на підставі знання попередніх таблиць і переставної властивості дії множення! Як їх можна використовувати для обчислення інших випадків? (Можна групувати доданки по 2, по 3, по 4 і використовувати оці результати.)

- Групуючи доданки, спробуйте дізнатися про значення наступних добутків:

$$5 * 5 = \square + \square + \square + \square + \square = \square * \square + \square * \square = \square$$

$$5 * 6 = \square + \square + \square + \square + \square + \square = \square * \square + \square * \square = \square$$

$$5 * 7 = \square + \square + \square + \square + \square + \square + \square = \square * \square + \square * \square = \square$$

$$5 * 8 = \square + \square + \square + \square + \square + \square + \square + \square = \square * \square + \square * \square = \square$$

$$5 * 9 = \square + \square + \square + \square + \square + \square + \square + \square + \square = \square * \square + \square * \square = \square$$

З метою закріплення таблиці множення числа 5 пропонуємо учням завдання:

1. Запишіть результати з таблиці множення числа 5 в порядку зростання: від найменшого до найбільшого.
2. Запишіть результати з таблиці множення числа 5 в порядку спадання: від найбільшого до найменшого.
3. Запишіть у зошиті по - пам'яті таблицю множення числа 5.
4. Знайдіть значення виразів з таблиці:

$$5 * 2 = 10$$

$$5 * 4 = 20$$

$$5 * 6 = 30$$

$$5 * 8 = 40$$

- На які числа множили число 5? (5 множили на 2, 4, 6, 8 – на парні числа.)

- Що можна сказати про значення цих добутків? (Усі добутки подані круглими числами, тобто числами, що закінчуються нулем.)

- Який висновок можна зробити? (При множенні на 2, 4, 6, 8 (парні числа) ми отримуємо в добутку число, що закінчується нулем.)

Аналогічно отримуємо інший висновок. При множенні на 3, 5, 7, 9 (непарні числа) ми в добутку отримуємо число, що закінчується цифрою 5!

5. Виключіть зайве число: 25, 40, 15, 35, 10, 45, 52, 20, 30.

6. Які випадки з таблиці множення ви добре запам'ятали? П'яти – п'ять – двадцять п'ять! Які випадки з таблиці множення можна відтворити, знаючи про це? ($5 * 4 = 5 * 5 - 5 = 25 - 5 = 20$, $5 * 6 = 5 * 5 + 5 = 25 + 5 = 30$.)

7. Випадок $5 * 9$ важко запам'ятати? Як його відтворити? ($5 * 10 = 50$. $5 * 9 = 5 * 10 - 5 = 50 - 5 = 45$.)

8. Які результати ми можемо відтворити на підставі переставної властивості дії множення? ($5 * 2 = 2 * 5 = 10$, $5 * 3 = 3 * 5 = 15$, $5 * 4 = 4 * 5 = 20$.)

9. Перша половина таблиці звичайно добре запам'ятовується. Як її можна застосувати для відтворення результатів нижньої частини таблиці? Як можна дізнатися скільки буде , якщо $5 * 6$? $5 * 7$? $5 * 8$?

$$(5 * 6 = 5 * 5 + 5 = 25 + 5 = 30 \text{ або } 5 * 6 = 5 * 3 + 5 * 3 = 15 + 15 = 30.$$

$$5 * 7 = 5 * 6 + 5 = 30 + 5 = 35 \text{ або } 5 * 7 = 5 * 3 + 5 * 4 = 15 + 20 = 35.$$

$$5 * 8 = 5 * 7 + 5 = 35 + 5 = 40 \text{ або } 5 * 8 = 5 * 9 - 5 = 45 - 5 = 40 \text{ або}$$

$$5 * 8 = 5 * 4 + 5 * 4 = 20 + 20 = 40.)$$

10. Доведіть, що $5 * 7 = 35$. ($5 * 7 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$.)

11. Порівняйте: $5 * 8$ та $5 * 6 + 5$...

Для контролю заучування таблиці корисні картки типу:

1.	$\square * 4 = 16$	2.	$4 * \square = 32$
$5 * 2 = \square$	$27 : \square = 9$	$5 * 3 = \square$	$\square * 7 = 21$
$12 : 4 = \square$	$2 * \square = 9$	$16 : 4 = \square$	$5 * \square = 35$

$3 * 5 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} * 3 = 15$	$3 * 9 = \underline{\quad}$	$16 : \underline{\quad} = 8$
$14 : 2 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} : 4 = 7$	$18 : 2 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} : 4 = 9$
$5 * 7 = \underline{\quad}$	$5 * \underline{\quad} = 45$	$5 * 9 = \underline{\quad}$	$2 * \underline{\quad} = 20$
$4 * 9 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} * 8 = 24$	$4 * 7 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} * 2 = 10$
$21 : 3 = \underline{\quad}$	$12 : \underline{\quad} = 6$	$24 : 3 = \underline{\quad}$	$18 : \underline{\quad} = 6$
$2 * 8 = \underline{\quad}$	$3 * \underline{\quad} = 12$	$2 * 6 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} * 4 = 12$
$32 : 4 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} * 10 = 30$	$24 : 4 = \underline{\quad}$	$5 * \underline{\quad} = 40$
$3 * 6 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} * 6 = 30$	$4 * 3 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} * 7 = 14$
$5 * 8 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} : 3 = 4$	$5 * 6 = \underline{\quad}$	$5 * \underline{\quad} = 50$
$8 : 2 = \underline{\quad}$	$5 * \underline{\quad} = 20$	$10 : 2 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} * 2 = 4$
$5 * 5 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} : 4 = 10$	$5 * 4 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} * 5 = 25$
$9 : 3 = \underline{\quad}$	$20 : \underline{\quad} = 5$	$4 * 10 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} : 2 = 10$
$4 * 5 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} : 9 = 4$	$30 : 3 = \underline{\quad}$	$4 * \underline{\quad} = 16$
$20 : 2 = \underline{\quad}$	$3 * \underline{\quad} = 21$	$6 : 2 = \underline{\quad}$	$\underline{\quad} : 3 = 9$
1 варіант		2 варіант	

Як бачимо, перша частина картки спрямована на безпосереднє відтворення табличних результатів, а друга частина – це трансформовані приклади (тут механічне запам'ятовування таблиці не допомагає, тут треба міркувати!).

Таблиці ділення. Таблиця ділення складається на підставі взаємозв'язку між діями множення і ділення: з кожного прикладу на множення можна скласти по два приклади на ділення; але при складанні таблиць нас цікавить лише один приклад. Учні записують в зошитах таблицю множення на певне число, а потім їм пропонується скласти з прикладів на множення приклади на ділення на певне число.

З метою випереджуючого навчання, можна скласти з кожного прикладу на множення по два приклади на ділення:

$5 * 2 = \underline{\quad} = \square \square$	$10 : 5 = \square$, т.к. $\square * 5 = 10$	$10 : 2 = \square$, т.к. $\square * 2 = 10$
$5 * 3 = \underline{\quad} = \square \square$	$15 : 5 = \square$, т.к. $\square * 5 = 15$	$15 : 3 = \square$, т.к. $\square * 3 = 15$
$5 * 4 = \underline{\quad} = \square \square$	$20 : 5 = \square$, т.к. $\square * 5 = 20$	$20 : 4 = \square$, т.к. $\square * 4 = 20$
$5 * 5 = \square \square$	$25 : 5 = \square$, т.к. $\square * 5 = 25$	$25 : 5 = \square$, т.к. $\square * 5 = 25$
$5 * 6 = \underline{\quad} = \square \square$	$30 : 5 = \square$, т.к. $\square * 5 = 30$	$30 : 6 = \square$, т.к. $\square * 6 = 30$
$5 * 7 = \underline{\quad} = \square \square$	$35 : 5 = \square$, т.к. $\square * 5 = 35$	$35 : 7 = \square$, т.к. $\square * 7 = 35$

$5 * 8 = \underline{\hspace{2cm}} = \square\square$ $5 * 9 = \underline{\hspace{2cm}} = \square\square$	$40 : 5 = \square$, т.к. $\square * 5 = 40$ $45 : 5 = \square$, т.к. $\square * 5 = 45$	$40 : 8 = \square$, т.к. $\square * 8 = 40$ $45 : 9 = \square$, т.к. $\square * 9 = 45$
--	--	--

При складанні таблиці ділення, можна міркувати ще й так: $15 : 5$ – це означає знайти таке число, яке при множенні на 5 дає 15 – це число 3.

Результати навчання повинні контролюватися з боку вчителя. Діагностувати, як учень володіє вивченими випадками таблиць множення і ділення можна за допомогою карток типу:

$5 * 6 = \underline{\hspace{1cm}}$	$5 * 9 = \underline{\hspace{1cm}}$	$4 * 4 = \underline{\hspace{1cm}}$	$24 : 4 = \underline{\hspace{1cm}}$
$32 : 4 = \underline{\hspace{1cm}}$	$36 : 4 = \underline{\hspace{1cm}}$	$25 : 5 = \underline{\hspace{1cm}}$	$15 : 3 = \underline{\hspace{1cm}}$
$3 * 9 = \underline{\hspace{1cm}}$	$3 * 8 = \underline{\hspace{1cm}}$	$24 : 3 = \underline{\hspace{1cm}}$	$2 * 9 = \underline{\hspace{1cm}}$
$16 : 2 = \underline{\hspace{1cm}}$	$14 : 2 = \underline{\hspace{1cm}}$	$2 * 8 = \underline{\hspace{1cm}}$	$5 * 9 = \underline{\hspace{1cm}}$
$40 : 5 = \underline{\hspace{1cm}}$	$5 * 7 = \underline{\hspace{1cm}}$	$5 * 6 = \underline{\hspace{1cm}}$	$36 : 4 = \underline{\hspace{1cm}}$
$4 * 7 = \underline{\hspace{1cm}}$	$16 : 4 = \underline{\hspace{1cm}}$	$32 : 4 = \underline{\hspace{1cm}}$	$3 * 9 = \underline{\hspace{1cm}}$
$18 : 3 = \underline{\hspace{1cm}}$	$24 : 3 = \underline{\hspace{1cm}}$	$3 * 6 = \underline{\hspace{1cm}}$	$10 : 2 = \underline{\hspace{1cm}}$
$2 * 6 = \underline{\hspace{1cm}}$	$15 : 5 = \underline{\hspace{1cm}}$	$12 : 2 = \underline{\hspace{1cm}}$	$35 : 5 = \underline{\hspace{1cm}}$
$5 * 4 = \underline{\hspace{1cm}}$	$12 : 4 = \underline{\hspace{1cm}}$	$40 : 5 = \underline{\hspace{1cm}}$	$4 * \underline{\hspace{1cm}} = 20$
$24 : 4 = \underline{\hspace{1cm}}$	$\underline{\hspace{1cm}} * 2 = 10$	$4 * 7 = \underline{\hspace{1cm}}$	$12 : \underline{\hspace{1cm}} = 4$
$3 * 7 = \underline{\hspace{1cm}}$	$20 : \underline{\hspace{1cm}} = 5$	$21 : 3 = \underline{\hspace{1cm}}$	$\underline{\hspace{1cm}} * 3 = 9$
$10 : 2 = \underline{\hspace{1cm}}$	$\underline{\hspace{1cm}} : 3 = 4$	$2 * 7 = \underline{\hspace{1cm}}$	$\underline{\hspace{1cm}} : 5 = 3$
$25 : 5 = \underline{\hspace{1cm}}$	$\underline{\hspace{1cm}} * 3 = 15$	$5 * 4 = \underline{\hspace{1cm}}$	$12 : \underline{\hspace{1cm}} = 3$
1 варіант	$2 * \underline{\hspace{1cm}} = 18$	2 варіант	$\underline{\hspace{1cm}} * 2 = 20$

Методика вивчення нумерації трицифрових чисел.

Вимоги до знань, умінь і навичок:

1. Знати назви чисел в межах 1000 і порядок їх прямування в натуральному ряді. Вміти рахувати, починаючи з будь-якого числа, в прямому і зворотному порядку.
2. Знати місце кожного числа від 1 до 1000, вміти назвати його сусідів, попереднє та наступне число.
3. Знати назви трьох розрядів: 1 розряд – розряд одиниць, П розряд – розряд десятків, Ш розряд – розряд сотень. Засвоїти, що 10 одиниць нижчого розряду складають 1 одиницю вищого розряду.

4. Вміти утворювати трицифрові числа із сотень, десятків та одиниць, а також прирахуванням по 1 та відрахуванням по 1.
5. Знати ,які числа називаються трицифровими і вживати термін “трицифрове” число.
6. Вміти читати і записувати трицифрові числа, усвідомлюючи значення кожної цифри в запису числа.
7. Вміти подавати будь-яке число у вигляді суми розрядних доданків.
8. Вміти визначати в числі загальну кількість одиниць, десятків сотень.
9. Вміти порівнювати числа за місцем на в натуральному ряді та , використовуючи десятковий склад числа – порозрядне порівняння.
10. Вміти виконувати арифметичні дії додавання і віднімання на підставі знань з нумерації:
 - порядку прямування чисел в натуральному ряді: $453 + 1$, $453 - 1$;
 - десяткового складу чисел: $500 + 40$, $500 + 40 + 7$, $500 + 7$; $567 - 500$, $567 - 60$, $567 - 7$.

Наочні посібники і дидактичний матеріал:

- палички, пучки-десятки, пучки-сотні;
- абак;
- таблиця розрядів і класів.

Формуємо поняття про сотню, як про складену лічильну одиницю. В концентрі “Сотня” діти познайомилися з двома лічильними одиницями – одиницею і складеною лічильною одиницею – десятком. 10 окремих паличок - одиниць зв’язували в пучок – десяток, далі пучки-десятки рахували так само, як і прості одиниці.

Аналогічно здійснюється ознайомлення з новою лічильною одиницею – сотнею. 10 паличок зв’язують в пучок і кажуть – 1 десяток, записуємо:

10 одиниць = 1 десятку.

Лічимо пучками-десятками. Отримав 10 десятків, зв’язуємо їх у великий пучок – сотню, записуємо:

10 десятків = 1 сотні

Звертаємо увагу, що отримана нова лічильна одиниця називається сотнею, і пропонуємо учням здогадатися, чому саме вона так називається. В 1 десятку 10 одиниць, а в 10 десятках 100 одиниць, або сотня. Записуємо:

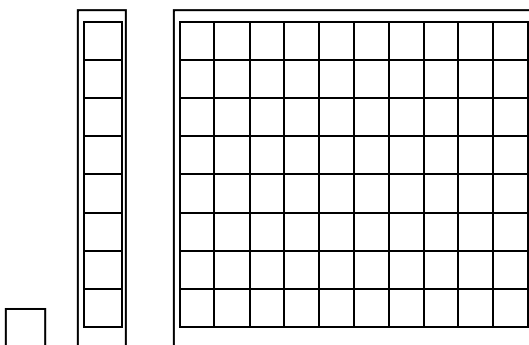
100 одиниць = 1 сотні.

Далі вчитель запитує, чи не можна рахувати пучками – сотнями, так як рахували простими одиницями або десятками. Потім учні рахують сотнями: 1 сотня, 2 сотні... до 10 сотень.

Вчитель повідомляє, що 10 сотень складають 1 тисячу і записує це на дошці:

10 одиниць складають 1 десяток
10 десятків складають 1 сотню
10 сотень складають 1 тисячу

Для наочної інтерпретації можна скористатися посібником “Риски та квадрати”:

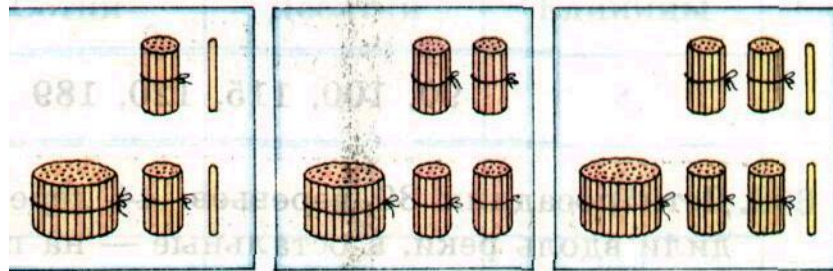


На підставі аналогії вводяться назви чисел третього розряду:

			100	(сто)
$1 + 1 = 2$	$10 + 10 = 20$	$100 + 100 = 200$		(двести)
$2 + 1 = 3$	$20 + 10 = 30$	$200 + 100 = 300$		(триста)
$3 + 1 = 4$	$30 + 10 = 40$	$300 + 100 = 400$		(четыреста)
$4 + 1 = 5$	$40 + 10 = 50$	$400 + 100 = 500$		(пятьсот)
$5 + 1 = 6$	$50 + 10 = 60$	$500 + 100 = 600$		(шестьсот)
$6 + 1 = 7$	$60 + 10 = 70$	$600 + 100 = 700$		(семьсот)
$7 + 1 = 8$	$70 + 10 = 80$	$700 + 100 = 800$		(восемьсот)
$8 + 1 = 9$	$80 + 10 = 90$	$800 + 100 = 900$		(девяťсот)
$9 + 1 = 10$	$90 + 10 = 100$	$900 + 100 = 1000$		(тысяча)

Учні переходять до назв : 2 сотні – дві-сті; 3 сотні – три-ста ... Назви цих чисел діляться на дві частини, при чому перша частина слова вказує кількість сотень, а друга частина слова, вказує що рахують сотнями.

Після того, як діти навчаться рахувати сотнями (називати не лише 2 сотні але й двісті) до тисячі, а також визначати скільки одиниць, десятків в одній чи кількох сотнях, учні вчаться у утворювати числа із 1 сотні і кількох одиниць: сто один ... сто дев'ять , сто десять. Потім, на підставі порівняння утворення чисел з кількох десятків і кількох одиниць, діти вчаться утворювати числа з однієї сотні, кількох десятків і кількох одиниць:



Далі школярі знайомляться з новим розрядом “сотні” і вчаться читати числа, записані в нумераційній таблиці. З'ясовують, скільки сотень, десятків та одиниць в кожному числі. Серед чисел пропонується число 101, в середині запису якого є нуль, тому що воно містить 0 десятків. Це одне з чисел, яке викликає певні труднощі у дітей при записі.

Також треба узагальнити спосіб отримання чисел першої сотні прирахування одиниці до попереднього та відрахування по одиниці із наступного числа. Застосовуються терміни попереднє та наступне число. На цій підставі розглядаються випадки додавання 1, в межах першої сотні.

Трохи пізніше учні вчаться рахувати , при чому пропонуються такі завдання, щоб обов'язково був перехід через розряд: від 95 до 105, від 157 до 165; подавати числа першої сотні у вигляді суми розрядних доданків: $138 = 100 + 30 + 8$.

Спочатку діти подають двоцифрове число у вигляді суми десятків та одиниць: $83 = 80 + 3$, з'ясовують чому ця сума містить два доданки (тому що число 83 – двоцифрове і містить два розряди.) Таким чином, двоцифрове число подається у вигляді суми двох розрядних доданків, де окремо подані десятки і окремо подані одиниці. Виходячи з цього, скільки ж розрядних доданків містить трицифрове число? (Трицифрове число розкладається на суму трьох розрядних доданків, тому що воно містить три розряди: сотні, десятки та одиниці.) Сума, в якій окремо подані одиниці кожного розряду: сотні, десятки та одиниці, називається сумою розрядних доданків.

Далі пропонується обернене завдання записати число, яке подано сумою розрядних доданків: $100 + 30 + 5 = 135$.

В подальшому навчанні учні утворюють трицифрові числа із сотень, десятків та одиниць. Учні виконують вправи, як в утворенні чисел із кількох сотень, кількох десятків та кількох одиниць, а також виконують обернені вправи: називають скільки в даному числі сотень, десятків та одиниць. Вправи виконуються спочатку з застосуванням наочних посібників (паличок і пучків паличок: десятків і сотень; або рисок та квадратів). Наприклад:

Вправа: покладіть на парти 2 маленьких квадрата (одиниці), 5 рисок (десятків) і 4 великих квадрата (сотні). Назвіть це число (452). Скільки в ньому одиниць, скільки десятків, скільки сотень (4 сотні, 5 десятків, 2 одиниці).

Без наочних посібників аналогічна вправа звучить наступним чином: скільки сотень, десятків та одиниць в числі 957. Назвіть число, в якому 3 сотні, 2 десятки і 7 одиниць.

Найбільші труднощі уявляють числа, в яких відсутні одиниці або десятки, тому доцільні вправи:

- визначити на слух склад числа 560, 506 й тощо;
- назвати числа, в яких 7 сотень і 2 одиниці й тощо.

Далі вводиться поняттям про розряди: “1 розряд”, “П розряд”, “Ш розряд”, узагальнюються назви чисел кожного розряду:

Ш розряд	П розряд	1 розряд
сто	десять	один
двісті	двадцять	два
триста	тридцять	три
чотириста	сорок	чотири
п'ятисот	п'ятдесят	п'ять
шістсот	шістдесят	шість
сімсот	сімдесят	сім
вісімсот	вісімдесят	вісім
Дев'ятисот	дев'яносто	дев'ять

Таким чином, одиниці – називаються одиницями 1 –го розряду, десятки – одиницями П-го розряду, сотні – одиницями – Ш-го розряду.

Порівняння трицифрових чисел відбувається двома способами. Наприклад, треба порівняти число 235 та 236: число 235 при рахунку йде раніше, ніж число 236, тому $235 < 236$ – це спосіб порівняння на підставі прямування чисел в натуральному ряді.

Другий спосіб порівняння чисел – порозрядне порівняння. Наприклад, треба порівняти 205 та 250: порівняння починаємо з найвищого розряду сотень – в першому числі 2 сотні і в другому числі 2 сотні, сотень порівну, переходимо до розряду десятків – в першому числі 0 десятків, а в другому 5 десятків, $0 < 5$, тому $205 < 250$.

Запис трицифрових чисел спочатку здійснюється в нумераційній таблиці. Спочатку пропонуємо числа вже з визначеним десятковим складом: 5 сотень, 2 десятки та 7 одиниць; а потім подаються лише назви чисел, а десятковий склад учні повинні визначити самі. Можна пропонувати спочатку записувати числа в нумераційній таблиці, а потім без неї.

Далі, на підставі аналогії з додаванням одиниць і круглих десятків, учні вчаться додавати і віднімати розрядні числа – круглі сотні. Тут застосовується спосіб укрупнення розрядних одиниць:

$$\begin{aligned} 7 + 2 &= 9 \\ 70 + 20 &= 90 \\ 700 + 200 &= 900 \end{aligned}$$

$$5 + 3$$

$$50 + 30$$

$$500 + 300$$

$$9 - 6$$

$$90 - 60$$

$$900 - 600$$

$$400 + 200$$

$$200 + 300$$

$$700 - 400$$

Пам'ятка

Додавання і віднімання способом укрупнення розрядних одиниць

1. Замінюю кожне число однаковими більш крупними розрядними одиницями.
2. $\frac{\text{Додаю}}{\text{Віднімаю}}$ числа розрядних одиниць.
3. Подаю результат в одиницях.

Наприклад, $700 - 400$.

1. Замінюю кожне число сотнями: 7 сот. – 4 сот.
2. Віднімаю числа сотень: 7 сот. – 4 сот. = 3 сот.
3. Результат подаю в одиницях: 3 сот. = 300.

$$700 - 400 = 7 \text{ сот.} - 4 \text{ сот.} = 3 \text{ сот.} = 300$$

Розкласти трицифрові числа на розрядні доданки учні вже вміють, тому далі вони виконують обернені завдання - замінюють суму розрядних доданків трицифровим числом. При заміні суми розрядних доданків трицифровим числом учні міркують так:

$$600 + 30 + 1$$

1. 600 – це 6 сотень, 30 – це 3 десятки, 1 – 1 одиниці.
2. Число, що містить 6 сотень, 3 десятки та 1 одиницю – це число 631

Учні вчаться встановлювати, що означає кожна цифра в запису числа, скільки в даному числі одиниць кожного розряду.

Наприклад, в числі 627, цифра 7 означає число одиниць, цифра 2 означає число десятків, а цифра 6 – число сотень. В числі 627 в третьому розряді 6 одиниць, або 6 сотень, в другому розряді – 2 одиниці або 2 десятки, а в першому – 7 одиниць.

Навчання встановленню загальної кількості десятків, сотень і одиниць в числі відбувається на підставі розгляду вправ:

60 = 6 дес.	В числі 60 всього 6 десятків
200 = 20 дес.	В числі 200 всього 20 десятків
260 = 26 дес.	В числі 260 всього 26 десятків.

Для того, щоб дізнатися про загальну кількість десятків в числі, треба закрити в ньому 1 цифру справа.

Число	Всього		
	сотень	десятків	одиниць
400	4	40	400
530	5	53	530
378	3	37	378

Для того, щоб дізнатися загальне число сотень в числі, треба справа закрити 2 цифри.

Далі учні знайомляться з випадками віднімання на підставі десяткового складу числа: $345 - 300$, $345 - 40$, $345 - 5$.

Пам'ятка
**Додавання і віднімання на підставі десяткового
складу числа.**

1. Визначаю десятковий склад $\frac{\text{першого доданка}}{\text{зменшуваного}}$.
2. Визначаю десятковий склад $\frac{\text{другого доданка}}{\text{від'ємника}}$.
3. Читаю приклад з словами “було”, “ $\frac{\text{додали}}{\text{відняли}}$ ”, “Отримали”.
4. Записую (читаю) відповідь.

Наприклад, $853 - 50$:

1. 853 – це 8 сотень, 5 десятків та 3 одиниці;
2. 50 – це 5 десятків.
3. Було 8 сотень 5 десятків та 3 одиниці, відняли 5 десятків, отримали 8 сотень і 3 одиниці – це число 803.
4. $853 - 50 = 803$.

Знання з нумерації чисел в межах 1000 закріплюються і систематизуються при вивченні теми “Міри довжини і маси”.

Методика вивчення додавання і віднімання в межах 1000.

Усні прийоми додавання і віднімання в межах тисячі.

Прийоми обчислювань, починаючи з концентру “Сотня” поділили на усні і письмові. Ці прийоми схожі тим, що їх запис повинен здійснюватися письмово. Але усні прийоми записуються в рядок і починаються обчислення з найвищого розряду, а письмові записуються у стовпчик і починаються обчислення з нижчого розряду. Методичною помилкою є запис у рядок, а обчислення у стовпчик і навпаки.

В результаті вивчення усних прийомів додавання і віднімання учні повинні вірно виконувати ці дії в межах 100, робити їх перевірку; усно виконувати додавання і віднімання в межах 1000 у тих випадках, які призводяться до дій в межах 100.

Таким чином, при вивченні додавання і віднімання трицифрових чисел ведеться також й робота по формуванню навиків усних обчислювань в межах 100.

Розглядання усних прийомів додавання і віднімання в межах 1000 починається з розглядання цих дій з круглими числами на підставі відомого дітям способу укрупнення розрядних одиниць:

$$200 + 700 = 2 \text{ с.} + 7 \text{ с.} = 9 \text{ с.} = 900$$

$$800 - 300 = 8 \text{ с.} - 3 \text{ с.} = 5 \text{ с.} = 500$$

Спочатку розглядаються випадки без переходу через розряд, а потім й з переходом через розряд:

$$60 + 90 = 6 \text{ д.} + 9 \text{ д.} = 15 \text{ д.} = 150$$

$$120 - 30 = 12 \text{ д.} - 3 \text{ д.} = 9 \text{ д.} = 900$$

Далі діти виконують додавання круглих трицифрових чисел способом порозрядного додавання без переходу через розряд:

$$\begin{array}{r} 520 \\ \swarrow \searrow \\ 500+20 \end{array} + \begin{array}{r} 340 \\ \swarrow \searrow \\ 300+40 \end{array} = 500 + 20 + 300 + 40 = 800 + 60 = 860$$

$$\begin{array}{r} 470 \\ \wedge \\ 400+70 \end{array} - \begin{array}{r} 320 \\ \wedge \\ 300+20 \end{array} = 400 + 70 - 300 - 20 = 100 + 50 = 150$$

Висновок: сотні $\frac{\text{додають}}{\text{віднімають}}$ $\frac{\text{до}}{\text{із}}$ сотень, а десятки $\frac{\text{до}}{\text{із}}$ десятків.

Розглядаються випадки додавання і віднімання до круглого трицифрового числа круглих сотень і круглих десятків, способом порозрядного додавання і віднімання:

$$\underset{\wedge}{430} + 500 = 400 + \overset{\frown}{30} + 500 = 900 + 30 = 930$$

$400+30$

$$430 + 50 = 400 + 30 + 50 = 400 + 80 = 480$$

$$400 + 30$$

$$\underset{\wedge}{760} - 400 = \underset{\smile}{700 + 60} - 400 + 300 + 60 = 760$$

$$700+60$$

$$\begin{array}{ccccccc} 760 - 40 & = & 700 + 60 - 40 & = & 700 + 20 & = & 720 \\ \triangle & & & & \smile & & \end{array}$$

$700+60$

Обчислення суми і різниці круглих трицифрових чисел пропонується рахувати чотирма способами:

1 спосіб – порозрядне додавання без переходу через розряд:

$$\begin{array}{r} 560 \\ \swarrow \searrow \\ 500+60 \end{array} + \begin{array}{r} 230 \\ \swarrow \searrow \\ 200+30 \end{array} = 500 + 60 + 200 + 30 = 700 + 90 = 790$$

2 спосіб – додавання по частинах:

$$560 + 230 = 560 + 200 + 30 = 760 + 30 = 790$$

3 спосіб – укрупнення розрядних одиниць:

$$560 + 230 = 56_{\text{д.}} + 23_{\text{д.}} = 79_{\text{д.}} = 790$$

4 спосіб – округлення:

$$560 + 230 = 600 + 230 - 40 = 830 - 40 = 790$$

1 спосіб – порозрядне віднімання без переходу через розряд:

$$\begin{array}{r} 870 \\ \swarrow \searrow \\ 800+70 \end{array} - \begin{array}{r} 260 \\ \swarrow \searrow \\ 200+60 \end{array} = 800 + 70 - 200 - 60 = 600 + 10 = 610$$

2 спосіб – віднімання по частинах:

$$870 - 260 = 870 - 200 - 60 = 670 - 60 = 610$$

3 спосіб – укрупнення розрядних одиниць:

$$870 - 260 = 87\text{д.} - 26\text{д.} = 61\text{д.} = 610$$

4 спосіб – округлення:

$$870 - 260 = 870 - 300 + 40 = 570 + 40 = 610$$

У подальшому навчанні спочатку розглядаються випадки додавання до круглого трицифрового числа розрядного числа десятків, в результаті чого отримуємо розрядне число сотень:

$$230 + 70 = 200 + 30 + 70 = 200 + 100 = 300$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 200+30 \end{array}$$

А також розглядається віднімання з розрядного числа сотень розрядне число десятків:

$$200 - 60 = 100 + 100 - 60 = 100 + 40 = 140$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 100+100 \end{array}$$

Потім вивчається порозрядне додавання з переходом через розряд:

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ 380 + 590 = 300 + 80 + 500 + 90 = 800 + 170 = 970 \\ 300+80 \quad 500+90 \end{array}$$

Далі вивчається віднімання з переходом через розряд з трицифрового круглого числа розрядного числа десятків двома способами:

1 спосіб – порозрядне віднімання з переходом через розряд:

$$420 - 70 = 300 + 120 - 70 = 300 + 50 = 350$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 400+20 \end{array}$$

2 спосіб – віднімання по частинах:

$$420 - 70 = 420 - 20 - 50 = 400 - 50 = 350$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 20+50 \end{array}$$

Після цього вводиться віднімання круглих цифрових чисел з переходом через розряд способом віднімання по частинах:

$$650 - 290 = 650 - 200 - 90 = 450 - 90 = 360$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 200+90 \end{array}$$

$$600 - 270 = 600 - 200 - 70 = 400 - 70 = 330$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 200+70 \end{array}$$

Таким чином, всі усні способи обчислення, які були введені в концентрі “Сотня” реалізуються й в концентрі “Тисяча”. Зазначимо, що підготовча робота до вивчення способів обчислення в концентрі “Тисяча” здійснюється на аналогічних прикладах в межах 100.

Письмові прийоми додавання і віднімання в концентрі “Тисяча”.

Письмове додавання і віднімання спирається на знання розрядного складу чисел, засвоєння співвідношення розрядних одиниць, прочні знання табличних випадків додавання і віднімання в межах 10 та 20. Тому, перелічені знання і уміння повинні актуалізуватися на етапі підготовчої роботи до введення письмового прийому.

Зазначимо, що з письмовим прийомом додавання і віднімання учні познайомилися в межах 100, але в методиці математики передбачено мотивацію введення письмового прийому додавання і віднімання в межах 1000.

Для мотивації введення письмового прийому додавання трицифрових чисел пропонуємо учням для усного обчислення суми: $427 + 358$. До речі, такі випадки для усних обчислень учні не розглядали. Для визначення способу міркування користуємося аналогією (користуємося відомим у дидактиці правилом-орієнтиром прийому аналогії):

1) *поставити мету міркування* : визначити спосіб обчислення суми чисел 427 та 358;

2) *розглянути відомі властивості вивчає мого об'єкту*: обидва доданки трицифрові числа, кожне трицифрове число можна подати у вигляді суми розрядних доданків, де окремо подані сотні, десятки та одиниці: $427 = 400 + 20 + 7$, $358 = 300 + 50 + 8$;

3) *згадати чи не зустрічався раніш схожий об'єкт*: раніше ми додавали лише двоцифрові числа, кожне із яких подавалося у вигляді суми двох розрядних доданків;

4) *якщо зустрічається схожий об'єкт, то загадати всі його властивості*: при додаванні двоцифрових чисел десятки додавалися до десятків, а одиниці до одиниць, а потім додавалися отримані суми; числа додавалися порозрядно, починаючи з найвищого розряду - десятків;

5) *порівняти властивості першого об'єкту і другого*: двоцифрові числа містять лише два розряди – десятки і одиниці, а трицифрові числа містять три розряди: сотні, десятки та одиниці, при чому найвищий розряд - сотні.

6) *зробити висновок про наявність цих властивостей у першого предмету*: двоцифрові числа додають порозрядно, тому трицифрові числа також можна додавати порозрядно, починаючи з найвищого розряду сотень: сотні додають до сотень, десятки – до десятків, одиниці – до одиниць, а потім додають отримані суми.

$$427 + 358 = (400 + 20 + 7) + (300 + 50 + 8) = (400 + 300) + (20 + 50) + (7 + 8) = 700 + 70 + 15 = 785$$

Таким чином, ми визначили спосіб обчислення суми трицифрових чисел, міркуючи за аналогією.

Учні з'ясовують, що таке міркування є дуже довге, і вчитель пропонує інший запис – стовпчиком і письмовий прийом міркування:

$$\begin{array}{r} (\\ 427 \\ + 358 \\ \hline 785 \end{array}$$

Пам'ятка

Письмове додавання

1. Підписую числа стовпчиком: одиниці під одиницями, десятки під десятками, сотні під сотнями.
2. Додавання починаю з розряду одиниць.
3. Додаю десятки.
4. Додаю сотні

Пам'ятаю, що 10 одиниць нижчого розряду складають 1 одиницю вищого розряду.

$$\begin{array}{r} (\\ 423 \\ - 257 \\ \hline 166 \end{array}$$

Пам'ятка

Письмове віднімання

1. Підписую числа стовпчиком: одиниці під одиницями, десятки під десятками, сотні під сотнями.
2. Віднімання починаю з розряду одиниць.
3. Віднімаю десятки.
4. Віднімаю сотні

Пам'ятаю, що 1 одиницю вищого розряду можна роздробити в 10 одиниць нижчого розряду.

Письмове додавання і письмове віднімання вивчаються роздільно. Однак і додавання, і віднімання вивчаються в однаковій послідовності:

$$\begin{array}{r} 1. \text{ Додавання і віднімання без переходу через розряд:} \\ 234 \quad 469 \\ + 425 \quad - 246 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \text{ Додавання і віднімання, що призводиться до 10 одиниць:} \\ 235 \quad 540 \\ + 425 \quad - 126 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3. \text{ Додавання і віднімання з переходом через розряд одиниць:} \\ 237 \quad 542 \\ + 526 \quad - 126 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4. \text{ Додавання і віднімання, що призводить до 0 десятків:} \\ 453 \quad 909 \\ + 351 \quad - 126 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5. \text{ Додавання і віднімання з переходом через розряд десятків:} \\ 529 \quad 512 \\ + 299 \quad - 126 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Випадок:} \quad 900 \\ \quad \quad \quad - 542 \end{array}$$

358 – не розглядається за програмою, але вчитель повинен вміти пояснити: 9 сотень – це 8 сотень 9 десятків і 10 одиниць.

Або: із 0 одиниць не можна відняти 2 одиниці, тому займаємо 1 десяток; але десятків не має, тоді займаємо 1 сотню. 1 сотню роздробляємо в десятки: 1 сотня = 10 десятків. Тепер ми можемо зайняти 1 десяток. Позичаємо 1 десяток, 1 десяток = 10 одиниць. 10 одиниць – 2 одиниці = 8 одиниць – пишімо у розряді одиниць. Переходимо до десятків: було 10 десятків, позичили 1 десяток, лишилося 9 десятків. 9 десятків – 4 десятків, буде 5 десятків – пишімо у розряді десятків. Переходимо до сотень: було 9 сотень, позичили 1 сотню, залишилося 8 сотень. 8 сотень – 5 сотень = 3 сотні, пишімо у розряді сотень.

Письмові прийоми обчислення мають велике значення, тому що при цьому:

- 1) закріплюються навички табличного додавання і віднімання;
- 2) розвивається вміння міркувати з врахуванням письмової і усної нумерації;
- 3) засвоюються алгоритми.

Методика вивчення поза табличного множення і ділення.

Усі випадки множення і ділення, що виходять за межі таблиць умовно названі “поза табличними”, і розглядаються на прикладі чисел в межах 100, а узагальнюються на числах в межах 1000. Однак сама тема “Усне множення і ділення” пропонується в рамках розділу “Множення і ділення в межах 1000.”.

Тема вивчається в наступному порядку:

1. Множення і ділення з числами 0, 1, 10, 100.
2. Множення і ділення розрядних чисел на одноцифрове число.
3. Ділення числа на добуток. Ділення виду $80 : 20$, $600 : 30$.
4. Множення суми на число і числа на суму. Множення виду $24 * 3$, $4 * 21$, $320 * 3$.
5. Ділення суми на число. Ділення виду $39 : 3$, $72 : 6$.
6. Перевірка ділення і множення. Ділення виду $64 : 16$, $125 : 25$.

7. Ділення з остачею.

Як бачимо, різноманітні випадки множення і ділення вводяться після вивчення відповідних властивостей арифметичних дій. Це обумовлено тим, що прийоми поза табличного множення і ділення побудовані на властивостях:

1) *ділення числа на добуток*: розділити число на добуток можна таким чином - спочатку розділити число на один із множників, а потім результат поділити на інший множник:

$$a : (b * c) \begin{cases} a : b : c \\ a : c : b \end{cases}$$

2) *множення суми на число*: щоб помножити суму на число, можна помножити кожний доданок на це число, і отримані добутки скласти:

$$(a + b) * c = a * c + b * c$$

3) *множення числа на суму*: щоб помножити число на суму, можна помножити це число на кожний доданок, і отримані добутки скласти:

$$c * (a + b) = c * a + c * b$$

4) *ділення суми на число*: щоб розділити суму на число, можна розділити кожний доданок на це число, і отримані частки додати.

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

В результаті вивчення теми учні повинні знати і уміти:

1. Знати і вміти застосовувати правила:

- множення будь-якого числа на одиницю або нуль;
- ділення будь-якого числа на одиницю;
- ділення будь-якого числа на само себе;
- ділення нуля на будь-яке число;
- неможливість ділення на нуль;
- множення будь-якого числа на 10 та 100.

2. Знати властивості арифметичних дій множення і ділення:

- А) множення суми на число;
- Б) ділення суми на число;
- В) ділення числа на добуток;

і вміти ними користуватися при усних обчисленнях.

3. Засвоїти прийоми усних обчислень в межах 100: знати як і вміти :

- А) множити і ділити розрядне число на одноцифрове;
- Б) ділити розрядне число на розрядне;
- В) множити двоцифрове число на одноцифрове;
- Г) ділити двоцифрове число на одноцифрове;
- Д) ділити двоцифрове число на двоцифрове.

4. Вміти виконувати усне ділення з остачею.

Розглянемо докладно обчислювальні прийоми випадків поза табличного множення і ділення та методика їх введення.

Множення і ділення з числами 0, 1, 10, 100.

Правило множення 1 на будь-яке число та правило множення 0 на будь-яке число вводиться на підставі індуктивних узагальнень. Під час підготовчої роботи актуалізується конкретний зміст дії множення. (Множення – це додавання

однакових доданків.) На підставі означення дії множення, учні знаходять значення добутків:

$1 * 3 = 1 + 1 + 1 = 3$	$0 * 6 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$
$1 * 5 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$	$0 * 3 = 0 + 0 + 0 = 0$
.....	

Що спільного в цих прикладах? (В них спільний перший множник – це число 1.) Вчитель пропонує порівняти множники і добуток в кожному прикладі першого стовпчика. (В першій рівності другий множник 3 і добуток також 3. В другій рівності – другий множник 5 і добуток 5.) Що спільного в цих прикладах ? Учні помічають, що добуток дорівнює другому множнику. Чи завжди при множенні добуток дорівнює другому множнику? А в яких випадках? (Коли ми множимо одиницю на число.) Розкажіть правило. (При множенні одиниці на будь-яке число в добутку отримаємо те ж саме число.)

$$1 * a = a$$

Аналогічно вводиться *правило множення нуля на будь-яке число*: при множенні нуля на будь-яке число в добутку отримаємо нуль.

$$0 * a = 0$$

З метою закріплення цих правил учням пропонуються завдання на порівняння правил множення нуля та одиниці на будь-яке число з правилами додавання нуля та одиниці до будь-якого числа:

$$\begin{array}{ll} 1 * 8 & 0 * 7 \\ 1 + 8 & 0 + 7 \\ & 0 - 7 \end{array}$$

а також на підставі знаходження значень виразів:

$$\begin{array}{ll} 1 * (4 + 5) & 0 * (3 + 2) \\ 1 * 4 + 5 & 0 * 3 + 2 \end{array}$$

Правила множення будь-якого числа на одиницю та правило множення будь-якого числа на нуль вводиться на підставі переставної властивості множення, тому що добутки виду: $4 * 1$ та $7 * 0$ не можна замінити сумою. Таким чином на етапі актуалізації слід повторити переставну властивість дії множення: від перестановки множників значення добутку не змінюється, числа можна множити в будь-якому порядку.

Отже застосовуючи переставну властивість дії множення, учні з раніш розглянутих правил отримують два нових:

1. *Правило множення будь-якого числа на одиницю*: при множенні будь-якого числа на одиницю в добутку отримаємо теж саме число.

$$a * 1 = a$$

2. *Правило множення будь-якого числа на нуль*: при множенні будь-якого числа на нуль в добутку отримаємо нуль.

$$a * 0 = 0$$

Закріплюються ці правила на підставі порівняння прикладів :

$$\begin{array}{llllll} 7 * 1 & 5 * 0 & 8 * 1 & 8 * 0 & (8 + 1) * 1 & (4 + 4) * 0 \\ 7 + 1 & 5 + 0 & 1 * 8 & 0 * 8 & 8 + 1 * 1 & 4 + 4 * 0 \end{array}$$

Порівнюючи вирази третього і четвертого стовпчика і їх значень існує можливість узагальнення цих правил:

$0 * a = a * 0 = 0$
$1 * a = a * 1 = 1$

Далі діти знайомляться з правилом ділення будь-якого числа на 1 і правилом ділення будь-якого числа на саме себе. Ці правила вводяться на підставі взаємозв'язку між діями множення і ділення (якщо добуток двох множників поділити на один множник, то в результаті отримаємо інший множник) і з застосуванням правила множення одиниці на будь-яке число ($1 * a = a$). Тому на етапі підготовки слід актуалізувати ці знання.

Ознайомлення з цими правилами здійснюється засобом індуктивних узагальнень. Учні складають з одного прикладу на множення по два приклади на ділення:

$\frac{1 * 5 = 5}{5 : 1 = 5}$	$\frac{1 * 8 = 8}{8 : 1 = 8}$	$\frac{1 * a = a}{a : 1 = a}$
$5 : 5 = 1$	$8 : 8 = 1$	$a : a = 1$

Під час порівняння ділених, дільників і значень часток в кожному рядку, діти дістають висновків:

1. При діленні будь-якого числа на одиницю, в частці отримаємо те саме число.

$a : 1 = a$

2. При діленні будь-якого числа на саме себе, в частці отримаємо одиницю.

$a : a = 1$

В наступному навчанні учні знайомляться з правилом ділення нуля на будь-яке число і з неможливістю ділення числа на нуль. Правило ділення нуля на будь-яке число вводиться також на підставі застосування взаємозв'язку дій множення і ділення та правила множення нуля на будь-яке число:

$\frac{0 * 4 = 0}{0 : 4 = 0}$	$\frac{0 * 7 = 0}{0 : 7 = 0}$	$\frac{0 * a = 0}{0 : a = 0}$
-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

Домовилися, що ділити на нуль не можна! Наприклад, не можна $8 : 0$, тому що не існує такого числа, яке при множенні на 0 дасть 8!

Порівнюючи ділені, дільники і значення часто прикладів другого рядка, учні дістають висновку:

1. При діленні нуля на будь-яке число в частці отримаємо нуль.

$0 : a = 0$

2. Ділити на нуль не можна!

$a : 0$ - не можна!

Після цього вводиться правило множення числа 10 та 100 на будь-яке число. Ці правила вводяться на підставі способу укрупнення розрядних одиниць (заміни розрядних одиниць : $10 = 1$ дес., $100 = 1$ сот.) і застосовуючи правило множення одиниці на будь-яке число. Ці знання слід актуалізувати під час підготовчої роботи.

Ознайомлення множенням на підставі укрупнення розрядних одиниць здійснюється дедуктивно, на підставі аналізу записів:

$$\begin{array}{r} 10 \quad * \quad 3 \quad = \quad 30 \\ 1 \text{ дес.} * 3 = 1 \text{ дес.} + 1 \text{ дес.} + 1 \text{ дес.} = 3 \text{ дес.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \quad * \quad 3 \quad = \quad 300 \\ 1 \text{ сот.} * 3 = 1 \text{ сот.} + 1 \text{ сот.} + 1 \text{ сот.} = 3 \text{ сот.} \end{array}$$

$$10 * 3 = 1 \text{ дес.} * 3 = 3 \text{ дес.} = 30$$

$$100 * 3 = 1 \text{ сот.} * 3 = 3 \text{ сот.} = 300$$

Пам'ятка А

Множення способом укрупнення розрядних одиниць.

1. Заміняю 10 (100) одиниць більш крупною розрядною одиницею: 1 дес. (1 сот.)
2. Множу одну розрядну одиницю на число , отримую число розрядних одиниць.
3. Результат подаю в одиницях.

$$10 * 4 = 1 \text{ дес.} * 4 = 4 \text{ дес.} = 40$$

$$100 * 4 = 1 \text{ сот.} * 4 = 4 \text{ сот.} = 400$$

На підставі застосування переставної властивості, учні знайомляться з правилом множення будь-якого числа на 10 та 100.

Школярам пропонується на підставі переставної властивості дії множення, обчислити значення добутків:

$$2 * 10 = 10 * 2 = 20$$

$$9 * 100 = 100 * 9 = 900$$

Далі учням пропонується порівняти приклади у кожному стовпчику з метою формування правила множення будь-якого числа на 10 та 100:

$$5 * 10 = 50 \quad 3 * 100 = 300$$

$$7 * 10 = 70 \quad 6 * 100 = 600$$

$$8 * 10 = 80 \quad 8 * 100 = 800$$

- Що спільного в прикладах першого стовпчика? (В них однакові другі множники – це число 10)
- Порівняйте в кожній рівності першого стовпчика першій множник і добуток; другий множник і добуток. (Перший множник – це перша цифра добутку; в другому множнику , числі 10, один нуль, добутку справа , так само, один нуль.)
- Як можна отримати результат? (Можна к першому множнику приписати справа один нуль.)
- Чому треба приписали лише один нуль? (Тому що в числі 10, лише один нуль.)
- Сформулюйте правило. (Щоб помножити будь-яке число на 10, треба к цьому числу справа приписати один нуль.)

Аналогічно працюємо над правилом множення на 100: щоб помножити будь-яке число на 100, треба к цьому числу справа приписати два нулі.

Корисно зробити висновок: кількість нулів, які потрібно дописати до числа залежить від кількості нулів в розрядній одиниці. Виходячи з цього, якщо будемо множити на 1000, скільки нулів треба дописати до числа? (Три)...

Правила ділення круглих чисел на 10 та 100 вводиться наступним чином: з кожного прикладу на множення числа на 10 (100) складається лише один

приклад на ділення на 10 (100) , і на підставі порівняння ділених з дільниками і часток , учні дістають висновок:

$$\begin{array}{l} 4 * 10 = 40 \quad 7 * 10 = 70 \quad 5 * 100 = 500 \\ 40 : 10 = 4 \quad 70 : 7 = 10 \quad 500 : 100 = 5 \end{array}$$

Щоб поділити число, яке закінчується нулями на 10, треба від цього числа відкинути справа один нуль; щоб поділити на 100, треба відкинути справа два нулі.

Корисно зробити висновок: кількість нулів, які потрібно відкинути від числа залежить від кількості нулів в розрядній одиниці. Скільки ж нулів треба відкинути справа в числі при діленні на 1000? ...

Ознайомлення з випадками ділення розрядних чисел на одноцифрові, коли в частці отримуємо розрядну одиницю відбувається на підставі обчислення частки розрядного числа та одноцифрового способом укрупнення розрядних одиниць. Тому на етапі актуалізації слід повторити зміст способу укрупнення розрядних одиниць і правило ділення числа на само себе ($a : a = 1$).

$$\begin{array}{l} 80 : 8 = 10 \\ 8 \text{ дес.} : 8 = 1 \text{ дес.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 800 : 8 = 100 \\ 8 \text{ сот.} : 8 = 1 \text{ сот.} \end{array}$$

Ділячи 8 десятків (8 сотень) на 8 ми виконуємо ділення на рівні частини, тому в кожній із таких частин міститься по 1 десятку (1 сотні).

Пам'ятка А

Ділення способом укрупнення розрядних одиниць.

1. Заміною кругле число більш крупною розрядною одиницею: дес. (сот.)
2. Ділю число розрядних одиниць на число , отримую одну розрядну одиницю.
3. Результат подаю в одиницях.

$$\begin{array}{l} 60 : 6 = 6 \text{ дес.} : 6 = 1 \text{ дес.} = 10 \\ 600 : 6 = 6 \text{ сот.} : 6 = 1 \text{ сот.} = 100 \end{array}$$

При вивченні множення і ділення розрядних чисел на одноцифрове число застосовується, перед усім, спосіб укрупнення розрядних одиниць. Тому , на етапі підготовчої роботи слід актуалізувати:

- уміння замінити розрядні числа більш крупними лічильними одиницями ($60 = 6 \text{ дес.}$, $600 = 6 \text{ сот.}$);
- знання таблиць множення і ділення.

Також треба повторити зміст способу укрупнення розрядних одиниць при множенні і діленні виду:

$$10 * 3 = 1 \text{ дес.} * 3 = 3 \text{ дес.} = 30$$

$$80 : 8 = 8 \text{ дес.} : 8 = 1 \text{ дес.} = 10$$

Ознайомлення. Після розв'язування кількох аналогічних прикладів, перед учнями можна поставити проблемні завдання:

$$30 * 3$$

Порівняти даний добуток з попередніми добутками. Чим вони відрізняються? (В попередніх добутках перший множник – це число 10, 100.) Чим вони схожі? (В усіх добутках перший множник є круглим числом, а другий множник – одноцифрове число.) Як ми міркували для обчислення значень попередніх добутків? (Ми 10, 100 замінювали більш крупними розрядними одиницями: десятками або сотнями, множили 1 розрядну одиницю на число і отримували

число розрядних одиниць.) Як обчислити значення добутку? Чи можна міркувати аналогічно?

Учні пропонують замінити кругле число 30 більш крупними лічильними одиницями – десятками: $30 = 3 \text{ дес.}$; помножити число десятків на 3:

$$30 * 3 = 3 \text{ дес.} * 3 = 9 \text{ дес.} = 90$$

Далі з'ясовується, що по кроках треба робити для обчислення значення такого добутку, і формулюється пам'ятка.

Після цього учні переносять даний спосіб міркування на приклади множення розрядного трицифрового числа на одноцифрове число:

$$300 * 3 = 3 \text{ сот.} * 3 = 9 \text{ сот.} = 900$$

Пам'ятка В

Множення способом укрупнення розрядних одиниць.

1. Замінюю кругле число більш крупними розрядними одиницями.
2. Множу число розрядних одиниць на одноцифрове число, отримую певне число розрядних одиниць.
3. Результат подаю в одиницях.

$$20 * 4 = 2 \text{ дес.} * 4 = 8 \text{ дес.} = 80$$

$$200 * 4 = 2 \text{ сот.} * 4 = 8 \text{ сот.} = 800$$

Наступне проблемне запитання: "Чи можна так само міркувати при діленні розрядного числа на одноцифрове число?"

$$60 : 3 = 6 \text{ дес.} : 3 = 2 \text{ дес.} = 20$$

$$600 : 3 = 6 \text{ сот.} : 3 = 2 \text{ сот.} = 200$$

Порівнюючи приклади на множення і ділення, учні встановлюють, що в обох випадках ми множимо або ділимо розрядне число на одноцифрове. Можна визначити, що є спільного в міркуваннях при множенні і при діленні розрядних чисел на одноцифрове число. (В обох випадках розрядне число замінюємо більш крупними розрядними одиницями: десятками або сотнями, а потім множимо або ділимо число розрядних одиниць на одноцифрове число, в результаті отримуємо число, виражене в розрядних одиницях: десятках або сотнях; відповідь записуємо в одиницях.)

Пропонуємо узагальнену пам'ятку:

Пам'ятка

Множення
Ділення розрядного числа на одноцифрове число.

Прийом укрупнення розрядних одиниць.

1. Замінюю розрядне число більш крупними розрядними одиницями.
2. *Множу*
Ділю число розрядних одиниць на одноцифрове число; отримую результат, виражений в тих самих розрядних одиницях.
3. Подаю результат в одиницях.

$$40 * 2 = 4 \text{ дес.} * 2 = 8 \text{ дес.} = 80$$

$$40 : 2 = 4 \text{ дес.} : 2 = 2 \text{ дес.} = 20$$

$$400 * 2 = 4 \text{ сот.} * 2 = 8 \text{ сот.} = 800$$

$$400 : 2 = 4 \text{ сот.} : 2 = 2 \text{ сот.} = 200$$

Треба зазначити, що існує інший прийом множення і ділення розрядного числа на одноцифрове, але він не пропонується підручником. Даний прийом оснований на правилі множення або ділення добутку на число; наведемо його ООД:

Пам'ятка

$\frac{\text{Множення}}{\text{Ділення}}$ розрядного числа на одноцифрове число.

Прийом, оснований на $\frac{\text{множенні}}{\text{діленні}}$ добутку на число.

1. Замінюю розрядне число добутком числа і розрядної одиниці.

2. $\frac{\text{Перемножую числа}}{\text{Ділю перший множник на дільник}}$

4. Результат множу на розрядну одиницю.

$$40 * 2 = (4 * 10) * 2 = (4 * 2) * 10 = 8 * 10 = 80$$

$$40 : 2 = (4 * 10) : 2 = (4 : 2) * 10 = 2 * 10 = 20$$

$$400 * 2 = (4 * 100) * 2 = (4 * 2) * 100 = 8 * 100 = 800$$

$$400 : 2 = (4 * 100) : 2 = (4 : 2) * 100 = 2 * 100 = 200$$

Діти знайомляться з множенням одноцифрового числа на розрядне число; при чому пропонується два способи міркування:

1. На підставі переставної властивості дії множення

$$3 * 20 = 20 * 3 = 60$$

2. На підставі правила множення числа на добуток (сполучної властивості дії множення)

$$3 * 20 = 3 * 2 * 10 = 6 * 10 = 60$$

Пам'ятка

Множення одноцифрового числа на розрядне число.

Прийом, оснований на правилі множення числа на добуток.

1. Замінюю розрядне число добутком числа і розрядної одиниці.

2. Перемножую числа.

3. Отриманий результат множу на розрядну одиницю.

$$4 * 20 = 4 * (2 * 10) = (4 * 2) * 10 = 8 * 10 = 80$$

В подальшому навчанні вводяться більш складні випадки множення і ділення розрядного числа на одноцифрове:

$$70 * 8 = 7 \text{ дес.} * 8 = 56 \text{ дес.} = 560$$

Тут в результаті множення десятків отримуємо двоцифрове число десятків.

$$420 : 6 = 42 \text{ дес.} : 6 = 7 \text{ дес.} = 70$$

Тут ми ділимо двоцифрове число десятків, 42 десятки, порівну на 6 частин.

Учні застосовують прийом укрупнення розрядних одиниць, і міркують за відомою їм пам'яткою.

Можна порівняти прості випадки: $40 * 2$, $80 : 4$; з більш складеними: $60 * 2$, $120 : 4$.

Ділення числа на добуток.**Ділення розрядного числа на розрядне. Ділення виду $80 : 20$, $600 : 30$.**

Спочатку вводиться правило ділення числа на добуток на підставі розглядання можливих способів обчислення:

1 спосіб : $24 : (3 * 2) = 24 : 6 = 4$

2 спосіб: $24 : (3 * 2) = (24 : 3) : 2 = 8 : 2 = 4$.

Після коментування другого способу міркування, формулюємо правило:

Розділити число на добуток можна так: розділити число на один множник, а потім результат поділити на другий множник.

Закріплення цього правила здійснюється на підставі виконання завдань:

1. Обчислити двома способами: $36 : (9 * 2)$.
2. Обчислити зручними способом: $36 : (9 * 2)$.

Зауваження. Тут учні стикаються з тим, що міркувати за першим способом неможливо, тому що вони не вміють ділити на двоцифрове число; лишається лише другий спосіб міркування.

На цьому ж уроці учням вперше пропонується розділити двоцифрове число на двоцифрове число способом послідовного ділення (на підставі правила ділення числа на добуток). Для його засвоєння в учнів треба опрацювати уміння:

- 1) розкласти двоцифрове число на два множники: $36 = 6 * 6 = 4 * 9$.
- 2) Застосовувати правило ділення числа на добуток.
- 3) Ділення на розрядну одиницю (10, 100).

Ознайомлення з способом послідовного ділення . Конкретно-індуктивна методика:

- Як треба міркувати, щоб обчислити значення частки зручним способом?
- $48 : (8 * 2)$
- Порівняйте дану частку з попередньою.
- $48 : 16$
- Чим вони відрізняються? (В першій частці дільник поданий добутком чисел 8 та 2; а в другій – числом 16.)
 - Як ми міркували в першому випадку? Чи можна так само міркувати у другому випадку? Що для цього спочатку треба зробити?
 - Як будемо міркувати при обчисленні частки чисел 72 та 36? 64 та 16? 80 і 40. Що треба зробити першим кроком? Другим кроком?...

Пам'ятка**Ділення двоцифрового числа на двоцифрове число.**

Спосіб послідовного ділення.

1. Замінюю дільник добутком двох чисел.
 2. Застосовую правило ділення числа на добуток: спочатку ділю на один множник, а потім результат ділю на інший множник.
- $54 : 18 = 54 : (9 * 2) = (54 : 9) : 2 = 6 : 2 = 3$
 $90 : 30 = 90 : (10 * 3) = (90 : 10) : 3 = 9 : 3 = 3$

Серед усіх випадків ділення двоцифрового числа на двоцифрове, треба окремо виділити випадки ділення розрядного числа на розрядне. Це можна зробити наступним чином: виключити зайву частку

$60 : 20$ $64 : 16$ $900 : 300$ $100 : 20$ $60 : 30$ $80 : 40$

Зайва частка чисел 64 та 16, тому що в усіх інших частках і ділене і дільник круглі числа, а в цій ні. При обчисленні значень часток, кожний дільник слід подати у вигляді добутку двох чисел. Але число 16 – подаємо у вигляді добутку двох одноцифрових чисел, а в решті прикладів дільник подаємо у вигляді добутку розрядної одиниці (10, 100) і числа.

Для випадків ділення розрядного числа на розрядне пам'ятку можна декілька конкретизувати:

Пам'ятка

Ділення розрядного числа на розрядне число.

Спосіб послідовного ділення.

Прийом , оснований на діленні числа на добуток.

1. Замінюю дільник добутком числа і розрядної одиниці.
 2. Ділю ділене на розрядну одиницю.
 3. Ділю отриманий результат на інший множник.
- $$90 : 30 = 90 : (10 * 3) = (90 : 10) : 3 = 9 : 3 = 3$$
- $$900 : 300 = 900 : (100 * 3) = (900 : 100) : 3 = 9 : 3 = 3$$
- $$800 : 40 = 800 : (10 * 4) = (800 : 10) : 4 = 80 : 4 = 20$$

Далі діти знайомляться з способом випробування при діленні розрядного числа на розрядне. Цей спосіб, оснований на конкретному змісті дії ділення:

Розділити число a на число b означає знайти таке число c , яке в добутку з дільником b дає ділене a .

$$a : b = c, \text{ тому що } c * b = a$$

Таке число c шукають способом випробування. Наприклад, треба $80 : 20$.

$80 : 20$ – це означає знайти таке число, яке при множенні на 20 дає 80:

$$\underline{80} : 20 = \square$$

- Чи варто спробувати помножити число 1 на 20? (Ні, при множенні одиниці на будь-яке число, отримаємо те саме число.)

Спробуємо число 2: $2 * 20 = 40$, $40 < 80$.

Спробуємо число 3: $3 * 20 = 60$, $60 < 80$.

Спробуємо число 4: $4 * 20 = 80$, $80 = 80$.

Отже, $\underline{80} : 20 = 4$, тому що $4 * 20 = 80$

Пам'ятка

Ділення розрядного числа на розрядне.

Спосіб випробування.

1. Шукаю число, яке при множенні на дільник дає ділене:
- 1) Випробую число 2: множу 2 на дільник, результат порівнюю з діленим; якщо отриманий добуток дорівнює діленому, то 2 є часткою; якщо ні, то продовжую випробування.
- 2) Випробую число 3; 4... поки в добутку не отримаємо числа, що дорівнює діленому.
2. Роблю висновок.

$$\underline{80} : 20 = 4, \text{ тому що } 4 * 20 = 80$$

$$2 * 20 = 40, 40 < 80.$$

$$3 * 20 = 60, 60 < 80.$$

$$4 * 20 = 80, 80 = 80.$$

існує ще третій спосіб міркування на підставі прийому укрупнення розрядних одиниць

Пам'ятка

Ділення розрядного числа на розрядне
Прийом укрупнення розрядних одиниць.

1. Замінюю кожне число однаковими більш крупними розрядними одиницями.
2. Ділю числа розрядних одиниць, в результаті отримую відлучене число.

$$80 : 20 = 8 \text{ дес.} : 2 \text{ дес.} = 4$$

$$800 : 200 = 8 \text{ сот.} : 2 \text{ сот.} = 4$$

$$800 : 20 = 80 \text{ дес.} : 2 \text{ дес.} = 40$$

В результаті ділення чисел розрядних одиниць ми отримуємо відлучене число, тому що тут має місце ділення на вміщення (8 десятків ми ділимо по 2 десятки, отримуємо 4 рази міститься по 2 десятки у 8 десятках).

Познайомити учнів з цим способом обчислення було б логічно, тому що вони вже застосовували прийом укрупнення розрядних одиниць при множенні і діленні розрядного числа на одноцифрове число.

Множення суми на число і числа на суму.

Множення двоцифрового та трицифрового числа на одноцифрове.

*Множення виду $24 * 3$, $4 * 21$, $320 * 3$.*

Спочатку вводиться правило множення суми на число на підставі розв'язання задачі двома способами:

Дівчинка складала букети. Для кожного букета вона брала 3 білих і 2 червоних квітки. Скільки всього квіток в 7 букетах?

Розв'язання.

1 спосіб

$$(3 + 2) * 7 = 35 \text{ (кв.)}$$

Відповідь: 35 квіток.

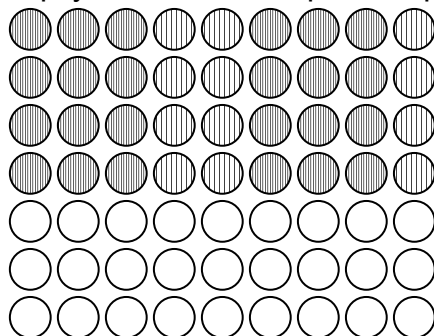
2 спосіб

$$3 * 7 + 2 * 7 = 35 \text{ (кв.)}$$

Потім за даним розв'язком учням пропонується пояснити, як помножили сума на число:

$$(4 + 3) * 9 = 7 * 9 = 63.$$

Цей спосіб міркування можна проілюструвати на наочності:



Користуючись дидактичним матеріалом пропонуємо учням відшукати інший спосіб обчислення значення даного виразу:

- спочатку дізнаємося, скільки чорних кружків ($4 * 9$);

- потім дізнаємося скільки білих кружків ($3 * 9$);
- і нарешті дізнаємося, скільки всього кружків ($4 * 9 + 3 * 9$)

На дошці з'являється запис:

$$(4 + 3) * 9 = 4 * 9 + 3 * 9 = 63$$

Аналізуємо отриманий запис. Щоб обчислити значення добутку другим способом, кожний доданок помножили на число і додали отримані добутки.
Висновок:

Щоб помножити суму на число, можна помножити на це число кожний доданок і отримані добутки додати.

$$(4 + 3) * 9 = 4 * 9 + 3 * 9 = 63$$

Закріплення правила множення суми на число здійснюється на завданнях типу:

1. Обчисліть результат різними способами: $(3 + 7) * 4$.
2. Обчисліть результат зручним способом: $(10 + 2) * 8$.
3. Замініть суму добутків добутком суми і числа: $5 * 7 + 5 * 4$

Міркування: число 5 беремо доданком 7 разів, а потім це число беремо доданком ще 4 рази, всього $(7 + 4)$ разів, можна записати: $5 * 7 + 5 * 4 = 5 * (7 + 4)$.

Аналогічно вводиться правило множення числа на суму і правило ділення суми на число (в наступній темі.)

Можлива помилка – змішування двох властивостей: додавання суми до числа і множення суми на число. З метою її попередження доцільно порівнювати відповідні приклади:

$(7 + 2) + 3 = (7 + 3) + 2 = 10 + 2 = 12$ та $(7 + 2) * 3 = 7 * 3 + 2 * 3 = 21 + 6 = 27$,
пропонувати завдання “продовжити запис”:

$$8 * (10 + 2) = 8 * 10 + \dots$$

$$8 + (10 + 2) = (8 + 2) + \dots$$

Додаючи число до суми, додаємо до нього один із доданків, і до отриманого результату додаємо інший доданок. При множенні числа на суму, множимо число на кожний доданок і отримані добутки додаємо.

В наступному навчанні правило множення суми на число застосовується при множенні двоцифрового числа на одноцифрове число. На підготовчому етапі слід актуалізувати уміння:

1. подавати число у вигляді суми розрядних доданків;
2. множити суму на число;
3. множити розрядне число на одноцифрове число;

Ознайомлення може здійснюватися дедуктивно: учням пропонується зразок дій з повною ООД.

Пам'ятка

Множення двоцифрового числа на одноцифрове число.

Прийом на підставі правила множення суми на число.

1. Подаю двоцифровий множник у вигляді суми розрядних доданків.
2. Множу кожний доданок на число.
3. Додаю отримані добутки.

$$24 * 3 = (20 + 4) * 3 = 20 * 3 + 4 * 3 = 60 + 12 = 72.$$

Ознайомлення можна засобом конкретно-індуктивної методики:

- Знайди добутки зручним способом: $(10 + 2) * 4$ $(30 + 7) * 2$ $(40 + 1) * 2$.
- Порівняйте дані добутки з попередніми: $12 * 4$ $37 * 2$ $41 * 2$.
 - Чим вони схожі? (В кожній парі однакові другі множники.)
 - Чим вони відрізняються? (В перших прикладах пари перший доданок поданий сумою, а в других прикладах – це двоцифрове число.)
 - Як ми міркували, обчислювавши значення перших добутків кожної пари?
 - Чи можна так само міркувати при обчислюванні значень других добутків? Що спочатку треба зробити? (Спочатку двоцифровий множник треба подати у вигляді суми розрядних доданків.)
 - Обчисліть значення других добутків.
 - Як треба міркувати? Що зробимо першим кроком, другим кроком, третім кроком.
 - Прочитайте пам'ятку.

Далі вводиться правило множення числа на суму, обчислюються значення добутків двома способами та зручним способом.

Щоб помножити число на суму, можна помножити число на кожний доданок і отримані результати додати.

Після цього діти знайомляться з множенням одноцифрового числа на двоцифрове на підставі застосування переставної властивості дії множення:

$$3 * 28 = 28 * 3 = (20 + 8) * 3 = 20 * 3 + 8 * 3 = 60 + 24 = 84$$

Пам'ятка

Множення одноцифрового числа на двоцифрове число.

Прийом на підставі правила множення числа на суму.

1. Подаю двоцифровий множник у вигляді суми розрядних доданків.
4. Множу число на кожний доданок.
5. Додаю отримані добутки.

$$3 * 24 = 3 * (20 + 4) = 3 * 20 + 3 * 4 = 60 + 12 = 72.$$

Далі опрацьовуємо уміння множити кругле число на одноцифрове способом на підставі укрупнення розрядних одиниць:

$$320 * 3 = 32 \text{ дес.} * 3 = 96 \text{ дес.} = 960$$

і вводимо новий спосіб обчислювання – на підставі правила множення суми на число:

$$320 * 3 = (300 + 20) * 3 = 300 * 3 + 20 * 3 = 9000 + 60 = 960$$

Цей спосіб міркування також знайомий учням, вони повинні перенести його на випадок множення трицифрового числа на одноцифрове.

Ділення суми на число.

Ділення двоцифрового числа на одноцифрове. Ділення виду $39 : 3$, $72 : 6$.

На першому уроці вводиться і опрацьовується правило ділення суми на число:

Щоб розділити суму на число, можна розділити на це число кожний доданок і отримані частки додати.

Методика роботи аналогічна методиці введення і опрацювання правила множення суми на число.

В діленні двоцифрового числа на одноцифрове виділяються два випадки:

1. Коли ділене замінюють сумою розрядних доданків, тобто кожний з них ділиться на дільник.
2. Коли ділене замінюють сумою зручних доданків, кожний з яких ділиться на дільник.

На другому уроці діти знайомляться з випадком ділення двоцифрового числа на одноцифрове, на підставі правила ділення суми на число, коли ми ділене замінюємо сумою розрядних доданків.

Методика ознайомлення. Учням пропонується спочатку обчислити значення частки $(30 + 9) : 3$, а потім з'ясувати, як попередні обчислення можна застосувати для знаходження частки чисел 39 та 3. Далі надається зразок дій і повна орієнтувальна основа. Діти вчаться застосовувати її при розв'язуванні прикладів.

Пам'ятка А.

Ділення двоцифрового числа на одноцифрове число.

Прийом на підставі ділення суми на число.

1. Замінюю ділене сумою розрядних доданків.
2. Ділю кожний доданок суми на число.
3. Додаю отримані частки.

$$39 : 3 = (30 + 9) : 3 = 30 : 3 + 9 : 3 = 10 + 3 = 13$$

На наступному уроці вводиться новий випадок ділення двоцифрового числа на одноцифрове, коли ділене треба подати у вигляді суми зручних доданків.

На підготовчому етапі слід актуалізувати уміння:

- виділяти двоцифрові розрядні числа, які можна розділити на 2 (20, 40, 60, 80), на 3 (30, 60, 90) й тощо;
- подавати число різними способами у вигляді суми двох доданків, кожне із яких ділиться на певне число; замінити число сумою зручних доданків;
- ділити суму на число;

Ознайомлення з новим випадком ділення двоцифрового числа на одноцифрове треба розпочати з створення проблемної ситуації:

- Знайдіть значення частки чисел 36 та 3.
- Як треба міркувати?
- Чи можна так само міркувати при знаходженні значення частки чисел 42 і 3? (Не можна, якщо число 42 подамо у вигляді суми розрядних доданків 40 і 2, але 40 на 3 не ділиться і 2 на 3 не ділиться.)
- Таким чином, що ж нас не влаштовує? (Ділене 42 не треба замінити сумою розрядних доданків.)

- А якою сумою треба замінити ділене 42? (Сумою таких чисел, кожне з яких ділиться на дільник.) Така сума називається сумою зручних доданків.

- Замініть ділене 42 сумою зручних доданків і виконайте ділення.

$$42 : 3 = (30 + 12) : 3 = 30 : 3 + 12 : 3 = 10 + 4 = 14$$

$$42 : 3 = (27 + 15) : 3 = 27 : 3 + 15 : 3 = 9 + 5 = 14$$

$$42 : 3 = (24 + 18) : 3 = 24 : 3 + 18 : 3 = 8 + 6 = 14$$

- Розкажіть як треба міркувати. Що треба зробити першим кроком? Другим кроком? Третім кроком?

Пам'ятка Б.

Ділення двоцифрового числа на одноцифрове.

Прийом оснований на діленні суми на число.

1. Замінюю ділене сумою зручних доданків.
2. Ділю кожний доданок на дільник.
3. Додаю отримані частки.

$$42 : 3 = (30 + 12) : 3 = 30 : 3 + 12 : 3 = 10 + 4 = 14$$

Треба звернути увагу учнів на підбір зручних доданків: зручно, щоб при діленні першого доданка на число ми отримували 10 або 20 або будь-яке кругле число. Тому при підборі зручних доданків, треба міркувати так: перший доданок – це дільник, збільшений в 10 або в 20 або 30... разів, а другий доданок – це те, що лишається від діленого.

В наступному навчанні розглядаються випадки ділення розрядного числа на одноцифрове, коли не можна застосувати спосіб укрупнення розрядних одиниць. В цих випадках міркуємо, використовуючи прийом ділення суми на добуток:

$$50 : 2 = (40 + 10) : 2 = 40 : 2 + 10 : 2 = 20 + 5 = 25$$

Уміння виконувати ділення в усіх перелічених випадках закріплюються на підставі виконання завдань:

1. Закінчити обчислення: $81 : 3 = (60 + 21) : 3 = \dots$
2. Виконати ділення, розклавши ділене на зручні доданки: $96 : 2$, $90 : 5$.

Перевірка ділення і множення.

Ділення двоцифрового числа на двоцифрове. Ділення виду $64 : 16$, $125 : 25$.

Спочатку вводиться правило перевірки ділення. Міркування здійснюються наступним чином.

Ділене дорівнює добутку частки і дільника. Отже, якщо після множення частки на дільник не отримали ділене, то в обчисленнях припущено помилку.

Учні вчаться перевіряти ділення множенням, наприклад:

$84 : 6 = 14$, $14 * 6 = 84$ – в результаті множення частки на дільник отримали ділене, таким чином ділення виконано вірно.

Потім вводиться перевірка множення. Міркування здійснюються наступним чином:

Якщо добуток поділити на один із множників, то отримаємо інший множник. Отже, якщо після ділення добутку на один із множників не отримали інший множник, то в обчисленнях припущено помилку.

Учні вчаться перевіряти множення діленням, наприклад:

$18 * 5 = 90$, $90 : 5 = 18$ – в результаті ділення добутку на другий множник, отримали перший множник; отже множення виконано вірно.

Далі учні зустрічаються з новим випадком ділення розрядного числа на одноцифрове, коли в частці отримаємо двоцифрове число десятків. Міркування здійснюється за відомою пам'яткою, засобом прийому укрупнення розрядних одиниць:

$$360 : 3 = 36 \text{ дес.} : 3 = 12 \text{ дес.} = 120$$

Ознайомлення з діленням двоцифрового числа на двоцифрове число здійснюється способом випробування. Треба зазначити, що з способом випробування діти познайомились при вивченні ділення розрядного числа на розрядне число, тому відомий їм спосіб міркування треба перенести в нову ситуацію:

- Знайдіть значення частки способом випробування: $80 : 20$.
- Як ми міркували? (Розділити 80 на 20 – це означає знайти таке число, яке при множенні на 20 дає 80. Будемо шукати його способом проб: спробуємо число 2, помножимо 2 на дільник, порівняємо результат з діленим)
- Чи можна так само міркувати при обчислюванні частки чисел 64 та 16? (Можна. 64 поділити на 16 – це означає знайти таке число, яке при множенні на 16 дає 64. Це число будемо шукати випробуванням. Починаємо випробувати числа, починаючи з 2...)

В рамках даної теми існує можливість познайомити учнів з більш раціональним способом проб, застосовуючи прикидку:

$$51 : 17 = \square, \quad \square * 17 = 51$$

Прикидка: шукаємо таке число, яке при множенні на одиниці дільника, 7, дає результат, що закінчується одиницями діленого, 1. При множенні 3 на 7 в результаті отримаємо число 21, воно закінчується 1. Чи є інші такі числа? (Ні.) Випробуємо лише число 3: $3 * 17 = 51$. Висновок: 3 – є часткою чисел 51 та 17.

Пам'ятка

Ділення двоцифрового числа на двоцифрове число.

Спосіб випробування з прикидкою.

1. Розділити число a на число b , означає знайти таке число c , яке при множенні на дільник b , дає ділене a .

$$a : b = c, \text{ тому що } c * b = a$$

*

2. Це число будемо знаходити випробуванням, застосовуючи прикидку:

- шукаю таке число, яке при множенні на одиниці дільника дає одиниці діленого; записую його;
- думаю, чи є ще такі числа; записую їх.
- випробую множенням всі записані числа.

3. Роблю висновок.

$$64 : 16 = \square, \quad \square * 16 = 64$$

4, 9

$$4 * 16 = 64, 9 * 16 = 144$$

$$64 : 16 = 4, \text{ тому що } 4 * 16 = 64$$

Треба зазначити, що діленні двоцифрового числа на двоцифрове можна здійснювати способом послідовного ділення. Ми вже виконували такі завдання при вивченні правила ділення числа на добуток (див. Тему “Ділення числа на добуток. Ділення розрядного числа на розрядне”.)

$$64 : 16 = 64 : (8 * 2) = (64 : 8) : 2 = 8 : 2 = 4$$

Тут треба звернути увагу, на подання дільника у вигляді добутку зручних множників: першим повинно бути найбільше число, на яке ділиться дільник за таблицями ділення.

Ділення з остачею.

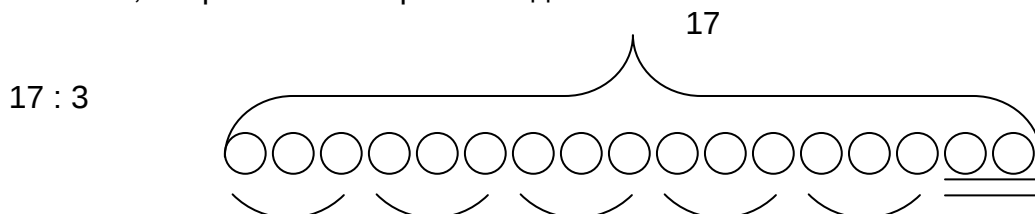
Конкретний зміст ділення з остачею розкривається при розв’язуванні задач на ділення на вміщення та на рівні частини, за допомогою операцій з предметами: учні впевнюються, що не завжди можна виконати розбиття множини на рівно чисельні підмножини, і що в таких випадках операція розбиття пов’язується з дією ділення з остачею.

Задача. 20 кольорових олівців дівчинка поставила в склянки, по 6 олівців у кожному. Скільки дівчинка отримала склянок з олівцями.

Це задача на конкретний зміст дії ділення на вміщення, тому учні відразу можуть записати її розв’язання наступним чином: $20 : 6$. Але знайти значення цієї частки вони не можуть, тому що не існує такого числа, яке при множенні на 6 дає 20. Складається проблемна ситуація. Вчитель пропонує її вирішення засобом практичних дій:

- Скільки потрібно взяти олівців, щоб покласти в першу склянку? (6) Візьміть 6 олівців і покладіть їх в першу склянку.
- Чи всі олівці ми розклали? (Ні, не всі.)
- Візьміть ще стільки олівців, щоб покласти у другу склянку. Скільки потрібно взяти олівців? (6) Беремо 6 олівців і кладемо у другу склянку.
- Чи всі олівці ми розклали? (Ні, не всі.)
- Візьміть ще стільки олівців, щоб покласти у третю склянку. Скільки потрібно взяти олівців? (6) Беремо 6 олівців і кладемо у третю склянку.
- Чи всі олівці ми розклали? (Ні, залишилося 2 олівці.) Чи можна їх покласти у четверту склянку? (Ні, тому що треба розкласти по 6 олівців у кожному склянку, а тут лише 2.)
- Скільки ми отримали склянок з олівцями? (Три склянки по 6 олівців в кожній.)
- Скільки олівців залишилося? (Залишилося 2 олівці.)
- Розв’язання цієї задачі можна так: $20 : 6 = 3$ (ост. 2) – ми виконали ділення з остачею, тут : 20 – ділене, 6 – дільник, 3 – частка, 2 – остача. Цей запис читають так: 20 розділити по 6, в частці буде 3 і в остачі 2.

Після ознайомлення з дією ділення з остачею учні виконують ділення з остачею, спираючись на практичні дії:



Порівнюючи приклади на ділення націло і ділення з остачею:

$$12 : 3 = 4$$

$$16 : 4 = 4$$

$$10 : 5 = 2$$

$$13 : 3 = 4 \text{ (ост. 1)}$$

$$18 : 4 = 4 \text{ (ост. 2)}$$

$$13 : 5 = 2 \text{ (ост. 3)}$$

учні дістають висновку: в остачі отримуємо число, яке показує на скільки ділене більше за число, яке ділиться на дільник націло, а в частці отримуємо те ж саме число, що й при діленні націло.

На другому уроці учні знайомляться з алгоритмом ділення з остачею:

Пам'ятка

Ділення з остачею

1. Називаю всі числа, які менші за ділене, які діляться на дільник націло.
2. Найбільше з них ділю на дільник і результат записую в частці.
3. Віднімаю знайдене число з діленого, отримую остачу. Записую у дужках.

$$16 : 3$$

$$1) \quad 3, 6, 9, 12, \underline{15}$$

$$2) \quad 15 : 3 = 5 \text{ — це частка}$$

$$3) \quad 16 - 15 = 1 \text{ — це остача}$$

$$16 : 3 = 5 \text{ (ост. 1)}$$

Розглядаючи різноманітні випадки ділення на 4, учні роблять висновок, про те, що остача повинна бути меншою за дільник. Від цього моменту, виконавши ділення з остачею, учні перевіряють чи отримана остача є меншою за дільник. Якщо остача більша за дільник, то ділення можна продовжити.

Також на даному уроці можна звернути увагу учнів на залежність між дільником і кількістю остач: кількість остач (з нулем) дорівнює дільнику. Отже при діленні на 3 можуть бути три остачі: 0, 1, 2; при діленні на 7 — 0, 2, 3, 4, 5, 6.

З перевіркою ділення з остачею учні знайомляться пізніше, вона здійснюється за алгоритмом:

Пам'ятка

Перевірка ділення з остачею

1. Множу отриману частку на дільник.
2. Додаю до отриманого добутку остачу.
3. Порівнюю знайдене число з діленим: якщо це число дорівнює діленому, то ділення з остачею виконано вірно.

$$23 : 5 = 4 \text{ (ост. 3)}$$

Перевірка:

$$1) \quad 4 * 5 = 20$$

$$2) \quad 20 + 3 = 23$$

$$3) \quad 23 = 23$$

$$4 * 5 + 3 = 23$$

Останній запис пам'ятки також можна прочитати так: при діленні 23 на 5, в частці отримуємо 4, а в остачі 3. Крім того, цей запис можна прочитати ще й так: при діленні 23 на 4 в частці отримуємо 5, а в остачі 3.

Запис: $3 \cdot 5 + 4 = 19$, можна прочитати лише одним способом: при діленні 19 на 5 в частці отримуємо 3, а в остачі 4 (якщо ви спробуєте прочитати цей запис другим способом, то остача буде більшою за дільник, що є неможливим.)

Отже, учні повинні навчитися виконувати ділення з остачею за алгоритмом, перевіряти ділення з остачею .

Методика вивчення частин величини.

Потреба в більш точних вимірюваннях величин призвела до того, що одиниці вимірювання стали ділити на кілька рівних частин: 2, 4, 8 і так далі. Кожна частина початкової мірки мала свою назву. Наприклад, в стародавній Русі половину називали полтиною, четверту частину називали четь, про восьму частину говорили – півчеть, про шістнадцяту – півпівчеть і так далі. Рівні частини цілої мірки називали долями (частинами): четверта частина, восьма, шістнадцята й тощо.

Отже, дробі – це числа, які виражають частини рахунку або вимірювання.

Означення. Звичайні дробі – це числа виду $\frac{a}{b}$, де a і b натуральні числа.

Згідно програми початкового курсу математики при вивченні частин величини розв'язуються наступні задачі:

- 1) сформулювати у учнів уявлення про частини величини;
- 2) навчити порівнювати частини на наочній основі;
- 3) навчити розв'язувати задачі на знаходження частини від числа і числа за величиною його частини.

Тема “Частини величини” (“Долі”) починає вивчатися в 3-му класі під час вивчення таблиць множення і ділення.

Тема вивчається на практичній основі з застосуванням великої кількості наочності: рисок паперу, прямокутників, кругів, рівносторонніх трикутників, а також можна застосовувати яблуко, торт для ділення на рівні частини.

Ознайомлення з поняттям про частини .

Учитель приносить на урок яблуко і розрізає його на дві рівні частини і показує одну таку частину.

- Як можна назвати цю частину яблука?(Діти кажуть , що це половина яблука.)
- Чому? (Яблуко розділили навпіл.)
- Як отримати половину яблука? (Треба ціле яблуко поділити на дві рівні частини і взяти лише одну таку частину.)

Учитель показує іншу частину яблука:

- Що це? (Половина яблука!) Доведіть. (Яблуко поділили на дві рівні частини. Кожна така частина є половиною. Отже перша частина – половина та друга частина – половина.)
- Скільки половин в цілому яблуці? (В цілому дві половини!)

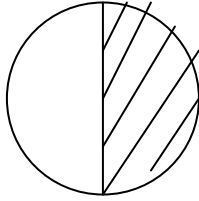
Далі учням пропонується взяти риску паперу, поділити її на дві рівні частини і розмалювати одну таку частину.



- Що ви розмалювали? (Половину риси?)

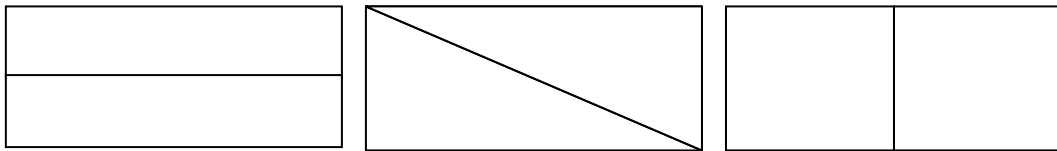
- Що таке половина? (Половина – це одна з двох рівних частин цілого!)

Учні розмальовують половину круга: перегинають круг навпіл так, щоб боки співпали, розгладжують лінію згину, розгортають і бачать: лінією згину поділено цілий круг на дві рівні частини; і розмальовують одну з таких частин.



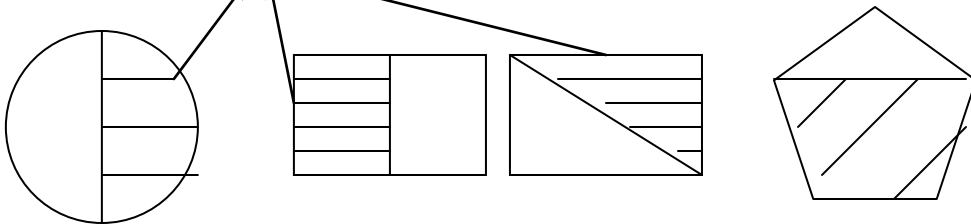
Після розмальовування половини прямокутника вчитель запитує дітей:

- Як отримати половину?
- Поділіть прямокутник навпіл. Розмалюйте половину.
- Скільки таких половин в цілому?
- Як можна інакше поділити прямокутник навпіл? Покажіть половину?
- Скільки таких половин в цілому?
- Як інакше поділити прямокутник навпіл? Покажіть половину.
- Скільки таких половин в цілому?
- Скільки половин в цілому? (Цілому дві половини!)



Отже, якщо цілу величину поділити на дві рівні частини, то кожна таку частину називають половиною.

Половина - одна з двох рівних частин цілого.



Для того, щоб отримати **половину**,
треба
ціле поділити на дві рівні частини і взяти одну таку частину.

Половина : $\frac{1}{2} \rightarrow$ ціле поділили
на 2 рівні частини и взяли 1 таку частину.

Ціле містить дві половини.

- Половина - одна друга – це дробове число, воно записується так: $\frac{1}{2}$.
- Як ми отримали $\frac{1}{2}$? (Ми одне ціле поділили на 2 рівні частини.)

- Отже: $1 : 2 = \frac{1}{2}$.
- В запису $\frac{1}{2}$ під рискою записано число 2. Що означає число 2? (Число 2 означає на скільки рівних частин поділили ціле.)
- Яке число записано над рискою (Число 1.) Число над рискою 1 означає скільки таких частин взяли.

Деякі методисти відразу радять ввести і терміни “чисельник” і “знаменник”, тоді як за чинним підручником ці терміни вводяться при вивченні дробів в 4-му класі.

- Число під рискою називається знаменник. Що показує знаменник? (Знаменник показує на скільки рівних частин поділили ціле.)
- Число над рискою називається чисельник. Що показує чисельник? (Чисельник показує скільки таких частин взяли.)

Отже, частини записуються парою цифр. Кажуть цифра над рискою (чисельник) та цифра під рискою (знаменник).

<u>a</u>	→	<u>чисельник</u>	→	<u>скільки.таких.частин.взяли</u>
<u>b</u>	→	<u>знаменник</u>	→	<u>на.скільки.рівних.частин.поділили.ціле</u>

Риска – це те ж знак ділення. В математиці арифметична дія ділення має два знаки – “:”, “—”.

Аналогічно вводяться третина, чверть, п’ята, шоста, восьма... частини

Якщо цілу одиницю рахунку або вимірювання поділити на 3 рівні частини, то кожна буде рівна одній третій – третині:

Третина : $\frac{1}{3} \rightarrow$ ціле поділили
на 3 рівні частини і взяли 1 таку частину.

Ціле містить три третини.

Якщо одиницю розділити на 4 рівні частини, то кожна частина рівна одній четвертій – чверті.

Чверть : $\frac{1}{4} \rightarrow$ ціле поділили
на 4 рівні частини и взяли 1 таку частину.

Ціле містить чотири чверті.

Такий самий зміст мають числа $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ і так далі.

П’ята частина - одна з п’яти рівних частин цілого.
 $\frac{1}{5} \rightarrow$ ціле поділили на п’ять рівних частин і взяли
одну таку частину.

Ціле містить п’ять п’ятих частин.

Шоста частина - одна з шести рівних частин цілого.
 $\frac{1}{6} \rightarrow$ ціле поділили на шість рівних частин і взяли
одну таку частину.

Ціле містить шість шостих частин.

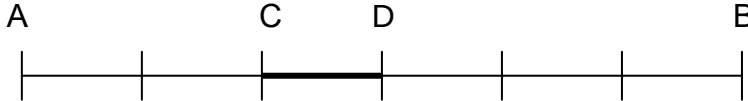
Отже, запис $\frac{1}{n}$ означає, що одиницю поділили на n рівних частин і взяли 1 таку частину.

Термін “рівні частини” іноді заміняють терміном “долі” (частини). Сказати, що пиріг розділили на 5 долів – це означає, що пиріг поділили на 5 рівних частин.

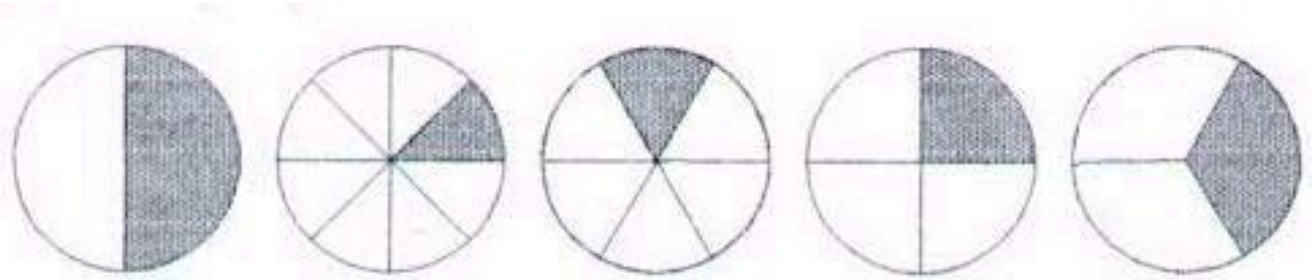
Закріплення поняття про частини відбувається на підставі завдань:

Завдання 1. Диню поділили порівну між 5 дітьми. Яку частину дині отримав кожний?

Завдання 2. Яку частину відрізка АВ складає відрізок CD?



Завдання 3. Яку частину круга складає розмальована частина?



Завдання 4. Прочитай записи: $\frac{1}{7}$ торт, $\frac{1}{4}$ яблука, $\frac{1}{9}$ гарбуза, $\frac{1}{12}$ дороги, $\frac{1}{10}$ дециметру, $\frac{1}{6}$ години, $\frac{1}{100}$ кілограму. Що вони означають?

Завдання 5. Одну цілу – одиницю поділили на 7, 13, 17, 24, 99 рівних частин. Як назвати одну з таких частин в кожному випадку? Запишіть отримані дробі.

Завдання 6. Кавун важить 6 кг. Скільки кілограмів важить його половина?

При розв'язанні подібних задач діти повинні міркувати за правилом: щоб отримати половину, треба ціле поділити на дві рівні частини. Отже, цілий кавун, 6 кг, треба поділити на 2. Маємо $6 : 2 = 3$ (кг). Половина кавуна важить 3 кг.

Завдання 7. П'ята частина учнів класу відмінники. Відмінників 7 учнів. Скільки учнів в класі?

При розв'язанні цього завдання учні міркують за правилом: в цілому 5 п'ятих частин, тому по 7 учнів треба взяти 5 разів. Маємо $7 \cdot 5 = 35$ (уч.). Відповідь : 35 учнів в класі.

Треба зазначити, що 6 та 7 завдання можна розглядати, як підготовку до введення правил на знаходження долі від числа та числа за його долею. З цією метою корисні запитання:

- У скільки разів $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{15}, \frac{1}{71} \dots$) менше за ціле?
- У скільки разів ціле більше за $\frac{1}{5}$ ($\frac{1}{11}, \frac{1}{8}, \frac{1}{42} \dots$) ?

Завдання 8. Яку частину метра складає 1 дм? 1 см?
Яку частину години складає 1 хвилина? 1 секунда?

Міркуюємо так: в 1 метрі 10 дециметрів, тому 1 така частина – це $\frac{1}{10}$, отже 1 дм – $\frac{1}{10}$ м.

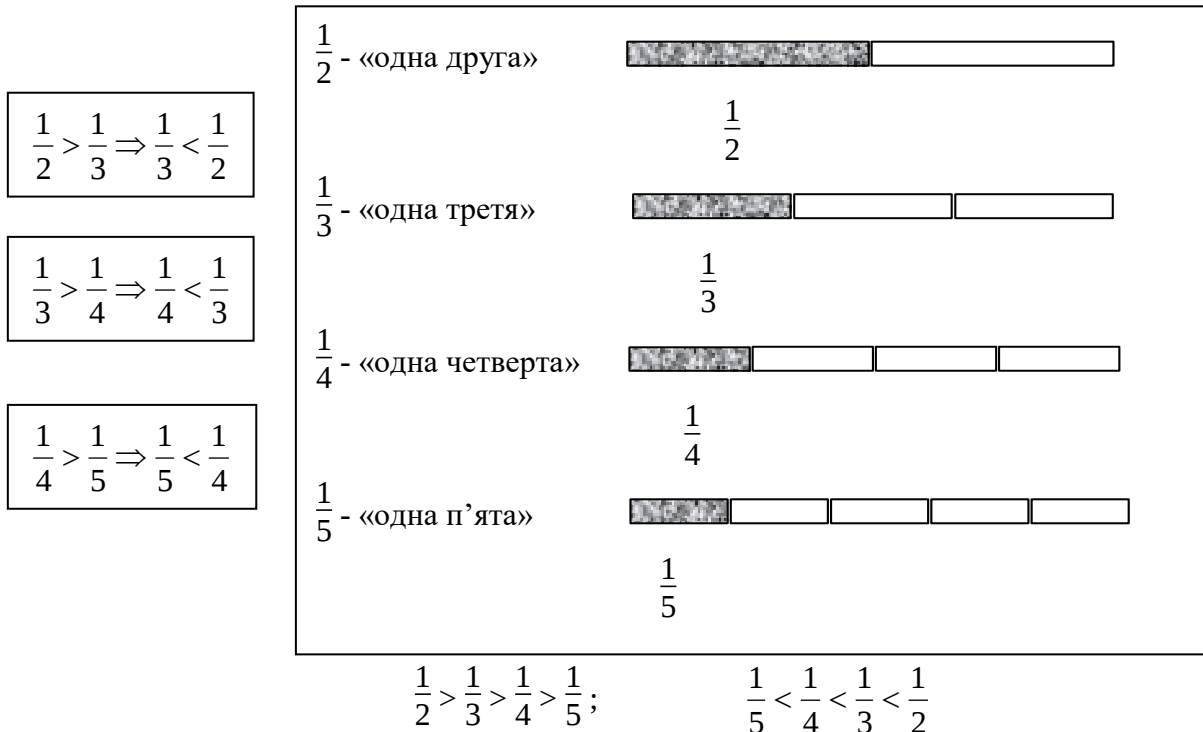
Порівняння частин .

Діти порівнюють частини спираючись на наочність.

- 1) виконують практичні дії з наочністю: на однакових геометричних фігурах отримують дані частини і накладають одну на одну, і роблять висновок;
- 2) розглядають малюнки, на яких на однакових геометричних фігурах розмальовані певні частини, на підставі чого роблять висновок.

Завдання 1. Порівняйте за малюнками частини:

- Розгляньте риси. Що в них спільного?
- На скільки рівних частин поділено першу риску? Яку частину розмальовано? Скільки половин в цілому?
- На скільки рівних частин поділено другу риску? Яку частину розмальовано? Скільки третин в цілому?
- На скільки рівних частин поділено третю риску? Яку частину розмальовано? Скільки четвертих частин в цілому?
- На скільки рівних частин поділено четверту риску? Яку частину розмальовано? Скільки п'ятих частин в цілому?
- Порівняйте $\frac{1}{2}$ та $\frac{1}{3}$. Чому половина більша за третину? (Тому що цілу риску спочатку поділили лише на дві рівні частини, а потім – на три рівні частини; і від цього величина однієї частини зменшилася.)
- Порівняйте $\frac{1}{3}$ та $\frac{1}{4}$. Чому?
- Порівняйте $\frac{1}{4}$ та $\frac{1}{5}$. Чому?

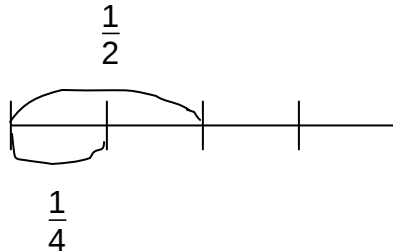


Величина однієї долі більше, якщо ціле поділили на менше число рівних частин.
Величина однієї долі менше, якщо ціле поділили на більше число рівних частин.

Завдання 2. Запишіть частини в порядку зростання: $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}, \frac{1}{8}, \frac{1}{34}, \frac{1}{5}$.

Завдання 3. Порівняйте половину та чверть. Що більше?

1. Відрізок ділять спочатку на дві рівні частини і показують половину;
2. Потім відрізок ділять на чотири рівні частини і показують чверть;
3. Роблять висновок.



Знаходження частини (долі) від числа.

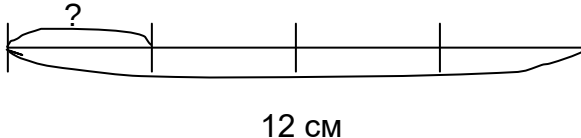
Правило знаходження частини від числа може бути введено двома способами:

1. На підставі розв'язання простої задачі на конкретний зміст ділення на рівні частини;
2. На підставі індуктивного узагальнення результатів вимірювання.

Розглянемо обидві методики:

Задача 1. Відрізок, довжиною 12 см розділили на 4 рівні частини. Як називається одна така частини? Знайдіть довжину четвертої частини відрізка.

Доцільно розв'язання задачі ілюструвати кресленням:



- Як отримати чверть? (Треба величину цілого поділити на 4 рівні частини.)

Звідти витікає розв'язок: $12 : 4 = 3$ (см)

Можна міркувати інакше:

- Скільки четвертих частин в цілому? (Чотири)
- У скільки разів довжина чверті менше, ніж довжина цілого відрізка? (В чотири рази.)
- Якою арифметичною дією знаходимо число, яке у кілька разів менше за дане? (Дією ділення.)

Розв'язання: $12 : 4 = 3$ (см)

Відповідь: 3 см.

- Що означає число 12? (Довжину цілого відрізка.)
- Що означає число 4? (Кількість рівних частин в цілому.)
- Що означає число 3? (Довжину четвертої частини відрізка.)
- Якою арифметичною дією ми дізналися про частину від цілого? (Дією ділення)
- Як знайти величину частини від цілого? (Треба величину цілого поділити на кількість рівних частин в ньому.)
- Зробимо узагальнюючий висновок:

Щоб знайти частину від числа, треба величину цілого поділити на кількість рівних частин в ньому.

При виведенні цього висновку можна застосовувати практичну роботу. Дітям роздаються по 3 риси паперу довжиною 24 см. Діти отримують $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ цієї риси і вимірюють лінійкою довжини отриманих частин. Дані заносять у таблицю:

Довжина цілої риси	На скільки рівних частин ділили цілу рису	Довжина однієї частини
24 см	2	12 см
24 см	4	6 см
24 см	8	3 см

Діти вивчають дані таблиці і визначають, якою арифметичною дією можна дізнатися про величину частини від цілого. Потім роблять перевірку своєї гіпотези і формують правило.

На етапі закріплення правила учням пропонуються завдання на знаходження частини від числа:

- 1) Знайти $\frac{1}{7}$ від 49;
- 2) Знайти $\frac{1}{4}$ від 20;
- 3) Знайти $\frac{1}{10}$ від 100 см;
- 4) Знайти $\frac{1}{5}$ від 15 хв.;

Задача 2. В магазин привезли 56 кг огірків. До обіду продали $\frac{1}{8}$ всіх огірків. Скільки кілограмів огірків продали до обіду?

$\begin{array}{r} 1 - 56 \text{ кг} \\ \frac{1}{8} - ?.... \end{array}$

- Що означає число 56? (Масу усіх огірків, що привезли.)
- Що означає число $\frac{1}{8}$? (Яку частину огірків продали до обіду.)
- Що означає знаменник 8? (Що усі 56 кг огірків поділили на 8 рівних частин.)
- Що означає чисельник 1? (ЩО 1 таку частину продали до обіду.)
- Що в цій задачі грає роль цілого? (56 кг огірків). Ціле в математиці позначається, як 1. Запишімо це:
- Що треба знайти в цій задачі? (Треба знайти $\frac{1}{8}$ від 56 кг.)
- Як знайти частину від числа?

Розв'язання: $56 : 8 = 7$ (кг).

Відповідь: 7 кг огірків продали до обіду.

Далі розв'язуються складені задачі, які містять знаходження частини від числа.

Знаходження числа за величиною його частини (долі).

Задача 1. Довжина чверті відрізка дорівнює 3 см. Визначити довжину цілого відрізка.

- Скільки четвертих частин в цілому? (Чотири)
- Яка довжина чверті відрізка? (3 см).

- Якщо в цілому відрізку 4 таких частини по 3 см, то треба по 3 см взяти 4 рази.
- Якою арифметичною дією дізнаємося про довжину цілого відрізка? (Дією множення.)

Розв'язання: $3 * 4 = 12$ (см).

Відповідь: 12 см.

- Що означає число 3? (Довжини однієї частини.)
- Що означає число 4? (Кількість частин в цілому.)
- Що означає число 12? (Величину цілого)
- Якою дією ми дізналися про величину цілого? (Дією множення.)
- Як знайти величину цілого за величиною його частини? (Треба величину частини помножити на кількість частин в цілому.)
- Зробимо узагальнюючий висновок:

Щоб знайти число за величиною його частини, треба величину частини помножити на кількість частин в цілому.

На етапі закріплення правила учням пропонуються завдання на знаходження цілого числа за величиною його частини, наприклад:

- 1) Знайти число, якщо $\frac{1}{6}$ його складає 8;
- 2) Знайти число, якщо $\frac{1}{9}$ його дорівнює 5;
- 3) $\frac{1}{4}$ частина складає 7 кг. Яка маса цілого ?

Задача 2. Дівчинка прочитала 12 сторінок, що складає $\frac{1}{5}$ книги. Скільки сторінок містить ціла книга?

$1 - ? \dots$ $\frac{1}{5} - 12 \text{ с.}$

- Що означає число 12? (Скільки сторінок прочитала дівчинка.)
- Що ще означає число 12? (Величину $\frac{1}{5}$ книги.)
- Що означає число $\frac{1}{5}$? (Яку частину книги прочитала дівчинка.)
- Що означає знаменник 5? (На скільки рівних частин поділили цілу книгу.)
- Що означає чисельник 1? (Скільки таких частин прочитала дівчинка.)
- Що треба знайти в цій задачі? (Величину цілої книги.)
- Як в математиці позначається ціле? (1)
- Що треба знайти в цій задачі? (Треба знайти число за величиною його частини.)
- Як знайти число за величиною його частини?

Розв'язання: $12 * 5 = 60$ (с.)

Відповідь: 60 сторінок в книзі.

Складені задачі, які містять знаходження частини від числа ми розглянемо в розділі „Методика роботи над складеними задачами в 3-му класі.”.

Методика роботи над задачами в 3-му класі.

Методика роботи над простими задачами в 3-му класі.

В третьому класі учні продовжують розв'язувати відомі їм 11 видів простих задач.

Робота над простими задачами здійснюється за пам'яткою:

Пам'ятка

1. Прочитай задачу і уяви про що в ній розповідається.
2. Запиши задачу коротко (якщо в цьому є необхідність).
3. Поясни, що означають числа задачі , повтори запитання.
4. Подумай, що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі.
5. Запиши розв'язання.
6. Запиши відповідь.
7. Склади і розв'яжи обернені задачі.

Отже, до кожної простої задачі учні повинні складати і розв'язувати обернені задачі.

Ознайомлення з поняттям «обернена задача»

Завдання. Прочитайте і порівняйте задачі:

- 1) Каструля містить 5 л води, а бідон 3 л. Скільки літрів води містять разом каструля і бідон?

$$5 + 3 = 8 \text{ (л)}$$

- Поясніть числа задачі. Які числа дано в задачі? Що вони означають? Яке число є шуканим? Що воно означає?

$$5, \quad 3, \quad \boxed{8}.$$

- 2) Каструля і бідон разом містять 8 л води. Каструля містить 5 л води. Скільки літрів води містить бідон?

$$8 - 5 = 3 \text{ (л)}$$

$$5, \quad \boxed{3}, \quad 8.$$

- Чим схожі ці задачі і чим вони відрізняються?
- Як склали другу задачу з першої?
- Друга задача обернена до першої. Склади ще одну задачу, яка обернена до першої.

- 3) Каструля і бідон разом містять 8 л води. Бідон містить 3 л води. Скільки літрів води містить каструля?

$$8 - 3 = 5 \text{ (л)}$$

$$\boxed{5}, \quad 3, \quad 8.$$

Відповідаючи на запитання “Що спільного і відмінного в цих задачах?”, учні повинні зазначити, що спільним є те ,що в обох задачах йде мова про одну й ту саму ситуацію: є каструля і бідон, в них налита вода; а відмінним є те, що в першій задачі відомо скільки літрів води вміщує каструля і скільки бідон і запитується скільки всього літрів води вміщують разом каструля і бідон, а в другій задачі також відомо скільки літрів води вміщує каструля, але невідомо скільки літрів води вміщує бідон, між тим сказано скільки літрів води всього в каструлі і в бідоні разом.

Тут корисно виписати числа задачі і пояснити, що означає кожне число: 5,3,8. А потім невідоме число, і першої і другої задачі, закрити знаком запитання і сформулювати задачі. А потім запитати “ Яке ще число можна закрити знаком запитання?” і запропонувати скласти задачу , в якій запитується про це значення. Таким чином, ми розкриваємо учням технологію складання взаємо обернених задач:

- 1) виписуємо числа задачі, і пояснюємо кожне число;
- 2) замінюємо одне із даних чисел знаком запитання;
- 3) складаємо задачу, в якій запитується про це значення.

Після цього можна обговорити питання про те, чим цікаві ці три задачі: в них йде мова про одну й ту саму ситуацію, і в них дані однакові числа, але те ,що було відомим в попередній задачі стало невідомим в наступній і навпаки. Відповідаючи на запитання “Як утворили другу задачу з першої?”, учні повинні сказати ,що те що було невідомим в першій задачі (загальна кількість літрів води в каструлі і бідоні разом) стало відомим в другій задачі, а те що було відомим в першій задачі (кількість літрів води в бідоні) стало невідомим в другій. Учитель повідомляє, що такі задачі називаються оберненими.

Таким чином, щоб скласти обернену задачу, слід виписати числа задачі, пояснити їх і припустити, що одне із даних в умові задачі чисел є невідомим; і скласти задачу в якій запитується, про це число. Взагалі ,обернених задач може бути стільки, скільки числових даних є в задачі.

Отже, тепер учні до кожної простої задачі повинні самостійно складати обернені задачі. Розв’язок оберненої задачі розглядається, як перевірка вірності розв’язання задачі.

Види простих задач 3-го класу.

Учні знайомляться з новими видами простих задач:

12. Задачі на збільшення або зменшення числа у кілька разів.
13. Задачі на кратне порівняння.
14. Задачі на знаходження невідомого множника, діленого, дільника.
15. Задачі на знаходження частини від числа.
16. Задачі на знаходження числа за його частиною.
17. Задачі з пропорційними величинами.
18. Задачі на знаходження периметру многокутника.
19. Задачі на знаходження відстані при русі назустріч.
20. Задачі на час.

Розглянемо деякі задачі визначених видів.

12. Задачі на збільшення або зменшення числа у кілька разів.

1 –

П – ?, у разів б (м.)

На ступені підготовчої роботи до введення задач даного виду необхідно актуалізувати конкретний зміст дії множення і ділення на рівні частини . А також, засобом спеціальних вправ підвести учнів до усвідомлення конкретного змісту виразів “більше в” та “менше в”, наприклад:

1. Покладіть у рядочок три кружечки. А нижче покладіть два рази по три кружечки.

- Де кружечків більше?
- Скільки ,у другому рядку, разів ми поклали по стільки кружечків, скільки в першому рядку? (Два рази)
- Тому говорять, що в другому рядку кружечків в 2 рази більше, ніж в першому.
- Де кружечків менше?
- У першому рядку лише один раз по 3 кружечки, а в другому – два рази, у другому рядку у 2 рази більше кружечків, ніж в першому.
- Тому говорять, що в першому рядку у 2 рази менше кружечків, ніж в другому.
- Для того, щоб кружечків стало в 2 рази більше, ніж 3, треба по стільки ж , по 3, взяти 2 рази, або взяти стільки ж – 3 та ще раз стільки ж – 3.

2.Покладіть ліворуч 2 квадрати, а праворуч у 4 рази більше.

- Що треба зробити, щоб покласти квадратів у 4 рази більше, ніж 2? (Треба по 2 квадрати взяти 4 рази.)
- Де квадратів більше?
- У кілька разів праворуч квадратів більше? Чому? (Праворуч квадратів в 4 рази більше, тому що ліворуч лежить лише один раз по 2 квадрати, а праворуч – 4 рази.)
- Згадайте, скільки квадратів ми поклали ліворуч?
- Як дізнатися скільки квадратів лежить праворуч? (Треба по 2 квадрати взяти 4 рази ,тобто 2 помножити на 4, отримаємо 8.)
- Якою арифметичною дією дізналися про число квадратів, яке в 4 рази більше за 2? (Дією множення, $2 \cdot 4 = 8$.)
- Перевірте перерахуванням.
- Зробіть висновок. (Для того, щоб дізнатися про число, яке у декілька разів більше за дане, треба дане число помножити на число, яке показує у скільки разів шукане більше за дане. Або: про число, яке у кілька разів більше даного дізнаємося дією множення.)

3.Покладіть у верхньому рядочку 5 трикутників, а під ними покладіть трикутників у 3 рази більше.

- Що означає вираз “ у 3 рази більше”? (Цей вираз означає ,що у нижньому рядочку треба викласти 3 рази по стільки трикутників, скільки в верхньому рядочку.)
- У скільки разів збільшилася кількість трикутників? (У 3 рази.)
- Якою дією дізнаємося про кількість трикутників у нижньому рядочку? (Дією множення, $5 \cdot 3 = 15$.)
- Перевірте перерахуванням.
- Де трикутників менше? У скільки разів?
- Як отримати трикутників “ у 3 рази менше”? (У другому рядку трикутників у 3 раза більше, тобто тут трикутників 3 рази по стільки, скільки повинно бути в верхньому рядку. Треба трикутники, що розташовані в нижньому рядку поділити на 3 рівні частини, отримали по 5 трикутників в кожній. А тепер залишимо лише одну таку частину, і отримаємо трикутників у 3 рази менше.)
- Якою дією дізнаємося про число трикутників, яке у 3 рази менше за 15? (Ми ділили трикутники на три рівні частини, тому дією ділення.)
- Зробіть висновок (Про число, яке у кілька разів менше за дане дізнаємося дією ділення.)

1. Знайдіть число, яке в 6 раз більше за число 8.Знайдіть число, яке на 6 більше , ніж число 8.

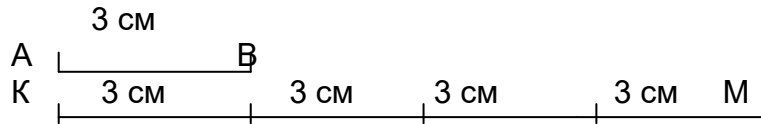
2. Дано число 56.Знайдіть число, яке в 7 разів менше за нього. Знайдіть число, яке на 7 менше ,ніж число 56.

На підставі 5-го та 6-го завдань, а також аналогічним їм, можна зробити узагальнення: “Більше число знаходимо дією додавання або множення. Додаємо тоді, коли число більше даного **на** декілька **одиниць**. Множимо тоді, коли число

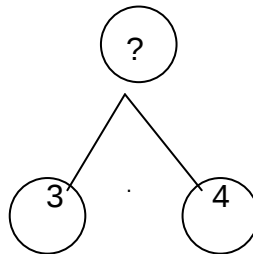
більше даного **у** декілька **разів**.”; “Менше число знаходимо дією віднімання або ділення. Віднімаємо тоді, коли число менше даного **на** декілька **одиниць**. Ділимо тоді, коли число менше даного **у** декілька **разів**.”

Такі завдання слід пропонувати учням на декількох попередніх уроках перед вивченням теми “Збільшення та зменшення числа в кілька разів”.

Далі учитель пропонує учням накреслити в зошиті відрізок АВ довжиною 3 см, а нижче – відрізок КМ, довжина якого в 4 рази більша за 3 см. При цьому учні міркують так, як і при виконанні практичних завдань на ступіні підготовки: “Щоб накреслити шуканий відрізок треба по 3 см відкласти 4 рази.”:



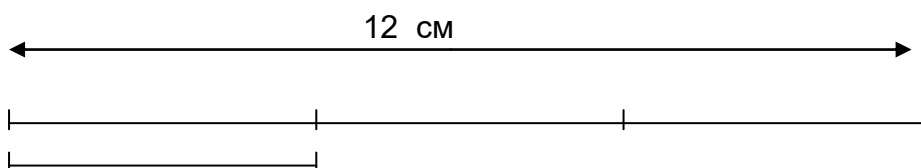
Потім учні знаходять довжину відрізка КМ обчисленням. Учні міркують так: “Треба по 3 см взяти 4 рази, тобто 3 помножити на 4, $3 \cdot 4 = 12$ (см).” Учитель пропонує учням пояснити числа даної рівності: число 3 – означає довжину відрізка АВ, виражену в сантиметрах, а число 4 – показує у скільки разів відрізок КМ більше відрізка АВ; число 12 – означає довжину відрізка КМ, виражену в сантиметрах. Таким чином, щоб відповісти на запитання задачі “Яка довжина відрізка КМ?” треба знати два числові значення: 1 – довжину відрізка АВ, відомо 3 см, та 2 – у скільки разів довжина відрізка КМ більша за довжину відрізка АВ, відомо, у 4; відповімо на запитання задачі дією множення, тому що по 3 см треба взяти 4 рази.



Отже, щоб знайти число, яке в 4 рази більше за 3, треба виконати дію множення.

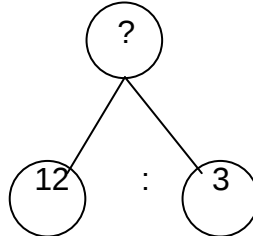
Після відповіді на запитання задачі встановлюємо, що знайдене нами число в 4 рази більше даного; ми його отримали збільшивши дане число – 3 у 4 рази. І далі учні читають правило, що наведено в підручнику і виділено курсивом.

Підготовка до введення задач на зменшення числа у кілька разів. Школярам пропонується накреслити відрізок, довжиною 12 см, а нижче накреслити відрізок, довжина якого в 3 рази менша за довжину даного відрізка. При цьому учні міркують так: “Ми не знаємо довжини другого відрізка. Але для його побудови треба знати відстань між його кінцями, ця відстань може бути виражена в сантиметрах або за зразком – еталоном. Із умови задачі відомо, що шуканий відрізок має довжину в 3 рази меншу за 12 см, тому треба відрізок, довжиною 12 см поділити на три рівні частини, одна з яких – еталон. Якщо ми побудуємо відрізок, який має таку саму довжину, що і одна із трьох рівних частин – еталон, то ми отримаємо шуканий відрізок.



Далі учитель пропонує знайти довжину шуканого відрізка. Учні міркують так: “Шуканий відрізок – це одна із трьох рівних частин цілого відрізка, довжиною 12 см. Для того, щоб знайти довжину однієї такої частини, треба довжину цілого відрізка поділити на кількість рівних частин в ньому: $12 : 3 = 4$ (см).” Учитель пропонує учням

пояснити числа даної рівності: число 12 означає довжину даного відрізка, яка виражена в сантиметрах, число 3 означає у скільки разів довжина шуканого відрізка менше довжини даного, число 4 означає довжину шуканого відрізка, яка виражена в сантиметрах. Таким чином, щоб відповісти на запитання “Чому дорівнює довжина шуканого відрізка?”, треба знати два числові значення: 1 – довжину даного відрізка, відомо 12 см, та П – у скільки разів довжина шуканого відрізка менша за довжину даного відрізка, відомо – у 3 рази; відповімо на запитання задачі дією ділення, тому що шуканий відрізок – це одна з трьох рівних частин даного відрізка.



Назвавши відповідь, діти з'ясовують, що в результаті отримали число, яке менше за дане в 3 рази; і читають правило, що подано у підручнику курсивом.

Ознайомлення з задачами даного виду. Спочатку можна розв'язати задачу відомого дітям виду – на збільшення числа на декілька одиниць з тою самою ситуацією, що описується в задачі. Наприклад: “Сину 3 роки, батько на 24 роки старший. Скільки років батькові?” Учні складають короткий запис цієї задачі і розв'язують її усно. На дошці з'являються записи:

Син – 3 роки Батько - ?, на 24 роки б.

Розв'язання:

$$3 + 24 = 27 \text{ (років)}$$

Відповідь: 27 років батькові.

Після розв'язання даної задачі учитель пропонує прочитати задачу “Сину 3 роки, а батько в 9 разів старший. Скільки років батькові?”.

Робота над задачею здійснюється згідно узагальненої пам'ятки:

1.Прочитай задачу та уяви про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається про вік батька та сина. Синові 3 роки, а батько в 9 раз старший, тобто йому в 3 рази більше років, ніж синові. Запитується: “Скільки років батькові?”)

- Чим ця задача відрізняється від попередньої? (Ця задача відрізняється тим, що тут сказано не на скільки років батько старший за сина, а у скільки разів він старший.)

Учитель повідомляє, що ця задача нового виду, який має таку опорну схему:

1 – П – ?, у разів б (м.)
--

2.Виділи ключові слова та склади короткий запис задачі. (Ключові слова: “Син”, “Батько”.) Учні складають короткий запис, застосовуючи опорну схему:

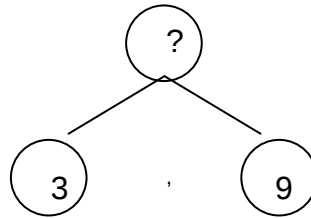
Син – 3 роки Батько - ?, в 9 раз років б.
--

3. За коротким записом поясни числові дані задачі та запитання. (Число 3 означає вік сина, виражений в роках; число 9 означає у скільки разів більше вік батька, ніж вік сина.)

4. Повтори запитання задачі. Що потрібно знати, щоб на нього відповісти? (Запитується “ Скільки років батькові?”. Для того щоб відповісти на це запитання треба знати два числові значення: 1 – вік сина, відомо – 3 роки, та П – у скільки разів вік батька більше за вік сина, відомо – в 9 разів.)

Якою арифметичною дією відповімо на запитання ? (Відповімо на запитання задачі дією множення : щоб знайти число, яке у кілька разів більше даного, треба дане число помножити на число, яке показує у скільки разів шукане більше за дане число.)

Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Можна, тому що нам відомі обидва числові значення.):



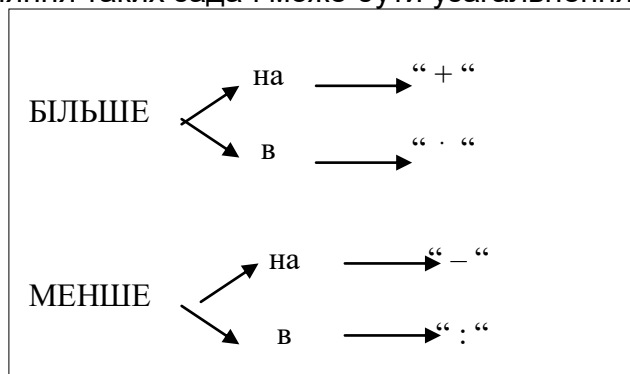
7. Запиши розв'язання задачі. Розв'язання: $3 \cdot 9 = 27$ (років)

Запиши відповідь. Відповідь: 27 років батькові.

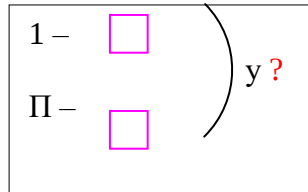
Всі записи на дошці здійснюються таким чином, щоб учням було зручно проводити порівняння коротких записів і розв'язків цих двох задач. Спочатку учні знаходять спільне в умовах даних задач і їх розв'язаннях: в обох задачах описується одна й та сама ситуація, вік сина однаковий, батько старший за сина, однакове запитання – “Скільки років батькові?”; ми отримали одне й те саме число у відповіді. Потім учні встановлюють відмінності: в першій задачі сказано, що батькові на 24 роки більше, ніж синові; а в другій задачі сказано, що йому в 9 разів років більше, ніж синові; таким чином в задачах подані різні умови стосовно віку батька, які визначають вибір відповідно різних арифметичних дій: додавання і множення.

Методику ознайомлення з задачами на зменшення числа у декілька разів можна скласти аналогічно розглянутій попереду. А можна, перетворити задачу на збільшення числа у декілька разів у задачу на зменшення числа у кілька разів; порівняти умови і розв'язання цих задач і узагальнити, що в цих задачах визначає вибір арифметичної дії: якщо шукане число більше даного у кілька разів, то його знаходять дією множення; якщо шукане число менше даного у кілька разів, то його знаходять дією ділення.

Результатом порівняння таких задач може бути узагальнення:



13. Задачі на кратне порівняння.



Методикою введення нового виду задач передбачено підготовчу роботу, метою якої є засвоєння правила: щоб знайти у скільки разів одне число більше або менше за інше число, треба більше число поділити на менше число.

Можна запропонувати учням накреслити в зошитах два відрізки, один під другим: $AB = 2$ см і $KM = 10$ см; і запитати:

- Який відрізок має більшу довжину, довший?
- У скільки разів довжина відрізка KM більша за довжину відрізка AB ? Як про це дізнатися?
- Як би ми міркували, якщо довжина відрізка KM була б невідомою, а дано у скільки разів він довший за відрізок AB ? (Ми би по 2 см (довжині відрізка AB) відклали би стільки разів, у скільки KM довший за AB .)
- А це обернене завдання, тут треба дізнатися саме, про те скільки разів по 2 см вміщується у довжині відрізка KM - в 10 см. Як про це дізнатися? (Треба від початку відрізка KM відкласти 2 см, потім ще 2 см, і так далі, доки не дістанемо кінця відрізка KM ; і підрахувати скільки разів по 2 см вміщується в 10 см (довжині відрізка KM).)
- Якщо ми дізнаємося скільки разів вміщується, то яку арифметичну дію слід обрати для цього? (Дію ділення)
- Як обчисленням дізнатися у скільки разів довжина відрізка KM – 10 см більша за довжину відрізка AB – 2 см ? Тобто, якою арифметичною дією дізнаємося у скільки разів число 10 більше за число 2? (Дією ділення, треба 10 поділити на 2.) Таким чином, щоб дізнатися у скільки разів одне число більше за інше, треба більше поділити на менше число.
- Який відрізок коротший? (AB) У скільки разів відрізок AB коротший за відрізок KM ? (В 5 разів, тому що відрізок KM в 5 разів довший за AB , тому відрізок AB також в 5 разів коротший за AB .)
- Як обчисленням дізнатися у скільки разів відрізок AB коротший за відрізок KM ? Як дізнатися у скільки разів число 2 менше за число 10? (Дізнаємось так само, як дізнавалися про те у скільки разів число 10 більше числа 2 – треба число 10 поділити на 2.) Таким чином, щоб дізнатися у скільки разів одне число менше за інше треба більше число поділити на менше.
- Порівняйте ці два правила, що в них спільного? (В них спільне те , що в обох випадках треба більше число поділити на менше число.)
- Об'єднайте ці два правила в одне. (Для того, щоб дізнатися у скільки разів одне число більше, або менше за друге, треба більше число поділити на менше.)

Л.Н.Скаткіним сформульовані вимоги щодо ознайомлення учнів з кратним порівнянням:

1.Перше ознайомлення необхідно провести практично, пропонуючи дітям безпосередньо порівняти довжину відрізків різного розміру, а потім перейти до порівняння числових значень величини (що було реалізовано нами).

2.Обидва питання “ У скільки разів більше?”, “У скільки разів менше?” слід розглядати разом, тому що прийом кратного порівняння при цьому один і той самий .

3.Далі слід перейти до кратного порівняння кількостей, ілюструючи це порівняння на класній рахівниці.

4. Після цього можна перейти до порівняння чисел, які означають значення інших величин: вартості, віку й тощо, а потім – до кратного порівняння відлучених чисел.

Правила кратного порівняння можна також ввести на підставі додаткових завдань до задач на збільшення або зменшення числа у декілька разів. Наприклад, перевіряючи домашню задачу “ Маса індики 15 кг, а гуски – в 3 рази менше. Яка маса гуски?”, можна запропонувати додаткові запитання:

- Яка маса індики?(15 кг)
- Яка маса гуски? (5 кг)
- Маса якої птиці менша?(Менша маса гуски)
- У скільки разів маса гуски менша ,ніж маса індики?(У 3 рази)
- У скільки разів маса індики більша маси гуски? (У стільки ж , у 3 рази)
- Як ви про це дізналися?(В умові задачі, яку ми розв’язали сказано, що маса гуски в 3 рази менша, ніж маса індики.)
- Як можна про це дізнатися обчисленням? Яку дію слід виконати між числами 15 та 5, щоб отримати 3?(В результаті ми отримали менше число; менше число знаходимо відніманням або діленням; очевидно, віднімання не підходить, томі що при зменшенні 15 на 5 ми не отримаємо 3. Таким чином, про це можна дізнатися дією ділення: $15 : 5 = 3$.)
- Щоб дізнатися у скільки разів одне число більше другого, що ми зробили?(Ми більше число поділили на менше.)
- Який висновок можна зробити про те, як знайти у скільки разів одне число більше ніж друге число?(Щоб знайти у скільки разів одне число більше другого, треба більше число поділити на менше)
- На скільки маса індики більше маси гуски? Якою дією відповімо на це запитання? На скільки маса гуски менша маси індики? (Для того ,щоб дізнатися на скільки одне число більше другого, треба від більшого числа відняти менше число: $15 - 5 = 10$ (кг) – на 10 кг маса індики більша маси гуски. На стільки ж маса гуски менша маси індики.)

Для закріплення правила кратного і різницевого порівняння Л.Н.Скаткін пропонує завдання для усної лічби за таблицею:

	1	П	На скільки Більше?	У скільки Разів більше?
1.	18 см	6 см		
2.	48 см	8 см		
3.	54 см	9 см		

Ознайомлення з задачами на кратне порівняння можна здійснити засобом перетворення задачі на збільшення або зменшення числа у декілька разів. Такий методичний прийом допоможе учням побачити відмінності цих двох видів задач. Наприклад, можна запропонувати таку задачу: “ Гуска важить 3 кг, а порося в 5 разів більше. Скільки важить порося?” Учні складають короткий запис цієї задачі і розв’язують її усно:

Гуска – 3 кг Порося - ?, в 5 раз більше
--

Розв’язання.

$$3 \cdot 5 = 15 \text{ (кг)}$$

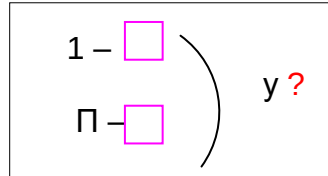
Відповідь: 15 кг важить порося.

Випишуємо числа задачі і пояснюємо їх: 3, 5, 15 - пряма задача.

Потім учитель пропонує учням скласти обернену задачу до даної, так щоб невідомим було число 5, яке означає у скільки разів порося важче за гуску.

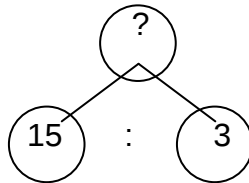
3, 5, 15 – перша обернена задача.

Складаємо задачу “ Маса гуски 3 кг, а мас поросся 15 кг. У скільки разів поросся важче за гуски?”. Таким чином, складена учнями задача – це задача нового виду, спосіб розв’язування таких задач учні повинні засвоїти на даному уроці. Школярі встановлюють чим відрізняється ця задача від попередньої: в першій задачі відомо у скільки разів поросся важче за гуска, а в другій – про це запитується. Учитель показує опорну схему до задач даного виду:



Далі робота над задачею здійснюється за узагальненою пам’яткою. Учні розповідають про що говориться в задачі; складають короткий запис, виділяючи ключові слова і застосовуючи опорну схему; пояснюють числа задачі і називають запитання. Зазначимо, що називаючи запитання задачі просимо школярів переформулювати його, наприклад “ У скільки разів маса пороссяти більше за масу гуски?”. Наведемо лише аналітичний пошук розв’язування задачі:

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі “ У скільки разів маса пороссяти більша за масу гуски?”? (Треба знати два числові значення: 1 – масу пороссяти, відомо – 15 кг, та П – масу гуски, відомо – 3 кг.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення, щоб дізнатися у скільки разів одне число більше за друге, треба більше поділити на менше число.)
- Чи можна відповісти на запитання задачі відразу? (Можна, тому що нам відомі обидва числові значення.)



Записавши розв’язання і відповідь до задачі, учні відповідають на запитання “У скільки разів маса гуски менша за масу пороссяти?”, а потім порівнюють умови і розв’язання даної і попередньої задачі. Ці задачі взаємо обернені, вони мають різну математичну структуру, що наочно видно на короткому записі: у задачах на порівняння відомі обидва числа, а запитання показується круглою дужкою. Розв’язуються ці задачі різними діями: перша – множенням; друга – діленням. Між тим, якщо б в першій задачі була дана маса пороссяти – 15 кг, а про масу гуски було б сказано, що вона у 5 разів менша за масу пороссяти, то така задача розв’язувалась би дією ділення; і ці задачі мали б однакові розв’язки, але від цього вони не стали б задачами однієї математичної структури.

Далі можна обговорити з учнями питання про те, на які задачі схожий короткий запис задач на кратне порівняння; які задачі на порівняння ми вже вміємо розв’язувати; чим відмічаються їх короткі записи. І після цього можна перейти до другого запитання “ На скільки кілограмів гуска легша за поросся?”: складаємо короткий запис, записуємо розв’язок задачі і відповідь на дошці. Учні порівнюють задачі на кратне і різницеve порівняння.

Л.Н.Скаткін пропонує звернути увагу дітей на вірний запис найменувань під час розв’язання таких задач, наприклад:

80 см – 40 см = 40 см

Відповідь: на 40 см зелена смужка коротша за червону.

$$80 \text{ см} : 40 \text{ см} = 2$$

Відповідь: в 2 рази зелена смужка коротша за червону.

Усвідомленню математичного змісту задач на кратне порівняння сприяють завдання на складання задач цього виду, та задач на різницеве порівняння і на збільшення або зменшення числа у декілька разів, які

14. Задачі на знаходження невідомого множника, діленого, дільника.

Задачі на знаходження невідомого множника.

В 3-му класі діти познайомилися з новим способом розв'язування задач – способом рівняння. Задачі даного виду пропонується розв'язувати способом складання рівняння. Таким чином, на ступені підготовчої роботи учні повинні вивчити правило знаходження невідомого множника, на підставі якого розв'язуються найпростіші рівняння на знаходження невідомого множника. З цією метою, учні виконують завдання, в яких з кожного прикладу на множення треба скласти два приклади на ділення, і на підставі, вже добре відомого їм, взаємозв'язку множення і ділення, роблять два висновки:

Щоб дістати перший множник, треба добуток
поділити на другий множник.

Щоб дістати другий множник, треба добуток
поділити на перший множник.

МНОЖНИК	=	ДОБУТОК	:	МНОЖНИК
---------	---	---------	---	---------

Познайомити учнів з правилом знаходження невідомого множника можна на підставі аналогії. З цією метою актуалізуємо знання в учнів про дію додавання і дію множення, і пропонуємо учням порівняти ці дії, при цьому вони міркують таким чином “ Множення – це додавання однакових доданків значить , множення – це особливий випадок додавання; тому ці дії подібні, тобто особливості, які притаманні дії додавання також можуть мати місце і при множенні; наприклад, переставна властивість притаманна і додаванню і множенню; обидва числа при додаванні і при множенні носять однакові назви : випадку додавання – доданки, у випадку множення – множники. Відрізняються тим, що додавання перевіряється відніманням, а множення – діленням.”. Таким чином, на цій підставі можна припустити, що правила знаходження невідомого доданка існує аналогічне правило для знаходження невідомого множника, але треба взяти до уваги, що додавання перевіряється відніманням, а множення - діленням .Учитель пропонує перебудувати правило на знаходження невідомого доданка в правило на знаходження невідомого множника (у таблиці замінюємо відповідні слова):

Щоб знайти невідомий доданок, треба від суми
відняти відомий доданок.

Щоб знайти невідомий множник, треба добуток
поділити на відомий множник.

Потім учні перевіряють вірність припущення за аналогією на конкретних прикладах, і роблять висновок.

Ознайомлення. Наведемо методику роботи над задачею : “ Невідоме число помножили на 4 і отримали 28. Знайди невідоме число.”. З способом складання рівняння учні познайомилися на прикладі задачі на знаходження невідомого доданка і працювали, за пам'яткою:

1. Прочитай задачу та уяви про що в ній розповідається.
2. Поясни ,що означають числа задачі.
3. Поясни, що є шуканим в задачі.
4. Познач невідоме число буквою, наприклад – x .
5. Виділи зв'язки невідомого з іншими числовими даними задачі. Склади рівняння.
6. Розв'яжи рівняння. Зроби перевірку.
7. Дай відповідь на запитання задачі.

Задачу будемо розв'язувати за даною пам'яткою.

- Прочитай задачу та уяви про що в ній розповідається. Про що йде мова в задачі? (В задачі говориться про невідоме число, яке помножили на 4 й отримали 28)
- Поясни ,що означають числа задачі. Що означає число 4? (Це означає ,що невідоме помножили на 4, тому 4 –це другий множник.) Що означає число 28? (Число 28 означає скільки дістали після множення, тобто це добуток.)
- Що є шуканим в задачі? (Шуканим є число, яке невідоме.)
- Позначимо невідоме число буквою, наприклад x .
- Виділи зв'язки невідомого з іншими числовими даними задачі. Нагадайте, що відбулося з цим числом? (Число x помножили на 4 і отримали 28.)
- Складемо рівняння. Запишімо це. ($x \cdot 4 = 28$)
- Що ми отримали? (Рівняння.) Розв'яжемо рівняння і дізнаємося про шукане число.
- Прочитайте рівняння. Що невідомо? (Невідомий перший множник.)
- Як знайти перший множник? (Щоб знайти перший множник, треба добуток поділити на другий множник.)
- Виконайте дії. ($x = 28 : 4$
 $x = 7$)

Зазначимо, що при розв'язання задач способом складання рівняння, у рівняннях перевірку не робимо.

- Запишіть відповідь.(Відповідь: 7 – невідоме число.)

Отже , задачі на знаходження невідомого множника розв'язуються способом рівняння, тому її опорна схема:

$x \cdot \square = \square$	$\square \cdot x = \square$
-----------------------------	-----------------------------

Таким чином, якщо в задачі говориться про невідоме число, яке збільшили, зменшили, або помножили, то цю задачу треба розв'язувати способом складання рівняння за даною пам'яткою.

Аналогічно складається методика підготовчої роботи і ознайомлення с задачами на знаходження невідомого діленого та невідомого дільника.

17.Задачі з пропорційними величинами.

Задачі з пропорційними величинами вводяться тоді, коли учні вже добре засвоїли конкретний зміст дій множення і ділення. Але, між тим, вони стикаються з певними труднощами, щоразу зустрічаючись з новими величинами. Виходячи з цього, вважаємо необхідним спеціально відводити час для ознайомлення школярів з пропорційними величинами.

Отже, радимо познайомити учнів з групами пропорційних величин:

- маса 1 предмета, кількість предметів, загальна маса,
- об'єм однієї посудини, кількість посудин, загальний об'єм,
- довжина 1 відрізу, кількість відрізів, загальна довжина,
- ціна, кількість, вартість,
- продуктивність праці, час роботи, загальний виробіток ;
- витрата на 1, кількість, загальна витрата;
- швидкість, час, відстань .

та зв'язками між ними.

Ознайомлення з пропорційними величинами здійснюється засобом розв'язування простих задач, які спочатку розв'язуються на підставі конкретного змісту арифметичних дій множення або ділення; і лише потім можна ввести назви величин, а аналізуючи розв'язок вивести правило знаходження числового значення однієї величини за двома відомими числовими значеннями інших величин.

Наприклад, розглянемо, як вводиться поняття “загальна маса”.

Учні пропонуються розв'язати задачу: “Мама купила на базарі 2 кг огірків, 1 кг помідорів та 3 кг картоплі. Знайдіть масу всіх овочів.” ; намалюйте цю задачу, обведіть замкненою кривою лінією, що ви будете визначати. як можна дізнатися про масу всіх овочів? (Слід додати: $2 + 1 + 3 = 6$ (кг) - всього овочів купила мама) Маса всіх овочів можна назвати “загальна маса овочів”.

Потім умова задачі змінюється: “Мама купила 3 пачки солі по 1 кг кожна, знайдіть загальну масу солі.” Намалюйте задачу. Порівняйте ці задачі? Чим вони схожі? (В обох задачах йдеться про масу декількох предметів і треба знайти загальну масу.) Чим вони відрізняються? (В першій задачі говориться про предмети, що мають різну масу, а в другій – про предмети, що мають однакову масу.) Як можна знайти загальну масу однакових предметів – однакових пачок солі? (Щоб визначити загальну масу солі можна додати: $1 + 1 + 1 = 3$ (кг) – загальна маса солі; але тут маємо суму однакових доданків, а в математиці суму однакових доданків називають множенням, тому цю задачу можна розв'язати дією множення: $1 * 3 = 3$ (кг) – загальна маса солі.)

- Уважно розгляньте останню рівність. Що означає число 1 ? (Маса однієї пачки солі.) Що означає число 3? (Скільки купили пачок солі.) Як це можна інакше сказати? “Скільки предметів?” – це кількість предметів. Виходячи з цього, розкажіть правило про те, як дізнатися про загальну масу декількох однакових предметів. (Щоб знайти загальну масу декількох однакових предметів, треба масу одного предмету помножити на кількість предметів.)
- Чому дорівнює загальна маса декількох предметів? (Загальна маса декількох предметів дорівнює сумі мас цих предметів. Якщо предмети мають однакову масу, то загальна маса дорівнює добуткові маси одного предмету на кількість цих предметів.)

$$\text{Загальна маса} = \text{маса 1 пр.} + \text{маса 2 пр.} + \text{маса 3 пр.} + \dots$$

$$\text{Загальна маса} = \text{маса 1 пр.} * \text{кількість пр.}$$

Аналогічно можна ввести величини: “загальна довжина”, “довжина 1 відрізу”, “кількість відрізів”.

1. Кравчиня відрізала від рулону тканини 3м на пальто і 2 м на костюм. Скільки всього метрів тканини відрізала від рулону кравчиня? Яку загальну довжину тканини відрізала кравчиня від рулону?

2. Кравчиня відрізала від рулону тканини на 3 плаття по 2 метри. Скільки всього метрів тканини відрізала від рулону кравчиня? Яку загальну довжину тканини відрізала кравчиня від рулону?

Загальна довжина = довжина 1 відр. * кількість відр.

Також на підставі порівняння і розв'язання простих задач можна ввести поняття "загальний об'єм", "об'єм 1 посудини", "кількість посудин":

1. Селянка продала на ринку 2 л та 3 л молока. Скільки всього літрів молока продала на ринку селянка? Який загальний об'єм молока продала селянка?
2. Селянка продала на ринку 3 банки по 1л молока. Скільки всього літрів молока продала на ринку селянка? Який загальний об'єм молока продала селянка?

Загальний об'єм = об'єм 1 пос. + об'єм 2 пос. + об'єм 3 пос. +

Загальний об'єм = об'єм 1 пос. * кількість пос.

Далі усі ці правила можна узагальнити:

- Як назвати одним словом масу, довжину та об'єм? (Величини) Яка спільна властивість притаманна цим величинам? (Загальне значення кожної величини для декількох предметів дорівнює сумі значень величин , притаманним цим предметам. А якщо дані предмети мають однакові значення величини, то загальне значення величини дорівнює добуткові значення даної величини на кількість предметів.)

Загальна	маса довжина об'єм	=	маса довжина об'єм	1	+	маса довжина об'єм	2	+	маса довжина об'єм	3	+	
----------	--	---	--	---	---	--	---	---	--	---	---	------

Загальна	маса довжина об'єм	=	маса довжина об'єм	1	*	кількість
----------	--	---	--	---	---	-----------

Потім треба обговорити питання про залежність загальної величини від зміни однієї з двох інших величин. Наприклад:

- Порівняй ці задачі з попередніми. Переформулюйте запитання задач. Розв'яжіть їх усно:
1. Батько приніс дві сітки по 4 кг картоплі. Скільки всього кілограмів картоплі приніс батько?
 2. Колгоспниця від чотирьох кіз надоїла по 3 л молока. Скільки всього літрів молока надоїла від із колгоспниця?
 3. Для виготовлення закладок дівчина відрізала від рулону 4 рази по 2 дм стрічки. Скільки всього дециметрів стрічки витратила дівчинка на закладки?

- Що станеться з загальною масою картоплі, якщо кількість сіток збільшиться? Зменшиться?
- Що станеться з загальним об'ємом, якщо кількість кіз, що доїла господарка збільшиться? Зменшиться?
- Що станеться з загальною довжиною, якщо кількість відрізів збільшиться? Зменшиться?
- Що станеться з загальним значенням величини, якщо кількість збільшиться? Зменшиться?
- Що повинно статися, щоб загальне значення величини збільшилося? Зменшилося? (Щоб збільшилося (зменшилося) загальне значення величини повинна збільшитися (зменшитися) кількість)
- Що ще може статися, щоб також загальне значення величини збільшилося? Зменшилося? Уважно розгляньте останню таблицю. Що записано праворуч від знака рівності? (Добуток) В якому випадку значення добутку збільшиться? (Якщо один із множників збільшиться, то й значення добутку також збільшиться.) Назвіть множники у цьому добутку. Який множник ми вже збільшували? Чи можна збільшити перший множник?
- Змініть умови кожної задачі, так щоб у відповіді отримати більше число. Скільки можна скласти задач? (9 задач: 3 задачі в яких збільшується кількість, 3 задачі, в яких збільшується значення величини 1 предмета та 3 задачі, у яких одночасно збільшується обидва числові значення.)

Далі можна перейти до розв'язування простих задач на знаходження однієї з пропорційних величин на підставі конкретного змісту дії ділення:

- 1) знаходження *значення величини 1 предмету* на підставі ділення на рівні частини;
- 2) *знаходження кількості предметів* на підставі ділення на вміщення.

Розв'язавши, на підставі дії ділення на рівні частини, задачу : “Школярі зібрали 24 кг огірків і розклали їх у 3 ящики. Скільки кілограмів огірків у кожному ящику?”, учні аналізують розв'язок - пояснюють значення числових даних і шуканого, називають величини, встановлюють якою арифметичною дією дізналися про шукану величину; і виводять правило знаходження маси 1 ящика:

- Що означає число 24? (Загальну масу огірків) Що означає число 3? (Кількість ящиків) Що означає число 8? (Масу 1 ящику)
- Про що треба було дізнатися в цій задачі? (Про масу 1 ящика) Якою дією ми дізналися про масу 1 ящика? (Дією ділення) Які дві величини потрібно знати, щоб дізнатися про масу 1 ящика? (Загальну масу і кількість ящиків)
- Сформулюйте правило про те, як знайти масу 1 ящика.

Щоб знайти масу 1 ящика, треба загальну масу поділити на кількість ящиків.

$$\text{Маса 1 ящика} = \text{Загальна маса} : \text{кількість ящиків}$$

Так само, на задачах виводяться правила знаходження об'єму 1 посудини, довжини 1 відрізу й тощо.

Аналогічно, під час розв'язування простих задач на ділення на вміщення виводяться правила знаходження кількості предметів, кількості відрізів, кількості посудин й тощо.

Але існує інший підхід до введення усіх зазначених правил на підставі знання правил знаходження загального значення величини і правила знаходження невідомого множника. Розглянемо його.

На етапі актуалізації треба повторити назви чисел при множенні і правила знаходження невідомого множника.

$$1 \text{ множник} * 2 \text{ множник} = \text{добуток}$$

(1)

$$\text{Добуток} = 1 \text{ множник} * 2 \text{ множник}$$

(2)

Загальна	маса довжина об'єм маса довжина об'єм	=	1	*	кількість
----------	--	---	---	---	-----------

(3)

Учням пропонується порівняти записи в таблиці 2 та 3. (У цих записах спільне те ,що є знаки “=” та “*”. Вони відмічаються тим, що ліворуч у (2) записано “добуток” а в (3) – “ Загальна маса, довжина, об’єм”; а праворуч відповідно “1 множник” і “ маса, довжина, об’єм 1” ; “ 2 множник” і “ кількість”).

Отже , добутком є загальна маса, довжина, об’єм; перший множник – маса, довжина, об’єм 1 предмету; 2 множник – кількість предметів.

Загальна маса	=	маса 1 предмету	*	кількість
Добуток	=	1 множник	*	2 множник

Загальний об’єм	=	об’єм 1 предмету	*	кількість
Добуток	=	1 множник	*	2 множник

Загальна довжина	=	довжина 1 предмету	*	кількість
Добуток	=	1 множник	*	2 множник

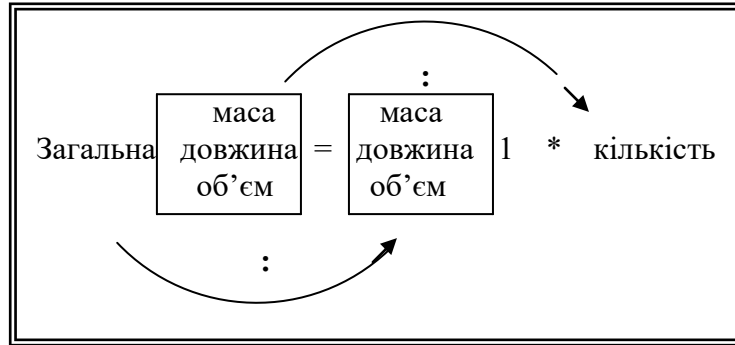
Як знайти невідомий 1 множник? Як знайти невідомий 2 множник?

$$\text{Добуток} = 1 \text{ множник} * 2 \text{ множник}$$

(4)

- На підставі таблиць 1, 2 ,3 відповісти на запитання: Як знайти невідоме значення маси 1 предмету? Як знайти значення довжини 1 предмету? Як

знайти значення об'єму 1 предмету? Як знайти кількість предметів? Чому ви зробили такі висновки?



(5)

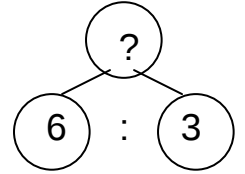
Розглянемо методику роботи на задачею: “ 6 кг черешні розклали в 3 однакових ящика. Скільки кілограмів черешні треба покласти в 1 ящик?”

- Про що говориться в задачі? (В задачі говориться про те, що 6 кг черешні розклали в 3 однакових ящика.)
- Що запитують в задачі? (Скільки кг черешні треба покласти в 1 ящик?)
- Скільки всього черешні було? (Було 6 кг)
- Яка величина вимірюється в кілограмах? (Маса)
- Скажіть ,по-іншому ,застосовуючи назву цієї величини: “Всього було 6 кг черешні”. (Маса всієї черешні 6 кг.)
- Маса всієї черешні – це загальна маса. Застосовуючи термін “загальна маса”, розкажіть це речення по-іншому. (Загальна маса черешні 6 кг)
- Куди розклали черешню? (Черешню розклали у ящики)
- Скільки було ящиків з черешнею ? (3 ящика). Яку назву має ця величина? (Це кількість ящиків.)
- Які величини ми виділили в задачі? (Загальну масу черешні та кількість ящиків.)
- Якщо черешню розклали у ящики, то можна говорити про черешню у одному ящику. Черешню ми вимірюємо в кілограмах, тому можна казати ,що в одному ящику є декілька кілограмів черешні. Яка величина вимірюється в кілограмах ? (Маса) Як можна назвати кількість кілограмів черешні в одному ящику? (Маса одного ящика)
- Які величини ми виділили в задачі? (Загальна маса черешні, кількість ящиків і маса 1 ящика) Яка величина пов'язує загальну масу всіх ящиків і кількість ящиків? (Маса 1 ящика) Тому масу 1 ящика запишімо між кількістю ящиків та загальною масою черешні.
- Запишімо ці величини в таблиці у рядочок:

Загальна маса	Маса 1 ящика (кг)	Кількість ящиків (шт.)
6 кг	?	3 шт.

- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 6 означає масу черешні, виражену в кілограмах, число 3 означає кількість ящиків, що виражена завжди в штуках.)
- Що запитують в задачі? (Скільки кг черешні треба покласти в 1 ящик?) Значення якої величини є шуканим? (Шуканим є значення маси 1 ящика.)
- Яке число ми отримаємо у відповіді: більше чи менше за 6? (Менше, тому що 1 ящику маса черешні менше, ніж загальна маса всієї черешні. Якщо 3 ящика важать 6 кг, то 1 ящик важить у 3 рази менше. Щоб знайти масу 1 ящика треба загальну масу поділити на кількість ящиків.)
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати 2 числових значення – загальну масу черешні та скільки було ящиків з черешнею, тобто кількість ящиків)

- Відома нам загальна маса? (Так, відома – 6 кг)
- Відома нам кількість ящиків? (Так, відома – 3 ящика)
- Якою арифметичною дією відповімо? (Дією ділення)
- Чи можемо відповісти на запитання відразу? (Так, можемо) Чому? (Тому що нам відомі обидва числові значення.)



- Запишемо розв'язування задачі
- $6 : 3 = 2(\text{кг})$ – черешні в 1 ящику
- Запишемо відповідь
- Відповідь: 2 кг черешні поклали в 1 ящик.
- Випишіть числа задачі, поясніть дані та шукане число.

6, 3, 2 - пряма задача.

- Складіть і розв'яжіть обернені задачі:

6, 3, 2 – 1-ша обернена задача.

6 кг черешні розклали в однакові ящики по 2 кг у кожний. Скільки отримали ящиків з черешнею?"

Ящиків буде стільки, скільки у 6 кг міститься по 2 кг. Щоб знайти кількість, треба загальну масу поділити на масу 1 ящика.

Розв'язання: $6 : 2 = 3$ – стільки ящиків.

Відповідь: 3 ящика черешні отримали.

6, 3, 2 – 2-га обернена задача.

Черешню розклали в 3 однакових ящика по 2 кг у кожний. Скільки кілограмів черешні розклали по ящиках?"

Всього черешні стільки, скільки буде, якщо по 2 кг взяти 3 рази. Щоб знайти загальну масу, треба масу 1 ящика помножити на кількість ящиків.

Розв'язання: $2 * 3 = 6$ (кг)

Відповідь: 6 кг черешні розклали по ящиках.

Ознайомлення з величинами “ **ціна, кількість, вартість** ” здійснюється на підставі гри у магазин, або на підставі порівняння різноманітних груп величин.

- Якщо в задачі розповідається про помідори, що розклали у ящики, то які величини містить ця задача? Наведіть приклад задачі з цими величинами.

Загальна маса (кг)	Маса 1 ящику	Кількість ящиків
----------------------	--------------	------------------

- Якщо в задачі розповідається про монтера, який розрізав дріт на декілька частин, то які величини містить ця задача? Наведіть приклад задачі з такими величинами?

Загальна довжина (м)	Довжина 1 частини (м)	Кількість (шт..)
------------------------	-------------------------	--------------------

- Якщо в задачі розповідається про молоко, що розлили по бідонах, то які величини містить ця задача? Наведіть приклад задачі з такими величинами.

Загальний об'єм (л)	Об'єм 1 бідона (л)	Кількість бідонів.
-----------------------	----------------------	--------------------

- Порівняйте всі ці групи величин, що в них спільного? (В кожній групі є кількість, та саме велике значення величини названо “ загальне”; і в кожній групі є величина 1 предмету.)

- А якщо в задачі розповідається про покупку, то ця задача містить нові величини: вартість, ціна і кількість:

Вартість (грн.)	Ціна (грн.)	Кількість (шт..)
------------------	--------------	--------------------

- Коли ви купуєте, наприклад 3 іграшки ви сплачуєте гроші – гривні. Це вартість вашої покупки. Таким чином, вартість – це кількість грошей, яку повинно бути сплачено за покупку. А скільки речей – іграшок ви купили? (3 іграшки). Число 3 є значенням якої величини? (Кількості.) А кожна річ – іграшка коштує більше чи менше, ніж вартість всієї покупки? (Менше) Вартість однієї речі – це ціна. Ціна завжди пишеться на ціннику.
- Таким чином, уся покупка характеризується вартістю або загальною вартістю – кількістю грошей, що сплачено за неї; також ціною – вартістю однієї речі – кількістю грошей за 1 річ; та кількістю речей.

Загальна вартість (грвн.)	Ціна – вартість 1 речі (грвн.)	Кількість речей (шт..)
---------------------------	--------------------------------	-------------------------

- Порівняйте цю групу величин з кожною із трьох розглянутих груп. Що цікавого ви помітили? Чи є в них щось спільне? (Є – кількість та дві назви величини – вартості: “загальна” та “ 1 речі”; так само, як і у інших груп величин.)
- Повернемося до розглянутих раніше трьох груп величин. Чи є щось спільне у знаходженні загального значення кожної величини? (Так, загальне значення кожної величини (маси, довжини, об’єму) – це добуток величини (маси, довжини, об’єму)1 предмету та кількості.
- Складіть задачі з числами: ? , 5 , 9, з кожною групою величин. Розв’яжіть ці задачі усно.
- Якою дією знаходять загальне значення величини? Чому?
- Чи можна такою самою дією знайти загальну вартість покупки? Сформулюйте це правило.

Щоб знайти загальну вартість, треба ціну помножити на кількість.
загальна вартість = Ціна * кількість

- Складіть задачу з цими ж числами, але про покупку.
- Запишіть її коротко в формі таблиці.

Загальна вартість (грн.)	Ціна – вартість 1 речі (грн.)	Кількість речей (шт..)
?	5 грн.	9 шт.

- За коротким записом поясніть числа задачі. Як запитання задачі.
- Більше чи менше число за 5 отримаємо у відповіді? Чому?
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – ціну (5 грн.) та П – кількість (9 шт.).)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією множення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Так, нам відомі обидва числові значення.)
- Запишіть розв’язання задачі: $5 * 9 = 54$ (грн.)
- Запишіть відповідь: 54 грн. – вартість покупки.

Вартість	=	ціна	*	кількість
Добуток	=	1 множник	*	2 множник

Застосовуючи правила знаходження невідомого множника, учні роблять висновок про знаходження ціни або про знаходження кількості.

У подальшому навчанні розв’язуємо трійки взаємно обернених задач:

Задача. *Купили 4 іграшки по 6 грн. За кожну. Скільки грошей сплатили?*

Після пояснення чисел задачі, з'ясуємо : одна іграшка коштує 6 грн.. а 4 іграшки – у 4 рази більше , або всього грошей сплатили стільки, скільки буде по 6 грн. Взяти 4 рази. Щоб знайти вартість покупки, треба ціну помножити на кількість.

Розв'язання. $6 \cdot 4 = 24$ (грн..)

Відповідь: 24 грн. Сплатили за іграшки.

Складаємо обернені задачі.

6 , 4 , 24 . – пряма задача.

6 , 4 , 24 – 1-ша обернена задача.

За 4 однакові іграшки сплатили 24 грн. Скільки коштує 1 іграшка?

Якщо за 4 іграшки сплатили 24 грн., то 1 іграшка коштує у 4 рази менше. Щоб знайти ціну, треба вартість поділити на кількість.

Розв'язання: $24 : 4 = 6$ (грн..)

Відповідь: 6 грн. Коштує одна іграшка.

6, 4 , 24 – 2 –га обернена задача.

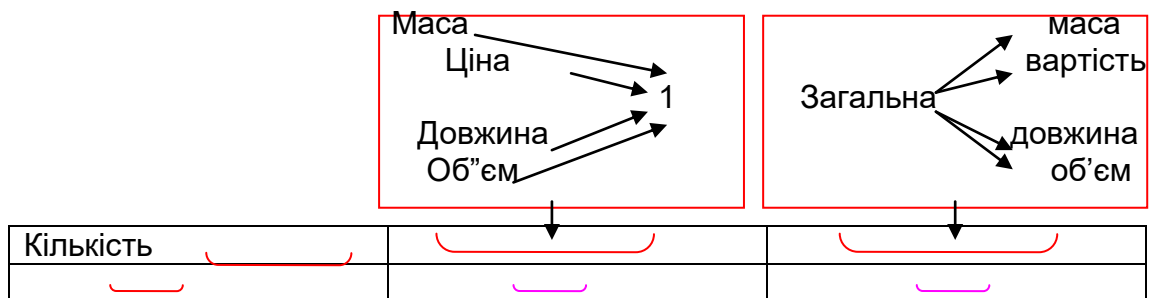
Одна іграшка коштує 6 грн. Скільки таких іграшок можна купити на 24 грн.?

Іграшок можна купити стільки, скільки разів у 24 грн. міститься по 6 грн. Щоб знайти кількість, треба вартість поділити на ціну.

Розв'язання: $24 : 6 = 4$ іграшки.

Відповідь: 4 іграшки можна купити на 24 гривні.

Опорні схеми до задач, які містять пропорційні величини можна подати в формі узагальненої таблиці з кишенями для назви величин і числових даних:



Крім визначених груп пропорційних величин задачі містять ще й інші групи пропорційних величин. Методикою роботи над задачами з пропорційними величинами передбачено під час ознайомлення з змістом задачі і аналізу умови проводити спеціальну роботу по виділенню величин, які містить задача. Наприклад, розглянемо методику роботи над задачею “ *Щоб отримати 1 кг заліза, треба 3 кг залізної руди. Скільки кілограмів заліза отримаємо із 18 кг руди?*”:

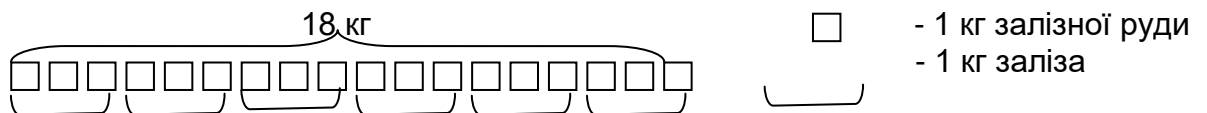
- Прочитайте задачу та уявіть про що в ній говориться. Про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається про виготовлення заліза із залізної руди: беруть залізну руду і із неї виплавляють залізо. Не із всієї залізної руди дістають залізо, а тільки із частини, тому що під час переробки залізної руди отримують не тільки залізо, але й інші продукти. Відомо: для того ,щоб отримати 1 кг заліза потрібно витратити 3

кг залізної руди .Запитується, скільки кілограмів заліза отримаємо із 18 кг залізної руди.)

- Які величини містяться в задачі? 3 кг – це значення якої величини? (В кілограмах вимірюється маса, тому 3 кг – це маса залізної руди, яку потрібно витратити на 1 кг заліза.) 18 кг – це значення якої величини? (В кг вимірюється маса, тому 18 кг – це маса залізної руди.) Щоб відрізнити ці величини, домовимося 18 кг називати загальною масою залізної руди.
- Про що запитується в задачі? (В задачі запитується “Скільки кілограмів заліза отримають?”) Яка величина вимірюється в кілограмах? (маса) Тому про яку величину запитується? (Про масу заліза.)
- Таким чином ми виділили величини: загальна маса залізної руди, маса залізної руди на 1 кг заліза, маса заліза. Ми назвали величини в такому порядку тому, що спочатку треба мати залізну руду щоб отримати залізо. Запишімо ці величини в таблиці у рядочок, а під ними запишімо їх значення. Задачі, які містять три величини записуються коротко в формі таблиці:

Загальна маса залізної Руди (кг)	Маса залізної руди на 1 кг заліза (кг)	Маса заліза (кг)
18 кг	3 кг	?

За таблицю учні пояснюють числові дані задачі і переформулюють її запитання згідно назви шуканої величини. Потім учні з'ясовують, як можна знайти масу заліза за відомими загальною масою залізної руди і масою залізної руди на 1 кілограм заліза. Маса заліза дорівнюватиме стільком кілограмам, скільки відповідно разів у загальній масі залізної руди – 18 кг вміщується маса залізної руди на 1 кг – по 3 кг:



Таким чином, щоб знайти масу заліза, треба загальну масу залізної руди поділити на масу залізної руди, яку потрібно витратити на 1 кг заліза.

- Що треба знати ,щоб відповісти на запитання задачі “Чому дорівнюватиме маса заліза?” (Треба знати два числові дані: 1 загальну масу залізної руди , відомо - 18 кг, та П – масу залізної руди на 1 кг заліза, відомо – 3 кг.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення , тому що кілограмів заліза буде стільки, скільки відповідно разів в загальній масі залізної руди вміщується маса залізної руди на 1 кг заліза.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задач? (Можна, тому що нам відомі обидва числові значення.)
- Запишіть розв’язання.
Розв’язання.
 $18 : 3 = 6$ – стільки буде кг заліза
- Запишіть відповідь.

Відповідь: 6 кг заліза можна дістати із 18 кг залізної руди.

Під час роботи над задачею після її розв’язання можна запропонувати учням пояснити числа задачі : 18, 3 , 6; і скласти обернену задачу в якій буде невідомим число 18 або число 3. Таким чином діти усвідомлюють взаємозв’язок між даними величинами, а це є дуже важливим, тому що ці величини містяться і задачах на знаходження 4-го пропорційного.

Отже, на підставі простих задач з пропорційними величинами навчаємо школярів виділяти величини задачі , записувати такі задачі коротко в формі таблиці,

пояснювати числові дані і запитання відповідно виділеним величинам, встановлювати зв'язок між шуканою величиною і даними в задачі величинами. Та частина узагальненої пам'ятки, що стосується аналізу змісту задачі доповнюється новим пунктом:

1. Прочитай задачу і уяви про що в ній говориться;
2. Виділи величини про які йде мова в задачі; виділи ключові слова;
3. Запиши задачу коротко в формі таблиці;
4. За коротким записом поясни числа задачі; яка величина є шуканою.
5. Визнач зв'язок шуканої величини з даними величинами.

Методика роботи над складеними задачами в 3-му класі.

В третьому класі роботу над задачами проводимо за пам'яткою:

Пам'ятка

- 1.Прочитай задачу і уяви те, про що в ній говориться. Про що говориться в задачі?
- 2.При повторному читанні запиши задачу коротко.
- 3.По короткому записі поясни числа задачі і питання.
- 4.Подумай, що достатньо знати, щоб відповісти на запитання задачі?
- 5.Склади план розв'язування задачі.
6. Запиши розв'язання задачі.
7. Запиши відповідь.
8. Виконай перевірку: розв'яжи задачу іншим способом або склади і розв'яжи одну з обернених задач.

Треба зазначити, що розв'язання задачі можна записати або по діях або виразом!

Таким чином, в 3-му класі ми складаємо обернені задачі не лише до простих, але й і до складених задач.

Складання обернених задач до складених задач.

- Уважно прослухайте задачу: «На автобазі було 36 машин. Після обіду приїхали ще 17 легкових і 24 вантажні машини. Скільки усього машин стало на автобазі?» Про що говориться в задачі?
- Самостійно запишіть задачу коротко. По короткому записі поясніть числа задачі. Яке питання?
- Які прості задачі містить дана задача? Сформулюйте кожен. До якого виду можна віднести дану складену задачу? Чому? Сформулюйте план розв'язання.
- Самостійно запишіть розв'язання виразом.
- Прочитайте відповідь.
- Як перевірити чи вірно розв'язана задача? (Можна розв'язати цю задачу другим способом: у першій дії довідаємося, скільки машин стало, після того, як приїхали легкові машини; а другою – скільки стало машин, після того, як приїхали вантажні машини. Якщо ми у відповіді одержимо то ж саме число, то задача розв'язана вірно.)
- Як по-іншому перевірити, чи правильно розв'язана задача? (Потрібно скласти обернену задачу і розв'язати її, якщо у відповіді до оберненої задачі ми одержимо число, що було дано у даній задачі, то дана задача розв'язана вірно.)
- Випишіть числа задачі і поясніть кожне з них.
- Складіть обернену задачу так, щоб у ній запитувалося, скільки машин спочатку було в автопарку.
- Самостійно запишіть цю задачу коротко. Розбийте її на прості, сформулюйте кожен просту задачу. До якого виду можна віднести дану складену

задачу? Чому? Який висновок можна зробити? (Оберненою задачею до задачі на знаходження суми може бути задача на знаходження невідомого доданка.)

- Запишіть план розв'язання і розв'язання задачі по діях.
- Назвіть відповідь. Порівняйте знайдене числове значення зі значенням, що було дано у початковій задачі. Який висновок можна зробити?

Види складених задач 3-го класу.

Розглянемо нові види складених задач, які вводяться в 3-му класі.

1. Складені задачі на знаходження зменшуваного.
 2. Складені задачі, які включають збільшення (зменшення) числа у кілька разів.
 3. Задачі на знаходження четвертого пропорційного, які розв'язуються способом наведення до одиниці (два види).
 4. Ускладнені задачі на знаходження четвертого пропорційного:
 - задачі, пов'язані з одиничною нормою;
 - задачі на подвійне наведення до одиниці.
 5. Задачі на знаходження суми двох добутків та обернені до них;
 6. Задачі на знаходження невідомих компонентів за сумою трьох та двох доданків.
 7. Складені задачі, які містять частини.
- Пропонуємо методику введення окремих видів складених задач.

Складені задачі на знаходження зменшуваного.

Підготовча робота.

Задача 1. Господарка купила 15 кг борошна. На печиво вона витратила 7 кг борошна, а на вареники – 5 кг. Скільки кілограмів борошна залишилося в господарки?

- Самостійно запишіть задачу коротко. По короткому записі поясніть числа задачі. Яке питання?

Було – 15 кг

Витратила - 7 кг і 5 кг

Залишилося - ?

- Складіть план розв'язування і розкажіть розв'язання по діях з поясненням.
- Розкажіть відповідь.
- Перевірте правильність рішення. Що для цього можна зробити? (Розв'язати задачу іншим способом чи скласти і розв'язати обернену задачу.)
- Розкажіть план розв'язання цієї задачі другим способом.

Ознайомлення.

- Випишіть числа задачі і поясніть кожне число. Складіть обернену задачу так, щоб запитувалося, скільки кілограмів борошна було в господарки.
- Самостійно запишіть цю задачу коротко. По короткому записі поясніть числа задачі. Яке питання задачі?

Було – ?

Витратила - 7 кг і 5 кг

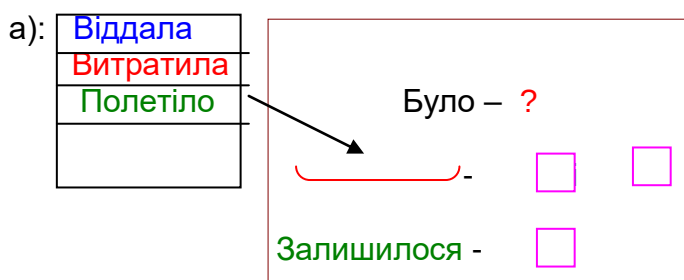
Залишилося – 3 кг

- Чим відрізняється ця задача від попередньої? (У попередній задачі відомо, скільки кг борошна було і запитувалося, скільки кг залишилося; а в даній – запитується, скільки кг борошна було спочатку, після того, як господарка почала її витрачати - зменшувати, і відомо, скільки кг залишилося. У першій задачі, треба було знайти, залишок – різницю. А в другій – число, що зменшували, зменшуване.)

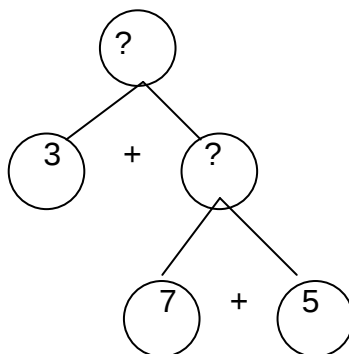
- Як знайти невідоме зменшуване? (Щоб знайти невідоме зменшуване, треба до різниці додати від'ємник.)

- Що в цій задачі виступає в ролі різниці? (Та маса борошна, що залишилася – 3 кг.) Що – в ролі від'ємника? (Та маса борошна, що витратили – 7 кг і 5 кг.)

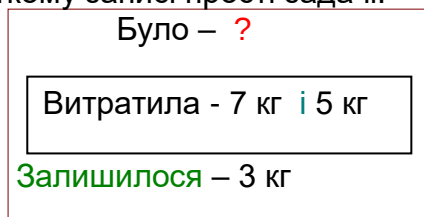
- Отже, якщо в задачі, треба знайти, скільки було, після того, як частину віддали, витратили, і т.д. і частина залишилась, то ця задача на знаходження зменшуваного. Такі задачі мають опорну схему:



- Що досить знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Досить знати два числових значення: 1 – скільки кг борошна залишилося, відомо – 3, і П – скільки кг борошна витратили, поки ще невідомо. Відповімо на запитання задачі дією додавання, тому що, щоб знайти невідоме зменшуване, треба до різниці додати від'ємник. Відразу відповісти на запитання задачі ми не можемо, тому що не знаємо, скільки кг борошна витратили. Для цього досить знати два числові значення: 1 – скільки кг борошна витратили на печиво, відомо – 7, і П – скільки кг витратили на вареники, відомо – 5. На це питання відповімо дією додавання, тому що треба дізнатися скільки усього витратила кг борошна господарка. На це питання можна відповісти відразу, тому що відомо обидва числові значення. Аналіз закінчений.)



- Покажіть на короткому записі прості задачі.



- Складіть план рішення задачі. (1.Першою дією ми довідаємося скільки кілограмів борошна усього витратили. 2.Другою дією ми довідаємося, скільки кілограмів борошна було.)

- Запишіть розв'язання задачі по діях з поясненням і виразом.
- Прочитайте відповідь.
- Складіть задачу на знаходження зменшуваного з цими ж числами, але з іншою ситуацією.
- Складіть план розв'язування. Порівняйте його з планом розв'язування попередньої задачі.
- Розкажіть розв'язання.
- Порівняйте цю задачу з попередньою. Що в них спільного? Який висновок можна зробити? (Ми змінили ситуацію задачі, але числа і зв'язки між ними залишили колишніми, і це не привело до зміни рішення задачі.)
- Змініть числові дані задачі. Зробіть зміни в короткому записі.
- У короткому записі виділіть прості задачі. Що цікавого ви помітили? Який висновок можна зробити? (Що всі ці задачі мають однакову структуру)
- Якщо задачі мають однакову математичну структуру, то який висновок можна зробити щодо плану розв'язування задачі? (Він буде однаковим із попереднім: першою дією довідаємося скільки усього відняли, а другою – скільки було спочатку.)
- Складіть вираз. Розкажіть відповідь.

Задачі на знаходження четвертого пропорційного, які розв'язуються способом наведення до одиниці.

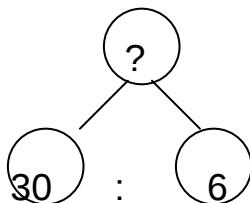
Підготовча робота.

Прослухайте задачу та уявіть про що в ній розповідається: “ Маса 6 однакових гусей складає 50 кг. Яка маса 1 гуски?”

- Про що розповідається в задачі? Що означає вислів “однакових гусей”? Що в них повинно бути однаковим: колір, маса й тощо? (В них однакова маса)
- Які величини містить ця задача?
- Запишімо на дошці цю задачу коротко в формі таблиці:

Маса 1 гуся (кг)	Кількість гусей (шт..)	Загальна маса (кг)
Однакова - ?	6 шт.	30 кг

- За коротким записом поясніть, що означають числа задачі.
- Про що запитується в задачі?
- Як пов'язані між собою величини? Як знайти загальну масу? Чому? Як знайти масу 1 гуся? Чому? Як знайти кількість гусей?
- Назвіть запитання задачі. Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – загальну масу гусей , відомо 30 кг; та П – кількість гусей, відомо 6.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? Дією ділення.
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі?



- Запишіть на дошці розв'язок задачі.
- Запишіть на дошці. відповідь.

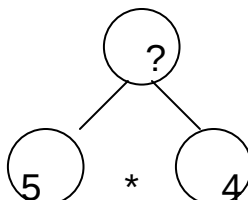
Задача. Маса гуся 5 кг. Яка маса 4 таких самих гусей?

- Прочитайте задачу та уявіть про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі?
- Які величини містить ця задача? (Маса 1 гуся, кількість гусей, загальна маса.)

- Запишімо на дошці цю задачу коротко в формі таблиці:

Маса 1 гуся (кг)	Кількість гусей (шт..)	Загальна маса (кг)
5 кг	4 шт.	?

- За коротким записом поясніть, що означають числа задачі.
- Про що запитується в задачі?
- Як пов'язані між собою величини? Як знайти загальну масу? Чому? Як знайти масу 1 гуся? Чому? Як знайти кількість гусей?
- Назвіть запитання задачі. Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – масу 1 гуся, відомо 5 кг; та П – кількість гусей, відомо 4.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? Дією множення.
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі?



- Запишіть на дошці розв'язок задачі.
- Запишіть на дошці. відповідь.

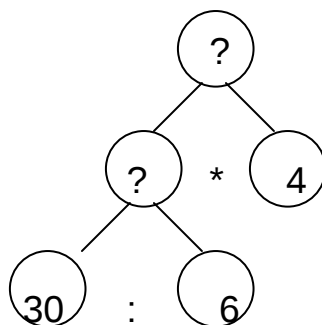
Ознайомлення з задачами на знаходження четвертого пропорційного, які розв'язуються способом наведення до одиниці. (1 вид).

- А тепер уважно прослухайте задачу та уявіть про що в ній розповідається: “ Маса 6 однакових гусей складає 30 кг. Яка маса 4 таких самих гусей?”
- Про що розповідається в цій задачі?
- Які величини містить ця задача? Розгляньте короткий запис цієї задачі.

	Маса 1 гуся (кг)	Кількість гусей (шт..)	Загальна маса Гусей (кг)
1.		6 шт.	30 кг
	?, однакова		
П.		4 шт.	?

- За таблицею поясніть числа задачі. Що означає однакова величина. Яке запитання задачі? У відповіді ми отримаємо більше чи менше число за 30, чому?
- Порівняйте цю задачу з попередніми, що ви помітили цікавого?
- Дана задача складається з двох попередніх задач – вона складена.
- Повторіть запитання задачі.
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – масу 1 гуся, невідомо, та П – кількість гусей , відомо 4.) Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією множення: щоб знайти загальну масу треба масу 1 гуски помножити на кількість гусок.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Не можна, ми не знаємо масу 1 гуся.)
- Що сказано в задачі про масу 1 гуся в першому та другому випадках? (Маса 1 гуся і в першому і в другому випадках однакова.) Що це означає? (Можна знайти масу 1 гуся у першому випадку.)
- Що треба знати, щоб знайти масу 1 гуся – однакову величину? (Треба знати два числові значення стосовно першого випадку: 1 – загальну масу гусей, відомо 30 кг, та П – кількість гусей , відомо 6 шт.) Якою арифметичною дією відповімо на запитання ? (дією ділення: щоб знайти масу 1 гуся, треба загальну масу поділити на кількість.)

- Чи можна на це запитання відповісти відразу?



- Складіть план розв'язування задачі.
- Запишіть розв'язок.
 - 3) $30 : 6 = 5$ (кг) – маса 1 гуся, однакова величина
 - 4) $5 * 4 = 20$ (кг) – загальна маса 4 гусей
- Запишіть відповідь.
- Повернемося до нашого припущення, чи вірно ми припустили ,що у відповіді буде число менше за 30?

На підставі порівняння текстів наступних задач на знаходження четвертого пропорційного та їх розв'язків, учні встановлюють: в кожній задачі є три величини, при чому одна з них однакова. Невідомим є загальне значення величини. А також, в кожній задачі є два випадки. Ці задачі належать до одного виду – такі задачі називаються - задачі на знаходження четвертого пропорційного. Першою дією в таких задачах ми дізнаємося про однакову величину, тому що не дізнаючись про неї ми не зможемо відповісти на запитання задачі. Другою дією в таких задачах ми відповідаємо на запитання задачі, дізнаємося про загальне значення величини.

В цій задачі однаковою є маса 1 гуся, тобто величина 1 одиниці. Знаходження величини однієї одиниці є ключем до розв'язання таких задач. Тому кажуть, що задачі на знаходження четвертого пропорційного розв'язуються способом наведення до одиниці.

Ознайомлення з задачами на знаходження четвертого пропорційного, які розв'язуються способом наведення до одиниці. (П вид)

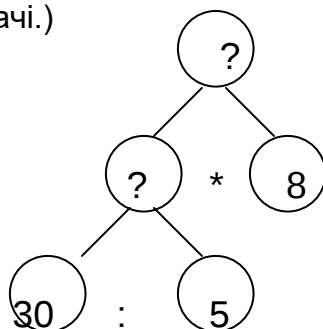
Допоміжна задача.

- Прочитайте задачу: *За 5 годин роботи двигуна витратили 30 л пального. Скільки потрібно літрів пального для 8 годин роботи двигуна?*
- Уявіть про що в ній розповідається?
- Про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається про двигун, який працював , витрачаючи для цього пальне.)
- Що нам відомо в задачі? (Відомо, що за 5 годин роботи двигун витратив 30 л пального ; відомо, що потім він працював ще 8 годин.)
- Про що запитується в задачі? (Скільки літрів пального витратив двигун за 8 годин?)
- Про які величини йде мова в задачі? Яка величина вимірюється в годинах? (В годинах вимірюється час. В цій задачі – час роботи двигуна.) Яка величина вимірюється в літрах? (В літрах вимірюється об'єм. В цій задачі – об'єм пального.)
- Яка величина пов'язує об'єм пального та час роботи? (Об'єм пального за 1 годину.)
- Як ви вважаєте, чи є в цій ситуації однакова величина? Так, об'єм пального за 1 годину у одного й того самого двигуна завжди однаковий.

- Чи можна виділити ключові слова в задачі? (В задачі немає ключових слів, але йде мова про два випадки: 1 та П.) Запишемо задачу коротко в формі таблиці.

	Загальний об'єм пального (л)	Об'єм пального За 1 годину (л)	Час роботи (год.)
1	30 л		5 год.
		однаковий	
П	?		8 год.

- За коротким записом поясніть числа задачі. Що означає однакова величина.
- Як пов'язаний об'єм пального за 1 годину з загальним об'ємом пального та часом роботи? (Щоб знайти об'єм пального за 1 годину треба загальний об'єм поділити на час роботи.)
- Як пов'язаний загальний об'єм пального з об'ємом пального за 1 годину та часом роботи? (Щоб знайти загальний об'єм треба об'єм пального за 1 годину помножити на час роботи.)
- Яке запитання задачі? (Скільки пального витрачено за 8 годин роботи?)
- Як ви вважаєте більше чи менше пального витрачено у другий раз, ніж у перший? (У другий раз витрачено пального більше, ніж у перший – 30 л, тому що, у другий раз двигун працював більше часу.)
- Повторіть запитання задачі.
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі?(Треба знати два числові значення: 1 – витрату пального за 1 годину , невідомо , та П – час роботи, відомо 8 години.) Якою дією відповімо на запитання задачі? (Дією множення)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні , тому що ми не знаємо витрату пального за 1 годину – це однакова величина, тому її можна знайти за двома даними величинами 1-го випадку .)
- Що треба знати, щоб знайти об'єм пального за 1 годину? (Треба знати два числові значення: 1 – загальний об'єм пального, відомо 30 л, та П – час роботи, відомо 5 години.) Якою дією відповімо на запитання? (Дією ділення.)
- Тепер можна відповісти на запитання задачі? (Так, ми від запитання прийшли до числових даних задачі.)



- Складіть план розв'язування задачі.(Першою дією дізнаємося про об'єм пального, який витрачає двигун за 1 годину. Другою дією дізнаємося про об'єм пального, який витратив двигун за 8 годин.)
- Покажемо на короткому записі першу просту задачу, на запитання якою ми відповімо першою дією:

	Загальний об'єм пального (л)	Об'єм пального За 1 годину (л)	Час роботи (год.)
1	30 л		5 год.
		?	
		однаковий	
П	? л		8 год.

-

- Запишіть розв'язання.

1) $30 : 5 = 6$ (л) витрачає двигун за 1 годину

2) $6 * 8 = 48$ (л) витратив двигун за 8 годин

Розв'язання можна записати виразом : $30 : 5 * 8 = 48$ (л)

- Запишіть відповідь до задачі. (Відповідь: 48 л пального витратив двигун за 8 годин.)
- Як перевірити, чи вірно ми розв'язали цю задачу? (Можна скласти обернену задачу і розв'язати її.)
- Випишіть у рядочок всі числа даної задачі. Поясніть, що означає кожне число.

30, 5, 48, 8 – пряма задача.

- Складіть обернену задачу так, щоб шуканим було число 8.

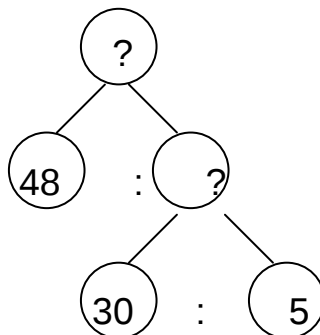
30, 5, 48, 8.

За 5 годин роботи двигуна витратили 30 л пального. На скільки годин роботи двигуна вистачить 48 л пального ?

- Виконайте зміни в короткому записі на дошці:

	Загальний об'єм пального (л)	Об'єм пального За 1 годину (л)	Час роботи (год.)
1	30 л		5 год.
		однаковий	
П	48 л		?

- Назвіть запитання цієї задачі? Більше чи менше число отримаємо у відповіді? Чому?
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі?(Треба знати два числові значення: 1 – загальний об'єм пального , 48 , та П – витрату пального за 1 годину, невідомо) Якою дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні , тому що ми не знаємо витрату пального за 1 годину – це однакова величина, тому її можна знайти за двома даними величинами 1-го випадку .)
- Що треба знати, щоб знайти об'єм пального за 1 годину? (Треба знати два числові значення: 1 – загальний об'єм пального, відомо 30 л, та П – час роботи, відомо 5 години.) Якою дією відповімо на запитання? (Дією ділення.)
- Тепер можна відповісти на запитання задачі? (Так, ми від запитання прийшли до числових даних задачі.)



- Розкажіть план розв'язування цієї задачі. (Першою дією дізнаємося про однакову величину – об'єм пального, який витрачає двигун за 1 годину. Другою дією відповімо на запитання задачі, дізнаємося на скільки годин вистачить 48 л пального.)
- Покажемо на короткому записі першу просту задачу, на запитання якою ми відповімо першою дією:

	Загальний об'єм пального (л)	Об'єм пального За 1 годину (л)	Час роботи (год.)
1	30 л	?	5 год.
		однаковий	
П	48 л		? год.

- Порівняйте план розв'язування прямої і оберненої задач. Що цікавого ви помітили? (Обидві задачі містять однакову першу просту задачу, в якій запитується про об'єм пального за 1 годину. Тому вони мають одну й ту саму першу дію.)
- А чим буде відрізнятися розв'язання прямої та оберненої задач? (Другою дією – в оберненій задачі це буде дія ділення.)
- Запишіть розв'язання.

1) $30 : 5 = 6$ (л) витрачає двигун за 1 годину

2) $48 : 6 = 8$ – за стільки годин витратить двигун 48 л

Розв'язання можна записати виразом: $48 : (30 : 5) = 8$

- Запишіть відповідь до задачі. (Відповідь: за 8 годин витратить двигун 48 л пального.)
- Який висновок можна зробити щодо перевірки вірності розв'язання прямої задачі? (Ми її розв'язали вірно, тому що у відповіді у оберненій задачі ми отримали число 8, яке було дано в прямій задачі.)
- Ми не лише перевірили вірність розв'язання задачі, а й розв'язали задачу іншого виду. Порівняйте умови цих задач? Чим вони схожі? (Обидві задачі містять три пропорційні величини, одна з яких однакова; в обох задачах є два випадки: при чому стосовно першого випадку дані значення двох величин, а стосовно другого випадку – лише однієї, а значення другої величини є шуканим.) Таким чином, обидві задачі містять чотири пропорційні числа, одне з яких є шуканим. Такі задачі називаються задачами на знаходження 4-го пропорційного.
- Чим відрізняються ці задачі? (В першій задачі, шуканим було значення величини, яка є загальною – вона знаходиться дією множення; а в другій задачі шуканим є значення величини, яка знаходиться дією ділення.)
- Цю відмінність і покладено в основу класифікації таких задач: задачі, в яких треба знайти значення загальної величини дією множення – це задачі 1-го виду; а задачі, в яких шукана величина знаходиться дією ділення – це задачі П-го виду.
- А що спільного в планах розв'язування задач 1-го та П-го виду? (Першою дією знаходимо значення однакової величини. Другою дією відповідаємо на запитання задачі.)

Формування умінь розв'язувати задачі на знаходження 4-го пропорційного, способом наведення до одиниці.

На ступені формування умінь розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного після розв'язання задачі одного виду пропонуємо скласти одну із обернених задач іншого виду; порівнюємо їх розв'язки.

Наведемо приклади взаємнообернених задач:

Пряма задача. *На 6 скатертин кравчиня витратила 30 м тканини. Скільки метрів тканини потрібно на 4 такі самі скатертини?*

Розв'язання.

1) $30 : 6 = 5$ (м) тканини йде на 1 скатертину;

2) $5 * 4 = 20$ (м) тканини йде на 4 скатертини.

$30 : 6 * 4 = 20$ (м)

Відповідь: 20 м тканини потрібно на 4 такі самі скатертини.

6, 30, 4, 20 - пряма задача.

6, 30, 4, 20 - перша обернена задача.

На 4 скатертини кравчия витратила 20 м тканини. Скільки метрів тканини потрібно на 6 таких самих скатертин?

Розв'язання.

1) $20 : 4 = 5$ (м) тканини йде на 1 скатертину;

2) $5 * 6 = 30$ (м) тканини йде на 6 скатертин.

Або $20 : 4 * 6 = 30$ (м)

Відповідь: 30 м тканини потрібно на 6 таких самих скатертин.

6, 30, 4, 20 - друга обернена задача.

На 4 скатертини кравчия витратила 20 м тканини. Скільки таких самих скатертин вийде з 30 метрів тканини?

Розв'язання.

1) $20 : 4 = 5$ (м) тканини йде на 1 скатертину;

2) $30 : 5 = 6$ стільки вийде скатертин.

Або $30 : (20 : 4) = 6$

Відповідь: 6 таких самих скатертин вийде з 30 м тканини.

6, 30, 4, 20 - третя обернена задача.

На 6 скатертин кравчия витратила 30 м тканини. Скільки таких самих скатертин вийде з 20 метрів тканини?

Розв'язання.

1) $30 : 6 = 5$ (м) тканини йде на 1 скатертину;

2) $20 : 5 = 4$ стільки вийде скатертин.

Або $20 : (30 : 6) = 4$

Відповідь: 4 такі самі скатертини вийде з 20 м тканини.

Треба зазначити, що на ступені формування умінь і навичок, коли учні відразу впізнають задачу і можуть записати розв'язання виразом, можна відходити від запису задачі в формі таблиці і пропонувати учням більш лаконічний короткий запис – в схематичній формі. Наприклад: *На 6 скатертин кравчия витратила 30 м тканини. Скільки таких самих скатертин вийде з 20 метрів тканини?*

6 шт. – 30 м
? – 20 м

На цьому ступні учні познайомити учнів з двома способами наведення до одиниці – прямим і оберненим. Спосіб прямого наведення до одиниці полягає в тому що ми знаходимо величину однієї одиниці для тієї величини, до якої в задачі дані обидва значення. Спосіб оберненого наведення до одиниці призводиться до того, що знаходять відповідне значення одиниці тієї величини, для якої в умові указано лише одне дане (одне значення). Наприклад, розглянемо задачу: Із 40 кг борошна випекти 160 батонів. Скільки батонів випечуть з 240 кг борошна, якщо на кожний батон витрачають однакову масу борошна?

1) Спосіб прямого наведення до одиниці:

	Загальна маса борошна (г)	Маса 1 батона (г)	Кількість батонів (шт..)
1	40 кг=40000 г		160 шт.
		однакова	
П	240 кг=240000 г		?

Розв'язання

- 1) $40000 : 160 = 250$ (г) – маса 1 батона
 2) $240000 : 250 = 960$ – стільки штук батонів випечуть з 240000 г = 240 кг борошна.
 Або $240000 : (40000 : 160) = 960$
 2) Спосіб оберненого наведення до одиниці:

	Загальна маса борошна (г)	Кількість батонів з 1 кг борошна (шт.)	Кількість батонів (шт.)
1	40 кг		160 шт.
		однакова	
П	240 кг		? г

Розв'язання

- 1) $160 : 40 = 4$ (шт..) батонів отримують з 1 кг борошна
 2) $4 * 240 = 960$ (шт..) батонів отримають з 240 кг борошна.
 Або $160 : 40 * 240 = 960$ (шт.)
 Відповідь: 960 батонів випечуть з 240 кг борошна.

Задачі на знаходження суми двох добутків та обернені до них.**Підготовча робота.**

На даному ступні розв'язуємо прості задачі з пропорційними величинами.

Задача 1. Хлопчик купив 7 олівців по 3 грн. за кожний. Скільки грошей він сплатив за олівці?

Після уявлення ситуації, про яку йде мова в задачі, учні визначають величини і записують її коротко в формі таблиці:

Вартість (грн..)	Ціна (грн..)	Кількість (шт..)
?	3 грн.	7 шт.

Пояснивши за коротким записом числа задачі і запитання, учні згадують правило знаходження вартості покупки за відомими ціною та кількістю; та записують розв'язання задачі:

$$3 * 7 = 21 \text{ (грн..)}$$

Відповідь: 21 грн. сплатив хлопчик за олівці.

Задача 2. Хлопчик купив 4 ручки по 5 гривень за кожну. Скільки грошей хлопчик сплатив за ручки?

Вартість (грн..)	Ціна (грн..)	Кількість (шт..)
?	5 грн.	4 шт.

Розв'язання

$$5 * 4 = 20 \text{ (грн..)}$$

Відповідь: 20 грн. сплатив хлопчик за ручки.

Ознайомлення.

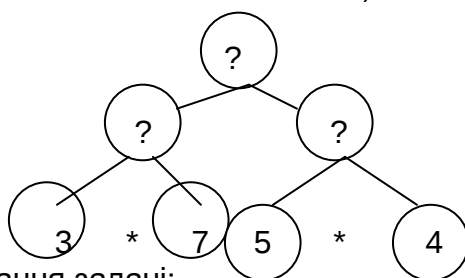
Задача 3. Хлопчик купив 7 олівців по 3 грн. за кожний та 4 ручки по 5 грн. Скільки грошей сплатив хлопчик за всю покупку?

Порівнюємо цю задачу з попередніми: учні встановлюють, що ця задача складається з двох попередніх задач. Об'єднаємо короткі записи попередніх задач:

Вартість (грн..)	Ціна (грн..)	Кількість (шт..)
?	3 грн.	7 шт.
?	?	
?	5 грн.	4 шт.

За коротким записом пояснюємо числа задачі. Повторюємо запитання: „Скільки грошей сплатив хлопчик за покупку?”

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Потрібно знати два числові значення : 1 – вартість олівців, невідомо, та П – вартість ручок, невідомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, нам не відомо: 1 – вартість олівців, та невідомо П – вартість ручок.)
- Що треба знати, щоб знайти вартість олівців? (Треба знати два числові значення: 1 – ціну олівців, відомо 3 грн., та П – кількість олівців, відомо, 7 шт.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи зможемо ми тепер відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо вартість ручок.)
- Що треба знати, щоб знайти вартість ручок? (Треба знати два числові значення: 1 – ціну ручки, відомо , 5 грн., та П – кількість ручок, відомо 4 шт.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи можна тепер відповісти на запитання задачі? (Так, ми від запитання перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



Складаємо план розв'язування задачі:

Першою дією дізнаємося про вартість олівців. Покажемо це на короткому записі.

Другою дією дізнаємося про вартість ручок. Покажемо це на короткому записі.

Третьою дією дізнаємося про вартість всієї покупки. Покажемо це на короткому записі.

	Вартість (грн..)	Ціна (грн.)	Кількість (шт..)
1)	?	3 грн.	7 шт.
3)	}		
2)	?	5 грн.	4 шт.

Розв'язання

1) $3 * 7 = 21$ (грн..) вартість олівців;

2) $5 * 4 = 20$ (грн..) вартість ручок;

3) $21 + 20 = 41$ (грн..) вартість покупки.

Або $3 * 7 + 5 * 4 = 41$ (грн..)

Відповідь: 41 гривню сплатив хлопчик за всю покупку.

Для узагальнення математичної структури таких задач та способу їх розв'язання , пропонуємо учням скласти аналогічну задачу з тими самими числами, але з іншими величинами. Склавши таку задачу учні впевнюються, що її розв'язувати немає необхідності: розв'язок ми вже маємо, лишилося лише поправити пояснення. Потім учням пропонується залишити тими самими величини, але змінити числа задачі. Учні впевнюються: хоча ми й змінили числа, але зв'язки між ними лишилися сталими, тому ця задача матиме такий самий план розв'язування:

Першою дією дізнаємося про загальну величину в першому випадку.

Другою дією дізнаємося про загальну величину в другому випадку.

Третьою дією дізнаємося про загальне значення для обох випадків, і відповімо на запитання задачі.

Повернемося до задачі 3. Складаємо обернені задачі.

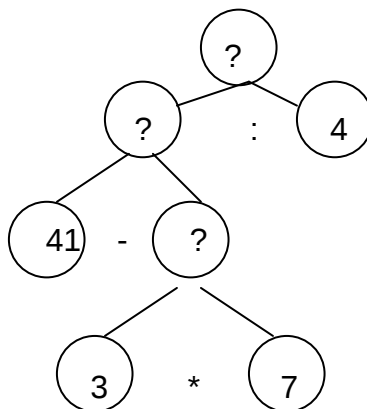
3 , 7 , 5 , 4 , 41 - пряма задача.

3 , 7 , 5 , 4 , 41 - перша обернена задача.

Хлопчик купив 7 олівців по 3 грн. за кожний та 4 ручки. Скільки грошей коштувала ручка, якщо за всю покупку хлопчик сплатив 41 грн.?

Вартість (грн..)	Ціна (грн..)	Кількість (шт..)
?	3 грн.	7 шт.
} 41 грн.		
?	?	4 шт.

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Потрібно знати два числові значення: 1 вартість ручок, невідомо, та П – кількість ручок, відомо 4 шт.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо вартість ручок.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Потрібно знати два числові значення : 1 – вартість всієї покупки, відомо 41 грн., та П – вартість олівців, невідомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання ? (Дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання ? (Ні, нам не відома вартість олівців)
- Що треба знати, щоб знайти вартість олівців? (Треба знати два числові значення: 1 – ціну олівців, відомо 3 грн., та П – кількість олівців, відомо, 7 шт.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення.)
- Чи зможемо ми тепер відповісти на запитання задачі? (Так, ми від запитання перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



Складаємо план розв'язування задачі:

Першою дією дізнаємося про вартість олівців. Покажемо це на короткому записі.

Другою дією дізнаємося про вартість ручок. Покажемо це на короткому записі.

Третьою дією дізнаємося про ціну ручки. Покажемо це на короткому записі.

	Вартість (грн...)	Ціна (грн.)	Кількість (шт..)
1)	?	3 грн.	7 шт.
2)	41 грн.		
3)	?	?	4 шт.

Розв'язання

- 1) $3 * 7 = 21$ (грн..) вартість олівців;
 - 2) $41 - 21 = 20$ (грн..) вартість ручок;
 - 3) $20 : 4 = 5$ (грн..) ціна ручки.
- Або $(41 - 3 * 7) : 4 = 5$ (грн..)

Відповідь: 5 гривень коштує ручка.

3 , 7 , 5 , 4 , 41 - друга обернена задача.

Хлопчик купив 7 олівців та 4 ручки по 5 грн. за кожну ручку. Скільки коштує олівець, якщо за всю покупку він сплатив 41 грн.?

Складаємо короткий запис цієї задачі. Показуємо прості задачі на короткому записі і розказуємо план розв'язування задачі.

	Вартість (грн...)	Ціна (грн.)	Кількість (шт..)
1)	?	?	7 шт.
2)	41 грн.		
3)	?	5 грн.	4 шт.

Розв'язання

- 4) $5 * 4 = 20$ (грн..) вартість ручок;
 - 5) $41 - 20 = 21$ (грн..) вартість олівців;
 - 6) $21 : 7 = 3$ (грн..) ціна олівця.
- Або $(41 - 5 * 4) : 7 = 3$ (грн..)

Відповідь: 3 гривні коштує олівець.

3 , 7 , 5 , 4 , 41 - третя обернена задача.

Хлопчик купив олівців по 3грн. за кожний та 4 ручки по 5 грн. за кожну ручку. Скільки олівців купив хлопчик, якщо за всю покупку він сплатив 41 грн.?

Складаємо короткий запис цієї задачі. Показуємо прості задачі на короткому записі і розказуємо план розв'язування задачі.

	Вартість (грн...)	Ціна (грн.)	Кількість (шт..)
1)	?	3 грн.	?
2)	41 грн.		
3)	?	5 грн.	4 шт.

Розв'язання

- 7) $5 * 4 = 20$ (грн..) вартість ручок;
 - 8) $41 - 20 = 21$ (грн..) вартість олівців;
 - 9) $21 : 3 = 7$ стільки олівців.
- Або $(41 - 5 * 4) : 3 = 7$

Відповідь: 7 олівців купив хлопчик.

3 , 7 , 5 , 4 , 41 - четверта обернена задача.

Хлопчик купив 7 олівців по 3 грн. за кожний та 4 ручки. Скільки грошей коштувала ручка, якщо за всю покупку хлопчик сплатив 41 грн.?

	Вартість (грн...)	Ціна (грн.)	Кількість (шт..)
1)	?	3 грн.	7 шт.
2)	41 грн.		
3)	?	5 грн.	?

Розв'язання

- 1) $3 * 7 = 21$ (грн..) вартість олівців;
 2) $41 - 21 = 20$ (грн..) вартість ручок;
 3) $20 : 5 = 4$ стільки ручок.
 Або $(41 - 3 * 7) : 5 = 4$
 Відповідь: 4 ручки купив хлопчик.

Задача 4. Батько купив 5 сіток картоплі по 6 кг в кожній та 2 сітки моркви. Всього він купив 38 кг овочів. Яка маса сітки з морквою?

Складаємо короткий запис в формі таблиці , показуючи на короткому записі прості задачі розповідаємо план розв'язування задачі:

	Загальна маса (кг)	Маса 1 сітки (кг)	Кількість (шт..)
1)	?	6 кг	5 шт.
2)	38 кг		
3)	?	?	2 шт.

План розв'язування задачі:

- Першою дією дізнаємося про загальну масу картоплі.
 Другою дією дізнаємося про загальну масу моркви.
 Третьою дією відповімо на запитання задачі і дізнаємося про масу 1 сітки з морквою.

Розв'язання

- 1) $6 * 5 = 30$ (кг) загальна маса картоплі;
 2) $38 - 30 = 8$ (кг) загальна маса моркви;
 3) $8 : 2 = 4$ (кг) маса 1 сітки з морквою.
 Або $(38 - 6 * 5) : 2 = 4$ (кг)

Відповідь: 4 кг маса сітки з морквою.

Після розв'язання задачі пропонуємо учням скласти обернену задачу, в якій потрібно знайти загальну масу овочів і розв'язати її.

Складені задачі , які містять збільшення або зменшення числа у кілька разів.

Після введення простих задач на збільшення чи зменшення числа у кілька разів, спочатку вводиться складена задача на знаходження суми, яка містить збільшення (зменшення) числа у кілька разів.

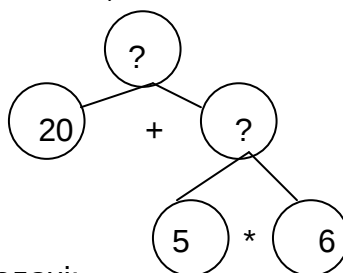
Задача 1. У господарки 20 уток, 5 індиків, а гусей в 6 разів більше, ніж індиків. Скільки всього водоплаваючих птиць у господарки?

Короткий запис до таких задач виконується схематично:

Індики – 5 шт.	
Гусі - ?, в 6 разів б., ніж індиків	}
Утки – 20 шт.	
	?

Після пояснення чисел задачі, учні називають її запитання: *Скільки всього водоплаваючих птиць у господарки?*

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Потрібно знати два числові значення: 1 кількість гусей, невідомо, та П – кількість уток, відомо, 20)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо кількість гусей.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Потрібно знати два числові значення: 1 – кількість індиків, відомо 5, та П – у скільки разів більше гусей, ніж індиків, відомо, у 6.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання? (Дією множення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання? (Так, ми від запитання перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



Складаємо план розв'язування задачі:

Першою дією дізнаємося про кількість гусей. Покажемо це на короткому записі.

Другою дією дізнаємося про загальну кількість водоплаваючих птахів. Покажемо це на короткому записі.

Індики – 5 шт.	
Гусі - ?, в 6 разів б., ніж	}
Утки – 20 шт.	
	?

Розв'язання

1) $5 * 6 = 30$ (шт..) гусей;

2) $20 + 30 = 50$ (шт..) уток і гусей.

Або $20 + 5 * 6 = 50$ (шт..)

Відповідь: 50 водоплаваючих птиць у господарки.

Після розв'язання цієї задачі можна скласти і розв'язати обернену задачу, в якій потрібно знайти кількість уток.

Далі пропонуються складені задачі, які містять дворазове збільшення або зменшення числа у кілька разів.

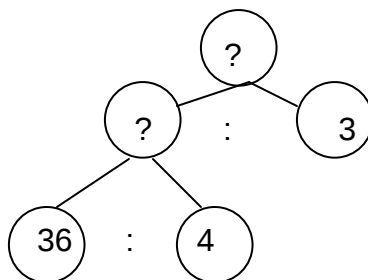
Задача 2. *На обід витратили 36 кг картоплі, а капусти у 4 рази менше, ніж картоплі, а цибулі в 3 рази менше, ніж капусти. Скільки кілограмів цибулі витратили?*

Картопля – 36 кг Капуста - ?, у 4 рази менше, ніж картоплі Цибуля - ?, у 3 рази менше, ніж капусти
--

Пояснюємо числа задачі: число 36 означає масу картоплі, число 4 означає у скільки разів менше капусти, ніж картоплі витратили, число 3 показує у скільки

разів менше витратили цибулі, ніж капусти. Запитання задачі: *Скільки кілограмів цибулі витратили?*

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Потрібно знати два числові значення: 1 – масу капусти, невідомо, та П – у скільки разів менше витратили цибулі, ніж капусти, відомо – у 3.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо масу капусти.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Потрібно знати два числові значення : 1 – масу картоплі, відомо 36 кг, та П – у скільки разів менше капусти, ніж картоплі, відомо, у 4.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання ? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання ? (Так, ми від запитання перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



Складаємо план розв'язування задачі:

Першою дією дізнаємося про масу капусти. Покажемо це на короткому записі.
Другою дією дізнаємося про масу цибулі. Покажемо це на короткому записі.

Картопля – 36 кг	
Капуста - ?, у 4 рази менше, ніж	
Цибуля - ?, у 3 рази менше, ніж капусти	

Розв'язання

- 1) $36 : 4 = 9$ (кг) капусти витратили;
 - 2) $9 : 3 = 3$ (кг) цибулі витратили.
- Або $36 : 4 : 3 = 3$ (кг)

Відповідь: 3 кг цибулі витратили на обід.

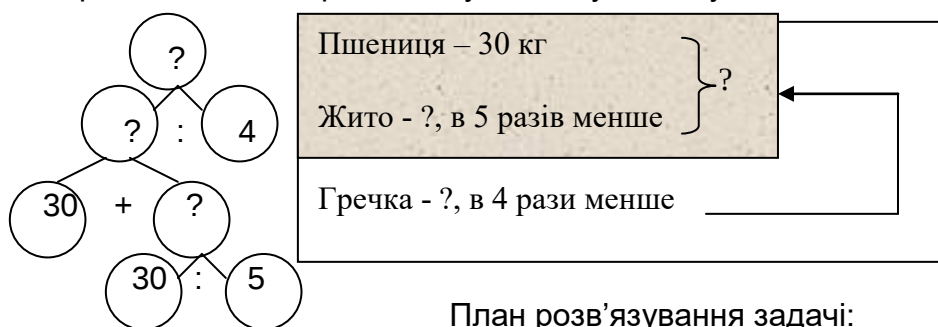
В 3-му класі пропонуються задачі, які містять збільшення або зменшення числа у кілька разів наступних математичних структур:

Задача 3. *На дослідній ділянці у господарстві посіяли 30 кг пшениці, жита – в 5 разів менше, ніж пшениці, а гречки - в 4 рази менше, ніж пшениці та жита разом. Скільки посіяли гречки?*

Складаємо схематичний короткий запис:

Пшениця – 30 кг	} ? ←
Жито - ?, в 5 разів менше	
Гречка - ?, в 4 рази менше	

Якщо учні відразу, після пояснення чисел задачі можуть скласти план розв'язування задачі, виділивши на короткому записі прості задачі, то переходимо до розв'язання. В противному випадку, виконуємо повний аналіз.



План розв'язування задачі:

Першою дією дізнаємося про масу жита.

Другою дією дізнаємося про загальну масу пшениці і жита.

Третьою дією дізнаємося про масу гречки і відповімо на запитання задачі.

Розв'язання

- 1) $30 : 5 = 6$ (кг) жита;
 - 2) $30 + 6 = 36$ (кг) пшениці і жита;
 - 3) $36 : 4 = 9$ (кг) гречки.
- Або $(30 + 30 : 5) : 4 = 9$ (кг)

Відповідь: 9 кг гречки посіяли.

Задача 4. Старший хлопчик зрізав 27 качанів капусти, а молодший в 3 рази менше. Усю капусту хлопчики склали в кошики , по 9 качанів у кожний. Скільки знадобилося кошиків?

Ст.. хлопчик – 27 шт.	} ?, розклали по 9 шт. у кожний кош. - ? кош.
Мол. хлопчик - ?, в 3 рази менше	

Якщо учні відразу, після пояснення чисел задачі можуть скласти план розв'язування задачі, виділивши на короткому записі прості задачі, то переходимо до розв'язання. В противному випадку, виконуємо повний аналіз.

Ст.. хлопчик – 27 шт.	} ?, розклали по 9 шт. у кожний кош. - ?
Мол. Хлоп.- ?, в 3 рази менше	

План розв'язування задачі:

Першою дією дізнаємось про кількість качанів, які зрізав молодший хлопчик.

Другою дією дізнаємось про кількість качанів, які зрізали обидва хлопчики.

Третьою дією дізнаємось про кількість кошиків і відповімо на запитання задачі.

Розв'язання.

- 1) $27 : 3 = 9$ (шт..) качанів зрізав молодший хлопчик;
 - 2) $27 + 9 = 36$ (шт..) качанів зрізали обидва хлопчики;
 - 3) $36 : 9 = 4$ – стільки потрібно кошиків.
- Або $(27 + 27 : 3) : 9 = 4$
- Відповідь: 4 кошика потрібно.

Ускладнені задачі на знаходження четвертого пропорційного, які розв'язуються способом наведення до одиниці.

Задачі, пов'язані з одиничною нормою.

Якщо в задачах з пропорційними величинами одну з величин задати не однаковими числовими значеннями, а їх різницею відношенням, то отримаємо ускладнену задачу на знаходження четвертого пропорційного, інакше їх називають задачами, пов'язаними з одиничною нормою. Розглянемо методику введення задач даного виду.

Підготовча робота.

На ступені підготовчої роботи розв'язуються задачі на знаходження четвертого пропорційного, а також задачі, в яких величина однієї одиниці не є однакою та дано її значення для першого випадку, а для другого - різницеве або кратне відношення. Наприклад:

Задача 1. Вівці на кожний день необхідно 5 л води, а ягняті – на 2 л менше. Скільки літрів води необхідно для 8 ягнят?

	Загальний об'єм Води (л)	Об'єм води на 1 тварину (л)	Кількість тварин (шт.)
Вівця		5 л	
Ягня	?	?, на 2 л м.	8 шт.

Задача 2. На першому верстаті за час виготовили 4м тканини, а на другому – на 3 м більше, ніж на першому. За скільки годин на другому верстаті можна виготовити 66 м тканини?

Верстати	Час роботи (год)	Продуктивність Праці (кількість м за годину)	Загальний Виробіток (м)
1		4 м	
П	?	?, на 3 м б	66 м

Задача 3. Маса вівці 32 кг, а маса індики в 4 рази менше. Яка маса 9 таких індиків?

	Кількість (т..)	Маса 1 тварини (кг)	Загальна маса (кг)
Вівця		32 кг	
Індичка	9 шт.	?, у 4 р. М.	?

Ознайомлення.

Ознайомлення можна здійснити на підставі порівняння задачі на знаходження четвертого пропорційного і ускладненої задачі.

Задача. (Підготовча. На знаходження четвертого пропорційного) На першому верстаті за 8 год виготовили 16 м тканини. Скільки метрів тканини виготовлять на другому верстаті за 6 год, якщо продуктивність праці обох верстатів однакова?

	Продуктивність праці : Виготовлено за 1 год (м)	Час роботи: Кількість годин (год.)	Загальний виробіток: Всього виготовлено тканини (м)
1	?	8 год.	16 м

	однакова		
П	?,	6 год.	? м.

Учням пропонується на короткому записі показати прості задачі з яких складається дана задача:

	Продуктивність праці : Виготовлено за 1 год (м)	Час роботи: Кількість годин (год.)	Загальний виробіток: Всього виготовлено тканини (м)
1	?	8 год.	16 м
	однакова		
П	?,	6 год.	? м.

Розв'язання:

1) $16 : 8 = 2$ (м) продуктивність праці, однакова величина.

2) $2 * 6 = 12$ (м) загальний виробіток П верстата.

Або $16 : 8 * 2 = 12$ (м)

Відповідь: 12 м тканини виготовлять на другому верстаті за 6 год, якщо продуктивність праці обох верстатів однакова.

Задача . На першому верстаті за 8 год виготовили 16 м тканини. На другому – за 1 год виготовляли на 2 м тканини більше, чим за цей час на першому верстаті. Скільки метрів тканини виготовлять на другому верстаті за 6 год?

Учні читають задачу, уявляють про що в ній розповідається, виділяють величини задачі і складають короткий запис.

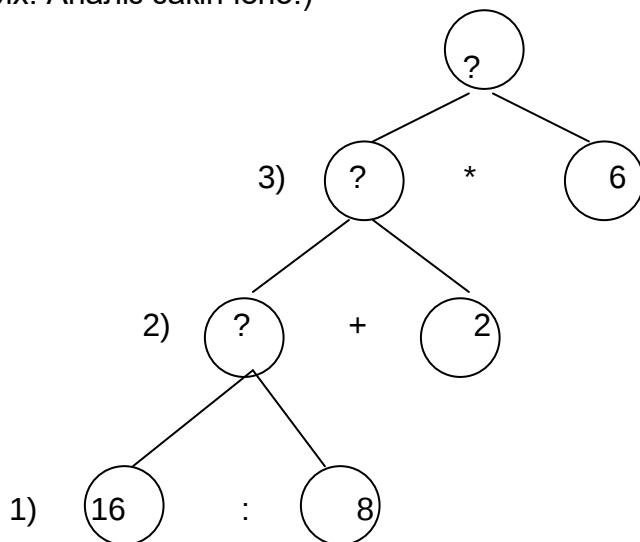
	Продуктивність праці : Виготовлено за 1 год (м)	Час роботи: Кількість годин (год.)	Загальний виробіток: Всього виготовлено тканини (м)
1	?	8 год.	16 м
П	?, на 2 м більше	6 год.	?

За коротким записом діти пояснюють що означає кожне число і називають запитання задачі. Потім вчитель пропонує порівняти цю задачу з попередньою. Учні встановлюють, що вони містять однакові величини, в обох йде мова про два верстати, є однакові числові дані одних і тих самих величин. Відрізняються ці задачі тим, що продуктивність праці обох верстатів в першій задачі однакова, а в другій задачі не однакова. Отже, знайшовши продуктивність праці, однакову величину, за даними двох відомих величин першого випадку, ми другою дією змогли відповісти на запитання попередньої задачі. А в цій задачі, продуктивність праці верстатів не однакова, тому ми не можемо відразу першою дією, дізнатися про продуктивність праці другого верстата; цю задачу ми не можемо розв'язати двома діями .

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: ! – продуктивність другого верстату (не відома) і П час роботи (6 годин).)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією множення)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Не можна, ми не знаємо продуктивність другого верстату.)
- Що треба знати, щоб дізнатися про продуктивність другого верстату? (Два числові значення: 1 – продуктивність першого верстату (не відома) та П – на

скільки метрів більше виготовляють за 1 годину на 2-му верстаті, ніж на 1-му (відомо, на 2).)

- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Не можна, ми не знаємо продуктивність праці 1-го верстата.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – загальний виробіток першого верстата (відомо, 16 м) та П – час роботи першого верстата (відомо, 8 годин))
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, тому що нам відомі обидва числові значення. Отже ми від запитання задачі перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.)



Покажіть на короткому записі прості задачі, з яких складається дана задача:

	Продуктивність праці : Виготовлено за 1 год (м)	Час роботи: Кількість годин (год.)	Загальний виробіток: Всього виготовлено тканини (м)
1	1) ?	8 год.	16 м
2			
П	3) ?, на 2 м більше	6 год.	? м.

Далі учням пропонується скласти план розв'язування задачі і записати розв'язок по діях з поясненням.

План:

1. Скільки метрів тканини виготовили за 1 год на першому верстаті?
2. Скільки метрів тканини виготовили на другому верстаті за 1 годину?
3. Скільки метрів тканини виготовили на другому верстаті за 6 годин?

Розв'язання.

- 1) $16 : 8 = 2$ (м) тканини за 1 годину - продуктивність праці 1-го верстату;
- 2) $2 + 2 = 4$ (м) тканини за 1 годину - продуктивність праці 2-го верстату;
- 3) $4 * 6 = 24$ (м) тканини за 6 год на другому верстаті.

Або $(16 : 2 + 2) * 6 = 24$ (м)

Відповідь: 24 м тканини виготовлять на другому верстаті за 6 годин.

Щоб перевірити вірність розв'язання корисно скласти обернену задачу:

8 , 16 , 2 , 6 , 24.

На одному верстаті виготовили за 8 годин 16 м тканини, а на другому за 6 годин виготовили 24 м. На скільки більше тканини виготовляли за 1 годину на другому верстаті, ніж на першому?

Розв'язання

- 1) $16 : 8 = 2$ (м) тканини виготовляли за 1 год на першому верстаті;
- 2) $24 : 6 = 4$ (м) тканини виготовляли за 1 год на другому верстаті;
- 3) $4 - 2 = 2$ (м) на стільки більше виготовляли за 1 год на другому верстаті, ніж на першому.

Або $24 : 6 - 16 : 8 = 2$ (м)

Відповідь: на 2 м тканини більше виготовляли за 1 год на другому верстаті, ніж на першому.

На етапі закріплення учням пропонується прочитати задачу “Робітник за 3 год змонтував 18 дрелей. Скільки дрелей він змонтує за 2 год, якщо що години буде монтувати на 1 дрель більше, ніж раніше?”. Скласти до неї короткий запис, за коротким записом пояснити числа задачі і запитання, порівняти цю задачу з попередньою. Учні роблять висновок, що ці задачі одного виду, тому вони мають схожі плани розв'язування.

Першою дією дізнаємося про величину продуктивності праці (1 одиниці) для 1-го виду.

Другою дією дізнаємося про величину (продуктивності праці) 1 одиниці для 2-го випадку.

Третьою дією відповімо на запитання задачі.

Розв'язання:

- 1) $18 : 3 = 6$ (д.)
- 2) $6 + 1 = 7$ (д.)
- 3) $7 * 2 = 14$ (д.)

Відповідь: 14 дрелей.

Отже, якщо ми зустрінемо задачу такої математичної структури, то вона матиме зазначений план розв'язування.

Ознайомлення з задачами П-го виду.

Ознайомлення можна провести на підставі розв'язання задачі 1-го виду і складання оберненої задачі:

Задача 1.(1 вид) В перший день завод за 7 год виготовив 28 холодильників. В другий день за одну годину завод виготовив на один холодильник більше, ніж в перший. Скільки холодильників виготовить завод в другий день за 5 годин ?

	Продуктивність праці (шт..)	Час роботи (год.)	Загальний виробіток (шт..)
1 день	?	7 год.	28 шт.
2 день	?, на 1 шт. б.	5 год.	?

План розв'язування.

- 1) Скільки холодильників виготовив завод за 1 годину в перший день?
- 2) Скільки холодильників виготовив завод за 1 годину в другий день?
- 3) Скільки холодильників виготовив завод за другий день?

Розв'язання

- 1) $28 : 7 = 4$ (шт..) холодильників за 1 год в 1 день;
- 2) $4 + 1 = 5$ (шт..) холодильників за 1 год в П день;
- 3) $5 * 5 = 25$ (шт..) холодильників за 5 год. В П день.

Або $(28 : 7 + 1) * 5 = 25$ (шт..)

Відповідь: 25 холодильників виготовить завод в другий день за 5 годин.

Випишуємо і пояснюємо числа задачі:

7 , 28 , 1 , 5 , 25 - пряма задача.

Складаємо обернену задачу:

7 , 28 , 1 , 5 , 25 .

Задача 2. (П вид) В перший день завод за 7 год виготовив 28 холодильників. В другий день за одну годину завод виготовив на один холодильник більше, ніж в перший. За скільки годин виготовить завод в другий день 20 холодильників?

	Продуктивність праці (шт..)	Час роботи (год.)	Загальний виробіток (шт..)
1 день	?	7 год.	28 шт.
2 день	?, на 1 шт. б.	? год.	25 шт.

Порівнявши короткі записи цих задач, учні встановлюють, що вони дуже схожі за математичною структурою; вони відрізняються лише одним числовим даним. Тому вони матимуть схожі плани розв'язування. На короткому записі показуємо прості задачі і складаємо план розв'язування.

План розв'язування:

- 1) Скільки холодильників виготовив завод за 1 годину в перший день?
- 2) Скільки холодильників виготовив завод за 1 годину в другий день?
- 3) За скільки годин завод виготовить в другий день 20 холодильників?

Розв'язання

- 1) $28 : 7 = 4$ (шт..) холодильників за 1 год в 1 день;
- 2) $4 + 1 = 5$ (шт..) холодильників за 1 год в П день;
- 3) $25 : 5 = 5$ стільки годин працював завод в П день.

Або $25 : (28 : 7 + 1) = 5$

Відповідь: за 5 год виготовить завод в другий день 20 холодильників.

Після розв'язання учні порівнюють розв'язки прямої і оберненої задач:

- ці задачі схожі за математичною структурою; схожі розв'язання цих задач – в них однакові перші дві дії;
- задачі відрізняються одним числовим даним і останньою дією: в прямій задачі остання дія множення, а в оберненій – ділення.

Висновок: хоча ці задачі мають схожі математичні структури, але їх розв'язки відрізняються останніми діями: в першій – це дія множення, а в другій – ділення. Перша задача – це задача 1-го виду, а друга – П-гого виду.

Формування умінь розв'язувати задачі, пов'язані з одиничною нормою.

На етапі закріплення прочитавши задачу і склавши її короткий запис діти визначають її вид і згадують спосіб розв'язування. Після розв'язання задачі відбувається перетворення її в обернену та її розв'язання.

З моменту, коли учні відразу впізнають задачу даного виду і згадують її план розв'язування, можна запропонувати дітям схематичну форму короткого запису.

Задача. За 6 днів майстерня налагодила 42 сівалки. Скільки сівалок отремонтує майстерня за 3 дні, якщо кожного дня ремонтуватиме на 2 сівалки більше?

6 д. – 42 с. 3 д. (на 2 с. більше) - ?
--

Заслуговують на увагу задачі, в яких одна з величин задається кратним відношенням: *При ходьбі людина за 1 хвилину вдихає 9 л повітря, а під час бігу в 5 разів більше. Скільки літрів повітря вдихає людина під час бігу за 2 хвилини?*

Задачі на подвійне наведення до одиниці.

Задачі на знаходження четвертого пропорційного містять три пропорційні величини, одна з яких є однаковою для обох випадків. В третьому класі учні навчилися розв'язувати такі задачі способом наведення до одиниці. До ускладнених задач на знаходження четвертого пропорційного відносяться задачі на подвійне наведення до одиниці.

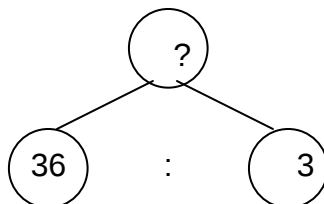
Підготовча робота.

Задача 1. *На 3 дні 6 вівцям дають 36 кг сіна. Скільки сіна дають на 1 день 6 вівцям?*

- Про що розповідається в задачі? (Про вівці.) Скільки тварин приймає участь в задачі? (6). І в умові задачі йде мова про 6 тварин і запитується про 6 тварин. Отже цю задачу коротко можна записати так:

3 дні, 6 вів. – 36 кг
1день , 6 вів. - ? кг

- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 3 означає час, який годували 6 тварин сіном. Число 36 означає загальну масу сіна, яку дали 6 тваринам за цей час.)
- Яке запитання задачі? (Скільки сіна дадуть 6 вівцям за 1 день?)
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – загальну масу сіна для 6 тварин, відомо 36 кг, та П – час, який годували 6 тварин, відомо 3 дні.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення. Щоб знайти масу сіна на 1 день , треба загальну масу сіна поділити на час.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Так, тому що відомі обидва числові значення.)



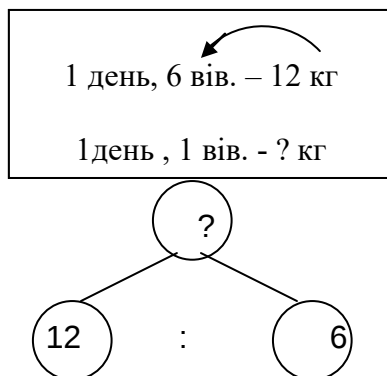
- Запишіть розв'язання задачі. ($36 : 3 = 12$ (кг))
 - Запишіть відповідь. (Відповідь: 12 кг сіна треба 6 вівцям на 1 день.)
 - Як ми відповіли на запитання задачі? (Ми загальну масу поділили на час.)
- Покажемо це дужкою на короткому записі:

3 дні, 6 вів. – 36 кг
1день , 6 вів. - ? кг

Далі вчитель продовжує ситуацію задачі:

Задача 2. Шести вівцям на 1 день дають 12 кг сіна. Скільки сіна дають 1 вівці на 1 день?

Це не складна задача, і учні її розв'язують усно. На дошці записується короткий запис, схема аналізу і розв'язання:



Розв'язання:

$$12 : 6 = 2 \text{ (кг)}$$

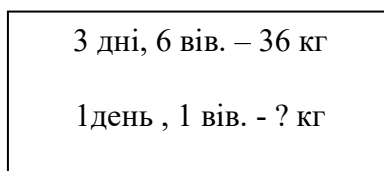
Відповідь: 2 кг сіна треба 1 вівці на 1 день.

Ознайомлення.

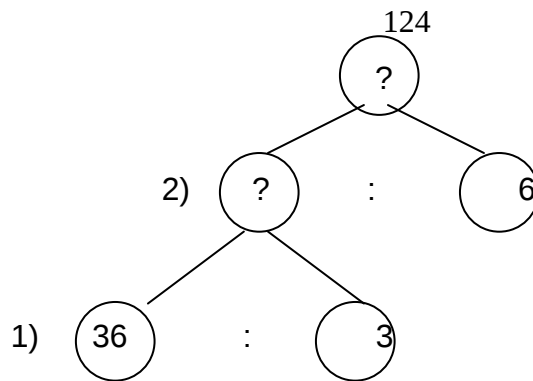
Ознайомлення з новим видом задач здійснюється на підставі задачі, яка є поєднанням двох попередніх задач:

Задача . На 3 дні 6 вівцям дають 36 кг сіна. Скільки сіна дають 1 вівці на день?

- Запишімо цю задачу коротко.



- Порівняйте цю задачу з першою задачею. Що в них спільного? (Умова.) Чим вони відрізняються? (Запитаннями)
- Порівняйте цю задачу з другою задачею. Що в них спільного? (Запитання.) Чим вони відрізняються? (Умовами.)
- Що цікавого ви помітили? (Ця задача складається з двох попередніх задач.)
- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 3 означає час, який годували тварин. Число 6 означає кількість тварин. Число 36 означає загальну масу тварин.)
- Повторіть запитання задачі.
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі “Скільки сіна дають 1 вівці на день?” (Треба знати два числові значення: 1 – масу сіна на 1 день, що дають усім вівцям (не відомо), та П – кількість тварин (відомо, 6).)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Не можна, ми не знаємо масу сіна на 1 день для шести тварин.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – загальну масу сіна , відомо 36 кг) , та П – час, який годували усіх тварин.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання? (Дією ділення)

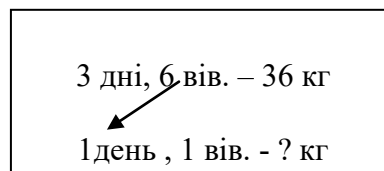


- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією ми дізнаємося про масу сіна на 1 день для 6 вівців. Другою дією ми дізнаємося про масу сіна на 1 день для 1 вівці.)
- Запишіть розв'язання задачі.

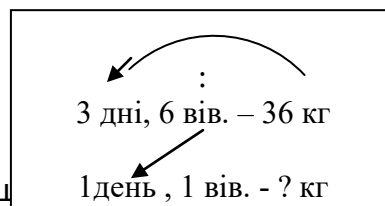
$$1) 36 : 3 = 12 \text{ (кг) на 1 день 6 вівцям.}$$

$$2) 12 : 6 = 2 \text{ (кг) на 1 день 1 вівці.}$$

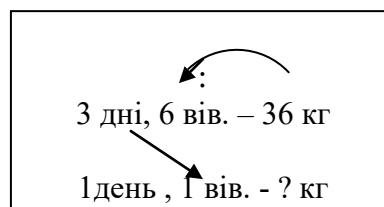
- Запишіть відповідь. (Відповідь: 2 кг сіна дають 1 вівці на день.)
- Про що ми дізналися першою дією? (Про масу сіна на 1 день для однієї вівці.) Покажемо це стрілочкою на короткому записі:



- Як ми про це дізналися? (Ми загальну масу поділили на час.) Покажемо це дужкою на короткому записі:



- Уважно розгляньте інші способи розв'язання задачі.
 - 1) $36 : 6 = 6 \text{ (кг)}$
 - 2) $6 : 3 = 2 \text{ (кг)}$
- Поясніть про що дізнаємося кожною дією. (В першій дії поділили загальну масу сіна на кількість вівців, тому отримали масу сіна для 1 вівці на 3 дні.) Це можна показати стрілочкою і дужкою на короткому записі:



- Про що дізналися другою дією? (Другою дією відповіли на запитання задачі і знайшли масу сіна для 1 вівці на 1 день.)
- Чим цікава ця задача? (Вона розв'язується двома способами.) Чим відрізняються ці способи? (Першою дією. В першому способі ми дізналися про масу сіна на 1 день для 6 вівців. А в другому – про масу сіна на 3 дні для 1 вівці.) Що в них спільного? (Другою дією відповіли на запитання задачі – знайшли масу сіна для 1 вівці на 1 день.)

- Що ж ще спільного є в цих способах міркування? В першій дії ми знайшли величину однієї одиниці (чи на 1 день для 6 вівців; чи на 3 дні для 1 вівці). В другій дії ми також знайшли величину однієї одиниці – на 1 день для 1 вівці. Таким чином, в цій задачі ми двічі наводили до одиниці.

На етапі закріплення, учням пропонується кілька задач даного виду; діти спочатку складають короткий запис задачі, потім порівнюють його з опорною (вище розглянутою) задачею і роблять висновок, що дана задача такого ж самого виду – на подвійне наведення до одиниці, вона розв'язується двома способами (ставлять стрілочки і дужки) і розповідають план розв'язування за кожним з них. Наприклад:



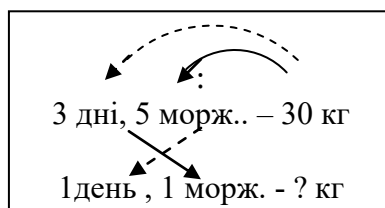
1 спосіб. Першою дією дізнаємося масу силосу для 6 корів на 1 день. Другою дією дізнаємося про масу силосу для 1 корови на 1 день.

2 спосіб. Першою дією дізнаємося про масу силосу для 1 корови на 4 дні. Другою дією дізнаємося про масу силосу для 1 корови на 1 день.

Ознайомлення учнів з задачами на подвійне зведення до одиниці П виду.

Задача 1. (1 вид) *В зоопарку за 3 дні 5 моржам дали 30 кг риби. Скільки кілограмів риби треба 1 моржу на 1 день?*

Це задача відомого виду, учні впізнають її і розв'язують самостійно:



1 спосіб. Першою дією дізнаємося масу риби для 5 моржів на 1 день. Другою дією дізнаємося про масу риби для 1 моржа на 1 день.

2 спосіб. Першою дією дізнаємося про масу риби для 1 моржа на 3 дні. Другою дією дізнаємося про масу риби для 1 моржа на 1 день.

Розв'язання:

1 спосіб:

- 1) $30 : 3 = 10$ (кг) риби 5 моржам на 1 день.
- 2) $10 : 5 = 2$ (кг) риби 1 моржу на 1 день.

П спосіб:

- 1) $30 : 5 = 6$ (кг) риби 1 моржу на 3 дні.
- 2) $6 : 3 = 2$ (кг) риби 1 моржу на 1 день.

Відповідь: 2 кг риби 1 моржу на 1 день.

Далі учням пропонується скласти обернену задачу, в якій запитувалось про масу риби для 5 моржів на 3 дні.

Задача 2. (П вид). *На 1 день 1 морж дають 2 кг риби. Скільки кілограмів риби дадуть 5 моржам за 3 дні?*

Записуємо задачу коротко, зазначаючи, що число днів пишимо одно під одним, число моржів пишимо одно під одним.

1 день , 1 морж. – 2 кг

3 дні, 5 морж.. – ? кг

- За коротким записом поясніть числа задачі. Повторіть запитання задачі.
- Порівняйте цю задачу з попередньою. Що цікавого ви помітили? (Короткі записи однієї структури.) Отже ця задача також розв'язується двома способами. Поставте стрілочку і розкажіть план розв'язування за 1 способом:

1 день , 1 морж. – 2 кг

3 дні, 5 морж.. – ? кг

Перший спосіб. Першою дією дізнаємося, скільки кілограмів риби потрібно 1 моржу на 3 дні. Другою дією відповімо на запитання задачі, знайдемо масу риби на 3 дні для 5 моржів.

1 день , 1 морж. – 2 кг

3 дні, 5 морж.. – ? кг

Другий спосіб. Першою дією дізнаємося, скільки кілограмів риби потрібно на 1 день 5 моржам. Другою дією відповімо на запитання задачі, і дізнаємося про масу риби на 3 дні для 5 моржів.

Розв'язання:

1 спосіб.

$$1) 2 * 3 = 6 \text{ (кг) риби для 1 моржа на 3 дні}$$

$$2) 6 * 5 = 30 \text{ (кг) риби для 5 моржів на 3 дні.}$$

П спосіб.

$$1) 2 * 5 = 10 \text{ (кг) риби на 1 день для 5 моржів.}$$

$$2) 10 * 3 = 30 \text{ (кг) риби на 3 дні для 5 моржів.}$$

- Порівняйте розв'язки цих задач. Чим вони відрізняються? (Перша задача розв'язується двома діями ділення, а друга задача – двома діями множення.)
- Ви сказали, що ці задачі мають схожі короткі записи, тому вони відносяться до одного виду. Але перша задача розв'язується двома арифметичними діями ділення, а друга – двома арифметичними діями множення. Тому, щоб розрізнити такі задачі, говорять, що перша задача – це задача першого виду, а друга задача – це задача другого виду.

На етапі закріплення прочитавши задачі діти складають їх короткий запис, визначають вид задачі; роблять висновок про два способи розв'язання; ставлять стрілочки і розв'язують задачі двома способами. Після розв'язання по діях з поясненням, записують розв'язок виразом.

Що стосується роботи над задачею після її розв'язання, то учні складають обернені задачі: задачу 1 виду перетворюють в задачу П виду і навпаки.

Задачі на спільну роботу.

Підготовча робота.

М.О.Бантова радить на ступені підготовчої роботи розв'язати таку задачу: “*Батько може скопати рядок за 30 хвилин, а син – за 40 хвилин. Якщо вони працюватимуть разом, для того щоб скопати цей рядок, їм потрібно більше чи менше часу, ніж 30 хвилин? Ніж 40 хвилин?*”

Учні міркують приблизно так: “ Потрібно часу менше, ніж 30 хвилин, тому що батькові допомагає син.”

Автор радить і при розборі задачі на спільну роботу ставити запитання “Більше чи менше?”. Відповідь на це запитання попередить можливі помилки у розв'язанні задач на спільну роботу, коли у відповіді отримуємо більше часу, ніж час роботи кожного.

Виходячи з цього на ступені підготовчої роботи пропонуємо задачу: “*Одна друкарка за годину друкує 5 сторінок, а інша – 4 . Скільки сторінок надрукують за годину обидві друкарки?*”

- Більше чи менше , ніж 5 надрукують за 1 годину обидві друкарки? (Більше, тому, що першій допомагатиме друга.)
- Що треба знати, щоб дізнатися, скільки сторінок надрукують разом обидві друкарки за 1 годину? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки сторінок друкує перша друкарка – 5 , та скільки сторінок друкує друга друкарка – 4.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Запишіть розв'язання. ($5 + 4 = 9$ (с.))
- Відповідайте на запитання задачі. (Відповідь: 9 сторінок надрукують друкарки, якщо працюватимуть разом.)

Ознайомлення.

Задача. *Одна друкарка друкує за годину 5 сторінок, інша 4. Скільки годин вони повинні працювати разом, щоб надрукувати 72 сторінки?*”

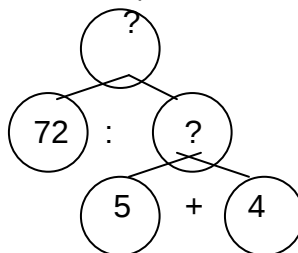
Розглянемо методику роботи над цією задачею:

- Про що розповідається в задачі? (Про друкарок.)
- Розгляньте короткий запис задачі.

	Кількість сторінок за 1 год.	Загальна кількість сторінок	Час роботи
1	5 с.	} 72 с.	} ?
П	4 с.	}	}

- За коротким записом поясніть, що означають числа задачі.
- Назвіть запитання задачі.
- Обидві друкарки надрукують 72 сторінки швидше чи повільніше, ніж перша друкарка? Ніж друга друкарка? (Швидше, тому що за годину вони друкуватимуть більше сторінок, якщо працюватимуть разом.)
- За одну годину вони разом надрукують більше чи менше сторінок , ніж 5? Ніж 4? (Вони разом за 1 годину надрукують більше сторінок, тому що одній допомагатиме інша.)
- Повторіть запитання задачі. Що треба знати, щоб на нього відповісти? (Треба знати два числові значення: 1 – загальну кількість сторінок , 72, та П – кількість сторінок, що друкують обидві друкарки за 1 годину, не відомо.)
- Якою дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.)

- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, тому що ми не знаємо скільки сторінок, що друкують обидві друкарки за 1 годину.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – кількість сторінок, що друкує перша друкарка за 1 годину, 5, та П – кількість сторінок, що друкує друга друкарка за годину, 4.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Та. Аналіз закінчено.)



- Складіть план розв'язування задачі.
 - Запишіть розв'язання по діях з поясненням.
- 1) $5 + 4 = 9$ (с.) друкують обидві друкарки разом за 1 годину.
 - 2) $72 : 9 = 8$ – стільки годин потрібно обом друкаркам, щоб надрукувати 72 сторінки.

Або $72 : (5 + 4) = 8$

- Запишіть відповідь. (Відповідь: 8 годин друкарки повинні працювати разом, щоб надрукувати 72 сторінки.)
- Порівняйте цю задачу з попередньою. Що цікавого ви помітили? (Ця задача є продовженням попередньої.) Що в них спільного? (Спільне в умові кількість сторінок, що друкує кожна друкарка за 1 годину) Що в них відмінного? (У другій задачі в умові ще говориться про загальну кількість сторінок, що вони повинні надрукувати разом. Та в цих задачах інші запитання.)
- Що спільного в розв'язаннях? Чим відмічаються розв'язання?
- Про що ми дізналися в другій задачі? Ми дізналися про час їх спільної праці. Це задача на спільну роботу.
- Щоб впізнати задачу на спільну роботу, на які слова треба орієнтуватися? ("Працюючи разом.")
- Змініть величини задачі. Складіть нову задачу.
- Чи це задача на спільну роботу?
- Чи треба її розв'язувати? (В нас вже є розв'язок цієї задачі, треба змінити лише пояснення.)
- Змініть числові дані. Розкажіть задачу. (Вчитель слідкує, щоб число, яке означає загальну величину ділилося на суму двох чисел, які означають одиницю цієї величини.)
- Чи схожа ця задача на попередню? До якого виду її можна віднести?
- Якщо всі ці задачі відносяться до задач на спільну роботу, то вони мабуть й мають однаковий план розв'язування?
- Розкажіть план розв'язання цієї задачі.
- Як впізнати задачу на спільну роботу? За яким планом вони розв'язуються?

Треба зазначити, що для даної задачі корисно було б скласти одну з обернених.

5 , 4 , 72 , 8 . – пряма задача.

5 , 4 72 , 8 . – перша обернена задача.

Одна друкарка друкує за годину 5 сторінок, а інша 4 сторінки. Скільки сторінок вони надрукують за 8 год, якщо працюватимуть разом?

Розв'язання.

1 спосіб

- 1) $5 + 4 = 9$ (с.) за 1 год друкують обидві друкарки, працюючи разом;
 - 2) $9 * 8 = 72$ (с.) за 8 год надрукують обидві друкарки, працюючи разом.
- Або $(5 + 4) * 8 = 72$ (с.)

Треба зазначити, що за математичною структурою цю задачу можна віднести і до задач на знаходження суми двох добутків, тому вона розв'язується іншим способом:

- 1) $5 * 8 = 40$ (с.) надрукує 1 друкарка за 8 год;
 - 2) $4 * 8 = 32$ (с.) надрукує 2 друкарка за 8 год;
 - 3) $40 + 32 = 72$ (с.) – надрукують обидві друкарки за 8 год.
- Або $5 * 8 + 4 * 8 = 72$ (с.)

Відповідь: 72 сторінки надрукують обидві друкарки за 8 год, працюючи разом.

5 , 4 , 72 , 8 . – друга обернена задача.

Дві друкарки, працюючи разом за 8 год надрукували 72 сторінки. Скільки сторінок за 1 год друкує перша друкарка, якщо інша за 1 год друкує 4 сторінки?

Розв'язання.

- 1) $72 : 8 = 9$ (с.) за 1 год друкують обидві друкарки, працюючи разом;
 - 2) $9 - 4 = 5$ (с.) за 1 год друкує перша друкарка.
- Або $72 : 8 - 4 = 5$ (с.)

Відповідь: 5 сторінок друкує за 1 годину перша друкарка.

Задача. “Тесляр виготовляє за день 12 рам, а його помічник 7. Скільки рам вони зроблять разом за робочий тиждень (5 днів)?”

Це задача іншої математичної структури (відносно даної прямої задачі), але її запитання містить слова “зробили разом за...”, тому її можна розглядати, як задачу на спільну роботу, тоді як в методичній літературі вона визначається, як задача на знаходження суми двох добутків. Отже її можна розв'язати й іншим способом:

1 спосіб:

- 1) $12 * 5 = 60$ (шт..) рам виготовить тесляр за 5 днів.
- 2) $7 * 5 = 35$ (шт..) рам виготовить помічник за 5 днів
- 3) $60 + 35 = 95$ (шт..) рам виготовлять тесляр і помічник, працюючи разом за 5 днів.

Або $12 * 5 + 7 * 5 = 95$ (шт..)

П спосіб:

- 1) $12 + 7 = 19$ (шт..) рам виготовлять за день і тесляр і помічник, працюючи разом.
- 2) $19 * 5 = 95$ (шт..) рам виготовлять за 5 днів і тесляр і помічник, працюючи разом.

Або $(12 + 7) * 5 = 95$ (шт..)

Відповідь: 95 рам виготовлять тесляр і помічник разом за робочий тиждень.

Для того, щоб впізнати задачу на спільну роботу треба вміти переформувувати запитання задачі. Наприклад: “Скільки відер води дадуть обидва насоси за хвилину?”, це запитання можна переформулювати так: “Скільки відер води дадуть обидва насоси за хвилину, працюючи разом?”

Задачі на знаходження невідомих компонентів за сумою трьох та сумою двох доданків.

На етапі підготовчої роботи актуалізується уміння розв'язувати прості задачі на знаходження невідомого доданка та уміння розв'язувати складені задачі на знаходження третього числа.

Ознайомлення з новим видом задач можна провести наступним чином.

Спочатку можна розглянути дві послідовні задачі на знаходження невідомого доданку, а далі з них утворюється складена задача на знаходження третього числа, на підставі перетворення якої отримується задача нового виду. Розглянемо цю методику докладно.

Задача 1. Сума двох чисел дорівнює 72. Знайдіть другий доданок, якщо перший доданок 24.

Робота над цією задачею проводиться усно. На дошці записується короткий запис задачі і її розв'язок:

$\left. \begin{array}{l} 1 - 24 \\ П - ? \end{array} \right\} 72$
Розв'язання $72 - 24 = 48$ Відповідь: 48 – друге число.

Продовжимо цю задачу...

Задача 2. Сума двох чисел (П та Ш) дорівнює 76. Знайдіть третє число, якщо друге число 48.

Так само, як і над попередньою задачею, робота йде усно. Зразок запису на дошці (задача записується справа від першої задачі):

$\left. \begin{array}{l} П - 48 \\ Ш - ? \end{array} \right\} 76$
Розв'язання $76 - 48 = 28$ Відповідь: 28 – третє число.

- Знайдіть суму першого, другого та третього числа. ($24 + 48 + 28 = 100$)
- Розгляньте задачу та порівняйте її з попередньою:

Задача 3. Сума трьох чисел 100. Знайдіть третє число, якщо перше число 24, а друге число 48.

На дошці записується короткий запис задачі і розв'язок виразом:

$100 \left\{ \begin{array}{l} 1 - 24 \\ П - 48 \\ Ш - ? \end{array} \right.$
--

Порівнюючи дану задачу з попередньою учні визначають, що в обох задачах однакове запитання, але в першій задачі дано суму двох чисел і друге число, а в даній задачі – дано суму трьох чисел і дані перше та друге число.

- Чи можна міркувати при розв'язанні цієї задачі так само, як і у попередній?

- Що треба зробити, щоб отримати задачу подібну попередній? (Треба знайти суму першого та другого числа.)

100 {	1 - 24	}
	П - 48	
	Ш - ?	

- Складіть план розв'язування задачі.
- Про дізнаємося першою дією? (Першою дією знайдемо суму першого та другого чисел.)
- Про що дізнаємося другою дією? (Другою дією знайдемо третє число і відповімо на запитання задачі.)
- Запишіть розв'язок виразом.

Розв'язання $100 - (24 + 48) = 28$ Відповідь: 28 – третє число.

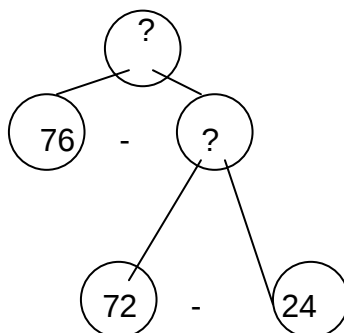
- Порівняйте розв'язки попередньої і даної задачі. (Попередня задача проста, тому що вона розв'язується однією арифметичною дією, а друга задача – складена, вона розв'язується двома арифметичними діями. Для відповіді на запитання другої задачі спочатку треба було обчислити суму першого та другого числа, і лише потім ми отримали задачу, аналогічну попередній.)
- Повернемося до першої та другої задач. Розкажіть першу задачу. Розкажіть другу задачу.
- Уважно прослухайте наступну задачу і порівняйте її з цими задачами.

Задача 4. Сума першого та другого числа 72. Сума другого та третього числа 76. Знайдіть третє число, якщо перше число 24.

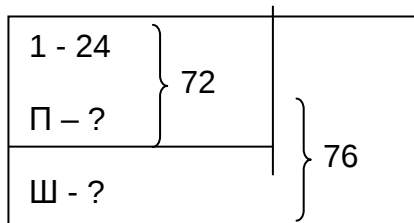
На дошці записується короткий запис даної задачі:

1 - 24	}	72	}	76
П - ?				
Ш - ?				

- Порівняйте цю задачу з першою та другою задачами. Що цікавого ви помітили?
- Що треба знати, щоб знайти третє число? (Треба знати два числові значення: суму другого та третього числа (відомо, 76) та друге число (не відомо).)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, тому що ми не знаємо другого числа.)
- Що треба знати, щоб знайти друге число? (Треба знати два числові значення: суму першого та другого числа (відомо, 72) та перше число, відомо, 24).
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, тому що нам відомі обидва числові значення.



- Покажіть прості задачі на короткому записі. Ця задача складається з двох, розглянутих нами, простих задач!



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося про друге число, а другою дією – про третє число.)
- Запишіть розв'язок по діях.

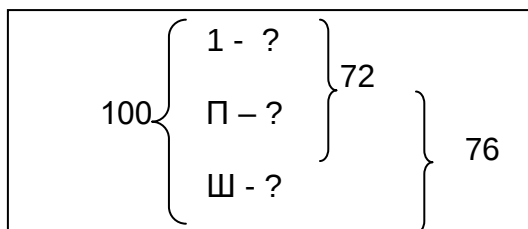
Розв'язання

1) $72 - 24 = 48$ – П число
 2) $76 - 48 = 28$ – Ш число
 Відповідь: 28 – третє число.

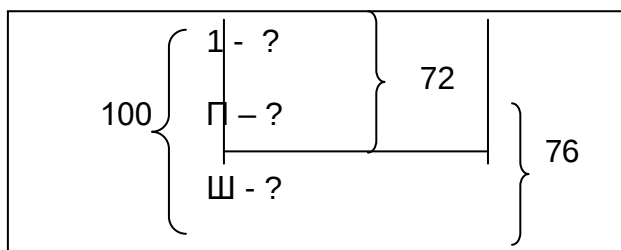
- Ускладнимо дану задачу.

Задача 5. Сума трьох чисел 100. Знайдіть кожне число, якщо сума першого та другого числа 72, другого та третього числа – 76.

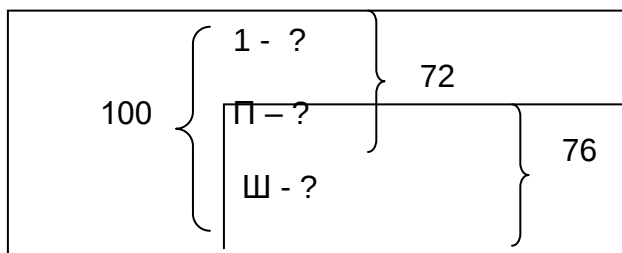
- Запишімо цю задачу коротко.



- Порівняйте цю задачу з четвертою задачею. Чим вони відрізняються? (В попередній задачі було відомо перше число, а в цій воно не відоме. В даній задачі ще відома сума трьох чисел.)
- Якби ми знали перше число, то як би ми розв'язували задачу?(Ми би із суми першого та другого числа відняли би перше число , і таким чином, знайшли б друге число. А потім ми би із суми другого та третього числа відняли друге число, і знайшли третє число.)
- Як же ж знайти перше число? Порівняйте цю задачу з задачею № 3. Чим вони схожі? (В обидвох задач дано суму трьох доданків.) Чим вони відрізняються? (В задачі № 3 були відомі перше та друге число, а в даній задачі відома лише їх сума.)
- Як в задачі № 3 ми знайшли третє число? (Ми від суми трьох чисел відняли суму першого та другого.) Чи можемо ми в цій задачі дізнатися про третє число? (Так, сума трьох чисел нам відома (100) і сума першого та другого чисел, нам теж відома (72).)
- Яка сума нам ще відома? (Сума другого та третього чисел.) Чи можна аналогічно дізнатися про перше число? (Так, треба від суми трьох чисел (100) відняти сума другого та третього числа (76).)
- Покажемо наші дії на короткому записі:



Вчитель, закриває виділену частину короткого запису аркушем і діти наочно бачать, що при відніманні із 100 суми першого та другого чисел, 72, лишається третє число.) Аналогічно, ілюструємо спосіб знаходження першого числа.



- Таким чином ми дізнаємося про перше і про третє число. Як же ж дізнатися про друге число? (Тут можна міркувати двома способами: із суми першого та другого числа відняти перше число, або із суми другого та третього числа відняти третє число.)
- Запишіть розв'язок по діях.

Розв'язання

- 1) $100 - 72 = 28$ – Ш число
- 2) $100 - 76 = 24$ – П число
- 3) $72 - 24 = 48$ = П число

Відповідь: 24– перше число, 48 – друге число, 28 – третє число.

- Чим цікава ця задача? (В цій задачі міститься слово “кожне”, тому вона містить три запитання. В цій задачі дано три суми: сума трьох чисел, суму першого та другого числа, суму другого та третього числа.) Тому ці задачі називаються задачами на знаходження невідомих доданків по сумі трьох та сумі двох доданків.
- Як розв'язуються задачі на знаходження трьох чисел за трьома сумами? Як знайти перше число? (Треба від суми трьох чисел відняти суму другого та третього числа.)
- Як знайти третє число? (Треба від суми трьох чисел відняти суму першого та другого числа.)
- Як знайти друге число? (Можна міркувати двома способами: із суми першого та другого числа відняти перше число, або із суми другого та третього числа відняти третє число.)

Для усвідомлення істотних ознак задач цього виду учням пропонується завдання скласти задачу з цими самими числами про ціну плаття, костюма та штанів. Учні записують задачу коротко, пояснюють числа задачі і складають план розв'язування задачі. Вчитель запитує “Чи треба розв'язувати цю задачу ? Може розв'язок вже записаний на дошці? Чому ці задачі мають однаковий розв'язок?” Учні з'ясовують, що обидві задачі містять однакові числа і мають однакову структуру короткого запису, тому вони мають однакові розв'язки. Школярі виправляють лише пояснення до арифметичних дій.

Далі вчитель пропонує задачу про ціну костюма, плаття та штанів з іншими числами: “ *Плаття та костюм коштують разом 320 грн., а костюм та штани – 250 грн. Знайти ціну кожної речі, якщо за всю покупку заплатили 400 грн.*”

- Виконайте зміни в короткому записі попередньої задачі, щоб ми отримали короткий запис даної задачі. Розгляньте короткий запис. Що цікавого ви помітили? (Обидві задачі мають однакові ключові слова, так само дані три суми, але різні числові значення.)

- Обидві задачі мають однакову структуру короткого запису: три шуканих числа треба знайти за трьома сумами. Чи впізнали ви задачу? Чи матиме вона таке саме розв'язання, що й попередня задача? (Ні, тому що в цій задачі інші числові дані.) Чи матиме вона такий самий план розв'язування? (Так.) Розкажіть план розв'язування цієї задачі. Запишіть розв'язок задачі (учні на дошці виправляють у попередньому розв'язку лише числа, а пояснення лишають.) Запишіть відповідь до задачі.
- Який висновок можна зробити? (Якщо в запитанні задачі є слово “кожний”, то вона містить кілька шуканих чисел. Якщо в задачі три шуканих числа треба знайти за трьома сумами, то вона розв'язуватиметься так:
 - 1) із суми трьох чисел віднімемо суму першого та другого числа, отримаємо третє число;
 - 2) із суми трьох чисел віднімемо суму другого та третього числа, отримаємо перше число;
 - 3) із суми першого та другого числа віднімемо перше число, отримаємо друге число; або із суми другого та третього числа віднімемо третє число, отримаємо друге число.
- Отже, якщо ви зустрінете задачу на знаходження трьох невідомих за трьома числами ви повинні згадати цей план розв'язування.

На етапі формування умінь розв'язувати задачі за трьома сумами учні складають короткий запис задачі, “впізнають” її, розказують план розв'язування задачі, записують розв'язок і відповідь до задачі.

Задачі, які містять частини.

Складені задачі, які містять частини мають дуже різноманітні математичні структури. Наведемо приклади роботи над задачами кожного типу:

1. Складені задачі , які містять знаходження частини від даного числа.

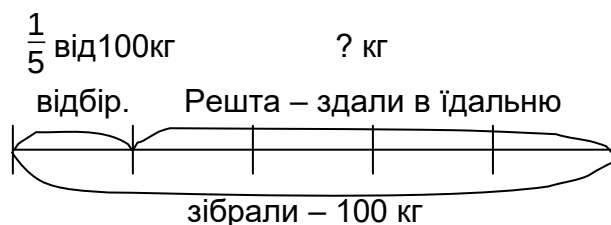
Задача. З дослідної ділянки зібрали 100 кг картоплі. П'яту частину відібрали для посадки на наступну весну, а решту здали в шкільну їдальню. Скільки кілограмів картоплі здали в їдальню?

Робота над задачею здійснюється на пам'яткою № 3. Наведемо лише окремі фрагменти роботи над задачею:

Зібрали – 100 кг картоплі
 Відібрали - $?, \frac{1}{5}$ від 100 кг
 Решта - ?

- За коротким записом поясніть числа задачі? Що означає число 100?
- Що означає число $\frac{1}{5}$? (Яку частину картоплі відібрали для посадки.)
- Що означає знаменник 5? (Число 5 означає, що усю картоплю розділили на п'ять рівних частин.)
- Що означає чисельник 1? (Число 1 означає, що лише одну таку частину залишили для посадки)
- Яке число є шуканим? (Маса картопля, яку здали в їдальню)

До задач, які містять дробі корисно робити креслення:



Далі повторюється правило знаходження частини від числа і йде аналітичний пошук розв'язання задачі, якщо є діти в класі, які досі не розуміють її.

Розв'язання: 1) $100 : 5 = 20$ (кг) складає $\frac{1}{5}$ від 100 кг, залишили для посадки.

2) $100 - 20 = 80$ (кг) решта, віддали у їдальню.

Або $100 - 100 : 5 = 80$ (кг)

Відповідь: 80 кг картоплі віддали у їдальню.

Задача. В шкільному саду 60 дерев. $\frac{1}{3}$ дерев – яблуні і $\frac{1}{4}$ - груші. Скільки в саду яблунь і груш разом?

- Прочитайте задачу та уявіть про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається про фруктові дерева : яблуні та груші.)
- Що відомо про дерева з умови задачі? (Всього 60 дерев. $\frac{1}{3}$ дерев – яблуні і $\frac{1}{4}$ - груші.)
- Яблуні і груші – це всі дерева, які є в садку? (Очевидно, що не всі. Тому що яблуні складають лише $\frac{1}{3}$ усіх дерев, а груші - $\frac{1}{4}$ усіх дерев. Отже, в садку є ще й інші дерева.)
- Які ключові слова ми виділимо? (Яблуні, груші, інші дерева.)
- Складемо короткий запис задачі. Як позначити на короткому записі, що всього 60 дерев? (Фігурною дужкою треба об'єднати усі дерева і записати число 60.)
- Чи відомо, скільки яблунь в садку? (Ні, не відомо.) Поставимо знак запитання.

А що нам відомо про число яблунь? (Яблуні складають $\frac{1}{3}$ усіх дерев.) Скільки

усіх дерев? (60. Тому яблуні складають $\frac{1}{3}$ від 60 дерев.)

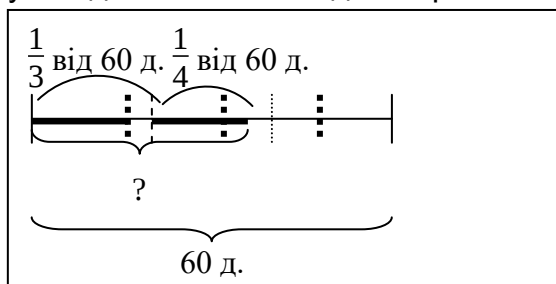
- Чи відомо, скільки дерев груш? (Ні, не відомо.) Поставимо знак запитання. А що нам відомо про число груш? (Груші складають $\frac{1}{4}$ усіх дерев, тобто $\frac{1}{4}$ від 60.)
- Яке запитання задачі? (Скільки в садку яблунь і груш разом?)

60 д. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Ябл.} - ?, \frac{1}{3} \text{ від } 60 \text{ д.} \\ \text{Гр..} - ?, \frac{1}{4} \text{ від } 60 \text{ д.} \\ \text{Інші дерева} \end{array} \right\} ?$

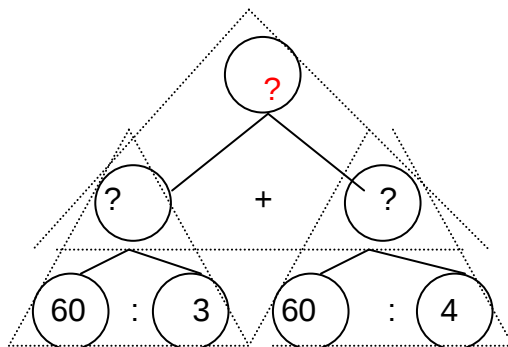
- За коротким записом поясніть числа задачі. Що означає число 60? (Кількість усіх дерев в садку.)
- Що означає число $\frac{1}{3}$? (Яку частину від усіх дерев складають яблуні.) Що означає знаменник цього дробу? (Що усі дерева поділили на 3 рівні частини.)

Що означає чисельник цього дробу? (Що яблуні складають лише одну таку частину.)

- Зробимо схематичний малюнок до задачі: ускладнюються. Наведемо зразки коротких записів кількох задач:



- Яке запитання задачі? (Скільки яблунь та груш разом?)
- Що треба знати, щоб на нього відповісти? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки в саду яблунь, невідомо, та П – скільки в саду груш, не відомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо обидва числові значення.)
- Що треба знати, щоб знайти, скільки яблунь в саду? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки всього дерев, відомо – 60, та П – яку частину складають яблуні, третю частину.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення.) Чому? (Щоб знайти частину від числа, треба число поділити на кількість частин в ньому.)
- Чи можемо ми тепер відповісти на запитання задачі? (Ні, тому, що ми не знаємо, скільки груш в садку.)
- Що треба знати, щоб відповісти на це запитання? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки всього дерев, відомо – 60, та П – яку частину складають груші від усіх дерев, відомо 4.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення, тому що, щоб знайти частину від числа, треба це число поділити на кількість частин в ньому.)



- Складемо план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося про число яблунь в садку. Другою дією дізнаємося про число груш в садку. Третьою дією дізнаємося, скільки всього яблунь і груш разом в садку.)
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням:

Розв'язання.

- 1) $60 : 3 = 20$ (д.) – яблуні;
- 2) $60 : 4 = 15$ (д.) – груші;
- 3) $20 + 15 = 35$ (д.) яблунь і груш.

Або $60 : 3 + 60 : 4 = 35$ (д.)

- Запишіть відповідь.

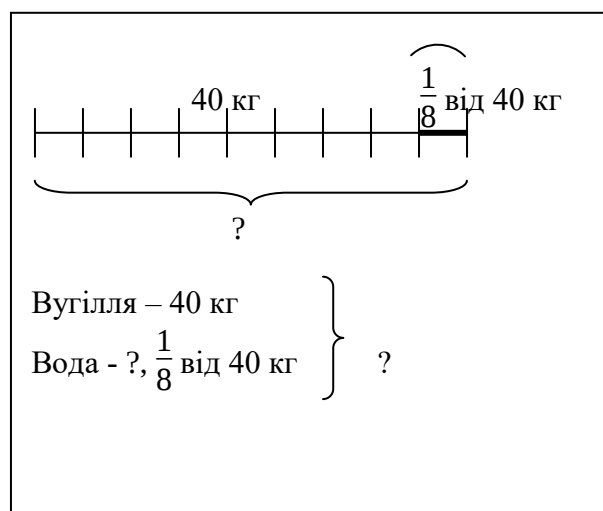
Відповідь: 35 дерев яблунь і груш разом.

- Чи можна дізнатися, скільки інших дерев в садку? (Так, треба: $60 - 35 = 25$ (д.) інших дерев в садку.)

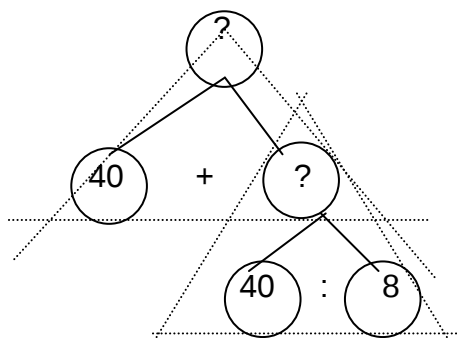
Задача. Кам'яний вугілля через деякий час після його здобичі поглинає в себе воду, маса якої складає восьму частину маси вугілля. Маса взятого для проби, тільки що, здобутого вугілля дорівнює 40 кг. Яка буде маса цього вугілля через деякий час?

- Про що розповідається в задачі? (Про вугілля.)
- Що з ним відбувається? (Після здобичі, воно поглинає воду.)
- Чи відомо , скільки води поглинає вугілля? (Ні, але сказано, що восьму частину від маси вугілля.)
- Чи відома маса вугілля? (Так, 40 кг.)
- Які ключові слова ми виділимо? (Вугілля та вода.)
- Складемо короткий запис:

- Чи відома маса вугілля? (Так, 40 кг.)
- Чи відома маса води? (Ні, але відома, що маса води складає $\frac{1}{8}$ від 40 кг.)
- Яке запитання задачі? (Яка буде маса вугілля через деякий час?)
- Поясніть це запитання? Що станеться через деякий час? (Вугілля набере воду. Це буде вже вугілля і вода. Тому треба знайти масу вугілля і води. Позначимо це фігурною дужкою.)



- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 40 означає масу вугілля. Число $\frac{1}{8}$ означає, яку частину від маси вугілля складає вода. Знаменник дробу означає, що все вугілля розділили на 8 рівних частин. Чисельник цього дробу означає, що лише 1 таку частину складає вода.)
- Що треба знайти в задачі? (Масу вугілля і води разом.) Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – масу вугілля , відомо 40, та П – масу води , невідомо.)
- Зробимо схематичний малюнок до цієї задачі.
- Повторіть запитання задачі. Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо масу води.)
- Що треба знати, щоб знайти масу води? (Треба знати два числові значення: 1 – масу вугілля, відомо, 40, та П – яку частину складає вода від маси вугілля, відомо – восьму.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення, щоб знайти частину від числа, треба це число поділити на кількість частин в ньому.)
- Чи можемо ми відразу відповісти на це запитання? (Так, ми від запитання перейшли до числових даних, аналіз закінчено.)



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося про масу води. Другою дією дізнаємося про масу вугілля з водою.)
- Розв'яжіть задачу по діях з поясненням.

Розв'язання.

1) $40 : 8 = 5$ (кг) – маса води;

2) $40 + 5 = 45$ (кг) – маса вугілля з водою.

Або $40 + 40 : 8 = 45$ (кг)

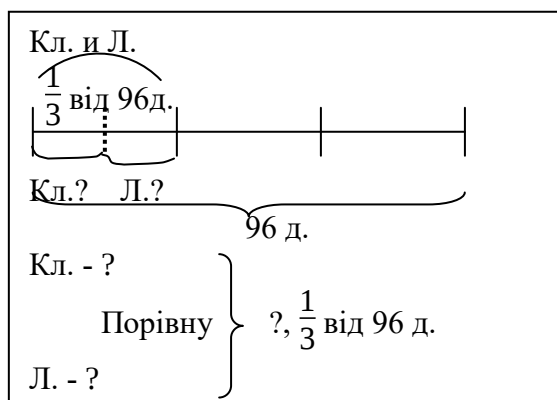
- Запишіть відповідь.

Відповідь: 45 кг буде маса цього вугілля через деякий час.

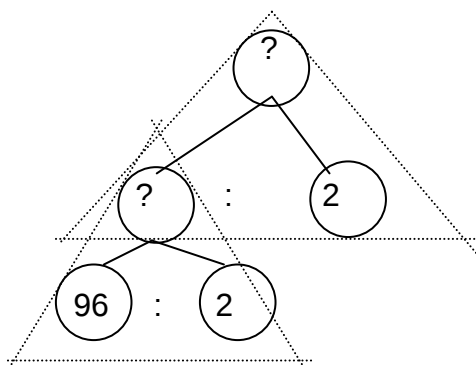
Розглянемо наступні складені задачі першого типу:

Задача. В парку 96 дерев. Третю частину цих дерев складають клени та липи. Скільки кленів і лип в парку, якщо їх там порівну?

- Прочитайте задачу та уявіть, про що в ній розповідається? (В задачі розповідається про дерева: клени та липи.)
- Які ключові слова виділимо в задачі? (Клени та липи.)
- Чи відомо, скільки в парку кленів? (Ні.) Чи відомо скільки лип? (Ні.)
- А, що відомо? (Відомо, що кленів та лип порівну.)
- Що ще відомо в задачі? (Що клени і липи разом складають $\frac{1}{3}$ усіх дерев.)
- А скільки усіх дерев? (96. Таким чином, клени і липи разом складають $\frac{1}{3}$ від 96 дерев.)
- По короткому запису поясніть числа задачі. (Число 96 означає, скільки всього дерев в парку. Число $\frac{1}{3}$ показує, яку частину усіх дерев складають липи та клени. Знаменник цього дробу показує, що усі дерева розділили на 3 рівні частини. Чисельник цього дробу показує, що лише одну таку частину складають липи і клени.)
- Що означає слово "порівну"? (Кленів та лип порівну.)
- Зробимо схематичний малюнок до задачі.



- Скільки кленів і лип в парку, якщо їх там порівну?)
- Чим цікаво запитання? (Тут запитується і про клени і про липи. Отже тут два запитання: скільки кленів? Та скільки лип?)
- Чи треба відповідати на два запитання? (Кленів і лип порівну, тому достатньо дізнатися, скільки кленів, а лип буде стільки ж.)
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання “Скільки кленів?” (Треба знати два числові значення: 1 – скільки кленів і лип разом, невідомо, та П – на скільки рівних частин треба ділити, відомо на 2.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією ділення.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Ні, ми не знаємо, скільки кленів і лип.)
- Що треба знати, щоб відповісти на це запитання? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки всього дерев, відомо, 96, та П – яку частину складають клени та липи, відомо, третю.)
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією ділення: щоб знайти частину від числа, треба це число поділити на кількість частин в ньому.)
- Чи можемо ми відразу відповісти на це запитання? (Так, ми від запитання перейшли до числових даних, аналіз закінчено.)



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося, скільки кленів і лип разом. Другою дією дізнаємося, скільки кленів або лип.)
- Запишіть розв'язання.

Розв'язання.

- 1) $96 : 3 = 32$ (д.) – кленів та лип разом.
- 2) $32 : 2 = 16$ (д.) - кленів або лип.

Або $96 : 3 : 2 = 16$ (д.)

- Запишіть відповідь.

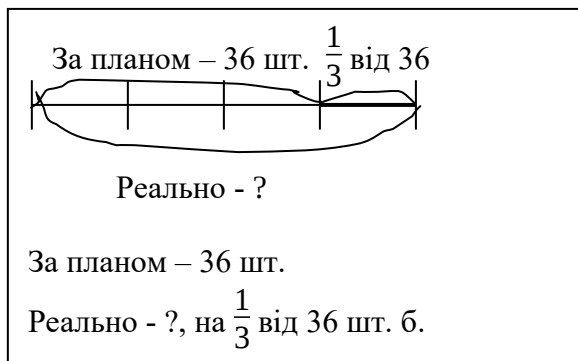
Відповідь: 16 кленів та 16 лип у парку.

2. Складені задачі, в яких треба знайти число, що на частину від даного більше.

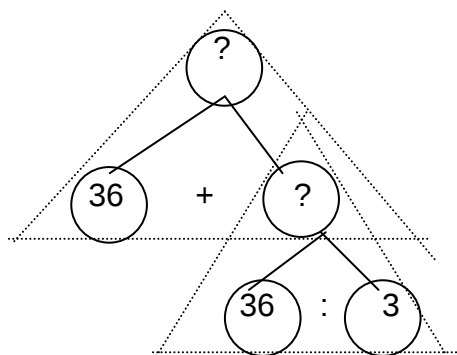
Задача. Школярі запланували зробити для лісопарку 36 годівниць для птахів, а зробили на третину більше. Скільки годівниць зробили школярі?

- Прочитайте задачу та уявіть про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається про годівниці, які виготовляли школярі.)
- Що з ними відбувалося? (Школярі за планом повинні були зробити 36 годівниць, а реально зробили на третину більше.)
- Які ключові слова виділимо в задачі? (За планом і реально.)
- Складіть короткий запис зо задачі.

- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 36 означає, скільки годівниць повинні були зробити школярі за планом. Число $\frac{1}{3}$ означає на яку частину від 36 вони зробили більше. Знаменник цього дробу означає, що усі годівниці, що заплановано, розділили на три рівні частини. Чисельник цього дробу позначає, що школярі зробили на одну таку частину більше.)
- Яке запитання задачі? (Скільки годівниць зробили школярі.)
- Зробіть схематичний малюнок.



- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки вони повинні зробити годівниць за планом, відомо , 36, та П – на скільки більше годівниць вони зробили, невідомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо на скільки більше годівниць вони виготовили.)
- Що треба знати, щоб знайти на скільки більше годівниць вони виготовили? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки годівниць вони повинні виготовити за планом, відомо, 36, та П – на яку частину більше вони виготовили , відомо – третю.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення, щоб знайти частину від числа, треба це число поділити на кількість частин в ньому.)
- Чи можемо ми відразу відповісти на це запитання? (Так, ми від запитання перейшли до числових даних, аналіз закінчено.)



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося на скільки більше годівниць виготовили школярі. Другою дією дізнаємося, скільки годівниць виготовили школярі.)
- Запишіть розв'язання і відповідь.

Розв'язання.

- 1) $36 : 3 = 12$ (шт.) – на стільки більше виготовили школярі;
- 2) $36 + 12 = 48$ (шт.) виготовили школярі.

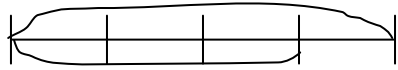
Або $36 + 36 : 3 = 48$ (шт.)

Відповідь: 48 годівниць виготовили школярі.

Задача. *Радіоприймач коштував 360 грн. Потім ціна була знижена на $\frac{1}{3}$ від вихідної ціни. Яка нова ціна радіоприймача?*

- Прочитайте задачу та уявіть про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається ціну радіоприймача.)
- Що з ними відбувалося? (Радіоприймач спочатку коштував 360 грн. – це його попередня ціна, а потім його ціна була знижена і він став коштувати менше, тобто нова ціна буде менша, ніж попередня.)
- Які ключові слова виділимо в задачі? (Попередня ціна, нова ціна.)
- Складіть короткий запис до задачі.
- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 360 означає, скільки гривнів була попередня ціна. Число $\frac{1}{3}$ означає на яку частину від попередньої ціни, нова ціна стала менша. Знаменник цього дробу означає, що попередню ціну розділили на три рівні частини. Чисельник цього дробу позначає, що нова ціна менша на одну таку частину.)
- Яке запитання задачі? (Яка нова ціна радіоприймача?)
- Зробіть схематичний малюнок.

Попередня ціна – 360 грн.

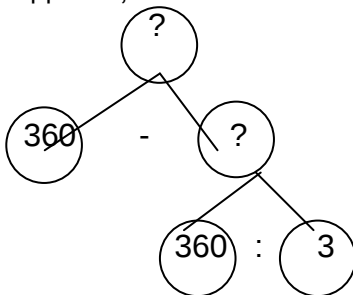


Нова ціна - ? , на $\frac{1}{3}$ від 360 грн. м.

Попередня ціна – 360 грн.

Нова ціна - ? , на $\frac{1}{3}$ від 360 грн. м.

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – попередню ціну, відомо , 360, та П – на скільки менше гривнів стала нова ціна, невідомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією віднімання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо на скільки менше стала нова ціна.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – попередню ціну, відомо, 360, та П – на яку частину менше стала нова ціна , відомо – третю.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення, щоб знайти частину від числа, треба це число поділити на кількість частин в ньому.)
- Чи можемо ми відразу відповісти на це запитання? (Так, ми від запитання перейшли до числових даних, аналіз закінчено.)



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося на скільки менше стала ціна радіоприймача. Другою дією дізнаємося про нову ціну радіоприймача.)
- Запишіть розв'язання і відповідь.

Розв'язання.

$$1) 360 : 3 = 120 \text{ (грн.)} - \text{на стільки менше стала ціна;}$$

$$2) 360 - 120 = 240 \text{ (грн.)} - \text{нова ціна.}$$

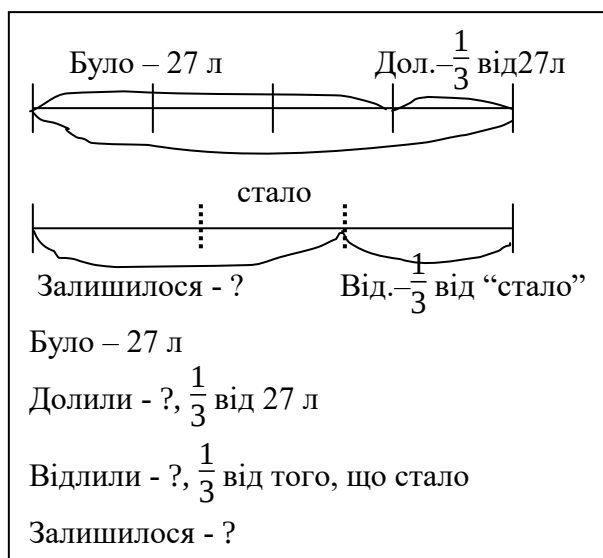
Або $360 - 360 : 3 = 240 \text{ (грн.)}$

Відповідь: 240 грн. – нова ціна радіоприймача.

3. Складені задачі, в яких треба знаходити частину від невідомого числа.

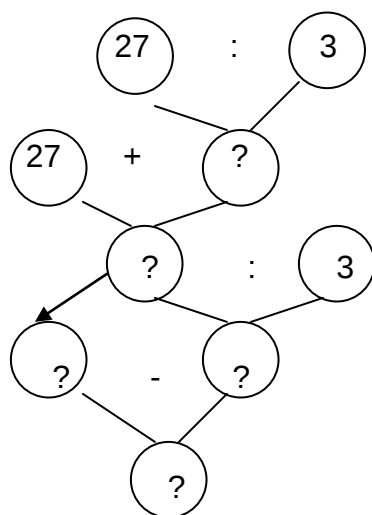
Задача. В бочці 27 л води. Спочатку в бочку долили третю частину того, що в ній було, а потім відлили третину того, що в ній стало. Скільки літрів води залишилося в бочці?

- Прочитайте задачу та уявіть про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі? (Про воду.)
- Що з нею відбувалося? (Вода була в бочці. Потім воду спочатку долили в бочку, потім з неї відлили. І після цього в бочці ще залишилася вода.)
- Які ключові слова виділимо в задачі? (Було, долили, відлили, залишилося.)
- Складіть короткий запис до задачі.
- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 27 означає, скільки літрів води було спочатку в бочці. Число $\frac{1}{3}$ означає яку частину від того, що було долили. Знаменник цього дробу означає, що всю воду, що була в бочці, розділили на три рівні частини. Чисельник цього дробу позначає, що долили одну таку частину. Число $\frac{1}{3}$ означає яку частину від того, що стало в бочці, відлили. Знаменник цього дробу означає, що всю воду, що стала в бочці, розділили на три рівні частини. Чисельник цього дробу позначає, що відлили одну таку частину.)
- Яке запитання задачі? (Скільки літрів води залишилося в бочці?)
- Зробіть схематичний малюнок.



- Проведемо синтетичні міркування – від числових даних до запитання задачі.

- Знаючи, що було 27 л води і знаючи, що третину від цього числа долили, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Скільки літрів води долили.) Якою дією? (Дією ділення: щоб знайти частину від числа, треба це число поділити на кількість частин в ньому.)
- Знаючи, що в бочці було 27 л води, і знаючи, скільки літрів долили, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Скільки літрів води стало в бочці.) Якою арифметичною дією? (Дією додавання.)
- Знаючи, скільки літрів води стало в бочці, і знаючи що третю частину від того, що стало відлили, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Скільки літрів води відлили з бочки.) Якою арифметичною дією? (Дією ділення.)
- Знаючи, скільки літрів води стало в бочці та скільки літрів води відлили, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Скільки літрів води залишилося в бочці.) Якою арифметичною дією? (Дією віднімання.)
- Отже ми від числових даних задачі перейшли до її запитання. Синтез закінчено.



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією скільки літрів води долили в бочку. Другою дією дізнаємося скільки літрів води стало в бочці. Третьою дією дізнаємося, скільки літрів води відлили з бочки. Четвертою дією дізнаємося скільки літрів води залишилося в бочці.)
- Запишіть розв'язання і відповідь.

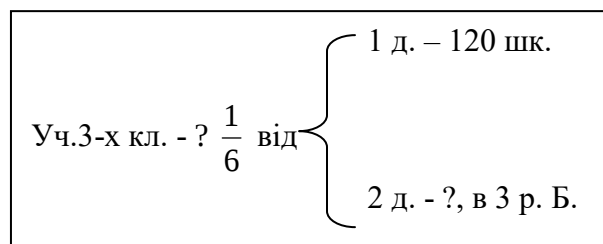
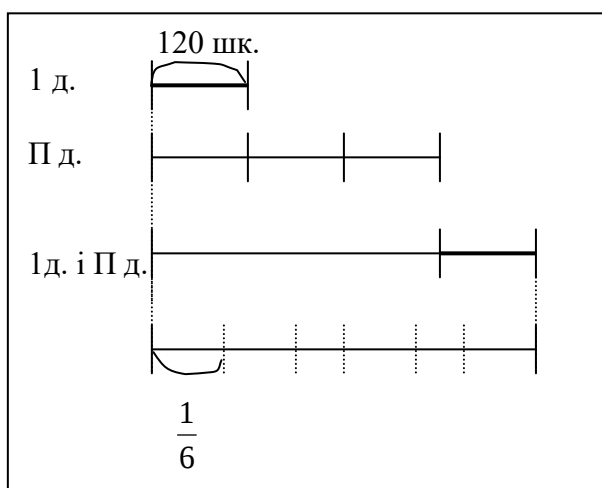
Розв'язання.

- 1) $27 : 3 = 9$ (л) – долили;
- 2) $27 + 9 = 36$ (л) – стало;
- 3) $36 : 3 = 12$ (л) – відлили;
- 4) $36 - 12 = 24$ (л) – стало.

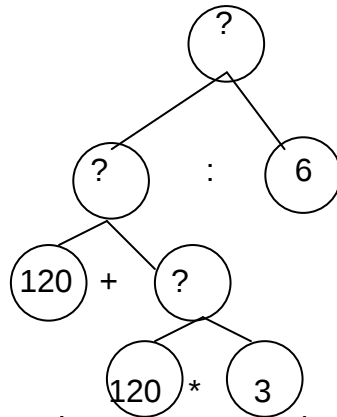
Відповідь: 24 л води стало в бочці.

Задача. В перший день виставку відвідали 120 школярів, а в другий – в 3 рази більше. Учні третіх класів складали $\frac{1}{6}$ частину усіх відвідувачів. Скільки третьокласників відвідало виставку?

- Прочитайте задачу та уявіть про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається про школярів, які відвідували виставку.)
- Що з ними відбувалося? (Школярі відвідували виставку в перший день та другий день і частина від усіх відвідувачів була третьокласниками.)
- Які ключові слова виділимо в задачі? (Перший день, другий день.)
- Складіть короткий запис до задачі.
- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 120 означає, скільки учнів відвідало виставку в перший день. Число 3 означає у скільки разів більше учнів відвідало виставку в другий день, ніж в перший. Число $\frac{1}{6}$ яку частину від усіх відвідувачів складали третьокласники. Знаменник цього дробу означає, що усіх відвідувачів розділили на шість рівних частини. Чисельник цього дробу позначає, що лише одна така частина була третьокласниками.)
- Яке запитання задачі? (Скільки третьокласників відвідало виставку?)
- Зробіть схематичний малюнок.



- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки всього учнів відвідало виставку, невідомо, та П – яку частину складають учні третього класу, відомо, шосту.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення: щоб знайти частину від числа треба це числа на кількість рівних частин в ньому.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо скільки учнів всього відвідало виставку.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки учнів відвідало виставку в перший день, відомо, 120, та П – скільки учнів відвідали виставку в другий день, не відомо.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можемо ми відразу відповісти на це запитання? (Ні, ми не знаємо скільки учнів відвідали виставку в другий день?
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки учнів відвідало виставку в перший день, відомо, 120, та П – у скільки разів більше учнів відвідали виставку в другий день, відомо, у 3.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією множення.)
- Чи можемо ми відразу відповісти на це запитання? (Так, ми від запитання перейшли до числових даних, аналіз закінчено.)



- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємося скільки учнів відвідали виставку в другий день. Другою дією дізнаємося скільки учнів відвідали виставку в третій день. Третьою дією дізнаємося, скільки учнів третіх класів відвідали виставку.)
- Запишіть розв'язання і відповідь.

Розв'язання.

- 1) $120 * 3 = 360$ (уч) відвідали виставку в П день;
- 2) $120 + 360 = 480$ (уч) відвідали виставку за два дні;
- 3) $480 : 6 = 80$ (уч) третіх класів

$$(120 + 120 * 3) : 6 = 80 \text{ (уч)}$$

Відповідь: 80 учнів третіх класів відвідали виставку.

Цю задачу можна розв'язати іншим способом. Якщо уважно подивитися на схематичний малюнок, то ми побачимо, що за два дні відвідало виставку 4 рази по 120 учнів:

- 1) $120 * 4 = 480$ (уч) відвідало виставку за два дні;
- 2) $480 : 6 = 80$ (уч.) третіх класів.

$$120 * 4 : 6 = 80 \text{ (уч)}.$$

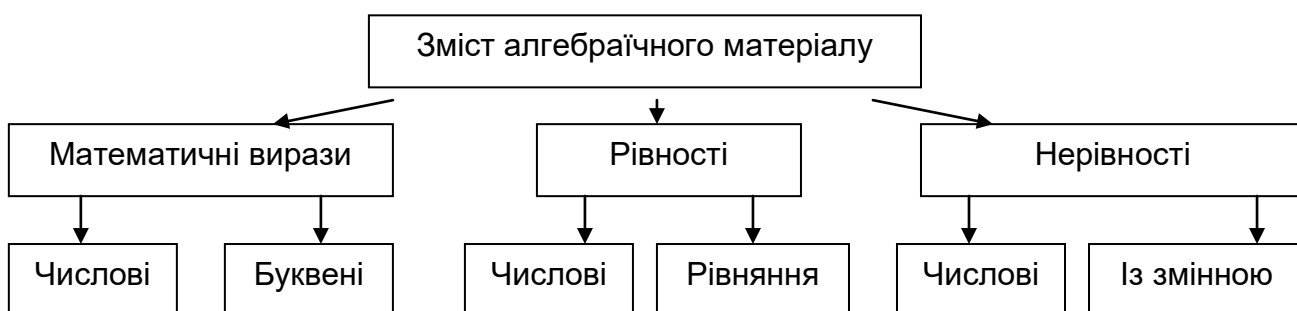
Алгебраїчний матеріал в курсі математики 3-го класу.

Програмою з математики передбачається, що учні початкової школи повинні отримати початкові уявлення про *математичні вирази, числові рівності та нерівності*, познайомитися з *буквеною символікою, із змінною*, навчитися розв'язувати нескладні *рівняння та нерівності*, набути вмінь розв'язувати деякі прості та складені задачі за допомогою рівнянь.

Мета вивчення алгебраїчного матеріалу полягає в більш глибокому розкритті арифметичних понять, в доведенні узагальнень учнів до високого рівня, а також у підготовці до подальшого засвоєння курсу алгебри.

Таким чином, вивчення елементів алгебри в початковому навчанні математики тісно пов'язано з вивченням арифметичного матеріалу. Це виявляється, наприклад, у тому, що рівняння і нерівності розв'язуються без застосування алгебраїчного апарату (теорем про рівносильність рівнянь), а використовуючи властивості арифметичних дій, на підставі взаємозв'язку між компонентами та результатами арифметичних дій.

Основними алгебраїчними поняттями є "рівність", "нерівність", "вираз", "рівняння". Означень цих понять в курсі математики початкової школи не дається. Учні засвоюють їх на рівні уявлень в процесі виконання спеціальних вправ.



Математичні вирази: числові .

Основними задачами при вивченні математичних виразів є:

- навчити читати та записувати математичні вирази;
- навчити знаходити значення математичних виразів;
- навчити виконувати тотожні перетворення;
- навчити порівнювати математичні вирази;
- навчити складати вираз за текстом будь-якої простої або складеної задачі.

Математичний вираз – це запис, який складається із чисел та букв, які з'єднані знаками арифметичних дій та дужками. Наприклад :

$$3*2+24:6 \quad a + 5*12 \quad в:(11-6)$$

Якщо запис складається лише тільки із чисел, які з'єднані знаками арифметичних дій та дужками – це числовий вираз.

В 3-му класі учні уперше зустрічаються з математичними виразами, які містять три арифметичні дії. Наприклад:

$$32 - 24 + 64 : 8$$

$$8 * 9 - (42 - 7)$$

$$56 : 8 + 64 : 8$$

$$24 - 18 : 3 + 7$$

$$8 * 2 - 6 : 2,$$

між тим, як у другому класі вивчалися вирази, які містили не більше двох арифметичних дій.

Знаходження значень математичних виразів.

В 2-му класі учня познайомилися з математичними виразами, які містили дві арифметичні дії різних ступенів, а також виразами, в яких числа поєднані знаками арифметичних дій множення та ділення; знаходили значення виразів з дужками. Але правила порядку дій не були введені.

З правилами порядку виконання дій у виразах учні знайомляться в 3-му класі. Звичайно це відбувалося під час вивчення теми „Таблиці множення та ділення”.

1. Якщо у виразі без дужок є тільки додавання та віднімання, тоді їх виконують в тому порядку, в якому вони записані: $40-12+8=36$ $57-9-20=28$
2. Якщо у виразі без дужок є тільки множення та ділення, тоді їх виконують в тому порядку, в якому вони записані: $24:4:3=2$ $12:3*2=8$ $2*2*7=28$
3. Якщо у виразі немає дужок, тоді спочатку виконують по порядку множення та ділення, а потім додавання та віднімання: $24-8:4=22$ $4*3+2*6=24$ $20+4*7=48$
4. Якщо у виразі є дужки, тоді спочатку виконують дії в дужках: $35-(41-24)$ $36:(13-9)$

Вчитель звертає увагу учнів на важливість притримування цих правил при обчисленнях, інакше можна одержати невірну відповідь: $20 - 15:5$,

- за правилами порядку дії, отримаємо: 1) $15:5=3$, 2) $20-3=17$, тому $20-15:5=17$;
- якщо не притримуватися правил: 1) $20-15=5$, 2) $5:5=1$, $20-15:5=1$ – невірно.

Для закріплення правил порядку дій учням пропонуються завдання :

1. Розв'язок прикладів з поясненням порядку дій.
 2. Пояснення помилок у порядку виконання дій (завдання на критику помилок).
 3. Використовуючи дужки змінити порядок дій:
 $5+4*3$ $((5+4)*3)$
 4. Вправи на прикладання всіх правил порядку дій.
 5. Знайти значення виразів, у яких остання дія віднімання (додавання й тощо):
 $8-8:2$ $32+(17-8)$ $64:8-8$
 $(70-7):7$ $32-(17+8)$ $(64-8):8$
 6. В кожному виразі поставити дужки так, щоб його значення збільшилося:
 $1+8*4$ $24-18:2+7$ $24:8-2$
 $32:8-4$ $42-24:3+3$ $7*3+6$
- При розв'язанні цього завдання учні повинні міркувати так:
- 1) Яка остання арифметична дія в даному виразі? ($1+8*4$ – остання дія додавання.)
 - 2) Яка арифметична дія повинна бути останньою, якщо змінити за допомогою дужок порядок дій? ($1+8*4$ – остання дія повинна бути множенням.)
 - 3) Як повинен змінитися один з компонентів, щоб значення збільшилося? (Добуток збільшується, якщо один з доданків збільшується.)
 - 4) Як за допомогою дужок змінити цей компонент? (Можна збільшити перший множник, якщо взяти у дужки суму 1 та 8. $(1+8)*4$.)
- Так можна міркувати при розв'язанні 1-го та 3-го стовпчиків завдань:
- $$(1+8)*4 \qquad 24:(8-2)$$
- $$32:(8-4) \qquad 7*(3+6)$$
- Міркування при виконанні завдань 2-го стовпчика можуть бути такими:

- 1) Яка арифметична дія остання в даному виразі? ($18 : 2 + 7$ – остання дія додавання.)
- 2) Які дії можуть бути останніми при зміні порядку дій? (Або віднімання, або ділення.)
- 3) При якій арифметичній дії з двох визначених, отримуємо більший результат? (При відніманні отримуємо більший результат, ніж при діленні.)
- 4) Отже, яка дія повинна бути останньою? (Віднімання.)
- 5) Як треба змінити один з компонентів дії, щоб результат збільшився? (Щоб різниця збільшилася, треба щоб або зменшуване збільшилося, або від'ємник зменшився.)
- 6) Який компонент можна змінити? (Можна змінити від'ємник. Від'ємник повинен зменшитися.)
- 7) Як можна цього досягти? (Щоб від'ємник $18 : 2 + 7$ зменшився, треба щоб останньою дією було ділення і щоб значення частки було меншим. Значення частки буде меншим, якщо дільник збільшиться. Маємо: $18 : (2 + 7)$.)
- 8) Запиши відповідь. ($24 - 18 : (2 + 7)$)

7. Замість точок поставити такі знаки арифметичних дій, щоб отримати вірні рівності:

$$3 \dots 6 \dots 2 = 9 \quad 25 \dots 5 \dots 4 \dots 2 = 22$$

$$9 \dots 3 \dots 9 = 36 \quad 9 \dots 3 \dots 6 \dots 2 = 6$$

При розв'язанні прикладів першого стовпчика треба:

- 1) Число, яке записано після знаку „=” подати у вигляді добутку (частки, суми або різниці). ($3 \dots 6 \dots 2 = 9$, $9 = 3 * 3$.)
- 2) Чи є серед чисел, що записані ліворуч від знака „=” один з компонентів? (Так, є перший множник 3.)
- 3) Подумай, за допомогою якої арифметичної дії , яку треба виконати між двома іншими числами, щоб отримати інший компонент дії? (Треба $6 : 2 = 3$.)
- 4) Запиши відповідь. ($3 * (6 : 2) = 9$ або $3 * 6 : 2 = 9$)

Аналогічними міркуваннями дістаємо відповідь на друге завдання першого стовпчика:

- 1) $36 = 9 * 4 = 9 * 3 + 9$
- 2) Є множник 9.
- 3) За допомогою чисел 3 та 9 або 9 та 3 не можна отримати другий множник 4. Тому користуємося поданням числа 36 у вигляді суми: $9 * 3 + 9$.)
- Бачимо перший доданок можна отримати, якщо 9 помножити на 3, а другий доданок – це число 9.
- 4) $9 * 3 + 9 = 36$

Розглянемо міркування при розв'язанні прикладів другого стовпчика:

- 1) Число, яке записано після знаку „=” подати у вигляді добутку (частки, суми або різниці). ($25 \dots 5 \dots 4 \dots 2 = 22$, $22 = 20 + 2$.)
- 2) Чи є серед чисел, що записані ліворуч від знака „=” один з компонентів? (так, є другий доданок 2.)
- 3) Подумай, як отримати інший компонент дії? ($25 \dots 5 \dots 4 = 20$. $25 : 5 * 4 = 20$)
- 4) $25 : 5 * 4 + 2 = 22$

Аналогічно: $9 \dots 3 \dots 6 \dots 2 = 6$

- 1) $6 = 3 * 2$, $6 = 3 + 3$
- 2) Є множник 2.
- 3) Треба з чисел $9 \dots 3 \dots 6 = 3$ – немає можливостей. Тому розглянемо суму: $6 = 3 + 3$. Як отримати з чисел $9 \dots 3$ число 3 ? Дією ділення. Як отримати з чисел 6 та 2 число 3? Дією ділення.
- 4) $9 : 3 + 6 : 2 = 6$.

8. Розставити дужки так, щоб рівності були вірними:

$$12 : 2 + 2 * 2 = 6 \qquad 32 : 8 - 2 * 2 = 4 \qquad 72 - 24 : 6 + 2 = 66 \quad (72 - (24 : 6 + 2) = 66)$$

$$12 : 2 + 2 * 2 = 2 \qquad 32 : 8 - 2 * 2 = 8$$

Розглянемо першу рівність:

1) Число 6 можна подати у вигляді: $6 = 3 * 2$, $6 = 4 + 2$.

2) У вигляді суми подавати число 6 не можна, тому що $12 : 2$ не дорівнює 4. Отже будемо виходити з добутку: $6 = 3 * 2$. Другий множник, число 2 ми маємо.

3) Подумаємо, як дістати перший множник 3? $12 : 2 + 2$ – треба розставити дужки так, щоб отримати число 3: $12 : (2 + 2)$.

4) $12 : (2 + 2) * 2 = 6$.

Аналогічно міркуємо при розв'язанні другого завдання:

1) $2 = 1 * 2$ (Ми не дістанемо 1 – $12 : 2 + 2$.) $2 = 12 : 6$

2) Є ділене 12.

3) Треба подумати, як з решти чисел і знаків дій отримати число 6: $2 + 2 * 2 = 6$.

4) $12 : (2 + 2 * 2) = 2$

Аналогічно:

$$32 : 8 - 2 * 2 = 4 \qquad (32 : 8 - 2) * 2 = 4$$

$$32 : 8 - 2 * 2 = 8 \qquad 32 : (8 - 2 * 2) = 8$$

$$72 - 24 : 6 + 2 = 66 \qquad 72 - (24 : 6 + 2) = 66$$

Порівняння числових виразів.

Вирази порівнюються декількома способами:

1. Знаходимо значення кожного виразу і порівнюємо отримані числа. Більше той вираз, значення якого більше. І навпаки.
2. Порівнюємо вирази, аналізуючи їх: $3+5$... $3+4$ - обидва вирази – суми; в обох сумах однакові перші доданки, значить більший той вираз у якого другий доданок більший: 5 більш ніж 4, тому $3+5$ більше $3+4$.
3. Перетворення виразу й порівняння виразів 2-им способом: $3*2 + 3$... $3*4$

В 3-му класі учням пропонується порівняти вирази і число, при чому вирази містять кілька арифметичних дій. Наприклад:

$$56 : 7 - 7 \dots 5$$

Зрозуміло, що порівняння даного виразу і числа відбувається першим способом: обчислюється значення виразу: $56 : 7 - 7 = 1$. Порівнюється отримане число з даним: $1 < 5$. Робимо висновок: $56 : 7 - 7 < 5$

Цікавим є завдання: підібрати такі числа, щоб нерівності були вірними:

$$5 * 8 > 5 * \dots \quad 4 * 7 < \dots * 8$$

При розв'язанні цього завдання треба застосувати другий спосіб порівняння виразів:

$$5 * 8 > 5 * \dots$$

- 1) Порівняйте вирази, записані зліва та справа. Що в них спільного? (Обидва вирази добутки.)
- 2) Порівняйте компоненти цих виразів? (В них однакові перші множники. В них повинні бути різними другі множники, тому що значення першого виразу більше.)
- 3) Як треба змінити один з компонентів, щоб значення виразу зменшилося (збільшилося)? (Щоб добуток зменшився, треба щоб і другий множник

зменшився. Отже другим множником буде число, яке менше за 8 – це 7 або 6 або 5 або 4 або 3 або 2 або 1 або 0.

$$4 * 7 < ... * 8$$

- 1) Порівняйте вирази, записані зліва та справа. Що в них спільного? (Обидва вирази добутки.)
- 2) Порівняйте компоненти цих виразів? (В них різні другі множники . При чому більше число містить вираз, значення якого більше. Тому якщо ці вирази містимуть однакові перші множники, то значення другого виразу буде все одно більшим! Отже : $4 * 7 < 4 * 8$)

Тотожні перетворення виразів

Тотожні перетворення виразів – це заміна даного виразу іншим, значення котрого рівно значенню даного (зазначимо, що це означення вірно лише для чисел, які вивчаються в курсі початкової школи).

Тотожні перетворення в 3-му класі здійснюються на підставі властивостей арифметичних дій та їх наслідків:

- 1) переставної властивості множення та додавання;
- 2) сполучної властивості додавання та множення;
- 3) правил:

- віднімання суми від числа, числа від суми;

$$a - (b + c) = \begin{cases} (a - b) - c \\ (a - c) - b \end{cases}$$

$$(a + b) - c = \begin{cases} (a - c) + b \\ (b - c) + a \end{cases}$$

- множення числа на суму, суми на число;

$$a * (b + c) = a * b + a * c$$

$$(a + b) * c = a * c + b * c$$

- ділення суми на число; ділення числа на добуток й тощо.

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

$$a : (b * c) = \begin{cases} (a : b) : c \\ (a : c) : b \end{cases}$$

Вивчаючи властивості арифметичних дій діти впевнюються, що в деяких виразах можна виконувати дії по-різному, але значення їх при цьому не змінюється. Далі знання цих властивостей арифметичних дій учні застосовують для перетворення виразів у тотожні.

$$52 : 4 = (40 + 12) : 4 = 40 : 4 + 12 : 4 = 10 + 3 = 13$$

Важливо, щоб учні не тільки пояснювали на підставі чого вони отримають наступний вираз, але й розуміли, що всі ці вирази поєднує знак “=” тому ,що вони мають однакові значення.

Учні 3-го класу також виконують тотожні перетворення не тільки на підставі властивостей арифметичних дій, але й на підставі їх конкретного змісту дії множення: $3*4 = 3+3+3+3$

В 3-му класі учні роблять висновок: якщо у виразі з дужками, дужки не впливають на порядок дій, тоді їх можна не ставити:

$$18+(8:2) = 18+8:2$$

Цей висновок роблять при розв'язанні задач за допомогою складання виразу та знаходження значення виразу по діях з поясненням.

Буквені вирази.

Якщо вираз складається також ще й з букв – це буквенний вираз.

У процесі виконання завдань на знаходження значень виразів із змінною формується розуміння змінної як букви у виразі, що може набувати деякої множини значень. В учнів має створитися чітке уявлення про те, що у виразу із змінною – буквою не має певного значення, воно залежить від того яке значення приймає буква.

В 3-му класі продовжується робота над виразами з однією змінною, а також вводяться вирази, які містять дві букви.

Спочатку учні знайомляться з буквеними виразами, які утримують дві однакові букви, та вчать знаходити їх числове значення при заданому значенні букви:

1. $a + (a + 25)$, якщо $a=12$
2. Обчислити значення виразу, якщо $a=8$: $a+6*a$

Обчислити значення цього виразу можливо декількома способами:

1 спосіб: підставити значення букви та обчислити значення виразу: $a + 6*a$, якщо $a=8$, отримаємо

$$8 + 6*8 = 8 + 48 = 56$$

Цей спосіб передбачено підручником. Тому що, даний приклад пропонується після складання таблиці множення числа 6. Але в подальшому навчанні можна використовувати ще й інший спосіб обчислення значення буквеного виразу:

2 спосіб: виконати тотожні перетворення виразу:

- 1) переставимо місцями доданки: $6*a + a$
- 2) переставимо місцями множники: $a*6 + a$
- 3) використаємо конкретний зміст дії множення: $a * 7$
- 4) підставимо значення букви та обчислимо значення виразу: $8*7=56$.

Зазначимо, що цей спосіб можна запропонувати дітям під час вивчення таблиці множення числа 8. Тобто можна ще раз повернутися до вже розв'язаного прикладу й показати інший засіб розв'язання.

3. Знайти значення виразу: $a + a + a + a = a * 4$, якщо $a=7$

Тобто тут учні уперше зустрічаються з тим, що буква може бути однаковим доданком, суму однакових доданків можна замінити добутком. Таким чином виконано тотожне перетворення буквеного виразу, а потім пропонується знайти значення отриманого буквеного виразу. Це означає, що у подальших прикладах на знаходження значень буквених виразів якщо можливо виконувати спочатку тотожні перетворення, які спрощують вираз, а тільки потім знаходити числове значення буквеного виразу при заданому значенні букви.

Далі пропонуються завдання на знаходження значення буквеного виразу, який містить дві різні букви.

При вивченні множення та ділення у межах 1000 букви широко застосовують для узагальнення правил множення та ділення з 1 та 0: пропонується знайти значення буквеного виразу при заданому значенні букви, використовуючи попередні правила, тобто виконуючи тотожні перетворення буквених виразів:

$$1 * a, \text{ якщо } a=8 \quad \text{отримаємо } 1 * a = a = 8$$

Взагалі, в 3-му класі новим є використання різних букв латинського алфавіту для позначення змінної; розгляд виразів, у яких змінна повторюється та виразів із двома буквами.

Також учні знайомляться з задачами, які містять буквене дане, та вчаться складати буквений вираз до задачі. У початкових класах вміння розв'язувати ці задачі не входить в обов'язковий мінімум, тому в контрольні роботи вони не включаються. У підручниках задачі з буквеними даними за математичним змістом для учнів не нові. Такі задачі вони вже розв'язували, але з числовими даними. Однією з особливостей в оформленні розв'язку задач з буквеними даними є те, що короткий запис варто поєднувати з розв'язанням задачі.

Наприклад: *Від першої корови доярка надоїла a л молока, а від другої – на 3 л більше. Скільки літрів молока доярка надоїла від обох корів?*

2. Прочитайте задачу та уявіть про що в ній говориться. Про що говориться в задачі?

3. Запишімо задачу коротко. Які ключові слова можна виділити?

1 корова – a л	} ? – це звичайний короткий запис.
2 корова - ?, на 3 л більше	

4. За коротким записом (або текстом задачі) поясніть числа задачі. Яке запитання?

5. Скільки літрів молока надоїли від 1-ї корови? 1 корова - a л

6. Скільки літрів молока надоїли від 2-ї корови? 2 корова - $(a + 3)$ л

(Ми не знаємо скільки літрів молока дала 2-га корова, але ми знаємо, що на 3 літри більше ніж 1-ша корова, на 3 л більше – це означає стільки ж скільки 1-ша корова a л, та ще 3 л, тому 2-га корова дала $(a + 3)$ л молока.

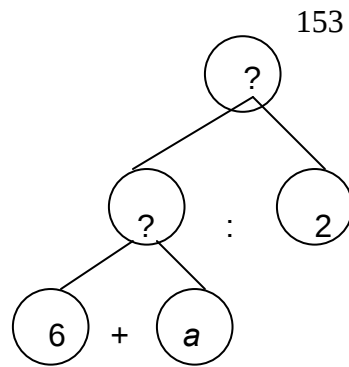
7. Яке запитання задачі? Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі? Якою дією відповімо на запитання задачі?

.. $a + (a + 3)$ л надоїла доярка від двох корів.

Роботу над задачами, які містять буквене дане можна проводити і за звичайним порядком – за пам'яткою № 3:

Задача. *З одного рядка зібрали 6 гарбузів, а з другого a гарбузів. Усі гарбузи розклали в 2 ящики, порівну у кожний. Скільки гарбузів клали в один ящик?*

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки всього гарбузів зібрали з двох рядків, не відомо, та P – скільки було ящиків, відомо, 2.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення, тому що розклали порівну.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо, скільки всього гарбузів зібрали з двох рядків.)
- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: 1 – скільки зібрали з 1 –го рядка, відомо, 6, та P – скільки зібрали з другого, відомо, a .)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Так, відомі обидва числові значення.) Ми від запитання задачі перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.



- Запишіть розв'язання задачі ви разом.

$$(6 + a) : 2$$

Якщо умова задачі містить буквене дане, то відповідь записують у вигляді виразу.

Відповідь: $(6 + a) : 2$ л.

Рівняння.

В 3-му класі вводяться поняття: «рівняння», «розв'язати рівняння»; діти вчаться розв'язувати найпростіші рівняння на знаходження невідомого компонента дій додавання і віднімання, множення і ділення двома способами: підбором та на основі взаємозв'язку між результатом і компонентами цієї дії; вчаться доводити, що дане число є розв'язком рівняння.

Ознайомлення з поняттям «Рівняння».

- Знайдіть значення буквеного виразу при $x = 4$: $x + 2$.
(Учні вирішують це завдання усно, а вчитель оформляє рішення на дошці)
Рішення.
При $x = 4$, $x + 2 = 4 + 2 = 6$
- А тепер змінімо завдання: при якому значенні букви x , буквений вираз має значення 6?
- Виходячи з попереднього завдання, багато хто з вас уже відповіли на це питання. Але нас цікавить, насамперед, як варто міркувати при рішенні цього завдання?
- Звичайно, можна підбирати числа і підставляти замість ікса у вираз і потім знаходити його значення; а потім порівняти отримане число з числом 10. Якщо одержимо вірну рівність, то це шукане значення букви, тобто – рішення завдання.
- Однак, такі міркування дуже довгі. Як відразу одержати рішення?
- Запишемо:
 $x + 2 = 6$
- Що ми записали?
- Чим відрізняється ця рівність від числових рівностей?
- Чим відрізняється цей запис від буквеного виразу?
- Що в них спільного?
- Отже, рівність, що містить букву – змінну, називається рівнянням.
- Розв'язати рівняння – це значить знайти числове значення букви – змінної, при якому рівність буде вірною.
- При розв'язанні рівняння будемо міркувати так:
Прочитайте рівність.
Що невідомо?
Як знайти невідомий доданок?

Виконайте дії. ($x = 6 - 2$, $x = 4$.)

- Перевіримо, чи буде рівність вірною при $x=4$. Для цього в буквеній вираз замість букви підставляємо знайдене числове значення букви ікс: $4 + 2$; значення цього виразу повинне дорівнювати числу 6: $4 + 2 = 6$. Обчислюємо значення буквеного виразу при $x = 4$: $4 + 2 = 6$ – значення буквеного виразу при $x = 4$. Порівнюємо знайдене значення з числом, що стоїть праворуч від знака рівності: $6 = 6$ – одержали вірну рівність.

- Робимо висновок: число 4 є розв'язком даного рівняння, тому що при підстановці даного значення букви, ми одержуємо вірну рівність.

- Отже, ми розв'язали рівняння.

- Розв'язок рівняння треба оформляти так: $x + 2 = 6$

$$x = 6 - 2$$

$$\underline{x = 4 \dots\dots}$$

$$4 + 2 = 6$$

$$6 = 6$$

Відповідь: 4.

- Поясніть, чому число 4 є розв'язком рівняння.

- Чим відрізняється це завдання від попереднього? (У попередньому завданні потрібно було знайти значення виразу при даному значенні букви, а в даному – ми знаходили значення букви при даному значенні виразу.)

- Скільки може мати розв'язків буквений вираз? (Багато, для кожного значення букви.) Скільки розв'язків може мати рівняння? (Тільки одне, тому що тільки при єдиному значенні букви, рівність буде вірним.)

- Таким чином, розв'язати рівняння – це значить знайти числове значення букви, при якому рівність буде вірним.

- Отже, рівняння – це рівність з буквою – змінною. Розв'язати рівняння це значить знайти числове значення букви, при якому рівність буде вірною.

- Поняття „рівняння” має дві істотні ознаки:

1) це рівність;

2) містить змінну.

- Наведіть приклади числових виразів. Як знайти їхнє значення.

- Наведіть приклади числових рівностей. Що можна про них сказати? Вони вірні чи невірні?

- Наведіть приклади буквених виразів. Що потрібно задати, щоб обчислити їхнє значення? Як обчислити значення буквених виразів.

- Наведіть приклади рівностей, що містять букву. Як вони називаються?

- Що значить розв'язати рівняння?

Перші рівняння з якими знайомляться діти носять назву найпростіших. До найпростіших рівнянь відносяться рівняння на знаходження невідомих доданка, зменшуваного, від'ємника, множника, діленого та дільника, наприклад:

$$x - 7 = 3 \quad 6 - x = 4 \quad x * 3 = 15 \quad x : 3 = 6 \quad 18 : x = 9$$

$$x = 3 + 7 \quad x = 6 - 4 \quad x = 15 : 3 \quad x = 6 * 3 \quad x = 18 : 9$$

$$\underline{x = 10} \quad \underline{x = 2} \quad \underline{x = 5 \dots\dots} \quad \underline{x = 18} \quad \underline{x = 2}$$

$$10 - 7 = 3 \quad 6 - 2 = 4 \quad 5 * 3 = 15 \quad 18 : 3 = 6 \quad 18 : 2 = 9$$

$$3 = 3 \quad 4 = 4 \quad 15 = 15 \quad 6 = 6 \quad 9 = 9$$

Відповідь: 10. Відповідь: 2. Відповідь: 5. Відповідь: 18. Відповідь: 2.

Всі ці рівняння розв'язуються способом на підставі зв'язку між результатами та компонентами дій за допомогою пам'ятки:

Пам'ятка
Розв'язання рівнянь

1. Читаю рівняння.
2. Визначаю, що невідомо.
3. Згадую, як знайти невідомий компонент.
4. Виконую дії.
5. Роблю перевірку: *підставляю знайдене значення замість букви, визначаю чи буде при цьому рівність вірним.*
6. Роблю висновок про рішення даного рівняння.
7. Записую відповідь.

Але деякі рівняння пропонується учням розв'язати й способом підбору: почергово підставляються у рівняння замість змінної запропоновані значення; значення, при якому отримаємо вірну числову рівність і є розв'язанням рівняння.

Додатково можна познайомити учнів з способом розв'язування рівнянь на підставі властивостей рівності. Розглянемо кілька прикладів.

$$\begin{array}{l} 1) x - 7 = 3 \\ \underline{x - 7 = 10 - 3} \\ x = 10 \end{array}$$

Відповідь: 10.

1. Лівій частині записана різниця з від'ємником 7.
2. Подамо праву частину у вигляді різниці з від'ємником 7. (З якого числа треба відняти 7, щоб отримати 3? Це 10.)
3. Порівняємо дві різниці:
 - Чим вони схожі? (В них однакові від'ємники.);
 - Чим вони відрізняються? (Зменшуваними.);
 - Зроби узагальнюючий висновок. (Дві різниці з однаковими від'ємниками рівні тоді і тільки тоді, коли й зменшувані рівні.)
4. Запиши відповідь.

На підставі розв'язання аналогічних завдань і їх аналізу учні узагальнюють спосіб розв'язування рівнянь на підставі властивостей рівності:

- Коли його можна застосовувати цей спосіб? (Якщо і праворуч і ліворуч записані однакові математичні вирази, які містять однаковий компонент.)
- В чому він полягає? (Треба порівняти математичні вирази: якщо між однаковими математичними виразами, які містять спільний компонент, стоїть знак рівності, то й другий компонент в них так само, однаковий.)

Розглянемо ще один приклад рівняння, яке так само можна розв'язати зазначеним способом: $40 + x = 44$

$$\begin{array}{l} 2) 40 + x = 44 \\ 40 + \underline{x} = 40 + 4 \\ x = 4 \end{array}$$

Відповідь: 4.

- Прочитайте ліву частину рівняння.
- Прочитайте праву частину рівняння.
- Що записано в лівій частині? (Сума чисел 40 та x).
- Що записано в лівій частині? (Число 44).
- Для того, щоб розв'язати це рівняння способом на підставі властивостей рівності, що потрібно бути в правій частині? (Потрібно, щоб справа була сума.)
- Чи будь-яка сума нас задовольнить? (Ні потрібно, щоб була сума, що міститиме доданок – 40.)

- Заміни праву частину таким самим виразом з даним числовим компонентом. Замініть число 44 такою сумою. ($44 = 40 + 4$.)
- Таким чином, отримаємо рівняння: $40 + x = 40 + 4$.
- Порівняй вирази, записані ліворуч та праворуч. Зроби узагальнюючий висновок. (Справа та зліва записані суми, які містять спільний доданок – число 40; між цими сумами стоїть знак рівності, тому інший доданок також однаковий. Отже $x = 4$.)
- Запиши відповідь.

Узагальнюємо міркування і формулюємо пам'ятку:

Пам'ятка

Розв'язування рівнянь

Спосіб на підставі властивостей рівності.

1. Що записано в лівій частині?
2. Що записано в правій частині?
3. Заміни праву частину таким самим виразом з даним числовим компонентом.
4. Порівняй вирази, записані ліворуч та праворуч. Зроби узагальнюючий висновок.
5. Запиши відповідь.

$$\begin{array}{l} 3) 6 - a = 4 \\ 6 - \underline{a} = 6 - \underline{2} \\ a = 2 \end{array}$$

Відповідь: 2.

$$\begin{array}{l} 4) v * 3 = 15 \\ \underline{v} * 3 = \underline{5} * 3 \\ v = 5 \end{array}$$

Відповідь: 5.

$$\begin{array}{l} 5) k : 3 = 6 \\ \underline{k} : 3 = 18 : 3 \\ kv = 18 \end{array}$$

Відповідь: 18.

$$\begin{array}{l} 5) 18 : p = 9 \\ 18 : \underline{p} = 18 : \underline{2} \\ p = 2 \end{array}$$

Відповідь: 2.

Отже, в 3-му класі рівняння розв'язуються трьома способами:

1. Спосіб підбору:
знайдіть серед чисел те, при якому рівність буде вірною: $6, 9, 11$ $a - 2 = 7$
2. Спосіб на підставі взаємозв'язку між результатом та компонентами арифметичних дій.
3. Спосіб на підставі властивостей рівності.

Наприклад:

<u>Спосіб підбору</u>	<u>Спосіб на підставі взаємозв'язку між результатами і компонентами арифметичних дій.</u>	<u>Спосіб на підставі властивостей рівності</u>
$6 : x = 2$ припустимо $x = 1$; $6 : 1 = 2$ – невірно; $x = 2$; $6 : 2 = 2$ – невірно; $x = 3$; $6 : 3 = 2$ – вірно. Відповідь: 3. Зазначимо, що при розв'язанні способом підбору перевірка не потрібна.	$6 : x = 2$ $x = 6 : 2$ $\underline{x} = \underline{3}$ $6 : 3 = 2$ $2 = 2$ Відповідь: 3.	$6 : x = 2$ $6 : \underline{x} = 6 : \underline{3}$ $x = 3$ Відповідь: 3.

Розв'язування задач способом складання рівняння.

Мета: формувати уміння розв'язувати найпростіші рівняння. Познакомити учнів з розв'язанням простих задач на знаходження невідомого доданка, зменшуваного і від'ємного, способом складання рівнянь навчити складати рівняння по тексту простої задачі.

Задача. Невідоме число збільшили на 12 і отримали 36. Знайди невідоме число.”
За цією умовою склади рівняння і розв'яжи його.

- Про що йде мова в задачі? (В задачі говориться про невідоме число, яке збільшили на 12 й отримали 36)
- Що означає, що число збільшили на 12? (Це означає, що до цього числа додали 12)
- Скільки отримали в результаті додавання? (36)
- Що є шуканим в задачі? (Шуканим є число, яке невідоме.)
- Позначимо невідоме число буквою, наприклад x . Нагадайте, що відбулося з цим числом? (До числа x додали 12 і отримали 36.)
- Запишіть рівність. ($x + 12 = 36$)
- Що ми отримали? (Рівняння.) Розв'яжемо рівняння і дізнаємося про шукане число.
- Прочитайте рівняння. Що невідомо? (Невідомий перший доданок.)
- Як знайти перший доданок? (Щоб знайти перший доданок, треба від суми відняти другий доданок.)
- Виконайте дії. ($x = 36 - 12$
 $x = 24$)
- Зробіть перевірку. (до 24 додати 12 повинно бути 36: $24 + 12 = 36$; додаємо до 24 число 12, буде 36, таким чином отримали вірну рівність: $36 = 36$, тому $x = 24$, є розв'язком рівняння, а значить і шуканим числом.)
- Запишіть відповідь. (Відповідь: 24 – невідоме число.)
- Як можна було по-іншому розв'язати цю задачу? Іншим способом? (Можна було міркувати так: два числа в сумі складають 36, причому друге число – 12; потрібно знайти перше число. Отже сума - 36 складається з двох доданків, другий з яких 12. Невідомо перший доданок. Для того, щоб відповісти на запитання задачі досить знати два числових значення: 1 – суму, відомо – 36, і 2 – другий доданок, відомо – 12. Відповімо на запитання дією віднімання, тому що, якщо із суми двох чисел відняти один доданок, то залишиться другий доданок. Розв'язання. $36 - 12 = 24$. Відповідь: 24 – невідоме число.)
- Чим відрізняється цей спосіб розв'язання від попереднього? (Тут ми розв'язували задачу виконанням арифметичної дії – віднімання між двома даними числами. А в попередньої – ми складали і розв'язували рівняння.)
- Таким чином, задачі можна розв'язувати не тільки виконанням арифметичних дій, але і способом складання рівнянь. Міркувати при цьому потрібно так:

Пам'ятка

Розв'язування задач способом складання рівняння

1. Прочитай задачу і уяви те, про що в ній говориться.
2. Поясни, що позначають числа задачі.
3. Поясни, що є шуканим - невідомим у задачі.
4. Познач невідоме буквою, наприклад – x .
5. Виділи зв'язки невідомого з іншими числовими даними задачі. Склади рівняння.
6. Розв'яжи рівняння і зроби перевірку.
7. Дай відповідь на питання задачі.

Нерівності із змінною.

Ознайомлення з нерівностями із змінною відбувається в 3-му класі .

Під час введення поняття про нерівності із змінною пропонується бесіда:

- Як називаються записи: $37 - 29$, $14 : 2 + 4$? (Це вирази.)
- Як називаються записи: $a + 25$, $12 : b + 7$? (Це буквені вирази, вираз із змінною.)
- Чим відрізняється перша група виразів від другої? (Перша група виразів – це числові вирази – вони містять лише числа, які з'єднані знаками арифметичних дій; а друга група – це вирази із змінною – вони містять крім чисел ще й букву.)
- Як називаються записи: $12 < 16$; $25 - 6 > 17$? (Це нерівності.) Два числа або два вирази, які поєднані знаками : $>$, $<$, $=$ - називаються нерівностями.)
- Як би ви назвали запис: $25 - c > 17$? (Це нерівність, яка містить букву – нерівність із змінною.)
- Буквена нерівність, або нерівність із змінною, є правильною ,якщо c набуває значень 1 або 2 або 3 або 4 або 5 або 6 або 7. Буквені нерівності ми будемо розв'язувати добором і випробуванням обраних чисел: кожне з даних чисел підставляється у нерівність замість букви; якщо отримуємо вірну числову нерівність, то дане число є розв'язком; якщо отримуємо невірну числову нерівність, то це число не є розв'язком нерівності із змінною..

1. *Із даних чисел 6,7,8,9,10 виписати ті, для котрих вірна нерівність:*
 $k + 2 > 10$.

Працювати над цією вправою ми будемо за пам'яткою:

Пам'ятка.

- 1)Знайти значення буквеного виразу при заданому значенні букви.
- 2)Порівняти ці числа.
- 3)Якщо числова нерівність є вірною, тоді це значення букви є розв'язком.

Розв'язання

$$k + 2 > 10.$$

- 1) При $k = 6$, $6 + 2 > 10$
- 2) $8 > 10$ – невірна нерівність
- 3) Число 6 не є розв'язком нерівності $k + 2 > 10$

- 1) При $k = 7$, $7 + 2 > 10$
- 2) $9 > 10$ – невірна нерівність
- 3) Число 7 не є розв'язком нерівності $k + 2 > 10$

- 1) При $k = 8$, $8 + 2 > 10$
- 2) $10 > 10$ – невірна нерівність
- 3) Число 8 не є розв'язком нерівності $k + 2 > 10$

- 1) При $k = 9$, $9 + 2 > 10$
- 2) $11 > 10$ – вірна нерівність
- 3) Число 9 є розв'язком нерівності $k + 2 > 10$

- 1) При $k = 10$, $10 + 2 > 10$
- 2) $12 > 10$ – вірна нерівність
- 3) Число 10 є розв'язком нерівності $k + 2 > 10$

З цього випливає, що при $k > 8$ нерівність $k + 2 > 10$ буде вірною.

Відповідь: 9, 10.

На перших етапах засвоєння розв'язування нерівностей із змінною слід запропонувати учням для розв'язання певну кількість завдань, при чому, кожний етап розв'язання ,згідно пам'ятці, записуємо у зошит; далі міркуємо усно, записуючи лише відповідь.

2. Знайди два таких значення k , щоб нерівність $k \cdot 7 > 40$ була вірною.

Розв'язуючи це завдання учні самі повинні підібрати числа, які слід випробувати за пам'яткою. Підбор значень змінної k здійснюється на підставі знання таблиці множення числа 7. Учням пропонується назвати добутки із таблиці множення числа 7, які більше числа 40 (це 42, 49, 56, 63, 70) ; встановити множенням яких чисел на 7 вони отримані (6, 7, 8, 9, 10) ; перевірити і довести, що ці числа є розв'язками даної нерівності (за пам'яткою № 1).

При $k > 5$, нерівність $k \cdot 7 > 40$ буде вірною.

Відповідь: 6; 7; 8; 9...

3. Для кожної нерівності добери два значення букви a , щоб нерівність була вірною: $20 - a > 15$ $a \cdot 4 < 36$ $a : 8 > 4$

При розв'язанні цих нерівностей можна запропонувати учням раціональний прийом підбору змінної у нерівності:

Пам'ятка № 2:

- 1) Навожу до рівняння. Визначаю при якому значенні букви отримаємо вірну рівність.
- 2) Записую отримане число, підкреслюю його і записую його сусідів.
- 3) Підставляю число, $\frac{\text{попереднє}}{\text{наступне}}$ до знайденого і встановлюю чи є воно розв'язком нерівності.
- 4) Роблю висновок: якщо так, то виписую декілька чисел ,які при рахунку називаються $\frac{\text{раніше}}{\text{пізніше}}$ знайденого числа.

Цей спосіб розв'язання нерівностей із змінною називається наведенням до рівняння.

Розв'язання

$$20 - a > 15$$

$$1) 20 - a = 15$$

$$a = 20 - 15$$

$$a = 5$$

$$2) \dots \underline{5} \dots; \quad \leftarrow \dots 4, \underline{5}, 6 \dots$$

$$3) 20 - 4 > 15$$

$16 > 15$ –вірна нерівність, тому число 4 є розв'язком нерівності

$$4) 4, 3, 2, 1, 0.$$

Відповідь: 4, 3, 2, 1, 0.

$$a \cdot 4 < 36$$

$$1) a \cdot 4 = 36$$

$$a = 36 : 4$$

$$a = 9$$

$$2) \dots \underline{9} \dots; \quad \leftarrow \dots 8, \underline{9}, 10 \dots$$

$$3) 8 \cdot 4 < 36$$

$32 < 36$ – вірна нерівність, тому число 8 є розв'язком нерівності

4) 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0.

Відповідь: 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0.

$$a : 8 > 4$$

1) $a : 8 = 4$

$$a = 4 * 8$$

$$a = 32$$

2) ... 32 ...; записуємо із таблиці ділення на 8 ділені, що менше за 32 та більше за 32:

... 24, 32, 40 ... $\longrightarrow$

3) $40 : 8 > 4$

$5 > 4$ – вірна нерівність, тому число 40 є розв'язком нерівності

4) виписую із таблиці ділення на 8 всі ділені, починаючи з 40: 40, 48, 56, 64, 72, 80.

Відповідь: 40, 48, 56, 64, 72, 80.

Третій спосіб розв'язання нерівностей із змінною полягає на залежності між результатами і компонентами арифметичних дій.

$$25 - v > 20$$

- Прочитайте ліву частину нерівності.
- Прочитайте праву частину нерівності.
- Подайте праву частину у вигляді різниці.
- Що істотного повинно бути в цій різниці? (Зменшуване – число 25).
- Замінюємо праву частину нерівності різницею з зменшуваним 25 ($20 = 25 - 5$), таким чином отримаємо: $25 - v > 25 - 5$.
- Порівняйте дві різниці з однаковими зменшуваними. (В цих різницях однакові зменшувані, а відрізняються вони від'ємниками. Різниця в лівій частині більша за різницю в правій частині.)
- Згадайте в яких випадках різниця збільшується при зміні від'ємника. (Різниця збільшується, якщо від'ємник, навпаки зменшується.)
- Який висновок можна зробити? (Із двох різниць з однаковими зменшуваними більша та, в якій від'ємник менший.)
- Якщо від'ємник повинен бути меншим, то які значення набуває змінна v ? ($v < 5$. Відповідь: 0;1;2;3;4.)

$x * 70 < 280$. Подамо праву частину нерівності, число 280, добутком двох чисел з другим множником 70: $280 = 4 * 70$. Отримаємо нерівність $x * 70 < 4 * 70$. Порівнюємо добутки, записані в правій та лівій частині. Згадуємо взаємозв'язок між добутком і множниками: добуток зменшується, коли множник зменшується. З двох добутків з однаковим другим множником менше той, у якого перший множник менше. Робимо висновок: $x < 4$ Відповідь : 0;1;2;3.

Зразок запису в зошиті:

$$x * 70 < 280$$

$$x * \underline{70} < 4 * \underline{70}$$

$$x < 4$$

Відповідь : 0;1;2;3.

$x + 40 < 45$. Алгоритм розв'язання:

1) Подаю праву частину, 45, сумою з другим доданком 40. $45 = 5 + 40$.	$x + \underline{40} < 5 + \underline{40}$
2) Порівнюю суми. Згадую зв'язок суми і доданка: сума зменшується, якщо	

доданок зменшується. Отже, із двох сум з однаковими другими доданками менша та, в якій перший доданок менше.	
3) Робимо висновок.	$x < 5$ Відповідь: 0;1;2;3;4.

$$120 : x > 24$$

1) Подаю праву частину, 24, у вигляді частки з діленням 120. $24 = 120 : 5$	$120 : x > 120 : 5$
2) Порівнюю частки. Згадую залежність між часткою та діленням. Частка збільшується, якщо дільник зменшується. З двох часток з однаковими діленими більше та, в якій дільник менше.	
3) Роблю висновок.	$x < 5$ Відповідь: 0;1;2;3;4.

Таким чином, нерівності із змінною розв'язуються трьома способами:

1. Способом підбору.
2. Способом наведення до рівняння.
3. Способом на підставі взаємозв'язку між результатами і компонентами арифметичних дій.

Наприклад:

<u>Спосіб підбору</u> $a : 8 > 4$ Згадуємо ділені з таблиці ділення на 8: 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72. припустимо $a=8$; $8:8>4$ – невірно; $a=16$; $16:8>4$- невірно; $a=24$; $24:8>4$- невірно; $a=32$; $32:8>4$– невірно; $a = 40$; $40:8>4$ – вірно. При $a > 32$ нерівність $a : 8 > 4$ є вірною. Відповідь: 40, 48, 56, 64, 72,...	<u>Спосіб наведення до рівняння</u> $a : 8 > 4$ 1) $a : 8 = 4$ $a = 4 * 8$ $a = 32$ 2) ...24, 32, 40... 24:8>4 – невірно 40:8>4 – вірно 3) Відповідь: 40, 48, 56, 72, ...	<u>Спосіб на підставі взаємозв'язку між результатами і компонентами арифметичних дій</u> $a : 8 > 4$ $a : 8 > 32 : 8$ З двох часток з однаковими дільниками більша та, в якій ділене більше. Відповідь: 40,48, 56, 72, ...
--	---	---

Геометричний матеріал в курсі математики 3-го класу.

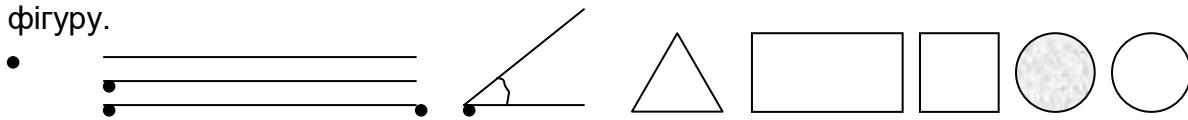
Геометрична фігура – це множина точок площини. В 3-му класі не вивчаються нові геометричні фігури, а розглядаються лише ті, що були введені у попередніх класах: точка, пряма та крива лінії, відрізок, ламана, багатокутники: трикутник, чотирикутник, п'ятикутник ..., з чотирикутників – прямокутник і квадрат, коло і круг. Але, завдяки введенню латинського алфавіту, коли кожна точка отримує ім'я у вигляді великої літери латинського алфавіту відбувається систематизація, узагальнення і поглиблення раніш отриманих знань.

Згідно нової програми в 3-му класі учні креслять і вимірюють довжину відрізків, ламаної лінії; визначають периметр багатокутника, в тому числі прямокутника і квадрата, знаходять сторони квадрата за його периметром; будують прямокутники і квадрати на папері в клітинку за даними сторін.

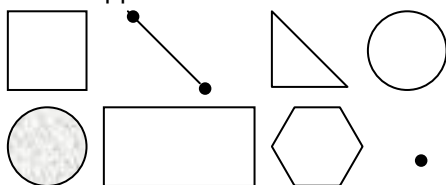
Засвоєння геометричного матеріалу відбувається головним чином під час практичних робіт (вимірювання, викреслювання та моделювання) і розв'язування задач, а не в результаті вивчення теорії. Тому ми пропонуємо класифікацію задач з геометричним змістом і наводимо приклади задач кожної групи.

1 група задач – задачі на повторення усіх вивчених геометричних фігур.

Завдання 1. За малюнком назвати геометричні фігури і розповісти про кожну фігуру.



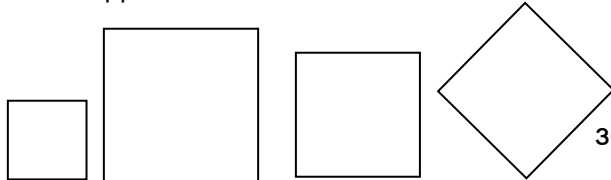
Завдання 2.



1) Назви кожну фігуру, яка не є багатокутником.

2) Скільки багатокутників, назви кожний.

Завдання 3.



1) Назви геометричні фігури

2) Чим відрізняються квадрати, які зображено ліворуч від квадратів праворуч?

II група. Позначення геометричних фігур літерами латинського алфавіту і правильне їх читання.

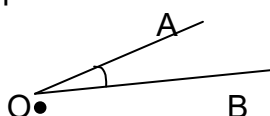
Завдання 1. Назви, які фігури зображено.

A B – відрізок AB.



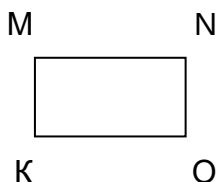
Трикутник M N O

$\triangle MNO$



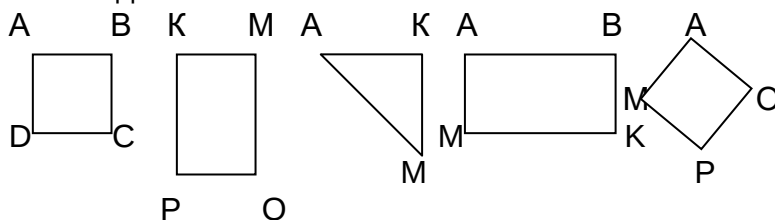
кут AOB або кут O

$\angle AOB$, $\angle O$



прямокутник MNOK. Не можна читати MNKO або MKNO. Букви читають послідовно!

Завдання 2.



1) Перевір, чи вірно записані назви усіх прямокутників і квадратів:

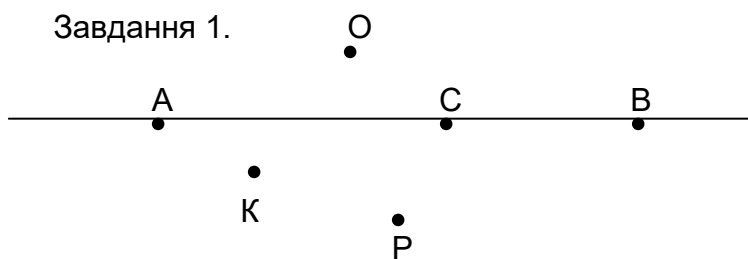
Прямокутники: ABCD; KMPR; ABKM; MAOP.

Квадрати: ABCD; MAOP.

2) Який прямокутник називається квадратом?

III група. Задачі на належність точок та відрізків даній фігури.

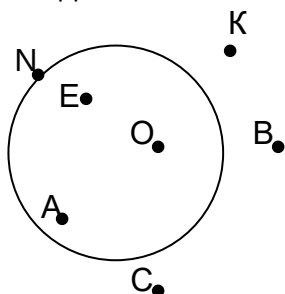
Завдання 1.



1) Назви точки, які належать прямій (A; B; C).

2) Назви точки, які не належать прямій. (K; O; P).

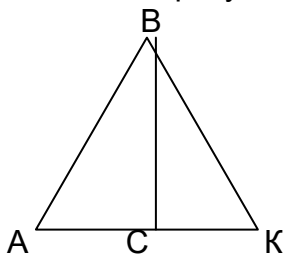
Завдання 2.



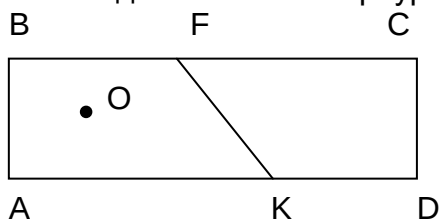
1) Назви точки, які належать кругу. (A; O; E; N).

2) Назви точки, які не належать кругу. (C; B; K).

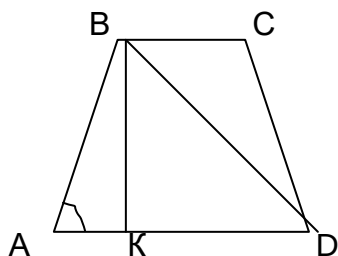
Завдання 3. Назви трикутники з спільною стороною BC. ($\triangle ABC$ та $\triangle BCK$)



Завдання 4. Назви фігури, яким належить точка O. (ABCD, ABFK)



Завдання 5. Назви фігури, які містять кут A. ($\triangle ABK$; $\angle ABD$; чотирикутник ABCD)



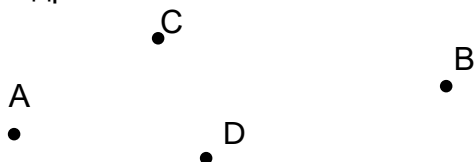
1У група. Задачі на побудову відрізків та порівняння їх довжин.

Завдання 1. Накресли такі самі відрізки, виміряй їх довжину і порівняй довжини цих відрізків.

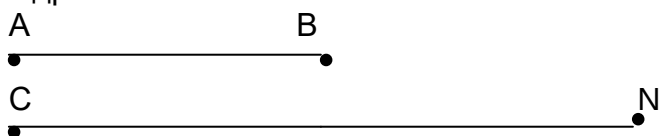


($AB = 2$ см, $CD = 6$ см; $6 : 2 = 3$. Відрізок CD довше відрізка AB в 3 рази. Відрізок AB коротше відрізка CD в 3 рази.)

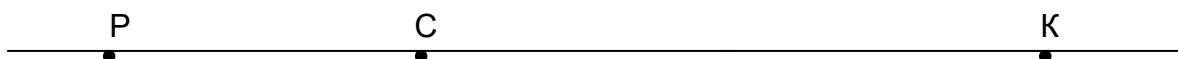
Завдання 2. Виміряй відстань між точками C та D ; A та B і порівняй довжини відрізків CD та AB .



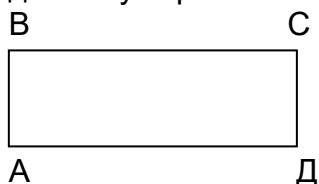
Завдання 3. Накресли пряму лінію, відклади на ній відрізок, який дорівнює сумі відрізків AB та MN .



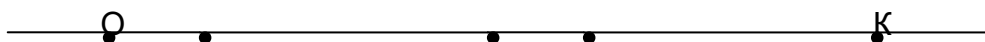
Розв'язання



Завдання 4. Накресли такий самий прямокутник $ABCD$, накресли довільну пряму і від точки O відклади послідовно усі сторони прямокутника. Виміряй довжину отриманого відрізка.



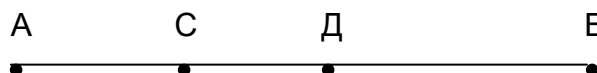
Розв'язання



У група. Задачі на ділення фігур на частини і назву фігур.

Завдання 1. Накресли довільний відрізок AB . На цьому відрізку познач дві точки C і D . Назви і запиши усі утворені відрізки.

Розв'язання



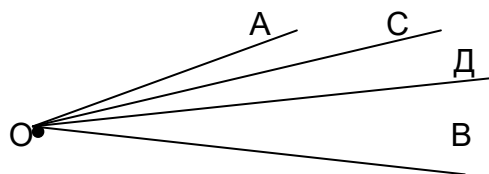
АС; АД; АВ; СД; СВ; ДВ.

Щоб не загубити відрізки або не назвати один й той самий відрізок двічі запам'ятай:

- 1) Назви усі відрізки з початком в точці А (їх три: АС; АД; АВ;);
- 2) Назви усі відрізки з початком в точці С (їх два: СД; СВ);
- 3) Назви відрізок з початком в точці Д (один: ДВ).

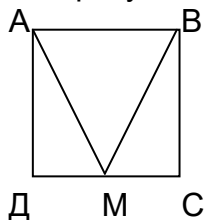
Завдання 2. Накресли довільний кут АОВ. Проведи в ньому два променя ОС та ОД. Назви і запиши утворені кути.

Розв'язання



$\angle AOC$; $\angle AOD$; $\angle AOB$; $\angle COD$; $\angle COB$; $\angle DOB$.

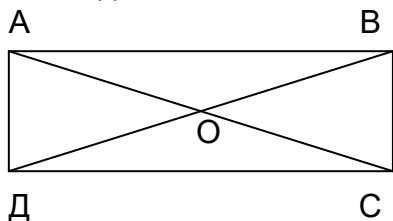
Завдання 3. На малюнку знайди на малюнку три трикутника і три чотирикутника.



Розв'язання

Трикутники: $\triangle ADM$; $\triangle AMB$; $\triangle MBC$. Чотирикутники: $AMBД$; $МAВC$; $ABCD$.

Завдання 4. Назви на малюнку усі трикутники. Скільки всього трикутників?



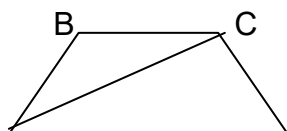
Розв'язання

$\triangle ACD$; $\triangle ABC$; $\triangle ABD$; $\triangle DBC$; $\triangle AOD$; $\triangle AOB$;
 $\triangle BOC$; $\triangle DOC$.

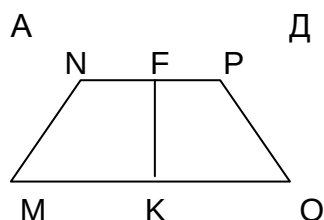
Завдання 5. Накресли чотирикутник. Розділи його на дві частини так, щоб:

- А) обидві частини були трикутниками; назви їх;
- Б) обидві частини були чотирикутниками;
- В) одна частина була трикутником, а інша чотирикутником;
- Г) одна частина була трикутником, а інша п'ятикутником.

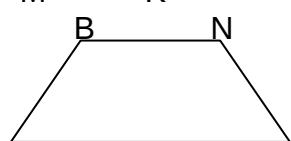
Розв'язання



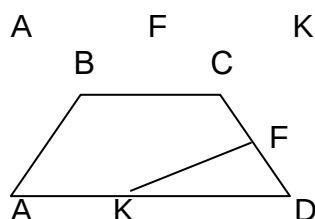
$\triangle ABC$ та $\triangle ACD$ або $\triangle ABD$ та $\triangle BCD$



Чотирикутники MNFK та FKOP.



$\triangle FNK$; чотирикутник ABNF.

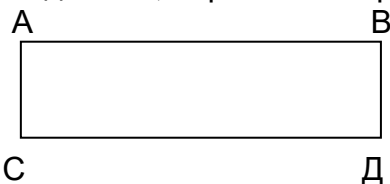


$\triangle KFD$ і п'ятикутник ABCFK.

У1 група . Задачі на визначення властивостей фігур.

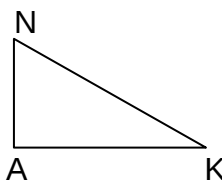
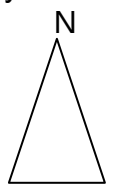
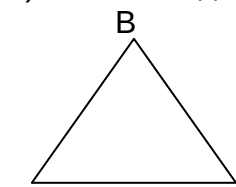
Завдання 1.

- 1) Назви пари протилежних сторін прямокутника (AB і CD; BC і AD). Вимірй їх довжини і зроби висновок (Довжини протилежних сторін прямокутника рівні).
- 2) Назви пари суміжних сторін прямокутника (BA і AD; BC і CD). Знайди суми їх довжин, порівняй їх і зроби висновок (Суми довжин суміжних сторін рівні).



Завдання 2.

- 1) Вимірй сторони кожного трикутника і порівняй їх довжини.
- 2) Назви вид трикутника.



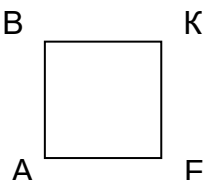
Сторони $\triangle ABC$ рівні: $AB = BC = AC$, тому $\triangle ABC$ називається рівностороннім.

В $\triangle MNP$ сторони $MN = NP$; такий трикутник називається рівнобедреним.

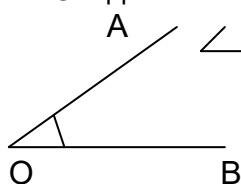
В $\triangle ANK$ усі сторони різні, тому він називається різностороннім.

Завдання 3.

Вимірй сторони прямокутника ABKF і порівняй їх довжини ($AB = BK = KF = AF$).
Дай означення квадрата.



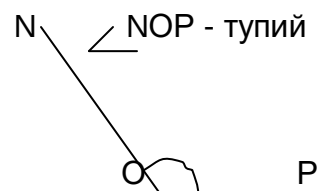
Завдання 4. Назви види кутів:



AOB – гострий

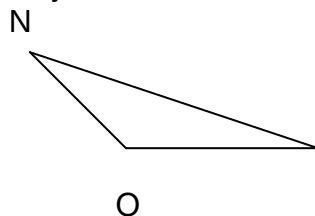
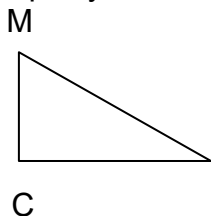
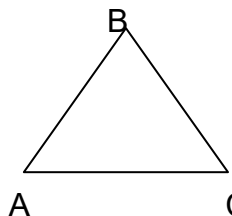


MKN – прямий



NOP - тупий

Завдання 5. Назви три кутники за видом кутів.

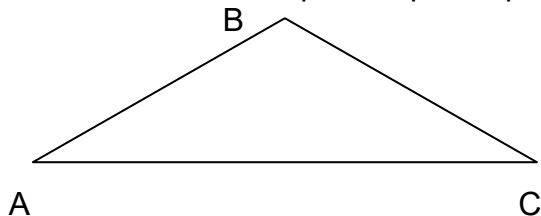


$\triangle ABC$ – гострокутний; $\triangle MCK$ – прямокутний; $\triangle NOB$ – тупокутний.

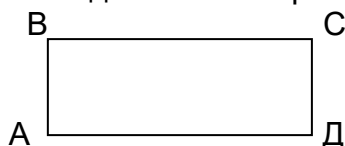
УП група. Задачі на знаходження периметра багатокутника.

Завдання 1. Виміряй сторони трикутника ABC і обчисли його периметр.

$$P = AB + BC + AC$$

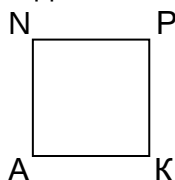


Завдання 2. Виміряй сторони прямокутника ABCD і знайди його периметр.



$$P = 2 * (AB + AD)$$

Завдання 3. Виміряй сторону квадрата і обчисли його периметр.



$$P = 4 * AK$$

Завдання 4. З паперу в клітинку виріж риску шириною 2 см. З цієї rischi виріж такий прямокутник, щоб його периметр дорівнював 20 см.

Завдання 5. З шматка проволочки зробили рівносторонній трикутник і квадрат. На обидві фігури витратили 70 см проволочки. Знайти периметр трикутника, якщо його сторона дорівнює стороні квадрата.

Розв'язання

Якщо даний трикутник рівносторонній, то усі його три сторони рівні. У квадраті також усі чотири сторони рівні. Сторона трикутника дорівнює стороні квадрата. Отже, маємо 3 і 4, всього 7 рівних сторін. На трикутник і квадрат витратили 70 см

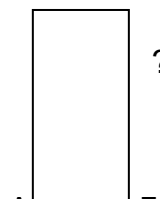
проволоки. Ц означає, що периметр трикутника і квадрата дорівнює 70 см. Маємо 7 рівних сторін складають 70 см. Тому довжина однієї сторони: $70 \text{ см} : 7 = 10 \text{ см}$.

Периметр рівностороннього трикутника рівний $10 * 3 = 30 \text{ (см)}$.

Відповідь: 30 см.

Завдання 6. Знайти периметр прямокутника, одна з сторін якого має довжину 14 см, а інша в 3 рази більша, ніж перша.

В С



14 см

Розв'язання

$$P = 2 * (AD + DC)$$

?, в 3 рази б.

$$DC = 14 * 3 = 42 \text{ (см)}$$

$$P = 2 * (14 + 42) = 2 * 56 = 112 \text{ (см)}$$

Відповідь: 112 см периметр прямокутника.

Завдання 7. Знайти периметр трикутника, якщо одна його сторона 38 мм, інша 22 мм, а третя в 2 рази менше, ніж перша.

Довжина 1 сторони – 38 мм

Довжина 2 сторони – 22 мм

Довжина 3 сторони - ?, в 2 р. менше, ніж 1.

Розв'язання

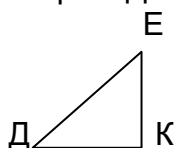
$$P = a + b + c$$

$$a = 38 \text{ мм}, b = 22 \text{ мм}, c = 38 : 2 = 19 \text{ (мм)}$$

$$P = 38 + 22 + 19 = 79 \text{ (мм)}$$

Відповідь: 79 мм периметр трикутника.

Завдання 8. Периметр трикутника ДЕК рівний 150 см. Сторона ДК дорівнює стороні ДЕ і дорівнює 60 см. Знайти довжину сторони ЕК.



$$P = DE + DK + EK$$

Розв'язання

$$60 + 60 + EK = 150$$

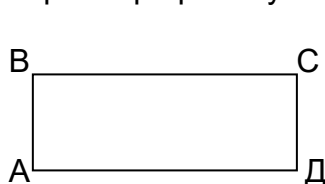
$$120 + EK = 150$$

$$EK = 150 - 120$$

$$EK = 30 \text{ (см)}$$

Відповідь: 30 см довжина сторони ЕК.

Завдання 9. Ширина прямокутника в 3 рази менше за його довжину. Знайти периметр прямокутника, якщо його довжина 12 см.



Розв'язання

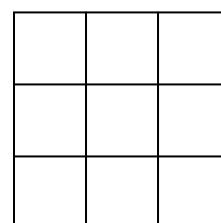
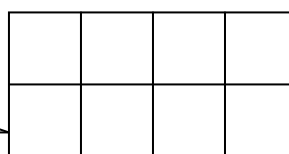
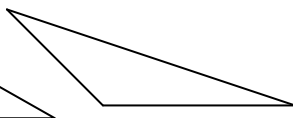
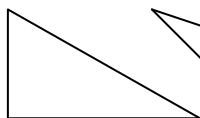
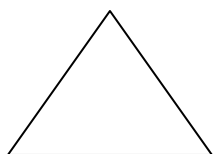
$$P = 2 * (AB + BC)$$

$$AB = 12 : 3 = 4 \text{ (см)}$$

$$P = 2 * (12 + 4) = 2 * 16 = 32 \text{ (см)}$$

Відповідь: 32 см периметр прямокутника.

Завдання 10. Виміряй сторони і знайди периметр кожної фігури:



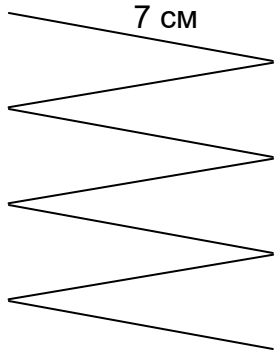
Завдання 11. Скільки окремих квадратів і скільки окремих трикутників можна скласти з 11 однакових паличок?

Розв'язання

$11 : 4 = 2$ (ост. 3) – можна скласти 2 окремих квадрата і ще 3 палички залишиться.

$11 : 3 = 3$ (ост. 2) – можна скласти 3 окремих трикутників і ще 2 палички залишиться.

Завдання 12. Знайди довжину ламаної дією додавання. Відповідь записати у см, в дм та в мм.



Розв'язання

$$7 * 7 = 49 \text{ см}$$

$$49 \text{ см} = 4 \text{ дм } 9 \text{ см} = 490 \text{ мм}$$

Відповідь: 49 см, 4 дм 9 см, 490 мм.

Методика вивчення величин в 3-му класі.

Довжина.

Офіційно вводяться букви латинського алфавіту і відрізки позначаються буквами.

При вивченні нумерації чисел в межах 1000 узагальнюються знання дітей про довжину та одиниці її вимірювання: 1 см, 1 дм, 1 м, і діти знайомляться з новими одиницями вимірювання – 1 міліметром; 1 кілометром.

Введення нової одиниці вимірювання довжини обумовлено необхідністю вимірювання довжин відрізків, які менші за 1 см. Діти згадують, як вони обирали мірки для вимірювання довжин: кожний раз вибирали більшу мірку, яка містила 10 попередніх мірок. Повторюємо одиниці вимірювання, починаючи з крупної:

Довжина

$1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$ $1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$

1 дм в 10 разів менше за 1 м; 1 дм – це десята частина метра. 1 см в 10 разів менше за 1 дм; 1 см – це десята частина дм.

Якщо можна брати мірки більші, ніж раніш введені, то й можна взяти мірку в 10 разів меншу за сантиметр – це 1 міліметр. 1 міліметр – це десята частина 1 см. ! мм - довжина відрізка, якій міститься між двома дрібними поділками на лінійці.

Якщо дітей познайомили з записом частин, то можна скласти табличку:

Довжина

$1 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ см} = \frac{1}{100} \text{ дм} = \frac{1}{1000} \text{ м}$ $1 \text{ см} = 10 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ дм} = \frac{1}{100} \text{ м}$ $1 \text{ дм} = 10 \text{ см} = 100 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ м}$ $1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см} = 1000 \text{ мм}$
--

Наочне уявлення про 1 мм діти отримують розглядаючи міліметрові поділки лінійки або на міліметровому аркуші паперу. Відразу діти приступають до вимірювань з точністю до 1 мм. При цьому звертається увага на те, щоб діти “прямо гляділи” при зміщенні кінців відрізка з лінійкою.

Учні виконують наступні завдання:

1. Замінити складені іменовані числа простими:

$$5 \text{ см } 8 \text{ мм} = \dots \text{ мм} \qquad 7 \text{ дм } 4 \text{ см} = \dots \text{ см}$$

$$6 \text{ м } 8 \text{ дм} = \dots \text{ дм} \qquad 7 \text{ м } 02 \text{ см} = \dots \text{ см}$$

2. Порівняти іменовані числа:

$$4 \text{ м } 60 \text{ см} \dots 4 \text{ м } 06 \text{ см}$$

$$2 \text{ дм } 8 \text{ см} \dots 82 \text{ см}$$

$$9 \text{ м } 04 \text{ см} \dots 9 \text{ м } 2 \text{ дм}$$

3. Обчислити значення виразів.

4. Порівняти вирази.

Наступна одиниця вимірювання довжини, яка теж вводиться в даній темі – це 1 км. Необхідність введення нової одиниці вимірювання довжини впливає з необхідності вимірювати великі відстані, наприклад відстані між містами. Тому обрали крупну одиницю вимірювання довжини, яка містить 1000 м – це 1 км. Узагальнюємо знання дітей про одиниці вимірювання довжини:

Довжина

$1 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ см} = \frac{1}{100} \text{ дм} = \frac{1}{1000} \text{ м}$ $1 \text{ см} = 10 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ дм} = \frac{1}{100} \text{ м}$ $1 \text{ дм} = 10 \text{ см} = 100 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ м}$ $1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см} = 1000 \text{ мм} = \frac{1}{100} \text{ км}$ $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$
--

Наочне уявлення про 1 км учні отримують під час прогулянки – діти проходять 1 км, рахуючи 2 кроки за 1 метр, отже вони повинні пройти 2000 кроків.

Таблиця одиниць вимірювання довжини засвоюються в процесі виконання багаторазових вправ виду:

- 1) скільки метрів в 1 км?
- 2) У скільки разів метр більше дециметра?
- 3) На скільки сантиметрів метр більше, ніж 1 см?
- 4) Скільки метрів складає половина кілометра? Чверть кілометра?

Крім того, продовжується робота по перетворенню крупних одиниць довжини у дрібні і навпаки, по порівнянню іменованих чисел, по знаходженню сум та різниць іменованих чисел, також учні виконують множення іменованого числа на відлучене число і ділення іменованого числа на відлучене і на іменоване число.

Учні формулюють правила:

При діленні іменованого числа на відлучене в частці отримаємо іменоване число.
--

При діленні іменованого числа на іменоване в частці отримаємо відлучене число.
--

Також під час вивчення нумерації чисел в межах тисячі учні знайомляться з новою одиницею вимірювання маси – 1 грам та 1 центнер. Ця назва дітям знайома. Задача учителя полягає у сформуванні у дітей конкретних уявлень про грам: дітям дають потримати в руках гирьку в 1 г. Учні знайомляться з набором гир, які менші за 1 кг. Для отримання конкретних уявлень про 1 г учні тривають у руках гирьку 1 г, 2 г.... За допомогою терезів впевнюються, що 1 кг = 1000 г. Потім приступають до вправ у зважуванні і відважуванні з точністю до 1г. Записують отримані числа і читають їх. Рекомендується познайомити дітей з циферблатними автоматичними терезами.

Для вимірювання великих мас вводиться нова одиниця 1 центнер: 1 ц = 100 кг. Для отримання конкретних уявлень про 1 ц, вчитель повідомляє дітям, що 2 мішка цукру важать 1 ц.

Для закріплення нових одиниць вимірювання маси і їх співвідношення з 1 кг, розв'язуються задачі, які містять іменовані числа, подані у грамах; діти порівнюють іменовані числа, подані у одиницях вимірювання маси; виконують арифметичні дії додавання і віднімання, множення і ділення іменованого числа на відлучене; ділення іменованого числа на іменоване число.

Час.

Ознайомлення з одиницями вимірювання часу.

Тема “**Час та його вимірювання**” офіційно вводиться в 3-му.

Під час повторення матеріалу на початку навчального року учні розглядають відривний календар, встановлюють кількість днів у місяці, окремо в лютому;

вводиться поняття про високосний рік; визначають дату. Також розглядаються пори року: зима, весна, літо, осінь; число місяців, які складають кожну пору року, число днів, які складають певну пору року. Наведемо зміст можливої бесіди:

- Час – це теж величина, значить і його можна вимірити. Для цього треба вибрати еталон – одиницю виміру. Наприклад, рік – це проміжок часу, протягом якого Земля робить повний оберт навколо Сонця. Люди зустрічають прихід кожного Нового року. Щоб відчутти проміжок часу, рівний 1-му року, згадайте коли ви зустрічали останній раз Новий рік і уявіть собі чи довго чекати приходу наступного Нового року. Уявіть собі проміжок часу від 1 вересня, коли ви були другокласниками до 1 вересня нинішнього року, коли ви стали третьокласниками. Як кожен з вас уже відзначив свій день народження, хтось раніше, хтось пізніше; отож представте проміжок часу до вашого наступного дня народження – то пройде 1 рік.
- Рік складається з чотирьох пір : зими, весни, літа й осені – це пори року. Кожна пора року складається з 3-х місяців. А як довідатися, скільки місяців у році? Якою арифметичною дією?
- Уважно розгляньте календар і прочитайте назви і порядок проходження місяців у році. Це потрібно вивчити. Скільки місяців у році?
- Місяць – це проміжок часу на протязі якого Місяць робить повний оберт навколо Землі. Місяць складається з діб. Звичайно в місяці 30 чи 31 доба (день). У лютому може бути 28 днів чи 29 днів. Рік, у якому в лютому 29 днів називається високосним – він настає один раз у чотири роки. На скільки днів у лютому високосного року більше, ніж у звичайному році? Який висновок можна зробити про кількість днів у високосному році в порівнянні зі звичайним роком?
- Отже, рік складається з місяців, а місяць складається з доби. Доба – це проміжок часу, протягом якого Земля робить повний оборот навколо своєї осі. Доба – це день і ніч. Щоб відчутти, що таке доба, уявіть собі проміжок часу від початку занять сьогодні до початку занять завтра.
- Таким чином, час – це величина. Одиниці виміру часу: рік, місяць, доба.

В наступному навчанні вводяться одиниці вимірювання часу: доба, година, хвилина, секунда, століття. Співвідношення між цими одиницями вимірювання часу.

В 1 добі 24 години В 1 годині 60 хвилин В хвилині 60 секунд.

1 год. = 60 хв. 1 хв. = 60 с.
--

Учні вчаться визначати час за циферблатом годинника. На підставі розглядання циферблату годинника діти розв'язують задачі на час. Діти розв'язують прості задачі, в яких для відповіді на запитання задачі треба перевести складене іменоване число, подане у одиницях вимірювання часу, у просте. Школярі знаходять частину від одиниці вимірювання часу.

Розглянемо методику вивчення окремих питань теми.

Самою крупною одиницею вимірювання часу є століття. **Століття** – це проміжок часу, який містить 100 років.

Рік – це проміжок часу, протягом якого Земля робить повний оберт навколо Сонця. Рік містить 365 та $\frac{1}{4}$ доби. Тому домовилися вважати 3 роки по 365 діб кожний, а четвертий – по 366 діб і його називати високосним. За час, який Земля робить повний оберт навколо Сонця, Місяць робить 12 повних обертів навколо Землі. Тому, рік поділяють на 12 проміжків – місяців. Рік містить 12 місяців.

Місяць – це проміжок часу, протягом якого Місяць робить повний оберт навколо Землі та навколо своєї вісі. Період руху Місяця навколо своєї вісі та період руху Місяця навколо Землі співпадають, тому ми бачимо Місяць весь час з однієї сторони. Місяць приблизно дорівнює 30, 4 діб. Тому місяць містить від 28 до 31 діб.

Уточнення уявлень про рік, місяць, тиждень проходить на основі практичних вправ, які вимагають застосування табель-календаря. Діти під керівництвом учителя складають табель-календар на той чи інший місяць.

Розглядаючи календар, діти краще уявляють собі, як багато днів в році, скільки в році місяців, в якій послідовності вони йдуть друг за другом, скільки днів в місяці.

Працюючи з табель-календарем звертаємо увагу на число днів в кожному місяці, виписуємо та запам'ятовуємо місяці, в яких 30 днів (таких місяців всього чотири: квітень, червень, вересень, листопад).

Крім того, формуючи уявлення про рік спираємося на близькі дітям спостереження: від святкування дня народження до наступного святкування пройде один рік, від святкування Нового року до наступного святкування пройде один рік...

Високосні роки: 2000, 2004, 2008... Високосні роки повторюються через кожні три роки, кожний четвертий рік - високосний. Зазначимо, що число, яке відповідає високосному року ділиться на 4 без остачі. У високосному році лютий містить 29 діб; в простому році – 28 діб.

Доба – проміжок часу, протягом якого Земля робить повний оберт навколо своєї осі. Доба ділиться на 24 рівні частини – години. Доба містить 24 години. Підрахунок доби починається опівночі.

Формуючи уявлення про добу спираємося на близькі дітям спостереження: від початку занять сьогодні до початку занять завтра пройде одна доба. Доба – це ранок, день, вечір, ніч.

При цьому важливо уточнити уявлення, які пов'язані з термінами “вчора”, “позавчора”, “завтра”, “сьогодні”, “післязавтра”. Пропонуємо дітям розповісти, що вони робили вчора, сьогодні, що збираються робити завтра, який сьогодні день тижня, яке число, яке число буде завтра, яке було вчора ...

Починаючи з 3-го класу формуємо конкретні уявлення про ці проміжки часу година, хвилина, секунда. Учні 3-го класу досить точно відчують проміжок часу, який триває урок. Тому, вказівка на те що урок і перерва тривають разом біля однієї години, дає дітям можливість, який саме проміжок часу є годиною (відхилення 5-10 хвилин на цьому етапі навчання великого значення не має).

Для формування конкретного уявлення про хвилину можна запропонувати учням виконати різноманітні завдання, заздалегідь обмеживши час їх виконання: розв'язати приклади усно і записати лише відповіді (10 – 15 прикладів на 3 хвилини). Можна перевірити хто вміє рахувати до 60 так, щоб пройшла 1 хвилина. Велике враження на дітей справляє хвилина мовчання.

Система підрахунку тривалих проміжків часу, в якій встановлено певний порядок підрахунку днів в році і вказування епохи, від якої ведеться підрахунок, називається календарем. В нашій країні, як і в більшості інших країн застосовується Григоріанський календар.

Методика навчання учнів визначенню часу за годинником.

З визначенням часу за циферблатом годинника діти знайомляться в 3-му класі.

Час визначають за годинником. Годинна стрілка за добу робить два повні оберти по циферблату. Хвилинна стрілка робить повний оберт за 1 годину, а секундна – за 1 хвилину.

Для годинної стрілки проміжок часу між двома великими поділками дорівнює 1 годині. В добі 24 години, а циферблат годинника містить 12 поділок, тому годинна стрілка робить два повні оберти по циферблату за 1 добу.

Хвилинна стрілка описує повний оберт за 1 годину. Тому проміжок часу для хвилиної стрілки між двома великими поділками дорівнює : $60 \text{ хв} : 12 = 5 \text{ хв}$

Дуже просто визначати час за годинником, коли годинна стрілка стоїть на певному діленні шкали, і хвилинна стрілка – на поділці 12. В такому випадку – кажемо “рівно 3 години”.... Якщо годинна та хвилинна стрілки розташовуються інакше, то треба виконувати певні міркування для визначення часу за годинником.

Існує два способи визначення часу за годинником:

1 спосіб:

- 1) Визначити де знаходиться годинна стрілка. Бачимо годинна стрілка знаходиться між поділками 4 та 5. Вже пройшло 4 години, тому читаємо “4 години...”
- 2) Визначити, де знаходиться хвилинна стрілка. Хвилинна стрілка показує на 8-му поділку. Тому $5 \text{ хв} * 8 = 40 \text{ хв.}$ Читаємо: “4 години 40 хвилин”.

2 спосіб:

- 1) Визначити де знаходиться годинна стрілка. Бачимо годинна стрілка знаходиться між поділками 4 та 5. Вже пройшло 4 години, тому читаємо “4 години...”
- 2) Визначити, скільки хвилин не вистачає до 5 годин. Хвилинонній стрілки лишилося пройти ще 4 поділки, тому $5 \text{ хв} * 4 = 20 \text{ хв.}$ Читаємо: “Без 20 хвилин п’ять”.

Формулювання, в яких використовуються терміни “чверть”, “половина”, повинні бути пов’язані з діленням круга на 2 та 4 рівні частини. Встановлюємо зв’язок: за $\frac{1}{2}$ години велика стрілка робить $\frac{1}{2}$ оберту; за $\frac{1}{4}$ години – $\frac{1}{4}$ оберту. Діти повинні навчитися впізнавати відповідні положення стрілок майже на циферблаті без цифр (на такому циферблаті повинно бути вказаним початок руху стрілок – 12 годин)

Одним з важких є питання про розгляд “12 годинного” та “24 годинного” рахунку часу в добі. Цьому треба приділити певну увагу.

В добі 24 години. На циферблаті годинника 12 поділок, тому годинна стрілка пробігає циферблат за добу два рази ($24 : 12 = 2$ рази).

Існує два способи читання часу:

1 спосіб:

Користуючись 12 поділками циферблату годинника, час читають з вказуванням відповідного часу добу, наприклад: 2 години ночі, 8 годин ранку, 12 годин дня, 7 годин вечора.

2 спосіб:

Користуючись 24 поділками:

А) якщо вказують час від опівночі до опівдні, то час читають без змін: 2 години ночі – просто 2 години, 7 годин ранку – просто 7 годин, 10 годин дня – просто 10 годин.

Б) якщо вказують час від опівдні до опівночі, то додають ще 12 годин, наприклад: 2 години дня – $2 + 12 = 14$ годин, 7 годин вечора – $7 + 12 = 19$ годин, 10 годин ночі – $10 + 12 = 22$ години.

Для закріплення пропонуються вправи на читання часу двома способами:
 6 год вечора = год 3 год дня = год ... = 5 год ... = 23 год

Міри довжини, маси, вартості – десяткові міри. В них крупна одиниця більша за дрібну в 10, 100 ... разів. Міри часу – не десяткові, і це уявляє певні труднощі при виконанні арифметичних дій додавання і віднімання іменованих чисел, поданих в одиницях вимірювання часу.

Після складення таблиці співвідношення одиниць вимірювання часу, вчимо дітей замінювати крупні одиниці часу дрібними, а також з дрібних мір час виділяти крупні. Наприклад:

3 доби = ... год

Міркуємо так: 1 доба містить 24 години. 3 доби в 3 рази більші за 1 добу, тому 3 доби містять в 3 рази більше годин – $24 \cdot 3 = 72$ год.

4800 с = ... хв.

Міркуємо так: 60 секунд складають 1 хвилину; в 4800 секундах міститься по 60 секунд 80 разів ($4800 : 60 = 80$ разів), тому $4800 \text{ с} = 80 \text{ хв}$.

Задачі на час.

Задачі на час містять три компоненти: дата початку події, тривалість події і дата закінчення події. Ці задачі записуються коротко в формі таблиці:

Дата початку події	Тривалість події	Дата закінчення події

В 3-му класі такі задачі розв'язуються з застосуванням циферблату годинники або табель-календаря.

Задачі на знаходження тривалості події.

Задача 1. Перерва розпочалася о 10 год 10 хв і закінчилася о 10 год 30 хв. Скільки часу тривала перерва?

Дата початку події	Тривалість події	Дата закінчення події
10 год 10 хв	?	10 год 30 хв

Щоб знайти тривалість події треба від дати закінчення події відняти дату початку події.

Розв'язання
 $10 \text{ год } 30 \text{ хв} - 10 \text{ год } 10 \text{ хв} = 20 \text{ хв}$
 Відповідь: 20 хв тривала перерва.

Задачі на знаходження дати закінчення події

Задача 2. Перерва розпочалася о 9 год 15 хв і тривала 10 хв. Коли закінчилася перерва?

Дата початку події	Тривалість події	Дата закінчення події
9 год 15 хв	10 хв	?

Щоб знайти дату закінчення події, треба до дати початку події додати тривалість події.

Розв'язання
 $9 \text{ год } 15 \text{ хв} + 10 \text{ хв} = 9 \text{ год } 25 \text{ хв}$
 Відповідь: о 9 год 25 хв закінчилася перерва.

Задача 3. Перерва тривала 30 хв і закінчилася о 10 год 35 хв. Коли розпочалася перерва?

Дата початку події	Тривалість події	Дата закінчення події
?	10 хв	10 год 35 хв

Щоб знайти дату початку події, треба від дати закінчення події відняти тривалість події.

Розв'язання
 $10 \text{ год } 35 \text{ хв} - 10 \text{ хв} = 10 \text{ год } 25 \text{ хв}$
 Відповідь: о 10 год 25 хв розпочалася перерва.

Розглянемо задачу: Уроки в школі починаються в 8 год. *Тривалість уроків 4 год. У скільки годин закінчуються заняття?*

Дата початку події	Тривалість події	Дата закінчення події
8 год.	4 год.	?

- Що означає число 8? (Час початку занять у школі.)
- Що означає число 4? (Тривалість уроків.)
- Яке запитання в задачі? (У скільки годин закінчуються заняття?)
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: час, у якому починаються заняття, відомо – 8 год., та скільки годин тривають заняття, відомо – 4 год.)
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання.)
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Так, відомі обидва числові значення.)

Розв'язання: $8 + 4 = 12$ (год.)

Відповідь: о 12 годині закінчуються заняття.

Складаємо обернені задачі.

8 , 4 , 12 - пряма задача.

8 , 4 , 12. – 1-ша обернена задача.

Уроки в школі тривають 4 години і закінчуються о 12 годині. О котрій годині розпочинаються заняття в школі?

Розв'язання: $12 - 4 = 8$ год.)

Відповідь: о 8 годині розпочинаються заняття.

8, 4 , 12 – 2 –га обернена задача.

Уроки в школі розпочинаються о 8 –й годині і закінчуються у 12-й годині. Скільки годин тривають заняття в школі?

Розв'язання: $12 - 8 = 4$ (год.)

Відповідь: 4 години тривають заняття в школі.

Узагальнити одиниці вимірювання величин можна на підставі таблиці:

Нестандартні задачі для 3-го класу.

Під нестандартними задачами ми розуміємо такі задачі, тематика яких не є сама по собі об'єктом вивчення; це не задачі, важкі для розв'язання, а задачі нестандартні за своєю тематикою.

Задачі, які розв'язуються способом логічних міркувань.

Задача 1. Василь, Гена та Євген змагалися у бігу. Хто з них прибіг першим, другим та третім, якщо вірні наступні твердження:

- 1) Василь прибіг не першим, а Євген не другим.
- 2) Гена прибіг не третім, а Василь не другим.

Розв'язання. Автор пропонує розв'язувати цю задачу за допомогою таблиці.

	1	2	3
В	-		
Г			
Є		-	

Так як усі твердження вірні, то з 1) випливає, що Василь міг прибігти або другим або третім, а Євген – або першим або третім; Василь ніяк не міг бути першим, а Євген другим. У відповідних клітинках таблиці поставлені знаки „-”.

З 2) випливає, що Євген прибіг не третім, а Василь не другим.

	1	2	3
В	-	-	+
Г			
Є	+	-	-

Таким чином, Василь прибіг третім, а Євген – першим. У відповідних клітинках поставимо знаки „+”. Лишається, що Гена був другим.

Відповідь: Євген прибіг першим, Гена – другим, Василь – третім.

Аналогічно, складаючи таблицю, розв'язуються наступні задачі:

Задача 2. В квартирах № 1, № 2, № 3 мешкали три кошеня: білий, чорний і рижий. В квартирах № 1 та № 2 мешкало не чорне кошеня. Біле кошеня мешкало не в квартирі № 1. В якій квартирі мешкало кожне кошеня?

Відповідь: чорне кошеня мешкало в квартирі № 3, біле кошеня – в квартирі № 2, а риже кошеня – в квартирі № 1.

Задача 3. Коли Алла, Катя і Люда спитали, які оцінки вони отримали за контрольну роботу з математики, то вчителька відповіла: „ Спробуйте здогадатися самі, а вам скажу, що в класі двійок немає і у вас трьох різні оцінки, при чому у Алли не „3”, у Люди не „3” і не „5”. Напиши, яку оцінку отримала кожна з трьох учениць.

Відповідь: у Люди – „4”, у Алли – „5”, у Каті – „3”.

Задача 4. Микола, Петро, Іван збирали гриби. Микола знайшов 10 сироїжок і стільки білих, скільки підберезників знайшов Іван. Іван знайшов лисичок в 2 рази менше, ніж сироїжок Микола, і 3 підберезники. Петро знайшов лише лисички, який в нього було більше, ніж білих у Миколи, але менше, ніж лисичок у Івана. Скільки грибів зібрали хлоп'ята, якщо відомо, що Микола знайшов лише сироїжки та білі, а Іван – підберезники і лисички?

Розв'язання. Так як Микола знайшов 10 сиріжок, а Іван в 2 рази менше лисичок, то Іван знайшов $10 : 2 = 5$ лисичок. Іван знайшов 3 підберезників, а Микола стільки ж білих, тому Микола знайшов 3 білих.

Петро знайшов лише лисички, який в нього було більше, ніж білих у Миколі, але менше, ніж лисичок у Івана. Тому Петро знайшов лисичок більше 3, але менше 5 – це 4. Петро знайшов 4 лисички. Отже хлоп'ята всього знайшли: $10 + 5 + 3 + 3 + 4 = 25$ грибів.

Задача 5. Ігор, Петро і Сашко ловили рибу. Кожний з них спіймав або йоржів або піскарів, або окунів. Хто з них спіймав яких риб, якщо відомо, що:

- 1) Колючі плавники є в окунів та йоржів, а в піскарів немає.
- 2) Ігор не спіймав жодної риби з колючими плавниками.
- 3) Петро спіймав на 2 окуні більше, ніж спіймав риб Ігор.

Скільки риб спіймав кожний хлопчик, якщо Ігор спіймав 3 риби, а всього риб було менше 10?

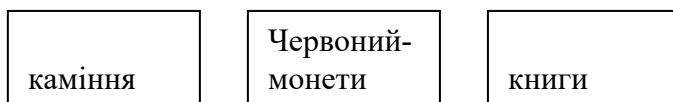
Розв'язання. Відомо, що Ігор не спіймав жодної риби з колючими плавниками, значить він спіймав лише піскарів. З третьої умови ясно, що Петро наловив окунів. Тому Сашко спіймав лише йоржів.

Відомо, що Ігор спіймав 3 риби – 3 піскарів. Петро спіймав на 2 окуні більше, ніж спіймав риб Ігор: $3 + 2 = 5$ окунів спіймав Петро.

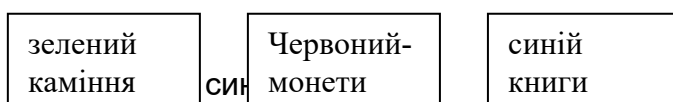
Маємо, що Петро і Ігор разом спіймали $5 + 3 = 8$ риб. Отже, три хлопчики спіймали більше, ніж 8 риб, але менше за 10. Значить три хлопчики спіймали 9 риб. Значить Сашко спіймав 1 йоржа.

Задача 6. Гном розклав свої скарби а 3 сундука різного кольору, які стояли у стіни: в один – коштовні каміння, в другий – золоті монети, в третій – магичні книги. Він пам'ятає, що червоний сундук знаходиться правіше, ніж каміння, і що книги – правіше червоного сундука. В якому сундуку лежать книги, якщо зелений сундук стоїть лівіше синього?

Розв'язання. За умовою сундук з камінням лівіше червоного, а сундук з книжками правіше червоного. Тому червоний сундук стоїть між сундуком з камінням і сундуком з книжками, і в ньому лежать золоті монети. Крім того, червоний сундук правіше від сундука з камінням, тому сундук з камінням стоїть з краю зліва; книги правіше червоного сундука, тому сундук з книжками стоїть з краю справа.

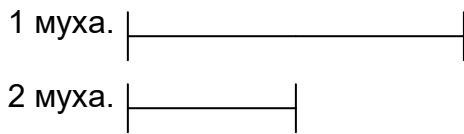


Так як зелений і синій сундук – з краю і за умовою зелений стоїть лівіше синього, то синій стоїть з краю зліва, а зелений з краю справа:



Задача 7. Дві мухи змагаються у бігу. Вони біжать з пола до стелі і повертається. Перша муха біжить в обидві сторони з однаковою швидкістю. Друга муха біжить вниз вдвічі швидше, ніж перша, а в верх – вдвічі повільніше, ніж перша. Хто з мух переможе?

Розв'язання. Нехай мухи долають перший етап – від полу до стелі. Перша муха вже добіжить до стелі, а друга добіжить тільки до половини шляху.



Перша муха повертається до полу, а друга – лише добирається до стелі. Перемагає перша муха. Помітимо, не має значення, у скільки разів швидше буде бігти вниз друга муха, ніж перша.

Відповідь: перша.

Задачі, пов'язані з нумерацією чисел.

Задача 8. В потязі 14 вагонів. Хлопчик сів в сьомий вагон. Скільки вагонів попереду цього вагона і скільки вагонів позаду?

Розв'язання. Спереду 6 вагонів, а позаду $14 - 7 = 7$ (вагонів).

Задача 9. В потязі 11 вагонів. Наш вагон восьмий, якщо вести рахунок від голови потягу. Яким є цей вагон, якщо рахувати від хвоста потягу?

Розв'язання. $11 - 8 = 3$ – число вагонів, які знаходяться позаду 8-го вагона. Шуканий номер буде на 1 більшим. Маємо: $(11 - 8) + 1 = 4$ – четвертий номер.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, (8), 9, 10, 11.

(4), (3), (2), (1).

Задача 10. Скільки аркушів між п'ятим і вісімнадцятим аркушами альбому?

Розв'язання. $(18 - 5) - 1 = 12$.

Задача 11. Скільки парних чисел між числами 6 та 16?

Розв'язання. $6 : 2 = 3$ – порядковий номер парного числа 6 та $16 : 2 = 8$ – порядковий номер парного числа 16 в ряді парних чисел від 2 до 26. Маємо $(8 - 3) - 1 = 4$ числа.

(6), 8, 10, 12, 14, (16).

Автор зазначає, що розв'язання таких задач краще записувати по-іншому: $(16 - 6) : 2 - 1 = 4$ (числа), де 16 та 6 – числа, які вказані в умові задачі.

Задача 12. Скільки є будинків між будинками № 36 та №56, які розташовані по одній стороні вулиці?

Розв'язання. $(56 - 36) : 2 - 1 = 9$.

Задача 13. Скільки всього парних чисел від 4 до 16, включаючи названі числа?

Розв'язання. $4 : 2 = 2$ – порядковий номер числа 4 та $16 : 2 = 8$ – порядковий номер числа 16 в ряді парних чисел від 4 до 16. Маємо: $(8 - 2) : 2 + 1 = 7$ (чисел).
(4), 6, 8, 10, 12, 14, (16).

Розв'язання таких задач краще записувати по-іншому: $(16 - 4) : 2 + 1 = 7$, де 16 та 4 – дані в умові задачі числа.

Задача 14. Скільки будинків на одній стороні вулиці від № 16 до № 36, включно?

Розв'язання. $(36 - 16) : 2 + 1 = 11$

Задача 15. Сходи складаються з 7 сходинок. Яка за номером сходинок знаходиться по середині сходів?

Розв'язання. Задача зводиться до знаходження числа, яке знаходиться посередині числового ряду:

1, 2, 3, (4), 5, 6, 7.

Так як, число 7 – непарне, то в середині цього числового ряду буде знаходитися лише одне число: $7 : 2 = 3$ (остача 1). Зліва і справа від шуканого числа будуть по 3 числа в ряду чисел від 1 до 7. Шуканим є число, яке прямує за числом 3.

Маємо: $3 + 1 = 4$ (середнє число).

Розв'язання таких задач краще записувати по-іншому: $(7 + 1) : 2 + 4$ – середньою буде четверта сходинка.

Задача 16. У залізничному потязі 9 вагонів. Який вагон займає середину потягу?

Розв'язання. $(9 + 1) : 2 = 5$ (п'ятий).

Задача 17. Сходи містять 8 сходинок. Які сходинки займають середню частину сходів?

Розв'язання. Так як 8 – число парне, то задача призводиться до знаходження двох чисел, що знаходяться посередині числового ряду:

1, 2, 3, (4), (5), 6, 7, 8.

Маємо: $8 : 2 = 4$ та $4 + 1 = 5$ – середніми є четверта та п'ята сходинки.

Задача 18. В потязі 16 вагонів. Які вагони знаходяться в середині потягу?

Розв'язання. $16 : 2 = 8$ – восьмий вагон та $8 + 1 = 9$ – дев'ятий.

Задача 19. Перше календарне число, що приходить на вівторок, є 4. Які ще календарні числа приходяться на вівторок в цьому місяці?

Розв'язання. Кожний наступний вівторок є сьомим днем після попереднього вівторку.

Маємо $4 + 7 = 11$, $11 + 7 = 18$ та $18 + 7 = 25$.

Задача 20. На середу приходяться календарні числа: 5, 12, 19, 26. які календарні числа приходяться на суботу?

Розв'язання. $6 - 3 = 3$ – субота, шостий день тижня - є третім днем після середи (третього дня тижня).

Маємо: $5 + 3 = 8$, $12 + 3 = 15$, $19 + 3 = 22$ та $26 + 3 = 29$.

Задача 21. На неділю приходить календарні числа: 9, 16, 23, 30. Які календарні дні приходяться на вівторок в цьому місяці?

Розв'язання.

$7 - 2 = 5$ – вівторок (другий день тижня) є п'ятим днем, що передують неділі (сьомому дню тижня).

Маємо: $9 - 5 = 4$, $16 - 5 = 11$, $23 - 5 = 18$, $30 - 5 = 25$.

Задача 22. Скільки всього двоцифрових чисел, трицифрових чисел?

Розв'язання. 9 – число одноцифрових чисел, 99 – число двоцифрових та двоцифрових чисел, 999 – число одноцифрових, двоцифрових та трицифрових чисел.

Маємо $99 - 9 = 90$ – двоцифрових чисел та $999 - 99 = 900$ – число трицифрових чисел.

Задачі, які розв'язуються міркуванням за допомогою схематичного малюнка.

Задача 23. В бібліотеці на двох полицях по 15 книжок. До обіду з однієї полиці взяли кілька книг, а після обіду з іншої полиці взяли стільки книжок, скільки залишилося на першій полиці. Скільки книжок залишилося на обох полицях?

Задача 24. В двох вагонах їхали пасажери, по 36 людей в кожному. На станції з першого вагону вийшло кілька людей, а з другого вагону вийшло стільки, скільки залишилося в першому. Скільки всього пасажирів залишилося в двох вагонах?

Розв'язання. Позначимо кількість людей в кожному вагоні відрізками однакової довжини (їх за умовою було по 36 людей) і потім показати на кожному відрізку тих пасажирів, які вийшли з одного й іншого вагону, то можна дуже легко відповісти на запитання.



Відповідь: 36 людей.

Задача 25. В бібліотеці на двох полицях по 15 книжок. До обіду з однієї полиці взяли кілька книг, а після обіду з іншої полиці взяли стільки книжок, скільки залишилося на першій полиці. Скільки книжок залишилося на обох полицях?

Відповідь: 15 книжок.

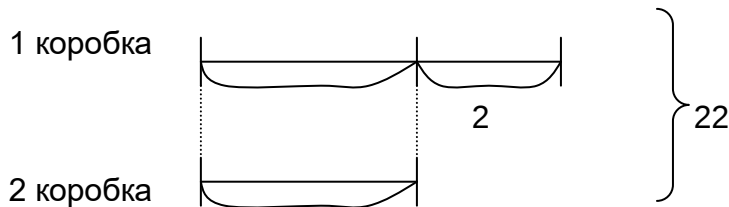
Задача 26. В двох коробках по 20 цукерок. Ласунка Маша з'їла кілька цукерок з першої коробки. Побачивши це, ласунка Оленка з'їла з другої коробки стільки цукерок, скільки залишилося в першій. Скільки цукерок залишилося після цього в обох коробках?

Відповідь: 20 цукерок.

Задачі, які розв'язуються арифметичним методом.

Задача 27. В двох коробках 22 олівця. В першій коробці на 2 олівця більше, ніж в другій. Скільки олівців в кожній коробці?

Розв'язання.



1 спосіб:

- 1) $22 - 2 = 20$ (шт..) олівців було б в двох коробках, якби в них олівців було порівну.
- 2) $20 : 2 = 10$ (шт..) олівців було б в двох коробках, якби в них олівців було б порівну; стільки олівців в другій коробці.
- 3) $10 + 2 = 12$ (шт..) олівців в першій коробці.

2 спосіб:

- 1) $22 + 2 = 24$ (шт..) – подвоєне число олівців в 1-й коробці;
- 2) $24 : 2 = 12$ (шт..) олівців в 1-й коробці;
- 3) $12 - 2 = 10$ (шт..) олівців в 2-й коробці.

Відповідь: 12 олівців, 10 олівців.

Задача 28. Пояс з пряжкою коштує 12 грн., при чому пояс дорожчий за пряжку на 6 грн. Скільки коштує пояс, скільки коштує пряжка?

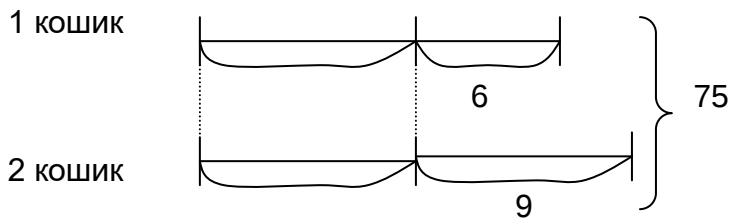
Розв'язання:

- 1) $12 - 6 = 6$ (грн..) коштував би пояс з пряжкою, якби вони мали однакову ціну;
- 2) $6 : 2 = 3$ (грн..) коштує пряжка;
- 3) $3 + 6 = 9$ (грн..) коштує пояс.

Відповідь: 9 гривень., 3 гривні.

Задача 29. В двох кошиках 75 яблук. Коли з першої взяли 6, а з другої 9, то в кошиках лишилося яблук порівну. Скільки яблук було в кожному кошику?

Розв'язання.



1 спосіб.

- 1) $6 + 9 = 15$ (ябл.) – стільки яблук взяли з двох кошиків.
- 2) $75 - 15 = 60$ (ябл.) - всього в двох кошиках, коли в них стало яблук порівну.
- 3) $60 : 2 = 30$ (ябл.) – стало в кожному кошику.
- 4) $30 + 6 = 36$ (ябл.) – було в першому кошику.
- 5) $30 + 9 = 39$ (ябл.) – було в другому кошику

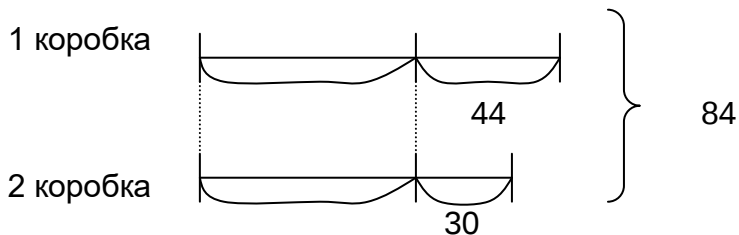
2 спосіб.

- 1) $75 - 6 = 69$ (ябл.) - стало в двох кошиках, після того, як з першого кошика взяли 6 яблук.
- 2) $69 - 9 = 60$ (ябл.) – стало в двох кошиках, після того, як взяли 9 яблук з другого кошика.
- 3) $60 : 2 = 30$ (ябл.) – стало в кожному кошику.
- 4) $30 + 6 = 36$ (ябл.) – було в першому кошику.
- 5) $30 + 9 = 39$ (ябл.) – було в другому кошику .

Відповідь: 36 яблук, 39 яблук.

Задача 30. В двох коробках – 84 цукерки. Коли з першої коробки взяли 44 цукерки, а другої 30 цукерок, то в них залишилося цукерок порівну. Скільки цукерок було в кожній коробці спочатку?

Треба зазначити, що автор не наводить схематичного малюнка цієї задачі, але ми вважаємо його дуже корисним для знаходження способу її розв'язання:



Розв'язання. З двох коробок взяли $44 + 30 = 74$ цукерки. Значить в двох коробках залишилося: $84 - 74 = 10$ цукерок. Так як в двох коробках залишилося цукерок порівну, то в кожній з них залишилося $10 : 2 = 5$ цукерок. Отже в першій коробці було $5 + 44 = 49$ цукерок, а в другій – $30 + 5 = 35$ цукерок.

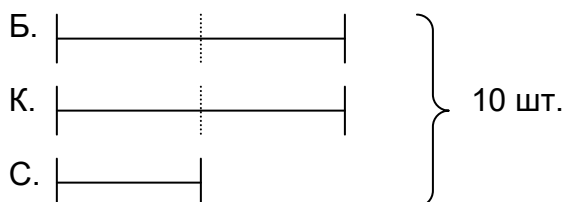
Відповідь: 49 цукерок, 35 цукерок .

Задача 31. У двох хлопчиків було разом 8 груш. Коли один хлопчик з'їв одну грушу, а інший 3 груші, у них залишилося груш порівну. Скільки груш було у кожного?

Відповідь: 3 груші і 5 груш.

Задача 32. Було 10 гномів в білих , синіх та коричневих ковпачках. Гномів в синіх ковпачках було в 2 рази менше, ніж в коричневих, а решта гномів були в білих ковпачках. Скільки було гномів в білих, синіх та коричневих ковпачках, якщо в білих ковпачках їх було стільки ж, скільки і в коричневих?

Треба зазначити, що цю задачу можна розв'язати арифметичним способом, якщо скласти схематичний малюнок:



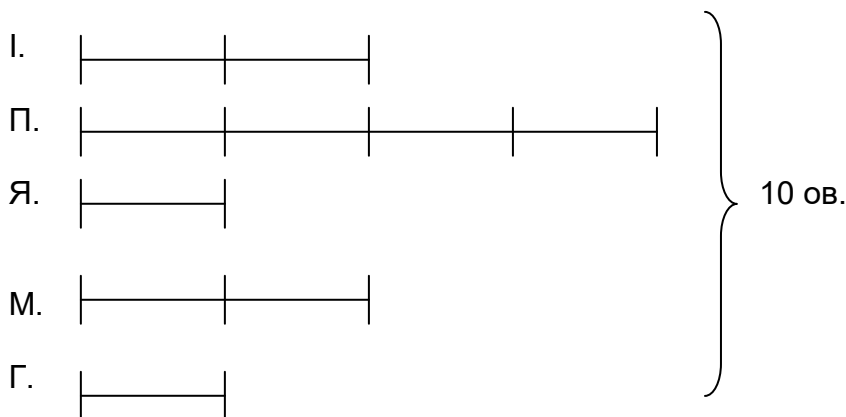
Маємо всього 5 рівних частин. Щоб дізнатися. Скільки ковпачків в одній такій частині, треба:

- 1) $10 : 5 = 2$ (шт.) ковпачків в меншій частині, тому 2 синіх ковпачки.
- 2) $10 - 2 = 8$ (шт.) білих і коричневих ковпачків.
- 3) $8 : 2 = 4$ (шт.) білих або коричневих ковпачків.

Відповідь: 4 гнома в білих ковпачках, 4 гнома в коричневих ковпачках, 2 гнома в синіх ковпачках.

Задача 33. У п'ятьох селян – Івана, Петра, Якова, Михайла і Герасима було 10 овець. Не могли вони знайти пастуха, щоб пасти овець. І каже Іван: „ Будемо пасти овець по черзі – по стільки днів, скільки кожний з нас має овець”. Пол скільки днів повинен кожний селянин пасти овець, якщо відомо, що у Івана в 2 рази менше овець, ніж у Петра, у Якова в 2 рази менше овець, ніж у Івана; Михайло має овець в 2 рази більше, ніж Яків, а Герасим – в четверо менше, ніж у Петра ?

Розв'язання.



$10 : 10 = 1$ – було овець у Герасима або у Якова;

$1 \times 2 = 2$ – було овець у Михайла або у Івана;

$2 \times 2 = 4$ – було овець у Петра.

Відповідь: у Івана – 2 овець, у Петра – 4 вівці, у Якова – 1 вівця, у Михайла – 2 вівці, у Герасима – 1 вівця.

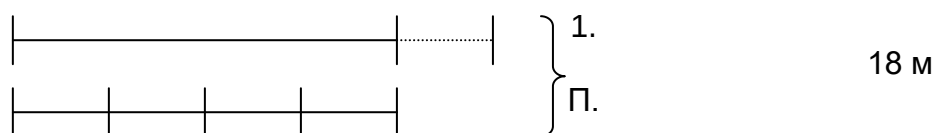
Задача 34. У Московському Кремлі зберігаються старовинна грамота і дзвін. За величину їх назвали цар - дзвоном і цар-грамотою. Їх загальна маса 240 т. Цар-дзвін в 5 разів важчий, ніж цар-грамота. Яка маса цар-дзвона і цар-грамоти окремо?

Відповідь: 40 т маса цар-грамоти і 200 т – маса цар – дзвону.

Задача 35. Портфель та чотири пари черевиків коштують 27 карбованців. Пара черевиків дорожче, ніж портфель у 2 рази. Скільки коштує пара черевиків? Відповідь: 3 карбованці коштує портфель і 6 карбованців коштує пара черевиків.

Задача 33. Накреслити два відрізка так, щоб один був довший іншого на чверть, а разом вони складали б відрізок, довжиною 18 см.

Розв'язання. Довше другого відрізка на чверть, треба розуміти як на чверть довше, ніж саме другий:

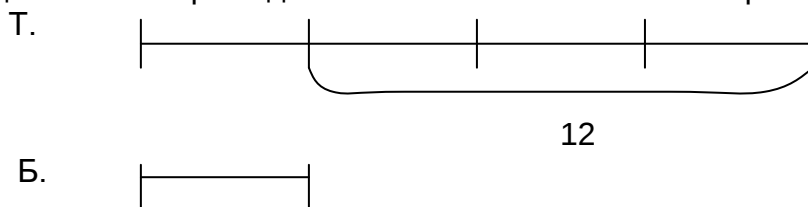


Маємо в двох відрізках 9 рівних частин. $18 : 9 = 2$ см – в одній частині. $2 * 4 = 8$ см – довжина другого відрізка. $2 * 8 = 10$ см – довжина першого відрізка.

Відповідь: 10 см і 8 см.

Задача 36. *Пес Тузик на 12 кг важче за kota Барсика, а Барсик вчетверо легше Тузика. Скільки важить Барсик?*

Розв'язання. Якщо Барси в четверо легший за Тузика, то Тузик в четверо важчий за Барсика. Зробимо схематичний малюнок: накреслимо два відрізка, один з них в 4 рази довший за інший і позначимо їх різницю числом 12:



В першому відрізку чотири однакові частини, в другому – одна така частина. В першому відрізку три частини дорівнюють 12 кг. Отже, в одній такій частині $12 : 3 = 4$ кг.

Відповідь: 4 кг (20).

Задача 37. *Мама подала до обіду 8 пиріжків. Скільки пиріжків вона спекла, якщо в мамі залишилося ще стільки та півстільки?*

Відповідь: 20 пиріжків.

Задача 38. *В одному мішку 48 кг борошна, а в другому наполовину менше. Чому дорівнює чверть половини всієї муки?*

Розв'язання.

Якщо в другому мішку на половину менше, ніж в першому, то в другому мішку – половина першого.

1) $48 : 2 = 24$ (кг) борошна в другому мішку.

2) $48 + 24 = 72$ (кг) борошна в обох мішках.

Чверть половини всієї муки – це її восьма частина.

3) $72 : 8 = 9$ (кг) – складає чверть половини всієї муки.

Відповідь: 9 кг.

Задача 39. *В одній коробці 40 цукерок, а в іншій на половину менше. Чому дорівнює половина половини усіх цукерок?*

Відповідь: 15 цукерок.

Задача 40. *В одній коробці 20 цукерок, а в іншій наполовину менше. Чому дорівнює половина усіх цукерок?*

Відповідь: 15 цукерок.

Задача 41. *В одній коробці 40 цукерок, а в іншій наполовину менше. Чому дорівнює чверть усіх цукерок?*

Відповідь: 15 цукерок.

Задача 42. *Шестеро тягнуть ріпку: дідусь вдвічі сильніше бабусі, бабуся вдвічі сильніше онучки, онучка вдвічі сильніше Жучки, Жучка вдвічі сильніше кішки, кішка вдвічі сильніше миші. Скільки треба покликати мишів, щоб вони самі витягнули ріпку?*

Розв'язання. Задача розв'язується з кінця. Силу кожного учасника виразимо в мишках: кішка = 2 мишки, жучка = 4 мишки, онучка = 8 мишок, бабуся = 16 мишок,

дідусь = 32 мишки. $2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 64$, отримаємо 62 мишки плюс мишка, яка згадується в умові задачі.

Відповідь: 65 мишок.

Задача 43. Серед 12 цуценят 8 з довгими вухами та 9 тих, що кусаються. Скільки серед цих цуценят з довгими вухами і тих, що кусаються одночасно? Розв'язання.

- 1) $12 - 8 = 4$ (ц.) без довгих вух.
- 2) $12 - 9 = 3$ (ц.) не кусаються.
- 3) $4 + 3 = 7$ (ц.) або тільки мають довгі вуха або тільки кусаються.
- 4) $12 - 7 = 5$ (ц.) і мають довгі вуха і кусаються.

Відповідь: 5 цуценят.

Задача 44. В класі усі діти вивчають англійську та французьку мову. З них 17 учнів вивчають англійську, 15 учнів – французьку, а 8 – вивчають обидві мови одночасно. Скільки учнів в класі? Розв'язання.

- 1) $17 - 8 = 9$ (уч.) вивчають лише англійську мову.
- 2) $15 - 8 = 7$ (уч.) вивчають лише французьку.
- 3) $9 + 7 + 8 = 24$ (уч.) всього в класі

Відповідь: 24 учня .

Задача 45. В класі 25 учнів. З них 6 учнів не вміють грати або в шашки, або в шахи. 18 учнів вміють грати в шашки, 20 – в шахи. Скільки учнів класу грають і в шашки і в шахи?

Розв'язання. Відомо, що 18 учнів грають в шашки, тому $25 - 18 = 7$ учнів не вміють грати в шашки. Якщо ми із $7 - 6 = 1$ учнів не вміють грати в шашки, але можуть вміти грати в шахи. Так як 20 учнів вміли грати в шахи, то $20 - 1 = 19$ учнів могли грати і в шахи і в шашки.

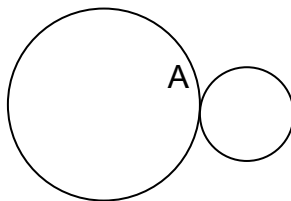
Відповідь: 19 учнів .

Задача 46. Чи відомо тобі, що серед усіх порід кішок тільки гепарди не втягують кігті. Кігті, в них завжди знаружі, як у собак. Серед мешканців площадки молодняку у зоопарку 18 – котенят та щенят різних порід. З них 9 – щенят, а 13 не втягують кігті. Скільки мешканців – гепарди і скільки котенят інших порід?

Розв'язання. Серед 13 малюків, не втягують кігті, 9 – щенят, тому $(13 - 9) = 4$ – гепарди. Кошенят інших порід $18 - (9 + 4) = 5$. Відповідь: 4 гепарди і 5 кошенят інших порід.

Задача 47. В одному колесі 18 зубців, а в іншому, яке зціплене з ним , 30 зубців. Перше колесо зробило 15 обертів. А друге?

Розв'язання.



Точка А – точка зціплення колес. В той час, коли через точку А проходить один зубець першого колеса, через цю ж точку проходить один зубець другого колеса.

Отже, за один й той же час через точку А проходить однакова кількість зубців першого та другого колес.

- 1) Скільки зубців першого колеса пройшло через точку А за 15 обертів цього колеса? $15 \times 18 = 270$.
- 2) Скільки зубців третього колеса пройшло через точку А за цей самий час? Стільки ж, 270.
- 3) Скільки обертів повинно зробити друге колесо, щоб через точку А пройшло 270 його зубців? $270 : 30 = 90$.

Відповідь: 90 обертів.

Задача 48. Прийшов селянин на базар і приніс кошик яєць. Його запитали: „Чи багато в тебе яєць в кошику?” Селянин відповів так: „Я не пам'ятаю скільки всього в тому кошику яєць. Тільки пам'ятаю, коли я складав в кошик яйця по 2, в мене залишилося 1 яйце зайве. Тоді я став класти в кошик по 3 яйця, знов одне яйце залишилося. Якщо класти по 4 яйця, то одне яйце залишається зайвим. Якщо класти по 5 яєць в кошик, то знов одне яйце залишилося зайвим. Якщо класти по 6 яєць, то одне яйце залишається зайвим. Якщо класти по 7 яєць в кошик, жодного яйця не залишилося. Скільки було в кошику яєць?”

З умови задачі невідоме число при діленні на 2 дає остачу 1: $a \cdot 2 + 1 = x$.

Невідоме число при діленні на 3 дає остачу 1: $b \cdot 3 + 1 = x$.

Невідоме число при діленні на 4 дає остачу 1: $c \cdot 4 + 1 = x$.

Невідоме число при діленні на 5 дає остачу 1: $k \cdot 5 + 1 = x$.

Невідоме число при діленні на 6 дає остачу 1: $p \cdot 6 + 1 = x$.

Таким чином, якщо невідоме число зменшити на 1, то воно ділитиметься на всі ці числа без остачі; таке число може бути отримане добутком усіх цих чисел:

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

До отриманого результату додамо 1: $720 + 1 = 721$.

Число 721 ділиться на 7 без остачі, а при діленні на 2,3,4,5,6 дає остачу 1.

Відповідь: 721. Можна отримати й інші розв'язки.

Задача № 49. У хлопчика в колекції є жуки та павуки – всього 8 штук. Якщо перелічити усі ноги в колекції, то їх буде 54. Скільки в колекції жуків і скільки павуків?

Розв'язання. Припустимо, що в коробці були усі жуки (на дошці позначаємо комах з 6 ногами). Скільки всього в них ніг? ($6 \cdot 8 = 48$) А в умові задачі всього 54 ноги. На скільки більше ніг повинно бути у комах? ($54 - 48 = 6$). А чому так сталося? (Тому, що в колекції, крім жуків, були й павуки, а в них ніг більше.) У павука 8 ніг, а у жука – 6. На скільки більше ніг у павука, ніж у жука? (На дві ноги.) Значить, 6 ніг треба розподілити між комахами (жуками), додаваючи кожному по 2 ноги. Павуків буде стільки, скільки в 6 міститься по 2, тобто 3.

- 1) $6 \cdot 8 = 48$ (ніг) всього було б, якби в колекції були лише жуки.
- 2) $54 - 48 = 6$ (ніг) на стільки ніг більше у комах, ніж ми передбачили.
- 3) $8 - 6 = 2$ (ноги) на стільки більше ніг у павука, ніж у жука.
- 4) $6 : 2 = 3$ – стільки жуків.
- 5) $8 - 3 = 5$ павуків.

Можна розпочати міркування з передбачення, що в колекції були лише павуки:

- 1) $8 \cdot 8 = 64$ (ноги) всього, якби всі були павуки.
- 2) $64 - 54 = 10$ (ноги) зайві
- 3) $8 - 6 = 2$ (ноги) на стільки більше ніг у павука, ніж у жука.
- 4) $10 : 2 = 5$ – стільки павуків
- 5) $8 - 5 = 3$ жуків.

Треба зазначити, що такі задачі розв'язуються також способом підбору.

Задачі, які розв'язуються способом підбору.

Задача 50. Для дитячого садка були закуплені іграшки: зайчики, ведмеді й слоників – всього 31 іграшка. Зайчиків було в 5 раз більше, ніж ведмедів, а слоників менше, ніж зайчиків. Скільки було куплено для дитячого садка зайчиків, ведмедів і слоників, якщо відомо, що один зайчик коштує 1 грн., ведмідь – 2 грн., слоник – 3 грн. І за всю покупку було сплачено 38 грн.?

Розв'язання. Треба розбити цю задачу на дві частини: перша частина стосується підбору кількості іграшок кожного виду, а друга – підрахунку вартості всієї покупки. Спочатку визначимо, скільки могло бути іграшок кожного виду, щоб їх загальна кількість була 31, тобто виконувалася перша умова задачі.

Будемо розв'язувати задачу підбором. Припустимо був куплений 1 ведмідь, тоді зайчиків – 5, тоді маємо, що слоників: $31 - 1 - 5 = 25$; ми отримали протиріччя умові: „слоників менше, ніж зайчиків”. Цей випадок не підходить.

Припустимо, що було куплено 2 ведмедя, тоді зайців – 10, а слоників: $31 - 2 - 10 = 19$. Знов отримали протиріччя з умовою.

Припустимо, що ведмедів було куплено 3, тоді зайців – 15, а слоників: $31 - 3 - 15 = 13$. Цей випадок задовольняє умові: слоників менше, ніж зайчиків. Підрахуємо чи вистачить грошей для купівля усіх іграшок. За 15 зайчиків сплатили: $1 \cdot 15 = 15$ грн., за 3 ведмедів сплатили: $2 \cdot 3 = 6$ грн., за 13 слоників: $3 \cdot 13 = 39$ грн.; всього сплатили: $15 + 6 + 39 = 60$ грн. – очевидно, що грошей не вистачить – маємо протиріччя з умовою: за всю покупку було сплачено 38 грн. . Тому цей випадок не підходить.

Припустимо, що ведмедів купили 4, тоді зайців – 20, а слоників: $31 - 4 - 8 = 7$ (слоників менше, ніж зайчиків). За 20 зайців сплатили 20 грн., за 4 ведмедя – 8 грн., за 7 слоників – 21 грн.; всього сплатили $20 + 8 + 21 = 49$ грн. Умові задачі цей випадок не задовольняє.

Якби ведмедів було куплено 5, то зайців – 25, а слоників: $31 - 5 - 25 = 1$ (слоників менше, ніж зайчиків). Вартість 25 зайців – 25 грн., 5 ведмедів – 10 грн., 1 слоника – 3 грн. Загальна вартість покупки: $25 + 10 + 3 = 38$ (за всю покупку було сплачено 38 грн.). Ми визначили випадок, який задовольняє умові задачі.

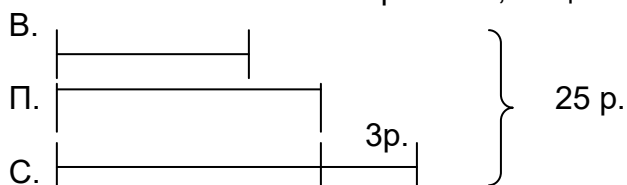
Може існують інші комбінації, які також задовольняють умові задачі? Якщо припустити, що Медведів було 6, то зайців – 30 ; маємо ведмедів і зайців більше, ніж всього іграшок купили за умовою задачі!

Задача 51. Вані, Петі і Саше разом 25 років. Відомо, що Ваня старше п'яти років і молодше Петі, а Петя молодше Саші на 3 роки. Скільки років кожному?

Розв'язання. Будемо розв'язувати задачу способом підбору. З чого почати підбір можливих варіантів? Скористаємося прийомом, який називається методом "крайніх" або "граничних" випадків. За умовою задачі найменше значення віку Вані – 6 років; Петі – 7 років, тоді Сашку 10 років. Обчислимо суму: $6 + 7 + 10 = 23$. Розв'язання невірне, оскільки по умові вік всіх дітей 25 років. Значить, потрібно розглянути інші варіанти.

Змінимо вік Вані і Петі і відповідно Саші: $7 + 8 + 11 = 26$. Знов розв'язання невірне. Але помічаємо, що вік Саші і Петі відповідає умові. Звідси міняється вік Вані і записуємо рішення: $6 + 8 + 11 = 25$.

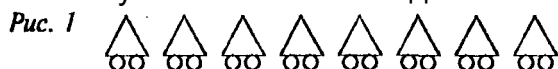
Розв'язання можна спростити, якщо зобразити умову задачі графічно:



З схеми випливає, що вік Вані і подвійний вік Петі складають 22 роки. Якщо вік Вані – 6 років, то подвійний вік Петі – 16 років, тобто Петі – 8 років, Сашку – 11 років, а це і є розв'язок задачі.

Задача 52. На дитячому майданчику 8 двох і триколісних велосипедів. Усього у них 21 колесо. Скільки двох і скільки триколісних велосипедів на майданчику?

Для рішення цієї задачі використовуємо символи. Визначимо 8 велосипедів трикутниками, а потім під кожним трикутником намалюємо по 2 гуртки (мал. 1), оскільки у кожного велосипеда 2 колеса.



Ми використали $2 \cdot 8 = 16$ (колес), і у нас залишилося $21 - 16 = 5$ (колес). Як їх розташувати? Кожний велосипед вже має по 2 колеса, домалюємо але одному



Рис. 2

колесу, починаючи з першого трикутника, поки не використовуємо ті 5 колес, які залишилися (мал. 2),

знайшовши таким чином число триколісних велосипедів. Інші велосипеди двоколісні.

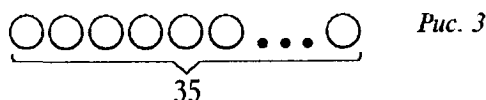
Відповідь: на майданчику. 5 триколісних і 3 двоколісних велосипеда.

Перевірка:

$$3 - 5 + 2 \cdot 3 = 21 \text{ (колесо).}$$

Задача 53. У клітку посаджені кролики і фазани. У тварин разом 35 голів і 94 ноги. Скільки було в клітці кроликів і скільки фазанів?

Відомо, що у кролика 4 ноги, а у фазана 2. Позначимо 35 голів (тобто загальне число кроликів і фазанів) за допомогою кружків (мал. 3).



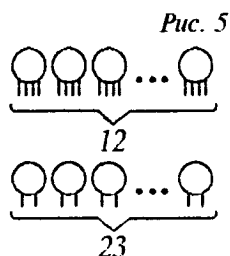
Домалюємо кожному кружку по 2 палички (ноги) (мал. 4).



Усього використовується

$2 \cdot 35 = 70$ (ніг). Залишилося $94 - 70 = 24$ (ноги), які ми не намалювали. Домалюємо по 2 ноги першому, другому гуртку і т.д., поки не використовуємо ті 24 ноги, які означають число кроликів (мал. 5).

24: 2 = 12 - це число кроликів, а інші $35 - 12 = 23$ фазани.



Відповідь: в клітці було 12 кроликів і 23 фазани.

Перевірка:

$$12 + 23 = 35 \text{ (кроликів і фазанів) } 4 \cdot 12 + 2 \cdot 23 = 94 \text{ (ноги).}$$

Отже, нами розглянуто групи нестандартних задач, які можна пропонувати учням 3-го класу. В кожній групі задач міститься по кілька аналогічних задач, тому що для навчання учнів розв'язуванню таких задач треба не кілька завдань, а значно більше. Показавши можливі групи нестандартних задач та методи їх розв'язання, сподіваємось, що вчителі будуть самостійно складати аналогічні задачі. Бажаємо успіхів!