

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ДЕРЖАВНИЙ ЗАКЛАД
«ПІВДЕННОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ К. Д. УШИНСЬКОГО»**

С. В. ІВАНОВА

**ЗАГАЛЬНІ ОСНОВИ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В
ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ**

Методичні рекомендації з організації самостійної роботи
для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня
галузі знань 01 Освіта/Педагогіка
спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика),
денної та заочної форм навчання

Одеса

2024

УДК 378.147:37.018.4

*Рекомендовано до друку вченою радою Державного закладу
«Південноукраїнський національний педагогічний університет
імені К. Д. Ушинського» (Протокол №9 від 29 лютого 2024 р.)*

Рецензенти:

Олефір О. І., канд. фіз-мат наук, ст. викладач кафедри вищої математики та статистики ДЗ «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського»,

Налева Г. В., канд. техн. наук, доцент кафедри вищої математики Національного університету “Одеська морська академія”.

Іванова С. В. Загальні основи методики навчання математики в закладах вищої освіти : Методичні рекомендації для організації самостійної роботи здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня галузі знань 01 Освіта/Педагогіка спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) денної та заочної форм навчання. Одеса : Університет Ушинського, 2024. 40 с.

Методичні рекомендації розроблено відповідно до освітньо-професійної програми “Середня освіта (Математика)” другого магістерського рівня спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика), робочої програми з навчальної дисципліни “Методика навчання математики в закладах передвищої та вищої освіти” з метою посилення ефективності підготовки майбутніх фахівців. В даних методичних рекомендаціях представлено авторські розробки щодо систем моделей навчальної дисципліни “Вища математика”, які утворюють методичний інструментарій для дослідження специфічних особливостей навчання даній дисципліні у залежності від майбутньої спеціальності здобувачів вищої освіти.

ЗМІСТ

Вступ	4
1. Історичний аспект розвитку навчальної дисципліни "Вища математика"	6
2. Коротка історія, мета та завдання навчальної дисципліни "Методики навчання математики в закладах вищої освіти"	9
3. Суттєва залежність математичної підготовки здобувачів освіти від майбутньої професії. Системи моделей навчальної дисципліни "Вища математика"	12
4. Теоретичні складові змістових моделей навчальної дисципліни "Вища математика" для студентів технічних та економічних закладів вищої освіти	15
5. Практичні складові змістових моделей навчальної дисципліни "Вища математика" для студентів технічних та економічних закладів вищої освіти	21
Підсумки	29
Питання для самоперевірки	32
Завдання для самостійної роботи	34
Рекомендовані джерела інформації	39

Вступ

“Методика навчання математики в закладах вищої освіти” - важлива складова обов’язкової інтегрованої дисциплін “Методика навчання математики в закладах передвищої та вищої освіти” для здобувачів освіти спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика). Її мета полягає у формуванні в магістрантів комплексу уявлень про методичні особливості викладання навчальної “Вища математика”; ознайомлення з основними категоріями методики навчання математики в закладах вищої освіти (ЗВО), сучасними технологіями навчання, формами контролю і оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти, організацією методичних досліджень; усвідомлення методичних засад процесу навчання математики; визначення методичних особливостей викладання вищої математики у залежності від майбутньої спеціальності здобувачів вищої освіти.

Методичні рекомендації для організації самостійної роботи студентів розроблено у трьох частинах:

- “Загальні основи методики навчання математики в закладах вищої освіти”;
- “Методика навчання математики в закладах вищої освіти: методичний аналіз основних тем дисципліни “Вища математика”;
- “Методика навчання математики в закладах вищої освіти: методи, прийоми, форми і засоби навчання”.

У першій частині “Загальні основи методики навчання математики в закладах вищої освіти” розглянуто особливості “Методики навчання математики в закладах вищої освіти” як науки і як навчальної дисципліни; основні її категорії; специфіку логіко-дидактичної побудови навчальної дисципліни “Вища математика” в ЗВО у залежності від майбутньої спеціальності здобувачів вищої освіти. В даних методичних рекомендаціях представлено авторські розробки щодо систем моделей

навчальної дисципліни “Вища математика”, які утворюють методичний інструментарій для дослідження цієї специфіки. Кожна з таких систем містить цільову, змістову і процесуальну моделі даної дисципліни, які тісно пов’язані між собою і взаємно обумовлюють одна одну. Ці системи моделей дають можливість встановити методичні особливості навчання “Вищої математики”, зокрема, у медичних, або технічних, або економічних ЗВО залежно від фаху підготовки майбутніх спеціалістів.

Методичні рекомендації чітко структуровано. Так, у кожній темі виокремлено проблемно-мотиваційний, основний інформаційний та додатковий інформаційний блоки. Крім того, методичні рекомендації містять підсумковий блок, питання для самоперевірки та завдання для самостійної роботи здобувачів освіти. Для покращення структурованості і візуалізації навчального матеріалу представлено 15 таблиць.

Вважаємо, що проблеми, пов’язані з математичною підготовкою здобувачів вищої освіти у політехнічних, економічних і аграрних університетах; академіях зв’язку, будівництва, морського транспорту та ін. мають зацікавити майбутніх педагогів. Бажаємо наснаги та терпіння у набутті відповідних компетентностей під час вивчення питань щодо методики навчання вищої математики в різних ЗВО.

1. ІСТОРИЧНИЙ АСПЕКТ РОЗВИТКУ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ “ВИЩА МАТЕМАТИКА”

ПРОБЛЕМНО-МОТИВАЦІЙНИЙ БЛОК

Визначення основ навчальної дисципліни “Методика навчання математики в закладах вищої освіти” повною мірою залежить від відповіді на 2 ключові питання:

- 1) *як трактувати термін “вища математика”?*;
- 2) *на які заклади вищої освіти будемо орієнтуватися, розглядаючи методика навчання дисципліни “Вища математика”?*

ОСНОВНИЙ ІНФОРМАЦІЙНИЙ БЛОК

Як трактувати термін “вища математика”?

Приблизно до 60-70-х рр. минулого сторіччя математику розподіляли на “елементарну” та “вищу”. “Елементарна математика” вивчалася в середніх загальноосвітніх закладах, а “вища” - в інститутах та університетах.

“Елементарну математику” в середніх загальноосвітніх закладах було представлено окремими навчальними предметами: “Арифметика”, “Алгебра”, “Геометрія”, “Тригонометрія” і “Математична логіка”. “Вищу математику” вивчали або у вигляді однієї дисципліни, у переважній більшості закладів вищої освіти (інститути - політехнічні, будівельні, морського транспорту, зв'язку та ін.), або набором дисциплін (механіко-математичні факультети університетів та фізико-математичні факультети педагогічних інститутів) (табл. 1).

Таблиця 1

Навчальні дисципліни елементарної та вищої математики

Елементарна математика	Вища математика	
	Набір дисциплін	Одна дисципліна
Арифметика, Алгебра, Геометрія, Тригонометрія, Математична логіка.	Математичний аналіз, Аналітична геометрія, Лінійна і векторна алгебра, Теорія ймовірності, Математична статистика тощо.	Розділи: математичний аналіз; аналітична геометрія; лінійна алгебра; диференціальна геометрія; теорія ймовірності; математична статистика та ін.).

Після реформи середньої математичної освіти у 60-70-х р.р. минулого сторіччя, яка отримала назву “Колмогоровська реформа” на честь Андрія Миколайовича Колмогорова - видатного радянського математика, під керівництвом якого була здійснена ця реформа, частину навчального матеріалу, який вивчався у курсі вищої математики, було перенесено до закладів середньої освіти. Йдеться про поняття похідної, правила знаходження похідних, застосування похідної, поняття первісної, визначеного інтеграла, застосування інтеграла, методи координатний, векторний, геометричних перетворень та ін. Таким чином, у закладах загальної середньої освіти почалася пропедевтика вивчення окремих розділів вищої математики. Шкільний курс математики було суттєво реформовано.

Отже, розподіл на елементарну математику, яка вивчається у закладах загальної середньої освіти, та вищу, яка вивчається в закладах вищої освіти, - було навмисно порушено з метою посилення науковості та оновлення шкільного курсу математики.

На які заклади вищої освіти передбачено орієнтуватися у навчальній дисципліні “Методика навчання математики в закладах вищої освіти”?

“Вища математика” зараз вивчається майже у всіх закладах вищої освіти, починаючи від технічних та економічних, і закінчуючи медичними. Зрозуміло, що вимоги до математичної підготовки здобувачів вищої освіти суттєво різняться. Вони визначаються специфікою майбутньої професійної діяльності.

Для відповіді на поставлене вище питання умовно розподілимо заклади вищої освіти на групи на основі характеристичної особливості **“обсяг і рівень математичної підготовки здобувачів освіти.”** (табл. 2)

З урахуванням мети і завдань дисципліни “Методика навчання математики в закладах передвищої та вищої освіти” для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня галузі знань 01 Освіта/Педагогіка спеціальностей 014.04 Середня освіта (Математика) вибрано заклади вищої освіти, в яких математичні компетентності є вагомим підґрунтям професійної підготовки фахівців, тобто

університети: політехнічні, морського транспорту, економічні, аграрні та ін.; академії: зв'язку, будівництва, морська та ін.

Таблиця 2

Групи закладів вищої освіти (ЗВО) за обсягом і рівнем математичної підготовки майбутніх спеціалістів

ЗВО, в яких проводиться підготовка спеціалістів з математики та її викладання або спеціалістів комп'ютерних систем	ЗВО, в яких математичні компетентності є вагомим підґрунтям професійної підготовки фахівців	ЗВО, в яких професійна підготовка фахівців не вимагає значної підготовки з математики
Фізико-математичні інститути/факультети класичних та педагогічних університетів	Політехнічні, морського транспорту, будівництва, економічні, зв'язку та ін. університети/академії	Медичні, філологічні, історичні та ін. інститути/факультети університетів
Передбачено вивчення окремих математичних дисциплін: “Математичний аналіз”, “Аналітична геометрія”, “Лінійна та векторна алгебра”, “Математична логіка”, “Теорія ймовірності та математична статистика” тощо.	Вивчається навчальна дисципліна "Вища математика" у значному обсязі (кількість кредитів 8-10). Інколи (наприклад, на економічних факультетах) ще окремий предмет "Теорія ймовірності та математична статистика"	Вивчається навчальна дисципліна "Вища математика" у незначному обсязі (кількість кредитів 2-4)

ДОДАТКОВИЙ ІНФОРМАЦІЙНИЙ БЛОК

Детальніше про терміни “елементарна математика” і “вища математика”.

Поділ математики на “елементарну” та “вищу” у сучасних умовах достатньо умовний. Істотними є, по-перше, розбіжності у методах дослідження функцій (дослідження функцій у вищій математиці відбувається з використанням поняття “похідна”); по-друге, рівень навчальних закладів, в яких вивчається математика. Так, у кінці 18 ст. термін “вища математика” застосовувався для назв таких розділів математики як математичний аналіз нескінченно малих величин та аналітична

геометрія. (П. І. Гіларовський, 1796 р.). У 19 ст. відбуваються перші спроби ввести вивчення елементів цих дисциплін у середні освітні заклади, наприклад, військові артилерійські училища. За радянських часів не раз поставало питання про оновлення шкільного курсу математики за рахунок введенням до нього елементів математичного аналізу (О. Я. Хинчін, О. І. Маркушевич та ін.). Треба підкреслити, що історія введення елементів вищої математики у шкільний курс математики сповнена багатьох цікавих подій і викликає захоплення.

2. КОРОТКА ІСТОРІЯ, МЕТА ТА ЗАВДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ “МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ”

ОСНОВНИЙ ІНФОРМАЦІЙНИЙ БЛОК

Короткі історичні відомості щодо становлення дисципліни

Більше двох десятирічч однією з провідних обов'язкових дисциплін для здобувачів вищої педагогічної освіти - майбутніх фахівців з математики - вважається “Методика навчання математики в закладах вищої освіти.” Спочатку в цій дисципліні розглядалися переважно загальні психолого-педагогічні основи організації навчання математики у вищій школі тому, що методичні основи на той час ще було недостатньо досліджено. Через кілька років після започаткування дисципліни “Методики навчання математики в закладах вищої освіти” було вирішено посилити практичну спрямованість методичної підготовки майбутніх фахівців. Навчальний предмет отримав нову назву “Методика асистентської практики”. Основною метою стало забезпечення підготовки майбутніх фахівців до кваліфікованого виконання обов'язків викладача-асистента. Відповідно, відбулися зміни у змісті навчальної дисципліни. Так, було введено тематику, пов'язану зі структурою навантаження викладачів ЗВО, питань щодо особливостей навчальної та методичної роботи викладача-асистента. Набув значного розширення змістовий блок “Методика підготовки, проведення і аналізу практичних занять з вищої математики”. Збільшилася кількість практичних занять, що дало можливість організовувати ділові

імітаційні і рольові ігри щодо проведення фрагментів практичних занять з різних тем навчальної дисципліни “Вища математика”.

У 2015-2016 н. р. відбулася заміна дисципліни “Методика асистентської практики” на “Методика навчання математики в ЗВО.” Це рішення пояснювалося, по-перше тим, що наукова галузь “Методика навчання математики в ЗВО” на цей час вже стала достатньо дослідженою. У багатьох наукових виданнях надруковано результати досліджень щодо основних категорій цієї науки, встановлено її цільові, змістові і процесуальні особливості, структуру та ін. По-друге, спостерігалось значне домінування практичної, у порівнянні з теоретичною, складовою методичної підготовки магістрів з методики навчання математики.

За означенням, “**Методика навчання математики в ЗВО**” - наука про організацію процесу математичної підготовки студентів в ЗВО.

«**Методика навчання математики в ЗВО**» складається з 2-х частин:

1) *загальна методика*, у якій розглядаються теоретичні й організаційні основи процесу навчання математики в закладах вищої освіти;

2) *методика вивчення окремих математичних дисциплін* в закладах вищої освіти або окремих розділів навчальної дисципліни “Вища математика”.

Метою наукової галузі “Методика навчання математики в ЗВО” є дослідження методичних категорій і засад процесу навчання математики в закладах вищої освіти.

Завдання “Методики навчання математики в ЗВО” полягають у відповіді на 3 основні питання.

1. Для чого навчати математику в ЗВО? Відповідь на це питання задається метою, яку визначено освітньо-професійною програмою і конкретизовано у робочій програмі.

2. Що вивчати? Відповідає на це питання - зміст навчання, який деталізовано у робочій програмі дисципліни.

3. Як навчати студентів? Допомагають вирішити це питання психолого-педагогічні і методичні закономірності, методи, прийоми і засоби, види і форми організації навчання.

ДОДАТКОВИЙ ІНФОРМАЦІЙНИЙ БЛОК

Історичні відомості про виникнення науки

“Методика навчання математики в ЗВО”

На відміну від науки “Методика навчання шкільного курсу математики” (коротко “Методика навчання математики”) “Методику навчання математики в ЗВО”, як науку, було сформовано наприкінці 20 сторіччя.

У 19-20 ст. було написано численні підручники та збірники задач з окремих розділів вищої математики. Деякі з них відрізнялися чіткою логічною побудовою, доступним викладом навчального матеріалу, вдалою системою прикладів та завдань, тому витримали десятки перевидань. До таких знаменитих видань належать, у першу чергу, підручник “Математичний аналіз” Г. М. Фіхтенгольца, “Збірник задач з математичного аналізу” Б. П. Демідовича, “Збірник задач з аналітичної геометрії” Д. В. Клетенника та ін.

Перші роботи з методики навчання вищої математики представляли собою опис особистого досвіду вивчення окремих її розділів та навчання студентів цим розділам (Л. М. Лузін, Л. А. Люстерник, Л. Д. Кудрявцев, Б. В. Гнеденко та ін.). З часом викладачі, усвідомлюючи необхідність урахування особливостей професійної спрямованості під час навчання вищої математики, почали розробляти власні методичні рекомендації для підготовки майбутніх фахівців різних спеціальностей, але ці рекомендації зазвичай залишалися здобутком викладач окремих кафедр математики закладів вищої освіти. Така ситуація не могла тривати довгий час і поступово починаються систематизовані дослідження з методики математичної підготовки майбутніх менеджерів (А. Антонєць, Ю. Галайко та ін.), інженерів (К. Власенко, Т. Крилова, Т. Максимова, М. Працьовитий та ін.), економістів (Г. Білянін, Н. Вінніченко, О. Кошова, Л. Нічуговська, О. Фомкіна та ін.), а також вчителів

математики (М. Бурда, С. Іванова, К. Недялкова, О. Матяш, Г. Михалін, В. Мотріна, В. Нічишина, О. Скафа, О. Співаковський, Ю. Тимко та ін.).

3. СУТТЄВА ЗАЛЕЖНІСТЬ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ ВІД МАЙБУТНЬОЇ ПРОФЕСІЇ.

МОДЕЛІ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ “ВИЩА МАТЕМАТИКА”

ПРОБЛЕМНО-МОТИВАЦІЙНИЙ БЛОК

Підготовка здобувачів освіти з навчальної дисципліни “Вища математика” у закладах вищої освіти визначається вимогами до їхньої професійної підготовки. За допомогою яких понять, що мають складати своєрідний методичний інструментарій, можна дослідити різноманітну реалізацію математичної підготовки з вищої математики?

ОСНОВНИЙ ІНФОРМАЦІЙНИЙ БЛОК

Система моделей навчальної дисципліни

Перспективним є науковий підхід за яким методичний інструментарій, що дозволяє дослідити різноманітну реалізацію математичної підготовки з вищої математики, представлено “*системою моделей навчальної дисципліни*”. Відповідно до цього підходу кожна система моделей навчальної дисципліни складається з моделей таких видів: *цільова, змістова і процесуальна*. Ці моделі тісно пов’язані між собою і взаємно обумовлюють одна одну, а утворена ними система моделей повною мірою визначає специфіку довільної навчальної дисципліни, у тому числі і “Вищої математики” для кожного фаху професійної підготовки студентів.

Цільова модель навчальної дисципліни для закладів вищої освіти розкривається через мету, програмові результати навчання, знання, вміння та компетентності, які визначено у освітньо-професійних програмах і конкретизовано у робочих програмах.

Змістову модель навчальної дисципліни, як правило, представлено структурно-логічною схемою (розділи, теми) змісту теоретичного та практичного навчального матеріалу. Теоретичний матеріал математичних дисциплін дається означеннями і відповідними прикладами, теоремами, формулами, методами, алгоритмами, а практичний – вправами та задачами різного ступеня складності. Для визначення змістової моделі навчальної дисципліни користуються наступними джерелами інформації: навчальними програмами, методичними рекомендованими за цими програмами підручниками і навчальними посібниками, методичними рекомендаціями, наборами завдань для контрольних робіт та ін.

Процесуальна модель визначається психолого-педагогічними і методичними закономірностями, методами, прийомами і засобами, видами і формами організації навчання. Значну роль відіграють сучасні педагогічні та інформаційні технології, ефективні під час навчання за даною дисципліною.

Усі ці моделі визначаються майбутньою спеціальністю здобувачів освіти. Так, наприклад, для студентів медичних закладів вищої освіти цільова, змістова і процесуальна моделі навчальної дисципліни “Вища математика” суттєво відрізняються від моделей цієї дисципліни для технічних ЗВО.

Розбіжності у системах моделей навчальної дисципліни "Вища математика" для різних спеціальностей

Важливим базовим документом для створення системи моделей навчальної дисципліни "Вища математика" для здобувачів освіти за конкретною спеціальністю є “Робоча програма навчальної дисципліни”. Робочі програми навчальної дисципліни “Вища математика” розробляють провідні викладачі цієї дисципліни, у залежності від напряму професійної підготовки, з урахуванням традицій, які склалися у даному закладі вищої освіти, на основі відповідних освітньо-професійної програми і навчального плану. Зауважимо, що на одному факультеті для різних спеціальностей математична підготовка може суттєво відрізнятися, тому викладачі, фактично, розробляють і здійснюють навчання здобувачів освіти за дисципліною “Вища математика”, яка характеризується різними системами моделей.

Зрозуміло, що далекі одна від одної сфери майбутньої професійної діяльності визначають значну розбіжність в системі моделей навчальної дисципліни “Вища математика”. Наприклад, порівнюючи, навіть за одною провідною характеристикою кожної складової системи моделей, математичну підготовку у медичних та технічних закладах вищої освіти, приходимо до висновку про їхні суттєві розбіжності (табл. 3).

Таблиця 3

**Узагальнені провідні характеристики системи моделей навчальної дисципліни
“Вища математика” для медичних і технічних ЗВО**

Медичні ЗВО	Технічні ЗВО
Цільова модель	
Мета — повторити і поглибити загальні уявлення здобувачів освіти щодо можливостей застосування математики у майбутній професії.	Мета — сформувати у здобувачів освіти математичні компетентності необхідні для оволодіння іншими навчальними предметами (опір матеріалів, теоретична механіка. нарисна геометрія та ін.).
Змістова модель	
2 - 4 кредити (60 -120 год для аудиторної і самостійної роботи)	8 -16 кредити (240 - 480 год для аудиторної і самостійної роботи)
Процесуальна модель	
Лекції і практичні заняття з комп’ютерними презентаціями. Абстрактно-дедуктивний метод навчання. Усне опитування, тестування, контрольні роботи, довготермінові творчі завдання.	
залік	екзамен

Представимо більш детально основні теми змістової моделі навчальної дисципліни “Вища математика” для студентів медичних ЗВО (табл. 4). Зауважимо, що для спеціальності “Фармація” у деяких медичних закладах вищої освіти передбачено вивчати ще й окремий предмет “Медична статистика” у обсязі 2-3 кредити (60-90 год - для аудиторної і самостійної роботи здобувачів освіти).

**Основні складові змістової моделі навчальної дисципліни "Вища математика"
для студентів медичних ЗВО**

Розділи	Теми
1. Базові поняття	1. Пропорції. Формули. Відсотки. 2. Функції. Властивості функції. Графіки функцій.
2. Основи диференціального числення	1. Похідна, практичні тлумачення та застосування, техніка диференціювання. 2. Дослідження функцій за допомогою похідної (асимптоти, монотонність і екстремуми, опуклості і точки перегину).
3. Основи інтегрального числення. Простіші диференціальні рівняння	1. Первісна, невизначений інтеграл та його властивості. Техніка інтегрування. 2. Визначений інтеграл та його властивості. Геометричні та фізичні застосування визначеного інтеграла. 3. Диференціальне рівняння та його розв'язки. Види диференціальних рівнянь (з відокремлюваними змінними, лінійні та ін.).

**1.4 ТЕОРЕТИЧНІ СКЛАДОВІ ЗМІСТОВИХ МОДЕЛЕЙ НАВЧАЛЬНОЇ
ДИСЦИПЛІНИ "ВИЩА МАТЕМАТИКА" ДЛЯ СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ ТА
ЕКОНОМІЧНИХ ЗАКЛАДІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ**

ПРОБЛЕМНО-МОТИВАЦІЙНИЙ БЛОК

Які розділи навчальної дисципліни "Вища математика" вивчають студенти у закладах вищої освіти? Чи вірно, що ці розділи одні і ті ж самі для різних змістових моделей? Чи однаковий порядок вивчення розділів і їхнє змістове наповнення у дисципліні "Вища математика"?

ОСНОВНИЙ ІНФОРМАЦІЙНИЙ БЛОК

Основні розділи навчальної дисципліни

"Вища математика" і можливі варіанти порядку їх вивчення

Представимо розділи навчальної дисципліни "Вища математика" (12 кредитів, 360 год) за робочою програмою для курсантів спеціальності "Судноводіння" Національного університету "Одеська морська академія" (табл. 5).

Розділи навчальної дисципліни “Вища математика”

1 семестр			
1. Елементи лінійної та векторної алгебри	2. Елементи аналітичної геометрії		3. Вступ до математичного аналізу
2 семестр			
4. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних	5. Елементи вищої алгебри	6. Первісна, невизначений інтеграл	7. Визначений інтеграл, подвійні та потрійні інтеграли та ін.
3 семестр			
8. Звичайні диференціальні рівняння	9. Операційне числення	10. Числові і функціональні ряди	11. Елементи теорії ймовірності та математичної статистики

Зауважимо, що у інших технічних закладах вищої освіти кількість кредитів, які відводяться на навчання “Вищої математики” може бути значно меншою. Наприклад, для студентів, які навчаються в Навчально-науковому інституті машинобудування Національного університету “Одеська політехніка” за спеціальністю “Автомобілі та автомобільне господарство” вивчення “Вищої математики” відбувається у обсязі 8 кредитів (240 год). Відповідно, змінюється змістова модель, яку складають розділи навчальної дисципліни і порядок їх вивчення.

Виокремимо такі відмінності:

- у більшості випадків “Вищу математику” вивчають на протязі двох семестрів;
- тема “Операційне числення” не часто входить до програми;
- навчання “Вищої математики” інколи починається з теми “Числові системи” розділу “Елементи вищої алгебри”, а подекуди цей розділ не розглядається;
- часто спочатку вивчають розділ “Числові і функціональні ряди” потім розділ “Звичайні диференціальні рівняння”.

Необхідно ураховувати, що при зменшенні кількості годин деякі розділи вивчаються менш детально, тобто окремі теми не розглядаються, а значна кількість теорем та формул не обґрунтовується. Загалом, вагомість викладання математичної

дисципліни, значною мірою, визначається теоретичною наповненістю та обґрунтованістю математичних тверджень, складністю вправ призначених для розв'язування. Зрозуміло, що змістова модель навчальної дисципліни “Вища математика” це не тільки теоретичні питання, їх зміст, а й вимоги до рівня набуття здобувачами освіти предметної математичної компетентності, яка значною мірою задається рівнем складності основних видів вправ.

Для студентів економічних спеціальностей розділ “Елементи теорії ймовірності та математичної статистики” викладається у вигляді окремої дисципліни, яка вивчається два семестри. При цьому навчальна дисципліна “Вища математика” також вивчається два семестри.

ДОДАТКОВИЙ ІНФОРМАЦІЙНИЙ БЛОК

Таблиця 6

Основні складові тем змістової моделі дисципліни «Вища математика» для технічних спеціальностей ЗВО

1 семестр	
1. Елементи лінійної та векторної алгебри	<p>1. Матриці і визначники. Матриці, дії над матрицями, визначники довільного порядку, мінори і алгебраїчні доповнення, обернена матриця, ранг матриці.</p> <p>2. Системи лінійних рівнянь. Розв'язування систем лінійних рівнянь методами Гауса, Крамера та матричним.</p> <p>3. Вектори. Системи координат, вектори, координати вектору, лінійні операції над векторами, скалярний, векторний та змішаний добутки.</p>
2. Елементи аналітичної геометрії	<p>1. Площина. Рівняння площини; взаємне розміщення площин, кут між площинами, умови паралельності і перпендикулярності площин.</p> <p>2. Пряма на площині та у просторі. Рівняння прямої в просторі, взаємне розміщення прямих у просторі, взаємне розміщення прямої і площини у просторі, кут між двома прямими, умови паралельності і перпендикулярності прямих, кут між прямою і площиною, умови паралельності і перпендикулярності прямих прямої і площини.</p> <p>3. Криві та поверхні другого порядку. Криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола; поверхні обертання, циліндричні.</p>

3. Вступ до математичного аналізу	<p>1. Границі послідовностей та функцій, їх властивості. Множини, дії з ними, відображення множин, функція; числові послідовності, поняття границі послідовності, обчислення границь; розкриття невизначеностей; поняття границі функції, обчислення границь; нескінченно малі та нескінченно великі послідовності і функції, визначні границі.</p> <p>2. Неперервність функцій. Точки розриву. Неперервність функції, точки розриву та їх класифікація, дії з неперервними функціями, Функції багатьох змінних, їх неперервність.</p>
2 семестр	
4. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних	<p>1. Похідна функцій однієї та багатьох змінних. Похідна, практичні тлумачення та застосування, техніка диференціювання; похідні параметрично заданих та неявно заданих функцій; похідні вищих порядків.</p> <p>2. Диференціал функцій однієї та багатьох змінних. Диференціал; властивості диференційованих функцій.</p> <p>3. Застосування похідних. Дослідження функцій за допомогою похідної (асимптоти, монотонність і екстремуми, опуклості і точки перегину; екстремум функції багатьох змінних; умовний екстремум).</p>
5. Елементи вищої алгебри	<p>1. Комплексні числа та дії з ними. Алгебраїчна та тригонометрична форми запису комплексних чисел. Додавання, віднімання, множення, піднесення до степеню та ділення комплексних чисел.</p> <p>2. Многочлен у комплексній області (основна теорема алгебри; розкладання многочлена на множники; розкладання правильного раціонального дроби на елементарні).</p>
6. Первісна, невизначений інтеграл	<p>1. Первісна, невизначений інтеграл та його властивості. Первісна функції, її властивість; невизначений інтеграл, таблиця інтегралів.</p> <p>2. Техніка інтегрування. Заміна змінної та інтегрування частинами; інтегрування раціональних дробів; інтегрування тригонометричних виразів; інтегрування ірраціональних виразів.</p>

7. Визначений інтеграл	<p>1. Визначений інтеграл та його властивості. Геометричні (площа плоскої фігури, довжина лінії, об'єми тіл) та фізичні застосування визначеного інтеграла. Невласні інтеграли. Інтеграли, залежні від параметра.</p> <p>2. Подвійні та потрійні інтеграли. Подвійні інтеграли, їх обчислення, геометричні (площа, об'єм) та фізичні (моменти, центри мас) застосування, заміна змінних. Потрійні інтеграли, обчислення застосування.</p> <p>3. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Криволінійні інтеграли, їх обчислення та застосування. Поверхневі інтеграли, обчислення.</p>
3 семестр	
8. Звичайні диференціальні рівняння	<p>1. Диференціальні рівняння першого порядку. Диференціальні рівняння: порядок, розв'язки, класифікація. Рівняння першого порядку, задача Коши. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, рівняння з однорідною функцією, лінійні рівняння першого порядку.</p> <p>2. Диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійна залежність і незалежність функцій, визначник Вронського. Диференціальні рівняння, що допускають зниження порядку.</p> <p>3. Лінійні диференціальні рівняння та їх системи. Лінійні диференціальні рівняння другого та вищих порядків. Системи диференціальних рівнянь. Застосування диференціальних рівнянь у прикладних задачах.</p>
9. Операційне числення	<p>1. Оригінал, зображення та їх властивості. Оригінал та зображення за Лапласом. Властивості зображення. Зображення похідної та інтеграла. Згортка функцій та їх зображення. Знаходження оригіналу за зображенням.</p> <p>2. Таблиця зображень.</p> <p>3. Застосування операційного числення до розв'язування диференціальних та інтегральних рівнянь. Розв'язання звичайних диференціальних рівнянь операційним методом. Розв'язання систем диференціальних рівнянь операційним методом.</p>
10. Числові і функціональні ряди	<p>1. Числові ряди та методи визначення їх збіжності. Ряд, збіжність, сума. Необхідна умова збіжності. Ознаки збіжності рядів з додатними членами. Знакозмінні ряди, їх збіжність.</p> <p>2. Функціональні, степеневі та ряди Тейлора. Функціональні ряди. Загальні властивості функціональних рядів. Ряди Тейлора та Маклорена. Стандартні розвинення функцій у степеневі ряди. Застосування степеневих рядів.</p>

11. Елементи теорії ймовірності та математичної статистики	<p>1. Події. Ймовірність. Алгебра подій. Елементи комбінаторики. Класифікація подій. Означення ймовірності. Формула повної ймовірності. Формула ймовірності гіпотез. Послідовність незалежних випробувань.</p> <p>2. Випадкові величини та закони їх розподілу. Випадкові величини. Інтегральна та диференціальна функції, числові характеристики випадкових величин. Основні закони розподілу випадкових величин та їхні числові характеристики. Закон великих чисел та його застосування.</p> <p>3. Основні задачі математичної статистики. Статистичні числові характеристики.</p>
---	--

Таблиця 7

Основні складові теоретичного матеріалу розділу “Лінійна та векторна алгебра” навчальної дисципліни “Вища математика”

Матриці і визначники	Системи лінійних рівнянь	Вектори
<p>1. Матриці, їх види.</p> <p>2 Дії з матрицями (додавання, віднімання, множення на число) та їх властивості.</p> <p>3 Дії з матрицями (транспонування, множення, елементарні перетворення) та їх властивості.</p>	<p>1. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Матрична форма запису системи.</p> <p>2. Метод Гауса розв’язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь.</p> <p>3. Однорідна система лінійних алгебраїчних рівнянь. Загальний та частинний розв’язок.</p> <p>4. Неоднорідна система лінійних алгебраїчних рівнянь. Правило Крамера.</p>	<p>1. <i>Система координат на прямій, на площині, у просторі. Поняття про n-вимірний простір.</i></p> <p>2. Вектори та їх види. Рівність векторів.</p> <p>3. <i>Проекція вектору на вісь та її властивості.</i></p> <p>4. <i>Визначення вектору за компонентами. Довжина та напрямні косинуси вектору.</i></p> <p>5. <i>Множення вектору на число. Додавання і віднімання векторів.</i></p>
<p>1. Визначники другого та третього порядку та правила їх обчислення.</p> <p>2. Властивості визначників.</p> <p>3. Мінори і алгебраїчні доповнення до елементів визначника. Розкладання визначника за елементами рядка.</p>		<p>1. Скалярний добуток двох векторів і його властивості.</p> <p>2. Скалярний добуток у координатній формі.</p> <p>3. Довжина вектору і кут між векторами.</p> <p>4. <i>Проекція вектору на вектор.</i></p> <p>5. Основні застосування скалярного добутку.</p>
<p>1. Мінори прямокутної матриці. Ранг матриці.</p>		<p>1. Векторний добуток і його властивості.</p>

2. <i>Обчислення рангу матриці методом елементарних перетворень.</i>		2. Векторний добуток у координатній формі. 3. Застосування векторного добутку.
1. Обернена матриця та її побудова. 2. Матричний метод розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь.		1. Мішаний добуток і його властивості. 2. Мішаний добуток у координатній формі. 3. Застосування мішаного добутку.

Зауваження. Для покращення структурування і візуального сприйняття даної таблиці жирним шрифтом вказано ключові слова кожного блоку, а курсивом - питання, які інколи не вивчаються за часових обмежень.

5. ПРАКТИЧНІ СКЛАДОВІ ЗМІСТОВИХ МОДЕЛЕЙ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ “ВИЩА МАТЕМАТИКА” ДЛЯ СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНИХ ТА ЕКОНОМІЧНИХ ЗАКЛАДІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ

ПРОБЛЕМНО-МОТИВАЦІЙНИЙ БЛОК

Які види вправ використовуються під час навчання дисципліні “Вища математика”? Чи однакові ці вправи для різних змістових моделей?

ОСНОВНИЙ ІНФОРМАЦІЙНИЙ БЛОК

Типові вправи розділу “Лінійна та векторна алгебра”

У будь-якому підручнику або навчальному посібнику з вищої математики, як правило, подано типові вправи до кожного розділу, які розміщено за рівнем зростання складності. Також описуються приклади розв'язання цих типових вправ. Представимо основні види вправ за темами “Матриці і визначники” (табл. 8), “Системи лінійних рівнянь” (табл. 9) та “Вектори” розділу “Лінійної та векторної алгебри”.

Типові вправи теми “Матриці і визначники”

№ п/п	Вид вправи	Приклади вправ
1.	Виконання дій з матрицями	Знайти добуток матриць АВ, якщо $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$
2.	Знаходження рангу матриці	Обчислити ранг матриці $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & 8 & -7 \end{pmatrix},$
3.	Обчислення визначників другого, третього та ін. порядків	Обчислити визначник $\begin{vmatrix} -2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$
4.	Знаходження матриці оберненої до заданої	Знайти обернену матрицю для матриці А $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & -1 & 5 \\ 5 & 2 & 13 \end{pmatrix}$

Типові вправи теми “Системи лінійних рівнянь”

№ п/п	Вид вправи	Приклади вправ
1.	Розв’язування систем лінійних рівнянь	Розв’язати систему лінійних рівнянь методами Крамера, Гауса і матричним $\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ -x - y + 3z = 1 \\ 4x - z = 12 \end{cases}$

2.	Дослідження на сумісність і розв'язування системи рівнянь	Дослідити на сумісність систему рівнянь і розв'язати її $\begin{cases} x - y + 3z = 1 \\ 2x + 3y - z = 7 \\ x + 9y - 11z = 11 \end{cases}$
3.	Розв'язування систем однорідних рівнянь	Розв'язати системи однорідних рівнянь а) $\begin{cases} x + y - 7z = 0 \\ x - 6y + z = 0 \\ 5x - y - z = 0 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 5y - z + 2t = 0 \\ 2x + 4y - z + 3t = 0 \\ x + 3y - z + 4t = 0 \end{cases}$

Типові вправи тема "Вектори"

1. Задані вектори $\vec{a}(4, -2, -4)$ і $\vec{b}(6, -3, 2)$. Знайти $\vec{a} \cdot \vec{b}, a^2, b^2, (\vec{a} + \vec{b})^2$.
2. Задані три послідовні вершини паралелограма $A(-3, -2, 0)$, $B(3, -3, 1)$ і $C(5, 0, 2)$. Знайти його четверту вершину.
3. Задані вектори $\vec{a}(1, 0, 2)$ і $\vec{b}(2, -1, -2)$. Знайти проекцію вектора $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ на вектор \vec{b} .
4. Знайти площу паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a} = (0, -2, 3)$ і $\vec{b} = (3, -2, 0)$.
5. Задані вектори $\vec{a}(-2, 1, 3)$ і $\vec{b}(-1, 2, 1)$. Знайти координати векторів: $\vec{a} \times \vec{b}$, $(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b}$.
6. Розкрити дужки та спростити вираз $2\vec{i} \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + 3\vec{j} \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + 4\vec{k} \cdot (\vec{i} \times \vec{j})$.
7. Обчислити об'єм піраміди з вершинами в точках $A(0, 0, 1)$, $B(2, 3, 5)$, $C(6, 2, 3)$, $D(3, 7, 2)$.
8. Чи будуть компланарними вектори $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$?
9. Знайти кут між векторами $2\vec{b} + 4\vec{a}$ і $\vec{b} - \vec{a}$, якщо \vec{a} і \vec{b} одиничні вектори, що утворюють кут 120° .

10. Відрізок AB поділено точками C і D на три рівні частини. Знайти координати точок C і D , якщо $A(3, -2, 0)$ і $B(6, 4, 3)$.
11. Обчислити роботу сили $\vec{F}(2, -3, -1)$, яка прямолінійно переміщує матеріальну точку з точки $M(2, -5, 3)$ в точку $N(5, -7, 1)$.
12. Сила $\vec{F}(2, 1, 1)$ діє на точку $A(1, 2, 3)$. Обчислити величину і напрямні косинуси моменту \vec{M} цієї сили відносно початку координат.

Залежність практичної складової змістових моделей навчальної дисципліни “Вища математика” від майбутньої спеціальності студентів

Зрозуміло, що залежно від вимог до математичної підготовки студентів, які визначаються професійними компетентностями майбутньої спеціальності, у змістових моделях навчальної дисципліни “Вища математика” застосовуються різні види вправ. Представимо типові вправи з теми “Матриці і визначники”, які використовуються під час навчання вищої математики для підготовки фахівців з економіки в Одеському національному економічному університеті та для фахівців морського транспорту в Національному університеті “Одеська морська академія” (табл. 10, 11).

Таблиця 10

Типові вправи теми “Матриці і визначники” (Одеський національний економічний університет)

№ п/п	Вид вправи	Приклади вправ
1.	Виконання дій з матрицями	<p>1. Знайти $2A + 3B$, якщо матриці A і B другого або третього порядків.</p> <p>2. Виконати дії над матрицями $3A - 2B$, AB, AC, якщо</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -4 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
2.	Розв’язування вправ на застосування матриць у практичних	<p>1. Дві фірми випускають продукцію M, N та P вищої, першої та другої категорій якості. Кількість виготовленої продукції кожною фірмою за категоріями якості приведена у таблиці:</p>

**економічних
розрахунках**

Категорія якості	Готовий продукт					
	Фірма 1			Фірма 2		
	М	Н	Р	М	Н	Р
Вища	150	240	320	280	300	450
Перша	100	130	175	120	150	100
Друга	25	15	20	30	20	18

Знайти загальний випуск продукції по категоріях.

2. Виконати нарахування заробітної платні, яка визначається у залежності від кількості і складності деталей у замовленні. Відомо: А) кількість виробів у кожному замовленні:

Замовлення	Кількість виробів		
	А	В	С
К	0	4	2
Л	0	2	4
М	5	1	0

Б) витрати робочої сили в годинах на кожному робочому місці на кожний виріб:

Замовлення	Витрати на робочому місці				
	1	2	3	4	5
А	2	1	4	5	0
В	1	4	2	5	2
С	0	1	0	3	4

В) заробітна плата в грн. на кожному робочому місці:

Робоче місце	Погодинна заробітна платня
1	20,5
2	15
3	16
4	16
5	20

3.	Обчислення визначників	Обчислити визначники другого, третього і, у простіших випадках, четвертого порядків.
4.	Знаходження оберненої матриці	Знайти обернену матрицю для заданої $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
5.	Розв'язування матричних рівнянь	Розв'язати матричне рівняння $AX = B$, де A, B – матриці другого і третього порядків

Таблиця 11

**Типові вправи теми “Матриці і визначники”
(спеціальність “Судноводіння” Національного університету
“Одеська морська академія”)**

№ п/п	Вид вправи	Приклади вправ
1.	Знаходження добутків матриць	Знайти добуток AB , якщо $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$
2.	Знаходження рангу матриці	Знайти ранг матриці $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & 8 & -7 \end{pmatrix}$
3.	Обчислення визначників	Обчислити визначник $\begin{vmatrix} -2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$
4.	Знаходження оберненої матриці	Знайти обернену матрицю для матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & -1 & 5 \\ 5 & 2 & 13 \end{pmatrix}$

За результатами порівняння типових вправ з теми “Матриці і визначники” для підготовки фахівців з економіки та з морського транспорту зроблено висновки.

1. Вправи для курсантів **Національного університету “Одеська морська академія”** значно складніші. На це вказують такі ознаки типових вправ представленого набору:

1) відсутність простих вправ на додавання/віднімання матриць, множення матриць на число; множення матриць у нескладних випадках;

2) не використано прості вправи на обчислення визначників другого і третього порядків;

3) відсутність простіших вправи на знаходження оберненої матриці для заданої матриці другого порядку;

4) наявність вправи складного виду на обчислення рангу матриці.

2. Набір вправ для студентів економічного університету містить вправи практичного змісту, пов’язані з майбутньою спеціальністю, що дає можливість реалізації практично зорієнтованого навчання математики.

Аналогічно розглянемо типові вправи з теми “Системи лінійних рівнянь” (табл. 12, 13).

Таблиця 12

**Типові вправи теми “Системи лінійних рівнянь”
(Одеський національний економічний університет)**

№ п/п	Вид вправи	Приклади вправ																			
1.	Розв’язування систем лінійних неоднорідних рівнянь	1. Розв’язати методом Крамера, Гауса і матричним методом систему рівнянь $\begin{cases} x + y - z = -1 \\ -x - y + 3z = 1 \\ 3x - z = 12 \end{cases}$																			
2.	Розв’язування сюжетних економічних задач	З пункту А до пункту В необхідно перевести обладнання трьох типів: I – 95 од., II – 100 од., III – 185 од. перевезення обладнання можна замовити три види спорту. Кількість обладнання кожного типу, яка ується на певний вид транспорту, дається у таблиці: <table border="1" data-bbox="767 1854 1337 2076"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Тип транспорту</th> <th colspan="3">Вид транспорту</th> </tr> <tr> <th>T1</th> <th>T2</th> <th>T3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>I</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>II</td> <td>4</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>III</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	Тип транспорту	Вид транспорту			T1	T2	T3	I	3	2	1	II	4	1	2	III	3	5	4
Тип транспорту	Вид транспорту																				
	T1	T2	T3																		
I	3	2	1																		
II	4	1	2																		
III	3	5	4																		

		<p>Записати у математичній формі умови перевезення обладнання з пункту А до пункту В.</p> <p>Встановити, скільки одиниць транспорту кожного потрібно для перевезення обладнання.</p>
--	--	--

Таблиця 13

**Типові вправи теми “Системи лінійних рівнянь”
(спеціальність “Судноводіння” Національного університету
“Одеська морська академія”)**

№ п/п	Вид вправи	Приклади вправ
1.	Розв’язування систем лінійних неоднорідних рівнянь	Розв’язати методом Крамера, Гауса і матричним методом $\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ -x - y + 3z = 1 \\ 4x - z = 12 \end{cases}$
2.	Дослідження на сумісність системи рівнянь	Дослідити на сумісність систему рівнянь $\begin{cases} x - y + 3z = 1 \\ 2x + 3y - z = 7 \\ x + 9y - 11z = 11 \end{cases}$
3.	Розв’язування систем лінійних однорідних рівнянь	Розв’язати однорідні системи рівнянь $\text{а) } \begin{cases} x + y - 7z = 0 \\ x - 6y + z = 0 \\ 5x - y - z = 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 5y - z + 2t = 0 \\ 2x + 4y - z + 3t = 0 \\ x + 3y - z + 4t = 0 \end{cases}$

**Методичні особливості навчальних систем (серій) вправ
навчальної дисципліни “Вища математика”**

У дисципліні “Методика навчання математики в закладах вищої освіти”, як і у “Методики навчання математики у середніх загальноосвітніх закладах, велика увага приділяється навчальним системам (серіям) вправ.

Означення. **Навчальною системою (серією) вправ** називають набори вправ за окремою темою одного або кількох видів, які відібрано у відповідності з певною дидактичною метою.

У залежності від дидактичної мети використання навчальних систем (серій) вправ виділяють такі їх види:

1) для **формування умінь** розв'язувати вправи певного виду або декількох видів;

2) для **повторення, поглиблення, систематизації та узагальнення умінь** розв'язувати вправи певного виду або декількох видів (як правило, такі навчальні системи вправ використовують для підготовки до контрольної роботи);

3) для **контролю рівня сформованості умінь** розв'язувати вправи певного виду або декількох видів (це завдання контрольної роботи, заліку, екзамену).

За структурою навчальні системи (серії) вправ представляють собою набори, у яких вправи розміщені за рівнем зростання складності, але в них мають бути вправи-дублери. Вправами-дублерами називають вправи одного виду, які несуттєво відрізняються. Наприклад, вправи на обчислення визначників другого порядку або вправи на знаходження оберненої матриці для заданої матриці третього порядку тощо. Вважається, що кількість вправ-дублерів має бути тим більшою, чим нижче рівень математичної підготовки студентів.

Представлені вище типові вправи розділу “Лінійна та векторна алгебра” можна віднести до навчальних систем (серій) вправ для **контролю і визначення рівня сформованості умінь студентів розв'язувати вправи окремих тем даного розділу.**

ПІДСУМКИ

1. “Елементарну математику” вивчали у школах, а “вищу” - у інститутах та університетах. Проте з введенням до шкільного курсу математики елементів вищої, цей **поділ на “елементарну” та “вищу” математику став достатньо умовний.**

2. Заклади вищої освіти, у яких проводиться математична підготовка студентів доцільно умовно поділити на 3 групи:

1) з підготовки спеціалістів з математики та її викладання або спеціалістів комп'ютерних систем;

2) майбутня спеціальність здобувачів освіти, в яких потребує ґрунтовної математичної підготовки;

3) майбутня спеціальність - не потребує значної математичної підготовки.

З урахуванням мети і завдань дисципліни “Методика навчання математики в ЗВО” *вибрано заклади вищої освіти, в яких математичні компетентності є вагомим підґрунтям професійної підготовки фахівців*, тобто університети: політехнічні, морського транспорту, економічні та ін.; академії: зв’язку, будівництва, морська та ін.

3. Означення. *“Методика навчання математики в ЗВО”* - наука про організацію процесу математичної підготовки студентів в ЗВО.

4. *Мета* наукової галузі “Методика навчання математики в ЗВО” - дослідження методичних категорій і засад процесу навчання математики в закладах вищої освіти.

5. *Завдання* “Методики навчання математики в ЗВО” полягають у відповіді на питання:

1). Для чого навчати математику в ЗВО?

2). Що вивчати?

3). Як навчати студентів?

Відповідь на перше питання - у змісті навчання, який деталізовано у робочій програмі дисципліни; відповідь на друге питання задається метою, яку визначено освітньо-професійною програмою і конкретизовано у робочій програмі; допомагають вирішити третє питання психолого-педагогічні і методичні закономірності, методи, прийоми і засоби, види і форми організації навчання.

6. *Система моделей, яка містить цільову, змістову і процесуальну моделі*, повною мірою визначає специфіку навчальної дисципліни “Вища математика” для кожного фаху професійної підготовки студентів.

Цільова модель розкривається через мету, програмові результати навчання, знання, вміння та компетентності, які визначено у освітньо-професійних програмах і конкретизовано у робочих програмах.

Змістову модель навчальної дисципліни представлено структурно-логічною схемою (розділи, теми) змісту теоретичного та практичного навчального матеріалу.

Процесуальна модель визначається психолого-педагогічними і методичними закономірностями, методами, прийомами і засобами, видами і формами організації навчання.

7. Основні розділи навчальної дисципліни “Вища математика” для студентів технічних та економічних ЗВО:

- 1). Елементи лінійної та векторної алгебри;
 - 2). Елементи аналітичної геометрії;
 - 3). Вступ до математичного аналізу;
 - 4). Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних;
 - 5). Елементи вищої алгебри;
 - 6). Первісна, невизначений інтеграл;
 - 7). Визначений інтеграл;
 - 8). Звичайні диференціальні рівняння;
 - 9). Операційне числення;
 - 10). Числові і функціональні ряди;
 - 11). Елементи теорії ймовірності та математичної статистики.
-

8. Необхідно ураховувати, що у технічних закладах вищої освіти кількість кредитів, які відводяться на навчання “Вищої математики” може значно відрізнятись. Тому деякі розділи можуть не вивчатися, деякі вивчатися менш детально, тобто окремі теми цих розділів не розглядатися, а значна кількість теорем та формул не обґрунтовуватися. Крім того, може бути, певною мірою, змінено і порядок вивчення розділів.

9. Залежно від вимог до математичної підготовки студентів, які визначаються професійними компетентностями майбутньої спеціальності, у змістових моделях навчальної дисципліни “Вища математика” застосовуються різні види вправ.

10. *Навчальною системою (серією) вправ* називають набори вправ за окремою темою одного або кількох видів, які відібрано у відповідності з певною дидактичною метою. Виділяють такі їх види:

1) *для формування у студентів умінь розв’язувати вправи* певного виду або декількох видів;

2) *для повторення, поглиблення, систематизації та узагальнення умінь розв’язувати вправи* певного виду або декількох видів;

3) *для контролю рівня сформованості у студентів умінь* розв’язувати вправи певного виду або декількох видів.

За структурою навчальні системи (серії) вправ представляють собою набори, у яких вправи розміщені за рівнем зростання складності, але в них мають бути вправи-дублери.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Як трактують терміни “елементарна” та “вища” математика?
2. Які заклади вищої освіти вибрано для вивчення методичних особливостей навчання “Вищої математики” у дисципліні “Методика навчання математики в ЗВО”?
3. Сформулюйте означення дисципліни “Методика навчання математики в ЗВО”.
4. Яка дисципліни “Методика навчання математики в ЗВО”?
5. Які основні завдання дисципліни “Методика навчання математики в ЗВО”?
6. Яким чином вирішуються ці завдання?
7. За допомогою якого методичного інструментарію досліджується навчання дисципліні “Вища математика”?

8. Які види моделей складають систему моделей для дослідження навчальної дисципліни?
9. Що описує цільова модель навчальної дисципліни?
10. Що визначає змістова навчальної дисципліни?
11. Що визначається за допомогою процесуальної моделі?
12. Чим відрізняються цільові моделі навчання вищої математики для медичних і технічних ЗВО?
13. Порівняйте основні характеристики змістовних моделей навчання вищої математики для медичних і технічних ЗВО?
14. Які основні розділи навчальної дисципліни “Вища математика” вивчають студенти технічних та економічних ЗВО?
15. Які бувають зміни у порядку вивчення цих розділів?
16. Які теми містить розділ “Лінійна та векторна алгебра”? Які основні складові кожної теми?
17. Які основні види вправ використовуються під час навчання теми “Матриці і визначники”? Які з них використовують у технічних закладах вищої освіти, а які у економічних?
18. Які основні види вправ використовуються під час навчання теми “Системи лінійних рівнянь”? Які з них використовують у технічних закладах вищої освіти, а які у економічних?
19. Сформулюйте означення навчальної системи (серії) вправ
20. Які види навчальних систем (серій) вправ використовуються під час вивчення “Вищої математики”?

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. Підготувати тези доповіді про основні поняття тем “Вищої математики” за змістовою моделлю дисципліни “Вища математика” для технічних спеціальностей закладів вищої освіти за варіантами (табл. 14). Кожне поняття має бути проілюстровано відповідним прикладом.

**Варіанти для доповіді за темами змістової моделі дисципліни
“Вища математика” для технічних спеціальностей ЗВО**

Варіанти	Основні поняття тем
1. Елементи лінійної та векторної алгебри	
1.	Матриці і визначники. Матриці, дії над матрицями, визначники довільного прядку, мінори і алгебраїчні доповнення, обернена матриця, ранг матриці.
2.	Системи лінійних рівнянь. Неоднорідні і однорідні системи лінійних рівнянь. Сумісні і несумісні системи. Розв'язування систем лінійних рівнянь методами Гауса, Крамера та матричним.
3.	Вектори. Системи координат, вектори, координати вектору, лінійні операції над векторами, скалярний, векторний та змішаний добуток.
2. Елементи аналітичної геометрії	
4.	Площина. Рівняння площини; взаємне розміщення площин, кут між площинами, умови паралельності і перпендикулярності площин.
5.	Пряма на площині та у просторі. Рівняння прямої в просторі, взаємне розміщення прямих у просторі, взаємне розміщення прямої і площини у просторі, кут між двома прямими, умови паралельності і перпендикулярності прямих, кут між прямою і площиною, умови паралельності і перпендикулярності прямих прямої і площини.
6.	Криві та поверхні другого порядку. Криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола; поверхні обертання.
Вступ до математичного аналізу	
7.	Границі послідовностей та функцій, їх властивості. Множини, дії з ними, відображення множин, функція; числові послідовності, поняття границі послідовності, обчислення границь; розкриття невизначеностей; поняття границі функції, обчислення границь; нескінченно малі та нескінченно великі послідовності і функції, визначні границі.
8.	Неперервність функцій. Точки розриву. Неперервність функції, точки розриву та їх класифікація, дії з неперервними функціями, Функції багатьох змінних, їх неперервність.
4. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних	
9.	Похідна функцій однієї та багатьох змінних. Похідна, практичні тлумачення та застосування, техніка диференціювання; похідні параметрично заданих та неявно заданих функцій; похідні вищих порядків.

10.	Диференціал функцій однієї та багатьох змінних. Диференціал; властивості диференційованих функцій.
11.	Застосування похідних. Дослідження функцій за допомогою похідної (асимптоти, монотонність і екстремуми, опуклості і точки перегину; екстремум функції багатьох змінних; умовний екстремум).
5. Елементи вищої алгебри	
12.	Комплексні числа та дії з ними. Алгебраїчна та тригонометрична форми. Дії з комплексними числами.
13.	Многочлен у комплексній області (основна теорема алгебри; розкладання многочлена на множники; розкладання правильного раціонального дробу на елементарні).
6. Первісна, невизначений інтеграл	
14.	Первісна, невизначений інтеграл та його властивості. Первісна функції, її властивість; невизначений інтеграл, таблиця інтегралів.
15.	Техніка інтегрування. Заміна змінної та інтегрування частинами; інтегрування раціональних дробів; інтегрування тригонометричних виразів; інтегрування ірраціональних виразів.
7. Визначений інтеграл	
16.	Визначений інтеграл та його властивості. Геометричні (площа плоскої фігури, довжина лінії, об'єми тіл) та фізичні застосування визначеного інтеграла. Невласні інтеграли. Інтеграли, залежні від параметра.
17.	Подвійні та потрійні інтеграли. Подвійні інтеграли, їх обчислення, геометричні (площа, об'єм) та фізичні (моменти, центри мас) застосування, заміна змінних. Потрійні інтеграли, обчислення застосування.
18.	Криволінійні та поверхневі інтеграли. Криволінійні інтеграли, їх обчислення та застосування. Поверхневі інтеграли, обчислення.
8. Звичайні диференціальні рівняння	
19.	Диференціальні рівняння першого порядку. Диференціальні рівняння: порядок, розв'язки, класифікація. Рівняння першого порядку, задача Коши. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, рівняння з однорідною функцією, лінійні рівняння першого порядку.
20.	Диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійна залежність і незалежність функцій, визначник Вронського. Диференціальні рівняння, що допускають зниження порядку.

21.	Лінійні диференціальні рівняння та їх системи. Лінійні диференціальні рівняння другого та вищих порядків. Системи диференціальних рівнянь. Застосування диференціальних рівнянь у прикладних задачах.
10. Числові і функціональні ряди	
22.	Числові ряди та методи визначення їх збіжності. Ряд, збіжність, сума. Необхідна умова збіжності. Ознаки збіжності рядів з додатними членами. Знакозмінні ряди, їх збіжність.
23.	Функціональні, степеневі та ряди Тейлора. Функціональні ряди. Загальні властивості функціональних рядів. Ряди Тейлора та Маклорена. Стандартні розвинення функцій у степеневі ряди. Застосування степеневих рядів.
11. Елементи теорії ймовірності та математичної статистики	
24.	Події. Ймовірність. Алгебра подій. Елементи комбінаторики. Класифікація подій. Означення ймовірності. Формула повної ймовірності. Формула ймовірності гіпотез. Послідовність незалежних випробувань.
25.	Випадкові величини та закони їх розподілу. Випадкові величини. Інтегральна та диференціальна функції, числові характеристики випадкових величин. Основні закони розподілу випадкових величин та їхні числові характеристики. Закон великих чисел та його застосування.
26.	Основні задачі математичної статистики. Статистичні числові характеристики. Вибірка. Медіана, мода, середнє значення. Стандартне відхилення. Асиметрія. Варіаційний розмах вибірки.

2. Порівняти зміст навчання “Вищої математики” за двома робочими програмами різних технічних закладів вищої освіти за двома різними спеціальностями. Заклади вищої освіти і спеціальності студенти мають вибрати на свій особистий розсуд. Результати порівняння оформити у вигляді таблиці (табл. 15).

Таблиця 15

Теоретичні складові змістових моделей дисципліни

“Вища математика” для студентів

Заклад вищої освіти 1	Заклад вищої освіти 2

3. Порівняти зміст навчання “Вищої математики” за двома робочими програмами довільного технічного закладу вищої освіти за двома різними спеціальностями. Заклад вищої освіти і спеціальності студенти мають вибрати на свій особистий розсуд. Результати порівняння оформити у вигляді таблиці (табл. 15).

Таблиця 15

**Теоретичні складові змістових моделей дисципліни
“Вища математика” для студентів**

Спеціальність 1	Спеціальність 2

4. Встановити специфічні методичні особливості типових вправ з теми “Матриці і визначники”. Проілюструвати їх при розв’язуванні конкретних вправ.

5. Представити специфічні методичні особливості типових вправ з теми “Системи лінійних рівнянь”. Проілюструвати їх прикладами.

6. Систематизувати вправ з теми “Вектори” та встановити їхні методичні особливості. Проілюструвати ці методичні особливості при розв’язуванні конкретних вправ.

7. Порівняти типові вправ з теми “Системи лінійних рівнянь” для підготовки фахівців з економіки та морського транспорту. Рекомендуємо використати таблиці 12 і 13.

8. На основі типових вправ розробити навчальні системи (серії) вправ для формування умінь виконувати дії над матрицями в студентів економічних та технічних спеціальностей. Рекомендуємо користуватися таблицями 8, 10 і 11.

9. За типовими вправами таблиць розробити навчальні системи (серії) вправ для формування умінь обчислювати визначники в студентів економічних та технічних спеціальностей. Рекомендуємо користуватися таблицями 8, 10 і 11.

10. На основі типових вправ, представлених у таблицях 12 і 13, розробити навчальні системи (серії) вправ для формування умінь розв’язувати системи лінійних рівнянь в студентів економічних та технічних спеціальностей.

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. Теорія і методика викладання в вищій школі. Конспект лекцій з навчальної дисципліни : навч. посіб.; укладач І. О. Козак. Київ : КПІ ім. Ігоря Сикорського, 2018. 116 с. URL : https://cpsm.kpi.ua/Doc/pvsh_lek_phd.pdf
2. Барковський В. В., Барковська Н. В. Вища математика для економістів : навч. посіб. Київ: Центр навчальної літератури, 2019. 448 с.
3. Клепко В., Голець В. Вища математика в прикладах і задачах: навч. посіб. Київ: Центр навчальної літератури, 2019. 594 с.
4. Найко Д.А. Шевчук О. Ф. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посібн. Вінниця : ВНАУ, 2020. 382 с.
5. Налєва Г. В., Івахненко Т. М. Вища математика : методичні вказівки для виконання розрахунково-графічних робіт. Одеса : НУ «ОМА», 2018. 96 с.
6. Налєва Г. В., Сіденко С. М., Івахненко Т. М. Елементи дискретної математики: навч. посіб. для курсантів і студентів вищих морських навч. закл. Одеса: ОНМА, 2016. 196 с.
7. Макаренко В. О. Вища математика для економістів : навч. посіб. Київ : Знання, 2008. 517с.
8. Попов В.Г., Кирилова О. І. Лінійна та векторна алгебра. Аналітична геометрія : навч. посібник. Одеса : ОНМА, 2016. 223 с.
9. Попов В. Г., Кирилова О. І. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних : навч. посібник. Одеса: НУ «ОМА», 2017. 236 с.
10. Попов В. Г., Кирилова О. І. Інтегральне числення та його застосування. Навчальний посібник. Одеса: НУ «ОМА», 2019. 136 с.

Допоміжна

1. Іванова С. В., Налєва Г. В., Іванов В. В. Навчальні дослідні завдання як засіб реалізації компетентнісно-зорієнтованої підготовки студентів з математики. In

Міжнародна науково-практична конференція присвячена пам'яті професорів Фоміна Ю., Семенова В.(FS–2019), Istanbul, 2019. С. 396-398.

2. V. Ivanov, L. Dimitrov, S. Ivanova and O. Olefir, "Creativity enhancement method for STEM education," *2019 II International Conference on High Technology for Sustainable Development (HiTech)*, Sofia, Bulgaria, 2019, pp. 1-5, <https://doi.org/10.1109/HiTech48507.2019.9128255>

3. S. Ivanova, L. Dimitrov, V. Ivanov, G. Naleva "The Performance of Project Teams Selected Based on Student Personality Types: A Longitudinal Study", *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*, vol. 6, no. 1, pp. 1128-1136 (2021). <https://doi.org/10.25046/aj060112610.25046/aj0601126>

4. Ivanova, S., Dimitrov, L., Ivanov, V., & Prokopovych, L. (2021, May). Using Role-playing Game for Professional Skills Formation of Prospective Teachers. in *Society, Integration, Education. Proceedings of the International Scientific Conference (Vol. 1, pp. 195-206)*. DOI: <https://doi.org/10.17770/sie2021vol1.6180>

5. Ivanova, S., Dimitrov, L., Ivanov, V., Urum, G., & Olefir, O. (2023, May). Mind Maps for Key Points of a Reverse Engineering Project. In *International Conference "New Technologies, Development and Applications"* (pp. 170-181). Cham: Springer Nature Switzerland

6. Налева Г. В., Сіденко С. М., Івахненко Т. М. Елементи дискретної математики : навч. посіб. для курсантів і студентів вищих морських навч. закл. Одеса: ОНМА, 2016. 196 с.

7. Макаренко В. О. Вища математика для економістів : навч. посіб. Київ : Знання, 2008. 517с.

Інформаційні ресурси

1. Міністерство науки і освіти України: офіційний сайт. URL : <http://www.mon.gov.ua>

2. Український центр оцінювання якості освіти: офіційний сайт. URL : <http://testportal.gov.ua>

3. Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського : офіційний сайт.

URL : <http://www.nbu.gov.ua>

4. Одеська національна наукова бібліотека : офіційний сайт. URL : <http://odnb.odessa.ua/>

5. Бібліотека Університету Ушинського: офіційний сайт. URL : <https://library.pdpu.edu.ua>

6. Дистанційна освіта: URL : <https://osvita-omr.gov.ua/diialnist/napriamky-roboty/ikt/dystantsiina-osvita/>