
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Державний заклад
«Південноукраїнський національний педагогічний університет
імені К.Д. Ушинського»
Фізико-математичний факультет

Т.Л. МАЗУРОК, А.О. ЯНОВСЬКИЙ

Навчальний посібник

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

Одеса

2022

УДК 378.973+378.14

ББК 32.97я73

Мазурок Т.Л., Яновський А.О. Системний аналіз: навчальний посібник до дисципліни «Системний аналіз» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Середня освіта (Інформатика Мова та література (англійська))», ОПП «Середня освіта (Інформатика)» спеціальності 014 «Середня освіта (Інформатика)». Одеса: ПНПУ ім. К.Д. Ушинського, 2022. 250 с.

Зміст видання відповідає освітньо-професійній програмі підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Середня освіта (Інформатика Мова та література (англійська))», «Середня освіта (Інформатика)» спеціальності 014 «Середня освіта (Інформатика)». Навчальний посібник містить теоретичні основи системного аналізу, його використання для вирішення практичних прикладних завдань, а також матеріали для виконання лабораторних робіт з прикладами. Посібник розрахований на здобувачів вищої освіти, які вивчають навчальні дисципліни, що пов'язані з використанням комп'ютерних систем для вирішення практичних проблем.

Рецензенти:

В. М. Плотніков, завідувач кафедри інформаційних технологій та кібербезпеки Одеського національного технологічного університету, доктор технічних наук, професор;

С.А. Положаєнко, завідувач кафедри комп'ютеризованих систем та програмних технологій Національного університету «Одеська політехніка», доктор технічних наук, професор.

О.А. Галіцан, доцент кафедри педагогіки Державний заклад «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К.Д. Ушинського», кандидат педагогічних наук.

ЗМІСТ

Вступ	6
Розділ 1. ОСНОВИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ	
1.1 Основні поняття системного аналізу	
1.1.1 Стислий огляд основних етапів становлення системного аналізу.....	14
1.1.2 Роль глобалізації світових процесів у розвитку системних досліджень.....	17
1.1.3 Концепція сучасного розвитку системного підходу.....	21
1.1.4 Основні поняття системного аналізу.....	21
1.1.5 Лабораторна робота №1. Етапи системного аналізу на прикладі розв’язання задач лінійного програмування.....	24
1.2 Системний підхід до вирішення	
1.2.1 Відмінність системного підходу від класичного індуктивного.....	31
1.2.2 Сутність та специфічні відмінності системного підходу до моделювання систем.....	33
1.2.3 Методологічна особливість системного підходу.....	37
1.2.4 Лабораторна робота №2. Розв’язання задач лінійного програмування засобами електронних таблиць.....	40
1.3 Основні фактори та операції системного аналізу	
1.3.1 Формулювання цілі.....	53
1.3.2 Моделювання систем.....	54
1.3.3 Математичні моделі.....	63
1.3.4 Лабораторна робота №3. Аналіз чутливості в задачах лінійного програмування.....	69
1.4 Принципи та структура системного аналізу	
1.4.1 Роль принципів системного аналізу	83
1.4.2 Основні принципи системного аналізу.....	83

1.4.3	Додаткові принципи системного аналізу.....	87
1.4.4	Лабораторна робота №4. Приклади математичного моделювання.....	88
1.5	Основні етапи системного аналізу	
1.5.1	Структура системного аналізу.....	96
1.5.2	Особливості реалізації декомпозиції.....	97
1.5.3	Особливості реалізації аналізу.....	100
1.5.4	Особливості реалізації етапу синтезу.....	101
1.5.5	Формування загального уявлення про систему.....	102
1.5.6	Формування детального уявлення про систему.....	104
1.5.7	Лабораторна робота №5. Розв'язання транспортної задачі	106
1.6	Базові функції системного аналізу	
1.6.1	Формулювання й аналіз проблеми.....	119
1.6.2	Побудова та структуризація системи для вирішення проблеми.....	120
1.6.3	Формування загальної мети системи та критеріїв її досягнення.....	122
1.6.4	Декомпозиція цілей системи.....	124
1.6.5	Лабораторна робота №6. Використання інструментів «Пошук рішення» та «Підбір параметру» електронних таблиць для розв'язання управлінських задач.....	129
Розділ 2. МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ		
2.1	Базові основи прийняття рішень	
2.1.2	Оцінювання складних систем в умовах невизначеності	143
2.1.1	Лабораторна робота №7. Використання дерева рішень в електронних таблицях.....	159
2.2.1	Лабораторна робота №8. Методи обробки експертної інформації.....	175
2.3	Прийняття рішень в умовах визначеності	
2.3.1	Лабораторна робота №9. Засоби прогнозування в	

електронних таблицях	185
2.4 Прийняття рішень в умовах конфлікту	
2.4.1 Лабораторна робота №10. Розв'язування задач з прийняття рішень в умовах конфлікту.....	203
2.5 Прийняття рішень в умовах нечіткої інформації	
2.5.1 Лабораторна робота №11. Моделювання задачі оптимального управління.....	218
2.6 Інформаційний аналіз системних задач	
2.6.1 Лабораторна робота №12. Засоби побудови трендів за допомогою електронних таблиць.....	230
Контрольні питання для самоперевірки	238
Завдання для самостійної роботи.....	242
Теми науково-дослідної роботи	247
Література	247

ВСТУП

Високі темпи інформатизації різних видів діяльності призвели до протиріччя між простотою засвоєння роботи з комп'ютерними системами та незначною ефективністю функціонування інформаційних систем. Людська діяльність є цілеспрямованою, отже досягнення мети визначається правильністю алгоритму управління. Тому постає необхідність вдосконалення систем з управління та автоматизованих інформаційних систем в якості основного засобу підвищення ефективності управління.

Майбутній вчитель інформатики має бути обізнаним в галузі системного аналізу з наступних причин.

По-перше, в сучасному світі жодна з реальних практичних проблем не може бути ефективно вирішеною без застосування комп'ютерних засобів. Втім, першим етапом вирішення будь-якої проблеми або конкретної задачі є формалізація, тобто опис процесу або об'єкту шляхом визначення найбільш суттєвих ознак. Коректність отриманого формалізованого опису визначає ефективність всіх подальших етапів розв'язування задачі. Отже, на сучасному етапі загальноновизнаним є нерозривність та взаємовпливовість між системним аналізом та інформаційними технологіями. Застосуванню інформаційних технологій має передувати здійснення системного аналізу. Втім, існує й зворотний вплив: сучасні прогресивні інформаційні технології становлять основу багатьох етапів системного аналізу.

Важливість формалізації та подальшого моделювання процесів та об'єктів реального світу при вирішенні реальних проблемних завдань призвела до змін в шкільному курсі інформатики. Згідно до діючої програми інформатики [20] одним з завдань інформатичної освіти, реалізація якого є необхідною складовою частиною досягнення мети базової загальної середньої освіти, є застосування алгоритмічного та системного підходів, створення та аналіз інформаційних моделей для ефективного розв'язання задач, що постають у житті, навчальній та

професійній діяльності. Таким чином, вчитель інформатики, має бути ознайомленим не тільки з інструментами, основними поняттями та принципами системного аналізу, а й усвідомлювати важливість формування структурного та системного мислення в учнів на уроках інформатики.

Загальні властивості управління досліджуються в кібернетиці, управління технічними системами без участі людини розглядає теорія автоматичного управління. Управління соціально-економічними системами вивчає менеджмент. В усіх цих галузях необхідними є знання загальних законів функціонування систем, що вивчаються в межах загальної теорії систем, що містить наступні наукові напрями: системний підхід, системні дослідження та системний аналіз.

Системний аналіз (СА) є найбільш конструктивним напрямом, який використовується для практичного застосування теорії систем до задач управління. Конструктивність полягає в тому, що СА пропонує методику проведення діяльності, що дозволяє врахувати найбільш суттєві фактори, визначити створення ефективних систем управління в конкретних умовах.

Теоретичні основи автоматизованого управління мають забезпечити досягнення трьох цілей:

1. подолання другого інформаційного бар'єру в управлінні;
2. оптимальний синтез систем управління;
3. управління інформаційними процесами.

В 70-80-х роках суспільство знаходилося перед другим інформаційним бар'єром в галузі управління (за визначенням академіка В.М. Глушкова).

За історичним аспектом слід зазначити, що спочатку управління та виконання діяльності здійснювалось одними і тими самим людьми, тобто система управління була суміщена із об'єктом управління.

У зв'язку із подальшим ускладненням задач виникнуло явище першого інформаційного бар'єру, який визначається пропускнуою здатністю окремою людиною, як системи управління (від 2 до 4 біт/с). Цей

бар'єр був подоланим завдяки виокремлення функцій системи управління (СУ) від об'єкта управління (ОУ) та переходу до ієрархічного принципу управління.

Втім, з часом, людство стикнулось з другим інформаційним бар'єром, що полягає в зростанні сумарної складності задач з управління устрою управління (УУ), що складаються з множини і людей та j засобів, що стала вище за здатності СУ з переробки інформації.

Шляхом подолання другого інформаційного бар'єру є автоматизація всіх інформаційних процесів, телекомунікаційних засобів, мережових технологій та засобів Інтернету.

Об'єктом автоматизації є функція, задачі та процеси, що відбуваються в системах управління.

Задачею вдосконалення інформаційних систем є задача оптимального синтезу систем з управлінням: за заданою системою та множиною зовнішніх впливів створити систем управління, що забезпечить необхідну поведінку системи, що задовольняє критеріям якості управління.

Для складних систем класичні експериментальні методи дослідження є неможливими, тому в якості основного методу використовується комп'ютерний експеримент, що заснований на системних імітаційних моделях. Отже проблеми розробки системних моделей становлять **предмет** дослідження системного аналізу.

Інформаційна система – це система, що призначена для збору, опрацювання та розповсюдження інформації з метою управління.

В усі основні досягнення ХХ сторіччя вагомий вклад внесли різні науки. Це і науки, що з'явилися в Давньому Світі та науки, що виникли в ХХ ст. До останніх можна віднести кібернетику, дослідження операцій, загальну теорію систем, системотехніку, теорію прийняття рішень, теорію оптимізації та системний аналіз.

Для успішного вирішення реальних системних задач визначне значення має прагматична роль *системного мислення*.

Складність задач та складність їх розв'язання визначається невизначеністю множини альтернатив та критеріїв вибору. Отже, результати вирішення задач цілком залежать від здатностей та вміння дослідника вирішувати цю проблему. Тому, до основних *рис системного дослідника* відносяться наступні:

1. здатність до само оцінювання та само адаптації, тобто дослідник має знати яким чином використовувати те, що є відомим; які відомості ще йому необхідно отримати, де та яким чином дізнатись про те, що він ще не знає;

2. вміння оцінити та сформуванати апарат дослідження, тобто має знати яким чином використовувати наявний інструментарій;

3. здатність до оцінювання та формалізації задачі – має знати яким чином оцінити те, що є відомим, як розкрити невизначеність.

Отже, необхідним є сформованість системного мислення, тобто необхідно опанувати його принципи та прийоми.

Системне мислення є *вищою формою* людського пізнання, за яким процеси відображення об'єктивної реальності ґрунтуються на цілісному відображенні об'єкта, що досліджується, з позицій досягнення поставленої мети на основі знань, досвіду, інтуїції та передбачення.

Принциповою важливою деталлю цього визначення є визнання залежності меж об'єкта дослідження від поставлених цілей.

Наприклад, літак може розглядатись як єдиний об'єкт системного аналізу, або певною складовою частиною об'єкта (наприклад, аеропорту).

В самому літаку можна визначити певний функціональний елемент – авіаційний двигун, що також може бути об'єктом системного аналізу в процесі розробки, дослідження, експлуатації.

Системне мислення стає важливішим фактором досягнення успіху в різних сферах людської діяльності. Тому дуже важливим є розгляд історії, тенденцій та перспектив розвитку методології системного аналізу та системних досліджень.

З оглядом на загально визнану виключну та провідну роль системного аналізу як наукового методу та інструменту пізнання, використання якого є ефективним не тільки для вивчення глобальних проблем, що постають перед світом, а й при вирішенні багатьох конкретних проблем регіонального, галузевого рівня, навіть окремих підприємств, фірм, підприємців та інших суб'єктів прийняття управлінських рішень.

Крім того, ознайомлення з основами системного аналізу становить основу для формування навичок та вмінь до виявлення й аналізу складних життєво важливих проблем, що постають перед кожною людиною в сучасному світі. Слід також підкреслити, що певні основи системного аналізу, моделювання та формалізації входять до програмного матеріалу сучасного шкільного курсу інформатики. Отже, дисципліна «Системний аналіз» входить до блоку обов'язкових в освітньо-професійних програмах підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня «Середня освіта (Інформатика Мова та література (англійська))», ОПП «Середня освіта (Інформатика)» спеціальності 014 «Середня освіта (Інформатика)».

На основі визначення ключових понять курсу, теоретичний матеріал та практичні завдання спрямовані на формування знань, вмінь та навичок системної, науково обґрунтованої, діяльності з виконання процедур формалізації об'єктів та процесів різної природи та призначення, прийняття ґрунтовних рішень, як складової частини систем автоматизованого управління різними видами складних систем.

Метою навчальної дисципліни «Системний аналіз» є формування теоретичної бази знань студентів з основних понять та методів теорії систем і системного аналізу, моделювання та прийняття рішень, засобів та технологій проектування інформаційних систем та практичних умінь і навичок системної, науково обґрунтованої, діяльності з проектних процедур та операцій на всіх етапах проектування, впровадження та забезпечення роботи інформаційно-управляючих систем різного призначення.

Передумови для вивчення дисципліни: для вивчення навчальної дисципліни «Системний аналіз» достатньо, щоб студенти володіли навчальним матеріалом загального курсу «Інформатика», «Дискретної математики», «Теорії ймовірності та математичної статистики», «Експертних систем».

Очікувані програмні результати навчання:

– уміння виділяти, чітко формулювати та знаходити шляхи до розв’язання фахових задач різного ступеня складності, у тому числі, з використанням різних інформаційних ресурсів.

– навички самостійної роботи з різними джерелами інформації. Навички самоосвіти. Здатність проектувати конкретні напрями власного професійного розвитку.

– знання про існування різних носіїв джерел інформації; навички використання раціональних способів пошуку інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж.

– уміння інтегрувати та систематизувати отримані знання. Володіння навичками грамотного відбору вихідних даних дослідження, складання списку використаних джерел інформації, опису наукових результатів.

– знання про існування різних носіїв джерел інформації; навички використання раціональних способів пошуку інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж.

– уміння усно та письмового презентувати складну комплексну інформацію в зрозумілій комунікативній формі, використовувати інформаційно-комунікаційні технології.

Очікувані результати навчання дисципліни:

Унаслідок вивчення дисципліни здобувач вищої освіти:

– визначає будову, функціонування, класифікацію та закономірності систем, сутність системного підходу;

- знає основні фактори та операції системного аналізу; моделі складних систем, класифікацію видів моделювання систем;
- знає сутність принципів та структуру системного аналізу;
- знає основи оцінювання складних систем, основні типи шкал вимірювання, методи якісного та кількісного оцінювання систем;
- знає основні моделі та алгоритми прийняття рішень;
- знає сутність застосування інформаційних технологій для розв'язання задач системного аналізу.

Здобувач вищої освіти вміє:

- вибирати методи і методики, методичні прийоми і процедури системного аналізу для дослідження систем;
- виявляти і описувати зв'язки між об'єктами (елементами) системи і надавати їх у вигляді відповідних структур даних;
- ідентифікувати моделі за цілями моделювання, формою подання, засобом реалізації та іншими ознаками;
- оцінювати, аналізувати проблеми та визначати можливості її ідеалізації;
- застосовувати аналіз та синтез структури інформаційних систем;
- застосовувати сучасні методи прийняття рішень;
- застосовувати експертні технології прийняття рішень;
- застосовувати інформаційні технології для реалізації етапів системного аналізу.

Унаслідок досягнення результатів навчання здобувачі вищої освіти в контексті змісту навчальної дисципліни мають опанувати такі компетентності:

інтегральна компетентність:

здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми в галузі середньої освіти, що передбачає застосування теорій та методів педагогіки та інформатики і характеризується комплексністю та

невизначеністю педагогічних умов організації навчально-виховного процесу загальноосвітньої школи;

загальна компетентність:

– усвідомлення необхідності та здатність навчатися протягом усього життя, здобуваючи нові знання в різних галузях, у першу чергу, у галузі своєї фахової діяльності.

– здатність працювати у команді, критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою і чужу професійну і соціальну діяльність;

– здатність розуміти значення культури як форми людського існування;

спеціальні (фахові, предметні) компетентності:

– здатність використовувати систематизовані теоретичні та практичні знання наукових фактів, концепцій, теорій, принципів і методів інформатики при вирішенні професійних завдань;

– здатність аналізувати, моделювати, досліджувати та презентувати досвід навчання.

Міждисциплінарні зв'язки: інформатика, дискретна математика, теорія ймовірностей і математична статистика, експертні системи.

ОСНОВИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

1.1 Основні поняття та закономірності теорії систем

1.1.1 Стислий огляд основних етапів становлення системного аналізу

Поняття системи з'явилося дуже давно. Ідеї системності світу та його окремих частин висловлювались ще в період античності. Вчені Давньої Греції – Аристотель, Демокрит, Піфагор, Платон, Фалес та ін. намагались створити єдину систему світового устрою.

Результати систематизації знань в ряді конкретних наук, що були отримані давньогрецькими вченими, відіграли значну роль в розвитку науки. До таких досягнень можна віднести геометрію Евкліда, праці Аристотеля з фізики, біології, логіки, атомізм Демокрита, Епікура. Медична школа Гіппократа становить вчення про цілісність людського організму. Платоном та Аристотелем запропонована перша теорія державного устрою. Птоломей розробив математичну теорію, що описує рух Сонця та відомих на той час планет в книзі «Математична система». В давньому Римі сформулювали систему правових норм «римського права».

В часи середньовіччя в якості прикладів проявів системності можна навести геліоцентричну систему М. Коперніка – Й. Кеплера, систему кровообігу та серцевої діяльності у тварин.

Новий етап розвитку системних уявлень представлений трьома основними етапами розвитку пізнання оточуючого світу [1].

I етап. Відкриття кліткової будови живих організмів (Р.Гук, 1665 р.), ідея біологічної еволюції (Г.В. Лейбниц, М.В. Ломоносов, Ж.-Б. Ламарк, кінець 17 – початок 19 ст.)

I. Кант (1755 р.) розробив першу наукову теорію створення та розвитку сонячної системи. А.М. Ампер під час класифікації наук (1834 – 1843 р.р.) визначив спеціальну науку з управління державою, назвав її кібернетикою. Він розглядав її в якості прикладу управління складною системою взагалі.

II етап. В 19 ст. відбувалось поступове накопичення та узагальнення знань про конкретні природні, технічні, суспільні системи. Особисту роль в становленні загальносистемних уявлень відіграли наступні досягнення:

– теорія еволюції Чарльза Дарвіна (1842-1853 р.р.), що дозволила визначити закономірності створення видів; поняття адаптації та конкуренції;

– розвиток фізики (зокрема, розділу термодинаміки – поняття відкритих та закритих систем); закони збереження енергії, імпульсу, маси, заряду; принцип Ле-Шательє, що встановлює напрям зміни стану системи при зовнішньому впливі;

– створення Д.І. Менделєєвим (1869 р.) періодичної системи хімічних елементів, що стала підґрунтям для їх подальшого вивчення та класифікації;

– доведення Є.С. Федоровим (1891 р.), що всі різноманітня кристалічних речовин у природі може бути зведеним до 230 різних типів кристалічних решіток. Це дозволило йому в подальшому дійти до узагальненого висновку щодо реалізації систем різної природи (природних, технічних, суспільних й інших) з обмеженої кількості вихідних форм.

III етап. Наступний етап розвитку теорії систем пов'язаний із дослідженнями О.О. Богданова (1911 – 1925 р.р.) загальних закономірностей організації різних систем, визначення ним особливої ролі у дослідженнях систем моделювання та математики. Його ідей були продовжені дослідниками І.І. Шмальгаузен, П.К. Анохіним та ін.

Розробка концепції ноосфери В.І. Вернадського, теорія біоценозів, теорії еволюції Всесвіту.

Втім, найбільш значною подією третього етапу розвитку ідей системності стала публікація книги Н. Вінера «Кібернетика» (1948), в якій автор показав, що управління та зв'язок у тварин та машин здійснюється за загальними законами. Згодом він додав до них також процеси, що відбуваються в суспільстві.

Паралельно з кібернетикою розвивалась загальна теорія систем, ідея створення якої належить австрійському біологу Л. фон Берталанфі (1950 р.). Він займався пошуком структурної подібності законів, що мають місце в різних конкретних науках.

У другій половині ХХ століття були отримані значні досягнення в розвитку теорії систем, що пов'язані із становленням синергетики, теорії катастроф, термодинаміки та неврівноважених систем. Так, бельгійський фізик І. Пригожин та його послідовники розкрили механізми самоорганізації складних систем. Було показано, що матерія є не пасивною субстанцією, вона рано чи пізно, в наслідок взаємодії з оточуючим середовищем опиняється в нестійкому неврівноваженому стані, вихід з якого супроводжується спонтанною активністю системи, що призводить до внутрішньої перебудови системи.

В першій половині ХХ ст. мали місце поодинокі приклади застосування елементів методології системного підходу до вирішення конкретних задач. Наприклад, відомий план ГОЕЛРО. Втім, такі застосування відбувались майже наосліп, бо нова наукова дисципліна у вигляді методології з'явилась пізніше. Системний аналіз в якості робочого інструментарію розв'язання комплексних проблем було розроблено декількома науковими організаціями США на початку 60-х років ХХ ст. за завданнями військового відомства. В СРСР методологія системного аналізу почала застосовуватись відразу після її зародження. Наприкінці 60-х років було створено Комітет системного аналізу при Президії АН СРСР, що займався координацією роботи з його розвитку.

Системний аналіз є науковим методом та інструментом пізнання, може використовуватись не тільки для вивчення глобальних проблем (екологічних, демографічних, транспортних, енергетичних та ін.), а й при вирішенні інших, менш масштабних проблем.

1.1.2 Роль глобалізації світових процесів у розвитку системних досліджень

В сучасному суспільстві відбувається перехід від індустріального суспільства до інформаційного. Цей процес характеризується зростанням ролі інформаційних технологій та телекомунікаційних мереж. Інформаційний сектор деяких країн приносить їм понад 20% валового національного прибутку. Темпи зростання становлять понад 11% на рік, обсяги послуг збільшуються вдвічі кожні 5 років [10]. США є світовим лідером в індустрії інформаційних технологій: цей сектор становить 6,2% національного прибутку, середня заробітна плата в цьому секторі перевищує на 73% аналогічні показники в приватному секторі інших галузей. Витрати на науку, дослідження в цій галузі становлять 37% всіх витрат на розвиток науки. В інформаційній сфері США працює приблизно 80% трудових ресурсів.

В таблиці 1.1 наведено дані, що показують відмінності інформаційного суспільства за часткою трудових ресурсів, що зайняті в різних секторах економіки.

Таблиця 1.1

Розподіл трудових ресурсів у суспільстві різного типу

Тип суспільства	Сільське господарство	Промисловість	Інформаційні ресурси
Аграрне	80-90%	5-15%	≈5%
Індустріальне	15-25%	60-70%	≈15%
Інформаційне	5-10%	15-20%	≈75%

Серед найбільш важливих особливостей інформаційного суспільства, що обумовлюють необхідність становлення та розвитку ідей системності є наступні [3]:

1. різке зростання динамічності економічних, соціальних, політичних процесів;

2. постійне підвищення кількості даних: в теперішній час обсяги інформації, яка щорічно обробляється в світі, дорівнює загальному обсягу інформації, що було накопичено людством до першої світової війни;

3. в інформаційному суспільстві первинним є не вартість праці, а вартість знань, отже відбувається зростання інтелектуалізації процесів управління та виробництва;

4. підвищення соціально-економічного значення наукоємних технологій; постійне зростання темпів їх розробки та впровадження в різні галузі економіки.

Відмінною особливістю сучасної науково-технічного прогресу є швидке зростання складності взаємозв'язків та взаємодії між різними сферами діяльності людини та оточуючого середовища.

На рис.1.1 показано зростання рівня інтелектуалізації праці на різних рівнях системності [3]. На рис.1.2 продемонстровано для різних рівнів системності співвідношення між розумовою та фізичною працею.

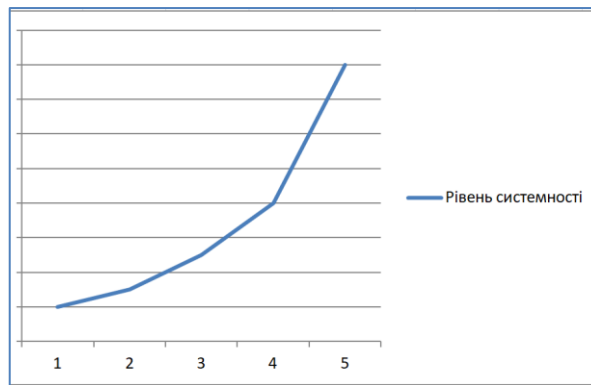


Рисунок 1.1 – Еволюція засобів праці від одного рівня системності до іншого:

1 – фізична праця, 2 – механізація, 3 – автоматизація, 4 – комп'ютеризація, 5 – інтелектуалізація.

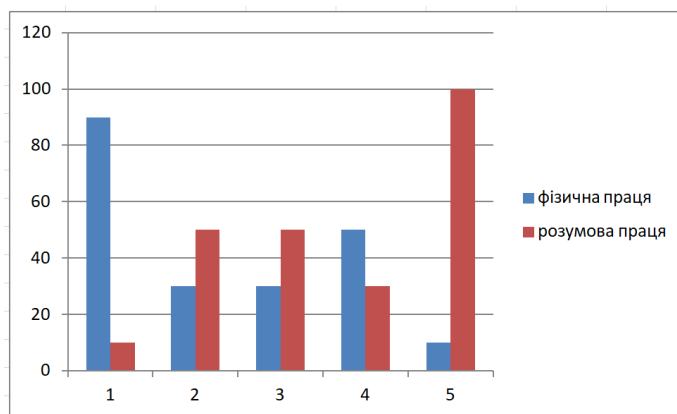


Рисунок 1.2 – Співвідношення між розумовою та фізичною працею на різних рівнях системності

Стан та інноваційний розвиток сучасної економіки кожної країни визначається об'єктивними факторами: фінансовими, матеріальними, енергетичними та іншими ресурсами. Втім, також надзвичайно важливим є рівень продуктивності праці та інші показники. Відсутність необхідного оцінювання системного взаємозв'язку різних процесів та факторів, відсутність системного аналізу може призвести до негативних змін в країні. Майже в усіх країнах після розпаду Радянського Союзу відбувались такі процеси.

Іншим прикладом, що демонструє наслідки незадовільності врахування системних уявлень, є приклад щодо першого в світі надзвукового літака ТУ-144, що являв собою триумф наприкінці 70-х років, що призвело до трагедії наприкінці 80-х років. Це відбулось тому, що літак розглядався не з позицій загальної теорії систем, а виключно з використанням авіаційних та аеродинамічних відомостей, отже не було приділено необхідної уваги системному узгодженню льотно-технічних вимог з технічними вимогами його наземного обслуговування. Тому не було розроблено принципово нової схеми його технічного обслуговування, не було дотримано міжнародних стандартів.

Втім, в історії є відомі й факти вдалого застосування системного підходу. Наприклад, саме завдяки системному мисленню одного з розробників персонального комп'ютера - Стіва Джобса, було зроблено

максимально можливе наближення ПК до людини, що обумовило зміни прийомів та методів взаємодії між ПК та людиною.

В практичній діяльності у взаємодії «людина – об'єкт - середовище» до характерних особливостей вирішення задачі слід зазначити наступні: неповнота, невизначеність, неточність, нечіткість та суперечливість вихідної інформації. Не завжди можна врахувати властивості та вплив з боку середовища. Невизначеність та неоднозначність цілей має місце. Крім того, цілі можуть бути суперечливими та протилежними.

Отже, має бути компроміс між максимальною якістю рішення та мінімізацією складності процедури рішення.

Компроміс має суб'єктивний характер, бо критерії порівняння переваг альтернативних варіантів обираються особою, що приймає рішення (ОПР), отже, виникає необхідність в аналізі взаємодії «людина – об'єкт - середовище» з більш загальних позицій. Таку задачу має виконувати системний аналітик, що обумовлює перехід до трансформації схеми «системний аналітик ↔ людина ↔ об'єкт ↔ середовище».

Зазначимо роль системного аналітика в наданій схемі:

- забезпечення об'єктивності системи критеріїв, показників, припустимостей;

- для оцінювання якості та ефективності системи критеріїв необхідно перейти до нової системи критеріїв (на основі принципу додатковості К. Геделя).

Системний аналітик виконує роль експерта, який має оцінювати можливий ступінь досягнення поставленої мети на основі результатів аналізу функціонування складної системи.

Системний аналіз дозволяє вичерпно дослідити не тільки власну систему, а й ще умови її створення, функціонування та управління в штатних та позаштатних ситуаціях.

1.1.3 Концепція сучасного розвитку системного підходу

Сучасний розвиток системного підходу визначений в трьох напрямках:

- 1 – системологія як теорія технічних систем (ТС);
- 2 – системотехніка як практики;
- 3 - системний аналіз як методологія.

Системологія (від грец. σύστημα — ціле, системне як функціонально неподільне, складне яке складене з частин; логос (грецька λόγος — «слово», «думка», «змістовність», «поняття», - як наука) - теорія складних систем; фундаментальна інженерна наука, що встановлює загальні закони потенційної ефективності складних матеріальних систем як технічної, так і біологічної природи.

Системотехніка як практика — інженерна дисципліна, що з'явилась як аналог системної інженерії (англ. *Systems Engineering*) – напрям науки та техніки, який охоплює проектування, створення, дослідження і експлуатацію складних систем технічного і соціально-технічного характеру.

Системний аналіз як методологія - це науковий метод пізнання, що являє собою послідовність дій з установлення структурних зв'язків між змінними або елементами досліджуваної системи. Спирається на комплекс загальнонаукових, експериментальних, природничих, статистичних, математичних методів.

1.1.4 Основні поняття системного аналізу

Системний аналіз відноситься до категорії наукових феноменів, що викликають багато дискусій за багатьма питаннями. Крім того, загальноприйнятих відповідей на деякі задачі, що розглядаються, немає. Існують протиріччя та невідповідності в трактовці основних понять (об'єкт, система та ін.).

Об'єкти системного аналізу. Під час розв'язання реальних практичних задач найбільш частіше оперують поняттями «об'єкт», «модель».

Аналіз різних підходів до визначення поняття «об'єкт» свідчить про те, що вибір об'єкта системного аналізу, визначення його границь та границь зовнішнього середовища становить достатньо складну задачу.

Людина у повсякденному житті взаємодіє з множиною різних об'єктів оточуючого середовища, Втім, ця взаємодія є обмеженою певними найбільш характерними властивостями, якостями та можливостями. Ця взаємодія може бути й більш всебічною, але завжди є обмеженою можливостями сприйняття людиною, його здатністю до оцінювання, вибору, спостереженням. Інша ситуація є характерною для фахівців, які працюють в традиційних галузях науки та техніки. Їх цікавлять конкретні типи об'єктів дослідження. Наприклад, для лікарів найбільш важливими характеристиками щодо пацієнтів є вік, стан здоров'я. Екологів – об'єкти зовнішнього середовища (озера, ліси, ріки)та вплив на них техногенних факторів. Інженери, як правило, розглядають різні реальні об'єкти, які розробляє та використовує людина.

Таким чином, вибір об'єкта фахівцем визначається специфікою його професії. Втім, фахівці однієї професії можуть працювати з різними об'єктами або з одним, але за різних умов. Наприклад, інженер-механік авіаційної техніки працює з літаками на різних етапах життєвого циклу.

За визначенням Дж. Кліра «Об'єктом називають частину світу, що на протязі відчутного проміжку часу виокремлюють в єдине ціле». Втім, це визначення не відображає роль людини в дослідженні об'єкта.

Тому, більш коректним є наступне визначення: «Об'єктом дослідження будемо вважати частину оточуючого світу, яку людина(експерт) на протязі скінченого проміжку часу, розглядається як єдине ціле, обирає, досліджує, створює, використовує або виконує над ним інші дії, все це відбувається задля поставлених цілей».

Об'єкти класифікуються на *матеріальні* та *абстрактні*. Матеріальні – на об'єкти природні, тобто такі, що існують незалежно від людини, та штучні – тобто такі, що є створеними людьми. Серед прикладів природних об'єктів можна навести наступні: Всесвіт, Сонячна система, флора, фауна, горні масиви, печери та інші геологічні об'єкти, клітини різних організмів та ін. До штучних відносяться: техносфера планети – міста, аеропорти, лікарні та ін.

Абстрактні об'єкти створюються людиною, втім вони не є матеріальними об'єктами. Прикладами абстрактних об'єктів є ідеї, пісні, билини та інші творчі твори, що створені людьми. Вони можуть бути реалізованими в формі матеріальних об'єктів – книг, магнітних та оптичних носіїв інформації та ін.

Важливішою характеристикою об'єкта є його властивості. Об'єкти мають практично необмежену кількість властивостей. Жоден з об'єктів неможливо дослідити повністю. Це є наслідком теореми Геделя. Тому немає необхідності ставити мету дослідити всі властивості матеріального об'єкта, а тільки ті, що мають відношення до заданої мети.

Центральним поняттям системного аналізу є поняття системи. Різні автори розглядають це поняття з різним ступенем формалізації. Уйомов А.І. зібрав тридцять п'ять різних визначень цього поняття.

Для визначення поняття також використовують теоретико-множинний підхід, що базується на розгляді системи у вигляді множини.

Системою S називають сукупність, що утворена та впорядкована за певними правилами на скінченній множині елементів, між якими існують певні взаємодії – відношення. Кожна система, її елементи та відношення мають якості, які постійно є характерними тільки для неї, тобто властивостями.

Отже, формальне визначення системи наступне. Система – це множина E , на якій реалізуються заздалегідь дані відношення R з фіксованими властивостями P : $S = \{E, R, P\}$.

1.1.5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1. Етапи системного аналізу на прикладі розв'язання задач лінійного програмування

Мета:

- 1) Навчити розв'язувати графічним методом задачу лінійного програмування.
- 2) Навчити будувати область припустимих значень (ОПЗ) для ЗЛП, а також вектор-градієнт, лінію рівня.

Теоретичні відомості

Завдання лінійного програмування (ЗЛП) в загальному вигляді записують таким чином:

$$f = \sum_{j=1}^m c_j x_j \longrightarrow opt \quad (1)$$

$$\left\{ \sum_{d=1}^n a_{ij} x_j \right\} \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} b; \quad (i = \overline{1, m}) \quad (2)$$

Функцію f називають цільовою функцією. Вирази (2) є системою лінійних обмежень ЗЛП. У завданні потрібно визначити такі значення змінних $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, які задовольняють лінійним обмеженням (2) і за цією умовою оптимізують (мінімізують або максимізують) цільову функцію (1). Кожен набір значень змінних, який задовольняє системі (2), називають допустимим рішенням або планом ЗЛП. Безліч всіх допустимих рішень називають областю допустимих рішень (ОДР).

Допустиме рішення, що оптимізує цільову функцію, називають оптимальним рішенням або оптимальним планом.

Для розв'язання двовимірних задач лінійного програмування, тобто задач із двома змінними, а також деяких тривимірних задач застосовують графічний метод, що ґрунтується на геометричній інтерпретації та аналітичних властивостях задач лінійного програмування.

Геометричне рішення розбивають на два етапи. Спочатку будують ОДР завдання, як геометричне місце точок (X_1, X_2) , що задовольняють всім обмеженням. Потім будують лінії рівня цільової функції, тобто прями

$c_1 x_1 + c_2 x_2 = a$ і геометрично відшуковують лінію рівня, відповідну оптимальному значенню параметра a . Всі точки ОДР, через які проходить така лінія рівня, відповідають оптимальному плану ЗЛП.

Канонічний вигляд ЗЛП :

$$f = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min \quad (3)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b & (i = \overline{1 \cdot m}) \\ x_j = 0 & (j = \overline{1 \cdot n}) \end{cases} \quad (4)$$

$$(5)$$

Будь-яку ЗЛП можна привести до канонічного вигляду. Розглянемо приклад задачі, побудуємо математичну модель та розв'яжемо її графічним методом.

Задача. Фірма спеціалізується на виробництві офісних меблів, зокрема вона випускає дві моделі збірних книжкових полиць A та B . Полиці обох моделей обробляються на верстатах 1 і 2. Тривалість обробки (у хвиликах) однієї полиці моделі A на верстатах 1 і 2 – 30 і 12 хв., а моделі B відповідно 15 і 26 хв. Час роботи верстатів 1 і 2 становить відповідно 40 і 36 год на тиждень. Прибуток фірми від реалізації однієї полиці моделі A дорівнює 50 у.о., а моделі B – 30 у.о. Вивчення ринку збуту показало, що тижневий попит на полиці моделі A ніколи не перевищує попиту на моделі B більше, як на 30 одиниць, а попит на полиці моделі B не перевищує 80 одиниць на тиждень [17].

Визначити обсяги виробництва книжкових полиць різних моделей, що максимізують прибуток фірми. Побудувати економіко-математичну модель задачі та розв'язати її графічно.

Побудова математичної моделі. Нехай x_1 – кількість полиць моделі A , що виготовляється фірмою за тиждень, а x_2 – відповідна кількість полиць моделі B . Цільова функція моделі – максимізація прибутку фірми від реалізації продукції. Математично вона записується так:

$$Z = 50x_1 + 30x_2 \rightarrow \max$$

Обмеження математичної моделі враховують час роботи верстатів 1 і 2 для обробки продукції та попит на полиці різних моделей.

Обмеження на час роботи верстатів 1 і 2 набувають такого вигляду: для верстата 1

$$30x_1 + 15x_2 \leq 2400 \text{ (хв.)};$$

для верстата 2

$$12x_1 + 26x_2 \leq 2160 \text{ (хв.)}.$$

Обмеження на попит набувають вигляду:

$$x_1 - x_2 \leq 30 \text{ і } x_2 \leq 80.$$

Отже, економіко-математична модель поставленої задачі має вигляд

$$Z = 50x_1 + 30x_2 \rightarrow \max,$$

$$30x_1 + 15x_2 \leq 2400,$$

$$12x_1 + 26x_2 \leq 2160,$$

$$x_1 - x_2 \leq 30,$$

$$x_2 \leq 80.$$

Розв'язання. Замінімо знаки нерівностей на знаки рівностей і побудуємо графіки відповідних прямих (рис.1.3). Кожна з побудованих прямих поділяє площину системи координат на дві півплощини. Координати точок однієї задовольняють розглянуту нерівність, а іншої – не задовольняють. Щоб визначити необхідну півплощину (на рис. 1.3 її напрям позначено стрілкою), потрібно взяти будь-яку точку та перевірити, чи задовольняють її координати зазначене обмеження. Якщо задовольняють, то півплощина, в якій міститься вибрана точка, є геометричним зображенням нерівності. У протилежному випадку таким зображенням є інша півплощина. Умова невід'ємності змінних $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ обмежує область допустимих планів задачі першим квадрантом системи координат. Перетин усіх півплощин визначає область допустимих планів задачі – шестикутник $OABCDE$ [17].

Поставлену задачу буде розв'язано, якщо ми відшукаємо таку вершину багатокутника $OABCDE$, в якій цільова функція Z набуває найбільшого значення.

Для цього будемо вектор $\bar{N} = \{50; 30\}$. Він задає напрям збільшення значень цільової функції Z , а вектор, протилежний йому, – напрям її зменшення. Побудуємо лінію, що відповідає, наприклад, значенню $Z = 0$. Це буде пряма $50x_1 + 30x_2 = 0$, яка перпендикулярна до вектора \bar{N} і проходить через початок координат.

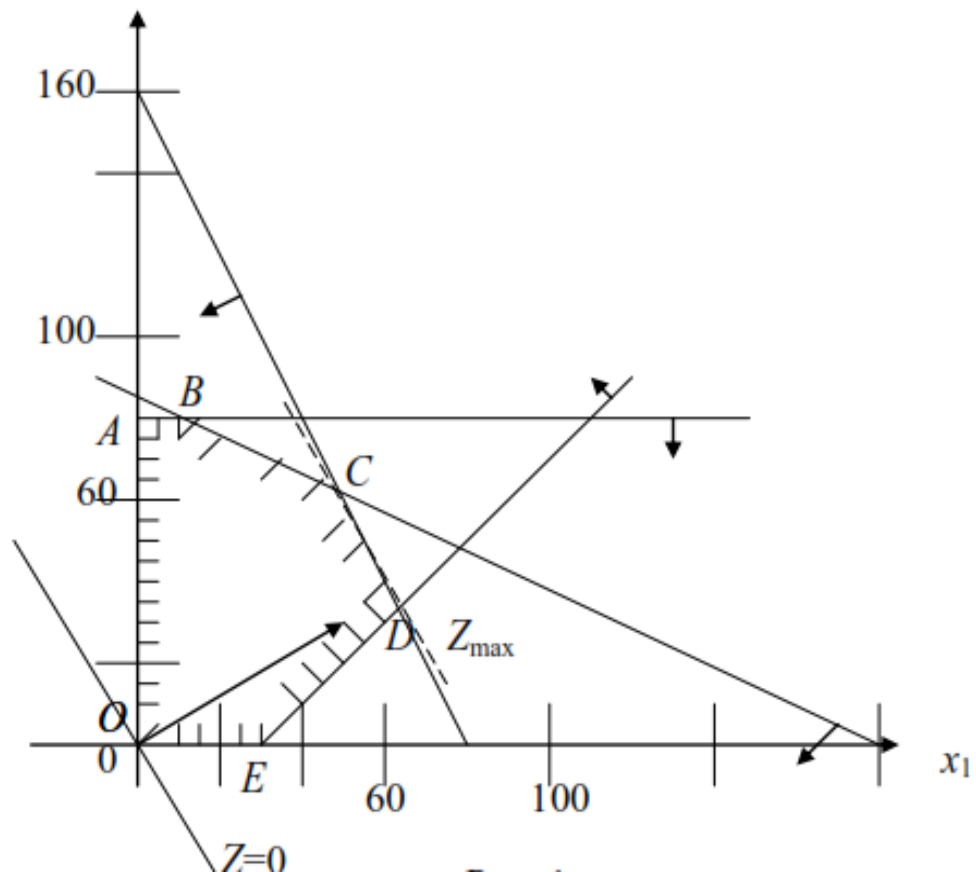


Рисунок 1.3 – Графічне зображення розв'язку ЗЛП

Оскільки маємо визначити найбільше значення цільової функції, то пересуваємо пряму $50x_1 + 30x_2 = 0$ в напрямку вектора \bar{N} доти, доки не визначимо вершину багатокутника, яка відповідає оптимальному плану задачі. Останньою спільною точкою цієї прямої та багатокутника $OABCDE$ є точка C . Координати цієї точки визначають оптимальний план задачі.

Координати точки C визначаються перетином прямих

$$\begin{cases} 30x_1 + 15x_2 = 2400, \\ 12x_1 + 26x_2 = 2160. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему, дістанемо $x_1 = 50$, $x_2 = 60$. Отже, $X = (50; 60)$;

$$\max Z = 50 \cdot 50 + 30 \cdot 60 = 4300.$$

Це означає, що коли фірма щотижня виготовлятиме 50 збірних книжкових полиць моделі A та 60 – моделі B , то вона отримає максимальний прибуток в 4300 у.о. При цьому тижневий фонд роботи верстатів 1 і 2 буде використано повністю [3].

Питання для самоконтролю:

1. Яким чином визначаються обмеження?
2. Що включає в себе цільова функція?
3. Особливості рішення ЗЛП графічним методом.
4. Основні кроки для вирішення ЗЛП задач.

Завдання для самостійного виконання:

Обрати варіант згідно номеру у списку.

Графічним методом визначити оптимальні плани задач лінійного програмування згідно з визначеним варіантом.

Формат звіту. Оформити у текстовому редакторі. Малюнки оформити у графічному редакторі та перенести у текстовий документ. Звіт повинен мати, титульний лист (із зазначенням, навчального закладу, кафедри, номеру практичного заняття, теми, ПБ та шифр групи).

Рекомендована література:

1. Івченко І.Ю. Математичне програмування : Навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2007. 232с.
2. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з курсу "Економіко-математичне моделювання" / уклад.: Н.О. Макоєд, О.Ю. Орлова. Одеса: ОНАХТ, 2013. 38 с.

3. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування. :Навчальний посібник. Київ: КНЕУ, 2005. 452с.
4. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений/ Пер. с англ. под ред. член-корр. РАН И.И. Елисеевой. Москва: Аудит, ЮНИТИ, 1997. 590 с.

Завдання до самостійного виконання:

Розв'язати графічним методом задачу лінійного програмування

1. $F = x_1 + x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ -4x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + 3x_2 \geq 9, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. $F = x_1 + x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ -5x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ 4x_1 + 6x_2 \geq 24, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3. $F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 16, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4. $F = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5. $F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4, \\ 6x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 + 5x_2 \geq 4, \\ 0 \leq x_1 \leq 3, \\ 0 \leq x_2 \leq 3. \end{cases}$$

6. $F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7. $F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 16, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

8. $F = -2x_1 + x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

9. $F = -3x_1 + 6x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ x_1 - 2x_2 \geq -4, \\ x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10. $F = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 2x_1 - x_2 \leq 10, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

11. $F = -2x_1 + x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ -3x_1 + 2x_2 \geq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

12. $F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 6, \\ 9x_1 + 8x_2 \leq 62, \\ -3x_1 + 11x_2 \geq 16, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

13. $F = x_1 + 4x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 \leq 29, \\ 50x_1 - 27x_2 \leq 180, \\ 5x_1 + 3x_2 \leq 31, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

14. $F = 5x_1 - 3x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \geq -6, \\ x_1 - x_2 \leq 4, \\ 4x_1 + 7x_2 \leq 28, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

15. $F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 14, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 9, \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 27, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

16. $F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ x_1 - 2x_2 \geq -4, \\ x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

17. $F = 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 8x_1 - 5x_2 \leq 16, \\ x_1 + 3x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + 7x_2 \leq 9, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

18. $F = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ -3x_1 + 2x_2 \geq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

19. $F = 3x_1 - 15x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 2x_1 + x_2 \geq 10, \\ -x_1 + 4x_2 \geq 0, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

20. $F = -31 + 8x_1 + 3x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq -2, \\ x_1 - 3x_2 \geq -9, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

21. $F = 3x_1 + 10x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 4x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

22. $F = -2x_1 - 2x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 6x_1 - x_2 \leq 11, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ 3x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

23. $F = x_1 + x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

24. $F = x_1 - 2x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

25. $F = x_1 + 3x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1, \\ 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

1.2 Системний підхід до вирішення проблем

1.2.1 Відмінність системного підходу від класичного індуктивного

При класичному підході побудова системи здійснюється шляхом переходу від часткового до загального. При цьому система утворюється шляхом з'єднання її компонентів, які створюються окремо. Системний підхід, навпаки, виходить із протилежного принципу. Система створюється послідовним цілеспрямованим переходом від загального до часткового. Її синтез підпорядковується висунутій меті, а досліджуваний об'єкт повністю виділяється з навколишнього середовища. Співвідношення між системою та навколишнім середовищем можуть бути різними залежно від мети дослідження й рівня, на якому знаходиться спостерігач. Відповідно, по-різному можуть відокремлюватися об'єкти дослідження (системи) з навколишнього середовища. При цьому до системи потрапляє різний набір елементів, інші складові загального комплексу залишаються за її межами, утворюючи навколишнє середовище [6].

Системний підхід спрямовує дослідника на розкриття цілісності аналізованого об'єкта й виявлення всіх його зв'язків. Методи та засоби дослідження, що використовуються при системному вивченні об'єктів, є досить універсальними й застосовуються до систем будь-якої природи.

Ще на початку ХХ століття (1911 – 1925) О.О. Богданов чітко визначив ідеї системного підходу, названого ним «організаційною точкою зору» до аналізу будь-якого явища. Він писав, що прийняти організаційну точку зору – означає вивчати будь-яку систему з погляду як відносин усіх її частин, так і відносини її як цілого із середовищем,

тобто з усіма зовнішніми системами. При цьому О.О. Богданов підкреслював універсалізм законів організації систем, який виявляється в тому, що вони є єдиними для будь-яких об'єктів, що найрізномірніші явища поєднуються загальними структурними зв'язками й закономірностями. Звідси випливає можливість універсальної постановки будь-яких завдань, у яких би різних галузях науки та практики вони не з'являлися. Яким би не

було завдання – практичним, пізнавальним, естетичним, воно складається з певної суми елементів. Сама ж його постановка залежить від того, що наявна комбінація цих елементів не задовольняє якусь особу чи колектив, що виступає в цьому випадку як діючий суб'єкт. Рішення зводиться до нового з'єднання елементів, що відповідає потребам того, хто вирішує, його цілям, приймається ним як доцільне.

Той факт, що в процесі свого розвитку наука породжувала спеціалізацію дисциплін, не суперечить сказаному вище, подібно до того, як декомпозиція складних систем з метою більш глибокого їх пізнання не суперечить необхідності подальшого узагальнення результатів і розгляду системи як єдиного цілого. Наука також використовує декомпозицію пізнавальних підходів (дисциплін), і при цьому в ній залишаються універсальні й узагальнюючі методології та теорії.

Системний підхід дає можливість створити своєрідний стандарт (універсальний механізм), що організовує всі якості проблеми в необхідний для її вирішення порядок. Така універсальна методологія аналізу та синтезу систем, іменована системним аналізом, є можливою й правомірною тому, що відбиває фактичні стани реального світу й відповідає принципу системності, який стверджує, що реальність існує тільки у формі систем. При цьому всі системи, проблеми й рішення в певному розумінні є однаковими.

Індуктивний підхід виходить з того, що фактори розглядаються по одному (один з факторів змінюють, а інші утримуються на фіксованому рівні) і з'ясовується їх вплив на поведінку та параметри системи. Потім досліджується одночасна дія декількох факторів по два, по три й більше разом. Але до яких комбінацій треба дійти, щоб одержати достовірний результат, невідомо.

Індуктивний підхід характерний для факторних аналізів, що не враховують системні ефекти складних об'єктів. Тому сферою їх правомірного застосування є прості системи, у яких, як згадувалося раніше, не виявляється чи дуже слабо виявляється властивість цілісності

(емерджентності). Однак на практиці це обмеження нерідко ігнорують і використовують факторний аналіз при дослідженні досить складних систем, що може призводити до істотних помилок.

1.2.2 Сутність та специфічні відмінності системного підходу до моделювання систем

Перейдемо тепер до з'ясування сутності та специфічних відмінностей системного підходу при моделюванні систем. Його використання при розробці моделі означає насамперед чітке й коректне визначення мети моделювання, тобто потрібність відповісти на запитання, для чого створюється модель реальної системи (оригіналу), хто нею буде користуватися й чого від неї можна очікувати. Далі під поставлену проблему створюється модель, що охоплює ті сторони реального об'єкта, які цікавлять дослідника. Набір елементів у моделі формується за критерієм участі: елемент обов'язково слід включити до моделі, якщо він бере участь у процесі функціонування об'єкта й має істотні зв'язки з іншими елементами, які є настільки важливими, що не включення елемента до моделі призведе до неможливості користування нею унаслідок того, що вона не відтворює реальний об'єкт (процес) у його характерних рисах.

Уся сукупність зв'язків між елементами системи, що відбиває процес їх взаємодії, є структурою системи, вивченню якої при системному підході приділяється велика увага. Інакше кажучи, структура системи – це її склад (набір компонентів і зв'язків). При цьому система вивчається у двох аспектах:

- організаційної структури, тобто набору компонентів (елементів та підсистем) і відносин між ними; це так зване зовнішнє пізнання системи;
- функціональної структури, коли система вивчається зсередини за складом її функцій.

У першому аспекті найбільш загальним є топологічний опис структури, що може бути строго формалізованим при використанні теорії графів.

Функціональний опис оцінює функції, які виконує система, тобто властивості, що дають змогу досягти поставленої мети, виражені у вигляді деяких характеристик елементів, підсистем або системи в цілому.

Реалізацію функцій у часі і пов'язаний з цим послідовний перехід системи з одного стану до іншого називають її функціонуванням. Якість функціонування вимірюється спеціально підібраними показниками – критеріями ефективності.

При системному підході систему розглядають як інтегроване ціле навіть тоді, коли в ній наявні відносно роз'єднані частини. Тому при розробці моделі насамперед потрібно подбати про головний показник цілісності – сформулювати ціль функціонування Ц об'єкта. Далі на основі вихідних даних Д, отриманих шляхом аналізу зовнішньої метасистеми, обмежень, що накладаються зверху на умови функціонування досліджуваного об'єкта, і висунутої цілі визначаються вихідні вимоги Т до моделі М. Виконуючи їх, ми приступаємо до формування відповідних підсистем П і елементів Е й з урахуванням установлених критеріїв КВ вибираємо складові нашої системи В.

Можна виділити дві основні стадії проектування моделей як послідовні кроки на шляху реалізації системного підходу:

Стадія макропроектування, на якій будують модель зовнішнього середовища, виявляють ресурси й обмеження для створення моделі об'єкта й вибирають саму модель та критерії, що дають змогу оцінити її адекватність реальній системі.

Стадія мікропроектування, на якій встановлюють основні характеристики розробленої раніше моделі, витрати часу й ресурсів на її доведення до необхідного рівня адекватності реальному об'єкту. Особливості мікропроектування залежать від типу обраної раніше моделі.

Мікро- і макроскопічна точки зору є на сьогодні загальноприйнятими при аналізі складних систем. Перша, подібно до мікропроекування, передбачає дослідження внутрішньої будови системи, її мікроструктури. Друга, навпаки, ігнорує детальну структуру, вивчаючи так звану макроскопічну поведінку системи як єдиного цілого, її макроструктуру. Системний підхід містить обидва ці погляди в діалектичному взаємозв'язку. Мікроскопічна точка зору є важливою для аналізу процесу, а макроскопічна – для прогнозування його кінцевого результату.

Розбіжності цих двох підходів можна простежити на прикладі роботи двох фахівців – фізіолога та психолога, які вивчають конкретну хвору людину. Фізіолога цікавлять внутрішні властивості організму людини. Досліджуючи окремий орган, наприклад, серце, він може вважати інші системи організму – легені, печінку, шлунок тощо – навколишнім середовищем. Але, щоб уникнути помилкового діагнозу, він має обстежити не тільки серце, а й інші органи, оскільки їх патологія може бути причиною його поганої роботи. Психолог не ігнорує повністю стан внутрішніх органів пацієнта, але головну увагу приділяє поведінці хворого в різних зовнішніх умовах. Тут середовищем виступає вже оточення людини (досліджуваної системи) у природі та суспільстві.

Очевидно, що для хворого найкращим є комплексне обстеження з позицій мікро- (фізіолог) і макроскопічного (психолог) аналізу. Воно й буде прикладом застосування системного підходу до лікування людини.

З метою реалізації системного підходу в лікувальній практиці у вищій школі введено дуже важливу вимогу до підготовки медиків – вони мають володіти методами діагностики й лікування людського організму як єдиного цілого. Це означає, що при лікуванні хворого треба розглядати хворобу як певний стан усього організму загалом. Однак цей важливий принцип використовується на практиці нечасто. Зрозуміло, подібної широти поглядів і розуміння природи явищ сьогодні бракує й в інших професіях. Звичайно, спеціалізація фахівців, причому глибока, є необхідною. Але вона обов'язково має поєднуватися з ґрунтовним

вивченням суміжних та інших, здавалося б, непричетних до підготовки фахівця наук, наприклад, гуманітарних у технічному вузі або природничих та технічних у гуманітарному. Таким чином, ніяк не можна обмежитися вузькою спеціалізацією на шкоду широкій панoramі поглядів фахівця. Бернард Шоу з цього приводу дуже правильно зауважив, що вузька спеціалізація в широкому значенні слова є не що інше, як широкий ідіотизм у вузькому значенні цього слова.

Вузькість професійної підготовки подібна до протоптування стежини в трясовині, це – навчання ремеслу, тактиці, але не сутності стратегії спеціальності. Коли у вступі підкреслювалася перевага «університетської» освіти над «інститутською», саме це й малося на увазі. Системний аналіз є тією дисципліною, яка корисно працює на виховання широти поглядів фахівця.

Трохи детальніше розглянемо макропроекування. Воно починається з формулювання проблеми, що містить у собі принаймні три основних етапи.

1. Визначення цілей створення системи й кола розв'язуваних нею завдань. Дуже важливо правильно й чітко сформулювати головну мету розробки нової системи. Адже поки немає мети, невідомо, що й в якому напрямі треба вирішувати. Як говорив Сенека, для корабля, що не знає, куди плисти, немає попутного вітру. Можна навести один з найбільш відомих прикладів неправильної постановки цілей при організації протиповітряної оборони англійських суден під час Другої світової війни. Досліджуючи ефективність установа на торгові судна зенітних гармат, англійські фахівці дійшли спочатку висновку про необхідність відмови від такого заходу, оскільки не забезпечувалося досягнення заданої цілі: знищення зенітним вогнем німецьких літаків, які майже не збивалися. Тому було прийнято рішення про передачу зенітних засобів із суден на берегові батареї. Унаслідок цього різко зросли втрати суден, що залишилися беззахисними. Добре, що вчасно зрозуміли й виправили помилку. Справжня ціль полягала в іншому: зенітні установки були

потрібні для захисту суден від прицільного бомбометання. Їх вогонь тільки лякав, але німці, боячись його, бомбили кораблі з великих висот і з набагато меншою точністю. Економія від скорочення втрат суден з надлишком перекрыла витрати на встановлення й обслуговування зенітних гармат на них.

Сьогоднішній приклад неправильної постановки цілі: при побудові нафтопроводу «Одеса – Броди» до загальної цілі не було включено необхідність поставки нафти до нього у відповідний час. Президент урочисто зварив «золотий стик», але нафтопровід і досі є порожнім.

2. Другий етап – опис факторів, що впливають на систему й підлягають обов'язковому врахуванню при її розробці, тобто тут треба виділити ті зв'язки із зовнішнім середовищем, які є найбільш істотними, і хоча б приблизно описати їх з використанням минулого досвіду, статистичних матеріалів, даних спеціально поставлених експериментів тощо.

3. Вибір показників (критеріїв) ефективності системи. Під цим розуміють узагальнені властивості системи, що характеризують ступінь її пристосованості до виконання поставлених завдань.

1.2.3 Методологічна особливість системного підходу

Звернемося до трохи іншого трактування системного підходу з більш загальних позицій. Із загальнофілософського погляду системний підхід – це напрям методології наукового пізнання й соціальної практики, в основі якого лежить вивчення об'єктів як систем. Методологічна специфіка системного підходу визначається тим, що він орієнтує дослідження на розкриття цілісності об'єкта й механізмів, що забезпечують, на виявлення різноманітних типів зв'язків складного об'єкта та зведення їх у загальну теоретичну картину.

Класичне питання «Що відбувається?» у системному аналізі замінено на питання: «Що нам *потрібно знати* про те, що відбувається?». Частини й ціле виступають у діалектичній єдності та взаємовизначеності.

Декомпозиція й композиція, аналіз і синтез, розкриття частин через ціле та цілого через частини – усе це є єдиним набором інструментів пізнання. З-поміж інших методологічних концепцій системний аналіз є найбільш близьким до природного людського мислення – гнучкого, неформального, різнопланового.

Системний підхід поєднує методи природничих наук, що базуються на експериментах, формальних логічних доведеннях та кількісних оцінках, з умоглядним методом, який спирається на образне сприйняття навколишнього світу та якісний синтез нових ідей.

У дослідженні будь-якої проблеми можна назвати декілька головних підпроблем (рис.1.4):

1. Виділення проблеми: врахувати усе, що потрібно, і відкинути усе, що не є необхідним.

2. Опис: описати єдиною мовою різноманітні за змістом об'єкти, явища й фактори.

3. Встановлення критеріїв: визначити, бажано кількісно, що значить «добре» і «погано» для порівняння альтернатив.

4. Ідеалізація: увести раціональну ідеалізацію проблеми, тобто спростити її до рівня, що дає змогу її вивчення й аналізу сучасними методами, застосування відомих моделей та алгоритмів і водночас не призводить до втрати істотних рис об'єкта дослідження.

5. Декомпозиція: знайти спосіб поділу цілого на частини, який не призведе до втрати властивостей цілого.

6. Композиція: знайти спосіб об'єднання частин у ціле, який не призведе до втрати істотних властивостей частин.

7. Розв'язання: знайти розв'язок проблеми.

Традиційно ці підпроблеми розглядаються як етапи вирішення проблеми, яке здійснюється в тій чи іншій, але строгій послідовності. Системний аналіз відмовляється від традиції поетапного розгляду та припускає, що послідовного обчислювального або іншого алгоритму розв'язування може не існувати.



Рисунок 1.4 – Схема системного підходу

На перший погляд вирішити відразу сім підпроблем складніше, ніж послідовно. Це так і є, але тільки за умови, що підпроблеми не залежать одна від одної. Якщо ж вони є взаємозалежними, то доведеться шукати для кожної множини розв’язків, а кожна з підпроблем, у свою чергу, може бути поділена на аналогічні сім частин. Потім підбирають такі з них, які б узгоджувалися між собою й були прийнятними для вирішення проблеми в цілому.

Саме ця необхідність спочатку вирішувати кожну з-поміж великої, а іноді нескінченної кількості підпроблем, а потім узгоджувати, часто навмання, отримані результати доводить, що спільне їх розв’язування є ефективнішим. У цьому разі взаємно обмежується область можливих розв’язків, на ранніх етапах відхиляється більшість безперспективних альтернатив. Подібне спрощення може бути більш значним, ніж ускладнення за рахунок роботи з усіма підпроблемами одночасно.

Звичайно, розв’язування складної проблеми з позицій системного підходу – справа сама по собі нелегка, особливо коли цей підхід реалізується повною мірою. На сьогодні на практиці системний підхід до вирішення проблем зазвичай зводиться до того, що кожен ланку, робота якої оптимізується, розглядають як частину іншої, більш великої системи та з’ясовують, як впливає робота цієї ланки на роботу останньої. Це

означає, що дослідження здійснюється ніби у два послідовних етапи: спочатку локальна оптимізація елемента (ланки), потім розгляд ланцюжка взаємодіючих елементів у складі надсистеми з перевіркою можливості реалізації знайденого локального оптимального розв'язку та його доцільності з погляду надсистеми. Тобто, оптимізуючи роботу однієї ланки складної системи, не можна забувати про зв'язки між різними рівнями ієрархії. Не можна виривати з ланцюга одну ланку й розглядати її, забуваючи про інші. Приймаючи часткове рішення з одного питання, необхідно знати всі прямі й непрямі, близькі за часом і віддалені його наслідки.

1.2.4 Лабораторна робота №2. Розв'язання задач лінійного програмування засобами електронних таблиць

Мета: Навчити розв'язувати задачу лінійного програмування засобами електронних таблиць.

Теоретичні відомості

Умова задачі. Для виробництва двох видів продукції А і В використовується два види ресурсів. Норми витрат ресурсів на кг продукції, а також прибуток від реалізації наводяться в таблиці:

Продукція	Норми витрат ресурсу на кг продукції, кг		Прибуток від реалізації кг продукції, грн
	I	II	
<i>A</i>	1	2	3
<i>B</i>	2	1	2
Обсяг ресурсу на складі, кг	6	8	

Відомо, що кількість кг продукції А повинна бути більшою за кількість кг продукції В принаймні на 1 кг. Кількість кг виготовленої продукції В не повинна перевищувати 2 кг. Знайти план випуску виробів А і В, що забезпечує найбільший прибуток від їх реалізації. У відповіді вказати найбільший прибуток.

Розв'язання. Побудуємо математичну модель задачі.

Нехай x_1 – кількість кг виготовленої продукції А, а x_2 – кількість кг виготовленої продукції В. Цільова функція має вигляд

$$F(x_1, x_2) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

Обмеження на ресурси мають вигляд:

$$x_1 + 2x_2 \leq 6,$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8.$$

Обмеження на кількість виготовленої продукції мають вигляд

$$x_1 + 1 \geq x_2, \text{ або } -x_1 + x_2 \leq 1,$$

$$x_2 \leq 2.$$

Добавляємо уявну умову невід'ємності змінних та отримаємо математичну модель. Знайти

$$F(x_1, x_2) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

за умов

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, & (1) \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, & (2) \\ -x_1 + x_2 \leq 1, & (3) \\ x_2 \leq 2, & (4) \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Побудуємо прями обмежень, для чого обчислимо координати точок перетину цих прямих з осями координат (рис. 1.5).

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 6 & (1) \\ 2x_1 + x_2 = 8 & (2) \\ -x_1 + x_2 = 1 & (3) \\ x_2 = 2 & (4). \end{cases}$$

$$(1) - \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 3 \end{cases}, \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 0 \end{cases}, (2) - \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 8 \end{cases}, \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 0 \end{cases}, (3) - \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 0 \end{cases}.$$

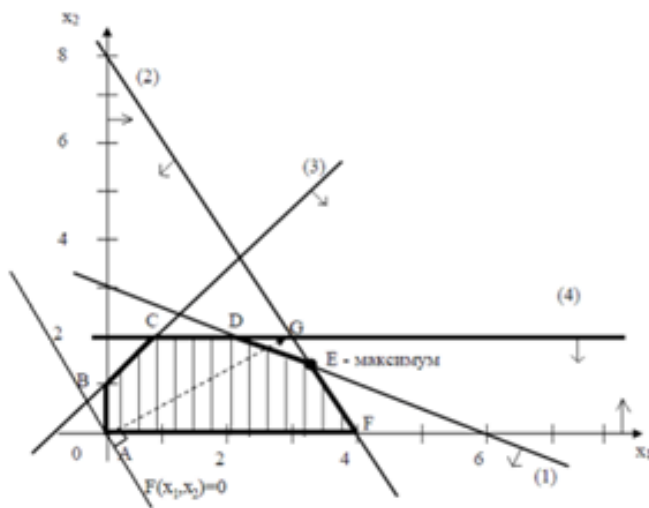
$$x_1 + 1 \geq x_2, \text{ або } -x_1 + x_2 \leq 1,$$

$$x_2 \leq 2.$$

Пряма (4) проходить через точку $x_2 = 2$ паралельно осі x_1 . Визначимо область допустимих розв'язків. Наприклад, підставимо точку $(0; 0)$ у вихідне обмеження (3), дістанемо $0 < 1$, що є істинною нерівністю, тому

стрілкою позначимо півплощину, що містить точку $(0; 0)$, тобто розташовану правіше і нижче прямої (3). Аналогічно визначимо допустимі півплощини для інших обмежень і вкажемо їх стрілками біля відповідних прямих обмежень. Загальною областю, дозволеною всіма обмеженнями, тобто областю допустимих розв'язків є багатокутник ABCDEF (рис. 1.5).

Будуємо градієнт G з точки $(0; 0)$ у точку $(3; 2)$, так як цільова функція лінійна і значення частинних похідних будуть дорівнювати значенням коефіцієнтів при керованих змінних цільової функції. Лінії рівня цільової функції завжди перпендикулярні до вектора G . Точка E – це остання вершина багатокутника допустимих розв'язків ABCDEF, через яку проходить лінія рівня цільової функції, рухаючись за напрямком вектора G . Тому E – це точка максимуму цільової функції. Визначимо координати точки E з системи рівнянь прямих обмежень (1) і (2) [18]:



$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 6 \\ 2x_1 + x_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{10}{3} \\ x_2 = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$E = \left(3\frac{1}{3}; 1\frac{1}{3} \right)$$

Рисунок. 1.5 – Графічний метод вирішення ЗЛП

Максимальне значення цільової функції дорівнює:

$$F^* = 3 \cdot \frac{10}{3} + 2 \cdot \frac{4}{3} = 12\frac{2}{3}$$

Розв'яжемо дану задачу за допомогою електронних таблиць Microsoft Excel, занесемо усю необхідну інформацію на аркуш Microsoft Excel (рис. 1.6).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	Цільова функція											
2	z=	3	x1	+	2	x2						
3	Обмеження											
4		1	x1	+	2	x2	< =		6		=B4*\$C\$12+E4*\$C\$13	
5		2	x1	+	1	x2	< =		8		=B5*\$C\$12+E5*\$C\$13	
6		-1	x1	+	1	x2	< =		1		=B6*\$C\$12+E6*\$C\$13	
7		0	x1	+	1	x2	< =		2		=B7*\$C\$12+E7*\$C\$13	
8						x1	> =		0			
9						x2	> =		0			
10	Результат											
11	z	=	=B2*C12+E2*C13									
12	x1	=	0									
13	x2	=	0									

Рисунок 1.6 – Вигляд вихідних даних задач з реалізованими формулами
Перед запуском Поиск решений маємо дані, які подано на рис. 1.7

C11		=B2*C12+E2*C13										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Цільова функція											
2	z=	3	x1	+	2	x2						
3	Обмеження											
4		1	x1	+	2	x2	< =		6		0	
5		2	x1	+	1	x2	< =		8		0	
6		-1	x1	+	1	x2	< =		1		0	
7		0	x1	+	1	x2	< =		2		0	
8						x1	> =		0			
9						x2	> =		0			
10	Результат											
11	z	=	0									
12	x1	=	0									
13	x2	=	0									
14												

Рисунок 1.7 – Вихідні дані

Запускаємо Поиск решений та заносимо усю необхідну інформацію, як показано на рис. 1.8. Отримаємо результат, який подано на рис. 1.9.

Рисунок 1.8 – Вікно Поиск решений

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Цільова функція										
2	$z = 3x_1 + 2x_2$										
3	Обмеження										
4	$1x_1 + 2x_2 \leq 6$ 6										
5	$2x_1 + 1x_2 \leq 8$ 8										
6	$-1x_1 + 1x_2 \leq 1$ -2										
7	$0x_1 + 1x_2 \leq 2$ 1,3										
8	$x_1 \geq 0$										
9	$x_2 \geq 0$										
10	Результат										
11	$z = 12,67$										
12	$x_1 = 3,33$										
13	$x_2 = 1,33$										
14											

Рисунок 1.9 – Результуючі дані

Таким чином, порівнявши отримані результати можна зробити висновок, що розв'язки співпадають. Відповідь: для того, щоб отримати максимальний прибуток у 12,67 грн необхідно виготовляти 3,33 кг продукту А та 1,33 кг продукту В [18].

Питання для самоконтролю:

1. За допомогою якої надбудови в електронних таблицях можна вирішувати задачі лінійного програмування?
2. Яким чином можна визначити обмеження під час вирішення ЗЛП за допомогою електронних таблиць?
3. Яким чином задати параметри максимізації у надбудові Пошук рішень?

Завдання для самостійного виконання:

Обрати варіант згідно з номером у списку. Скласти математичну модель задачі. Розв'язати її графічно та за допомогою електронних таблиць Microsoft Excel (без урахування умови цілочисловості). Порівняти отримані результати.

Формат звіту. Оформити у текстовому редакторі. Малюнки оформити у графічному редакторі та перенести у текстовий документ та додати

скріншоти результатів обчислень у табличному редакторі. Оформити в табличному редакторі результати обчислень. Звіт повинен мати, титульний лист (із зазначенням, навчального закладу, кафедри, номеру практичного заняття, теми, ПБ та шифр групи).

Варіант №1

Фінансовий консультант фірми «Н» консультує клієнта по оптимальному інвестиційним портфелем. Клієнт хоче вкласти кошти (не більше 25 000 грн.) В два найменування акцій великих підприємств в складі холдингу «Х».

Аналізуються акції цієї фірми «А» і «В». Ціни на акції: «А» - 5 грн. За акцію; «В» - 3 грн. За акцію.

Клієнт уточнив, що він хоче придбати максимум 6000 акцій обох найменувань, при цьому акцій одного з найменувань повинно бути не більше 5000 штук.

За оцінками «Х», прибуток від інвестицій в ці акції в наступному році складе: «А» - 1,1 грн .; «В» - 0,9 грн.

Завдання консультанта полягає в тому, щоб видати клієнту рекомендації щодо оптимізації прибутку від інвестицій.

Варіант №2

Господарству потрібно не більше 10 тритонних автомашин і не більше 8 п'ятитонних. Відпускна ціна автомашини першої марки 2 000 грн., другий марки 4 000 грн. Господарство може виділити для придбання машин 40 000 грн. скільки слід придбати автомашин кожної марки окремо, щоб їх загальна (сумарна) вантажопідйомність була максимальною. Побудувати економіко-математичну модель задачі, отримати рішення графічним методом.

Варіант №3

Деяка фірма випускає два набору добрив для газонів: звичайний і покращений. У звичайний набір входить 3 кг азотних, 4 кг фосфорних і 1 кг калійних добрив, а в покращений - 2 кг азотних, 6 кг фосфорних і 3 кг калійних добрив. Відомо, що для деякого газону потрібно, щонайменше, 10 кг азотних, 20 кг фосфорних і 7 кг калійних добрив. Звичайний набір коштує 3 грн., а поліпшений - 4 грн. Які і скільки наборів добрив потрібно купити, щоб забезпечити ефективне харчування ґрунту і мінімізувати вартість?

Варіант №4

Фермер для годування тварин використовує два види корму. У денному раціоні тваринного повинно міститися 6 одиниць поживної речовини А і не менше 12 одиниць поживної речовини В. Скільки потрібно витратити корму кожного виду щодня на одну тварину при мінімальних витратах? Використовуйте дані таблиці.

поживна речовина	Кількість поживних речовин в 1 кг корму	
	Вид I	Вид II
A	2	1
B	2	4
Ціна 1 кг корму (грн.)	0,2	0,3

Побудувати економіко-математичну модель задачі, дати необхідні коментарі до її елементів і отримати рішення графічним методом. Що відбудеться, якщо вирішувати задачу на максимум, і чому?

Варіант № 5

На наявних у фермера 400 га землі він планує посіяти кукурудзу і сою. Сівба та збирання кукурудзи вимагають на кожен гектар 200 грн. витрат, а сої - 100 грн. На покриття витрат, пов'язаних із сівбою і збиранням, фермер отримав позику в 60 тис. грн. Кожен гектар, засіяний кукурудзою, принесе

30 центнерів, а кожен гектар, засіяний соєю, - 60 центнерів. Фермер уклав договір на продаж, по якому кожен центнер кукурудзи принесе йому 3 грн., а кожен центнер сої – 6 грн. Однак згідно з цим договором фермер зобов'язаний зберігати прибране зерно протягом декількох місяців на складі, максимальна місткість якого дорівнює 21 тис. центнерів.

Фермеру хотілося б знати, скільки гектарів потрібно засіяти кожної з цих культур, щоб отримати максимальний прибуток.

Побудувати економіко-математичну модель задачі, дати необхідні коментарі до її елементів і отримати рішення графічним методом. Що відбудеться, якщо вирішувати задачу на мінімум, і чому?

Варіант №6

Продукція двох видів (фарба для внутрішніх і зовнішніх робіт) надходить в оптову продаж. Для виробництва фарб використовуються два вихідних продукту А і В. Максимально можливі добові запаси цих продуктів складають 6 і 8 тон, відповідно. Витрати продуктів А і В на 1 т відповідних фарб наведені в таблиці.

вихідний продукт	Витрата вихідних продуктів на тонну фарби, т		Максимально можливий запас, т
	Фарба Е для зовнішніх робіт	Фарба для внутрішніх робіт	
А	1	2	6
В	2	1	8

Вивчення ринку збуту показало, що добовий попит на фарбу для внутрішніх робіт ніколи не перевищує попиту на фарбу для зовнішніх робіт більш ніж на 1 т. Крім того, встановлено, що попит на фарбу для внутрішніх робіт ніколи не перевищує 2 т на добу. Оптові ціни однієї тони

фарби дорівнює 3000 грн. для фарби для зовнішніх робіт і 2000 грн. для фарби для внутрішніх робіт.

Яку кількість фарби кожного виду повинна виробляти фабрика, щоб дохід від реалізації продукції був максимальним?

Побудувати економіко-математичну модель задачі, дати необхідні коментарі до її елементів і отримати рішення графічним методом. Що станеться, якщо вирішувати задачу на мінімум і чому?

Варіант №7

Фірма виробляє два широко популярних безалкогольних напою - «А» і «В». Фірма може продати всю продукцію, яка буде вироблена. Однак, обсяг виробництва обмежений кількістю основного інгредієнта і виробничою потужністю наявного обладнання. Для виробництва 1 л «А» потрібно 0,02 год. роботи устаткування, а для виробництва 1 л «В» - 0,04 г. Витрата спеціального інгредієнта становить 0,01 кг і 0,04 кг на 1 л «А» і «В» відповідно. Щодня в розпорядженні фірми є 24 години часу роботи обладнання і 16 кг спеціального інгредієнта. Прибуток фірми становить 0,10 грн. за 1 л «А» і 0,30 грн. за 1 л «В». Скільки продукції кожного виду слід виробляти щодня, якщо мета фірми полягає в максимізації щоденного прибутку?

Побудувати економіко-математичну модель задачі, дати необхідні коментарі до її елементів і отримати рішення графічним методом. Що станеться, якщо вирішувати задачу на мінімум, і чому?

Варіант №8

Для годівлі великої рогатої худоби потрібно скласти добову дієту (раціон), що включає поживні речовини А, В, С (наприклад білки, кальцій і тощо: поживної речовини А не менше 1000 од., В - не менше 80 од., С - не менше 300 од. Ці поживні речовини не можуть бути дані в чистому вигляді, а містяться в кормах двох видів I і II (наприклад, в концентраті, силосі). Відомо вміст поживних речовин А, В, С (в од.) на 1 кг корму

кожного виду і собівартість кормів відповідно 4 і 3 грн .. за 1 кг. Крім того, добовий раціон повинен містити не більше 25 кг корму виду I і 20 кг корму виду II.

Поживні речовини	Вміст (на од.) в 1 кг корму вида		Мінімальна норма поживних речовин (од.)
	I – концентрат	II – Силос	
А (білок)	50	20	1000
В (кальцій)	2	4	80
С (фосфор)	15	10	300

Визначити, скільки кілограмів корму кожного виду треба взяти для складання добового раціону, щоб він був досить поживним і мав найменшу собівартість.

Варіант №9

Деяка фірма випускає два набору добрив для газонів: звичайний і покращений. У звичайний набір входить 5 кг азотних, 4 кг фосфорних і 1 кг калійних добрив, а в покращений - 4 кг азотних, 8 кг фосфорних і 3 кг калійних добрив. Відомо, що для деякого газону потрібно, щонайменше, 10 кг азотних, 30 кг фосфорних і 7 кг калійних добрив. Звичайний набір коштує 5 грн., а поліпшений - 6 грн. Які і скільки наборів добрив потрібно купити, щоб забезпечити ефективне харчування ґрунту і мінімізувати вартість?

Варіант №10

Фермер для годування тварин використовує два види корму. У денному раціоні тваринного повинно міститися 9 одиниць поживної речовини А і не менше 15 одиниць поживної речовини В. Скільки потрібно

витрачати корму кожного виду щодня на одну тварину при мінімальних витратах? Використовуйте дані таблиці.

Поживна речовина	Кількість поживних речовин в 1 кг корму	
	Вид I	Вид II
<i>A</i>	3	1
<i>B</i>	5	4
Ціна 1 кг корму (грн.)	0,2	0,3

Побудувати економіко-математичну модель задачі, дати необхідні коментарі до її елементів і отримати рішення графічним методом. Що відбудеться, якщо вирішувати задачу на максимум, і чому?

Варіант №11

На наявних у фермера 800 га землі він планує посіяти кукурудзу і сою. Сівба та збирання кукурудзи вимагають на кожен гектар 500 грн. витрат, а сої - 1000 грн. На покриття витрат, пов'язаних із сівбою і збиранням, фермер отримав позику в 100 тис. грн. Кожен гектар, засіяний кукурудзою, принесе 40 центнерів, а кожен гектар, засіяний соєю, - 80 центнерів. Фермер уклав договір на продаж, по якому кожен центнер кукурудзи принесе йому 3 грн., а кожен центнер сої – 6 грн. Однак згідно з цим договором фермер зобов'язаний зберігати прибране зерно протягом декількох місяців на складі, максимальна місткість якого дорівнює 30 тис. центнерів.

Фермеру хотілося б знати, скільки гектарів потрібно засіяти кожної з цих культур, щоб отримати максимальний прибуток.

Побудувати економіко-математичну модель задачі, дати необхідні коментарі до її елементів і отримати рішення графічним методом. Що відбудеться, якщо вирішувати задачу на мінімум, і чому?

Варіант №12

Продукція двох видів (фарба для внутрішніх і зовнішніх робіт) надходить в оптову продаж. Для виробництва фарб використовуються два вихідних продукту А і В. Максимально можливі добові запаси цих продуктів складають 8 і 10 тон, відповідно. Витрати продуктів А і В на 1 т відповідних фарб наведені в таблиці.

Вихідний продукт	Витрата вихідних продуктів на тонну фарби		Максимально можливий запас, т
	Фарба для зовнішніх робіт	Фарба для внутрішніх робіт	
А	1	3	8
В	3	2	10

Вивчення ринку збуту показало, що добовий попит на фарбу для внутрішніх робіт ніколи не перевищує попиту на фарбу для зовнішніх робіт більш ніж на 1 т. Крім того, встановлено, що попит на фарбу для внутрішніх робіт ніколи не перевищує 2 т на добу. Оптові ціни однієї тони фарби дорівнює 4000 грн. для фарби для зовнішніх робіт і 3000 грн. для фарби для внутрішніх робіт.

Яку кількість фарби кожного виду повинна виробляти фабрика, щоб дохід від реалізації продукції був максимальним?

Побудувати економіко-математичну модель задачі, дати необхідні коментарі до її елементів і отримати рішення графічним методом. Що станеться, якщо вирішувати задачу на мінімум і чому?

Варіант №13

Фірма виробляє два широко популярних безалкогольних напою - «А» і «В». Фірма може продати всю продукцію, яка буде вироблена. Однак, обсяг виробництва обмежений кількістю основного інгредієнта і виробничою потужністю наявного обладнання. Для виробництва 1 л «А» потрібно 0,05 год. роботи устаткування, а для виробництва 1 л «В» - 0,08 г.

Витрата спеціального інгредієнта становить 0,02 кг і 0,04 кг на 1 л «А» і «В» відповідно. Щодня в розпорядженні фірми є 24 години часу роботи обладнання і 20 кг спеціального інгредієнта. Прибуток фірми становить 0,20 грн. за 1 л «А» і 0,30 грн. за 1 л «В». Скільки продукції кожного виду слід виробляти щодня, якщо мета фірми полягає в максимізації щоденного прибутку?

Побудувати економіко-математичну модель задачі, дати необхідні коментарі до її елементів і отримати рішення графічним методом. Що станеться, якщо вирішувати задачу на мінімум, і чому?

Рекомендована література:

1. Гетманцев В.Д. Лінійна алгебра і лінійне програмування: навч. посіб. Київ: Либідь, 2001. 256с.
2. Івченко І.Ю. Математичне програмування: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2007. 232с.
3. Методичні вказівки з дисципліни «Оптимізаційні методи і моделі» до виконання лабораторної роботи за темою «Графічний метод розв'язання одноіндексних задач лінійного програмування» / уклад. Л.І. Коротка, Н.Ю. Науменко, Ю.А. Храпач. Дніпропетровськ: УДХТУ, 2012. 44 с.
4. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування. : навч. посіб. Київ: КНЕУ, 2005. 452с.

1.3 Основні фактори та операції системного аналізу

1.3.1 Формулювання цілі

Для системного аналізу характерна наявність певних типів стандартних операцій, виконання яких у визначеній послідовності дає можливість знайти оптимальний розв'язок проблеми. Основні операції системного аналізу утворюють своєрідні блоки з дотриманням такої логічної послідовності: формулювання цілі – шляхи її досягнення – потрібні ресурси.

Спочатку уточнимо зміст деяких понять, які будуть використовуватися надалі, а також розглянемо засоби визначення параметрів, які потрібні для здійснення системного аналізу.

Одним із найголовніших понять системного аналізу є ціль. Раніше ми визначали її як той стан системи, якого необхідно досягти, або результати, що нам хотілося б одержати. При цьому для особливо значних (стратегічних) проблем у ролі цілі може виступати результат, що є ідеальним і таким, якого людство ще не досягло, або ж результати, уже досягнуті (десь і колись), котрі бажано одержати знову чи зберегти.

Формулювання цілі для реальної системи у багатьох випадках буває дуже складним. Адже ціль має дати відповідь на багато важливих питань: для чого створюється система, чого можна очікувати від неї тощо? Головна трудність тут пов'язана з тим, що багато систем, ціль яких треба сформулювати, не підлягають формалізації. Особливо це характерно для соціальних, організаційних та економічних систем, формування й забезпечення розвитку яких потребує системного розгляду всіх підсистем, чіткого визначення місця та ролі кожної з них і того сукупного результату (цілі), що може бути отриманий як наслідок їх спільного функціонування. При цьому чим вищий ієрархічний рівень подібних систем, тим складнішими стають і вони самі, збільшується кількість різноманітних чинників, які необхідно враховувати при визначенні цілі. Водночас при переході до складніших систем усе більш вагомим може бути кінцевий результат. Тим відповідальнішим і важливішим стає вибір (формулювання) цілі.

Поряд із труднощами визначення цілі варто зазначити, що при підвищенні рівня управління виявляються й чинники, що сприятливо позначаються на цьому процесі. Це – зменшення кількості висунутих цілей (за рахунок об'єднання більш дрібних із них), використання колективного досвіду багатьох людей (обговорення, запрошення експертів тощо).

Ціль системи тісно пов'язана з терміном, який надається для її досягнення. Чим більша ціль, тим значніший потрібен термін, і навпаки. У зв'язку з цим розрізняють короткотермінові (тактичні) і довготермінові (стратегічні) цілі. При цьому перші можуть виступати як етапи досягнення других. Виділяючи із загального терміну більш дрібні відрізки часу, ми можемо відповідно розукрупнити ціль. Проте всі дрібні, або, інакше кажучи, проміжні цілі мають забезпечувати досягнення кінцевої, хоча поняття кінцевої та проміжних цілей є відносними. Досягнувши одну кінцеву ціль, ми ставимо іншу, а перша в цьому разі стає ніби проміжною – вже досягнутою.

Наприклад, студент, який тільки вступив до університету, може обрати за кінцеву ціль такий результат: отримати диплом бакалавра.

У цьому разі складання чергової сесії розглядається як проміжна ціль. Закінчивши 4 курси і переконавшись у своїх достатніх можливостях, він може поставити іншу ціль – одержання диплома магістра. Тоді одержання диплома бакалавра стає вже досягнутою проміжною ціллю.

1.3.2 Моделювання систем

Дослідження великих та складних систем пов'язано із значними труднощами. Пізнання невідомого через вже відоме охоплює методи аналогії та моделювання.

Аналогія. Припустимо, що існують деякі об'єкти А та В, що характеризуються однаковими властивостями: а, b, с, d, е. Припустимо, що у об'єкта А спостерігається властивість f. Метод аналогії передбачає, що й

об'єкт В має властивість f , хоча не спостерігається. Такий висновок не є повністю достовірним, має ймовірний характер.

Більш ефективним є метод моделювання.

Будь-які два об'єкта – O_1 та O_2 , що є предметами людської діяльності, завжди мають певну схожість та певні відмінності. Якщо O_1 та O_2 мають істотну схожість та неістотну відмінність, то можливим є дослідження важливих властивостей O_1 за допомогою O_2 .

O_1 – натура (оригінал);

O_2 – модель.

Заміщення об'єкта O_1 об'єктом O_2 для вивчення або фіксації важливіших властивостей O_1 за допомогою O_2 називається моделюванням.

Моделювання – це обов'язкова, неминуха дія у будь-якій цілеспрямованій діяльності, пронизує та організує її, є не частиною, а аспектом такої діяльності.

Схема процесу моделювання зображена на рис.1.10.

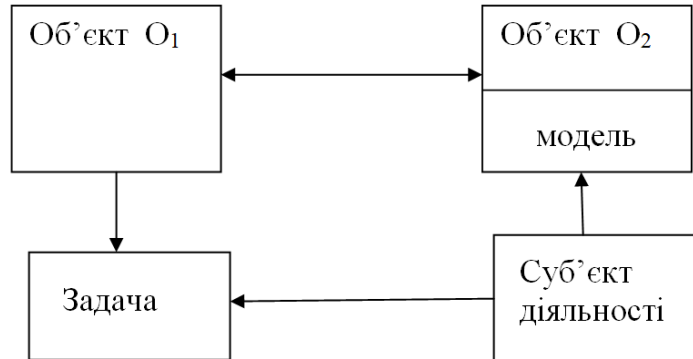


Рисунок 1.10 – Етапи моделювання

Поняття моделі є одним з фундаментальних. Втім воно зазнало значних змін.

Спочатку моделлю називали певний допоміжний засіб, об'єкт, що при певних ситуаціях заміщував інший об'єкт. Не відразу було зрозумілим універсальність законів природи, загальність моделювання, тобто не просто можливість, але й необхідність представлення будь-яких знань у вигляді моделей.

Древні філософи вважали неможливим моделювання природних процесів, оскільки вважали, що природні та штучні процеси підпорядковуються різним закономірностям. Вони припускали, що відобразити природу можливо тільки за допомогою логіки, спорічань, розсудів, тобто мовних моделей.

Через декілька сторіч виник девіз англійського Королівського наукового співтовариства – лозунг «Нічого словами!». Визнавались тільки висновки, що були підкріплені експериментально або математичними викладками. Таким чином, поняття «модель» відносилось тільки до матеріальних об'єктів.

Пізніше були з'ясовані модельні властивості креслень, малюнків, карт, тобто реальних об'єктів штучного походження, що втілювали абстракції високого рівня.

Наступний крок – визнання того, що моделями можуть бути не тільки реальні об'єкти, але ' ідеальні (абстрактні). Наприклад, математичні моделі.

Однією з головних операцій системного аналізу є моделювання систем.

Термін «модель» має велику кількість значень. Для системного аналізу моделі є важливими в якості інструментів пізнання. Тому приймемо таке визначення цього терміна. *Модель* – це матеріальний або ідеальний об'єкт, який у процесі дослідження заміщує об'єкт-оригінал так, що його безпосереднє вивчення дає нові знання про останній. Під *моделюванням* розуміємо процес побудови, вивчення й застосування моделей.

Моделювання – основа системного аналізу, його стрижень. По суті, весь аналіз ґрунтується на тестуванні в потрібному напрямі тих або інших моделей, а не самих реальних об'єктів.

Розвиток поняття моделі привів до появи таких двох визначень. Відповідно до *першого*, моделлю називають об'єкт, який у певних умовах може замінити об'єкт-оригінал, відтворюючи властивості і характеристики останнього, що цікавлять дослідника, маючи при цьому перед оригіналом істотні переваги зручності (наочність, легкість роботи з ним, доступність

досліджень тощо). Такі моделі називають фізичними, або предметними. Їх прикладами можуть служити моделі літаків, призначені для аеродинамічних іспитів, макети архітектурних споруд, еквівалентні електричні схеми напівпровідникових приладів тощо.

Інший підхід до поняття моделі пов'язаний з усвідомленням того, що ними можуть бути не тільки реальні, а й абстрактні об'єкти, зокрема математичні конструкції. У сучасній математичній теорії моделей говорять, що модель є результатом відображення однієї абстрактної математичної структури на іншу, також абстрактну, математичну структуру або результатом інтерпретації першої в термінах і образах другої.

Абстрактні моделі можуть бути словесними, графічними, логічними й математичними. Їх інакше називають ще знаковими моделями. Знаки можуть бути найрізноманітнішими за формою. Важливішим є не їх вигляд, а зміст, якого їм надають. Абстрактні моделі набули значного поширення в сучасній науці. Їх прикладами є рівняння, формули, схеми і т. д., що описують різні процеси й об'єкти. Зокрема: модель гармонійних коливань, модель процесу дисоціації води, модель молекули етилену.

Кожна з них, у свою чергу, може бути класифікована за рядом ознак. При цьому моделі кожного типу мають обмежене застосування. Модель – це не копія оригіналу, а лише відображення всього істотного з позицій *поставленої цілі*. Дві небезпеки загрожують досліднику, який створює модель.

1. Небезпека переускладнення – включення до моделі несуттєвих чинників, подробиць, які не впливають на результат. У цьому разі доречним є народний вислів, що за деревами не видно лісу. Зайві чинники в моделі не потрібні. Процес її створення в принципі подібний до роботи скульптора, який про своє мистецтво коротко сказав так: «Беремо брилу, відтинаємо все зайве й одержуємо потрібну фігуру».
2. Небезпека переспрощення, тобто виключення з розгляду факторів, що можуть суттєво змінити результат. За влучним висловом Р. Беллмана,

учений, подібно до прочанина, має йти прямою й вузькою стежкою між пастками переспрошення і болотом переускладнення.

Питання про доцільну міру подібності оригіналу й моделі не може бути вирішене шляхом застосування деякої універсальної методики. Вона залежить від характеру розв'язуваної за допомогою моделі конкретної проблеми. Немає сумніву в одному – модель перестає бути придатною для користування як у разі її *тотожності* з оригіналом, так і через *надмірну відмінність* від нього. Отже, вивчення цікавих для нас сторін об'єкта, що моделюється, реалізується в моделі за рахунок того, що в ній не відображаються інші сторони. Таким чином, будь-яка модель заміщає оригінал лише у строго обмеженому значенні. З цього постає можливість створення *багатьох спеціалізованих* моделей того самого досліджуваного об'єкта. Співвідношення між моделлю та оригіналом має бути ізоморфним або, точніше, гомоморфним, що відповідає подібності систем (оригіналу й моделі) у певному структурному чи функціональному аспекті, продиктованому характером розв'язуваної задачі.

Моделі систем, що дають змогу одержати ту або іншу узагальнену оцінку їх структури і (або) поведінки, крім відповідності загальновідомим вимогам, мають:

- бути достатньо *гнучкими*, для того щоб можна було додатково включати в них без докорінних змін раніше невраховані або нові чинники, тобто здійснювати модифікацію та вдосконалювання моделі;

- поєднувати універсалізм з можливостями відображення унікальних особливостей конкретних систем;

- припускати виділення частин моделі для розв'язання локальних задач, пов'язаних з підсистемами аналізованого об'єкта.

Моделі можуть бути статичними або динамічними. Перші відображають структуру оригіналу, а другі – його поведінку, функціонування. Наприклад, програма, що пасивно зберігається в пам'яті ПК, – це статична

модель, а та сама програма, запущена в роботу, є динамічною моделлю оригіналу.

Загальною особливістю всіх моделей є те, що будь-яка з них є цільовим відображенням оригіналу. Змінюючи ціль моделювання, ми маємо змінювати й модель, яка використовується. Наприклад, при описі руху навколо Сонця Земля може розглядатися як матеріальна точка. При вивченні закономірностей її будови та геологічних процесів застосовують моделі оболонкової структури Землі (ядро – мантія – літосфера – гідросфера – атмосфера). При вивченні кліматичних процесів і прогнозуванні погоди використовуються моделі, що враховують конвективні потоки в атмосфері, течії в океані, а також різницю між спадним потоком сонячної енергії та зворотнім, який визначається коефіцієнтом відбиття поверхні. Таким чином, може існувати безліч моделей того самого об'єкта чи процесу.

Залежно від цілі моделювання виділяють пізнавальні, прагматичні й чуттєві моделі. Вони відповідають теоретичним і практичним цілям.

Пізнавальні моделі є формою організації й подання знань, засобом поєднання нових знань з відомими. При виявленні розбіжностей між моделлю та реальністю виникає завдання їх усунення за допомогою зміни моделі. Основний зміст пізнавальної діяльності становить наближення до реальності моделей, що використовуються для її відображення.

Розглянемо приклади. При описі руху штучного супутника Землі першим наближенням можна вважати таку модель. Земля й супутник є матеріальними точками, що взаємодіють за законом всесвітнього тяжіння. Відстань між ними дорівнює відстані від супутника до центра Землі. Така модель дає змогу одержати задовільні оцінки критичних швидкостей (першу та другу космічні швидкості), зробити висновок про загальний вигляд траєкторії руху супутника. Однак його точну орбіту в рамках цієї моделі розрахувати неможливо. Для цього модель доповнюють урахуванням розмірів і форми Землі, її обертання навколо власної осі, неоднорідності

розподілу її густини, дії сил тертя на супутник, впливу гравітаційної взаємодії з Місяцем та інших факторів.

Прагматичні моделі є засобом управління, організації практичної діяльності людей, способом подання зразково правильних дій чи їх результатів. Таким чином, їх можна розглядати як робоче подання цілей. Використання прагматичних моделей полягає в тому, щоб при виявленні розбіжності між моделлю та реальністю спрямувати зусилля на наближення реальності до моделі. Основна різниця між прагматичними й пізнавальними моделями є такою. Пізнавальні моделі служать *відображенням існуючої реальності*. Прагматичні – відбивають наші уявлення про неіснуючу, але можливу й *бажану реальність*.

Прикладами прагматичних моделей можуть служити плани та програми дій, розклади, статuti, кодекси законів, алгоритми, шаблони, технологічні допуски тощо. Такі моделі будують на основі відомих пізнавальних моделей, а також цілей діяльності, що задаються. Нехай, наприклад, потрібно виконати розрахунок орбіти супутника, що запускається для виконання певного завдання. Таким завданням може бути спостереження за визначеною ділянкою поверхні Землі, забезпечення зв'язку між заданими абонентами, збір даних для прогнозування погоди й таке інше. У загальному випадку завдання може бути сформульоване як необхідність забезпечення прольоту супутника у заданий момент часу над заданими точками земної поверхні на заданій висоті. Розрахунок такої траєкторії потребує використання законів руху, гравітації й інших, котрі за своєю суттю є пізнавальними моделями.

Як уже вказувалося, розробка прагматичних моделей ґрунтується на застосуванні пізнавальних. Якщо пізнавальна модель неправильно відображає дійсність, то цілі створеної на її основі прагматичної моделі не зможуть бути досягнуті. З такими помилками ми часто зустрічаємося в суспільному житті. Закони, нормативні акти, проекти, статuti, розроблені на основі чийось суб'єктивних оцінок, групових ситуативних інтересів тощо, виявляються недієздатними. Свого часу рівень води в Каспійському морі почав помітно

знижуватися. Основною причиною цього багато фахівців вважали великі витрати води на потреби господарської діяльності людей у басейнах Волги та інших великих рік, що впадають у Каспійське море. Для ліквідації дефіциту води була почата розробка проектів перекидання в цей регіон частини стоків рік півночі Росії й Сибіру. Вартість цих проектів оцінювалася в кілька сотень мільярдів доларів. Незважаючи на заперечення екологів громадськості, на початку 80-х років минулого століття ці проекти було підготовлено до реалізації. Їх здійснення не почалося тільки через виникнення в цей період у Радянському Союзі серйозних економічних труднощів. Згодом рівень Каспійського моря почав різко підвищуватися й упродовж останніх років серйозно розглядається питання про можливість катастрофічних наслідків цього підйому для прибережних районів. Проведені в цей час геологічні дослідження показали, що протягом останнього тисячоліття рівень Каспійського моря не був постійним, а коливався в значних межах. Тобто основна причина змін його рівня, що спостерігаються, пов'язана з циклічними геологічними процесами, а не з господарською діяльністю.

Інший приклад. Наприкінці 70-х – на початку 80-х років минулого століття темпи економічного розвитку Радянського Союзу почали помітно знижуватися. Спочатку основною причиною кризи вважався низький рівень виробничої дисципліни. Однак вжиті урядом заходи щодо її зміцнення змогли дати лише короткочасний позитивний ефект. Пізніше було усвідомлено, що основними причинами кризи є невідповідність сформованих виробничих відносин рівню розвитку економіки, серйозні диспропорції між різними галузями економіки, надмірні витрати на оборону, що значно перевищували можливості державного бюджету. Низкою провідних фахівців було запропоновано змінити структуру економіки у бік збільшення частки товарів споживання та сфери послуг. На їх думку, це мало б поповнити бюджет реальними грошима та створити базу для економічного підйому. Незважаючи на те, що ряд авторитетних фахівців, зокрема А.І. Абалкін, попереджали, що структурна перебудова є несумісною з економічним зростанням, керівництво

СРСР на основі цих пропозицій прийняло рішення почати радикальну структурну перебудову економіки з одночасним прискоренням темпів економічного зростання. Реалізація цього рішення стала однією з основних причин розвалу економіки й наступного політичного розпаду СРСР.

Далеко не завжди можна розмежувати прагматичні та пізнавальні моделі. Наприклад, дитячі іграшки, географічні карти і т. п. у різних умовах можуть виконувати функції як прагматичних, так і пізнавальних моделей.

Чуттєві моделі служать для того, щоб задовольняти естетичні потреби людини (витвори мистецтва).

Питання. У чому полягає різниця між пізнавальними та прагматичними моделями? Що їх об'єднує?

Інший принцип класифікації моделей пов'язаний з їх поділом на статичні й динамічні. Статичні моделі характеризують конкретний стан об'єкта в заданий момент часу. Як правило, у них розглядають стійкі рівноважні чи стаціонарні стани систем, або такі нерівноважні нестаціонарні стани, що порівняно повільно змінюються з часом. Прикладами статичних моделей можуть служити кристалічні решітки твердих тіл, географічні карти, розклади руху поїздів, кваліфікаційні характеристики фахівців тощо.

Основні відмінності моделі від оригінала: скінченність, спрощеність, наближеність.

Модель *скінченна*, оскільки вона відображає оригінал за рахунок скінченності моделі, відображення тільки головних суттєвих властивостей та відношень, обмеженості засобів оперування з моделлю.

Спрощеність характеризує оригінал наближено. Цей аспект припускає якісну оцінку розбіжностей («більше - менше», «краще - гірше» та ін.).

З наближеністю моделі пов'язано поняття *адекватності*.

Модель, за допомогою якої успішно досягається мета, що поставлена, називається *адекватною до цієї мети*.

Адекватність моделі не гарантує вимогам повноти, точності та істинності моделі, але означає, що вони виконуються в тій мірі, що є достатньою для досягнення мети.

Спрощення й наближеність моделі є необхідними, неминучими, але цього достатньо для людської практики.

Між моделлю та оригіналом крім розбіжностей є схожість. Схожість виявляється в істинності моделі. Ступінь істинності моделі з'ясовується тільки в її практичному співвідношенні з оригіналом. Наприклад, хвильова та корпускулярна моделі електрону.

Схожість моделі та оригіналу залежать від сполучення істинного та помилкового в моделі. Крім безумовно істинного в моделі є умовно істинно (є вірним тільки при певних умовах), імовірно істинно (тобто умовно-істинно при невідомих умовах). Співвідношення між ними є невідомими, визначається тільки практикою.

В будь-якому випадку модель принципово блідніше оригіналу, це її фундаментальна властивість.

В процесі розробки моделі необхідно мати на увазі наступну схему:

Модель – є відображення:

- Для кого?
- Навіщо?
- Чого?
- Якими засобами?
- В якому середовищі?
- Якої якості?
- Яким способом?

1.3.3 Математичні моделі

З погляду системного аналізу найбільший інтерес мають математичні моделі. Їх побудова є центральним етапом дослідження чи проектування будь-якої системи. Створення математичної моделі є неформальною

процедурою. Модель повинна досить правильно відбивати досліджувану систему. Однак, з іншого боку, вона має бути зручною для практичного використання. Тому ступінь деталізації моделі й форма її подання залежать від цілей дослідження, а також *від самого дослідника*.

До основних *способів побудови математичних* моделей можна віднести такі:

- вивчення та формалізація емпіричних даних;
- одержання моделей, що описують окремі явища, з більш загальних змістовних і математичних моделей.

Одним з основних завдань наукового аналізу є розробка принципів відбору, що дають змогу виділяти реальні процеси з множини припустимих. Проблема математичного моделювання полягає в описі цих принципів у термінах та змінних, що найбільш повно характеризують об'єкт дослідження. Принципи відбору звужують множину припустимих процесів, виключаючи з неї ті, що не можуть бути реалізовані. Чим більш досконалою є модель, тим вужча множина процесів, що допускаються нею, і тим точнішим виявляється прогноз.

При описі *неживої матерії* основними принципами відбору є закони збереження енергії, імпульсу, моменту імпульсу, маси, електричного заряду тощо. Важливу роль відіграють також інші загальні закони фізики та хімії, а також різні початкові й межові умови.

На рівні *живої матерії* всі принципи відбору, справедливі для неживої, залишаються дійсними. Однак основні змінні при описі живих систем виявляються іншими. Зокрема, коли описуються співтовариства живих організмів, закони збереження енергії й речовини виражаються в термінах трофічних зв'язків – хто кого з'їсть і в якій кількості. Разом з тим при описі живих систем з'являються нові специфічні принципи відбору, що не використовуються для опису процесів у неживій природі. Це пов'язано з тим, що живій матерії властиві цілеспрямовані дії. Тому для пояснення явищ, які

спостерігаються, необхідно застосовувати поняття зворотного зв'язку та інформації.

При описі моделей суспільного рівня організації матерії зазвичай використовують економічну термінологію. Поширеними тут є балансові моделі, які базуються на законах збереження (балансових співвідношеннях) й описують потоки матерії (матеріальних цінностей, продуктів). Відмінною рисою суспільних систем є значно складніший характер зворотних зв'язків. Вони не є рефlekсами (тобто запрограмованими реакціями на зміну зовнішніх умов), а є невизначеними й багатозначними функціями.

У різних галузях людського знання математичні моделі відіграють різну роль. У фізиці, хімії, техніці їх побудова й аналіз є одним з основних методів дослідження та проектування. При вивченні екологічних і соціальних макросистем математичні моделі використовують сьогодні не стільки для одержання точних кількісних характеристик, скільки для оцінювання тенденцій розвитку систем, критичних умов їх існування.

Математична модель неминуче спрощує, схематизує реальне явище. Створену схему описують із застосуванням того або іншого математичного апарата. Тому чим краще буде підібрано тип математичної моделі, чим вона є адекватнішою своєму оригіналу, тим успішнішим і кориснішим буде її дослідження. Математична модель може виражатись сукупністю рівнянь, нерівностей, функціоналів, логічних умов та інших відношень, що відбивають взаємозв'язки й залежності основних характеристик системи, яка моделюється. Побудова математичної моделі здійснюється декількома етапами.

1. Змістовний опис функціонування системи – загальна характеристика системи, перелік та характеристика її компонентів, зв'язків між ними, вхідних та вихідних параметрів, роль та місце кожного компонента у функціонуванні системи, порядок і зміст окремих етапів функціонування тощо.

2. Створення операційної моделі системи – опис повного набору елементарних операцій, що становлять процес функціонування системи, їх

характеристик, а також логічних зв'язків між ними. Таку модель зручно подавати в графічному вигляді: сіткова модель, блок-схема тощо.

3. Перетворення операційної моделі на математичну, яка передбачає запис в аналітичній формі всіх співвідношень, логічних умов та інших відомостей, що містяться в операційній моделі.

Процес побудови моделі, зрозуміло, є дуже складним і трудомістким, оскільки до неї висувається ряд основних вимог, як-от:

- модель повною мірою має відповідати чітко поставленій цілі, інакше в ній можуть бути закладені помилкові передумови й у результаті можуть бути вироблені помилкові рішення;

- взаємозв'язки та взаємозалежності в математичній моделі мають бути виражені у формалізованому вигляді;

- у моделі слід закласти доцільну (виправдану) ступінь спрощення реального об'єкта;

- треба забезпечити необхідну надійність моделі;

- потрібно визначити межові умови застосування моделі.

Усі ці вимоги утворюють єдиний взаємозалежний комплекс, що забезпечує необхідну якість моделі й обґрунтованість вироблюваних рішень.

Крім прямого призначення – інструмента для визначення оптимального рішення, – моделі можна використовувати евристично, тобто як інструмент пошуку. На основі знань об'єкта будується його модель, створюючи яку дослідник розширює свій кругозір про сам об'єкт (оригінал), унаслідок чого виявляються нові стратегії, котрі часто приводять до отримання найбільш цінних результатів моделювання. При цьому не тільки дослідник покращує модель, а й вона його удосконалює. Створюючи модель, дослідник краще пізнає свою систему, виділяє її з навколишнього середовища, буде формальний опис і потім аналізує цю систему через поведінку моделі в різноманітних умовах, що накладаються характером задачі, фіксуючи зміну її властивостей і станів.

Процес побудови моделей має бути поєднаним з організацією комп'ютерних експериментів, проведених для одержання тих знань про систему, що не можуть отримуватися іншим шляхом.

Ефективне здійснення таких експериментів можливе при відповідному рівні розвитку технології моделювання, яка забезпечує можливість раціонального виконання на комп'ютері досліджень функціонування складних систем. Технологія комп'ютерного моделювання передбачає організацію дій дослідника на всіх етапах його роботи з моделями – від вивчення предметної області та виділення проблемної ситуації, що моделюється, до побудови й реалізації планів комп'ютерних експериментів для аналізу поведінки системи.

На завершення варто сказати декілька слів про автоматизацію проведення системного аналізу. У першу чергу, потрібно подбати про залучення ПК до побудови моделей системи. Для цього необхідно створити відповідні алгоритми моделювання. Їх розробка складається таких основних етапів.

1. Побудова моделі починається з вибору об'єктів і опису їх визначальних змінних. Для широкого кола традиційних задач цей процес у загальному випадку є більш простим, ніж сама розв'язувана задача. Він може реалізуватися майже автоматично за наявності у використовуваному програмному забезпеченні ПК усіх необхідних даних та алгоритмів для розв'язання задачі даного класу. Звичайно, це є можливим лише для добре досліджених задач.

2. Наступним етапом є виділення аналізованого об'єкта з його оточення. При цьому компоненти, що належать до зовнішнього середовища, замінюють їх впливами на аналізований об'єкт та впливами цього об'єкта на них.

3. Якщо будують нову модель, то виникає питання: чи зберігають основні змінні звичний зміст, чи потрібні уточнення, у тому числі експериментальні? Оскільки розв'язок задачі невідомий, то наявність

обґрунтувань і пояснень стосовно термінології ще не гарантує правильності вибору основних змінних моделі.

4. Далі необхідно задати відношення між обраними змінними. Спочатку вони можуть бути тільки внутрішніми, оскільки заздалегідь відомі обмеження на змінні й на сферу їх застосування. Необхідно з'ясувати, як саме з урахуванням внутрішніх особливостей змінних їх зручно й можливо використовувати в даній задачі, які змінні вважати незалежними, а які залежними.

5. Наступний етап побудови моделі більш звичний: задаються основні рівняння; обирається наближення, у якому вони записуються; перевіряється відповідність змінних і параметрів обраним рівнянням; проводиться, якщо в цьому є необхідність, корегування системи основних змінних на основі вимог рівнянь; з урахуванням рівнянь перевіряються межі доступних числових значень змінних і параметрів, що задовольняють передумови, які лежать в основі записаних рівнянь; задаються початкові та межові умови задачі. Перевіряється також, чи повністю система рівнянь описує задачу або, як говорять, чи є вона замкненою.

Сукупність перерахованих складових визначає процес створення моделі. З нього випливає, що модель для даної задачі стає правильною тільки після одного або декількох повторних повних її розв'язань та зіставлення їх результатів з експериментальними (емпіричними) даними, отриманими на реальному об'єкті за однакових вихідних умов.

Розглянутий процес створення моделей є одним із прикладів найважливішого напрямку інформатики, що отримав назву штучного інтелекту й пов'язаний з імітацією (відтворенням) на ПК окремих творчих процесів людини. При цьому машина не відтворює сутності процесів, що протікають у мозку людини (ці процеси все одно нам не відомі), а моделює тільки їх кінцевий результат. Наприклад, при грі в шахи людини й ПК спеціаліст, що спостерігає збоку й знає комп'ютерний алгоритм гри, може точно казати

наперед (за наявності достатнього часу), як піде в тій або іншій ситуації ПК, але він не в змозі однозначно вгадати, як ходитиме людина.

Розглянутий загалом процес системного моделювання достатньо добре опанований у тих галузях, у яких можуть бути використані чіткі закономірності, наприклад, у точних науках, де застосовуються відомі математичні моделі. Менш розвиненими є методи моделювання біологічних, екологічних та економічних систем. Ще менше – у гуманітарних та суспільних науках. Але й у цих галузях відомі певні вдалі спроби побудови моделей складних систем, зокрема, моделі Пелопоннеських війн, а також існують окремі сфери широкого застосування математичних моделей (математична лінгвістика та ін.). Втім, тут найчастіше використовують спеціальні методи формального опису – семантичні мережі, фрейми, продукційні системи, а також пов'язані з ними дедуктивні й індуктивні системи логічного висновку. Найбільш важливими є продукційні системи, у яких усі правила вкладаються у формулу «якщо – то», де ліва частина – ситуація, а права – дія; правила – це продукція, їх набір утворює базу знань. Інтенсивно розвиваються експертні системи штучного інтелекту та побудовані на їх основі так звані м'які (на відміну від жорстких, строго формалізованих) моделі. Синтез жорстких і м'яких моделей, перехід до так званих гібридних експертних систем підвищує ефективність баз знань, які є одним із головних компонентів інтелектуальних інтерфейсів, що забезпечують порозуміння людини та машини в процесі діалогу людською мовою.

1.3.4 Лабораторна робота №3. Аналіз чутливості в задачах лінійного програмування

Мета: Навчити проводити аналіз чутливості в задачах лінійного програмування.

Теоретичні відомості

Неминуче коливання значень таких економічних параметрів, як ціни на продукцію і сировину, запаси сировини, попит на ринку тощо, може призвести до не оптимальності або непридатності колишнього режиму роботи. Для обліку подібних ситуацій проводиться аналіз чутливості, тобто аналіз того, як можливі зміни параметрів початкової моделі вплинуть на отримане раніше оптимальне рішення задачі ЛП.

Для вирішення завдань аналізу чутливості обмеження лінійної моделі класифікуються наступним чином. **Зв'язуючи** обмеження проходять через оптимальну точку. **Незв'язуючи** обмеження не проходять через оптимальну точку. Аналогічно ресурс, що представляється зв'язує обмеженням, називають дефіцитним, а ресурс, що представляється незв'язуючим обмеженням – недефіцитним. Обмеження називають надлишковим в тому випадку, якщо його виключення не впливає на ОДР і, отже, на оптимальне рішення.

Виділяють наступні три завдання аналізу на чутливість:

1. Аналіз скорочення або збільшення ресурсів:

- на скільки можна збільшити запас дефіцитного ресурсу для поліпшення оптимального значення ЦФ?

- на скільки можна зменшити запас недефіцитних ресурсу при збереженні оптимального значення ЦФ?

2. Збільшення запасу якого з ресурсів найвигідніше?

3. Аналіз зміни коефіцієнтів ЦФ: який діапазон зміни коефіцієнтів ЦФ, при якому не змінюється оптимальне рішення?

Методика графічного аналізу чутливості оптимального рішення

Перше завдання аналізу на чутливість (аналіз на чутливість до правої частини обмежень)

Розглянемо на прикладі економічний зміст цих задач.

Приклад. Фабрика випускає два види продукції красок: перший – для зовнішніх, а другий – для внутрішніх робіт. Для виробництва красок використовуються два інгредієнти: А та В. Максимально можливі добові

запаси цих інгредієнтів складають 6 та 8 т відповідно. Відомі витрати А та В на 1 т відповідних красок (табл. 1.2). Вивчення ринку збуту показало, що добовий попит на краску 2-го виду ніколи не перевищує попиту на краску 1-го виду більше, ніж на 1 т. Крім того встановлено, що попит на краску 2-го виду ніколи не перевищує 2 т на добу. Оптові ціни однієї тони красок відповідно дорівнюють: 3 тис. грн для 1-го виду, 2 тис. грн для краски 2-го виду

Інгредієнти	Витрати інгредієнтів, <i>t інгр./t краски</i>		Прибуток від реалізації продукції, <i>грн</i>
	I	II	
<i>A</i>	1	2	3
<i>B</i>	2	1	2
Обсяг ресурсу на складі, <i>t</i>	6	8	

Проаналізуємо на чутливість оптимальний розв'язок задачі, яка представлена на рис. 1.11.

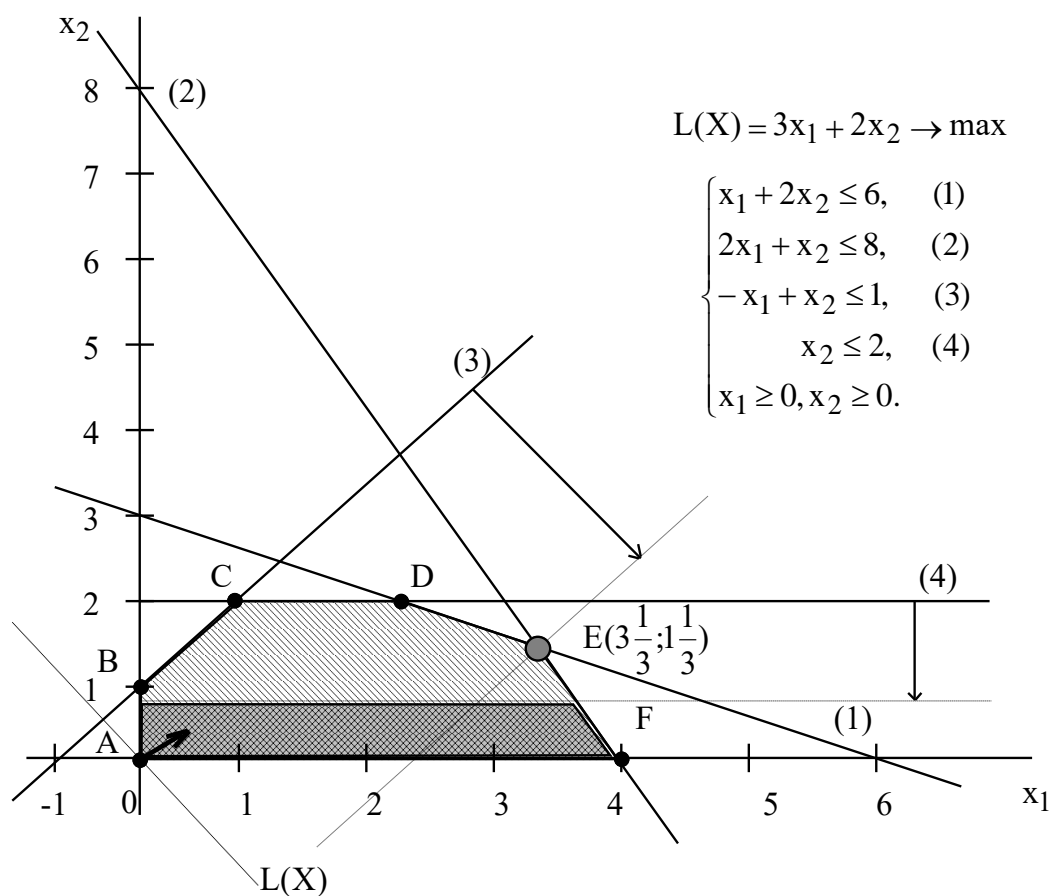


Рисунок 1.11 – Графічний розв'язок задачі

В оптимальній точці Е перетинаються прямі (1) і (2). Тому обмеження (1) і (2) є зв'язуючими, а відповідні їм ресурси (інгредієнти А і В) - дефіцитними. Розглянемо економічний зміст цих понять. Точка максимуму ЦФ Е відповідає добовому виробництву $3\frac{1}{3}$ т фарби 1-го виду и $1\frac{1}{3}$ т фарби 2-го виду. У виробництві фарб використовуються інгредієнти А і В. Добовий запас на складі інгредієнтів А і В - це праві частини зв'язуючих обмежень (1) і (2) (6 і 8 т Ингр. / Добу). Згідно з цими обмеженням, на виробництво в точці Е витрачається

$$1 \cdot 3\frac{1}{3} + 2 \cdot 1\frac{1}{3} = 6 \text{ [т ингр.А/сутки] (1) } \quad \text{и} \quad 2 \cdot 3\frac{1}{3} + 1 \cdot 1\frac{1}{3} = 8 \text{ [т ингр.В/сутки] (2).}$$

Таким чином, поняття "зв'язуюче обмеження" (1) і (2) означає, що при виробництві фарб в точці $E\left(3\frac{1}{3}; 1\frac{1}{3}\right)$ запаси інгредієнтів А і В витрачаються повністю і з цієї причини неможливо подальше нарощування виробництва. У цьому полягає економічний зміст поняття дефіцитності ресурсів, тобто якщо фірма зможе збільшити добові запаси інгредієнтів, то це дозволить збільшити випуск фарб. У зв'язку з цим виникає питання: до якого рівня доцільно збільшити запаси інгредієнтів і на скільки при цьому збільшиться *оптимальне* виробництво фарб?

Правило №1

Щоб графічно визначити максимальне збільшення запасу дефіцитного ресурсу, що викликає поліпшення оптимального рішення, необхідно пересувати відповідну пряму в напрямку поліпшення ЦФ до тих пір, поки це обмеження не стане надмірним.

При проходженні прямої (1) через точку К (рис.1.12) багатокутник АВСКФ стає ОДР, а обмеження (1) - надмірним. Дійсно, якщо видалити пряму (1), що проходить через точку К, то ОДР АВСКФ не зміниться. Точка К стає *оптимальною*, в цій точці обмеження (2) і (4) стають *зв'язуючими* [18].

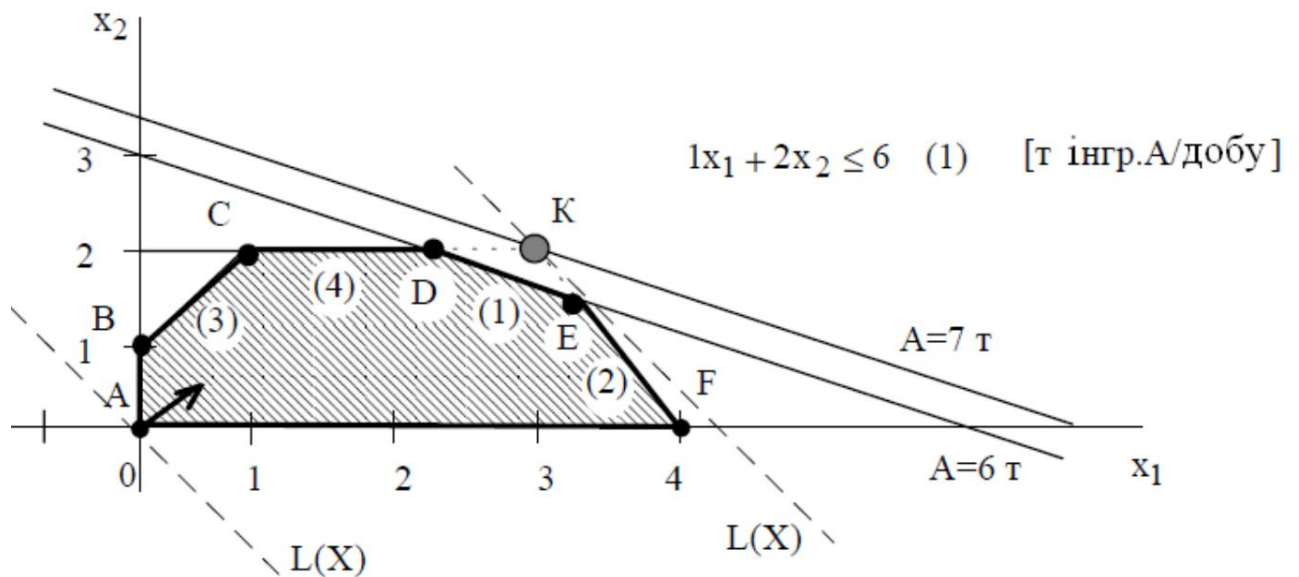


Рисунок 1.12 – Аналіз збільшення ресурсу А

Правило №2

Щоб чисельно визначити максимальну величину запасу дефіцитного ресурсу, що викликає поліпшення оптимального рішення, необхідно:

- 1) визначити координати точки $(x_1; x_2)$, в якій відповідне обмеження стає надмірним;
- 2) підставити координати $(x_1; x_2)$ в ліву частину відповідного обмеження.

Координати точки К (3; 2) знаходяться шляхом рішення системи рівнянь прямих (2) і (4). Тобто в цій точці фірма буде виробляти 3 т фарби 1-го виду і 2 т фарби 2-го виду. підставами $x_1 = 3$ и $x_2 = 2$ в ліву частину обмеження (1) і отримаємо максимально допустимий запас інгредієнта А.

$$x_1 + 2x_2 = 3 + 2 \cdot 2 = 7 \text{ [т інгр.А/добу].}$$

Подальше збільшення запасу інгредієнта А недоцільно, тому що це не змінить ОДР і не призведе до іншого оптимального рішення (див. Рис.1.12). Дохід від продажу фарб в обсязі, відповідному точці К, можна розрахувати, підставивши її координати (3, 2) в вираз ЦФ

$$3x_1 + 2x_2 = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 13 \text{ [тис.грн./добу].}$$

Розглянемо питання про доцільність збільшення запасу інгредієнта В. Згідно з правилом №1, відповідне обмеження (2) стає надлишковим в точці J, в якій перетинаються пряма (1) і вісь змінної (рис.1.13). Багатокутник ABCDJ стає ОДР, а точка J (6; 0) - оптимальним рішенням [18].

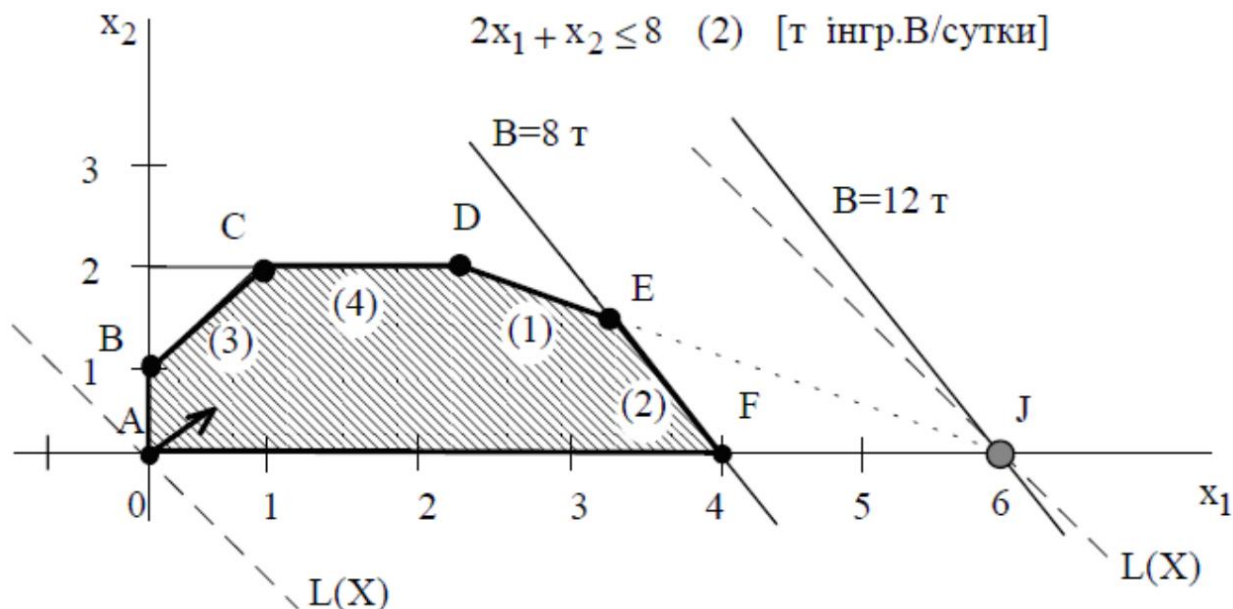


Рисунок 1.13 – Аналіз збільшення ресурсу В

У точці J вигідно виробляти тільки фарбу 1-го виду (6 т на добу). Дохід від продажу при цьому складе

$$3x_1 + 2x_2 = 3 \cdot 6 + 2 \cdot 0 = 18 \text{ [тис.грн./добу]}.$$

Щоб забезпечити такий режим роботи, згідно з правилом №2, запас інгредієнта В треба збільшити до величини

$$2x_1 + x_2 = 2 \cdot 6 + 0 = 12 \text{ [т інгр.В/добу]}.$$

Обмеження (3) і (4) є не зв'язуючими, тому що не проходять через оптимальну точку E (див. рис.1.13). Відповідні їм ресурси (попит на фарби) є недефіцитним. З економічної точки зору це означає, що в даний момент рівень попиту на фарби безпосередньо не визначає обсяги виробництва. Тому

деякі його коливання можуть ніяк не вплинути на оптимальний режим виробництва в точці Е.

Наприклад, збільшення (зменшення) попиту на фарбу 2-го виду буде відповідати переміщенню прямої обмеження $x_2 \leq 2$ (4) вгору (вниз). Переміщення прямої (4) вгору ніяк не може змінити точку Е максимуму ЦФ. Переміщення ж прямої (4) вниз не впливає на існуюче оптимальне рішення тільки до перетину з точкою Е (див. Правило №3). З рис.1.13 видно, що подальше переміщення (4) призведе до того, що точка Е буде за межами нової ОДР, виділеної більш темним кольором. Крім того, будь-який оптимальне рішення для цієї нової ОДР буде гірше точки Е.

Правило №3

Щоб визначити максимальне зменшення запасу недефіцитного ресурсу, яке не змінює оптимальне рішення, **необхідно** пересувати відповідну пряму до перетину з оптимальною точкою.

Правило №4

Щоб чисельно визначити мінімальну величину запасу недефіцитного ресурсу, що не змінює оптимальне рішення, **необхідно** підставити координати оптимальної точки в ліву частину відповідного обмеження.

Щоб з'ясувати, до яких меж падіння попиту на фарбу 2-го виду не вплине на виробництво в точці $E(3\frac{1}{3}; 1\frac{1}{3})$, використовуємо правило №4. Підставляємо в ліву частину обмеження (4) координати точки Е, отримуємо

$$x_2 = 1\frac{1}{3}.$$

Робимо висновок: граничний рівень, до якого може впасти попит на фарбу 2-го виду та при якому не зміниться оптимальність отриманого раніше рішення, дорівнює $1\frac{1}{3}$ т фарби на добу [18].

Економічний сенс обмеження (3)

$$-x_1 + x_2 \leq 1 \text{ [т фарби добу]}$$

в тому, що обсяг продажів фарби 2-го виду може перевищити обсяг продажів фарби 1-го виду максимум на 1 т. Подальше збільшення продажів фарби 2-го виду в порівнянні з фарбою 1-го виду графічно відобразиться переміщенням прямої (3) вліво і вгору, але ніяк не вплине на оптимальність точки E. Але якщо різниця попитів на фарбу 2-го і 1-го видів буде зменшуватися, то пряма (3) буде переміщатися нижче і правіше. Останнім положенням прямої (3), при якому точка E залишається оптимальною, є перетин з точкою E (см. рис.1.13).

Згідно з правилом №4, підставимо координати точки $E(3\frac{1}{3}; 1\frac{1}{3})$ в ліву частину обмеження (3)

$$-x_1 + x_2 = -3\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3} = -2 \text{ [т краски].}$$

Отримуємо, що різниця попитів на фарбу 2-го і 1-го виду в точці стала негативною. Тобто, проходження прямої (3) через точку E означає, що фарбу 2-го виду будуть купувати в меншому обсязі, ніж фарбу 1-го виду

$$x_1 - x_2 = 2 \text{ [т краски/сутки].}$$

Робимо висновок: максимальне перевищення попиту на фарбу 1-го виду над попитом на фарбу 2-го виду, при якому оптимальне рішення в точці E не зміниться, становить 2 т фарби на добу.

Результати вирішення першого завдання аналізу оптимального рішення на чутливість представлені в табл. 1.1

Таблиця 1.2

Результати аналізу ресурсів завдання

№	Тип ресурсу	Максимальне змінення ресурсу, $\max \Delta R_i$, т/добу	Максимальне змінення доходу, $\max \Delta L(X^*)$, тис.грн./сутки	Коштовність додаткової одиниці ресурсу $y_i = \frac{\max \Delta L(X^*)}{\max \Delta R_i}$,

				тис.грн./т
(1)	Дефіцитний	$7-6=+1$	$13-12\frac{2}{3}=+\frac{1}{3}$	$y_1 = \left[\frac{1}{3} / 1 \right] = \frac{1}{3}$
(2)	Дефіцитний	$12-8=+4$	$18-12\frac{2}{3}=+5\frac{1}{3}$	$y_2 = \left[5\frac{1}{3} / 4 \right] = 1\frac{1}{3}$
(3)	Недефіцитний	$-2-1= -3$	$12\frac{2}{3}-12\frac{2}{3}=0$	$y_3 = [0/(-3)] = 0$
(4)	Недефіцитний	$1\frac{1}{3}-2=-\frac{2}{3}$	$12\frac{2}{3}-12\frac{2}{3}=0$	$y_4 = \left[0 / \left(-\frac{2}{3} \right) \right] = 0$

Друге завдання аналізу на чутливість

Аналіз табл.3.1 показує, що до поліпшення оптимального рішення, тобто до збільшення добового доходу призводить збільшення дефіцитних ресурсів. Для визначення вигідності збільшення цих ресурсів використовують поняття цінності додаткової одиниці і-го ресурсу y_i

$$y_i = \frac{\max \Delta L(X^*)}{\max \Delta R_i},$$

де $\max \Delta L(X^*)$ – максимальне збільшення оптимального значення ЦФ; $\max \Delta R$ – максимально допустимий приріст обсягу і-го ресурсу.

Наприклад, з табл.1.1 випливає, що збільшення добового запасу інгредієнта А [обмеження (1)] на 1 т дозволить отримати додатковий дохід, рівний $y_1 = \frac{1}{3}$ тис.грн./добу, в той час як збільшення запасу В [обмеження (2)]

на 1 т принесе $y_2 = 1\frac{1}{3}$ тис.грн./добу. Недефіцитні ресурси мають нульові цінності, оскільки зміна цих ресурсів не призводить до збільшення доходу.

Висновок: додаткові вкладення в першу чергу необхідно направляти на збільшення ресурсу В, а лише потім на ресурс А. Змінювати недефіцитні ресурси немає необхідності [18].

Третє завдання аналізу на чутливість

Графічний аналіз допустимого діапазону зміни цін

Зміна цін на продукцію, тобто зміна коефіцієнтів ЦФ, представляється на графіку обертанням цільової прямої навколо оптимальної точки. Так, при збільшенні коефіцієнта ЦФ c_1 або зменшенні c_2 цільова пряма обертається за годинниковою стрілкою. При зменшенні c_1 або ж збільшенні c_2 цільова пряма обертається проти годинникової стрілки (рис.1.14).

При таких поворотах точка Е залишатиметься оптимальною до тих пір, поки нахил цільової прямої не вийде за межі, обумовлені нахилами прямих обмежень (1) і (2). Так, наприклад, якщо нахил цільової прямої співпаде з нахилом прямої (1), то оптимальним рішенням будуть точки відрізка DE.

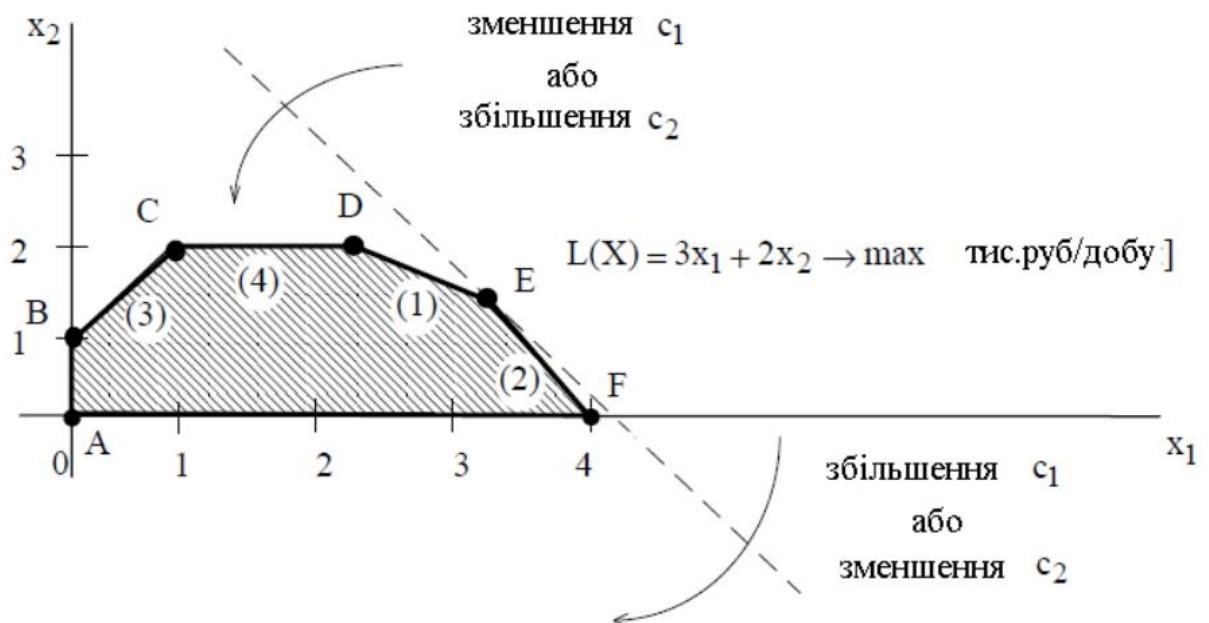


Рисунок 1.14 – Аналіз зміни цін

При збігу з прямою (2) оптимальним рішенням будуть точки відрізка EF. Якщо цільова пряма вийде за межі нахилу (1) або (2), то оптимальною точкою стане відповідно D або F.

Припустимо, що ціна на фарбу 2-го виду не змінюється, тобто зафіксуємо значення цільового коефіцієнта c_2 . Проаналізуємо графічно результати зміни значення цільового коефіцієнта c_1 , тобто ціни на фарбу 1-го виду. Оптимальний розв'язок в точці E не буде змінюватись при збільшенні c_1 до тих пір, поки цільова пряма не співпаде з прямою (2). Аналогічно, оптимальне рішення в точці E не буде змінюватись при зменшенні c_1 до тих пір, поки цільова пряма не співпаде з прямою (1).

Аналітичний пошук допустимого діапазону зміни цін

Збіг в процесі обертання цільової прямої з прямою обмеження означає, що кути їх нахилу щодо горизонтальної осі зрівнялися, а значить, стали рівні тангенси кутів нахилу цих прямих [18].

Правило №5

Щоб визначити межі допустимого діапазону зміни коефіцієнта ЦФ, наприклад $\min c_1$ та $\max c_1$, **необхідно** прирівняти тангенс кута нахилу цільової прямої $\operatorname{tg}\alpha_{\text{ЦФ}}$ по черзі до тангенсів кутів нахилу прямих зв'язуючих обмежень, наприклад $\operatorname{tg}\alpha_{(1)}$ та $\operatorname{tg}\alpha_{(2)}$ (рис.1.15 и 1.16).

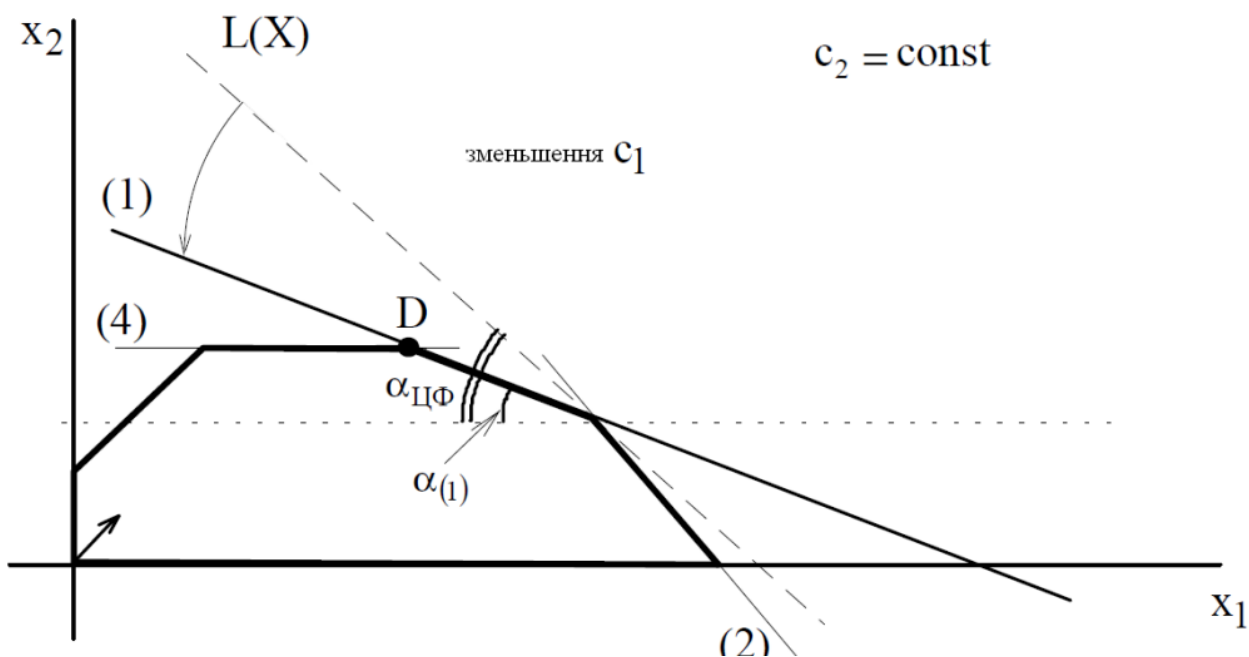


Рисунок 1.15 – Визначення $\min c_1$

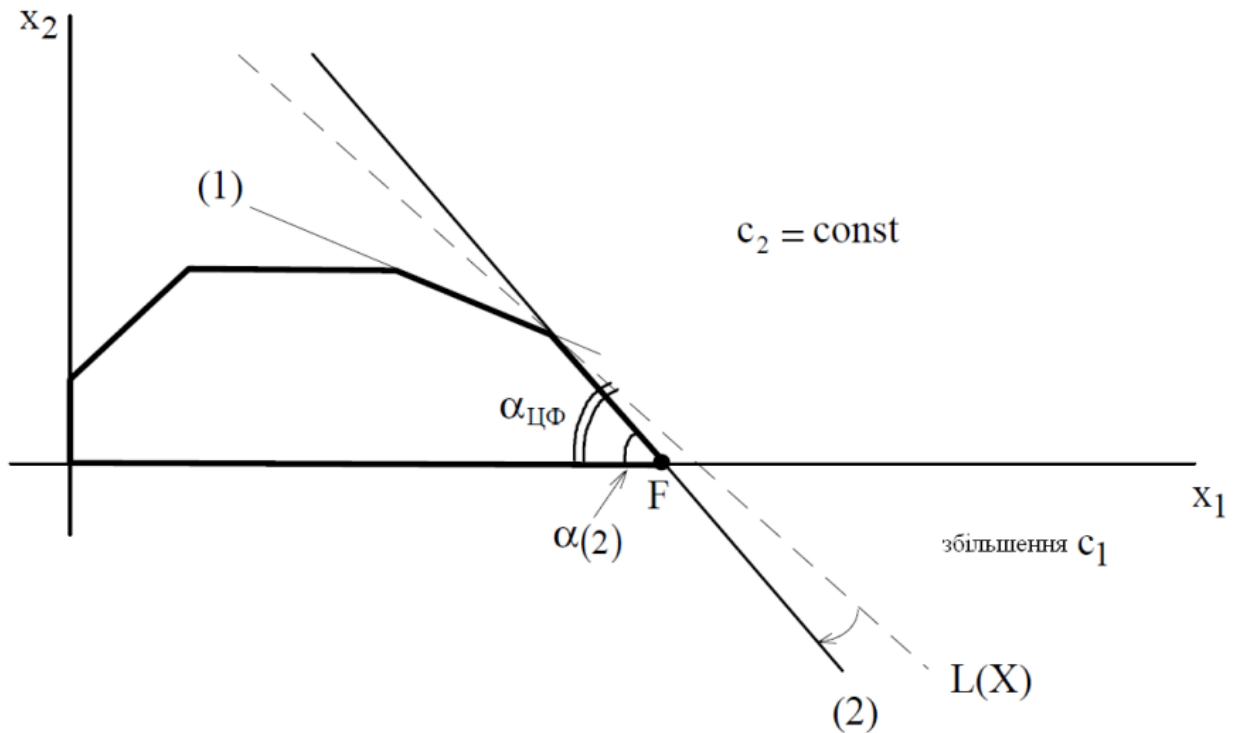


Рисунок 1.16 – Визначення $\max c_1$

Визначимо наскільки максимально може знизитися ціна на фарбу 1-го виду, не змінюючи оптимальну точку E. Для цього застосуємо правило №5 і формулу розрахунку тангенса кута нахилу прямої (рис.1.17).

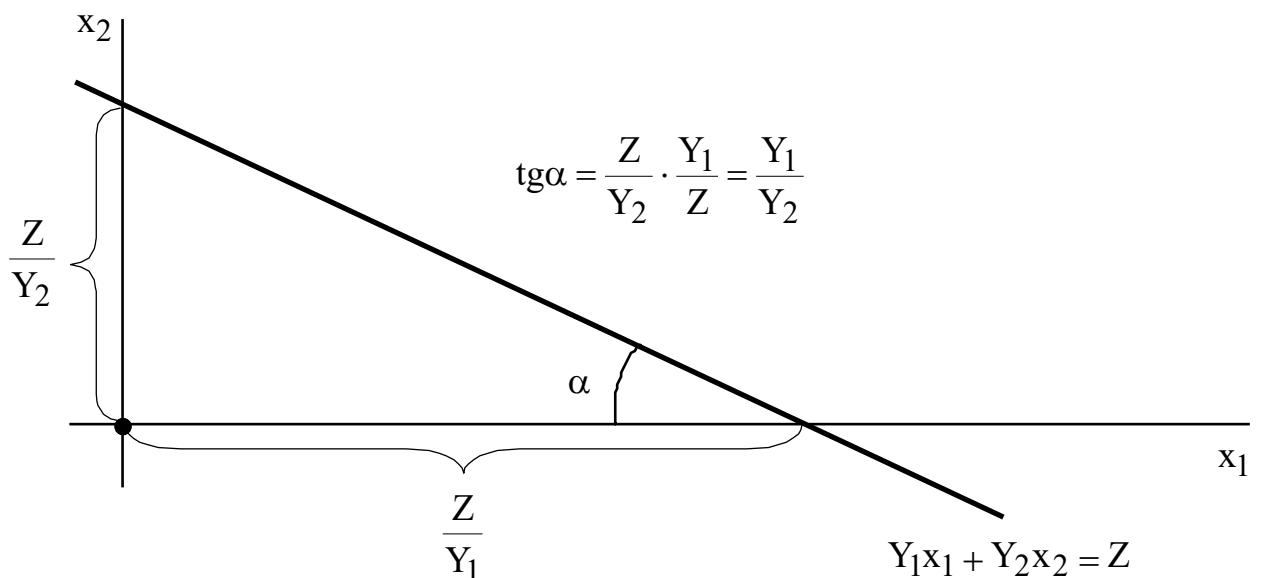


Рисунок 1.17 – Визначення тангенса кута нахилу $\operatorname{tg}\alpha$ прямої $Y_1x_1 + Y_2x_2 = Z$

Визначимо тангенси кутів нахилу:

1) цільової прямої $L(X) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$, враховуючи, що $c_2 = 2$ фіксовано

$$\operatorname{tg}\alpha_{\text{ЦФ}} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_1}{2};$$

2) зв'язуючого обмеження $x_1 + 2x_2 \leq 6$ (1)

$$\operatorname{tg}\alpha(1) = \frac{1}{2};$$

3) зв'язуючого обмеження $2x_1 + x_2 \leq 8$ (2)

$$\operatorname{tg}\alpha(2) = \frac{2}{1} = 2.$$

для знаходження $\min c_1$ цільова пряма повинна збігтися з прямою (1) (див. рис.1.15):

$$\operatorname{tg}\alpha_{\text{ЦФ}} = \operatorname{tg}\alpha(1);$$

$$\frac{c_1}{2} = \frac{1}{2};$$

$$\min c_1 = 1 \text{ [тис.грн./т]}.$$

для знаходження $\max c_1$ цільова пряма повинна збігтися з прямою (2) (див. рис.1.16):

$$\operatorname{tg}\alpha_{\text{ЦФ}} = \operatorname{tg}\alpha(2);$$

$$\frac{c_1}{2} = 2;$$

$$\max c_1 = 4 \text{ [тис.грн./т]}.$$

Таким чином, якщо ціни на фарбу першого виду будуть коливатися в межах $1 < c_1 < 4$ тис. грн./т, то оптимальне рішення задачі не зміниться.

З наведених вище розрахунків та графічної їх ілюстрації слід, що якщо ціна на фарбу першого виду стане менше 1 тис.грн. / Т ($c_1 < 1$), то найбільш вигідним буде виробництво фарб в точці D (див. Рис.1.14). При цьому загальне споживання інгредієнта В знизиться, що призведе до його недефіцитності [ресурс (2)], а дефіцитними будуть ресурси (1) і (4) [18].

Питання для самоконтролю:

1. Які задачі вирішується під час аналізу на чутливість оптимального розв'язку?
2. Що розуміють під зв'язуючими та незв'язуючими обмеженнями?
3. Що необхідно зробити, що графічно визначити максимальне збільшення запасу дефіцитного ресурсу, що викликає поліпшення оптимального рішення?
4. Що необхідно зробити, Щоб чисельно визначити максимальну величину запасу дефіцитного ресурсу, що викликає поліпшення оптимального рішення?
5. Розкрийте особливості графічного аналізу допустимого діапазону зміни цін.

Завдання для самостійного виконання:

Проаналізувати на чутливість оптимальний розв'язок задачі, яку Ви вирішували на практичному занятті №1, згідно свого варіанту.

Рекомендована література:

1. Алесинская Т.В. Учебное пособие по решению задач по курсу "Экономико-математические методы и модели". Таганрог, ЮФУ, 2013. 151 с.
2. Гетманцев В.Д. Лінійна алгебра і лінійне програмування: навч. посіб. Київ: Либідь, 2001. 256с.
3. Івченко І.Ю. Математичне програмування: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2007. 232с.
4. Методичні вказівки з дисципліни «Оптимізаційні методи і моделі» до виконання лабораторної роботи за темою «Графічний метод розв'язання одноіндексних задач лінійного програмування» / уклад. Л.І. Коротка, Н.Ю. Науменко, Ю.А. Храпач. Дніпропетровськ: УДХТУ, 2012. 44 с.
5. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування : навч. посіб. Київ: КНЕУ, 2005. 452с.

1.4 Принципи та структура системного аналізу

1.4.1 Роль принципів системного аналізу

Універсальної методики проведення системного аналізу не існує. Але є певні підходи та принципи, якими слід керуватися при його здійсненні. Загальним для всіх методик системного аналізу є визначення закону функціонування системи, формування кількох моделей її структури та структури (декількох альтернативних алгоритмів, що реалізують знайдений закон функціонування) і вибір найкращого варіанта, що втілюється шляхом розв'язання задач композиції, аналізу й синтезу досліджуваної системи.

Основні принципи системного аналізу є узагальненням досвіду роботи фахівців з дослідження та розробки складних систем. Найчастіше до них відносять принципи кінцевої мети, масштабу, еквіфінальності, єдності, зв'язності, модульної побудови, ієрархії, функціональності, розвитку, децентралізації, невизначеності. Розглянемо їх більш детально.

1.4.2 Основні принципи системного аналізу

Принцип кінцевої мети: абсолютний пріоритет кінцевої (загальної, глобальної) цілі над проміжними цілями, цілями підсистем тощо. Принцип містить декілька правил:

- для проведення системного аналізу необхідно сформулювати мету дослідження; вона не може бути розпливчастою чи неповно визначеною, оскільки в таких випадках висновки не будуть правильними;
- аналіз слід здійснювати на основі першочергового уявлення про кінцеву ціль досліджуваної системи; це дає змогу визначити основні суттєві властивості системи, показники якості та критерії оцінки;
- при синтезі систем будь-яка спроба зміни чи удосконалення має оцінюватись з позиції того, допомагає чи перешкоджає вона досягненню кінцевої цілі;
- ціль функціонування штучної системи задається, як правило, системою, у якій досліджувана система є складовою частиною.

Принцип масштабу. Якість функціонування системи можна оцінювати лише стосовно системи більш високого рівня ієрархії. Тобто для визначення ефективності функціонування системи треба представити її як частину більш загальної системи й проводити оцінювання її зовнішніх властивостей з врахуванням цілей і завдань мета системи.

Принцип еквіфінальності. Система може при різних початкових умовах та різними шляхами досягти потрібного кінцевого стану, що не залежить від часу й визначається виключно власними характеристиками системи (це є формою стійкості стосовно початкових та межових умов).

Принцип єдності передбачає одночасний розгляд системи як цілого та як сукупності частин (елементів). Її розподіл на складові частини слід здійснювати зі збереженням цілісних уявлень про систему.

Принцип зв'язності. Розгляд будь-якої частини системи потрібно проводити з урахуванням її зв'язків з іншими елементами системи та зовнішнього середовища, а саму систему слід розглядати як частину (підсистему, елемент) більшої системи (надсистеми, метасистеми).

Принцип модульної побудови. У багатьох випадках систему доцільно розглядати як сукупність взаємопов'язаних модулів, які можна вважати моделями її компонентів (підсистем та елементів).

Принцип ієрархії. При побудові моделі системи доцільним є введення ієрархії її частин та їх ранжування, що спрощує розробку системи та встановлює порядок розгляду частин.

Принцип функціональності. Доцільно розглядати структуру та функції системи сумісно, віддаючи при цьому перевагу функціям над структурою. Згідно з цим принципом, будь-яка структура тісно пов'язана з функціями системи та її частин. У разі надання системі нових функцій слід перевіряти відповідність їм структури та за необхідністю переглядати цю структуру. Оскільки виконання функцій є процесом, то потрібно розглядати процеси, функції, структури окремо. У свою чергу, дослідження процесів зводяться до аналізу потоків різних видів – матеріальних, енергетичних, інформаційних,

зміни станів тощо. З цієї точки зору структура є множиною обмежень на потоки в просторі й часі.

Принцип розвитку передбачає врахування мінливості системи, її здатності до розвитку, адаптації, розширення, заміни частин, накопичування інформації. Зазвичай розширення функцій має здійснюватись за рахунок введення нових компонентів, які узгоджуються з тими, що вже є в системі. З іншого боку, при аналіз принципу розвитку орієнтує на необхідність зважання на передісторію системи та тенденції, що існують у даний час, для розкриття закономірностей її функціонування.

Одним з засобів урахування цього принципу розробниками є розгляд системи з прийняттям до уваги її життєвого циклу. Умовними фазами життєвого циклу досліджуваної системи можуть бути проектування, виготовлення, введення в експлуатацію, експлуатація, нарощування можливостей (модернізація), виведення з експлуатації (заміна), знищення.

В окремих галузях цей принцип називають принципом змінюваності (історичності) або відкритості. Для того, щоб система функціонувала, вона має змінюватись, взаємодіяти із зовнішнім середовищем.

Принцип децентралізації передбачає поєднання у складних системах централізованого та децентралізованого управління за умови, що ступінь централізації має бути мінімальним, таким, що забезпечує досягнення поставленої цілі.

Недоліком децентралізованого управління у великих системах є збільшення часу адаптації системи, який суттєво впливає на її функціонування у швидкозмінних середовищах. Те, що в централізованих системах можна зробити за короткий час, у децентралізованій системі буде здійснюватись досить повільно.

Основним недоліком централізованого управління є його складність через великий потік інформації, яка підлягає переробці у вищій системі. Тому в складних системах зазвичай присутні кілька рівнів управління.

У складних технічних, соціально-економічних та організаційних системах співвідношення між централізованим і децентралізованим управлінням є значно складнішим. Це пов'язано, у першу чергу, з невизначеністю результатів тих чи інших управлінських впливів і, відповідно, можливою неадекватністю централізованого управління цілям та завданням системи. У таких випадках централізоване управління може призводити до руйнування системи. Прикладами є аварія на Чорнобильській АЕС, розпад СРСР тощо.

Принцип невизначеності. Невизначеності й випадковості в системі необхідно враховувати. Принцип стверджує, що можна мати справу з системою, у якій структура, функціонування чи зовнішні впливи не є повністю визначеними.

Складні відкриті системи не підкоряються ймовірнісним законам. Це пов'язано з їх унікальністю (як правило, вони існують в одному чи кількох екземплярах), а також унікальністю умов їх існування (однакові або подібні системи функціонують у різних середовищах). У таких системах можна розглядати «найгірші» ситуації. Цей метод зазвичай називають визначенням гарантовано отриманого результату.

За наявності інформації про ймовірнісні характеристики випадкових параметрів (математичне сподівання, дисперсія тощо) можна з'ясувати ймовірнісні характеристики відмов системи.

Перераховані принципи мають дуже великий ступінь загальності. Для безпосереднього застосування дослідник має наповнити їх конкретним змістом стосовно об'єкта дослідження. Така інтерпретація може привести до обґрунтованого висновку про незначущість якогось принципу в тій чи іншій конкретній ситуації. Але на початкових етапах здійснення системного аналізу їх урахування є необхідним.

Крім зазначених принципів системного аналізу деякі автори визначають ще наступні принципи, що є за суттю ті, що розглянуті, але відрізняються назвами.

1.4.3 Додаткові принципи системного аналізу

Цілісність - дозволяє розглядати одночасно систему як єдине ціле і в той же час як підсистему для систем вищих рівнів (за суттю - принцип єдності).

Ієрархічність будови - означає наявність безлічі (принаймні, двох) елементів, розташованих на основі підкорення елементів нижчого рівня елементам вищого рівня (рис.1.18). Реалізація цього принципу добре видно на прикладі будь-якої конкретної організації. Як відомо, будь-яка організація є взаємодією двох підсистем: управляючої і керованої. Одна підкоряється іншій. (За суттю – принцип ієрархії).

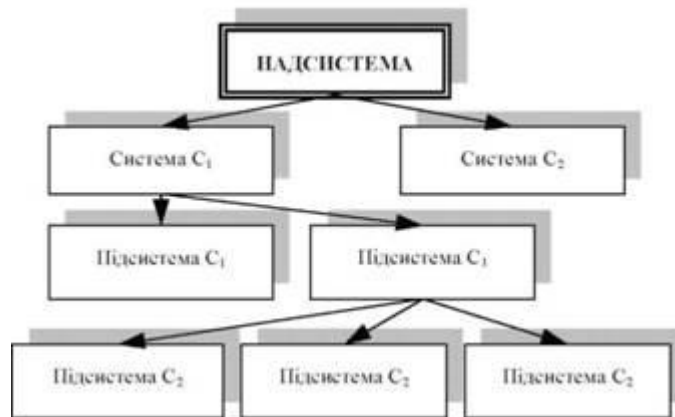


Рисунок 1.18 – Приклад ієрархічної структури

Структуризація - дозволяє аналізувати елементи системи і їх взаємозв'язки в рамках конкретної організаційної структури. Як правило, процес функціонування системи обумовлений не стільки властивостями її окремих елементів, скільки властивостями самої структури. (За суттю – принцип модульної побудови).

Множинність - дозволяє використовувати безліч кібернетичних, економічних і математичних моделей для опису окремих елементів і системи в цілому.

Системність – властивість об'єкту володіти усіма ознаками системи. Терміни теорія систем і системний аналіз, не дивлячись на період більше 60 років їх використання, все ще не знайшли загальноприйнятого – стандартного тлумачення.

Запропоновані варіанти загальних системних концепцій будуються на різних передумовах і відрізняються різноманітністю засобів, що використовуються. Саме факт висунення цих концепцій перетворив системний підхід на наукову реальність. Відсутність єдиної загальноприйнятої теорії систем не перешкоджає використовувати системний підхід як наукову реальність.

Висновок з історії виникнення та розвитку системного аналізу – для виникнення та розвитку системних теорій та понять були об'єктивні причини: такі теорії не могли не виникнути, вони і сьогодні розвиваються і ми є свідками подальшого етапу їх розвитку.

1.4.4 Лабораторна робота №4. Приклади математичного моделювання

Мета: Сформувати вміння математичного моделювання на прикладі моделювання біологічних процесів.

Завдання: Моделювання біологічних процесів (біоритмів) людини.

Теоретичні відомості

I етап. Постановка задачі

Опис завдання.

Людина – один з найцікавіших, складніших і доступніших об'єктів дослідження. Уперше термін «екологія людини» з'явився в 1921 р. в працях американських дослідників Р. Е. Парка і Э.В. Берджеса, які використовували його в соціологічних дослідженнях. Екологія людини - це наука, що вивчає закономірності взаємодії людини як біосоціальної істоти із складним багатокомпонентним навколишнім світом, з динамічним, постійно таким, що ускладнюється місцем існування, проблеми збереження і зміцнення здоров'я. Екологія людини вивчає антропосистеми різного рівня - від глобального до локального і мікролокального. У рамках екології людини виділяються такі розділи, як екологія міста (урбоекологія), технічна екологія, екологічна етика,

психологічна екологія, етнологія, палеоекологія, медична екологія і тому подібне.

Екологію людини на всіх стадіях історичного розвитку цікавить наступне: 1) чисельність окремих спільностей людей і усього людства;

2) вікова і статева структура спільностей;

3) рівень здоров'я людей, який може бути виражений через середню тривалість життя, найбільш характерні хвороби і поширені причини смерті;

4) специфіка харчування людей кожної епохи, калорійність їжі, способи її приготування;

5) тип трудової діяльності, механізми і знаряддя праці, джерела енергії, використовувані в господарстві і побуті;

6) система розселення;

7) культурні і гігієнічні навички.

Аналіз вказаних вище характеристик дозволяє отримати знання деяких важливих величин, які в кількісній формі відбивають взаємодію людини з місцем його існування. У екології найчастіше вивчають не окрему людину, а цілі групи людей. Це дозволяє виявити загальні закономірності зміни показників стану організму і встановити взаємозв'язки між ними. Усі живі організми, у тому числі людина, пристосовані до ритмічних змін довкілля, відповідно до яких періодично прискорюються і сповільнюються функції систем органів. Будучи складовою частиною біосфери, людина сильно залежить від довкілля. Так, без повітря людина може прожити лише три хвилини, без води - три дні, без їжі - тридцять днів. Те ж відноситься і до зовнішніх параметрів середовища : температурі, тиску, вологості, опроміненню, дії різних фізичних полів. В ході еволюційного розвитку організм людини адаптувався до дії широкого спектру природних умов. Зміни умов довкілля ритмічні.

Упродовж усієї своєї історії людство пов'язане з добовими, місячними, сезонними, річними ритмами, обумовленими планетарними явищами і впливаючими на геологічні, кліматичні і біологічні процеси.

Під ритмами розуміють повторення однієї і тієї ж події або стану через строго певні проміжки часу. Тривалість циклу від початку до чергового повтору називається періодом.

Ритмічність процесів, властива усім живим організмам, носить назву біологічних ритмів.

Існує легенда про те, що в древньому Китаї ченці день за днем вели спостереження за людиною, записуючи параметри його фізичної активності, розумових здібностей і емоційного стану. В результаті багаторічних досліджень вони дійшли висновку, що ці три функції є періодичними - для фізичної активності 23 дні, емоційною - 28 днів і інтелектуальною 33 дні.

Найважливішим ритмом для усього живого на Землі являється добовий ритм, визначуваний такими чинниками як обертання Землі, коливання температури і вологості[16].

Ритми біологічної активності з періодом близько доби (20 – 23 години) носять назву циркадних. Циркадні ритми знаходяться в фазових співвідношеннях з трьома різними періодами зовнішніх ритмів, що відповідають руху Землі по відношенню до Сонця, Місяця і зірок : перший період — сонячна доба, другий — місячна доба, третій період — зоряна доба, яка називається сидеричною. Вимірюється доба в годинах, хвилинах і секундах. Умовно в добі 24 години, проте насправді тривалість кожної доби різна. Інтерференція білядобових ритмів призводить до періодичності, рівної 29,5 діб синодичного місяця. Синодичний місяць – це проміжок між двома послідовними однаковими фазами місяця. Він рівний в середньому 29 добам 12 годинам 44 хв. 2,8 сек. Вивчення закономірностей цих ритмів набуває усього зростаючого практичного значення у зв'язку з цілодобовою роботою підприємств, життям в північних широтах, освоєнням Світового океану, з тривалим перебуванням під водою, міжконтинентальними перельотами, розвитком космонавтики. Ритм добової зміни сну і пильнування, спокою і діяльності наклав свій відбиток на усі фізіологічні функції організму, аж до обміну речовин. Відповідно до теорії біоритмів людина з дня народження

знаходиться в трьох біологічних ритмах: фізичному, емоційному і інтелектуальному. Це не залежить ні від раси, ні від національності людини, ні від яких або інших зовнішніх чинників. Фізичний цикл (23 дні) визначає енергію людини, його силу, витривалість, координацію руху. Емоційний цикл (28 днів) обумовлює стан нервової системи і настроїв. Інтелектуальний цикл (33 дні) визначає творчу здатність особи (регулює пам'ять, пильність, сприйнятливості до знань, логічні і аналітичні функції мислення).

Будь-який з циклів складається з двох напівперіодів, позитивного і негативного.

Впродовж першої половини фізичного циклу людина енергійна і досягає кращих результатів у своїй діяльності; у другій половині циклу енергійність падає. У першій половині емоційного циклу людина весел, агресивний, оптимістичний, переоцінює свої можливості, в другій половині — дратівливий, легко збудливий, недооцінює свої можливості, песимістичний, усе критично аналізує. Перша половина інтелектуального циклу характеризується творчою активністю, в другій половині відбувається творчий спад. Дні переходу від позитивної фази до негативної є критичними, що проявляється у фізичному циклі нещасними випадками, в емоційному - нервовими зривами, в інтелектуальному - погіршенням якості розумової роботи. Найбільш несприятливою є ситуація, коли критичні дні різних циклів співпадають[16].

Вважають, що механізм «біологічного годинника» вбудований в гіпоталамус і представляє складну функціональну структуру, де провідну роль грають гормональні чинники. «Годинник» працює нерівномірно, хід їх або сповільнюється, або прискорюється, що позначається на характері протікання обміну речовин в клітинах і внутрішніх органах тіла. Сильне охолодження, а також наркоз викликають зміщення біологічних ритмів. Ліки, отрути, пригноблюючи обмін речовин, знижують амплітуду і циклічність коливань. Алкалоїди, наприклад, подовжують періоди біологічних ритмів[16].

Максимальний підйом творчості людей пов'язаний з сонячною активністю. Виникає він на 2-й рік, що йде за роком максимуму сонячної активності. Максимальна сонячна активність повторюється через 11 років і триває близько 6 міс. В рік сильної сонячної активності фіксується підвищене число катастроф. Зокрема, через 2 дні після спалаху на Сонці в 4 рази збільшується кількість дорожньо – транспортних подій, тому що в цей час на Землю випромінюється велика кількість низькочастотних хвиль і у людини сповільнюються реакції в організмі. При спалахах на Сонці здійснюється прорив високоенергетичних космічних променів через атмосферу, що спричиняє за собою зміну магнітного поля Землі, структури іоносфери, врожайності, числа звірів в популяції і т. п. Проходження плям через центральний меридіан Сонця збільшує на 84% загострення хронічних захворювань, інсультів, інфарктів міокарду. У рік сильної сонячної активності люди, що народилися в січні, лютому, березні і першій половині квітня, мають більше шансів захворіти шизофренією. Встановлено, що чим вище сонячна активність, тим нижче кислотність шлункового соку. Тому в період сильної сонячної активності відзначається підвищена кількість захворювань шлунково-кишкового тракту, а також інфекційних захворювань (холера, дизентерія). Сонячна активність впливає на вміст гемоглобіну в крові людини. Максимальний вміст гемоглобіну в крові у чоловіків спостерігається у березні, у жінок – в січні, мінімальне – у чоловіків – в серпні, у жінок – в липні.

Одним з критеріїв ендогенної організації біологічних ритмів є тривалість індивідуальної хвилини (IX). У здорових людей величина IX є відносно стійким показником, що характеризує ендогенну організацію часу і адаптаційні здібності організму (у осіб з високими здібностями до адаптації IX перевищує хвилину фізичного часу - 62,90 - 69,71 с.; у осіб з невисокими здібностями до адаптації IX складає в середньому - 47,0 - 46,2 с.). IX має циркасептальний ритм - її величина максимальна у вівторок і середу і

мінімальна в п'ятницю і суботу. За величиною ІХ можна судити про настання стомлення[16].

Мета моделювання

На основі аналізу індивідуальних біоритмів прогнозувати несприятливі дні, вибирати сприятливі дні для різного роду діяльності.

II етап. Розробка моделі

Інформаційна модель

Об'єкт	Параметри	
	назва	значення
Людина	Дата народження	Початкові дані
	День відліку	Початкові дані
	Тривалість прогнозу	Початкові дані
	Кількість прожитих днів	Розрахункові дані
	Фізичний біоритм	Результати
	Емоційний біоритм	Результати
	Інтелектуальний біоритм	Результати

Зазначені цикли можна описати наведеними нижче виразами, в яких змінна x - кількість прожитих людиною днів:

$$\begin{aligned} \text{Фізичний цикл} & \quad (x) = \sin(2\pi x/23); \\ \text{Емоційний цикл} & \quad (x) = \sin(2\pi x/28); \\ \text{Інтелектуальний цикл} & \quad (x) = \sin(2\pi x/33). \end{aligned}$$

Комп'ютерна модель

Для моделювання обираємо середовище табличного процесора. У цьому середовищі інформаційна та математична моделі об'єднуються в таблицю, яка містить дві області: вихідні дані; розрахункові дані (результати).

Складіть комп'ютерну модель за наведеним зразком. Введіть в осередку вихідні дані, розрахункові формули:

Ячейка	Формула	
A9	=B\$5	(1)
A10	=A9+1	(2)
B9	=SIN(2*ПИ()*(A9-B\$4)/23)	(3)
C9	=SIN(2*ПИ()*(A9-B\$4)/28)	(4)
D9	=SIN(2*ПИ()*(A9-B\$4)/33)	(5)

Примітка. Зверніть увагу! У кожному формулу входить вираз (A9- \$B\$4), яке обчислює кількість днів, прожитих людиною. І хоча цей вислів містить посилання на комірки, в яких записані дати, середовище табличного процесора автоматично обчислює кожен дату як кількість днів, що пройшли з 1 січня 1900 року, а потім визначає різницю між ними. При записи формул використовувати вставку стандартних функцій SIN (...) і ПІ (...).

	A	B	C	D
1	Біоритми			
2				
3	вихідні дані			
4	дата народження	16.07.1984		
5	дата відліку	01.03.2019		
6	тривалість прогнозу	30		
7	результати			
8	Порядковий день	фізичне	емоційне	інтелектуальне
9	Формула 1	Формула 3	Формула 4	Формула 5
10	Формула 2			
11	Заповнити			
12				
13				

Дата заповнюється за форматом 00.00.0000. Якщо дата набрана правильно, то осередку автоматично буде присвоєно формат дата. Ознакою правильного набору дати є вирівнювання значення вправо.

Після чого отримаємо наступні результати.

8	Порядковий день	фізичне	емоційне	інтелектуальне
9	01.03.2019	-0,89	-0,78	0,97
10	02.03.2019	-0,73	-0,90	1,00
11	03.03.2019	-0,52	-0,97	0,99
12	04.03.2019	-0,27	-1,00	0,95
13	05.03.2019	0,00	-0,97	0,87
14	06.03.2019	0,27	-0,90	0,76

Та на основі цих результатів отримаємо наступну діаграму (див. рис.1.19)[16].

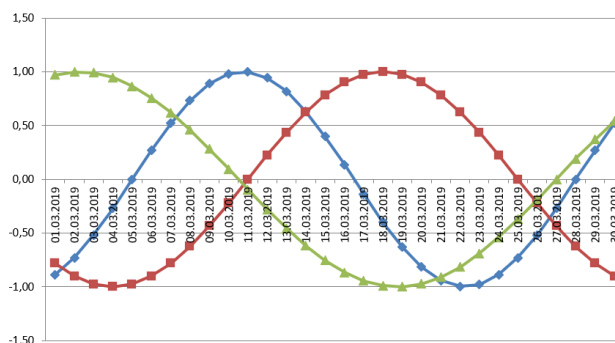


Рисунок 1.19 – Діаграма біоритмів

Питання для самоконтролю:

1. На чому базується модель біоритмів людини?
2. Яка вбудована функція використовується для опису моделі біоритмів?
3. Які напівперіоди біоритмів описують спади і підйоми?
4. Яка формула використовується для опису емоційною складовою біоритму?
5. Які константи використовуються в чисельній моделі біоритмів людини?

Завдання для самостійного виконання:

1. Розрахувати власні біоритми.
2. а) Проаналізувавши діаграму, вибрати несприятливі для здачі заліку з фізкультури дні (поганий фізичний стан).
б) Обрати день для походу в цирк, театр або на дискотеку (емоційний стан гарне).
в) За кривої інтелектуального стану вибрати дні, коли відповіді на уроках будуть найбільш / найменш вдалимими.
г) Як ви думаєте, що буде показувати графік, якщо скласти всі три біоритми? Чи можна по такій кривій що-небудь визначити?
3. Сумісність людей по біоритмам.

Коли у двох людей збігаються або дуже близькі графіки по одному, двом або навіть усіх трьох біоритмів, то можна припустити досить високу сумісність цих людей.

Побудувати модель фізичної, емоційної та інтелектуальної сумісності двох друзів.

Питання для самоконтролю:

1. З якою метою використовується комп'ютерне моделювання?
2. Яким чином електронні таблиці допомагають проводити комп'ютерне моделювання?

Рекомендована література:

1. Математичне моделювання та застосування ЕОМ в біотехнології. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт / уклад. О.І. Литвин. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2015. 64 с.

1.5 Основні етапи системного аналізу

1.5.1 Структура системного аналізу

Загальний підхід до вирішення проблем може бути зображений як цикл, наведений на рис. 1.20.

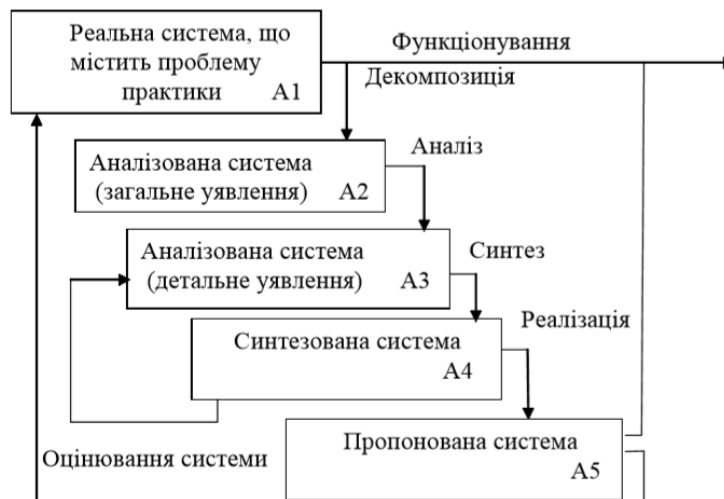


Рисунок 1.20 – Схема загального підходу до вирішення проблеми

У процесі функціонування реальної системи виявляється деяка практична проблема, тобто невідповідність наявного стану справ потрібному. Для її вирішення проводиться системне дослідження (декомпозиція, аналіз і синтез) системи, що знімає проблему. При цьому здійснюється оцінювання системи, яка аналізується й синтезується.

Синтезована система є моделлю нової реальної системи, вивчення якої дає змогу провести оцінювання ступеня зняття проблеми та прийняти рішення про досягнення мети дослідження.

При такому уявленні ще раз підтверджується вже відоме визначення: *система є засобом вирішення проблем*.

Основні завдання системного аналізу можуть бути зображені у вигляді трирівневого дерева функцій (рис. 1.21).

1.5.2 Особливості реалізації декомпозиції

На *етапі декомпозиції*, що забезпечує отримання загального уявлення про систему, здійснюються:

1. Визначення та декомпозиція загальної мети дослідження й основної функції системи як обмеження її траєкторії в просторі станів системи або в області припустимих ситуацій. Найчастіше декомпозиція проводиться шляхом побудови дерева цілей і дерева функцій.
2. Виділення системи із середовища (розподіл на «систему» і «несистемну») за критерієм участі кожного аналізованого компонента у процесах, що ведуть до бажаного результату чи перешкоджають його одержанню.
3. Опис факторів, які впливають на поведінку системи.
4. Опис тенденцій розвитку, різного роду невизначеностей.
5. Опис системи як «чорної скрині».
6. Функціональна (за функціями), компонентна (за видом підсистем та елементів) і структурна (за видом відносин між елементами) декомпозиції системи.

Глибина декомпозиції обмежується. Її слід припиняти, якщо для продовження необхідно змінити рівень абстракції, тобто представити

елемент як підсистему. Якщо при декомпозиції з'ясується, що модель починає описувати внутрішній алгоритм функціонування елемента замість опису його функціонування як «чорної скрині», можна зробити висновок, що відбувся *вихід за межі мети дослідження* системи і, отже, припинити декомпозицію.

В автоматизованих методиках типовою є декомпозиція системи на глибину 5 – 6 рівнів. На таку глибину досліджується, як правило, одна з підсистем. Функції, що потребують подібного рівня деталізації, часто є дуже важливими, і їх детальний опис є необхідним для побудови адекватної моделі системи.



Рисунок 1.21 – Дерево функцій системного аналізу

У загальній теорії систем доведено, що більшість систем можуть подаватися у вигляді певних базових моделей, до яких відносять: послідовне (каскадне) з'єднання елементів, паралельне з'єднання, з'єднання за допомогою зворотного зв'язку.

Однією з основних проблем декомпозиції є те, що у складних системах відсутня однозначна відповідність між законами функціонування підсистем і алгоритмами, які їх реалізують. Тому часто буває необхідним сформулювати кілька варіантів декомпозиції системи.

Розглянемо деякі стратегії декомпозиції, що найчастіше застосовують.

Функціональна декомпозиція базується на аналізі функцій системи. При цьому ставиться питання про те, що робить система, та ігнорується те, як вона це робить. Підставою для виділення функціональних підсистем є спільність функцій, які виконують елементи або їх групи.

Декомпозиція за життєвим циклом. Ознакою виділення підсистем у цьому разі є зміна закону їх функціонування на різних етапах життєвого циклу системи. Цю стратегію рекомендується застосовувати, якщо метою аналізу системи є оптимізація процесів, які відбуваються в ній, і коли можна визначити послідовні стадії перетворення її входів на виходи.

Декомпозиція за фізичними процесами. Ознакою виділення підсистем є фізичні процеси, що відбуваються в них. У більш широкому сенсі можна говорити про декомпозицію за іншими типами реальних процесів – соціальними, економічними, політичними тощо. Результатом такої стратегії часто може стати занадто детальний опис системи, який не буде повною мірою враховувати обмеження, що диктують її функції одна одній. При цьому можуть виявитися схованими механізми управління системою. Застосовувати цю стратегію доцільно лише у випадках, коли метою моделювання є дослідження самих фізичних (соціальних, економічних, ...) процесів, що відбуваються в системі.

Структурна декомпозиція. Ознакою виділення підсистем є сильний зв'язок між елементами за одним із типів відносин чи зв'язків, що існують у системі (інформаційних, логічних, ієрархічних, енергетичних тощо). Силу зв'язку, наприклад, за інформацією, можна оцінити коефіцієнтом інформаційного взаємозв'язку підсистем

$$k = N / N_0 , \text{ де}$$

N – кількість взаємно використовуваних інформаційних масивів у підсистемах, N_0 – загальна кількість інформаційних масивів.

Для опису всієї системи має бути побудовано складену модель, що поєднує всі окремі моделі. Суттєвою умовою структурної декомпозиції є стійкість меж утворюваних підсистем.

1.5.3 Особливості реалізації аналізу

На *етапі аналізу*, що забезпечує формування детального уявлення про систему, здійснюються:

1. Функціонально-структурний аналіз наявної системи, який дає можливість сформулювати вимоги до створюваної системи. Він включає уточнення складу системи, законів функціонування її компонентів, алгоритмів функціонування і взаємовпливів підсистем та елементів, визначення керованих і некерованих характеристик, завдання простору станів системи Z та параметричного простору T , у якому задані її параметри, аналіз цілісності системи, формулювання вимог до створюваної системи.

2. Морфологічний аналіз – вивчення взаємозв'язку компонентів.

3. Генетичний аналіз – дослідження передісторії, причин розвитку проблемної ситуації, наявних тенденцій, побудова прогнозів.

4. Аналіз аналогів.

5. Аналіз ефективності (за результативністю, ресурсомісткістю, оперативністю). Він включає вибір шкал вимірювань, визначення показників

ефективності, обґрунтування й формування критеріїв ефективності, безпосереднє оцінювання й аналіз отриманих оцінок.

6. Формування вимог до створюваної системи, включаючи вибір критеріїв оцінювання й обмежень.

1.5.4 Особливості реалізації етапу синтезу

Етап синтезу системи, що вирішує проблему, наведено у вигляді спрощеної функціональної діаграми на рис. 1.22.

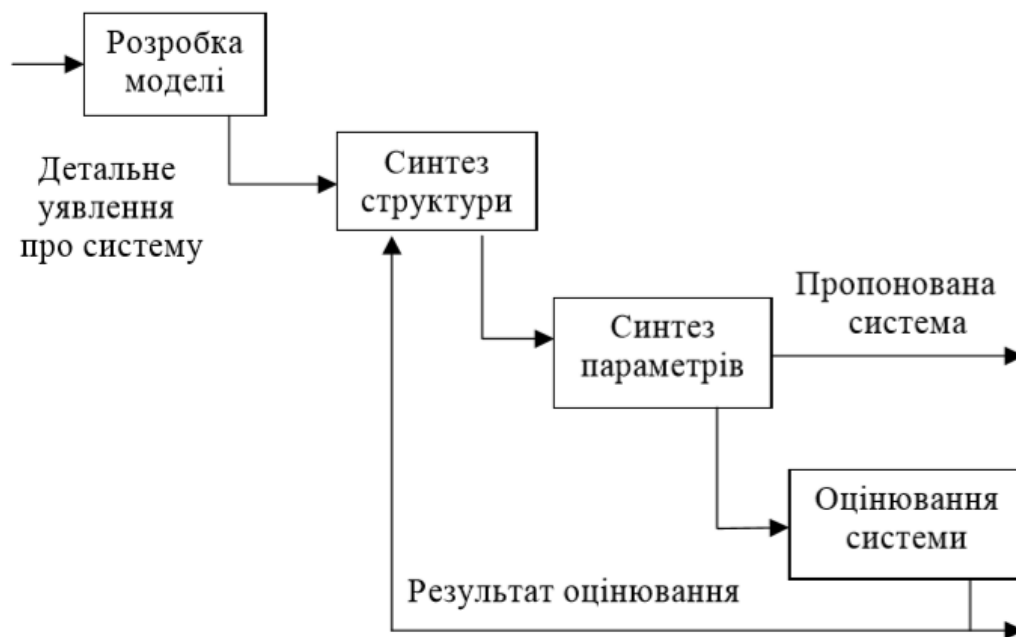


Рисунок 1.22 – Спрощена функціональна діаграма етапу синтезу системи, яка вирішує проблему

На цьому етапі здійснюють:

1. Розробку моделі створюваної системи (вибір математичного апарата, моделювання, оцінювання моделі за критеріями адекватності, простоти, відповідності між точністю та складністю, балансу похибок, багатоваріантності реалізацій, блоковості побудови).
2. Синтез альтернативних структур системи, яка знімає проблему.
3. Синтез параметрів системи, що знімає проблему.
4. Оцінювання варіантів синтезованої системи (обґрунтування схеми оцінювання, реалізація моделі, проведення експерименту з оцінювання,

обробка результатів оцінювання, аналіз результатів, вибір найкращого варіанта).

Оцінювання ступеня зняття проблеми проводять при завершенні системного аналізу.

Найбільш складними у виконанні є етапи декомпозиції й аналізу. Це пов'язано з високим ступенем невизначеності, яку необхідно подолати під час дослідження.

Розглянемо процес формування загального й детального уявлення про систему, що включає дев'ять основних стадій.

1.5.5 Формування загального уявлення про систему

Стадія 1. Виявлення головних функцій, властивостей, цілей, призначень системи. Формування чи вибір базових предметних понять, що використовуються для опису системи, її основних входів і виходів. Для останніх має бути визначено їх типи: матеріальний, енергетичний, інформаційний. Крім того, їх треба описати в термінах певних фізичних, економічних чи інших понять.

Зокрема, для виробництва виходом можуть бути обсяги виробництва конкретних видів продукції. При цьому необхідно визначити, у яких одиницях їх вимірювати – натуральних чи грошових, абсолютних або відносних, з розрахунку на рік, місяць, добу чи деякий інший проміжок часу. Виходом системи управління може бути командна інформація. Тут треба встановити, у якому вигляді подається ця інформація, куди її треба спрямувати тощо.

Стадія 2. Виявлення основних компонентів та зв'язків системи. На цій стадії відбувається попереднє ознайомлення з внутрішньою побудовою системи, з'ясовується, з яких основних частин вона складається і яку роль кожна з них відіграє в системі. Це стадія одержання початкових відомостей про структуру та характер зв'язків. На ній доцільно використовувати структурні чи об'єктно-орієнтовані методи аналізу систем. Зокрема, слід

визначити наявність переважно послідовного чи паралельного типу з'єднання частин, двобічної чи здебільшого однобічної спрямованості зв'язків між частинами тощо. Уже на цій стадії варто звернути увагу на так звані системоутворюючі фактори, тобто на ті зв'язки, що забезпечують властивості цілісності й ємерджентності.

Стадія 3. Виявлення основних процесів у системі, їх ролі, умов реалізації; виокремлення стадійності, стрибків, змін станів; у системах з управлінням – виділення основних керівних факторів. На цій стадії досліджуються динаміка найважливіших змін у системі, хід подій, вводяться параметри стану, розглядаються фактори, що впливають на них і забезпечують протікання процесів, а також умови початку й закінчення процесів. Визначається, чи є процеси керованими, сприяють вони чи перешкоджають здійсненню системою своїх головних функцій. Для керованих систем з'ясовуються основні керівні фактори, їх тип, джерела та ступінь впливу на систему.

Стадія 4. Виявлення основних елементів зовнішнього середовища, з якими пов'язана досліджувана система, з'ясування характеру цих зв'язків. На цій стадії вирішується ряд окремих проблем. Досліджуються основні зовнішні впливи на систему (входи). Визначаються їх тип (речовинний, енергетичний, інформаційний, грошовий тощо), ступінь впливу на систему, основні характеристики. Фіксуються межі того, що вважається системою, виявляються елементи зовнішнього середовища, на які спрямовані основні вихідні впливи. Відразу корисно простежити еволюцію системи, шляхи її формування. Нерідко саме це веде до розуміння структури й особливостей функціонування системи. У цілому ця стадія дає змогу краще усвідомити головні функції системи, її залежність і уразливість чи відносну незалежність від зовнішнього середовища.

Стадія 5. Виявлення невизначеностей і випадковостей, які можуть суттєво впливати на досліджувану систему.

Стадія 6. Виявлення розгалуженої структури, ієрархії, формування уявлень про систему як про сукупність модулів, пов'язаних входами та виходами. Стадією 6 закінчується формування загальних уявлень про систему. Як правило, цього достатньо, якщо мова йде про об'єкт, з яким ми безпосередньо працювати не будемо. Якщо ж говоримо про систему, якою треба займатися для її глибокого вивчення, поліпшення, управління, то нам доведеться йти далі за спіралеподібним шляхом поглибленого дослідження системи.

1.5.6 Формування детального уявлення про систему

Стадія 7. Виявлення всіх елементів і зв'язків, важливих для цілей дослідження, визначення їх місця в ієрархічній структурі системи. Ранжирування елементів і зв'язків за їх значущістю.

Стадії 6 і 7 тісно пов'язані одна з одною, тому їх обговорення доцільно провести разом. Стадія 6 – це межа пізнання «всередину» достатньо складної системи для особи, що повністю оперує нею. Більш поглиблені знання про систему (стадія 7) буде мати вже тільки фахівець, що відповідає за її окремі складові. Для не надто складного об'єкта рівень стадії 7 – знання системи цілком – досяжний і для однієї людини. Таким чином, хоча сутність стадій 6 і 7 є тією самою, але в першій з них ми обмежуємося тим розумним обсягом відомостей, що доступним одному досліднику.

При поглибленій деталізації важливо виділяти саме істотні для розгляду компоненти та зв'язки, відкидаючи всі ті, що не є цікавими для цілей дослідження. Деталізація має торкнутися й уже розглянутих на стадії 4 зв'язків системи із зовнішнім середовищем. На стадії 7 сукупність зовнішніх зв'язків вважається вивченою настільки, що можна говорити про *досконале знання системи*.

Стадії 6 і 7 підбивають підсумок загального дослідження системи як цілого. Подальші стадії вже вивчають тільки її окремі сторони. Тому важливо ще раз звернути увагу на системоутворюючі фактори, на роль кожного

елемента й кожного зв'язку, на розуміння, чому вони саме такі чи мають бути саме такими для забезпечення єдності системи.

Стадія 8. Урахування змін і невизначеностей у системі. На цій стадії досліджуються повільна, зазвичай небажана зміна властивостей системи, яку називають її старінням, а також можливість заміни окремих частин (модулів) на нові, що дають змогу не тільки протистояти старінню, а й підвищити якість системи порівняно з вихідним станом.

Таке вдосконалювання штучної системи прийнято називати *розвитком*. До нього також відносять поліпшення характеристик модулів, підключення нових модулів, накопичення інформації для кращого її використання, а іноді й перебудову структури системи, зміну ієрархії її зв'язків тощо.

Основні невизначеності у стохастичній системі вважаються дослідженими на стадії 5. Однак недетермінованість завжди є наявною й системі, не призначеній працювати в умовах випадкового характеру входів і зв'язків. Облік невизначеностей у цьому разі зазвичай перетворюється на вивчення чутливості найважливіших властивостей (виходів) системи до коливань зовнішніх впливів (входів).

Стадія 9. Дослідження функцій і процесів у системі з метою управління ними; введення управління та процедур прийняття рішення; керівні впливи як системи управління. Для цілеспрямованих та інших систем з управлінням ця стадія має велике значення. Основні керівні фактори були з'ясовані при розгляді стадії 3, але там це мало характер загальної інформації про систему. Для ефективного здійснення управління чи вивчення його впливу на функції системи та процеси в ній необхідне глибоке знання системи. Саме тому ми говоримо про аналіз управління тільки зараз, після всебічного розгляду системи. Нагадаємо, що управління може бути надзвичайно різноманітним за змістом – від команд спеціалізованої інформаційної системи до міністерських наказів.

Однак можливість однакового розгляду всіх цілеспрямованих втручань у поведінку системи дає змогу говорити вже не про окремі управлінські дії, а

про систему управління, що тісно переплітається з основною системою, але чітко виділяється у функціональному відношенні.

На цій стадії з'ясовується, де, коли і як (у яких точках системи, у які моменти часу, у яких процесах, стрибках, виборах із сукупності, логічних переходах тощо) система управління впливає на основну систему, наскільки це ефективно, прийнятно та зручно реалізовано. Для введення управління слід попередньо дослідити варіанти переведення входів і постійних параметрів системи на керовані, визначити припустимі межі їх варіювання, способи та засоби реалізації управління.

Стадії 6-9 присвячені поглибленому дослідженню системи. Далі йде специфічна стадія моделювання. Про створення моделі можна говорити тільки після повного вивчення системи.

1.5.7 Лабораторна робота №5. Реалізація транспортної задачі

Мета роботи: пошук плану та оптимального розв'язку транспортної задачі (ТЗ). Використання методу потенціалів вирішення ТЗ.

Теоретичні відомості

Математична модель транспортної задачі має такий вигляд:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

за обмежень

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i = \overline{1, m}), \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = \overline{1, n}), \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}), \quad (4)$$

де x_{ij} – кількість продукції, що перевозиться від i -го постачальника до j -го споживача; c_{ij} – вартість перевезення одиниці продукції від i -го постачальника до j -го споживача; a_i – запаси продукції i -го постачальника; b_j – попит на продукцію j -го споживача.

Якщо в транспортній задачі загальна кількість продукції постачальників дорівнює загальному попиту всіх споживачів, тобто

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j, \quad (5)$$

то таку транспорту задачу називають збалансованою, або закритою. Якщо ж така умова не виконується, то транспортну задачу називають незбалансованою або відкритою.

Планом транспортної задачі називають будь-який невід'ємний розв'язок системи обмежень (2) – (4) транспортної задачі, який позначають матрицею $X = (x_{ij}) (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$.

Оптимальним планом транспортної задачі називають матрицю X^* , яка задовольняє умови задачі (2) – (4) і для якої цільова функція (1) набуває найменшого значення.

Необхідною й достатньою умовою існування розв'язку транспортної задачі є її збалансованість, тобто

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j.$$

Транспортна задача є задачею лінійного програмування, яку можна розв'язувати симплекс-методом. Але специфічна структура транспортної задачі дає змогу використовувати для її розв'язування ефективніший метод, який повторює, по суті, кроки симплекс-алгоритму. Таким є метод потенціалів.

Алгоритм методу потенціалів складається з таких етапів:

1. Визначення типу транспортної задачі (відкрита чи замкнена).
2. Побудова першого опорного плану транспортної задачі.
3. Перевірка плану транспортної задачі на оптимальність.
4. Якщо умова оптимальності виконується, то маємо оптимальний розв'язок транспортної задачі, і алгоритм зупиняється. Якщо ж умова

оптимальності не виконується, необхідно перейти до наступного опорного плану.

5. Новий план знову перевіряють на оптимальність, тобто повторюють дії п. 3 і т.д.

Розглянемо докладно кожний етап цього алгоритму.

Якщо під час перевірки збалансованості (5) виявилось, що транспортна задача є відкритою, то її необхідно звести до закритого типу. Це виконується введенням фіктивного постачальника A_{m+1} у разі перевищення загального

попиту над запасами $(\sum_{j=1}^n b_j > \sum_{i=1}^m a_i)$ із запасом

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i.$$

Якщо ж загальні запаси постачальників перевищують попит споживачів

$(\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j)$, то до закритого типу задача зводиться введенням

фіктивного умовного споживача B_{n+1} з потребою $b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$.

Вартість перевезення одиниці продукції для фіктивного постачальника A_{m+1} або фіктивного споживача B_{n+1} вважається такою, що дорівнює нулю.

Для побудови початкового опорного плану транспортної задачі існує кілька методів: північно-західного кута, мінімальної вартості, подвійної переваги, апроксимації Фогеля. Побудову опорного плану зручно подавати у вигляді таблиці, в якій постачальники продукції є рядками, а споживачі – стовпчиками [4].

Побудову першого опорного плану за методом північно-західного кута починають із заповнення лівої верхньої клітинки таблиці (x_{11}) , в яку записують менше з двох чисел a_1 та b_1 . Далі переходять до наступної

клітинки в рядку або стовпчику і заповнюють її і т.д. Закінчують заповнювати таблицю в правій нижній клітинці.

Ідея методу мінімальної вартості полягає в тому, що на кожному кроці заповнюють клітинку таблиці, яка має найменшу вартість

перевезення одиниці продукції. Такі дії повторюють доти, доки не буде розподілено всю продукції між постачальниками та споживачами.

Задача 1. Компанія контролює три фабрики A_1, A_2, A_3 , здатні виготовляти 150, 60 та 80 тис.од. продукції щотижня. Компанія уклала договір із чотирма замовниками B_1, B_2, B_3, B_4 , яким потрібно щотижня відповідно 110, 40, 60 та 80 тис.од. продукції. Вартість виробництва й транспортування 1000 од. продукції замовникам з кожної фабрики наведено в таблиці [1].

Фабрика	Вартість виробництва і транспортування 1000 од. продукції за замовниками			
	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	4	4	2	5
A_2	5	3	1	2
A_3	2	1	4	2

Визначити для кожної фабрики оптимальний план перевезення продукції до замовників, що мінімізує загальну вартість виробництва і транспортних послуг.

Побудова математичної моделі

Нехай x_{ij} – кількість продукції, що перевозиться з i -тої фабрики до j -го замовника ($i = \overline{1,3}, j = \overline{1,4}$).

$$\left(\sum_{i=1}^3 a_i = \sum_{j=1}^4 b_j = 290 \right),$$

то математична модель задачі матиме вигляд:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 150,$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 60,$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 80.$$

Економічний зміст записаних обмежень полягає в тому, що вироблена на фабриках продукція має вивозитися до замовника повністю.

Аналогічні обмеження можна записати відносно замовників: продукція, що надходить до споживача, має повністю задовольняти його попит. Математично це записується так:

$$\begin{aligned}x_{11} + x_{21} + x_{31} &= 110, \\x_{12} + x_{22} + x_{32} &= 40, \\x_{13} + x_{23} + x_{33} &= 60, \\x_{14} + x_{24} + x_{34} &= 80.\end{aligned}$$

Загальні витрати, пов'язані з виробництвом і транспортуванням продукції, складаються як добуток обсягу перевезеної продукції та питомої вартості перевезень за відповідним маршрутом і за умовою задачі мають бути мінімальними [4].

Тому

$$Z = 4x_{11} + 4x_{12} + 2x_{13} + 5x_{14} + 5x_{21} + 3x_{22} +$$

$$+ x_{23} + 2x_{24} + 2x_{31} + x_{32} + 4x_{33} + 3x_{34} \rightarrow \min.$$

У цілому математичну модель поставленої задачі можна записати так:

$$\begin{cases} Z \rightarrow \min, \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 150, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 60, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 80, \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 110, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 60, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 80, \\ x_{ij} \geq 0, i = \overline{1,3}, j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Розв'язування. Розв'язування задачі подамо в таблицях, які назвемо транспортними. Перший опорний план задачі побудуємо методом мінімальної вартості

A_j	B_j				u_i
	$B_1 = 110$	$B_2 = 40$	$B_3 = 60$	$B_4 = 80$	
$A_1 = 150$	4	4	2	5	$u_1 = 5$
	110		40		
$A_2 = 60$	5	3	1	2	$u_2 = 2$
		60	0		
$A_3 = 80$	2	1	4	2	$u_3 = 2$
		40		40	
v_j	$v_1 = -1$	$v_2 = -1$	$v_3 = -1$	$v_4 = 0$	

Тому $Z_1 = 4 \cdot 110 + 5 \cdot 40 + 1 \cdot 60 + 1 \cdot 40 + 2 \cdot 40 = 820$ ум.од.

Перший опорний план транспортної задачі вироджений, оскільки кількість заповнених клітинок у таблиці дорівнює п'яти, а $m + n - 1 = 6$.

Для подальшого розв'язування задачі необхідно в одну з порожніх клітинок записати «нульове перевезення» так, щоб не порушити опорності плану, тобто можна знайти будь-яку вільну клітинку, яка не утворює замкненого циклу. Наприклад, заповнимо клітинку A_2B_4 . Тепер перший план транспортної задачі невироджений, і його можна перевірити на оптимальність за допомогою методу потенціалів [4].

На основі першої умови оптимальності $u_i + v_j = c_{ij}$ складемо систему рівнянь для визначення потенціалів плану:

$$\begin{cases} u_1 + v_1 = 4 \\ u_1 + v_4 = 5 \\ u_2 + v_3 = 1 \\ u_2 + v_4 = 2 \\ u_3 + v_2 = 1 \\ u_3 + v_4 = 2 \end{cases}$$

Записана система рівнянь невизначена, і один із її розв'язків дістанемо, якщо, наприклад, $v_4 = 0$. Тоді всі інші потенціали однозначно визначаються так:

$$u_1 = 5, u_2 = 2, u_3 = 2, v_1 = -1, v_2 = -1, v_3 = -1.$$

Далі, згідно з алгоритмом методу потенціалів, перевіряємо виконання другої умови оптимальності $u_i + v_j \leq c_{ij}$ (для порожніх клітинок таблиці):

$$A_1B_2 : u_1 + v_2 = 5 + (-1) = 4;$$

$$A_1B_3 : u_1 + v_3 = 5 + (-1) = >2;$$

$$A_2B_1 : u_2 + v_1 = 2 + (-1) = 1 < 5$$

$$A_2B_2 : u_2 + v_2 = 2 + (-1) = 1 < 3;$$

$$A_3B_1 : u_3 + v_1 = 2 + (-1) = 1 < 2;$$

$$A_3B_3 : u_3 + v_3 = 2 + (-1) = 1 < 4.$$

Умова оптимальності не виконується для клітинки A_1B_3 .

Порушення $\Delta_{13} = (u_1 + v_3) - c_{13} = 4 - 2 = 2$ записуємо у лівому нижньому кутку відповідної клітинки.

Перший опорний план транспортної задачі неоптимальний. Тому від нього необхідно перейти до другого плану, змінивши співвідношення заповнених і порожніх клітинок таблиці.

Потрібно заповнити клітинку A_1B_3 , в якій є єдине порушення умови оптимальності. Ставимо в ній знак «+». Для визначення клітинки, що звільняється, будуємо цикл, починаючи з клітинки A_1B_3 , та позначаємо вершини циклу по чергово знаками «-» та «+». Тепер необхідно перемістити продукцію в межах побудованого циклу. Для цього у вільну клітинку A_1B_3 переносимо менше з чисел x_{ij} , які розміщуються у клітинках зі знаком «-». Одночасно це саме число x_{ij} додаємо до відповідних чисел, що знаходяться у клітинках зі знаком «+», та віднімаємо від чисел, що розміщаються у клітинках, позначених знаком «-».

У даному випадку $\min\{60, 40\} = 40$, тобто $\min x_{ij} = 40$. Виконавши перерозподіл продукції згідно з записаними правилами, дістанемо такі нові значення: клітинка A_1B_3 – 40 од. продукції, A_2B_3 – $(60 - 40) = 20$ од., A_2B_4 – $(0 + 40) = 40$ од. Клітинка A_1B_4 звільняється й у новій таблиці буде порожньою. Усі інші заповнені клітинки першої таблиці, які не входили до циклу, переписують у другу таблицю без змін. Кількість заповнених клітинок

у новій таблиці також має відповідати умові невід’яженості, тобто дорівнювати $(n + m - 1)$.

Отже, другий опорний план транспортної задачі матиме такий вигляд:

A_j	B_j				u_i
	$B_1 = 110$	$B_2 = 40$	$B_3 = 60$	$B_4 = 80$	
$A_1 = 150$	4 - 110	4	2 40 +	5	$u_1 = 0$
$A_2 = 60$	5	3	1 - 20	2 40 +	$u_2 = -1$
$A_3 = 80$	2 1 +	1 40	4	2 40 -	$u_3 = -1$
v_j	$v_1 = 4$	$v_2 = 2$	$v_3 = 2$	$v_4 = 3$	

Тому $Z_2 = 4 \cdot 110 + 2 \cdot 40 + 1 \cdot 20 + 2 \cdot 40 + 1 \cdot 40 + 2 \cdot 40 = 740$ ум. од.

Новий план знову перевіряємо на оптимальність, тобто повторюємо описані раніше дії. Другий план транспортної задачі також неоптимальний (порушення для клітинки A_3B_1). За допомогою побудованого циклу виконаємо перехід до третього опорного плану транспортної задачі й дістанемо таку таблицю:

A_j	B_j				u_i
	$B_1 = 110$	$B_2 = 40$	$B_3 = 60$	$B_4 = 80$	
$A_1 = 150$	4 90	4	2 60	5	$u_1 = 2$
$A_2 = 60$	5	3	1	2 60	$u_2 = 0$
$A_3 = 80$	2 20	1 40	4	2 20	$u_3 = 0$
v_j	$v_1 = 2$	$v_2 = 1$	$v_3 = 0$	$v_4 = 2$	

Тому $Z_3 = 4 \cdot 90 + 2 \cdot 60 + 2 \cdot 60 + 2 \cdot 20 + 1 \cdot 40 + 2 \cdot 20 = 720$ ум. од.

Перевірка останнього плану на оптимальність за допомогою методу потенціалів показує, що він оптимальний. Тому

$$X^* = \begin{pmatrix} 90 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 60 \\ 20 & 40 & 0 & 20 \end{pmatrix}.$$

За оптимальним планом перевезень перший замовник отримує 90 тис. од. продукції з першої фабрики та 20 тис. од. продукції – з третьої. Другий споживач задовольняє свій попит за рахунок виробництва та перевезення 40 тис. од. продукції з третьої фабрики і т.д. При цьому загальна вартість виробництва й перевезення всієї продукції найменша і становить 720 ум.од.[4].

Питання до самоконтролю:

1. Постановка транспортної задачі.
2. Відкриті і закриті транспортні задачі.
3. Умова оптимальності опорного плану транспортної задачі.
4. Алгоритм розв'язання транспортної задачі.
5. Метод побудови опорних планів перевезень.
6. Фіктивні постачальники. Фіктивні споживачі.

Завдання для самостійного виконання:

Обрати варіант задачі згідно з порядковим номером у списку. Визначити оптимальний план поставленої транспортної задачі методом потенціалів.

Формат звіту. Оформити у текстовому редакторі. Звіт повинен мати, титульний лист (із зазначенням, навчального закладу, кафедри, номеру практичного заняття, теми, ПІБ та шифр групи).

Варіанти:

Варіант 1

$$C = \begin{array}{c|cccc|c} & & & & & a_i \\ \hline & 1 & 8 & 2 & 3 & 30 \\ & 4 & 7 & 5 & 1 & 50 \\ & 5 & 3 & 4 & 4 & 20 \\ \hline b_i & 15 & 15 & 40 & 30 & \end{array}$$

Варіант 2

$$C = \begin{array}{c|cccc|c} & & & & & a_i \\ \hline & 2 & 4 & 5 & 1 & 60 \\ & 2 & 3 & 9 & 4 & 70 \\ & 3 & 4 & 22 & 5 & 20 \\ \hline b_i & 40 & 30 & 30 & 50 & \end{array}$$

Варіант 3

$$C = \begin{array}{c|cccc|c} & & & & & a_i \\ \hline & 4 & 5 & 5 & 7 & 100 \\ & 8 & 7 & 5 & 4 & 120 \\ & 9 & 6 & 4 & 5 & 150 \\ & 3 & 2 & 9 & 3 & 130 \\ \hline b_i & 140 & 130 & 90 & 140 & \end{array}$$

Варіант 4

$$C = \begin{array}{c|cccc|c} & & & & & a_i \\ \hline & 2 & 4 & 5 & 1 & 60 \\ & 2 & 3 & 9 & 4 & 70 \\ & 3 & 4 & 2 & 5 & 20 \\ \hline b_i & 40 & 30 & 30 & 50 & \end{array}$$

Варіант 5

$$C = \begin{array}{c|cccc|c} & & & & & a_i \\ \hline & 2 & 4 & 3 & 2 & 60 \\ & 3 & 1 & 2 & 3 & 65 \\ & 5 & 4 & 1 & 5 & 70 \\ \hline b_i & 40 & 60 & 70 & 25 & \end{array}$$

Варіант 6

$$C = \begin{array}{c|ccccc|c} & & & & & & a_i \\ \hline & 2 & 6 & 3 & 4 & 8 & 40 \\ & 1 & 5 & 6 & 9 & 7 & 30 \\ & 3 & 4 & 1 & 6 & 10 & 35 \\ \hline b_i & 20 & 34 & 16 & 10 & 15 & \end{array}$$

Варіант 7

$$C = \begin{array}{cccc|c} & & & & a_i \\ \hline & 1 & 3 & 3 & 4 & 50 \\ & 5 & 2 & 7 & 5 & 20 \\ & 6 & 4 & 8 & 2 & 30 \\ & 7 & 1 & 5 & 7 & 20 \\ \hline b_i & 40 & 30 & 35 & 15 & \end{array}$$

Варіант 8

$$C = \begin{array}{cccc|c} & & & & a_i \\ \hline & 1 & 2 & 6 & 4 & 40 \\ & 3 & 1 & 3 & 2 & 30 \\ & 5 & 7 & 5 & 1 & 20 \\ \hline b_i & 30 & 25 & 18 & 20 & \end{array}$$

Варіант 9

$$C = \begin{array}{cccc|c} & & & & a_i \\ \hline & 10 & 5 & 7 & 4 & 40 \\ & 7 & 4 & 9 & 10 & 25 \\ & 6 & 14 & 8 & 7 & 35 \\ \hline b_i & 15 & 40 & 30 & 15 & \end{array}$$

Варіант 10

$$C = \begin{array}{cccc|c} & & & & a_i \\ \hline & 3 & 2 & 4 & 1 & 50 \\ & 2 & 3 & 1 & 5 & 40 \\ & 3 & 2 & 7 & 4 & 20 \\ \hline b_i & 30 & 25 & 35 & 20 & \end{array}$$

Варіант 11

$$C = \begin{array}{cccccc|c} & & & & & & a_i \\ \hline & 2 & 8 & 6 & 8 & 2 & 10 & 130 \\ & 8 & 1 & 2 & 3 & 5 & 6 & 90 \\ & 7 & 4 & 4 & 1 & 4 & 8 & 100 \\ & 2 & 8 & 5 & 1 & 3 & 6 & 140 \\ \hline b_i & 110 & 50 & 30 & 80 & 100 & 90 & \end{array}$$

Варіант 12

$$C = \begin{array}{cccc|c} & & & & a_i \\ \hline & 1 & 2 & 9 & 7 & 60 \\ & 3 & 40 & 15 & 5 & 55 \\ & 6 & 4 & 8 & 3 & 40 \\ & 24 & 3 & 3 & 1 & 35 \\ \hline b_i & 70 & 5 & 45 & 70 & \end{array}$$

Варіант 13

$$C = \left\| \begin{array}{ccccc|c} & & & & & a_i \\ 3 & 7 & 1 & 5 & 4 & 30 \\ 7 & 5 & 8 & 6 & 3 & 5 \\ 6 & 4 & 8 & 3 & 2 & 45 \\ 3 & 1 & 7 & 4 & 2 & 70 \\ b_i & 10 & 35 & 15 & 25 & 35 \end{array} \right\|$$

Варіант 14

$$C = \left\| \begin{array}{cccc|c} & & & & a_i \\ 1 & 3 & 3 & 8 & 20 \\ 8 & 6 & 2 & 6 & 20 \\ 7 & 7 & 3 & 8 & 40 \\ 5 & 2 & 4 & 5 & 45 \\ b_i & 25 & 30 & 40 & 15 \end{array} \right\|$$

Варіант 15

$$C = \left\| \begin{array}{ccccc|c} & & & & & a_i \\ 8 & 12 & 4 & 9 & 10 & 60 \\ 7 & 5 & 15 & 3 & 6 & 40 \\ 9 & 4 & 6 & 12 & 7 & 100 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 50 \\ b_i & 30 & 80 & 65 & 35 & 40 \end{array} \right\|$$

Варіант 16

$$C = \left\| \begin{array}{cccc|c} & & & & a_i \\ 18 & 2 & 9 & 7 & 68 \\ 30 & 4 & 1 & 55 & 55 \\ 6 & 4 & 8 & 3 & 40 \\ b_i & 2 & 3 & 3 & 16 \end{array} \right\|$$

Варіант 17

$$C = \left\| \begin{array}{cccc|c} & & & & a_i \\ 2 & 3 & 9 & 7 & 20 \\ 3 & 4 & 6 & 1 & 16 \\ 5 & 1 & 2 & 2 & 14 \\ 4 & 5 & 8 & 1 & 11 \\ b_i & 16 & 18 & 12 & 15 \end{array} \right\|$$

Варіант 18

$$C = \left\| \begin{array}{ccccc|c} & & & & & a_i \\ 4 & 5 & 6 & 8 & 10 & 130 \\ 10 & 3 & 2 & 3 & 15 & 90 \\ 4 & 10 & 5 & 1 & 16 & 40 \\ b_i & 110 & 30 & 50 & 80 & 90 \end{array} \right\|$$

Варіант 20

a_i

$$C = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 & 4 \\ 6 & 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 3 & 8 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_i \\ 45 \\ 35 \\ 70 \end{matrix}$$

$$b_i \quad 20 \quad 60 \quad 55 \quad 45$$

Варіант 19

$$C = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \\ 3 & 7 & 9 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 7 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_i \\ 30 \\ 20 \\ 40 \\ 50 \end{matrix}$$

$$b_i \quad 35 \quad 20 \quad 55 \quad 30$$

Варіант 22

a_i

$$C = \begin{vmatrix} 2 & 8 & 6 & 8 & 2 & 10 \\ 8 & 1 & 2 & 3 & 5 & 6 \\ 7 & 4 & 4 & 1 & 4 & 8 \\ 2 & 8 & 5 & 1 & 3 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_i \\ 130 \\ 90 \\ 100 \\ 140 \end{matrix}$$

$$b_i \quad 110 \quad 50 \quad 30 \quad 80 \quad 100 \quad 90$$

Варіант 21

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 8 \\ 8 & 6 & 2 & 6 \\ 7 & 7 & 3 & 8 \\ 5 & 2 & 4 & 5 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_i \\ 20 \\ 20 \\ 40 \\ 45 \end{matrix}$$

$$b_i \quad 25 \quad 30 \quad 40 \quad 15$$

Варіант 24

a_i

$$C = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 & 4 \\ 6 & 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 3 & 8 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_i \\ 45 \\ 35 \\ 70 \end{matrix}$$

$$b_i \quad 20 \quad 60 \quad 55 \quad 45$$

Варіант 23

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 8 \\ 8 & 6 & 2 & 6 \\ 4 & 7 & 7 & 3 \\ 5 & 2 & 4 & 5 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_i \\ 10 \\ 20 \\ 35 \\ 45 \end{matrix}$$

$$b_i \quad 25 \quad 30 \quad 40 \quad 15$$

Література

1. Вітлінський В.В., Наконечний С.І., Терещенко Т.О. Математичне програмування: навч.-метод. посіб. Київ: КНЕУ, 2001. 248 с.
2. Глушик І., Пенцак Л. Математичне програмування. Львів, Новий Світ, 2006. с.216

1.6 Базові функції системного аналізу

1.6.1 Формулювання й аналіз проблеми

Ця функція передбачає чітке й достатньо повне з'ясування сутності й характеру проблеми в усіх можливих аспектах і практично не підлягає формалізації. Успіх у цій справі визначається майстерністю, досвідом і загальною компетентністю фахівців, наявністю в них спеціальних знань, а також розумінням ними загальної методології й володінням конкретними методами системного аналізу. Тим часом ця перша базова функція має велике, і навіть вирішальне, значення. Від її успішної та правильної реалізації залежить успіх усієї подальшої роботи.

Особливу увагу слід приділяти чіткості, повноті, коректності й системності формулювання проблеми. Сама ця процедура може стати предметом самостійного дослідження. На жаль, про слушність формулювання проблеми ми зможемо дізнатися, лише коли її розв'язування наблизатиметься до завершення або буде повністю завершене і почнеться практичне апробування результату. При цьому наші апріорні й апостеріорні точки зору можуть істотно розрізнятися.

У зв'язку з цим навіть невеличка, на перший погляд, неточність у формулюванні проблеми й недопрацювання в її аналізі можуть зробити непридатними результати подальшої роботи великого колективу дослідників.

Щодо наукового обґрунтування формулювання проблеми та подальшого її аналізу може бути запропоновано лише загальні рекомендації, що дають можливість одержати деякі орієнтири логіки мислення. Загальна схема дій може бути такою.

З'ясовується наявність і здійснюється формулювання проблеми, зокрема:

- визначаються виходи об'єкта та їх кількісні значення;
- оцінюються технологічно досяжні бажані величини виходів за даних реальних умов роботи об'єкта при ідеальній системі управління;

- з'ясовується різниця між дійсними та бажаними величинами виходів;
- якщо ця різниця є істотною й перешкоджає досягненню цілі, то формулюється проблема недосконалості структури і/або функціонування об'єкта.

Виконується аналіз структури об'єкта й змісту проблеми, зокрема:

- установлюється контроль за елементами об'єкта;
- здійснюється оцінювання елементів із позицій ступеня їх впливу на виходи об'єкта;
- проводиться впорядкування елементів за ступенем їх впливу на ці виходи;
- виділяється група елементів, що справляють основний негативний вплив на виходи об'єкта; подальший аналіз функціонування цих елементів дає змогу уточнити зміст проблеми.

Дослідження проблеми може виконуватися з використанням методів і прийомів структурно-функціонального, функціонально-вартісного, економічного й інших видів аналізу.

І, нарешті, на цьому ж першому кроці системного аналізу необхідно хоча б приблизно оцінити можливість вирішення проблеми, щоб не витратити даремно час на подальше дослідження, якщо проблема здається явно нерозв'язною.

1.6.2 Побудова та структуризація системи для вирішення проблеми

Саме з цієї базової функції починається другий етап системного аналізу.

Побудова системи – один із найважливіших кроків у загальній схемі проведення системного аналізу, пов'язаний зі створенням (проекткуванням) системи для вирішення проблеми, що розглядається. Успіх усіх подальших кроків залежить від того, наскільки адекватним завданню буде розподіл наявних елементів між системою та навколишнім середовищем, а також між компонентами системи. Елементи, що відбираються до складу системи, визначаються саме особливістю розв'язуваної проблеми: той самий елемент

для одного завдання треба включати до системи, для іншого – залишати поза нею. Правильність побудови системи та її навколишнього середовища залежить в основному від того, наскільки правильно дослідник розрізняє істотні та несуттєві зв'язки системи й відокремлює внутрішні (технологічні) зв'язки від зовнішніх.

При побудові системи на основі системного підходу необхідно дотримуватися двох найважливіших принципів.

1. *Принцип ієрархії* – система будується з урахуванням відомої супідрядності елементів її ієрархічної структури. При цьому ієрархічні відношення визначаються функціональними зв'язками елементів. Щоб запобігти надмірній складності ієрархічної структури, використовують системно-інтегруючий підхід, при якому різні види діяльності, спрямовані на досягнення єдиних конкретних цілей, інтегруються у блоках (підсистемах).

2. *Принцип найменшої взаємодії*, який означає, що виділена система в стійкому стані може функціонувати як незалежна, автономна. Взаємодії системи з навколишнім середовищем не мають порушувати внутрішніх технологічних зв'язків. Цей принцип є основним і при декомпозиції системи на підсистеми, коли виділення кожної підсистеми передбачає її мінімальну взаємодію з навколишнім середовищем.

Дотримання принципу мінімізації зовнішньої взаємодії та збереження на цій основі відносної автономності є критерієм поділу сукупного набору елементів на систему й навколишнє середовище. Тобто питання про те, бути чи не бути тому чи іншому елементу в складі системи, можна вирішити доказом від протилежного: якщо, припустимо, елемент не буде включено до системи, то чи буде це істотно впливати на особливості її функціонування, зумовлені розв'язуванням завданням? Якщо так, то елемент включають до складу системи, якщо ні – до навколишнього середовища.

1.6.3 Формування загальної мети системи та критеріїв її досягнення

При формуванні загальної мети системи необхідно враховувати ретроспективу й перспективу її розвитку, цілі, що накладаються метасистемою, обмеження навколишнього середовища й інші фактори. Цілі будь-якої системи поділяють на зовнішні та внутрішні. Перші задаються метасистемою, другі формуються всередині й реалізуються в самій системі, визначаючи множину її бажаних станів.

Загальну ціль системи має бути сформульовано таким чином, щоб задовольняти зовнішні вимоги (цілі) через реалізацію бажаних внутрішніх станів системи. Відомо, що будь-який господарський чи технічний об'єкт створюється та функціонує із заздалегідь відомими цілями, зафіксованими в різного роду нормативних, проектних та інших документах. Навіщо ж у такому разі при виникненні тієї чи іншої проблемної ситуації окремо формулювати ціль для кожної розв'язуваної проблеми, адже загальна ціль відома, і тільки до неї варто прагнути? І все-таки є резон у тому, щоб щоразу займатися так званим ціле-покладанням. Це зумовлюється низкою причин, а саме:

1) формулювання конкретної цілі системи, побудованої для вирішення проблеми, дає можливість чітко усвідомити, якими мають бути наслідки прийнятих рішень, що, зрозуміло, не повинні розминатися із загальною ціллю об'єкта;

2) аналіз проблемної ситуації може розкрити необхідність зміни формулювання цілей функціонування не тільки конкретної системи, а й усього об'єкта;

3) формулювання цілей розв'язання кожної проблеми саме по собі визначає спрямованість подальших досліджень і навіть багато в чому сам вибір рішення, створюючи певну переконаність у позитивному результаті;

4) практика розв'язання складних проблем показує, що обмежитися формулюванням єдиної цілі тут найчастіше не вдається. Складні проблеми потребують досягнення цілого комплексу цілей і, відповідно, має бути обрано

краще комплексне багатоцільове рішення. Воно сприяє економії часу й ресурсів порівняно з кількома одноцільовими рішеннями з однієї й тієї самої проблемної ситуації.

Цілі складних систем зазвичай поділяють на дві категорії:

- 1) цілі стабілізації, тобто спрямовані на збереження досягнутого стану системи (рівнів виробництва, технічних параметрів тощо);
- 2) цілі розвитку, тобто спрямовані на наближення стану системи до бажаного рівня та вдосконалювання її структури.

Як уже згадувалося раніше, залежно від періоду часу, що надається на вирішення проблеми, висувають цілі:

– або реальні (кінцеві, термінальні) – за наявності порівняно короткострокових проблем;

– або ідеальні (інфінітивні), що визначають лише загальний на-прям діяльності для вирішення складних проблем, які потребують значного часу.

Для успішного формулювання цілей потрібен великий обсяг знань і досвіду, оскільки на цьому етапі необхідно суттєво виходити за межі об'єкта дослідження.

Цілі мають визначатися змістовно й виражатися в чіткій і компактній формі. В організаційних системах досить часто ціль ототожнюють з обсягом роботи. Це може призвести до помилок, оскільки часто той самий результат можна отримати, виконавши менший обсяг роботи.

Щоб цілі були конкретними й можна було судити про їх досягнення, недостатньо обмежитися їх словесним формулюванням, а необхідно ввести певні характеристики: критерій досягнення цілі (або просто критерій), показники та пріоритети. Критерій ніби доповнює ціль, надає можливість судити, наскільки ми досягаємо її у тому чи іншому конкретному випадку. Критерії виражаються в якісній або кількісній формі. Кількісні критерії дають змогу більш точно визначити ступінь наближення до цілі, тому за можливості слід використовувати саме їх. У загальному випадку для складної системи формулюють систему цілей і, відповідно, систему критеріїв їх досягнення.

Серед тих, що використовуються сьогодні, найбільш уживаними є критерії типів:

- 1) «вартість – ефект», які зіставляють витрати з досягнутими результатами;
- 2) елімінуючі, що встановлюють діапазони бажаних значень найважливіших характеристик системи;
- 3) зважуючі, що ґрунтуються на використанні коефіцієнтів відносної важливості різноманітних чинників, які впливають на вирішення проблеми.

Обраний критерій має враховувати основні параметри системи, бути чутливим до зміни досліджуваних розмірів. Показники ступеня досягнення цілі відрізняються від критеріїв тим, що останні фіксують визначений кількісний рівень, а перші – значення, яке відповідає тому або іншому моменту часу, тобто певному стану системи на шляху руху до цілі. Показники змінюють своє значення з часом, а критерії – ні.

Наприклад, ми ставимо за мету: «Забезпечити студентів необхідною літературою за всіма дисциплінами, що вони вивчають». Критерієм цієї мети може виступати норматив Міністерства освіти і науки – 0,3 підручника на студента. Показник же за підручниками з однієї дисципліни може бути 0,2 або 0,25, а з іншої – 0,4 або 0,45 і т. п. Можна конкретизувати критерій, застосувавши норматив безпосередньо до кожної дисципліни, а можна встановити й вищий критерій, скажімо, 0,5 або 0,7.

1.6.4 Декомпозиція цілей системи

Декомпозиція загальної цілі на окремі складові є однією з головних функцій системного аналізу. Вона реалізується шляхом побудови дерева цілей.

Завдяки послідовному розбиттю головної цілі на більш дрібні її компоненти, виконання яких у підсумку веде до вирішення загального завдання, удається поєднати ціль із засобами її досягнення, що в складних системах є нетривіальною задачею. У дереві цілей забезпечується взаємна

погодженість цілей усіх рівнів різних підсистем. При цьому, якщо для верхніх рівнів цілі мають загальний, іноді тільки якісний характер, то в міру зниження рівня вони конкретизуються, доходячи на останньому до конкретних технічних, економічних, соціальних та інших характеристик, певних (в основному числових) значень, які намічено досягти. Таким чином, цілі верхніх рівнів (стратегічні) є більш-менш стабільними, а цілі інших (тактичні) – відносно рухливими й динамічними. Навіть незначна зміна мети верхнього рівня може істотно впливати на склад і формулювання цілей середніх рівнів. На нижньому рівні цілі знову стабілізуються у зв'язку з тим, що вони певною мірою відображають конкретні дії виконавців, технології виробництва тощо.

«Дерево цілей» - це графічне зображення взаємозв'язку і підпорядкованості цілей, що відображає розподіл місії і мети на цілі, під цілі, завдання та окремі дії.

«Дерево цілей» можна визначити, як «цільовий каркас» організації, явища чи діяльності. Загальний вигляд «дерева цілей» показано на рис. 1.23.

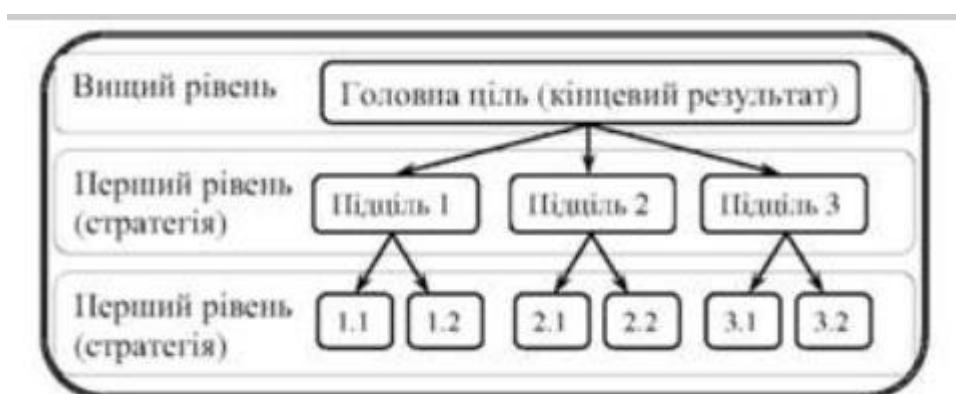


Рисунок 1.23 – Загальний вигляд «дерева цілей»

При побудові дерева цілей має бути виконано дві вимоги:

1. Зміст кожної цілі має вичерпно розкриватися системою підцілей, тобто так, щоб об'єднання встановлених підцілей дало повне формулювання вихідної мети.

2. Відсутність циклів у дереві цілей.

Побудова дерева цілей сприяє подальшому одержанню коефіцієнтів відносної важливості цілей шляхом експертних оцінок, про які вже йшла мова при описі попередньої базової функції. Крім того, воно дає змогу ввести аналогічні коефіцієнти і для засобів (заходів) досягнення цілей.



Рисунок 1.24 – Приклад застосування «дерева цілей»

Дерево цілей подібне до деякого каркаса і може застосовуватися для вирішення споріднених за змістом комплексних проблем (напри-клад, побудови дерева рішень, дерева ресурсів тощо). Побудова дере-ва цілей підкоряється певним логічним правилам, і її можна поділити на такі чотири етапи:

1. Розробка сценарію чи систематизованого опису майбутніх умов функціонування системи.

2. Побудова робочого варіанта дерева цілей на основі розробленого сценарію, йдучи зверху вниз за рівнями, що знижуються, так, щоб заходи нижчого рівня забезпечували пов'язану з ними більш загальну мету.

3. Оцінка дерева цілей, що полягає в ідентифікації (уточненні) і квантифікації (зведенні якісних характеристик до кількісних) цілей. Потрібну інформацію для цих дій надають експерти. На її основі роблять переоцінку цілей та їх зв'язків, установлюють критерії й вагові коефіцієнти, виконують розрахунки.

4. Вибір остаточного варіанта декомпозиції цілей, що здійснюється шляхом послідовного уточнення дерева цілей, аналізу попередніх етапів його побудови на якісно новому рівні.

Декомпозиція цілі на підцілі здійснюється на основі відповідей на такі головні питання:

- хто досягає цілі;
- де вона досягається;
- як (за допомогою чого) вона реалізується;
- коли вона досягається;
- що саме досягається.

Правильність побудови дерева цілей перевіряють за допомогою таких процедур.

1. Загальна експертна оцінка структури дерева цілей: отримана структура оцінюється різними групами експертів, висновки яких є основою для внесення обґрунтованих коректив.

2. Перевірка за сценарієм: після побудови дерева цілей раніше (апріорі) створений сценарій необхідно скоректувати. Після цього може виникнути необхідність у коректуванні дерева цілей.

3. Перевірка на часовому зрізі: за всіма галузями і рівнями дерева перевіряють досяжність кожної цілі за відведений для цього період часу. Якщо в якій-небудь гілці знайдеться елемент, проміжна (часткова) ціль якого є недосяжною, то відповідна гілка викреслюється. Якщо ж, навпаки, якісь цілі нижнього рівня можуть бути виконані раніше від наміченого терміну, це може стати приводом для їх укрупнення, після чого буде потрібно відкоригувати цілі більш високих рівнів.

4. Перевірка дерева цілей і його фрагментів на повноту: логічний аналіз засобів досягнення цілей і опитування експертів дають змогу з'ясувати, чи не упущено які-небудь засоби, потрібні для досягнення цілей у всьому дереві або його фрагментах. Формально це означає необхідність перевірки достатності кількості розгалужень униз від цілей кожного рівня, а за змістом

– перевірку реалізації необхідної послідовності дій для досягнення кожної цілі.

5. Перевірка дерева на інваріантність: перевіряється однозначність трактування цілей членами дослідницької групи й експертами. Корективи вносяться тоді, коли виявляється наявність різних формулювань тих самих цілей або неоднозначність трактувань.

6. Перевірка впливу змін окремих підцілей на досягнення цілей верхніх рівнів: якщо такий вплив (чутливість) виявляється дуже істотним, потрібно перевірити, чи не допущено помилку у визначенні рівня цієї цілі, чи не поміщено її занадто низько. Якщо подібних помилок у дереві немає, то доцільно продовжити аналіз зазначеної чутливості цілей верхнього рівня та простежити ступінь поширення змін підцілей усередині того чи іншого фрагмента або цілої гілки дерева. У такий спосіб виявляється відносна значущість цілей нижніх рівнів і, головне, визначається ядро дерева цілей, що не реагує на зміни цілей нижніх рівнів.

В усіх розглянутих процедурах перевірки дерева цілей виявлення необхідних його коректувань здійснюється на базі використання інформації, що йде каналами зворотного зв'язку від реального об'єкта (для якого досліджується за допомогою системного аналізу та чи інша проблема) через створювану систему, навколишнє середовище, цілі і засоби їх досягнення, технологію різних видів діяльності об'єкта, до дослідників і особи, що приймає рішення, які виступають у ролі суб'єктів управління процесом вирішення проблеми. Тут, як і при моделюванні, чітко виявляється принцип взаємного впливу та збагачення – дослідник, що здійснює системний аналіз, проникає все глибше і глибше у сутність розв'язуваної проблеми й завдяки цьому поліпшує рішення, підвищує його ефективність, що можна назвати прямим впливом суб'єкта на об'єкт. Водночас, розв'язуючи проблему, дослідник підвищує свої знання та кваліфікацію, що можна назвати зворотним впливом об'єкта на суб'єкт.

1.6.5 Лабораторна робота №6. Використання інструментів «Пошук рішення» та «Підбір параметру» електронних таблиць для розв’язування управлінських задач

Мета: Навчити використовувати інструменти «Пошук рішення» та «Підбор параметру» ЕТ для розв’язання управлінських задач.

Теоретичні відомості

Формалізувати задачу розробки моделі предметної області. На прикладах реалізувати методології взаємодії інформаційних систем підприємства з інформаційними системами постачальників і покупців, виводячи засоби оптимізації управління за рамки підприємства, дозволяючи оптимізувати не тільки внутрішні, але й зовнішні.

Порядок виконання роботи

Змоделювати вплив окремих факторів (ціни реалізації, обсягу товарообороту, середньої торговельної надбавки та витрат обігу) на зміну чистого прибутку торговельного підприємства від 42 до 60 тис. грн. Використати засіб «Підбір параметра». Необхідні дані (значення економічних показників підприємства) наведені в таблиці 1. Побудувати результативну таблицю та розробити три варіанти сценарію: оптимістичний, песимістичний та реалістичний, кожен з яких зображує реальні зміни показників, які впливають на прибуток підприємства.

Хід виконання

1. Спочатку проаналізуйте вплив ціни реалізації на зміну чистого прибутку торговельного підприємства від 42 до 60 тис. грн. Змінити назву робочого аркуша з «Лист1» на «Імітаційне моделювання», а назву робочого аркуша «Лист2» на « Оптимізаційне моделювання».

Таблиця 1.3

Показник	Позначення комірки	Базовий розмір
Обсяг реалізації	B7	1000
Середня ціна реалізації, грн	B8	5
Обсяг товарообороту	B9	=B7*B8
Середня торговельна надбавка, грн	B10	25
Валовий дохід, тис. грн	B11	=B9*B10/100
Витрати обігу, %	B12	=B13+B14
Постійні	B13	650
Змінні	B14	=B15*B9/100
Рівень змінних витрат, %	B15	10.8
Прибуток від реалізації, тис. грн	B16	=B11-B12
Ставка податку на прибуток, %	B17	30
Чистий прибуток, тис. грн	B18	=B16*(100-B17)/100

2. На робочому аркуші «Імітаційне моделювання» побудувати таблицю, показану на рис. 1.25, значення та формули для розрахунків взяти з таблиці 1.4. Таблиці надати заголовок: «Вплив ціни реалізації на зміну чистого прибутку торговельного підприємства».

3. Встановити курсор у комірці B8, змінити ціну реалізації за допомогою команди Сервіс-Підбір параметра або для більш нових версій Данні-Аналіз (що, якщо)-Підбір параметру, визначивши значення чистого прибутку 60 тис. грн, встановити в комірці B18. У діалоговому вікні команди слід зазначити абсолютні адреси комірок та значення, які представлені на рис. 1.26 [23].

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
3										
4	Вплив ціни реалізації на зміну чистого прибутку торговельного підприємства									
5										
6	Показник	Значення								
7	Обсяг реалізації	1000								
8	Середня ціна реалізації	5								
9	Обсяг товарообороту	5000								
10	Середня торговельна надбавка, грн	25								
11	Валовий дохід, тис. грн	1250								
12	Витрати обігу, %	1190								
13	постійні	650								
14	змінні	540								
15	Рівень змінних витрат, %	10.8								
16	Прибуток від реалізації, тис. грн	60								
17	Ставка податку на прибуток, %	30								
18	Чистий прибуток, тис. грн	42								
19										
20										

Рисунок 1.25 – Вікно з вхідними даними



Рисунок 1.26 – Вікно програми «Підбір параметра»

Після натискання кнопки ОК програма «Підбір параметра» змінить значення ціни реалізації з 5,00 грн на 5,18 грн у комірці B8 для встановлення значення чистого прибутку в 60 тис. грн та запише в таблицю результати своєї роботи (таблиця 1.4).

Таблиця 1.4

Вплив ціни реалізації на зміну чистого прибутку торговельного підприємства

Показник	Базовий розмір
Обсяг реалізації	1000
Середня ціна реалізації, грн	5,18108652
Обсяг товарообороту	5,18108652
Середня торговельна надбавка, грн	25
Валовий дохід, тис. грн	1295,27163
Витрати обігу, %	1209,55734
Постійні	650
Змінні	559,557344
Рівень змінних витрат, %	10.8
Прибуток від реалізації, тис. грн	85,7142857
Ставка податку на прибуток, %	30
Чистий прибуток, тис. грн	60

4. Далі проводимо дослідження, яким чином впливає обсяг товарообороту на зміну чистого прибутку торговельного підприємства від 42 до 60 тис. грн. Побудуйте таблицю початкових значень економічних показників, аналогічну, таблиці 1, починаючи з 23 рядка. При створенні таблиці використовувалися числові дані та формули (у комірці B28 записана формула $=B26*B27/100$; у комірці B26 – значення 5 000; у комірці B31 – формула $=B32*B26/100$; у комірці B33 – формула $=B28-B29$; у комірці B35 – формула $=B33*(100-B34)/100$). Також зверху таблиці ввести заголовок:

«Вплив обсягу товарообороту на зміну чистого прибутку торговельного підприємства». Результати розрахунків приведені в таблиці 1.5.

Таблиця 1.5

Вплив обсягу товарообороту на зміну чистого прибутку торговельного підприємства

Показник	Базовий розмір
Обсяг реалізації	1000
Середня ціна реалізації, грн	5
Обсяг товарообороту	5000
Середня торговельна надбавка, грн	25
Валовий дохід, тис. грн	1250
Витрати обігу, %	1190
Постійні	650
Змінні	540
Рівень змінних витрат, %	10.8
Прибуток від реалізації, тис. грн	60
Ставка податку на прибуток, %	30
Чистий прибуток, тис. грн	42

5. Встановити курсор у комірці B26 і активізувати команду Сервіс-Підбір параметра. Встановити курсор у комірці B35, значення чистого прибутку 60 тис. грн, відповідно змінивши обсяг товарообороту (комірка B26). У діалоговому вікні зазначаються абсолютні адреси комірок та значення, подані на рис. 1.27.

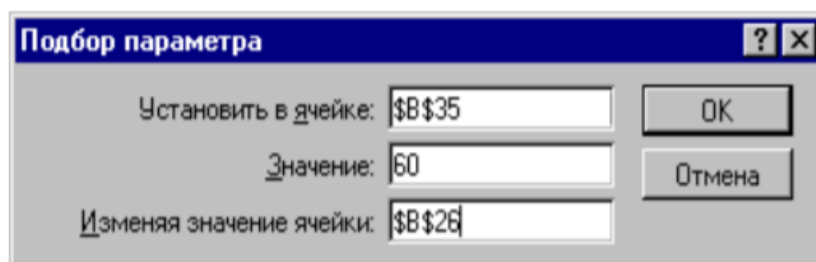


Рисунок 1.27 – Вікно програми «Підбір параметра»

Після натискання кнопки ОК програма «Підбір параметра» змінить значення обсягу товарообороту з 5 000 грн на 5 181 грн у комірці B8 для встановлення значення чистого прибутку в 60 тис. грн та запише в таблицю результати своєї роботи (таблиця 1.6).

Таблиця 1.6

Вплив обсягу товарообороту на зміну чистого прибутку торговельного підприємства

Показник	Базовий розмір
Обсяг реалізації	1000
Середня ціна реалізації, грн	5
Обсяг товарообороту	5181,08652
Середня торговельна надбавка, грн	25
Валовий дохід, тис. грн	1295,27163
Витрати обігу, %	1209,55734
Постійні	650
Змінні	559,557344
Рівень змінних витрат, %	10.8
Прибуток від реалізації, тис. грн	85,7142857
Ставка податку на прибуток, %	30
Чистий прибуток, тис. грн	60

6. Далі необхідно дослідити, яким чином впливає середня торговельна надбавка на зміну чистого прибутку торговельного підприємства від 42 до 60 тис. грн. Побудуйте таблицю початкових значень економічних показників, аналогічну першій таблиці, починаючи з 40 рядка. При створенні таблиці використовуйте числові дані та формули (у комірці B43 записана формула =B41*B42; у комірці B45 – формула =B43*B44/100; у комірці B46 – формула =B47+B48; у комірці B48 – формула =B49*B43/100; у комірці B50 – формула =B45-B46; у комірці B52 – формула =B50*(100- B51)/100). Таблиці надати заголовок: «Вплив середньої торговельної надбавки на зміну чистого прибутку торговельного підприємства». Результати розрахунків приведені в таблиці 1.7.

Таблиця 1.7

Вплив середньої торговельної надбавки на зміну чистого прибутку торговельного підприємства

Показник	Базовий розмір
Обсяг реалізації	1000
Середня ціна реалізації, грн	5
Обсяг товарообороту	5000
Середня торговельна надбавка, грн	25
Валовий дохід, тис. грн	1250
Витрати обігу, %	1190
Постійні	650
Змінні	540
Рівень змінних витрат, %	10.8
Прибуток від реалізації, тис. грн	60
Ставка податку на прибуток, %	30
Чистий прибуток, тис. грн	42

1. Необхідно встановити курсор на комірку B44 та викликати команду Сервіс-Підбір параметра для того, щоб встановити в комірці B52 значення чистого прибутку 60 тис. грн, відповідно змінивши значення середньої торговельної надбавки (адреса комірки B44). У діалоговому вікні слід зазначити абсолютні адреси комірок та значення, показані на рис. 1.28.



Рисунок 1.28 – Вікно програми «Підбір параметра»

Після натискання кнопки ОК, програма «Підбір параметра» змінить значення середньої торговельної надбавки з 25,00 % на 25,51 % в комірці B52 для встановлення значення чистого прибутку в 60 тис. грн та запише в таблицю 1.8. результати своєї роботи.

Таблиця 1.8

Вплив середньої торговельної надбавки на зміну чистого прибутку
торговельного підприємства

Показник	Базовий розмір
Обсяг реалізації	1000
Середня ціна реалізації, грн	5
Обсяг товарообороту	5000
Середня торговельна надбавка, грн	25,5142857
Валовий дохід, тис. грн	1275,71429
Витрати обігу, %	1190
Постійні	650
Змінні	540
Рівень змінних витрат, %	10,8
Прибуток від реалізації, тис. грн	85.7142857
Ставка податку на прибуток, %	30
Чистий прибуток, тис. грн	60

8. Далі проводимо дослідження, яким чином впливають витрати обігу на зміну чистого прибутку торговельного підприємства від 42 до 60 тис. грн. Для цього побудуйте таблицю початкових значень економічних показників, аналогічну таблиці 3,10, починаючи з 57 рядка. При створенні таблиці використовувалися числові дані та формули (у комірці B60 записана формула = B58*B59; у комірці B62 – формула =B60*B61/100; у комірці B63 – значення 1190; у комірці B65 – формула =B66*B60/100; у комірці B67 – формула =B62-B63; у комірці B69 – формула =B67*(100- B68)/100). Також зверху таблиці ввести заголовок: «Вплив витрат обігу на зміну чистого прибутку торговельного підприємства». Результати розрахунків представлені в таблиці 1.9.

Таблиця 1.9

Вплив витрат обігу на зміну чистого прибутку торговельного підприємства

Показник	Базовий розмір
Обсяг реалізації	1000
Середня ціна реалізації, грн	5
Обсяг товарообороту	5000
Середня торговельна надбавка, грн	25
Валовий дохід, тис. грн	1250
Витрати обігу, %	1190
Постійні	650
Змінні	540
Рівень змінних витрат, %	10.8
Прибуток від реалізації, тис. грн	60
Ставка податку на прибуток, %	30
Чистий прибуток, тис. грн	42

9. Встановити курсор на комірку B63 та викликати команду Сервіс-Підбір параметра для того, щоб встановити в комірці B69 значення чистого прибутку 60 тис. грн, відповідно змінивши значення середньої торговельної надбавки (адреса комірки B63. У діалоговому вікні слід зазначити абсолютні адреси комірок та значення, показані на рис. 1.29.

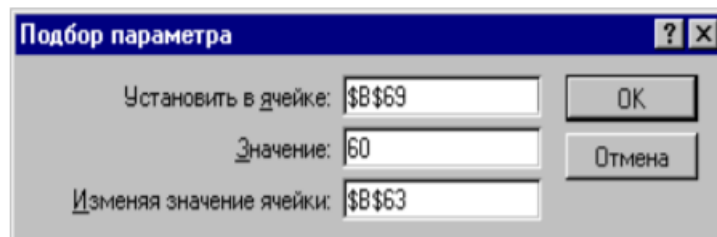


Рисунок 1.29 – Вікно програми «Підбір параметра»

Після натискання ОК програма «Підбір параметра» змінить значення витрат обігу з 1190 на 1164 у комірці B63 для встановлення значення чистого прибутку в 60 тис грн та запише в таблицю 1.10. результати своєї роботи.

Таблиця 1.10

Вплив витрат обігу на зміну чистого прибутку торговельного підприємства

Показник	Базовий розмір
Обсяг реалізації	1000
Середня ціна реалізації, грн	5
Обсяг товарообороту	5000
Середня торговельна надбавка, грн	25
Валовий дохід, тис грн	1250
Витрати обігу, %	1164,28571
Постійні	650
Змінні	540
Рівень змінних витрат, %	10,8
Прибуток від реалізації, тис грн	85,7142857
Ставка податку на прибуток, %	30
Чистий прибуток, тис грн	60

10. Враховуючи попередні розрахунки та результати програми «Підбір параметра», можна зробити висновок, що для збільшення чистого прибутку торговельного підприємства від 42 до 60 тис. грн необхідно вибрати одне з таких рішень:

- збільшити ціну реалізації з 5,00 грн до 5,18 грн;
- збільшити обсяг товарообороту з 5000 до 5181 тис. грн;
- збільшити середню торговельну надбавку на 0,51 % ($25,51 - 25,00 = 0,51$);
- зменшити витрати обігу з 1 190 до 1 164.

11. Для дослідження впливу всіх факторів одночасно (ціна реалізації, обсяг товарообігу, середня торговельна надбавка, витрати обігу) на зміну чистого прибутку підприємства від 42 до 60 тис. грн проведемо оптимізаційне моделювання за допомогою програми «Пошук рішення». Перейти на робочий аркуш з назвою «Оптимізаційне моделювання» та створити таблицю (рис. 1.28). Ввести заголовок: «Вплив множини факторів на зміну чистого прибутку торговельного підприємства».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
4	Вплив множини факторів (ціна реалізації, обсяг товарообороту, середня торговельна надбавка, витрати обігу) на зміну чистого прибутку торговельного підприємства									
5										
6	Показник	Значення								
7	Обсяг реалізації	1000								
8	Середня ціна реалізації	5								
9	Обсяг товарообороту	5000								
10	Середня торговельна надбавка,	25								
11	Валовий дохід, тис. грн	1250								
12	Витрати обігу %	1190								
13	постійні	650								
14	змінні	540								
15	Рівень змінних витрат %	10.8								
16	Прибуток від реалізації, тис. грн	60								
17	Ставка податку на прибуток %	30								
18	Чистий прибуток, тис. грн	42								

Рисунок 1.30 – Вікно з робочим листом «Оптимізаційне моделювання»

13. Завантажимо програму «Пошук рішення» за допомогою команди Сервіс-Пошук рішення. У діалогове вікно програми (рис. 1.31) ввести цільову функцію – чистий прибуток (комірка \$B\$18); керовані змінні – середня ціна реалізації (комірка \$B\$8), обсяг товарообороту (комірка \$B\$9), середня торговельна надбавка (комірка \$B\$10), витрати обігу (комірка \$B\$12); поставити умови: рівень змінних витрат ≤ 10.8 (\$B\$15 ≤ 10.8), прибуток від реалізації ≥ 60 (\$B\$16 ≥ 60).

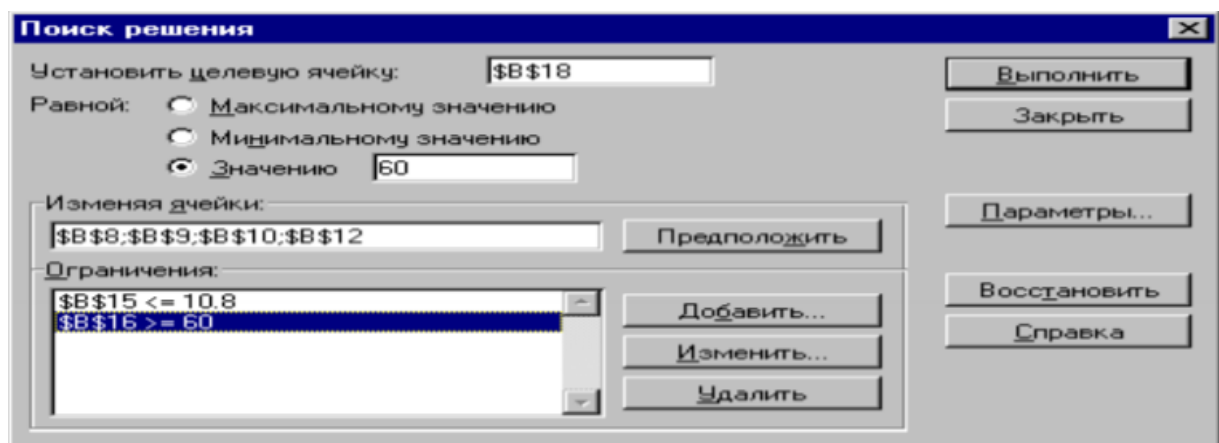


Рисунок 1.31 – Вікно програми «Пошук рішення»

Для додавання обмежень необхідно натиснути кнопку Додати та у вікні конструктора обмежень (рис. 1.31.) ввести відповідні абсолютні адреси комірок, значення, оператори порівняння. Це вікно має вигляд, показаний на рис. 1.32.

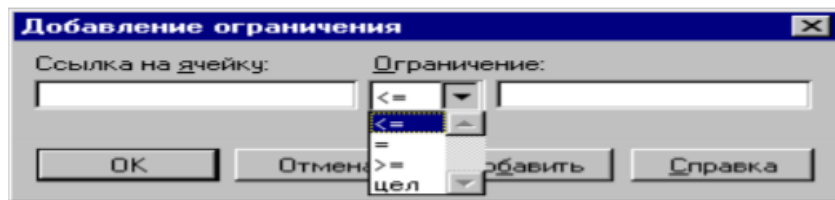


Рисунок 1.32 – Вікно конструктора обмежень

Програма «Пошук рішення» буде виконувати оптимізацію при наступних параметрах (їх можна переглянути або змінити, натиснувши кнопку Параметри). На екрані з’явиться вікно «Параметри пошуку рішення» (рис. 1.33).

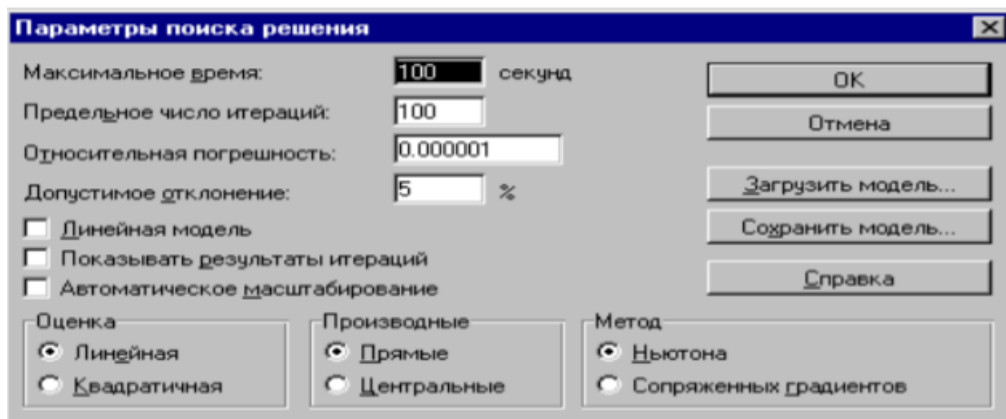


Рисунок 1.33 – Вікно програми «Параметри пошуку рішення»

Після заповнення діалогового вікна «Пошук рішення» слід натиснути кнопку Виконати. Через декілька секунд з’явиться вікно «Результати пошуку рішення» (рис. 1.34), у якому вибрати опцію Зберегти шукане рішення, та натиснути кнопку ОК.

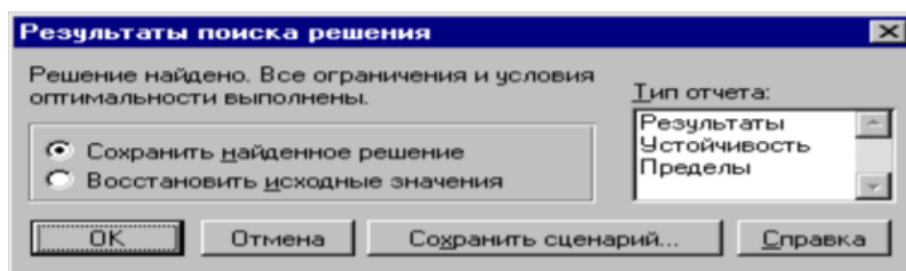


Рисунок 1.34 – Вікно програми «Результати пошуку рішення»

Після зазначених операцій значення факторів – керованих змінних – у таблицях дещо змінилося. Так, середня торговельна надбавка та середня ціна реалізації залишилися незмінними (25 % та 5 грн відповідно); а обсяг

товарообороту збільшився до 5102,86 та змінні витрати обігу зменшилися до 551,1. Результати оптимізації представлені в таблиці 1.11.

Таблиця 1.11

Вплив множини факторів (ціна реалізації, обсяг товарообороту, середня торговельна надбавка, витрати обігу) на зміну чистого прибутку торговельного підприємства

Показник	Базовий розмір
Обсяг реалізації	1000
Середня ціна реалізації, грн	5
Обсяг товарообороту	5102,857143
Середня торговельна надбавка, грн	25
Валовий дохід, тис. грн	1275,714286
Витрати обігу, %	1190
Постійні	650
Змінні	551,1085714
Рівень змінних витрат, %	10.8
Прибуток від реалізації, тис. грн	85,71428571
Ставка податку на прибуток, %	30
Чистий прибуток, тис. грн	60

Програма «Пошук рішення» видає результати проведеної оптимізації у вигляді трьох звітів: звіт по результатах (рис. 1.33), звіт по стійкості (рис. 1.34) та звіт по межах (рис. 1.35), які автоматично розташовуються на окремих робочих аркушах. Видача звітів відбувається при їх замовленні у вікні «Результати пошуку рішення» [23].

Microsoft Excel 7.0 Отчет по результатам
 Рабочий лист: [гла.xls]Оптимізаційне моделювання
 Отчет создан: 16/12/00 19:01

Целевая ячейка (Значение)

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
\$B\$18	Чистый прибуток, тис. грн	42	60

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
\$B\$8	Средняя цена реализации	5	5
\$B\$9	Объем товарооборота	5000	5102.857143
\$B\$10	Средняя торговельная надбавка, грн	25	25
\$B\$12	Витраты обігу % змін	540	551.109

Рисунок 1.35 – Вікно з робочим листом «Звіт по результатах»

Microsoft Excel 7.0 Отчет по устойчивости
 Рабочий лист: [гла.xls]Оптимізаційне моделювання
 Отчет создан: 16/12/00 19:02

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. градиент
\$B\$8	Средняя цена реализации	5	0
\$B\$9	Объем товарооборота	5102.857143	0
\$B\$10	Средняя торговельная надбавка, грн	25	0
\$B\$12	Витраты обігу змін %	551,109	0

Ограничения

Ячейка	Имя	Результ. значение	Лагранжа множитель
\$B\$15	Рівень змінних витрат %	10.8	0
\$B\$16	Прибуток від реалізації, тис. грн	85.71428571	0

Рисунок 1.36 – Вікно з робочим листом «Звіт по стійкості 1»

Microsoft Excel 7.0 Отчет по пределам
 Рабочий лист: [гла.xls]Оптимізаційне моделювання
 Отчет создан: 16/12/00 19:02

Ячейка	Целевое имя	Значение
\$B\$18	Чистый прибуток, тис. грн	60

Ячейка	Изменяемое имя	Значение	Нижний предел	Целевой результат	Верхний предел	Целевой результат
\$B\$8	Средняя цена реализации	5	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
\$B\$9	Объем товарооборота	5102.85714	5000	42	#N/D	#N/D
\$B\$10	Средняя торговельная надбавка, грн	25	24.4960806	42	#N/D	#N/D
\$B\$12	Витраты обігу %	1190	#N/D	#N/D	1215.71429	42

Рисунок 1.37 – Вікно з робочим листом «Звіт по межах 1»

Завдання для самостійного виконання:

Самостійно провести імітаційне та оптимізаційне моделювання впливу факторів (ціна реалізації, обсяг товарообігу, середня торговельна надбавка, витрати обігу) на зміну чистого прибутку торговельного підприємства від 42 до 80 тис. грн (+ номер варіанту), а також при ставці податку на прибуток відповідно нормам поточного року. 15. Оформити звіт, зробити висновки і відповіді на контрольні питання.

Формат звіту. Оформити у текстовому редакторі. Малюнки оформити у графічному редакторі та перенести у текстовий документ та додати скріншоти результатів обчислень у табличному редакторі. Оформити в табличному редакторі результати обчислень. Звіт повинен мати, титульний лист (із зазначенням, навчального закладу, кафедри, номеру практичного заняття, теми, ПБ та шифр групи).

Питання до самоконтролю:

1. Що таке моделювання?
2. Що таке модель? Вкажіть види моделювання?
3. У чому полягає суть імітаційного й оптимізаційного моделювання?
4. Які засоби MS Excel дають можливість проводити моделювання?
5. Пояснити принципи роботи команди Підбор параметра.
6. Пояснити принципи роботи команди Пошук рішення.

Рекомендована література:

1. Одинець В.А., Свириденко В.Ю., Дубчак Л.В. Інформаційні системи та технології у фінансових установах: навч. посіб. Державна фіскальна служба України, Університет державної фіскальної служби України. Ірпінь, 2016. с. 410.

Розділ 2. МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

2.1 Базові основи прийняття рішень

2.1.2 Оцінювання складних систем в умовах невизначеності

Специфічні риси організаційно-технічних систем часто не дозволяють звести операції, що виконуються цими системами, до детермінованих або ймовірнісних. До таких рис відноситься:

1. Наявність в керованій системі в якості елементів (підсистем) цілеспрямованих індивідуумів та наявність в системі управління ОПР, які здійснюють управління на основі суб'єктивних моделей, що призводить до великої кількості різноманітних сценаріїв поведінки системи в цілому.

2. Алгоритм управління часто створює сама система управління, переслідуючи крім цілей, що висувуються старшою системою управління, ще й власні цілі, що не співпадають із зовнішніми.

3. На етапі оцінки ситуації в ряді випадків виходять не з фактичної ситуації, а з тої моделі, яку використовує ОПР при управлінні об'єктом.

4. В процесі прийняття рішень значну роль мають логічні міркування ОПР, що не піддаються формалізації класичними методами математики.

5. При виборі керуючого впливу ОПР може оперувати нечіткими поняттями, відношеннями та висловленнями.

6. У великій кількості задач управління організаційно-технічними системами відсутні об'єктивні критерії оцінювання досягнення цільового та поточного стану об'єкта управління, а також статистика, що є достатньою для побудови відповідного ймовірнісного розподілу (законів розподілів результатів операцій) для конкретного прийнятого рішення.

Таким чином, неможливість зведення операцій, що здійснюються організаційно-технічними системами, до детермінованих або ймовірнісних, не дозволяє використовувати для їх оцінювання детерміністські або ймовірнісні критерії.

Умови оцінювання ефективності систем для невизначених операцій можна представити у вигляді таблиці (див. табл.1), в якій позначено:

a_i - вектор управляючих параметрів, що визначають властивості системи ($i=1, \dots, m$);

n_j – вектор некерованих параметрів, що визначають стан середовища ($j=1, \dots, k$);

k_{ij} – значення ефективності системи a_i для станів середовища n_j ;

$K(a_i)$ – ефективність системи a_i .

Таблиця 1.12

Оцінка ефективності для невизначених операцій

a_i	n_j				$K(a_i)$
	n_1	n_2	...	n_k	
a_1	k_{11}	k_{12}	...	k_{1k}	
a_2	k_{21}	k_{22}	...	k_{2k}	
...
a_m	k_{m1}	k_{m2}	...	k_{mk}	

Кожний рядок таблиці містить значення ефективності однієї системи для всіх станів середовища n_j , а кожний стовпчик – значення ефективності для всіх систем a_i за одним і тим самим станом середовища. У випадку, коли одним параметром визначається заданий стан середовища, матриця ефективності може бути представленою діаграмою:

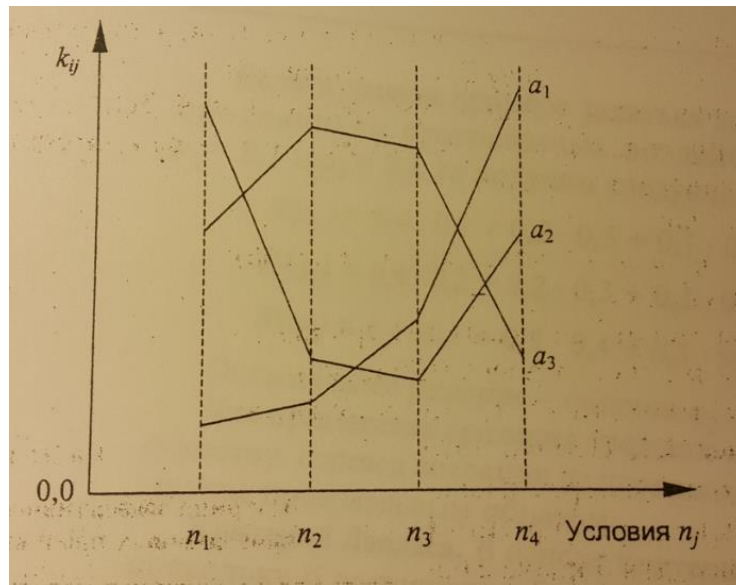


Рисунок 2.1– Діаграма ефективності a_i систем для умов n_j

У невизначеній операції можуть бути відомими множина станів середовища та ефективність систем для кожної з них, але немає даних щодо ймовірності прояви того чи іншого стану.

В залежності від характеру невизначеності операції можуть розділятися на ігрові та статично невизначені. В ігрових операціях невизначеність вносить своїми свідомими діями противник. Для дослідження ігрових операцій використовується теорія ігор. Умови статистично невизначених операцій залежать від об'єктивної дійсності, що має назву «Природа». Природа розглядається як незацікавлена та байдужа до операції сторона (вона пасивна по відношенню до ОПР). Такі операції можуть бути дослідженими з використанням теорії статистичних рішень.

Якщо операція, що виконується системою, є унікальною, то для подолання невизначеності при оцінці систем використовуються суб'єктивні переваги ОПР. За цієї причиною єдиного критерію оцінки ефективності для невизначених операцій не існує. Розробленими є лише загальні вимоги до критеріїв та процедур оцінки та вибору оптимальних систем. Основними вимогами є:

1. оптимальне рішення не має змінюватись з перестановкою рядків та стовбців матриці ефективності;

2. оптимальне рішення не має змінюватись після додавання тотожного рядка або тотожного стовпця до матриці ефективності;
3. оптимальне рішення не має змінюватись від додавання постійного числа до значення кожного елемента матриці ефективності;
4. оптимальне рішення не має стати неоптимальним, неоптимальне оптимальним у випадку додавання нових систем, серед яких немає жодної більш ефективної системи;
5. якщо системи a_i та a_j є оптимальними, то ймовірнісна композиція цих систем також має бути оптимальною.

В залежності від характеру переваг ОПР найбільш часто в невизначених ситуаціях використовують наступні критерії:

- середнього виграшу;
- обережного спостерігача (Вальда);
- максимаксу;
- песимізму - оптимізму (Гурвіца);
- мінімального ризику (Севіджа).

Розглянемо ці критерії на прикладі.

Приклад. Необхідно оцінити та обрати один з трьох програмних продуктів a_i для боротьби з одним з чотирьох типів програмних впливів k_j . Матриця ефективності представлена в табл.2.1.

Таблиця 2.1

Матриця ефективності програмних продуктів

a_i	k_j			
	k_1	k_2	k_3	k_4
a_1	0,1	0,5	0,1	0,2
a_2	0,2	0,3	0,2	0,4
a_3	0,1	0,4	0,4	0,3

Прийнято наступні позначення:

a_i - i -й програмний продукт, $i=\{1, 2, 3\}$;

k_j - оцінка ефективності застосування i -го програмного продукту за умов j -го програмного впливу $j=\{1, 2, 3, 4\}$.

Критерій середнього виграшу. Даний критерій передбачає завдання ймовірностей станів середовища p_i . Ефективність систем оцінюється як середнє очікуване значення (математичне очікування) оцінок ефективності за всіма станами середовища:

$$K(a_i) = \sum_{j=1}^l P_j k_{ij} \quad i = \overline{1, m}$$

Оптимальній системі буде відповідати ефективність:

$$K^{opt} = \max_i \sum_{j=1}^l P_j k_{ij}, \quad i = \overline{1, m}$$

Якщо в даному прикладі задано ймовірності застосування противником програмних впливів $p_1 = 0,4$, $p_2 = 0,2$, $p_3 = 0,1$, $p_4 = 0,3$, то отримуємо наступні оцінки систем:

$$K(a_1) = 0,4 * 0,1 + 0,2 * 0,5 + 0,1 * 0,1 + 0,3 * 0,2 = 0,21.$$

$$K(a_2) = 0,4 * 0,2 + 0,2 * 0,3 + 0,1 * 0,2 + 0,3 * 0,4 = 0,28.$$

$$K(a_3) = 0,4 * 0,1 + 0,2 * 0,4 + 0,1 * 0,4 + 0,3 * 0,3 = 0,25.$$

Оптимальним є рішення – система a_2 .

Для використання критерію середнього виграшу необхідним є переведення операції з невизначеної у ймовірнісну, причому довільним чином.

Критерій Лапласа. В основі критерію застосовують припущення щодо станів середовища – оскільки про них нічого невідомо, то вважаємо їх рівноімовірними. Отже,

$$K(a_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^t k_{ij}, \quad i = 1, \dots, m;$$

$$K_{opt} = \max_i \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^t k_{ij} \right), \quad i = 1, \dots, m.$$

Визначимо ефективність систем за заданим критерієм для наведеного приклада:

$$K(a_1)=0,25(0,1+0,5+0,1+0,2)=0,225.$$

$$K(a_2)=0,25(0,2+0,3+0,2+0,4)=0,275.$$

$$K(a_3)=0,25(0,1+0,4+0,4+0,3)=0,3.$$

Оптимальним рішенням є система a_3 . Критерій Лапласа є частковим випадком критерію середнього виграшу.

Критерій обережного спостерігача (Вальда). Це максимінний критерій, він гарантує певний виграш при найгірших умовах. Критерій заснований на тому, що, якщо стан середовища невідомий, треба діяти найбільш обережним чином, тобто орієнтуватись на мінімальне значення ефективності кожної системи.

В кожному рядку матриці ефективності знаходиться мінімальна з оцінок систем за різними станами середовища:

$$K(a_i) = \min_j k_{ij}, j = 1, \dots, t.$$

Оптимальною вважається система з рядка з максимальним значенням ефективності:

$$K_{\text{опт}} = \max_i \left(\min_j k_{ij} \right), i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, t.$$

Застосування критерію максиміну до нашого прикладу дозволяє отримати наступні оцінки:

$$K(a_1)=\min(0,1; 0,5; 0,1; 0,2)=0,1.$$

$$K(a_2)=\min(0,2; 0,3; 0,2; 0,4)=0,2.$$

$$K(a_3)=\min(0,1; 0,4; 0,4; 0,3)=0,1.$$

Оптимальним рішенням є система a_2 .

Максимінний критерій орієнтує на рішення, що не містить елементів ризику; за будь-яким з можливих станів середовища обрана система покаже результат операції не гірше, ніж знайдений максимін. Така обережність є в деяких випадках недоліком критерію. Недолік також полягає в тому, що не

задовольняє вимозі 3 (додавання константи до кожного з елементів стовпця матриці ефективності впливає на вибір системи).

Критерій максимаксу. За допомогою цього критерію оцінювання системи відбувається за максимальним значенням ефективності та вибір оптимального рішення здійснюється за ефективністю з найбільшим з максимумів:

$$k(a_i) = \max_j k_{ij},$$
$$K_{\text{опт}} = \max_i \left(\max_j k_{ij} \right).$$

Оцінювання систем на основі максимаксного критерію в нашому прикладі приймають наступні значення:

$$K(a_1) = \max(0,1; 0,5; 0,1; 0,2) = 0,5.$$

$$K(a_2) = \max(0,2; 0,3; 0,2; 0,4) = 0,4.$$

$$K(a_3) = \max(0,1; 0,4; 0,4; 0,3) = 0,4.$$

Оптимальне рішення – система a_1 . Критерій максимаксу – самий оптимістичний критерій. Той, хто віддає перевагу його використанню, завжди сподівається на кращий стан середовища та, природно, більше ризикує.

Критерій песимізму – оптимізму (Гурвіца). Цей критерій є узагальненням максиміну. Відповідно до цього критерію при оцінюванні та виборі систем нерозумним є проявляти як обережність, так і азарт, а слід, з врахуванням самого високого й нижчого значення ефективності, займати проміжну позицію (зважаються найгірші й найкращі умови). Для цього вводиться коефіцієнт оптимізму α ($0 \leq \alpha \leq 1$), що характеризує відношення до ризику ОПР. Ефективність систем визначається як зважена за допомогою коефіцієнта α сума максимальної та мінімальної оцінок:

$$K(a_i) = \alpha \max_j k_{ij} + (1 - \alpha) \min_j k_{ij}.$$

Умова оптимальності записується у вигляді:

$$K_{\text{опт}} = \max_i \left[\alpha \max_j k_{ij} + (1 - \alpha) \min_j k_{ij} \right], 0 \leq \alpha \leq 1.$$

Прийmemo значення $\alpha=0,6$ та визначимо ефективність систем для розглянутого прикладу:

$$K(a_1)=0,6*0,5+(1-0,6)*0,1=0,34;$$

$$K(a_2)=0,6*0,4+(1-0,6)*0,2=0,32;$$

$$K(a_3)=0,6*0,4+(1-0,6)*0,1=0,28.$$

Оптимальною буде система a_1 .

При $\alpha=0$ критерій Гурвіца зводиться до критерію максимуму, при $\alpha=1$ – до критерію максимуму. Значення α може визначатись методом експертного оцінювання. Очевидно, що, чим більш небезпечною є ситуація, що оцінюється, тим ближче величина α має бути до одиниці, коли гарантується найбільший з мінімальних вигравів або найменший з максимальних ризиків.

На практиці використовують значення коефіцієнту α в межах 0,3 – 0,7. В критерії Гурвіца не виконуються вимоги 4 та 5.

Критерій мінімального ризику (Севіджа). Цей критерій дозволяє мінімізувати втрати ефективності за найгірших умов. Для оцінки систем на основі даного критерію матриця ефективності має бути перетвореною в матрицю втрат (ризиків). Кожен елемент матриці втрат визначається як різниця між максимальним та поточним значенням оцінок ефективності в стовпці:

$$\Delta k_{ij} = \max_i k_{ij} - k_{ij}.$$

Після перетворення матриці застосовується критерій мінімуму:

$$K(a_i) = \max_j \Delta k_{ij};$$

$$K_{\text{опт}} = \min_i \left(\max_j \Delta k_{ij} \right).$$

Оцінимо ефективність систем з наведеного прикладу у відповідності до даного критерію. Матриці ефективності буде відповідати матриця втрат (табл.2.2).

Таблиця 2.2

Матриця втрат

a_i	k_j			
	k_1	k_2	k_3	k_4
a_1	0,1	0	0,3	0,2
a_2	0	0,2	0,2	0
a_3	0,1	0,1	0	0,1

Тоді

$$K(a_1)=\max(0,1; 0; 0,3; 0,2)=0,3.$$

$$K(a_2)=\max(0; 0,2; 0,2; 0)=0,2.$$

$$K(a_3)=\max(0,1; 0,1; 0; 0,1)=0,1.$$

Оптимальне рішення – система a_3 . Критерій мінімального ризику відображає жаль з приводу того, що обрана система не виявилася найкращою за певним станом середовища. Так, якщо здійснити вибір системи a_1 , а стан середовища в дійсності n_3 , то жаль з приводу того, що не обрана найкраща з систем a_3 , становить 0,3.

Про критерій Севіджа можна сказати, що він, як і критерій Вальда, відноситься до обережних критеріїв. У порівнянні з критерієм Вальда, в ньому надається дещо більше значення виграшу, ніж програшу. Основний недолік критерію – не виконується вимога 4.

Таким чином, ефективність систем в невизначених операціях може оцінюватись за цілим рядом критеріїв. На вибір того чи іншого критерію впливають *наступні фактори*:

- природа конкретної операції та її мета (в одних операціях є припустимим ризик, в інших – потрібним є гарантований результат);
- причини невизначеності (одна справа, коли невизначеність є випадковим результатом дії об'єктивних законів природи, а інша – коли вона викликана діями розумного противника, який прагне завадити досягненню мети);

– характер ОПР (одні особи є схильними до ризику з надією отримання великого успіху, інші завжди надають перевагу обережним діям).

Вибір будь-якого критерію призводить до прийняття рішення щодо оцінювання систем, що може бути зовсім відмінним від рішень, що є обумовленими іншими критеріями. Це наочно підтверджують результати оцінки ефективності систем стосовно приклада за критеріями, що розглянуто (табл.2.3).

Таблиця 2.3

Порівняльні результати оцінки систем

a_i	k_j				$K(a_i)$ за критеріями					
	k_1	k_2	k_3	k_4	середн. вигр.	Лапла- са	Валь- да	макси- макса	Гурви- ца	Севід- жа
a_1	0,1	0,5	0,1	0,2	0,21	0,225	0,1	0,5	0,34	0,3
a_2	0,2	0,3	0,2	0,4	0,28	0,275	0,2	0,4	0,32	0,2
a_3	0,1	0,4	0,4	0,3	0,25	0,300	0,1	0,4	0,28	0,1

Тип критерію для вибору раціонального варіанту має бути оговореним на етапі аналізу систем, узгоджений з замовником та в наступних задачах з синтезу інформаційних та інших складних систем вважається заданим. Процес вибору виду критерію для врахування невизначеності є достатньо складним. Стійкість обраного раціонального варіанту можна оцінити на основі аналізу за декількома критеріями. Якщо існує збіг, то маємо більшу впевненість в правильності вибору варіанту.

Приклади застосування класичних критеріїв для прийняття рішень іграх з «природою»

Гравець «Природа» - невизначеність, що обумовлена об'єктивною дійсністю.

Приклад 1.

Фермерське має три ділянки землі:

A1 – з вологим ґрунтом;

A2 – середньої вологості;

A3 – з сухим.

Необхідно обрати для посіву одну ділянку для картоплі, дві – під зелену масу.

Відомо, що в умовах надмірної вологості картопля гниє, в умовах недостатньої – погано розвивається.

Необхідно визначити на якій ділянці посадити картоплю так, що отримати найкращий врожай.

Також є відомими середня врожайність картоплі на кожній з ділянок в залежності від погодних умов. Виграш фермерського господарства для кожної з пар (A_i, P_j) задано врожайністю картоплі з 1 га:

	P_1	P_2	P_3
A_1	250	200	100
A_2	200	230	120
A_3	100	240	260

де P – кількість опадів: P_1 – менш норми; P_2 – норма; P_3 – більш норми.

Розглянемо процес створення матриці ризику.

Ризик – різниця між максимально можливим виграшем при даному стані природи та виграшем, що буде отриманим при застосуванні стратегії A_i в тих же умовах.

β_j - максимальний виграш в j -му стовпці;

$$\beta = \max_i a_{ij}$$

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij}$$

$$\beta_1 = \max(250, 200, 100) = 250$$

$$\beta_2 = \max(200, 230, 240) = 240$$

$$\beta_3 = \max(100, 120, 260) = 260$$

Матриця ризику:

	П ₁	П ₂	П ₃
A ₁	0	40	160
A ₂	50	10	140
A ₃	150	0	0

Критерії прийняття рішень

I. Критерій середнього виграшу.

Якщо ймовірності станів природи є відомими: $p(\Pi_1)=0,3$; $p(\Pi_2)=0,4$; $p(\Pi_3)=0,3$.

Обчислимо середні значення (математичні очікування) гравця 1:

$$K(a_1)=250*0.3+200*0.4+100*0.3=185 \text{ ц/га}$$

$$K(a_2)=200*0.3+230*0.4+120*0.4=188 \text{ ц/га}$$

$$K(a_3)=100*0.3+240*0.4+260*0.4=204 \text{ ц/га}$$

Отже, оптимальним є максимальне з отриманих значень: 204 ц/га, що відповідає рекомендації сіяти картоплю на сухий ділянці.

На основі показника ризику:

$$K(a_1)=0*0.3+40*0.4+160*0.3=64 \text{ ц/га}$$

$$K(a_2)=50*0.3+10*0.4+140*0.4=75 \text{ ц/га}$$

$$K(a_3)=150*0.3+0*0.4+0*0.4=45 \text{ ц/га}$$

Отже, найкращим є варіант a_3 , що відповідає мінімальному значенню математичного очікування значення ризику. Відповідає рекомендації сіяти картоплю на сухий ділянці.

II. Якщо об'єктивно обчислених ймовірностей станів природи немає (вони не відомі), то ймовірності станів природи можуть бути оцінені суб'єктивно на основі:

1) принципу недостатньої підстави Лапласу, де

$$q_1 = q_2 = \dots = q_n = \frac{1}{n};$$

2) спадної арифметичної прогресії:

$$q_j = \frac{2(n-j+1)}{n(n+1)}, j = \overline{1, n},$$

якщо можна розташувати стани природи в порядку убутання ймовірностей звершення;

3) отримання середніх значень станів на основі опитування групи експертів.

III. На основі стандартних критеріїв прийняття рішень

Максимінний критерій Вальда.

$$K(a_1) = \min(250; 200; 100) = 100.$$

$$K(a_2) = \min(200; 230; 120) = 120.$$

$$K(a_3) = \min(100; 240; 260) = 100.$$

В якості оптимального обирається максимальне з мінімальних за рядками матриці ефективності, тобто другий варіант - a_2 , що відповідає рекомендації сіяти картоплю на ділянці з середнім рівнем вологості.

Критерій Севіджа. Обчислюється на основі матриці ризику, тобто мінімальне з максимально можливих значень за рядками матриці ризиків.

$$K(a_1) = \max(0; 40; 160) = 160.$$

$$K(a_2) = \max(50; 10; 140) = 140.$$

$$K(a_3) = \max(150; 0; 0) = 150.$$

Отже, в якості оптимального обираємо – мінімальне з отриманих значень:

$$K_{opt} = \min(160; 140; 150) = 140.$$

Таким чином, отримуємо рекомендацію щодо застосування другої ділянки землі для засівання картоплею (варіант a_2).

Критерій Гурвіца. Критерій узагальненого максимуму (песимізму – оптимізму), де в якості коефіцієнту оптимізму оберемо $\alpha=0,6$. Тоді:

$$K(a_1)=0,6*250+(1-0,6)*100=190;$$

$$K(a_2)=0,6*230+(1-0,6)*120=186;$$

$$K(a_3)=0,6*260+(1-0,6)*100=196.$$

Отже, остаточне рішення визначається як максимальне з отриманих, тобто

$$K_{opt} = \max(190; 186; 196)=196.$$

Таким чином, отримуємо рекомендацію щодо використання під засівання картоплею ділянки з сухим ґрунтом (a_3).

Приклад 2.

Керівник торговельного центру замовляє товар виду А, попит на який складає від 6 до 9 одиниць. Якщо заказано товару недостатньо, то необхідно ще додатково робити замовлення, доставку товару. Якщо кількість товару перевищує попит, то товар необхідно зберігати на складі.

Необхідно визначити такий обсяг заказу, при якому додаткові витрати є мінімальними.

Витрати на зберігання 1 одиниці товару складають 1 гр. одиницю (умовно будемо вважати – 1 грн); терміновий заказ та доставка – 2 грн).

Другий гравець (природа) в даному прикладі – це попит покупців.

$$П_1=6 \text{ од.}; П_2=7 \text{ од.}; П_3=8 \text{ од.}; П_4=9 \text{ од.}$$

Гравець 1 – керівник торговельним центром (його стратегії відбуваються в таких самих межах).

I	II	Π ₁ =6 од	Π ₂ =7 од.	Π ₃ =8 од.	Π ₄ =9 од.	α _i
	A ₁ =6		0	-2	-4	-6
A ₂ =7		-1	0	-2	-4	-4
A ₃ =8		-2	-1	0	-2	-2
A ₄ =9		-3	-2	-1	0	-3

За критерієм Вальда:

$\max(\alpha_i) = A_3 = -2$, що відповідає заказу 8 одиниць товару.

За критерієм Севіджа:

Перетворимо матрицю ефективності в матрицю ризиків:

I	II	Π ₁ =6 од	Π ₂ =7 од.	Π ₃ =8 од.	Π ₄ =9 од.	r _i
	A ₁ =6		0	2	4	6
A ₂ =7		1	0	2	4	4
A ₃ =8		2	1	0	2	2
A ₄ =9		3	2	1	0	3

Отже, на основі матриці ризиків,отримуємо в якості оптимального варіант A₃=8 за мінімальним значенням ризику:

$$\min(r_i) = A_3 = 2.$$

За критерієм Гурвіца:

I	II	Π ₁ =6 од	Π ₂ =7 од.	Π ₃ =8 од.	Π ₄ =9 од.	α _i	W _i	h _i
	A ₁ =6		0	-2	-4	-6	-6	0
A ₂ =7		-1	0	-2	-4	-4	0	-0.8
A ₃ =8		-2	-1	0	-2	-2	0	-0.4
A ₄ =9		-3	-2	-1	0	-3	0	-0.6

$$\alpha_i = \min_j a_{ij}$$

$$W_i = \max_j a_{ij}$$

$$h_i = \lambda \alpha_i + (1 - \lambda) W_i$$

Отже, на основі значень, що відображені в таблиці, отримуємо найкращим варіант, що відповідає максимальному значенню $h_i = -0,4$. Таким чином, рекомендованим є варіант $A_3=8$.

При коефіцієнті оптимізму $\lambda=0$ всі стратегії є рівнозначними, при всіх $0 \leq \lambda \leq 1$ оптимальним є варіант A_3 .

Висновки

Застосування критерію Вальда виправдане, якщо ситуація, в якій приймається рішення, характеризується такими обставинами:

- нічого невідомо про можливість виникнення зовнішніх станів;
- приходиться рахуватись з виникненням різних зовнішніх станів;
- рішення реалізується всього один раз;
- необхідно виключити будь-який ризик, тобто ні при яких умовах

не допустити результату, меншого ніж максимуму, аби більшого ніж мінімаксу.

Критерій недостатнього обґрунтування Лапласу рекомендується застосовувати, коли ситуація в якій приймається рішення, характеризується такими обставинами:

- ймовірність вияву станів відомі і не залежать від часу;
- рішення реалізується (теоретично) безліч раз;
- для малого числа реалізації допускається деякий ризик. При

достатньо великій кількості реалізацій середнє значення поступово стабілізується. Тому при повній (безкінечній) реалізації будь-який ризик практично виключений.

Загальний процес вибору рішення згідно з класичними критеріями показаний на рис. 2.2

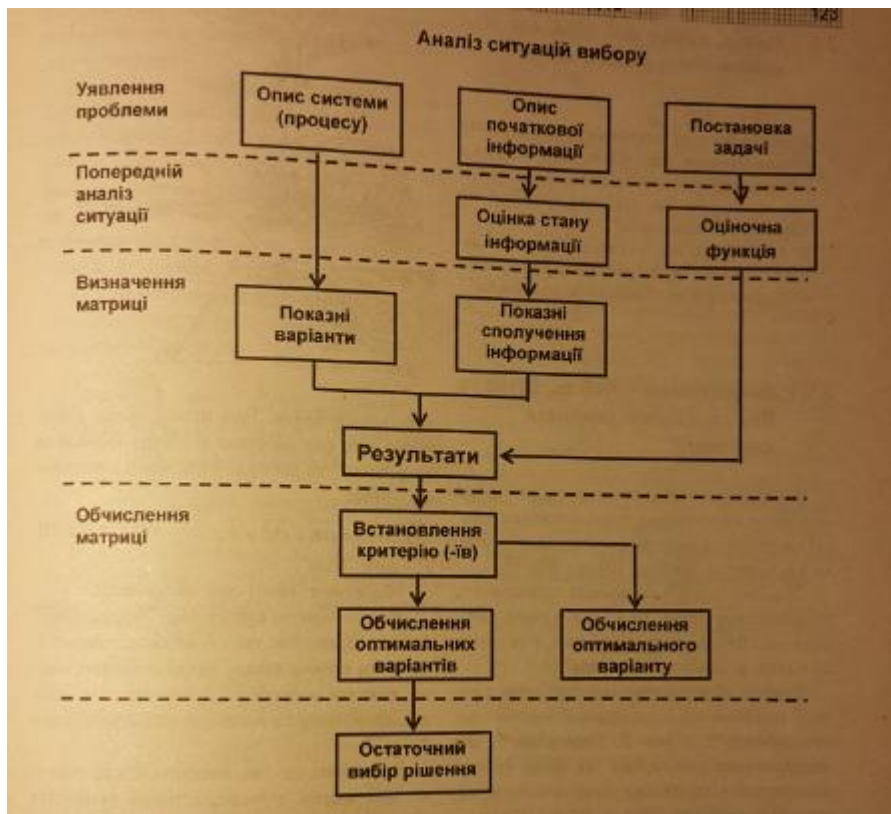


Рисунок 2.2 – Алгоритм прийняття рішень за класичними критеріями

З вимог до критеріїв, що були розглянуті, та ситуацій, що аналізуються, випливає, що внаслідок суворих початкових позицій дані критерії можуть бути застосовані тільки для ідеалізованих практичних рішень. У випадках, коли потрібна понад сильна ідеалізація, можна послідовно застосовувати різноманітні критерії. Після цього серед декількох варіантів, відібраних таким чином, у якості оптимальних приходиться вольовим вибором виділяти остаточне рішення. Такий підхід дозволяє:

- 1) краще опанувати усіма внутрішніми зв'язками проблеми прийняття рішень;
- 2) послаблює вплив суб'єктивного чинника.

Слід зауважити, що при прийнятті рішень можуть бути ситуації, коли при одних і тих же даних в залежності від специфіки використання критерію, найкращими можуть виявитися різноманітні рішення. Або незалежно від діючих умов і специфіки використання критеріїв, найкращим може бути одне і теж рішення.

Вибір рішення за класичними критеріями можна також проілюструвати наступними прикладами.

Лебідь, рак та щука

Пропозиція послуг на свято

Чи зупиняти виробництво?

2.1.2 Лабораторна робота №7. Використання дерева рішень в електронних таблицях

Мета: Навити використовувати дерево рішень в електронних таблицях для знаходження оптимального рішення.

Теоретичні відомості

Надбудова MS Excel «Дерево рішень» призначена для побудови і аналізу дерева рішень і подій для ситуацій невизначеності і ризику. Дерево рішень і подій будується в звичайному аркуші Excel. При побудові автоматично додаються стандартні формули для вибору, оцінки середньоочікуваного результату і розрахунку ймовірності.

Дерево рішень будується за допомогою команд інтерфейсного вікна надбудови. Це вікно може бути закрито і відкрито знову для продовження роботи на будь-якому етапі побудови дерева рішень.

Дерево рішень повинно мати строго певну структуру для того, щоб автоматична генерація формули працювали правильно, і щоб надбудова могла правильно визначити будову дерева при внесенні змін до дерева рішень [29].

Тому всі зміни дерева, за винятком додавання чисельних даних і розрахункових формул, потрібно робити тільки через інтерфейс надбудови.

1. Починати побудову дерева потрібно кнопкою «Створити дерево», після натиснення якої буде створена нова сторінка зі стандартним початком дерева («стволом»). Стовбур (початок дерева) показаний коричневою лінією. Червона зірочка тут і далі – можлива точка «зростання» дерева, так як в

клітинку, яка містить зірочку, можна вставити продовження дерева. Частина комірок прихована, щоб не обтяжувати схему службової інформації.

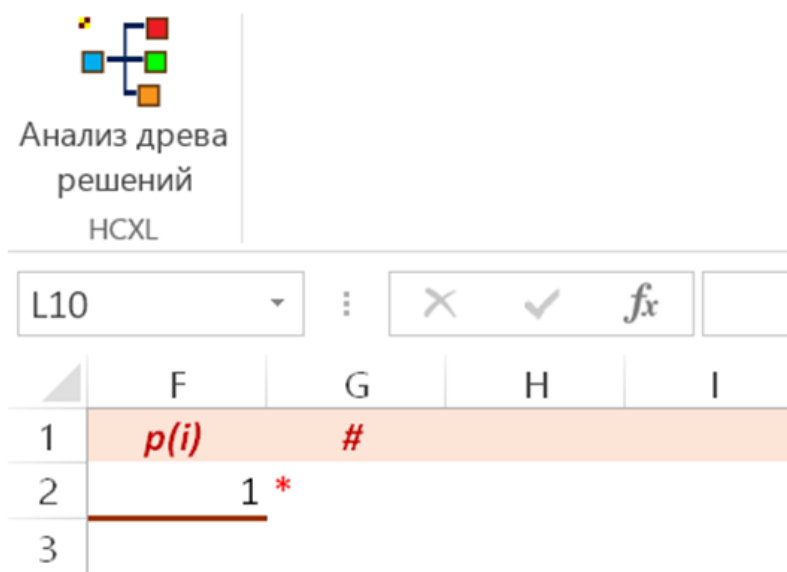


Рисунок 2.3 – Структура дерева рішень

2. Щоб продовжити конструювання дерева рішень потрібно визначитися, зі скількох варіантів дій доведеться вибирати головне рішення. Число варіантів вказується у вікні «Кількість гілок» за допомогою стрілок більше \ менше праворуч від вікна. Неможливі варіанти числа гілок блоковані. За замовчуванням в панелі «Додати розвилку» подій відзначений пункт «Вибір рішення», що означає, що рішення можна вибрати з певного числа варіантів. Якщо залишити число гілок рівним 2 і натиснути кнопку «Додати дерево» приросте розвилкою зеленого кольору з коментарем Рішення 1, 2 У кожній з двох з'явилися зірочок дерево може бути продовжено.

G2				=МАКС(L2:L3)		
	F	G	H	I	K	L
1	$p(i)$	⚙️	0	<	$p(i)$	#
2	1	0, Решение 1			1, *	
3		Решение 2			1, *	
4						

Рисунок 2.4 – Розвилка «Варіанти майбутнього»

У кореневої осередку розвилки автоматично записується формула = МАКС (L2: L6), за допомогою якої пізніше буде зроблений вибір, яке з рішень найбільш привабливо.

Іноді дерево може починатися розвилкою «Варіанти майбутнього». У цьому випадку рішення вибрати не можна – тут з певною ймовірністю і незалежно від вашої волі реалізується одне з можливих майбутніх. Але в переважній більшості випадків розвилкою «Варіанти майбутнього» дерево в якийсь момент триває, що і реалізує наше неповне знання про майбутнє.

Для того, щоб вставити таку розвилку потрібно клацнути мишкою радіокнопку «Варіанти майбутнього», вибрати число гілок (припустимо, 3), виділити (клацнути мишкою) одну з комірок із зірочкою і натиснути кнопку «Додати». В результаті до дерева рішень додається розвилка оранжевого кольору з трьома гілками і додатковою інформацією про ймовірність кожної гілки.

	F	G	H	I	K	L	M	N	P	Q
1	$p(i)$	⚙	0	<	$p(i)$	⚙	0	<	$p(i)$	#
2	1	0,	Решение 1	==>	1,	0,	Вариант 1	0%	0,	*
3							Вариант 2	0%	0,	*
4							Вариант 3	100%	1,	*
5										
6			Решение 2		1,	*				
7										

Рисунок 2.5 – Додаткова інформація про ймовірність кожної гілки

Автоматично згенерована формула = СУММПРОИЗВ (N2: N4; Q2: Q4) дозволяє оцінити середньозважений результат для цієї ймовірнісної розвилки подій.

1. Команди Undo і Redo. Дві кнопки зі стрілками в панелі «Операції» в лівому нижньому кутку вікна інтерфейсу служать для відкату останніх змін або повернення до більш нової версії дерева. Слід мати на увазі, що вбудований в MS Excel механізм Undo \ Redo не підтримує зміни, які роблять надбудови. Тому при роботі надбудови виникають два незалежних набору останніх змін: версія Excel і версія надбудови «Дерево рішень». Якщо

потрібно відкотити назад зміни, зроблені поза інтерфейсу надбудови, слід користуватися меню Правка - Скасувати \ Повторити. Стан дерева рішень після кожної операції через інтерфейс надбудови так само запам'ятовується і може бути повернуто. Однак при цьому будуть втрачені зміни, зроблені поза інтерфейсу після останньої операції. На жаль, це може заплутати користувача при поверненні більше ніж на один-два кроки [29].

Після закриття вікна інтерфейсу історія операцій знищується, навіть якщо сам файл залишається відкритим.

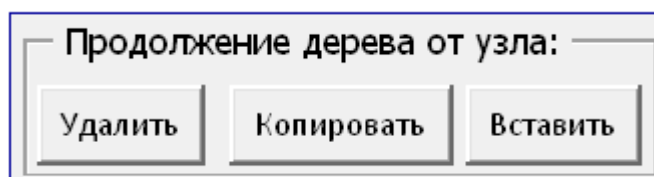


Рисунок 2.6 – Продовження дерева від вузла

2. Команда «Видалити» панелі «Продовження дерева від вузла». За допомогою цієї кнопки можна видалити всі продовження дерева з усіма розгалуженнями починаючи від виділеного вузла. Якщо виділена комірка, яка не є вузлом дерева, ніякої реакції не буде.

3. Команди «Копіювати» та «Вставити» панелі «Продовження дерева від вузла». Якщо виділити комірку з вузлом дерева і натиснути кнопку «Копіювати», все продовження дерева від заданого вузла і до кінця гілок скопіюється в спеціальний буфер. Скопійоване продовження дерева рішень можна вставити в будь-який осередок із зірочкою. Це зручно, коли частина дерева потрібно повторити в іншому місці. Копія зберігається до тих пір, поки не буде інша команда «Копіювати».

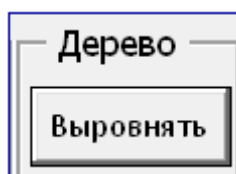


Рисунок 2.7 – Панель «Дерево»

4. Команда «Вирівняти» панелі «Дерево».

Якщо дерево рішень побудовано, але кінці гілок виявляються в різних стовпчиках буває зручно вирівняти їх для кращого уявлення дерева.

	F	G	H	I	K	L	M	N	P	Q	R	S	U	V
1	$p(i)$	⚙	0	<	$p(i)$	⚙	0	<	$p(i)$	⚙	0	<	$p(i)$	#
2	1	0,	Решение 1	==>	1, 0,		Вариант 1	0%	0, *					
3							Вариант 2	0%	0, *					
4							Вариант 3	100%	1, *					
5														
6			Решение 2	==>	1, 0,		Решение 1	==>	1, 0,		Вариант 1	0%	0, *	
7											Вариант 2	100%	1, *	
8														
9							Решение 2		1, *					
10							Решение 3		1, *					
11														

Рисунок 2.8 – Панель «Операцій»

Для цього можна використовувати команду «Вирівняти». При натисканні цієї кнопки всі відкриті гілки дерева дорощуються до найдовшої гілки шляхом додавання одиночних гілок, які повторюють попередню інформацію.

	F	G	H	I	K	L	M	N	P	Q	R	S	U	V
1	$p(i)$	⚙	0	<	$p(i)$	⚙	0	<	$p(i)$	⚙	0	<	$p(i)$	#
2	1	0,	Решение 1	==>	1, 0,		Вариант 1	0%	0, *			==>	0, *	
3							Вариант 2	0%	0, *			==>	0, *	
4							Вариант 3	100%	1, *			==>	1, *	
5														
6														
7														
8			Решение 2	==>	1, 0,		Решение 1	==>	1, 0,		Вариант 1	0%	0, *	
9											Вариант 2	100%	1, *	
10														
11							Решение 2		1, *			==>	1, *	
12														
13							Решение 3		1, *			==>	1, *	
14														

Рисунок 2.9 – Панель «Розвилка»

Таку одиночну гілку можна вставити і додати «розвилку». За допомогою операції «Додати» панелі «Додати розвилку подій» можна вставити додаткову розвилку в існуючий вузол дерева рішень, якщо в результаті аналізу дерева потрібно, скажімо, надати додаткову можливість вибору. Для цього слід виділити вузол дерева (наприклад, L2), задати тип вузла і кількість гілок і натиснути кнопку «Додати». Старе продовження дерева рішень від поточного вузла буде перенесено в кінець першої гілки знову вставленого вузла Q2 [29].

	F	G	H	I	K	L	M	N	P	Q	R	S	U	V
1	$p(i)$	0	<	$p(i)$	0	<	$p(i)$	0	<	$p(i)$	0	<	$p(i)$	#
2	1	0, Решение 1	==>	1, 0,	Решение 1	==>	1, 0,	Вариант 1	0%	0, *				
3														
4								Вариант 2	0%	0, *				
5														
6								Вариант 3	100%	1, *				
7														
8							Решение 2			1, *				
9														
10		Решение 2	==>	1, 0,	Решение 1	==>	1, 0,	Вариант 1	0%	0, *				
11								Вариант 2	100%	1, *				
12														
13							Решение 2			1, *				
14														
15							Решение 3			1, *				
16														

Рисунок 2.10 – Панель «Додати розвилку дій»

Змінні і обчислення.

Для розрахунків по дереву рішень використовуються дані, що відображаються в дереві під ім'ям «Змінні». За замовчуванням (з метою техніки програмування) в дереві використовується одна змінна (стовпець має заголовок «_1»).

1. Число змінних можна змінити за допомогою панелі «Змінні».

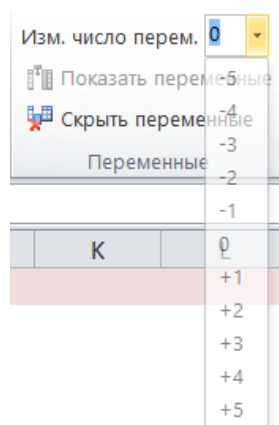


Рисунок – 2.11. Панель «Змінних»

Якщо встановити за допомогою стрілки вгору біля вікна числа змінних величину 3 і натиснути розташовану тут же кнопку «Додати», число змінних збільшиться на 3 (не забудьте зазначити кнопку «Показати», інакше ніяких змін не побачите).

Якщо потрібно зменшити кількість змінних, слід стрілкою вниз вибрати негативне число, що показує, скільки змінних потрібно ліквідувати. При цьому напис на кнопці зміниться на «Видалити». Так як менше однієї змінної

залишити не можна, при виборі неможливого зменшення вікно підсвічується рожевим, а кнопка «Додати \ Видалити» деактивується.

Змінити кількість змінних можна на будь-якій стадії роботи з деревом рішень.

2. Після завершення введення даних або на етапі побудови дерева буває зручно бачити дерево в можливо більш компактному вигляді. Для цього використовують команду «Приховати» змінні. При цьому до стовпців, що містять змінні, застосовується команда Excel «Приховати стовпці». Кнопка «Показати» повертає стовпцях зі змінними видимість.

3. При введенні значень змінних достатньо записати їх в тій розвилці, після якої значення змінних стають визначеними. У більш пізніх розвилках введені значення змінних будуть відтворені автоматично, так як осередки змінних містять формули-посилання на попередню гілку.

4. У завершеному дереві рішень все кінцеві зірочки всіх гілок повинні бути замінені на чисельні значення або формули, які розраховують ці значення по змінним. Це – плоди (іноді нелогічно кажуть – листя) дерева, тобто чисельні (фінансові) характеристики ситуацій, до яких привели описані в дереві ланцюжка подій.

Зауваження. У вузлах «Вибір рішення» записана формула = МАКС (...), яка обирає найбільше значення в наступних вузлах даної розвилки. Очевидно, це правильно тільки якщо чим більше, тим краще. Якщо кращим є мінімальне значення, слід замінити формули = МАКС (...) на = МІН (...) (це можна зробити і через меню «Правка \ Замінити») [30].

Приклад прийняття рішень

Приклад 1. Для фінансування проекту бізнесмену потрібно зайняти строком на один рік 15000 дол. Банк може позичити йому ці гроші під 15% річних або вкласти в справу зі 100%-им поверненням суми, але під 9% річних. З минулого досвіду банкіру відомо, що 4% таких клієнтів позику не повертають. Що робити? Давати йому позику чи ні?

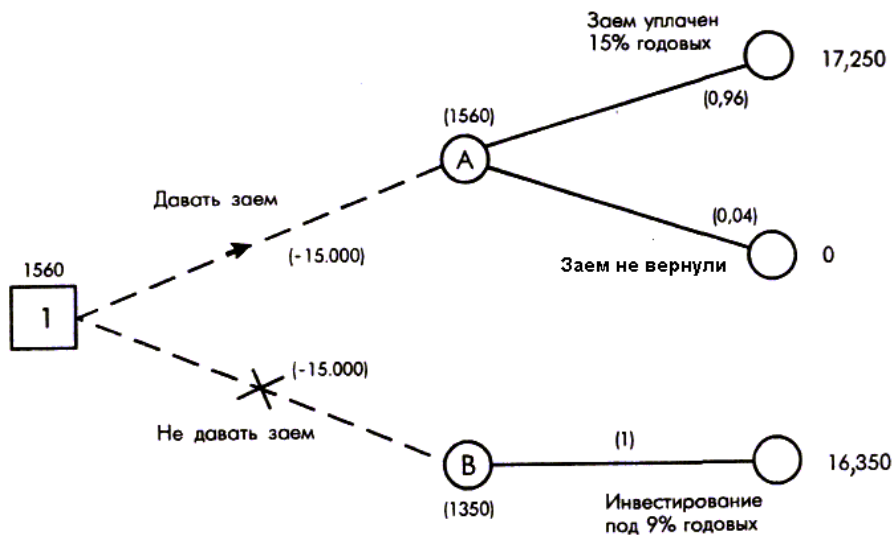


Рисунок 2.12 – Графічне зображення дерева рішень

Побудова дерева рішень

- Квадратні "вузли" позначають місця, де приймається рішення (з квадрата виходять альтернативи);

- Круглі "вузли" - поява випадків (випадковий вибір стану природи).

Чисельні значення доходів (результати) прораховуються, починаючи з кінця "гілок", поступово наближаючись до вихідного питання.

Результат A1 = 15000 + 15% від 15000 = 17250

Результат A0 = 0

Результат B1 = 15000 + 9% від 15000 = 16350

Чистий дохід, що отримується в разі вибору альтернативи A:

$$M(\text{давати позику}) = (17250 \cdot 0,96 + 0 \cdot 0,04) - 15\,000 = 16\,560 - 15\,000 = 1560 \text{ дол.}$$

Вибір альтернативи B дає:

$$M(\text{не давати позику}) = (16350 \cdot 1,0 - 15\,000) = 1350 \text{ дол.}$$

Оскільки очікуваний чистий дохід більше для альтернативи A, то приймаємо рішення видати позику.

Приклад побудови дерева рішень в ET

Фірма планує виробництво нової продукції швидкого харчування в національному масштабі. Дослідницький відділ переконаний у великому успіху нової продукції і хоче впровадити її негайно, без рекламної компанії

на ринках збуту фірми. Відділ маркетингу стан речей оцінює інакше і пропонує провести інтенсивну рекламну компанію. Така компанія обійдеться в 100000 дол., А в разі успіху принесе 950000 дол. Річного доходу. У разі провалу рекламної компанії (ймовірність цього складає 30%) річний дохід оцінюється лише в 200000 дол. Якщо рекламну компанію не проводити зовсім, річний дохід оцінюється в 400000 дол. За умови, що покупцям сподобається нова продукція (ймовірність цього дорівнює 0,8) , і в 200000 дол. з ймовірністю 0,2, якщо покупці залишаться байдужими до нової продукції.

А) Побудуйте відповідне дерево рішень.

Б) Як повинна вчинити фірма в зв'язку з виробництвом нової продукції?

№1	$p(i)$	№1	$p(i)$	№1	$p(i)$	#
провести рекламу -						
0	1	625 000,	100000	==>	100000	1, 625 000,
						успех 70% 950000 0,7 950000
						провал 30% 200000 0,3 200000
не провести рекламу						
						понравит 80% 400000 0,8 400000
						равноду 20% 200000 0,2 200000

Рисунок 2.13 – Дерево рішень в електронних таблицях

Питання до самоконтролю:

1. Для чого використовуються дерева рішень?
2. З яких елементів складається дерево рішень?
3. Яким чином можна побудувати дерево рішень за допомогою електронних таблиць?

Завдання для самостійного виконання:

Обрати варіант згідно номеру у списку.

Побудуйте відповідне дерево рішень. Визначити оптимальний варіант.

Формат звіту. Оформити у табличному редакторі. Звіт повинен мати, документ (номеру практичного заняття, теми, ПБ та шифр групи).

Завдання на побудову дерева рішень:

Варіант 1

Фірма планує виробництво нової продукції швидкого харчування в національному масштабі. Дослідницький відділ переконаний у великому успіху нової продукції і хоче впровадити її негайно, без рекламної компанії на ринках збуту фірми. Відділ маркетингу стан речей оцінює інакше і пропонує провести інтенсивну рекламну компанію. Така компанія обійдеться в 50000 дол., А в разі успіху принесе 1000000 дол. Річного доходу. У разі провалу рекламної компанії (ймовірність цього складає 40%) річний дохід оцінюється лише в 200000 дол. Якщо рекламну компанію не проводити зовсім, річний дохід оцінюється в 600000 дол. За умови, що покупцям сподобається нова продукція (ймовірність цього дорівнює 0,8) , і в 200000 дол. з ймовірністю 0,2, якщо покупці залишаться байдужими до нової продукції.

А) Побудуйте відповідне дерево рішень.

Б) Як повинна вчинити фірма в зв'язку з виробництвом нової продукції?

Варіант 2

Вирішіть вправу, припустивши, що попит може бути високим, середнім і низьким з вірогідністю 0,7, 0,2 і 0,1 відповідно. Розширення невеликого підприємства буде проведено лише в тому випадку, якщо протягом перших двох років попит буде високим. Наступна таблиця містить дані про прибутки за рік.

Альтернатива	Очікуваний дохід за рік (тис. Дол.)		
	Високий попит	Середній попит	Низький попит
Крупне підприємство зараз	1000	500	300
Невелике підприємство зараз	400	280	150
Розширене підприємство через 2 роки	900	600	200

А) Побудуйте відповідне дерево рішень.

Б) Як повинна вчинити фірма?

Варіант 3

Для фінансування проекту бізнесмену потрібно зайняти строком на один рік 45000 дол. Банк може позичити йому ці гроші під 15% річних або вкласти в справу зі 100%-им поверненням суми, але під 11% річних. З минулого досвіду банкіру відомо, що 4% таких клієнтів позику не повертають. Що робити? Давати йому позику чи ні?

Варіант 4

Фірма планує виробництво нової продукції. Дослідницький відділ переконаний у великому успіху нової продукції і хоче впровадити її негайно, без рекламної компанії на ринках збуту фірми. Відділ маркетингу стан речей оцінює інакше і пропонує провести інтенсивну рекламну компанію. Така компанія обійдеться в 70000 дол., А в разі успіху принесе 900000 дол. Річного доходу. У разі провалу рекламної компанії (ймовірність цього складає 30%) річний дохід оцінюється лише в 150000 дол. Якщо рекламну компанію не проводити зовсім, річний дохід оцінюється в 500000 дол. За умови, що покупцям сподобається нова продукція (ймовірність цього дорівнює 0,7) , і в

200000 дол. з ймовірністю 0,3, якщо покупці залишаться байдужими до нової продукції.

А) Побудуйте відповідне дерево рішень.

Б) Як повинна вчинити фірма в зв'язку з виробництвом нової продукції?

Варіант 5

Для фінансування проекту бізнесмену потрібно зайняти строком на один рік 100000 дол. Банк може позичити йому ці гроші під 22% річних або вкласти в справу зі 100%-им поверненням суми, але під 15% річних. З минулого досвіду банкіру відомо, що 7% таких клієнтів позику не повертають. Що робити? Давати йому позику чи ні?

Варіант 6

Вирішіть вправу, припустивши, що попит може бути високим, середнім і низьким з вірогідністю 0,5, 0,3 і 0,2 відповідно. Розширення невеликого підприємства буде проведено лише в тому випадку, якщо протягом перших двох років попит буде високим. Наступна таблиця містить дані про прибутки за рік.

Альтернатива	Очікуваний дохід за рік (тис. Дол.)		
	Високий попит	Середній попит	Низький попит
Крупне підприємство зараз	2000	600	300
Невелике підприємство зараз	500	380	100
Розширене підприємство через 2 роки	1000	700	200

А) Побудуйте відповідне дерево рішень.

Б) Як повинна вчинити фірма?

Варіант 7

Фірма планує виробництво нової продукції швидкого харчування в національному масштабі. Дослідницький відділ переконаний у великому успіху нової продукції і хоче впровадити її негайно, без рекламної компанії на ринках збуту фірми. Відділ маркетингу стан речей оцінює інакше і пропонує провести інтенсивну рекламну компанію. Така компанія обійдеться в 150000 дол., А в разі успіху принесе 800000 дол. Річного доходу. У разі провалу рекламної компанії (ймовірність цього складає 50%) річний дохід оцінюється лише в 250000 дол. Якщо рекламну компанію не проводити зовсім, річний дохід оцінюється в 500000 дол. За умови, що покупцям сподобається нова продукція (ймовірність цього дорівнює 0,9) , і в 200000 дол. з ймовірністю 0,1, якщо покупці залишаться байдужими до нової продукції.

А) Побудуйте відповідне дерево рішень.

Б) Як повинна вчинити фірма в зв'язку з виробництвом нової продукції?

Варіант 8

Для фінансування проекту бізнесмену потрібно зайняти строком на один рік 500000 дол. Банк може позичити йому ці гроші під 20% річних або вкласти в справу зі 100%-им поверненням суми, але під 12% річних. З минулого досвіду банкіру відомо, що 10% таких клієнтів позику не повертають. Що робити? Давати йому позику чи ні?

Варіант 9

Вирішіть вправу, припустивши, що попит може бути високим, середнім і низьким з вірогідністю 0,6, 0,3 і 0,1 відповідно. Розширення невеликого підприємства буде проведено лише в тому випадку, якщо протягом перших двох років попит буде високим. Наступна таблиця містить дані про прибутки за рік.

Альтернатива	Очікуваний дохід за рік (тис. Дол.)		
	Високий попит	Середній попит	Низький попит
Крупне підприємство зараз	1500	500	300
Невелике підприємство зараз	500	380	100
Розширене підприємство через 2 роки	1000	700	200

А) Побудуйте відповідне дерево рішень.

Б) Як повинна вчинити фірма?

Варіант 10

Фірма планує виробництво нової продукції морозива. Дослідницький відділ переконаний у великому успіху нової продукції і хоче впровадити її негайно, без рекламної компанії на ринках збуту фірми. Відділ маркетингу стан речей оцінює інакше і пропонує провести інтенсивну рекламну компанію. Така компанія обійдеться в 850000 дол., А в разі успіху принесе 780000 дол. Річного доходу. У разі провалу рекламної компанії (ймовірність цього складає 35%) річний дохід оцінюється лише в 200000 дол. Якщо рекламну компанію не проводити зовсім, річний дохід оцінюється в 550000 дол. За умови, що покупцям сподобається нова продукція (ймовірність цього дорівнює 0,8) , і в 100000 дол. з ймовірністю 0,2, якщо покупці залишаться байдужими до нової продукції.

А) Побудуйте відповідне дерево рішень.

Б) Як повинна вчинити фірма в зв'язку з виробництвом нової продукції?

Варіант 11

Фірма планує виробництво нової продукції швидкого харчування в національному масштабі. Дослідницький відділ переконаний у великому успіху нової продукції і хоче впровадити її негайно, без рекламної компанії на ринках збуту фірми. Відділ маркетингу стан речей оцінює інакше і пропонує провести інтенсивну рекламну компанію. Така компанія обійдеться в 50000 дол., А в разі успіху принесе 2000000 дол. Річного доходу. У разі провалу рекламної компанії (ймовірність цього складає 40%) річний дохід оцінюється лише в 200000 дол. Якщо рекламну компанію не проводити зовсім, річний дохід оцінюється в 700000 дол. За умови, що покупцям сподобається нова продукція (ймовірність цього дорівнює 0,8) , і в 400000 дол. з ймовірністю 0,2, якщо покупці залишаться байдужими до нової продукції.

А) Побудуйте відповідне дерево рішень.

Б) Як повинна вчинити фірма в зв'язку з виробництвом нової продукції?

Варіант 12

Вирішіть вправу, припустивши, що попит може бути високим, середнім і низьким з вірогідністю 0,7, 0,2 і 0,1 відповідно. Розширення невеликого підприємства буде проведено лише в тому випадку, якщо протягом перших двох років попит буде високим. Наступна таблиця містить дані про прибутки за рік.

Альтернатива	Очікуваний дохід за рік (тис. Дол.)		
	Високий попит	Середній попит	Низький попит
Крупне підприємство зараз	1000	500	300
Невелике підприємство зараз	700	480	150
Розширене підприємство через 2 роки	900	600	200

А) Побудуйте відповідне дерево рішень.

Б) Як повинна вчинити фірма?

Варіант 13

Для фінансування проекту бізнесмену потрібно зайняти строком на один рік 45000 дол. Банк може позичити йому ці гроші під 15% річних або вкласти в справу зі 100%-им поверненням суми, але під 11% річних. З минулого досвіду банкіру відомо, що 4% таких клієнтів позику не повертають. Що робити? Давати йому позику чи ні?

Варіант 14

Фірма планує виробництво нової продукції. Дослідницький відділ переконаний у великому успіху нової продукції і хоче впровадити її негайно, без рекламної компанії на ринках збуту фірми. Відділ маркетингу стан речей оцінює інакше і пропонує провести інтенсивну рекламну компанію. Така компанія обійдеться в 90000 дол., А в разі успіху принесе 900000 дол. Річного доходу. У разі провалу рекламної компанії (ймовірність цього складає 30%) річний дохід оцінюється лише в 150000 дол. Якщо рекламну компанію не проводити зовсім, річний дохід оцінюється в 500000 дол. За умови, що покупцям сподобається нова продукція (ймовірність цього дорівнює 0,7) , і в 200000 дол. з ймовірністю 0,3, якщо покупці залишаться байдужими до нової продукції.

А) Побудуйте відповідне дерево рішень.

Б) Як повинна вчинити фірма в зв'язку з виробництвом нової продукції?

Варіант 15

Для фінансування проекту бізнесмену потрібно зайняти строком на один рік 200000 дол. Банк може позичити йому ці гроші під 22% річних або вкласти в справу зі 100%-им поверненням суми, але під 15% річних. З минулого досвіду банкіру відомо, що 7% таких клієнтів позику не повертають. Що робити? Давати йому позику чи ні?

Рекомендована література:

1. Технології та засоби ГІС: лабораторний практикум для студентів спеціальності 122 "Комп'ютерні науки" першого (бакалаврського) рівня / уклад. Ю. І. Скорін. Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2021. 116 с.

2.2.1 Лабораторна робота №8. Методи обробки експертної інформації

Мета: Навчити визначати коефіцієнт конкордації.

Теоретичні відомості

Оцінка узгодженості думок експертів

При ранжируванні об'єктів експерти зазвичай розходяться в думках з розв'язуваної проблеми. У зв'язку з цим виникає необхідність кількісної оцінки степені згоди експертів. Отримання кількісної міри узгодженості думок експертів дозволяє більш обґрунтовано інтерпретувати причини в розбіжності думок.

В даний час відомі два заходи согласованності думок групи експертів: дисперсійний та ентропійний коефіцієнти конкордації.

Дисперсійний коефіцієнт конкордації. Розглянемо матрицю результатів ранжування n об'єктів групою з m експертів $\|r_{ij}\|$ ($j = 1, \dots, m; i = 1, \dots, n$), де r_{ij} — ранг, що присвоюється j -м експертом i -му об'єкту. Складемо суми рангів по кожному стовпцю. У результаті отримаємо вектор з компонентами

$$r_i = \sum_{j=1}^m r_{ij} \quad (i=1,2,\dots,n). \quad (1)$$

Величини r_i розглянемо як реалізації випадкової величини і знайдемо оцінку дисперсії. Як відомо, оптимальна за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки оцінка дисперсії визначається формулою [8]:

$$D = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2, \quad (2)$$

де \bar{r} - оцінка математичного очікування, що дорівнює

$$\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i. \quad (3)$$

Дисперсійний коефіцієнт конкордації визначається як відношення оцінки дисперсії (2) до максимального значення цієї оцінки

$$W = \frac{D}{D_{\max}}. \quad (4)$$

Коефіцієнт конкордації змінюється від нуля до одиниці, оскільки $0 \leq D \leq D_{\max}$ [8].

Обчислимо максимальне значення оцінки дисперсії для випадку відсутності пов'язаних рангів (всі об'єкти різні). Попередньо покажемо, що оцінка математичного очікування залежить тільки від числа об'єктів і кількості експертів. Підставляючи в (3) значення з (1), отримуємо

$$\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m r_{ij} \quad (5)$$

Розглянемо спочатку підсумовані по i при фіксованому j . Це є сума рангів для j -го експерта. Оскільки експерт використовує для ранжування натуральні числа від 1 до n , то, як відомо, сума натуральних чисел від 1 до n дорівнює

$$\sum_{i=1}^n r_{ij} = \frac{n(n+1)}{2} \quad (6)$$

Підставляючи (6) в (5), отримуємо

$$\bar{r} = \frac{1}{n} \cdot \frac{n(n+1)}{2} \sum_{j=1}^m = \frac{(n+1)m}{2}. \quad (7)$$

Таким чином, середнє значення залежить тільки від числа експертів m і числа об'єктів n .

Для обчислення максимального значення оцінки дисперсії підставимо в (2) значення r_i з (1) і зведемо в квадрат двочлен в круглих дужках. В результаті отримуємо

$$D = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m r_{ij} \right)^2 - 2\bar{r} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m r_{ij} + n\bar{r}^2 \right]. \quad (8)$$

З огляду на, що з (5) слід

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m r_{ij} = n\bar{r},$$

Отримуємо

$$D = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m r_{ij} \right)^2 - n\bar{r}^2 \right]. \quad (9)$$

Максимальне значення дисперсії досягається при найбільшому значенні першого члена в квадратних дужках. Величина цього члена істотно залежить від розташування рангів – натуральних чисел в кожному рядку i . Нехай, наприклад, всі m експертів дали однакове ранжирування для всіх n об'єктів. Тоді в кожному рядку матриці $\|r_{ij}\|$ будуть розташовані однакові числа. Отже, підсумовування рангів у кожному i -му рядку дає m -кратне повторення i -го числа:

$$\sum_{j=1}^m r_{ij} = im.$$

Зводячи в квадрат і підсумовуючи по i , отримуємо значення першого члена в (9):

$$\sum_{i=1}^n i^2 m^2 = m^2 \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{m^2 (n+1)(n+2)n}{6}. \quad (10)$$

Тепер припустимо, що експерти дають неспівпадаючі ранжування, наприклад, для випадку $n = m$ всі експерти привласнюють різні ранги одному об'єкту. Тоді

$$\sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m r_{ij} \right)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{m(m+1)}{2} \right)^2 = \frac{m^2 (m+1)^2 n}{4}.$$

Порівнюючи цей вираз з $n\bar{r}^2$ при $m = n$, переконуємося, що перший член в квадратних дужках формули (9) дорівнює другому члену і, отже, оцінка дисперсії дорівнює нулю.

Таким чином, випадок повного збігу ранжировок експертів відповідає максимальному значенню оцінки дисперсії. Підставляючи (10) в (9) і виконуючи перетворення, отримуємо

$$D_{\max} = \frac{m^2(n^3 - n)}{12(n-1)}. \quad (11)$$

введемо позначення

$$S = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m r_{ij} - \bar{r} \right)^2. \quad (12)$$

Використовуючи (12), запишемо оцінку дисперсії (2) у вигляді $D = \frac{1}{n-1} S$

$$(12.1)$$

Підставляючи (11), (12), (13) в (14) і скорочуючи на множник $(n-1)$, напишемо остаточний вираз для коефіцієнта конкордації

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)}. \quad (13)$$

Дана формула визначає коефіцієнт конкордації для випадку відсутності пов'язаних рангів.

Якщо у ранжировках є пов'язані ранги, то максимальне значення дисперсії в знаменнику формули (4) стає менше, ніж при відсутності пов'язаних рангів. Можна показати, що при наявності пов'язаних рангів коефіцієнт конкордації обчислюється за формулою [8]:

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n) - m \sum_{j=1}^m T_j}, \quad (14)$$

де

$$T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 - h_k). \quad (15)$$

У формулі (14) T_j - показник пов'язаних рангів в j -ому ранжуванні, H_j - число груп рівних рангів в j -ому ранжуванні, h_k - число рівних рангів в k -й групі пов'язаних рангів при ранжировке j -м експертом. Якщо рангів, що збігаються немає, то $H_j=0$, $h_k=0$ и, отже, $T_j = 0$. У цьому випадку формула (14) збігається з формулою (13).

Коефіцієнт конкордації дорівнює 1, якщо всі ранжування експертів однакові. Коефіцієнт конкордації дорівнює нулю, якщо всі ранжування різні, тобто абсолютно немає збігу.

Приклад. Результати ранжирування шести об'єктів п'ятьма експертами представлені в табл. 1.3

Обчислимо коефіцієнт конкордації.

Величина S визначається формулою (12). Середнє значення r в цій формулі одне

$$\bar{r} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^5 r_{ij} = 17,5.$$

$$S = \sum_{i=1}^6 \left(\sum_{j=1}^5 r_{ij} - 17,5 \right)^2 = 384,5.$$

Оскільки в ранжуваннях є пов'язані ранги, то обчислення коефіцієнта конкордації виконаємо з використанням формули (14). обчислимо величини T_j (15): [8].

Таблиця 2.4

$\begin{matrix} \text{Э}_j \\ \text{O}_i \end{matrix}$	Э_1	Э_2	Э_3	Э_4	Э_5
O_1	1	2	1,5	1	2
O_2	2,5	2	1,5	2,5	1
O_3	2,5	2	3	2,5	3

O_4	4	5	4,5	4,5	4
O_5	5	4	4,5	4,5	5,5
O_6	6	6	6	6	5,5

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n) - m \sum_{j=1}^m T_j}$$

$$T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 - h_k); \quad S = \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2; \quad r_i = \sum_{j=1}^m r_{ij},$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad \bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i, \quad T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 - h_k)$$

де T_j – показник пов'язаних рангів в j -ому ранжуванні, H_j – число груп рівних рангів в j -ому ранжуванні, h_k – число рівних рангів в k -й групі пов'язаних рангів при ранжировке j -м експертом. Якщо рангів, що збігаються немає, то $H_j = 0$, $h_k = 0$ и, отже, $T_j = 0$.

Θ	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	Θ_5	r_i	\bar{r}	$(r_i - \bar{r})^2$	S
O_1	1	2	1,5	1	2	7,5	17,5	100	384,5
O_2	2,5	2	1,5	2,5	1	9,5		64	
O_3	2,5	2	3	2,5	3	13		20,25	
O_4	4	5	4,5	4,5	4	22		20,25	
O_5	5	4	4,5	4,5	5,5	23,5		36	
O_6	6	6	6	6	5,5	29,5		144	
H_j	1	1	2	2	1	Використовуючи отримані результати, розраховуємо коефіцієнт узгодженості			
h_k	2	3	2	2	2				
T_j	6	24	12	12	6				

						експертів:

$$T_1 = 2^3 - 2 = 6;$$

$$T_2 = 3^3 - 3 = 24;$$

$$T_3 = 2^3 - 2 + 2^3 - 2 = 12;$$

$$T_4 = 2^3 - 2 + 2^3 - 2 = 12;$$

$$T_5 = 2^3 - 2 = 6.$$

$$W = \frac{12 \cdot 384,5}{5^2(6^3 - 6) - 5 \cdot 60} = 0,93 \text{ [8].}$$

Питання до самоконтролю:

1. Яке призначення коефіцієнту конкордації?
2. Які заходи узгодженості думок групи експертів відомі?

Завдання для самостійного виконання:

Обрати варіант згідно номеру у списку.

Вирахувати коефіцієнт конкордації.

Формат звіту. Оформити у текстовому редакторі.

Звіт повинен мати, титульний лист (із зазначенням, навчального закладу, кафедри, номеру практичного заняття, теми, ПБ та шифр групи).

Варіанти:

$$\text{Варіант № 1} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1 & 2.5 & 3.5 & 4.7 \\ 4 & 1.5 & 5 & 2.8 \\ 5 & 4.5 & 1.2 & 3.7 \\ 2 & 1.5 & 1.2 & 4.7 \\ 3 & 1.5 & 5 & 2.8 \end{vmatrix}$$

$$\text{Варіант № 2} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 2.3 & 1.9 & 1.8 & 3.7 \\ 3.5 & 1.9 & 2.6 & 3.7 \\ 1 & 2.7 & 1.2 & 3.7 \\ 2.5 & 3.5 & 1.2 & 1.7 \\ 3.5 & 3.5 & 1.2 & 1.7 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 3} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2.8 & 5 \\ 3 & 1.5 & 5 & 4.7 \\ 3 & 3.7 & 3.2 & 1.7 \\ 1 & 2 & 3.2 & 4.7 \\ 1 & 2 & 2 & 2.8 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 4} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 3.5 & 1 & 3 & 1 \\ 3.5 & 3 & 2 & 2.7 \\ 1 & 3.7 & 1.5 & 1.7 \\ 2.5 & 5 & 1.5 & 2.7 \\ 3 & 2 & 1.5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 5} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 2.5 & 3 & 2 \\ 3 & 4.7 & 4 & 3 \\ 2 & 2.5 & 1.2 & 4 \\ 1 & 2.5 & 2.5 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 6} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4.5 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \\ 5 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 4.5 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 7} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3.5 & 1 \\ 4 & 1 & 4.5 & 2 \\ 5 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 3.5 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 8} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1.5 & 2 & 4 \\ 4 & 1.5 & 4 & 3 \\ 5 & 4.5 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 9} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 5 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 5 \\ 5 & 4 & 1.5 & 1 \\ 3 & 2 & 1.5 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 10} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1.5 & 3 & 2 & 4.5 \\ 4 & 1.5 & 2 & 3.5 \\ 1.5 & 1.5 & 3 & 3.5 \\ 2 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 11} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 3.5 & 4 \\ 4 & 1 & 2.5 & 2 \\ 5 & 4 & 1.5 & 3 \\ 2 & 3 & 1.5 & 4 \\ 3 & 3 & 2.5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 12} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 & 4 \\ 2 & 4.5 & 4 & 1 \\ 2 & 4.5 & 4 & 2 \\ 1 & 4.5 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 13} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 2.5 & 4 & 1 \\ 4 & 2.5 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 3.2 & 3 \\ 2 & 1 & 3.2 & 4 \\ 3 & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 14} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1.5 & 1 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 5 & 2 \\ 1.5 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 15} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1.4 & 3 & 3 & 1.5 \\ 1.4 & 5 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 16} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1.5 & 3 \\ 4 & 1.5 & 5 & 2 \\ 3 & 4 & 1.5 & 3 \\ 2 & 3.5 & 1.5 & 4 \\ 3 & 3.5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 17} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 1 & 1.5 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 18} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 2 \\ 5 & 5 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 19} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Вариант № 20} \quad \|a_{ij}\| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3.5 & 2 \\ 4 & 1.5 & 3.5 & 3 \\ 5 & 4.5 & 2 & 4 \\ 2 & 1.5 & 2 & 5 \\ 3 & 1.5 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Рекомендована література:

1. Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. Москва: Статистика, 1980. 263 с.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 464 с.
3. Дубов Ю.А., Травкин С. Н., Якимец В. Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. Москва: Наука, 1986. 295 с.

4. Евланов Л.Г., В.А. Кутузов. Экспертные оценки в управлении. Москва: Экономика, 1978.146 с.
5. Литвак Б.Г. Экспертная информация. Методы получения и анализа. Москва: Радио и связь, 1982. 184 с.

2.3 Прийняття рішень в умовах визначеності

2.3.1 Лабораторна робота №9. Засоби прогнозування в електронних таблицях

Мета: ознайомитись з засобами прогнозування і перспективного аналізу даних MS Excel та методами їх використання.

Теоретичні відомості

Одним з головних прагнень людини на протязі усїєї історії було прагнення взнати майбутнє. Це обумовлено не містичними, психологічними та гносеологічними факторами, але цілком практичними потребами. Знання майбутніх наслідків сьогоднішніх рішень і дій має вирішальне значення в людській діяльності. По суті уся інтелектуальна діяльність людини зводиться врешті до прийняття рішень, які в кінцевому рахунку полягають у визначенні дій та їх наслідків у майбутньому. Тому такими популярними були і лишаються всілякі астрологи, провидці та чаклуни. Задача прогнозування займає визначне місце і у сучасній науці, яка пропонує цілий ряд добре обґрунтованих методів розробки прогнозів. В основі усіх цих методів лежить аналіз даних за попередні періоди часу. Такі дані подаються у вигляді часових рядів, або рядів динаміки, які являють собою варіаційні ряди, в яких факторною ознакою (незалежною змінною) є час, а результативною – значення ознаки у певні моменти часу, зазвичай через рівні проміжки часу [19].

Засоби розрахунку прогнозів є важливим компонентом систем підтримки прийняття рішень. Досить ефективні і прості засоби розробки прогнозів надаються процесором електронних таблиць (ПЕТ) MS Excel.

В MS Excel пропонується три основних підходи до створення прогнозу:

- 1) з застосуванням ковзного середнього;
- 2) на основі моделі регресії;
- 3) на основі згладжування.

Метод ковзного середнього полягає у тому, що прогноз будь-якого періоду являє собою середній показник кількох попередніх елементів часового ряду. Цей метод дуже простий, але не забезпечує точності прогнозування. Вибір числа попередніх елементів часового ряду суттєво впливає на якість прогнозу: збільшення числа елементів веде до погіршення чутливості і відставання прогнозу, а зменшення – до надто високої чутливості до шумів і втрати ефекту узагальнення. Загального правила для вибору числа попередніх елементів ряду не існує, слід у кожному окремому випадку керуватися специфікою задачі і особливостями початкових даних. Звичайно число елементів, що використовуються в усередненні, доцільно брати не менше 3.

За правилами статистики ковзну середню звичайно застосовують перед розрахунком регресії при великому розмірі ряду для згладжування різких коливань з метою зменшення помилки через розсіювання даних, і лише після цього будують тренди за згладженою лінією [19].

Прогнозування на основі моделі регресії полягає в екстраполяції (наближеному визначенні значень функції за межами проміжку, на якому вона задана) часового ряду за рівнянням регресії

$$y = F(t), (1)$$

де y – результативний фактор (показник), t – час, $F(t)$ – функція регресії. При прогнозуванні на основі моделі регресії час відіграє роль єдиного фактора, який узагальнює дію усіх факторів. Визначальним моментом

прогнозування за регресійною моделлю є вибір адекватної моделі регресії. Для підбору найкращої моделі залежності результативного показника від часу зручно використовувати графічне подання моделі і даних часового ряду, що забезпечується наявною в MS Excel функцією побудови лінії тренду.

При відомій функції регресії $F(t)$ прогноз може бути розрахований за допомогою формул робочого аркуша електронної таблиці шляхом підстановки до рівняння регресії (1) значень часу t , що відповідають моментам у майбутньому. ПЕТ MS Excel має також спеціальні інструменти для розрахунку прогнозу у вигляді наступних вбудованих функцій:

- ПРЕДСКАЗ – розраховує майбутнє значення на основі лінійної регресії;
- ТЕНДЕНЦИЯ – розраховує значення у відповідності з лінійним трендом;
- РОСТ – розраховує майбутнє значення на основі моделі експоненційної залежності;
- ЛИНЕЙН – розраховує за допомогою методу найменших квадратів пряму, яка найкраще апроксимує наявні дані, і повертає відповідний масив значень (коефіцієнти рівняння прямої та статистика);
- ЛГРФПРИБЛ – розраховує експоненційну криву, яка апроксимує дані, і повертає відповідний масив значень (коефіцієнти рівняння кривої та статистика).

Функції ПРЕДСКАЗ дає значення прогнозу в одній точці, а функції ТЕНДЕНЦИЯ та РОСТ є функціями масиву і розраховують прогноз відразу для ряду точок. Функції ЛИНЕЙН і ЛГРФПРИБЛ не розраховують прогноз безпосередньо, а повертають параметри (коефіцієнти) рівняння, за яким може бути розрахований прогноз на будь-який момент.

Як видно, вбудовані функції прогнозування обмежуються лінійною та експоненційною залежностями. Екстраполяція складних і нелінійних даних може здійснюватись за допомогою аналітичних перетворень (таких як лінеаризація, тобто зведення шляхом перетворень нелінійної залежності до

лінійної) з наступним застосування формул робочого аркуша MS Excel, а також за допомогою засобу, регресія що входить до надбудови Паке́т аналізу.

При прогнозуванні звичайно не стоїть питання про абсолютно точне майбутнє значення показника, достатньо отримати приблизну його оцінку, а в багатьох випадках, таких як прогнозування попиту на лікарські препарати і потреб у них, плануванні виробництва, прогнозуванні поширення захворювань тощо, важливо знати тенденцію даних і прогнозувати характер їх зміни у майбутньому. Це дозволяє досить ефективно застосовувати «ручні» методи, які базуються на наочному поданні часового ряду у вигляді графіка, за яким з врахуванням специфічних закономірностей і факторів предметної області визначається тенденція часового ряду і виконується продовження графіка наперед, у майбутнє, на потрібну глибину. Надалі за продовженим графіком наближено можуть бути знайдені прогнозні значення показника.. Такий підхід є зручним і гнучким, дозволяє повною мірою реалізувати суб'єктивний досвід, інтуїцію, неформалізовані знання про предметну область, але є досить трудомістким і повільним. Засоби графічного відображення даних передбачені в багатьох сучасних програмних засобах як спеціального, так і загального призначення.

Для наочного подання часових рядів графіками табличні процесори надають спеціальні засоби, такі як майстер діаграм в ПЕТ MS Excel.

Процесори електронних таблиць, зокрема і ПЕТ MS Excel, надають також засоби побудови математичної моделі часового ряду у вигляді тренду.

Трендом називається вираз тенденції даних у вигляді достатньо простого і зручного рівняння, яке найкращим чином апроксимує (наближає) тенденцію часового ряду.

Формування трендові математичної моделі здійснюється на основі методу найменших квадратів. Користувач обирає тип тренду (вид функції), а програма синтезує рівняння тренду даного типу, яке дає найменшу суму квадратів різниці між експериментальними даними і значеннями, розрахованими за синтезованим рівнянням. За побудованим рівнянням тренду

можна виконувати інтерполяцію і екстраполяцію (розрахунок прогнозу) даних.

ПЕТ MS Excel підтримує такі форми тренду:

- лінійна: застосовується для апроксимації даних за методом найменших квадратів у відповідності до рівняння

$$y = a + bt, \quad (2)$$

де a – початковий рівень тренду на момент чи період, прийнятий за початок відліку;

b – середня зміна за одиницю часу (константа тренду, або коефіцієнт нахилу лінії тренду).

- експоненційна: застосовується для апроксимації даних за методом найменших квадратів у відповідності до рівняння

$$y = ce^{kt}, \quad (3)$$

де c – початковий рівень тренду;

k – константа тренду, яка виражає темп зміни показника;

- логарифмічна: застосовується для апроксимації даних за методом найменших квадратів у відповідності до рівняння $y = c \ln t + a$; (4)

- поліноміальна: застосовується для апроксимації даних за методом найменших квадратів у відповідності до рівняння

$$y = b + c_1t + c_2t^2 + \dots + c_6t^6, \quad (5)$$

де $b, c_1 \dots c_6$ – константи;

- степенева: застосовується для апроксимації даних за методом найменших квадратів у відповідності до рівняння

$$y = ct^b, \quad (6)$$

де c, b – константи. Майстер трендів MS Excel підтримує поліноміальні тренди до 6-го степеня.

- ковзне середнє (Лінійна фільтрація): являє собою послідовність середніх значень, розрахованих за частинами рядів даних

$$F_t = \frac{Y_t + Y_{t-1} + \dots + Y_{t-n+1}}{n}. \quad (7)$$

Лінія, побудована по точках ковзного середнього, більш явно показує закономірність розвитку даних, але рівняння тренду не формується і розрахунок прогнозних значень не передбачено.

Інструментальні засоби роботи з трендами MS Excel дозволяють отримати як графічне подання тренду у вигляді лінії тренду, так і рівняння тренду, яке надалі може використовуватись окремо. Можлива також екстраполяція часового ряду на задане число кроків як вперед, так і назад.

Робота з трендами в MS Excel організована таким чином, що в якості проміжного продукту використовуються XY-графіки (графіки у прямокутних, або декартових координатах) залежності показника від часу (точкова діаграма), які створюються майстром діаграм. Після створення цих графіків надається доступ до інструментів розрахунку і моделювання трендів.

Таким чином, технологія побудови трендів в MS Excel складається з наступних кроків:

1) Побудувати точкову XY-діаграму вихідного динамічного ряду. (Це виконується за допомогою майстра діаграм, причому у відповідності зі змістом задачі аналізу тренда слід використовувати точкову діаграму). При побудові XY-діаграми для забезпечення правильності наступних розрахунків необхідно, щоб значення періодів (моментів часу) були подані їх номерами, починаючи з одиниці, з урахуванням відстані між сусідніми періодами.

2) На XY-діаграмі відлиті (за допомога ЛК) точки № сертифіката, для Якого потрібно побудувати тренд, и відкликати команду Додати лінію тренда з пункту Діаграма головного меню Програми (цей пункт з'являється у меню Замість пункту Дані, коли обирається діаграма) або для виділених точок викликати контекстне меню и у ньому зверни опцію Додати лінію тренда. 3)

У діалоговому вікні, Що відкривається при виконанні п.3), зверни один тип тренду (лінійній, логарифмічній ТОЦО). 4) У тому ж діалоговому вікні відкрити вкладку Параметри и Виконати Потрібні налаштування, а саме: - Задати відображення рівняння побудованого тренду на діаграмі (прапорець Показувати рівняння на діаграмі); - Задати відображення на діаграмі рівня достовірності апроксимації - коефіцієнта детермінації R^2 (прапорець Помістити на діаграму величину вірогідності апроксимації);

- задати назву апроксимуючої кривої, яка буде відображена на діаграмі;

- задати точку перетину лінії тренду з віссю Y , тобто положення початкової точки тренду, або вільний член рівняння тренду (прапорець

Перетин кривої з віссю Y у точці и відповідне числове поле вводу).

1) Встановити потрібне число періодів для визначення прогнозу вперед або назад.

2) Задати назву модельованого тренду, яка буде відображатися на діаграмі.

Описана процедура має бути повторена для побудови кожного нового тренду, які можуть відображатися разом на одній діаграмі.

З урахуванням п'яти форм поліном них (степені від 2 до 6) рівнянь тренду можна на одному наборі даних отримати дев'ять рівнянь регресії і відповідних ліній тренду. Задача дослідника полягає у виборі найкращого тренду, за яким можна будувати надійний прогноз. При цьому вирішальне значення мають професійне розуміння користувачем досліджуваного процесу, здатність оцінювати результат з точки зору здорового глузду на основі неформального аналізу комплексу знань про природу процесу, умови його розвитку, можливі граничні значення показника тощо.

Для оцінки якості рівняння тренду в MS Excel автоматично розраховується коефіцієнт детермінації R^2 , який показує, яка доля варіації спостережуваного показника (Y) пояснюється за рахунок фактора часу (t) при даній формі тренду. Більше значення коефіцієнта детермінації R^2 відповідає кращому рівнянню регресії. Але цей критерій не є досить надійним і

достовірним, тому застосовують інші методи, зокрема, наприклад, звіряють контрольну суму теоретичного (розрахованого за рівнянням тренду) ряду з сумою значень вихідного ряду.

Розрахунок теоретичного ряду виконується за формулою тренду, яка відображається на діаграмі при відповідній установці, звичайними методами роботи з формулами аркуша MS Excel. Для цього слід задати на робочому аркушеві значення періодів (моментів часу), формулу тренду ввести за правилами MS Excel у першу комірку діапазону значень показника, задати у формулі посилання на відповідну комірку моменту часу (періоду), розширити формулу на усі комірки значень періодів [19].

Методи прогнозування, засновані на регресії, застосовують до усіх точок прогнозу одну й ту саму формулу і враховують при побудові її усі точки часового ряду, внаслідок чого не забезпечується швидкої реакції на зміни у тенденції даних. Ці методи добре виявляють довготермінові закономірності, але пропускають локальні (короткотермінові) процеси. Даний недолік певною мірою усувається за допомогою згладжування. Основна ідея методу згладжування полягає в тому, що кожний новий прогноз утворюється шляхом переміщення попереднього прогнозу у напрямку, який дав би кращі результати порівняно до попереднього прогнозу. Базове рівняння має наступний вигляд

$$F(t + 1) = F(t) + a \cdot e(t), \quad (8)$$

де t – часовий період,

$F(t)$ – прогноз, зроблений в момент часу t ,

a – константа згладжування,

$e(t)$ – похибка (відмінність між прогнозом на момент часу t і дійсним значенням у момент часу t).

ПЕТ MS Excel безпосередньо підтримує один з методів прогнозування на основі згладжування, який називається експоненційним згладжуванням і знаходиться у надбудові Пакет аналізу.

Вибір певного виду апроксимуючої функції у кожному конкретному випадку залежить від розв’язуваної задачі і розуміння користувачем аналізованого процесу і особливостей задачі. Вибір найкращої апроксимації зручно виконувати за допомогою графічного подання лінії тренду разом з первинними даними часового ряду, яке забезпечує наочність і можливість неформального аналізу задачі, за діяння евристичних механізмів і інтуїції [19].

Порядок виконання роботи

Задача 1. Розробити прогноз обсягів продажу лікарського препарату на основі даних по місяцях за попередній період, які наведені у таблиці (обсяг продажу – тис. одиниць):

		Місяць											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Рік	2010	140	156	123	109	103	94	102	168	180	172	160	120
	2011	90	101	82	80	71	66						

1. Запустити ПЕТ MS Excel і підготувати робочий аркуш з даними за зразком рис. 2.14. Присвоїти робочому аркушу ім’я «Прогноз продажу».

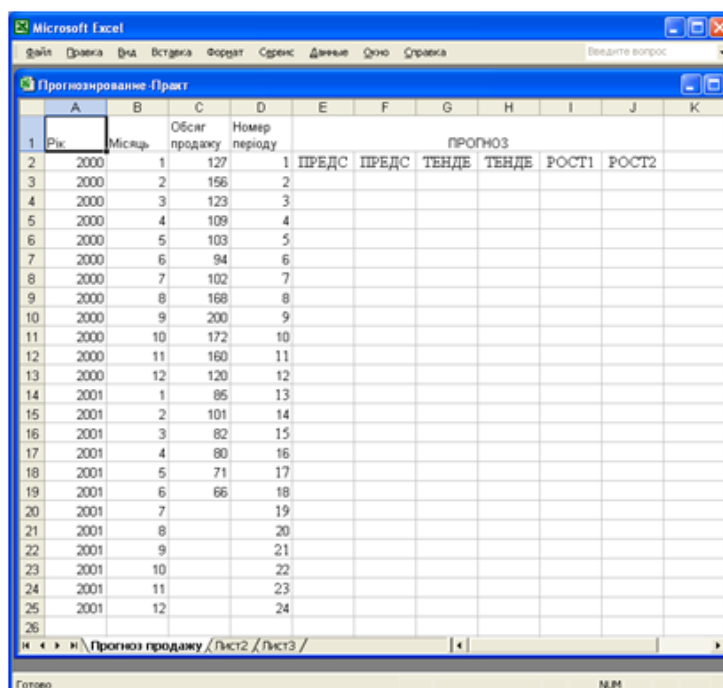


Рисунок 2.14 – Зразок робочого аркуша для розрахунку прогнозу

Зауваження. Для використання інструментів прогнозування необхідно, щоб значення часової змінної були подані у вигляді послідовності номерів періодів (або часових відліків), а не у їх натуральному вигляді (роки, місяці, дні тижня тощо). Числові значення часової змінної у вигляді номерів періодів містяться у стовпчику «Номер періоду» робочого аркуша рис. 2.14.

1. Розрахувати прогноз обсягу продаж на наступний місяць за допомогою функцій MS Excel.

1.1. Розрахувати прогноз на 7-й місяць 2001 р. за допомогою функції ПРЕДСКАЗ. Для цього:

- обрати комірку E20 і викликати майстра функцій;
- у категорії статистично обрати функцію ПРЕДСКАЗ і ознайомитись з довідкою по ній;
- в якості аргументу x задати комірку D20, яка містить номер періоду, що відповідає наступному місяцю;
- в якості аргументу відомі значення у задати діапазон C2:C19, який містить усі вхідні дані, а в якості аргументу. Відомі значення x – діапазон номерів періодів D2:D19.

В результаті у комірці E20 має бути формула =ПРЕДСКАЗ(D20;C2:C19;D2:D19).

– дати ЛК на командній кнопці ОК, в результаті у комірці E20 з'явиться результат. Записати результат до протоколу.

1.2. У комірці F20 виконати розрахунок прогнозу на 7-й місяць за допомогою функції ПРЕДСКАЗ, задавши в якості відомих значень факторів частину вхідного часового ряду, наприклад, діапазони C10:C19 та D10:D19 (або інший на власний розсуд).

Занести отриманий результат до протоколу, порівняти з попереднім і пояснити відмінність.

2.3. Розрахувати прогноз обсягу продажу препарату до кінця року за допомогою функції ТЕНДЕЦІЯ, яка використовує лінійну модель тренду. Для цього:

- виділити діапазон G20:G25 і викликати майстра функцій;
- у категорії Статистично обрати функцію ТЕНДЕНЦІЯ і ознайомитись з довідкою по ній;

Зауваження. Функції ТЕНДЕНЦІЯ, РОСТ, ЛИНЕЙН, ЛГРФПРИБЛ є функціями масиву, вони повертають не одне значення в одній комірці, а масив – впорядковану множину значень, яка міститься в діапазоні комірок. Тому формула з функцією масиву вводиться в діапазон комірок, який має містити результат, повернений функцією. Для того, щоб відобразити результат у діапазоні комірок, потрібно вводити функцію не в одну комірку, а у відповідний діапазон, і для відображення результату виділити цей діапазон, натиснути клавішу F2, а потім – комбінацію клавіш Ctrl+Shift+Enter

- в якості аргументу *Відомі значення* у задати діапазон вхідних даних C2:C19 і встановити для нього абсолютну адресу, в якості аргументу *Відомі значення x* – діапазон номерів періодів D2:D19 і також встановити для нього абсолютну адресу, в якості аргументу *Нові значення x* – діапазон D20:D25, який містить номери решти місяців до кінця року (19...24), в якості аргументу Конст – значення ИСТИНА;

Зауваження. Аргумент Конст визначає спосіб знаходження вільного члена рівняння лінійної регресії $y = a + bx$.

- дати ЛК на командній кнопці ОК, в результаті у комірці G20 з'явиться результат, який являє собою масив значень (по одному для кожного місяця). У комірці G20 відображається тільки перше значення масиву, яке відповідає 7-му місяцю. Для відображення усього масиву необхідно:

- виділити діапазон, який містить масив (в даному випадку G20:G25) і натиснути клавішу F2, після чого натиснути комбінацію клавіш Ctrl+Shift+Enter.

В результаті у комірках G20:G25 з'являються значення прогнозу на місяці з 7-го до кінця року.

Записати результат до протоколу і порівняти його з результатом прогнозування за допомогою функції ПРЕДСКАЗ.

2.4 Виконати розрахунок прогнозу до кінця року у діапазоні H20:H25 за допомогою функції ТЕНДЕНЦИЯ, використавши в якості відомих значень факторів тільки частину вхідного часового ряду, наприклад, діапазони C10:C19 та D10:D19 (або інший на власний розсуд). Значення аргументу Конст задати рівним ИСТИНА. Записати результат до протоколу і пояснити відмінність від попередніх результатів [19].

2.5 Розрахувати прогноз продажу препарату до кінця року за допомогою функції РОСТ, яка використовує експоненційну модель тренду, в діапазоні I1:I25. Для цього:

- виділити діапазон I20:I25 і викликати майстра функцій;
- у категорії статистичні обрати функцію РОСТ ознайомитись з довідкою по ній;
- в якості аргументу Відомі значення у задати діапазон вхідних даних C2:C19 і встановити для нього абсолютну адресу, в якості аргументу Відомі значення – діапазон номерів періодів D2:D19 і також встановити для нього абсолютну адресу, в якості аргументу нові значення x – діапазон I20:I25, який містить номери решти місяців до кінця року (19...24), в якості аргументу Конст – значення ИСТИНА;

Зауваження. Аргумент Конст визначає спосіб знаходження коефіцієнта b рівняння $y = b \cdot m^x$.

- дати ЛК на командній кнопці ОК, в результаті у комірці I20 з'явиться результат (перший елемент масиву значень). Натиснути клавішу F2, а потім комбінацію клавіш Ctrl+Shift+Enter. В результаті у комірках I20:I25 відображається розрахований прогноз. Записати результат до протоколу і

порівняти його з результатом прогнозування за допомогою функції ПРЕДСКАЗ.

2.6 Виконати у діапазоні комірок J20:J25 розрахунок прогнозу обсягів продажу за допомогою функції РОСТ, задавши в якості відомих значень факторів частину вхідних даних, наприклад, діапазони C10:C19 та D10:D19 (або інші).

Занести отриманий результат до протоколу, порівняти з попередніми і пояснити відмінність.

3. Знайти рівняння лінійної та експоненційної регресії для обсягу продаж за допомогою функцій ЛИНЕЙН і ЛГРФПРИБЛ і на їх основі розрахувати прогноз обсягу продаж до кінця року.

Перейти на робочий аркуш 2 і скопіювати на нього дані задачі з робочого аркуша „Прогноз продажу” п.2. (стовпчики A,B,C,D). Доповнити робочий аркуш за зразком рис. 2.15.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Рік	Місяц	Обсяг продажу	Номер періоду	Прогноз лінійний		Прогноз експоненціальний	
2	2000	1	140	1	Коефіцієнти регресії		Коефіцієнти регресії	
3	2000	2	156	2	b	a	m	b
4	2000	3	123	3				
5	2000	4	109	4				
6	2000	5	103	5				
7	2000	6	94	6				
8	2000	7	102	7				
9	2000	8	168	8				
10	2000	9	180	9				
11	2000	10	172	10				
12	2000	11	160	11				
13	2000	12	120	12				
14	2001	1	90	13				
15	2001	2	101	14				
16	2001	3	82	15				
17	2001	4	80	16				
18	2001	5	71	17				
19	2001	6	66	18				
20	2001	7		19				
21	2001	8		20				
22	2001	9		21				
23	2001	10		22				
24	2001	11		23				
25	2001	12		24				

Рисунок 2.15 – Зразок робочого аркуша для розрахунку лінійної та експоненційної моделей і прогнозу на їх основі

3.1 Знайти рівняння лінійної регресії і за допомогою нього розрахувати прогноз обсягу продаж до кінця року.

Для знаходження рівняння лінійної регресії:

- виділити діапазон E4:F4 з двох комірок, в яких будуть знаходитись коефіцієнти рівняння лінійної регресії $y = a + bx$;
- викликати майстра функцій і у категорії Статистичні обрати функцію ЛИНЕЙН; ознайомитись з довідковою інформацією по функції ЛИНЕЙН;
- для аргументу Відомі значення у задати діапазон вхідних даних C2:C19, для аргументу Відомі значення – діапазон номерів періодів D2:D19, для аргументу Конст – значення ИСТИНА (при цьому значення вільного члена b розраховується звичайним чином за способом найменших квадратів); для аргументу Статистика – значення ЛОЖЬ або ніякого значення (при цьому не видається додаткова статистика);
- дати команду ОК, в результаті чого у комірці E4 з'явиться результат;
- виділити діапазон E4:F4 (якщо він не виділений), натиснути клавішу F2, а потім – Ctrl+Shift+Enter, в результаті чого у комірці E4 відобразиться значення коефіцієнта b рівняння, а у комірці F4 – значення вільного члена a;
- занести до протоколу значення коефіцієнтів і записати рівняння регресії [19].

3.2 Розрахувати прогноз до кінця року на основі результатів функції ЛИНЕЙН. Для цього:

- обрати комірку F20 і за допомогою майстра функцій ввести до неї отриману у п. 3.1 формулу лінійної регресії, вказавши в якості аргументу x комірку D20 (7-й місяць) і встановивши для комірок E4 і F4, в яких містяться значення коефіцієнтів, абсолютні адреси ;
- обчислити значення функції у комірці F20;
- скопіювати формулу з комірки F20 на діапазон F21:F25 (місяці з 8-го по 12-й);

- занести результат до протоколу і порівняти його з відповідними результатами п. 2.3.

3.3 Знайти рівняння експоненційної регресії і за допомогою нього розрахувати прогноз обсягу продаж до кінця року.

Для знаходження рівняння експоненційної регресії:

- виділити діапазон , в комірках якого будуть знаходитись параметри рівняння експоненційної регресії $y = b \cdot m^x$;

- за допомогою майстра функцій в діапазоні G4:H4 створити функцію ЛГРФПРИБЛ (категорія Статистично) і задати для неї такі аргументи:

Відомі значення y – діапазон вхідних даних C2:C19;

Відомі значення x – діапазон номерів періодів D2:D19;

Конст – значення ИСТИНА (при цьому значення коефіцієнта b розраховується звичайним чином за способом найменших квадратів);

Статистика – значення ЛОЖЬ або ніякого значення (при цьому не видається додаткова статистика);

- обчислити результат функції ЛГРФПРИБЛ;

- виділити діапазон G4:H4 (якщо він не виділений), натиснути клавішу F2, а потім – Ctrl+Shift+Enter, в результаті чого у комірці G4 відобразиться значення параметра m рівняння, а у комірці H4 – значення коефіцієнта b;

- занести до протоколу значення параметрів і записати рівняння регресії.

3.4 Розрахувати прогноз до кінця року на основі результатів функції ЛГРФПРИБЛ. Для цього:

- обрати комірку H20 і за допомогою майстра функцій ввести до неї отриману у п. 3.3 формулу експоненційної регресії, вказавши в якості аргументу x комірку D20 (7-й місяць) і встановивши для комірок G4 і H4, в яких містяться значення параметрів, абсолютні адреси (слід застосувати функцію СТЕПЕНЬ, яка належить до категорії математичних);

- обчислити значення функції у комірці H20;

- скопіювати формулу з комірки Н20 на діапазон Н21:Н25 (місяці з 8-го по 12-й);
- занести результат до протоколу і порівняти його з відповідними результатами п. 2.5 [19].

Завдання для самостійного виконання:

Завдання. На основі даних про витрати виробництва підприємства скласти прогноз на наступні 5 років.

Обрати варіант згідно номеру у списку.

На основі даних про витрати виробництва підприємства скласти прогноз на наступні 5 років.

Формат звіту. Оформити у табличному редакторі (із зазначенням, номеру практичного заняття, теми, ПІБ та шифр групи).

Варіант №1

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. u_i	8,9	4,6	4,1	3,8	3,7	3,0	2,6	2,0

Варіант №2

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. u_i	9,2	6,8	5,1	4,8	4,7	4,0	2,6	1,0

Варіант №3

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. u_i	8,0	7,3	6,1	5,2	4,4	3,0	2,6	2,0

Варіант №4

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. у _i	7,8	6,6	4,5	3,8	3,7	3,0	2,6	3,0

Варіант №5

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. у _i	6,7	5,3	5,1	3,8	4,7	3,0	2,6	1,1

Варіант №6

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. у _i	8,5	7,2	6,1	3,8	3,7	3,0	2,2	2,0

Варіант №7

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. у _i	7,3	6,6	6,3	5,8	4,7	3,0	2,6	2,0

Варіант №8

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. у _i	9,0	8,8	7,1	5,8	3,7	3,9	3,6	2,0

Варіант №9

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. у _i	8,0	4,6	4,1	4,0	3,7	3,8	3,6	2,0

Варіант №10

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. у _i	8,5	7,6	6,1	4,8	3,7	3,6	2,6	2,0

Питання до самоконтролю:

1. Навести приклади застосування прогнозування у медицині та фармації.
2. Принципи розрахунку прогнозу, реалізовані в MS Excel.
3. Як розраховується прогноз на основі регресійної моделі?
4. Назвати і охарактеризувати функції для розрахунку прогнозу, наявні в MS Excel.
5. Що таке майстер функцій?
6. Які функції називаються функціями масивів?
7. Що таке часовий ряд?
8. Описати функцію ПРЕДСКАЗ.
9. Функція ТЕНДЕНЦИЯ, її можливості та створення.
10. Функція РОСТ, її можливості та формат виклику.
11. Функції ЛИНЕЙН та ЛГРФПРИБЛ.
12. Як відобразити на робочому аркуші масив значень, повернутий функцією масиву?

Рекомендована література:

1. Методичні вказівки до практичного заняття "Засоби прогнозування і перспективних оцінок ПЕТ MS Excel" / уклад.: А.Т. Теренчук. Вінниця: ВНМУ, 2011. 23 с.

2.4 Прийняття рішень в умовах конфлікту

2.4.1 Лабораторна робота №10. Розв'язування задач з прийняття рішень в умовах конфлікту

Мета: Сформувати вміння розв'язувати задачі з прийняття рішень в умовах конфлікту.

Теоретичні відомості

У ринкових умовах часто виникають ситуації, які характеризуються розбіжностями у інтересах окремих суб'єктів господарювання, їх взаємною протидією, а також необхідністю врахування можливих дій суперників при розробці господарських рішень. Такі ситуації називають конфліктними.

Конфліктна ситуація – це ситуація, у якій стикаються інтереси двох чи більше сторін, що мають суперечливі цілі, причому виграш кожної зі сторін залежить від того, як поведитимуться інші

Отже, конфліктні ситуації можуть виникати з різних причин, що зумовлює необхідність розв'язання цих ситуацій за допомогою спеціальних методів. Якщо потрібно знайти найкраще рішення в умовах економічного конфлікту, доцільно скористатися положеннями теорії ігор [15].

Предметом теорії ігор є такі ситуації, у яких важливу роль відіграють конфлікти та спільні дії

Сформулюємо основні поняття теорії ігор, що використовуються в умовах конфлікту.

Гра – це спрощена формалізована модель реальної конфліктної ситуації. Математично формалізація означає, що розроблено певні правила дії сторін в процесі гри: варіанти дії сторін; результат гри при даному варіанті дії; обсяг інформації кожної сторони щодо поведінки інших сторін

Гравець – одна зі сторін у конфліктній ситуації [15, 7].

Результат гри називається **виграшем**, **програшем** або **нічиєю**. Зазвичай результати гри мають кількісне вираження.

Правила гри – перелік прав та обов'язків гравців.

Ходом називається вибір гравцем однієї з передбачених правилами гри дій і її здійснення. Ходи поділяють на особисті та випадкові. *Особистий хід* – це свідомий вибір гравця, *випадковий хід* – вибір дії, що не залежить від його волі.

Залежно від кількості можливих ходів у грі розрізняють скінченні та нескінченні ігри. *Скінченні ігри* передбачають скінченне число ходів (наприклад, гра "орел-решка"), *нескінченні* – навпаки (наприклад, встановлення цін на товар продавцем і покупцем). Деякі ігри в принципі мають вважатися скінченними, але мають так багато ходів, що належать до нескінченних (наприклад, шахи) [15].

Стратегія гравця – це сукупність правил, що визначають вибір варіанту дій у кожному особистому ході.

Оптимальною стратегією гравця вважається стратегія, що забезпечує йому максимальний виграш. Завданням теорії ігор є виявлення оптимальної стратегії гравців.

Ігри, що складаються тільки з випадкових ходів, називаються *азартними* та не розглядаються в теорії ігор. Її метою є оптимізація поведінки гравця у *стратегічних іграх*, в яких поряд з випадковими є особисті ходи.

Гра називається *грою з нульовою сумою*, якщо сума виграшів всіх гравців дорівнює нулеві, тобто один гравець отримує виграш за рахунок програшу інших гравців. Гра називається *парною*, якщо в неї грають два гравці. Якщо в грі беруть участь більше двох гравців, гра називається *множинною*. Парна гра з нульовою сумою називається *антагоністичною*. Такі ігри найчастіше розглядаються у теорії ігор [15].

Теорія ігор виходить з того, що гравець та його супротивник є однаково розумними та зловмисними. Це означає, що кожний з гравців прагне забезпечити собі максимальний виграш, завдаючи збитків супротивнику.

Припускається, що у грі грають два гравці, наприклад гравець А та гравець В. Себе зазвичай ототожнюють з гравцем А. Якщо в А є m можливих стратегій: $A_1, A_2 \dots A_m$, а в його супротивника В – n можливих стратегій: $B_1, B_2 \dots B_n$. Така гра називається *грою $m \times n$* .

Виграш гравця А за умови вибору ним стратегії A_i та стратегії супротивника B_j позначають як a_{ij} . Кількість таких ситуацій дорівнюватиме $m \times n$. Всі значення виграшів у грі можна звести у таблицю, яку називають *платіжною матрицею або матрицею виграшів, матрицею гри*

Кількість рядків у матриці відповідає кількості стратегій гравця А, а кількість стовпців – кількості стратегій гравця В. На перетині рядків і стовпців знаходяться виграші гравця А та, відповідно, програші гравця В.

Зведення гри до матричної форми є досить складним, а іноді і нездійсненним завданням через незнання всіх можливих стратегій, їх значну кількість та складність оцінки виграшу, що свідчить про обмеженість можливостей теорії ігор при розв'язанні задач.

Оскільки скінченну парну гру з нульовою сумою можна представити у вигляді матриці, таку гру називають *матричною*.

За загальним виглядом платіжні матриці (матриці виграшів) в умовах конфлікту та в умовах невизначеності й ризику є подібними. Відмінність полягає в тому, що в умовах конфлікту як розумні суперники (гравці) виступають свідомі суб'єкти управління, які будують свою стратегію відповідно до дій один одного; а в умовах невизначеності та ризику "суперником" суб'єкта управління є економічне середовище, протидія якого не є свідомою та яке не може реагувати на дії суб'єкта управління. Тому ігри, які відповідають конфліктним ситуаціям, називаються *стратегічними* ігри, що відповідають умовам невизначеності та ризику – *статистичними* [15].

Аналіз платіжної матриці дозволяє розробити рекомендації щодо вибору оптимальних рішень гравців.

Оптимальні рішення гравців можуть бути визначені на основі чистих стратегій, якщо гра має сідлову точку. Отже, треба встановити наявність чи

відсутність сідлової точки у грі та, виходячи з результатів, знайти рішення гри. Гравець А може обрати будь-яку з чистих стратегій $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$, аналогічно для гравця В.

Для визначення сідлової точки обчислюють нижню та верхню ціну гри.

Нижньою ціною гри називається елемент матриці, для якого виконується умова: $\alpha = \max_i \min_j a_{ij}$.

Нижня ціна гри показує, що яку б стратегію не обрав гравець В, виграш гравця А буде не менший, ніж α . Тобто гравець А обирає **максимінну стратегію**.

Верхньою ціною гри називається елемент матриці, що задовольняє умові: $\beta = \min_j \max_i a_{ij}$.

Верхня ціна гарантує гравцю В, що гравець А не отримає виграшу, більшого за β . Тобто гравець В обирає **мінімаксу стратегію** [15].

Якщо $\alpha = \beta$, кажуть, що гра має сідлову точку, а елемент матриці, для якого виконується ця умова, називається **сідловою точкою (елементом)**. У цій точці найбільший з мінімальних виграшів гравця А дорівнює найменшому з максимальних програшів гравця В, тобто мінімум у будь-якому рядку матриці збігається з максимумом у будь-якому стовпці. Величина сідлового елемента називається **чистою ціною гри**.

Отже, стратегії, що відповідають сідловій точці, дозволяють врахувати інтереси обох гравців. Оптимальним рішенням для обох гравців є вибір максимінної для А і мінімаксної для В стратегії. Обрані стратегії дозволяють гравцям діяти так, щоб за найгіршої поведінки супротивника отримати максимальний виграш. Будь-яке відхилення гравцями від цих стратегій буде не вигідним для них.

В економічній практиці у більшості ігор сідлова точка у чистих стратегіях відсутня, що не дозволяє однозначно визначити оптимальні стратегії гравців. В таких випадках використовуються змішані стратегії, у яких випадковим чином чергуються особисті стратегії. Цей метод широко

використовується в господарській практиці, що виражається у стратегії диверсифікації. Наприклад, виробники, не знаючи заздалегідь точних даних щодо попиту, прагнуть розширити асортимент продукції; інвестори вкладають кошти у різні цінні папери, проекти і т. д. Отже, гравці намагаються отримати максимальний вигреш (мінімальний програш), застосовуючи не одну, а кілька стратегій.

Точний метод знаходження оптимальної змішаної стратегії зводиться до задачі лінійного програмування [15].

Змішана стратегія гравця – це повний набір застосування його чистих стратегій при багаторазовому повторенні гри в тих самих умовах із заданими ймовірностями.

Умови застосування змішаних стратегій:

- гра не має сідлової точки;
- гравці використовують випадкове поєднання чистих стратегій із заданими ймовірностями;
- гра багаторазово повторюється в подібних умовах;
- при кожному з ходів жоден гравець не інформований про вибір стратегії іншим гравцем;
- допускається осереднення результатів ігор.

При використанні змішаних стратегій використовують наступні основні положення.

Для гравця А змішана стратегія полягає в застосуванні чистих стратегій A_1, A_2, \dots, A_n з відповідними ймовірностями p_1, p_2, \dots, p_n , що позначається матрицею [2]:

$$S_1 = \begin{pmatrix} A_1, A_2, \dots, A_n \\ p_1, p_2, \dots, p_n \end{pmatrix}, \quad (1)$$

за умови, що $\sum_{j=1}^n p_j = 1, p_j \geq 0$.

Для гравця В:

$$S_2 = \begin{pmatrix} B_1, B_2, \dots, B_n \\ p_1, p_2, \dots, p_n \end{pmatrix}, \quad (2)$$

за умови, що $q_j \geq 0$, де q_j – ймовірність застосування чистої стратегії B_j .

В окремому випадку, коли $p_i = 1$, для гравця А маємо чисту стратегію:

$$S_i = \begin{pmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & \dots & \Lambda_j & \dots & \Lambda_m \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Чисті стратегії гравця с єдино можливими неспільними подіями. У матричній грі при заданих векторах \bar{p} і \bar{q} можна визначити середній виграш гравця А:

$$M(A, \bar{p}, \bar{q}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} p_i q_j, \quad (15)$$

де \bar{p} і \bar{q} – вектори відповідних ймовірностей;

p_i і q_j – компоненти цих векторів.

Шляхом застосування своїх змішаних стратегій гравець А прагне максимально збільшити свій середній виграш, а гравець В – мінімізувати виграш гравця А. Гравець А прагне досягти виконання умови:

$$\beta = \min_{\bar{q}} \max_{\bar{p}} M(A, \bar{p}, \bar{q}). \quad (5)$$

Гравець В домагається виконання протилежної умови:

$$\alpha = \max_{\bar{p}} \min_{\bar{q}} M(A, \bar{p}, \bar{q}). \quad (6)$$

Вектори, що відповідають оптимальним змішаним стратегіям гравців А і В, позначимо як \bar{p}^0 і \bar{q}^0 . Для цих векторів виконується рівність:

$$\min_{\bar{q}} \max_{\bar{p}} M(A, \bar{p}, \bar{q}) = \max_{\bar{p}} \min_{\bar{q}} M(A, \bar{p}, \bar{q}) = M(A, \bar{p}^0, \bar{q}^0) \quad (7)$$

Ціна гри γ – середній виграш гравця А при використанні обома гравцями змішаних стратегій.

Розв'язком матричної гри є оптимальна змішана стратегія гравця А (\bar{p}^0); оптимальна змішана стратегія гравця В (\bar{q}^0) та ціна гри (γ).

Змішані стратегії будуть оптимальними (\bar{p}^0 і \bar{q}^0), якщо вони утворюють сідлову точку для функції $M(A, \bar{p}^0, \bar{q}^0)$, тобто

$$M(A, \bar{p}^0, \bar{q}^0) \geq M(A, \bar{p}^0, \bar{q}). \quad (8)$$

Основна теорема теорії ігор. Для матричної гри з будь-якою матрицею А величини $\alpha = \max_{\bar{p}} \min_{\bar{q}} M(A, \bar{p}, \bar{q})$; $\beta = \min_{\bar{q}} \max_{\bar{p}} M(A, \bar{p}, \bar{q})$

існують, вони рівні між собою і дорівнюють ціні гри: $\alpha = \beta = \gamma$

При виборі оптимальних стратегій гравцю А завжди буде гарантований середній виграш, не менший, ніж ціна гри, за будь-якої фіксованої стратегії гравця В (а для гравця В – навпаки).

Активними стратегіями гравців А і В називають стратегії, що входять до складу оптимальних змішаних стратегій відповідних гравців з ймовірностями, відмінними від нуля. Отже, до складу оптимальних змішаних стратегій можуть входити не всі апріорі задані їх стратегії.

Розглянемо окремий випадок розв'язання задач на основі змішаних стратегій. Найпростіша гра може бути описана матрицею 2 x 2. За відсутності сідлової точки можна отримати дві оптимальні змішані стратегії, які записуються так:

$$S_1 = \begin{pmatrix} A_1, A_2 \\ p_1, p_2 \end{pmatrix}; \quad (9)$$

$$S_2 = \begin{pmatrix} B_1, B_2 \\ p_1, p_2 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Отже, є платіжна матриця:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11}, a_{12} \\ a_{21}, a_{22} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

При цьому

$$a_{11}p_1 + a_{21}p_2 = \gamma$$

$$a_{12}p_1 + a_{22}p_2 = \gamma$$

$$p_1 + p_2 = 1$$

$$a_{11}p_1 + a_{21}(1 - p_1) = a_{12}p_1 + a_{22}(1 - p_1)$$

$$a_{11}p_1 + a_{21} - a_{21}p_1 = a_{12}p_1 + a_{22} - a_{22}p_1$$

Звідси одержуємо оптимальні значення p_1^0 та p_2^0 .

$$p_1^0 = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - (a_{12} + a_{21})}; \quad (12)$$

$$p_2^0 = 1 - p_1^0 = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - (a_{12} + a_{21})}. \quad (13)$$

Знаючи p_1^0 та p_2^0 , знаходимо γ :

$$\gamma = \frac{a_{11}(a_{22} - a_{21})}{a_{11} + a_{22} - (a_{12} + a_{21})} + \frac{a_{21}(a_{11} - a_{12})}{a_{11} + a_{22} - (a_{12} + a_{21})} = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - (a_{12} + a_{21})}. \quad (14)$$

Обчисливши γ , знаходимо q_1^* та q_2^* :

$$\begin{aligned} a_1 q_1 + a_2 q_2 &= \gamma \\ q_1 + q_2 &= 1 \\ a_1 q_1 + a_2(1 - q_1) &= \gamma. \end{aligned}$$

$$q_1^* = \frac{\gamma - a_{12}}{a_{11} - a_{12}}; \quad (15)$$

$$q_2^* = 1 - q_1^* = \frac{a_{11} - \gamma}{a_{11} - a_{12}}, \text{ при } a_{11} \neq a_{12}. \quad (16)$$

Задачу розв'язано, оскільки знайдено вектори $\vec{q}^* = \begin{pmatrix} q_1^* \\ q_2^* \end{pmatrix}$; $\vec{p}^* = \begin{pmatrix} p_1^* \\ p_2^* \end{pmatrix}$ ціна гри γ .

Це завдання можна розв'язати графічним методом, використовуючи наступний алгоритм:

- по осі абсцис відкладається відрізок одиничної довжини;
- по осі ординат відкладаються виграші при стратегії A_1 ,
- на лінії, паралельній осі ординат, у точці 1 відкладаються виграші при стратегії A_2 ;
- кінці відрізків позначаються для $a_{11} - b_{11}$, $a_{12} - b_{11}$, $a_{22} - b_{12}$, $a_{21} - b_{12}$ та проводяться прямі лінії $b_1 A_1$ та $b_2 A_2$;
- визначається ордината точки перетину проведених прямих ліній, яка позначається s . Висота перпендикуляру, опущеного з цієї точки на ось абсцис, дорівнює γ . Абсциса точки C дорівнює p_1 ($p_2 = 1 - p_1$).

Графічне зображення цього алгоритму наведено на рис. 2.16.

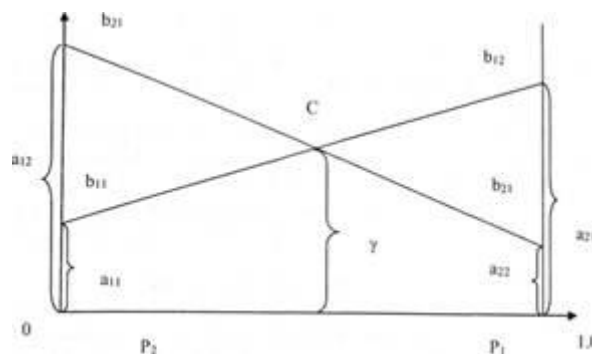


Рисунок 2.16 –Графічний метод знаходження оптимальної змішаної стратегії

Даний метод має досить широку сферу використання, що ґрунтується на загальній властивості ігор $m \times n$, яка полягає в тому, що у будь-якій грі $m \times n$ кожен гравець має оптимальну змішану стратегію, у якій кількість чистих стратегій не перевищує $\min(m, n)$. З цієї властивості випливає, що у будь-якій

гри $2 \times n$ та $m \times 2$ кожна оптимальна стратегія S^* та S^* містить не більш двох активних стратегій. Отже, будь-яка гра $2 \times n$ або $m \times 2$ може бути зведена до гри 2×2 та розв'язана графічним методом. Якщо матриця скінченної гри має розмірність $m \times n$, де $m > 2$ і $n > 2$, то для визначення оптимальних змішаних стратегій використовується лінійне програмування симплекс методом.

Приклад вирішення задачі змішаних стратегій $2 \times m$

Знайти рішення й ціну гри, заданою платіжною матрицею

$$P = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 7 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 3/2 \end{pmatrix}$$

Рішення. Визначимо наявність сідлової точки.

	B_1	B_2	B_3	B_4	α_i
A_1	3	2	7	4	2
A_2	2	4	3	3/2	3/2
β_j	3	4	7	4	

$$\alpha = 2, \beta = 3.$$

Таким чином, $\alpha \neq \beta$, отже сідлової точки задача не має.

Знайдемо оптимальну змішану стратегію $S_A(p_1, p_2)$ й ціну гри g графічним методом. Геометричний аналіз можливий, тому що маємо платіжну матрицю розмірності 2×4 . Гравець А, виходячи зі своїх інтересів зацікавлений виграти якнайбільше й тому буде прагнути одержати виграш, що перевищує ціну гри. При застосуванні гравцем У своїх чистих стратегій B_1 , B_2 , B_3 і B_4 це прагнення гравця А визначають такі обмеження:

$$\begin{cases} 3p_1 + 2p_2 \geq g, \\ 2p_1 + 4p_2 \geq g, \\ 7p_1 + 3p_2 \geq g, \\ 4p_1 + 3/2p_2 \geq g. \end{cases} \quad (*)$$

Відповідно, гравець У так само застосовує свої змішані стратегії $S_B(q_1, q_2, q_3, q_4)$, але прагнути, щоб величина програшу була якнайменше ціни гри, тобто

$$\begin{cases} 3q_1 + 2q_2 + 7q_3 + 4q_4 \leq g, \\ 2q_1 + 4q_2 + 3q_3 + 3/2q_4 \leq g \end{cases} \quad (**)$$

Побудуємо графіки прямих (*), замінюючи відповідні обмеження нерівності рівностями.

<p>I $3p_1 + 2(1 - p_1) = g$ $3p_1 + 2 - 2p_1 = g$</p> $p_1 + 2 = g$ <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">p_1</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">g</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td><td style="padding: 5px;">3</td></tr> </table>	p_1	0	1	g	2	3	<p>II $2p_1 + 4(1 - p_1) = g$ $-2p_1 + 4 = g$</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">p_1</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">g</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">2</td></tr> </table>	p_1	0	1	g	4	2	<p>III $7p_1 + 3(1 - p_1) = g$ $4p_1 + 3 = g$</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">p_1</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">0</td><td style="padding: 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">g</td><td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td><td style="padding: 5px;">7</td></tr> </table>	p_1	0	1	g	3	7
p_1	0	1																		
g	2	3																		
p_1	0	1																		
g	4	2																		
p_1	0	1																		
g	3	7																		

IV $4p_1 + 3/2(1 - p_1) = g$

$$5/2p_1 + 3/2 = g$$

p_1	0	1
g	3/2	4

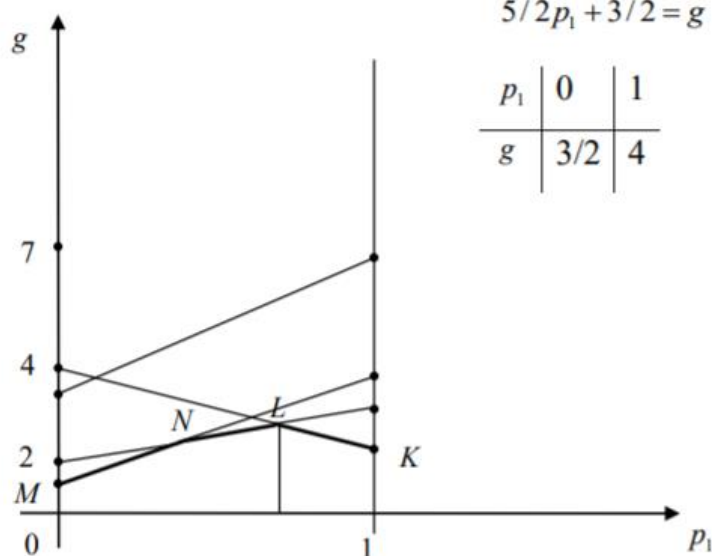


Рисунок 2.17 Графічний метод знаходження оптимальної змішаної стратегії

Нижня границя виграшу задається ламаною MNLK . Оптимальне рішення гри досягається в точці L . Знайдемо її координати. Точка L утворена перетинанням I й II прямих, (це означає, що оптимальна стратегія гравця У включає чисті стратегії B_1 й B_2 з імовірностями q_1 й q_2):

$$\begin{cases} p_1 + 2 = g \\ -2p_1 + 4 = g \end{cases}$$

$$3p_1 - 2 = 0$$

$$p_1 = \frac{2}{3}; \quad g = \frac{8}{3};$$

$$p_2 = 1 - p_1 = \frac{1}{3}$$

У такий спосіб оптимальна стратегія для гравця А: $S_A\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$, ціна гри $g = \frac{8}{3}$.

Аналогічно знаходимо оптимальну стратегію для гравця В з рівнянь (**).

Гравець В повинен урахувати стратегії, які визначив гравець А в якості оптимальних. Це приводить до вибору гравцем В стратегій, що визначають його оптимальне рішення, тобто маємо $q_3 = 0, q_4 = 0$, отже

$$3q_1 + 2q_2 \leq g$$

$$2q_1 + 4q_2 \leq g, \quad \text{при цьому } q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 1.$$

Будуємо графіки прямих, що відповідають нерівностям. Знаходимо координати точки перетинання

$$3q_1 + 2(1 - q_1) = 2q_1 + 4(1 - q_1)$$

$$3q_1 + 2 - 2q_1 - 2q_1 - 4 + 4q_1 = 0$$

$$3q_1 = 2$$

$$q_1 = \frac{2}{3}, \quad q_2 = 1 - q_1 = \frac{1}{3}$$

Таким чином $S_B(2/3; 1/3; 0; 0)$, $g = \frac{8}{3}$.

Завдання для самостійного виконання:

Оберіть варіант згідно списку групи. Та виконайте наступні завдання:

1. знайти і порівняти нижню і верхню ціну гри;

2. спростити дану платіжну матрицю, виключивши з неї домінуючі рядки і стовпці, що відповідають свідомо невігідним стратегіям гравців;
3. виявити активні стратегії гравців графічним методом;

Формат звіту. Оформити у текстовому редакторі. Малюнки оформити у графічному редакторі та перенести у текстовий документ. Звіт повинен мати, титульний лист (із зазначенням, навчального закладу, кафедри, номеру практичного заняття, теми, ПІБ та шифр групи).

Примітка. У завданні застосування графічного методу виявлення активних стратегій і наближення рішення можливо тільки після такого спрощення матриці, коли у одного з гравців залишається дві стратегії.

Рішення матричних ігор тим складніше, чим більше розмірність платіжної матриці. Тому для ігор з платіжними матрицями великої розмірності відшукування оптимального рішення можна спростити, якщо зменшити їх розмірність шляхом виключення дублюючих і свідомо невігідних (домінованих) стратегій.

Визначення 1. Якщо в платіжній матриці гри всі елементи рядка (стовпчика) дорівнюють відповідним елементам іншого рядка (стовпця), то відповідні цим рядкам (стовпцям) стратегії називаються дублюючими.

Визначення 2. Якщо в платіжній матриці гри всі елементи деякого рядка, що визначається стратегію A_i гравця A , не більш (менше або деякі рівні) відповідних елементів іншого рядка, то стратегія A_i називається домінованою (свідомо невігідною).

Визначення 3. Якщо в платіжній матриці гри всі елементи деякого стовпця, що визначає стратегію B_i Гравця B не менше (більше або деякі рівні) відповідних елементів іншого стовпця, то стратегія B_i називається домінованою (свідомо невігідною).

Правило. Рішення матричної гри не зміниться, якщо з платіжної матриці виключити рядки і стовпці, що відповідають дублюючим і домінованих стратегіям.

Увага! Порівнюються між собою елементи.

Приклад

5 9 3 4 5
4 7 7 9 10
4 6 3 3 9
4 8 3 4 5
4 7 7 9 10

5 9 3 4 5
4 7 7 9 10
4 6 3 3 9

5 3
4 7
4 3

5 3
4 7

Завдання:

1

1	3	9	4
8	9	9	3
0	5	5	1
5	8	4	2

2

4	9	9	7
1	2	7	1
2	5	4	7
5	9	2	8

3

5	3	2	7
1	7	2	6
6	8	4	9
1	5	5	8

4

6	9	4	2
5	1	0	5
7	3	1	8
4	0	0	1

5

6	1	0	4
3	6	5	8
6	5	4	6
9	8	4	7

6

5	0	7	5
0	6	1	1
0	8	4	3
5	1	7	8

7

9	9	8	6
5	8	3	6
5	7	2	8
9	7	2	9

8

1	5	0	6
7	5	6	5
5	1	5	2
5	8	4	8

9

1	2	3	2
5	0	2	2
1	4	7	7
7	3	9	7

10

8	8	4	7
4	3	4	3
2	5	0	0
4	9	5	3

11

5	6	0	7
1	1	6	5
4	8	9	8
1	4	6	8

12

7	1	7	9
9	4	2	4
5	3	0	0
6	4	1	4

13

0	1	6	5
1	8	9	5
6	9	4	6
0	4	9	0

14

4	9	9	8
2	4	7	3
7	7	3	2
2	5	4	3

17

5	4	9	9
1	1	4	4
9	6	8	1
4	0	7	1

18

1	4	5	4
5	6	8	3
3	5	5	7
6	9	8	4

19

2	7	6	2
8	5	4	8
3	4	0	1
2	4	4	2

20

6	9	2	7
0	5	0	6
2	8	0	7
4	8	9	5

21

6	5	3	2
4	6	2	3
7	1	6	0
7	6	4	5

22

1	9	7	0
0	1	0	3
8	9	8	2
0	4	1	4

23

3	5	8	1
9	3	8	7
8	0	2	5
1	3	6	0

24

7	6	2	5
3	1	2	0
4	5	3	1
2	5	1	3

25

2	6	7	9
7	3	8	5
3	1	8	5
6	9	7	9

26

9	6	4	8
5	0	4	0
4	0	8	5
7	1	3	8

27

0	1	4	4
1	0	1	0
3	8	4	8
6	2	6	7

28

2	3	9	7
2	6	0	8
5	7	2	5
7	9	3	8

Питання до самоконтролю:

1. Що розуміють під оптимальною стратегією гравця?
2. Які умови застосування змішаних стратегій?
3. В чому сенс сідлової точки?
4. Розкрийте алгоритм графічного методу знаходження оптимальної змішаної стратегії.

Рекомендована література:

1. Балджи М.Д., Карпов В.А., Ковальов А.І., Костусєв О.О., Котова І.М., Сментина Н.В. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків : навч. посіб. Одеса: ОНЕУ, 2013. 670 с.
2. Логвінова О. П., І. М. Семененко. Обґрунтування господарських рішень і оцінювання ризиків : навч. посіб. Харків : Лідер, 2015. 370 с.
3. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування : навч. Посіб. Київ : КНЕУ, 2005. 452с.

2.5 Прийняття рішень в умовах нечіткої інформації

2.5.1 Лабораторна робота №11. Моделювання задачі оптимального управління

Мета: Сформуванню уявлення про моделювання задач оптимального управління

Теоретичні відомості

Для постачання населених пунктів, розташованих у важкодоступній місцевості, потрібно розмістити залізничну станцію і аеродром таким чином, щоб сумарна відстань (і, відповідно, вартість) повітряних перевезень від станції і від аеродрому до населених пунктів було оптимальним.

Координати населених пунктів наведені в таблиці 2.5.

Таблиця 2.5

Координати населених пунктів

Номера населених пунктів	Координати населених пунктів	
	X	Y
1	2,0	8,0
2	10,0	9,0
3	1,0	2,0
4	4,0	9,0
5	9,0	5,0

Рішення.

З умови задачі випливає, що треба знайти оптимальне, з точки зору економії витрат на повітряні перевезення, місце розташування двох об'єктів: аеродрому і залізничної станції. Таке можливо, якщо сумарна протяжність повітряних трас між усіма об'єктами буде мінімальною. Як відомо, найкоротша відстань між двома точками визначається відрізком, що з'єднує ці точки.

Для вирішення завдання введемо позначення (табл. 2.6).

Таблиця 2.6

Об'єкт	Координата X	Координата Y
Населений пункт №1	X_1	Y_1
Населений пункт №2	X_2	Y_2

Населений пункт №3	X_3	Y_3
Населений пункт №4	X_4	Y_4
Населений пункт №5	X_5	Y_5
Аеродром	X_A	Y_A
Залізнична станція	X_C	Y_C

Мінімальна відстань від залізничної станції до і-го населеного пункту ($i = 1, \dots, 5$) через аеропорт можна визначити наступним чином:

$$F(X_A, Y_A, X_C, Y_C, X_i, Y_i) = \sqrt{(X_C - X_A)^2 + (Y_C - Y_A)^2} + \sqrt{(X_A - X_i)^2 + (Y_C - Y_i)^2}.$$

Завдання вирішуємо, використовуючи додаток Microsoft Excel і надбудову «Пошук рішення».

Для моделювання необхідно підготувати таблицю в Excel:

1. За потреби введіть заголовки, вихідні значення координат населених пунктів (рис. 2.18)

A17				
A	B	C	D	E
1	Моделювання оптимального розташування аеродрому та залізничної станції			
2	Розташування населених пунктів			
3		координати		Відстань між аеродромом та населеними пунктами
4	Об'єкт, населений пункт	X	Y	
5	Населений пункт №1	2,0	8,0	
6	Населений пункт №2	10,0	9,0	
7	Населений пункт №3	1,0	2,0	
8	Населений пункт №4	4,0	9,0	
9	Населений пункт №5	9,0	5,0	
10				
11	Оптимальні координата об'єктів (аеродром та залізничної станції)			
12	Аеродром			
13				
14	Залізнична станція			
15				
16	Оптимальна сумарна відстань від аеродрому до станції та всіх населених пунктів			

Рисунок 2.18 – Вихідні значення координат населених пунктів

2. У відповідні комірки таблиці 2.7 введіть розрахункові формули.

Таблиця 2.7

№	Адрес комірки	Зміст комірки (формула)
1	E5	=КОРЕНЬ((B5-B12)^2+(C5-C12)^2)
2	E6—E9	Скопіювати формулу з E5 в E6—E9
3	B16	=КОРЕНЬ((B14-B12)^2+(C14-C12)^2)+СУММ(E5:E9)

Комп'ютерне моделювання

1. Застосовуючи надбудову Excel «Пошук рішення», призначте як цільову комірку B16 і встановіть перемикач на мінімум. Вкажіть в якості змінюваних комірок осередки \$ B \$ 12: \$ C \$ 12; \$ B \$ 14: \$ C \$ 14 (координати аеродрому і станції).

2. Обмеження не вводите.

3. Натисніть кнопку Виконати.

4. Побудуйте діаграму, виберіть тип Точкова.

5. Проаналізуйте результат.

На основі отриманих даних моделювання можна зробити наступний висновок: моделювання, що проводиться в умовах, коли обмеження НЕ задані, призводить до збігу координат розташування залізничної станції і аеродрому. Це впливає і з простого аналізу розрахункової формули. Мінімальна відстань буде, коли координати об'єктів співпадуть. В реальних умовах такі об'єкти розташовуються на безпечній відстані один від одного, крім того, є і деякі технічні критерії забезпечення нормальних умов функціонування об'єктів [30].

Експеримент № 2.

Ускладнимо завдання. Введемо обмеження. Припустимо, що в зазначеному районі є озеро і проходить залізниця. Координати обмежують місце розташування аеродрому і станції, наведені в табл. 2.8.

Таблиця 2.8

Об'єкт	Координата X	Координата Y
Озеро	≥ 0 и ≤ 4	≥ 3 и ≤ 6
Заліздна дорога	≥ 6	$= 1$

1. Встановіть курсор в осередок B16.

2. Введіть умови обмеження на розташування аеродрому і станції. Зокрема, візьміть до уваги, що аеродром не повинен перебувати всередині області, координат вказаних в табл. 4, а залізнична станція, навпаки, повинна знаходитися на залізниці.

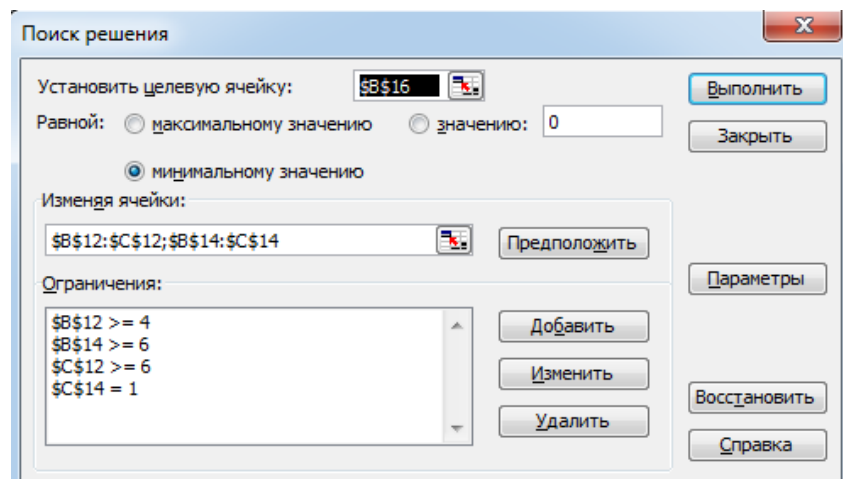


Рисунок 2.19 – Пошук рішень

3. Проведіть пошук рішення [30].

	A	B	C	D	E
1	Модельовання оптимального розташування аеродрому та залізничної станції				
2	Розташування населених пунктів				
3		координати			Відстань між аеродромом та населеними пунктами
4	Об'єкт, населений пункт	X	Y		
5	Населений пункт №1	2	8		3,8
6	Населений пункт №2	10	9		5,6
7	Населений пункт №3	1	2		5,9
8	Населений пункт №4	4	9		3,2
9	Населений пункт №5	9	5		3,9
10					
11	Оптимальні координата об'єктів (аеродромам та залізничної станції)				
12	Аеродром	5,2	6,1		
13					
14	Залізнична станція	6,0	1,0		
15					
16	Оптимальна сумарна відстань від аеродрому до станції та всіх населених пунктів	27,5			

Рисунок 2.20 – Фрагмент робочого листа (після введення обмежень)

Завдання для самостійного виконання:

1. Обрати свій варіант згідно номера у списку.
2. За аналогією наведеного прикладу вирішити задачу моделювання задачі оптимального управління.

Варіант 1.

Для постачання населених пунктів, розташованих у важкодоступній місцевості, потрібно розмістити залізничну станцію і аеродром таким чином, щоб сумарна відстань (і, відповідно, вартість) повітряних перевезень від станції і від аеродрому до населених пунктів було оптимальним.

Координати населених пунктів наведені в таблиці.

Номера населених пунктів	Координати населених пунктів	
	X	Y
1	3,0	8,0
2	13,0	7,0
3	1,0	2,0
4	4,0	9,3
5	9,0	7,0

Обмеження. Припустимо, що в зазначеному районі є озеро і проходить залізниця. Координати обмежують місце розташування аеродрому і станції, наведені в таблиці нижче.

Об'єкт	Координата X	Координата Y
Озеро	≥ 0 и ≤ 6	≥ 3 и ≤ 6
Залізниця	≥ 7	$= 1$

Варіант 2.

Для постачання населених пунктів, розташованих у важкодоступній місцевості, потрібно розмістити залізничну станцію і аеродром таким чином,

щоб сумарна відстань (i , відповідно, вартість) повітряних перевезень від станції і від аеродрому до населених пунктів було оптимальним.

Координати населених пунктів наведені в таблиці.

Номера населених пунктів	Координати населених пунктів	
	X	Y
1	2,0	8,0
2	9,0	9,0
3	1,0	2,0
4	4,0	9,0
5	9,0	7,0

Обмеження. Припустимо, що в зазначеному районі є озеро і проходить залізниця. Координати обмежують місце розташування аеродрому і станції, наведені в таблиці нижче.

Об'єкт	Координата X	Координата Y
Озеро	≥ 0 и ≤ 5	≥ 3 и ≤ 6
Залізниця	≥ 6	$= 2$

Варіант 3.

Для постачання населених пунктів, розташованих у важкодоступній місцевості, потрібно розмістити залізничну станцію і аеродром таким чином, щоб сумарна відстань (i , відповідно, вартість) повітряних перевезень від станції і від аеродрому до населених пунктів було оптимальним.

Координати населених пунктів наведені в таблиці.

Номера населених пунктів	Координати населених пунктів	
	X	Y
1	2,0	10,0

2	8,0	9,0
3	1,0	2,0
4	4,0	8,0
5	9,0	7,0

Обмеження. Припустимо, що в зазначеному районі є озеро і проходить залізниця. Координати обмежують місце розташування аеродрому і станції, наведені в таблиці нижче.

Об'єкт	Координата X	Координата Y
Озеро	≥ 0 и ≤ 7	≥ 3 и ≤ 8
Залізниця	≥ 6	$= 2$

Варіант 4.

Для постачання населених пунктів, розташованих у важкодоступній місцевості, потрібно розмістити залізничну станцію і аеродром таким чином, щоб сумарна відстань (і, відповідно, вартість) повітряних перевезень від станції і від аеродрому до населених пунктів було оптимальним.

Координати населених пунктів наведені в таблиці.

Номера населених пунктів	Координати населених пунктів	
	X	Y
1	2,0	10,0
2	8,0	9,0
3	2,0	4,0
4	4,0	8,0
5	11,0	9,0

Обмеження. Припустимо, що в зазначеному районі є озеро і проходить залізниця. Координати обмежують місце розташування аеродрому і станції, наведені в таблиці нижче.

Об'єкт	Координата X	Координата Y
--------	--------------	--------------

Озеро	≥ 0 и ≤ 5	≥ 3 и ≤ 8
Заліззна дорога	≥ 6	$= 1$

Варіант 5.

Для постачання населених пунктів, розташованих у важкодоступній місцевості, потрібно розмістити залізничну станцію і аеродром таким чином, щоб сумарна відстань (і, відповідно, вартість) повітряних перевезень від станції і від аеродрому до населених пунктів було оптимальним.

Координати населених пунктів наведені в таблиці.

Номера населених пунктів	Координати населених пунктів	
	X	Y
1	3,0	12,0
2	8,0	9,0
3	2,0	4,0
4	5,0	9,0
5	11,0	9,0

Обмеження. Припустимо, що в зазначеному районі є озеро і проходить залізниця. Координати обмежують місце розташування аеродрому і станції, наведені в таблиці нижче.

Об'єкт	Координата X	Координата Y
Озеро	≥ 0 и ≤ 5	≥ 3 и ≤ 8
Заліззна дорога	≥ 6	$= 3$

Варіант 6.

Для постачання населених пунктів, розташованих у важкодоступній місцевості, потрібно розмістити залізничну станцію і аеродром таким чином,

щоб сумарна відстань (і, відповідно, вартість) повітряних перевезень від станції і від аеродрому до населених пунктів було оптимальним.

Координати населених пунктів наведені в таблиці.

Номера населених пунктів	Координати населених пунктів	
	X	Y
1	1,0	9,0
2	8,0	9,0
3	3,0	5,0
4	5,0	9,0
5	10,0	8,0

Обмеження. Припустимо, що в зазначеному районі є озеро і проходить залізниця. Координати обмежують місце розташування аеродрому і станції, наведені в таблиці нижче.

Об'єкт	Координата X	Координата Y
Озеро	≥ 0 и ≤ 4	≥ 3 и ≤ 8
Залізниця	≥ 6	$= 1$

Варіант 7.

Для постачання населених пунктів, розташованих у важкодоступній місцевості, потрібно розмістити залізничну станцію і аеродром таким чином, щоб сумарна відстань (і, відповідно, вартість) повітряних перевезень від станції і від аеродрому до населених пунктів було оптимальним.

Координати населених пунктів наведені в таблиці.

Номера населених пунктів	Координати населених пунктів	
	X	Y
1	2,0	9,0
2	9,0	9,0

3	4,0	5,0
4	5,0	9,0
5	10,0	8,0

Обмеження. Припустимо, що в зазначеному районі є озеро і проходить залізниця. Координати обмежують місце розташування аеродрому і станції, наведені в таблиці нижче.

Об'єкт	Координата X	Координата Y
Озеро	≥ 1 и ≤ 4	≥ 3 и ≤ 8
Залізнична дорога	≥ 6	$= 1$

Варіант 8.

Для постачання населених пунктів, розташованих у важкодоступній місцевості, потрібно розмістити залізничну станцію і аеродром таким чином, щоб сумарна відстань (і, відповідно, вартість) повітряних перевезень від станції і від аеродрому до населених пунктів було оптимальним.

Координати населених пунктів наведені в таблиці.

Номера населених пунктів	Координати населених пунктів	
	X	Y
1	2,0	9,0
2	10,0	9,0
3	4,0	6,0
4	5,0	9,0
5	10,0	9,0

Обмеження. Припустимо, що в зазначеному районі є озеро і проходить залізниця. Координати обмежують місце розташування аеродрому і станції, наведені в таблиці нижче.

Об'єкт	Координата X	Координата Y
Озеро	≥ 0 и ≤ 4	≥ 3 и ≤ 8

Залізна дорога	≥ 5	=1
----------------	----------	----

Варіант 9.

Для постачання населених пунктів, розташованих у важкодоступній місцевості, потрібно розмістити залізничну станцію і аеродром таким чином, щоб сумарна відстань (і, відповідно, вартість) повітряних перевезень від станції і від аеродрому до населених пунктів було оптимальним.

Координати населених пунктів наведені в таблиці.

Номера населених пунктів	Координати населених пунктів	
	X	Y
1	3,0	9,0
2	12,0	9,0
3	4,0	6,0
4	5,0	9,0
5	11,0	9,0

Обмеження. Припустимо, що в зазначеному районі є озеро і проходить залізниця. Координати обмежують місце розташування аеродрому і станції, наведені в таблиці нижче.

Об'єкт	Координата X	Координата Y
Озеро	≥ 0 и ≤ 4	≥ 3 и ≤ 7
Залізна дорога	≥ 5	=1

Варіант 10.

Для постачання населених пунктів, розташованих у важкодоступній місцевості, потрібно розмістити залізничну станцію і аеродром таким чином, щоб сумарна відстань (і, відповідно, вартість) повітряних перевезень від станції і від аеродрому до населених пунктів було оптимальним.

Координати населених пунктів наведені в таблиці.

Номера населених пунктів	Координати населених пунктів	
	X	Y
1	2,0	7,0
2	13,0	9,0
3	4,0	6,0
4	5,0	8,0
5	11,0	9,0

Обмеження. Припустимо, що в зазначеному районі є озеро і проходить залізниця. Координати обмежують місце розташування аеродрому і станції, наведені в таблиці нижче.

Об'єкт	Координата X	Координата Y
Озеро	≥ 0 и ≤ 4	≥ 3 и ≤ 5
Залізниця	≥ 7	=1

Рекомендована література:

1. Учебно-методическое пособие "Компьютерное моделирование в MS Excel" / уклад.: Л.Ф. Белева. Сыктывкар, 2016. 33 с.

2.6 Інформаційний аналіз системних задач

2.6.1 Лабораторна робота №12. Засоби побудови трендів за допомогою електронних таблиць

Мета: Вдосконалити навички використання електронних таблиць для побудови трендів.

Хід виконання роботи

На основі попередньої практичної з прогнозування, необхідно розробити тренд.

Зауваження!!! Всі дані беремо з минулої практичної.

4. Побудувати часовий тренд і на основі нього розрахувати прогноз обсягів продажу препарату до кінця року.

4.1 Відкрити новий робочий аркуш і присвоїти йому ім'я „Тренд”.

4.2 Скопіювати на робочий аркуш „Тренд” стовпчики А–D робочого аркуша „Прогноз продажу” з минулого практичного заняття. Поміняти місцями вміст стовпчиків С і D, щоб у стовпчику С знаходились номери періодів, а у стовпчику D – значення обсягів продажу.

4.3 За допомогою програми майстра діаграм побудувати графік зміни об'єму продаж у часі. Для цього:

- викликати програму-майстра діаграм;

- у першому вікні майстра обрати тип діаграми точкова і вид графіка – Проста точкова діаграма;

- перейти до другого кроку майстра (ЛК на кнопці далі);

- у вікні другого кроку задати у полі Діапазон C2:D19, який містить номери періодів і відповідні значення показника за попередні місяці (ввести діапазон з клавіатури або виділити його протягуванням на робочому аркуші), і перейти до третього кроку майстра;

- у вікні третього кроку майстра задати назву діаграми та її осей, а також встановити інші параметри діаграми (на власний розсуд), після чого перейти до четвертого кроку майстра;

- у вікні четвертого кроку майстра задати створення діаграми на тому ж робочому аркуші. В результаті на робочому аркуші буде побудовано графік залежності обсягу продаж від часу.

Зауваження. 1. Переміщення вмісту стовпчиків С і D необхідне для того, щоб надалі отримати правильне відображення часового ряду і правильний тренд. Точкова діаграма відображає пари значень як точки на площині у прямокутній системі координат, причому значення першого діапазону (першого зліва, якщо ряди даних містяться у стовпчиках, або зверху, коли ряди даних містяться у рядках) відображаються по осі абсцис, а другого – по

осі ординат. Тому необхідно забезпечити саме таке розміщення даних в електронній таблиці [19].

4.5 Побудова лінії тренду можлива на основі і інших типів діаграм в прямокутній системі координат (Графік, Гистограмма), але правильне відображення пар значень забезпечує саме точкова діаграма.

4.6 Побудувати на XY-діаграмі лінію поліноміального тренду 6-степеня, для чого:

- дати ПК на лінії діаграми, внаслідок чого з'явиться контекстне меню, або відкрити команду Діаграмма головного меню програми;

- клацнути у меню, що з'являється (контекстному або випадуючому вертикальному), опцію Додати лінію тренда, в результаті чого з'являється вікно програми-майстра трендів (рис.2.21);

- На сторінці Тип діалогового вікна обрати тип Лінії Поліноміальна та Встановити степінь полінома 6, після чого перейти до сторінки Параметри (дати ЛК на закладці Параметри) і Встановити на ній прапорці Показувати рівняння на діаграмі і Помістіть на діаграму величину вірогідності апроксимації;

- На сторінці Тип діалогового вікна обрати тип Лінії Поліноміальна и Встановити степінь полінома 6, після чого перейти до сторінки Параметри (дати ЛК на закладці Параметри) і Встановити на ній прапорці Показувати рівняння на діаграмі и Помістіть на діаграму величину вірогідності апроксимації; - У вікні майстра на закладці Параметри у полі Назва апроксимуючої кривої обрати інше и задати назв апроксимуючої кривої "Поліном-6", у полі Прогноз задати побудову Лінії тренду вперед на 6 періодів (до кінця року);

- дати ЛК на командній кнопці ОК вікна Линия тренда, після чого на робочому аркуші з'явиться графік тренду. А також рівняння тренду і значення коефіцієнта детермінації, який характеризує достовірність апроксимації;

- занести до протоколу графік лінії тренду, рівняння тренду і коефіцієнт детермінації R^2 .

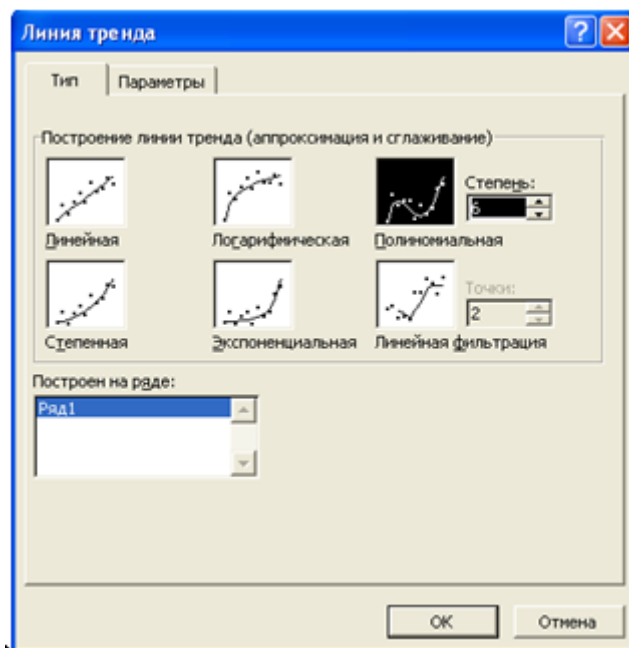


Рисунок 2.21 – Вікно майстра трендів

4.7 Аналогічно п.4.4 побудувати лінію поліноміального тренду 5-степеня та занести до протоколу його графік, рівняння і коефіцієнт детермінації R^2 .

4.8 Порівняти отримані у п.4.4 і п.4.5 результати і зробити висновок.

Зауваження. Порівняння поліноміальних трендів 5-го і 6-го степенів показує, що поліном вищого степеня дає кращу апроксимацію наявних даних за попередні періоди. Але екстраполяція даних на їх основі дає протилежні результати: поліном 5-го степеня показує необмежене зростання, а поліном 6-го степеня – необмежене спадання показника [19].

Це показує, що поліноми добре підходять для інтерполяції даних, але мало придатні для екстраполяції, особливо на багато періодів, а також ілюструє важливість розуміння природи модельованого процесу при виборі виду тренду.

4.9 Побудувати лінію експоненційного тренду і розрахувати прогноз об'ємів продажу препарату до кінця року за допомогою рівняння тренду. Для цього:

- Аналогічно побудові поліноміального тренду (п.п. 4.3-4.5) побудувати лінію експоненційного тренду и занести до протоколу його графік та рівняння (рівняння має бути таке:);

- На робочому аркуші у комірку E19 ввести слово "Прогноз";- У комірку E20 (7-й місяць) ввести Отриману формулу тренду за правилами MS Excel (формула буде такою: « = 155,46 * EXP (-0,0342 * C20)»);

- Скопіювати формулу з комірки E20 на діапазон E21: E25;- Занести до протоколу результати та порівняти їх з попередніми. Зауваження.

1. Вибір найкращої Лінії тренду Зручніше виконувати шляхом їх безпосередню візуального порівняння, для чого потрібно Швидко переходити від однієї Лінії до іншої. Такий Перехід Може здійснюватись у майстри трендів таким чином:- Дати ПК На лінії тренду, щоб викликати контекстне меню, або обрати лінію тренду и викликати команду Виділена лінія тренда з пункту Формат головного меню;

- У контекстного меню обрати команду Формат лінії тренда, Яка викликає діалогове Вікно Формат лінії тренда;

- У діалоговому вікні Формат лінії тренда Встановити потрібній тип тренду (закладка Тип) та його параметри (закладка Параметри). В результаті Замість обраної буде побудовано нову лінію тренду.

2. Можлива побудова кількох ліній тренду на одній діаграмі. Для цього слід:- На діаграмі Вже побудованої Лінії тренду дати ПК На лінії Графіка Даних, внаслідок Чого з'являється контекстне меню, або с користати відповідним командами пункту Діаграма головного меню;- У контекстного меню обрати опцію Додати лінію тренда, Що відкликає майстра трендів;- Виконати звичайна процедура побудова Лінії тренду. В результаті на діаграмі відображається Ще одна лінія тренду [19].

3. Побудова на одній діаграмі кількох ліній тренду (Більше 3) призводить до захаращення діаграми, тому будувати разом Більше трьох ліній тренда не слід.

4. Виконати побудову ліній тренду усіх решти відвів, порівняти їх, враховуючи близькість до даних ряду и коефіцієнт детермінації. Зробити Висновок 6. Побудувати лінію тренду за допомогою згладжування и дослідити її залежність від числа точок даних, що враховуються при згладжуванні.

4.1. За допомогою програми-майстра діаграм побудувати графік Зміни об'єму продажів у часі (XY-діаграму) (п.4.3).

4.2. Викликати програму-майстра трендів (п.4.4) і у його діалоговому вікні обрати тип тренду Лінійна фільтрація, число точок, Що враховуються при згладжуванні, Встановити рівнім

4.3. Змінити лінію тренду, збільшивши число точок до 6. Для цього:- Дати ПК на наявній Лінії тренду и у контекстного меню, Що з'являється при цьому, обрати опцію Формат лінії тренда;

- У діалоговому вікні Формат лінії тренда Збільшити число точок, Що враховуються при згладжуванні, до 6, и клацнути кнопку ОК діалогового вікна;

- Проглянути Отримання лінію тренда и занести її до протоколу.

4.4. Змінити лінію тренду, збільшивши число точок до 10, и занести графік до протоколу.

4.5. Порівняти Отримані Лінії тренду и Зробити Висновок про вплив числа точок, що враховуються при згладжуванні, на лінію тренда и прогноз за нею [19].

Питання до самоконтролю:

1. Що таке тренд?
2. Які форми тренду підтримує MS Excel?
3. Записати рівняння лінійного тренду.

4. Записати рівняння експоненційного тренду.
5. Що таке згладжування, як і для чого воно використовується?
6. Що таке майстер трендів?
7. Які можливості надає майстер трендів MS Excel?
8. Описати процедуру побудови лінії тренду та розрахунку прогнозу?
9. Що таке коефіцієнт детермінації, що він характеризує?

Завдання для самостійного виконання:

Обрати варіант згідно номеру у списку.

Побудувати часовий тренд і на основі нього розрахувати прогноз обсягів продажу препарату на наступні 5 років.

Варіант №1

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. у _i	8,9	4,6	4,1	3,8	3,7	3,0	2,6	2,0

Варіант №2

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. у _i	9,2	6,8	5,1	4,8	4,7	4,0	2,6	1,0

Варіант №3

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. у _i	8,0	7,3	6,1	5,2	4,4	3,0	2,6	2,0

Варіант №4

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва	7,8	6,6	4,5	3,8	3,7	3,0	2,6	3,0

млн. грн. y_i								
-----------------	--	--	--	--	--	--	--	--

Варіант №5

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. y_i	6,7	5,3	5,1	3,8	4,7	3,0	2,6	1,1

Варіант №6

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. y_i	8,5	7,2	6,1	3,8	3,7	3,0	2,2	2,0

Варіант №7

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. y_i	7,3	6,6	6,3	5,8	4,7	3,0	2,6	2,0

Варіант №8

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. y_i	9,0	8,8	7,1	5,8	3,7	3,9	3,6	2,0

Варіант №9

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Витрати виробництва млн. грн. y_i	8,0	4,6	4,1	4,0	3,7	3,8	3,6	2,0

Варіант №10

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
--	------	------	------	------	------	------	------	------

Витрати виробництва млн. грн. у _i	8,5	7,6	6,1	4,8	3,7	3,6	2,6	2,0
---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Рекомендована література:

1. Методичні вказівки до практичного заняття "Засоби прогнозування і перспективних оцінок ПЕТ MS Excel" / уклад.: А.Т. Теренчук. Вінниця: ВНМУ, 2011. 23 с.

Контрольні питання для самоперевірки

1. Чому сучасне виробництво потребує застосування системного підходу до аналізу процесів, об'єктів, проблем?
2. Наведіть приклади відомих Вам систем.
3. Наведіть приклади систем, що були створеними за минулий час.
4. У чому полягає відмінність між кібернетикою, теорією систем і системним аналізом?
5. Наведіть приклади застосування системного аналізу при вирішенні проблем.
6. За якими принципами систему ділять на підсистеми, компоненти, елементи та чим відрізняються ці поняття одне від іншого?
7. Яку роль відіграють зв'язку в системі, і чому необхідно їх враховувати при розгляді системи?
8. Яку роль відіграє формулювання мети у формуванні системи?
9. Чому вважається, що структура може бути засобом дослідження системи? З чого слід виходити при складанні структури системи?
10. Наведіть приклади ієрархічних описів систем.
11. Наведіть приклади систем, для яких Ви можете вказати декілька моделей.
12. Запропонуйте якийсь свій класифікаційний ознака для класифікації систем.

13. До якого класу систем Ви віднесете телевізор, як систему з точки зору звичайного телеглядача, телевізійного майстра або розробника?
14. Наведіть приклад складної системи.
15. Опишіть закономірності функціонування і розвитку факультету університету як освітньої системи.
16. Сформулюйте глобальну мету факультету університету як освітньої системи. При цьому врахуйте закономірності формування цілей системи як ієрархічної структури, беручи до уваги їх зміну в часі на різних рівнях ієрархії (ліцензування, акредитація спеціальностей, зміна вимог до кадрового складу кафедр, статус університету).
17. Які вимоги до системних аналітиків? Притаманні Вам відповідні якості? Що Вам необхідно зробити для їх формування?
18. Наведіть приклад, коли ігнорування системного підходу при вирішенні господарських або інших проблем або його суто формальне, механічне застосування призвело до непередбачених негативних наслідків.
19. Наведіть приклади фізичних (матеріальних) і абстрактних моделей відомих Вам систем. Для яких цілей вони призначені?
20. Чому кінцевої мети присвоюється абсолютний пріоритет при дослідженні системи?
21. В чому полягає метод аналогій при дослідженні систем?
22. У чому полягає метод моделювання при вивченні систем?
23. Який з методів - аналогії або моделювання - є більш ефективним і чому?
24. Що є найбільш суттєвими характеристиками моделі?
25. Яка кількість моделей може відповідати кожному матеріальному об'єкту? Відповідь поясніть.
26. Перелічіть основні типи моделей, наведіть приклади по кожному з типів.
27. За якою ознакою моделі класифікуються на динамічні та статичні? Наведіть приклади по кожному з класів.

28. Наведіть класифікацію моделей за засобами побудови, наведіть приклади по кожному з класів.
29. Назвіть види відносин подібності між моделлю і оригіналом, наведіть приклади за кожним з них.
30. У чому полягають основні відмінності моделі від оригіналу?
31. Що висловлює поняття адекватності моделі?
32. За якою схемою рекомендується проводити моделювання системи?
33. У чому полягає особливість математичного моделювання?
34. Перелічіть класифікаційні ознаки класифікації математичних моделей.
35. відмінні ознаки математичної моделі? Який загальний вигляд має математична модель? Наведіть конкретні приклади математичних моделей.
36. Перерахуйте основні принципи системного аналізу.
37. Чому неможливо побудувати універсальну методика проведення системного аналізу? Яка роль принципів системного аналізу в уніфікованому підході до дослідження систем?
38. Опишіть основні етапи загального підходу до вирішення проблем на основі системного підходу.
39. Які основні завдання необхідно вирішити при системному аналізі?
40. У чому полягають завдання аналізу і синтезу при системному дослідженні системи?
41. В якому напрямку змінювалось поняття значення слова система?
42. Що розуміли під поняттям «цілого» наприкінці 19-го сторіччя?
43. Ким були зроблені перші спроби розробити загальні принципи системного підходу ?
44. Хто першим сформулював програму побудови загальної теорії систем (ЗТС)?
45. Які властивості систем відносяться до основної сукупності системних принципів?
46. Що відноситься до системних принципів?
47. Який принцип визначає розгляд системи як сукупності підсистем?

48. Який принцип постулює врахування динамічності системи, її здатності до розвитку?
49. Який системний принцип дозволяє аналізувати елементи системи і їх взаємозв'язки в рамках конкретної організаційної структури?
50. Який системний принцип дозволяє використовувати безліч кібернетичних, економічних і математичних моделей для опису окремих елементів і системи в цілому?
51. Який системний принцип дозволяє розглядати одночасно систему як єдине ціле і в той же час як підсистему для систем вищих рівнів?
52. Чому кінцевій цілі віддається абсолютний пріоритет?
53. Чому, на Ваш погляд, якість функціонування системи можна оцінювати лише стосовно системи більш високого рівня ієрархії (мета системи)?
54. Чому принцип еквіфінальності ігнорує випадок, коли система може досягти кінцевого стану лише одним шляхом?
55. Чому, на Ваш погляд, необхідно одночасно розглядати систему, як ціле та як сукупність частин?
56. Чому при розгляді системи необхідно враховувати її зв'язки з елементами зовнішнього середовища (надсистеми)?
57. Чому слід разом розглядати функції та структуру системи й при цьому віддавати перевагу функціям над структурою?
58. Чи включає принцип розвитку розгляд деградації, виводу з експлуатації та знищення системи? Поясніть.
59. Чим, на Ваш погляд, визначається співвідношення централізації та децентралізації управління в системі?
60. Наведіть приклади систем з елементами невизначеності або випадковості.

Завдання для самостійної роботи

1. Скласти математичну модель задачі: спортивний майданчик, що займає площу 810 кв.м та має форму прямокутника, необхідно обмежити з півночі та півдня дерев'яним парканом, зі сходу та заходу – дротяним. Встановлення одного метру дерев'яного паркану складає 5 грн, дротового – 2 грн. Які мають бути розміри ділянки, що забезпечать мінімальні витрати засобів?
2. Складіть математичну модель задачі: з граніту треба вирубати постамент у формі прямокутного паралелепіпеда, висота якого повинна дорівнювати діагоналі підстави, а площа основи повинна має дорівнювати 4 кв.м. За яких довжинах сторін основна площа поверхні постаменту буде найменшою?
3. Складіть математичну модель задачі: дано прямокутний лист жерсті, довжина якого 80 см, ширина 50см. Треба вирізати близько усіх кутків однакові квадрати так, щоб після загинання крайок, вийшла відкрита зверху коробка максимальної місткості.
4. Складіть математичну модель задачі: нехай в два пункту А і В прибуло 30 вагонів з деяким продуктом по 15 вагонів на кожен пункт. Всі вагони потрібно доставити в пункти споживання С і Д, причому в пункт С необхідно доставити 10 вагонів, а в пункт Д - 20. Відомо, що транспортування одного вагона з пункту А в пункти С і Д коштує відповідно 1 і 3 грошові одиниці, а з пункту В відповідно 2 і 5 одиниць. Скласти план транспортування, мінімальний за вартістю.
5. Складіть математичну модель задачі: є два склади готової продукції і три споживачі цієї продукції. Склад І розпорядженні 10 000 одиниць продукції, а склад ІІ - 5 000 одиниць продукції. Споживачам потрібно відповідно: 1 - 4000 одиниць, 2 - 8000 одиниць, 3 - 3000 одиниць. Вартість доставки одиниці продукції з кожного складу кожного споживача визначена наступною таблицею:

	1	2	3
I	3	3	2
II	6	5	1

Скласти такий план перевезень, який відповідає мінімальній сумарній вартості.

6. Складіть математичну модель рішення задачі: процес виготовлення двох видів виробів заводом вимагає, по-перше, послідовної обробки на токарних і фрезерних верстатах, і, по-друге, витрат двох видів сировини: сталі і кольорових металів. Дані про потребу кожного ресурсу на одиницю виробленого виробу і загальні запаси ресурсів поміщені в таблиці. Прибуток від реалізації одиниці виробу А - 3 тис.грн, одиниці виробу В - 8 тис.грн. Визначити такий план випуску продукції, який забезпечує максимальний прибуток за умови, що час роботи фрезерних верстатів повинно бути використано повністю.

		Витрати на 1 виріб		Ресурси
		А	В	
Матеріали	Сталь (кг)	10	70	320
	Кольорові метали (кг)	20	50	420
Обладнання	Токарні верстати (верстатогодини)	300	400	6200
	Фрезерні верстати (верстатогодини)	200	100	3400
Прибуток на виріб (тис. грн.)		3	8	

7. Складіть математичну модель рішення задачі: до кам'яної стіни треба прилаштувати огорожу для саду у вигляді прямокутника. Довжина

огорожі дорівнює L . Які розміри огорожі мають бути, щоб площа, яку вони будуть обмежувати, була найбільшою?

8. Складіть математичну модель рішення задачі: два прямокутних шосейних шляхи перетинаються в пункті C під кутом в 60 градусів. До пункту C одночасно прибули дві автомашини: одна зі швидкістю 1 км/хв - з пункту A , розташованого на одному з цих шосе на відстані 60 км від C , а друга зі швидкістю $0,5$ км/хв з пункту B , що знаходиться на іншому з цих шосе на відстані 40 км від C . Через якийсь час автомашини виявляться на найменшій відстані одна від одної і яка це відстань? Розглянути два можливих випадки.
9. Складіть математичну модель рішення задачі: потрібно виготовити коробку у формі прямокутного паралелепіпеда з площею підстави, рівної 1 см². Сума довжин усіх його ребер має дорівнювати 20 см. За яких розмірах коробки площа її поверхні буде найбільшою?
10. Складіть математичну модель рішення задачі: потрібно зробити коробку, обсяг якої повинен дорівнювати 108 см³. Коробка відкрита зверху і має квадратний дно. Якими мають бути розміри коробки, щоб на її виготовлення пішло найменшу кількість матеріалу?
11. Складіть математичну модель рішення задачі: з усіх циліндрів, у яких площа повної поверхні дорівнює 48π см², знайти той, який має найбільший обсяг.
12. Складіть математичну модель рішення задачі: потрібно зробити з жерсті коробку без кришки з квадратною основою найбільшого обсягу, площа поверхні якої була б дорівнює 12 см². Визначте розміри коробки.
13. Складіть математичну модель рішення задачі: на вокзали A і B прибуло по 30 комплектів меблів. Відомо, що перевезення одного комплекту з вокзалу A в магазини C, D, E відповідно коштує $2, 5, 4$ грн, а з вокзалу B в ті ж магазини - $1, 3, 5$ грн. Необхідно доставити по 20 комплектів в кожен з магазинів. Потрібно: 1) подати умову задачі у вигляді таблиці;

- 2) знайти оптимальне рішення і зобразити його у вигляді таблиці; 3) обчислити мінімальну вартість перевезення.

14. Умова завдання задано таблицею:

	1	2	3	
I	1.6	2	4	10
II	1.3	2.9	3.8	8
	3	5	8	

I і **II** - пункти відправлення, 1, 2, 3 - пункти призначення. В осередках таблиці наведені тарифи. Скласти математичну модель для визначення оптимального рішення.

15. Складіть математичну модель рішення задачі: щодня в місто постачається одним видом транспорту 12 тонн картоплі з трьох господарств: з **I** - за ціною 4 грн за 1 тонну, з **II** - за ціною 3 грн, з **III** - за ціною 1 грн за 1 тонну. Щоб поставка картоплі в місто була проведена своєчасно, необхідно на навантаження необхідних 12 тонн затратити не більше 40 хвилин. Відомо, що в господарстві **I** рівень механізації дозволяє навантаження 1 тонни виробляти за 1 хвилину, в **II** - за 4 хвилини, в **III** - за 3 хвилини. Виробничі потужності цих господарств наступні: господарство **I** має щодня виділяти для поставки в місто не більше 10 тонн, **II** - не більше 8 тонн, **III** - не більше 6 тонн. Як розподілити замовлення на поставку 12 тонн між господарствами, щоб загальна вартість картоплі, що привозиться до міста, була мінімальною? Потрібно записати умови задачі у вигляді таблиці і побудувати математичну модель.

16. Складіть математичну модель рішення задачі: в швейному цеху є 84 м тканини. На пошиття однієї халата потрібно 4 м тканини, а на одну куртку - 3 м. Скільки слід виготовити халатів і курток для отримання найбільшого прибутку від реалізації продукції, якщо халат коштує 6

грн., а куртка - 3 грн. Відомо, що халатів можна виготовити не більш ніж 15, а курток - не більше 20.

17. Складіть математичну модель рішення задачі: Відомо, що відгодівля тварин економічно вигідний за умови, коли кожна тварина отримує в денному раціоні не менше 6 одиниць поживної речовини А, не менше 12 одиниць речовини В, не менше 4 одиниць речовини С. Для відгодівлі тварин використовується два види кормів. Наступна таблиця показує, скільки одиниць кожного поживної речовини містить 1 кг кожного виду корму:

	I	II
A	2	1
B	2	4
C	0	4

Ціна корму I дорівнює 5 грн. за 1 кг, а ціна корму II - 6 грн. за 1 кг. Яка кількість кожного виду корму необхідно витратити, щоб витрати на нього були мінімальні?

18. Складіть математичну модель рішення задачі: вміст вітамінів А і С в 1 кг фруктів задано наступною таблицею:

	A, мг	C, мг
Вишня	3	150
Абрикосы	24	75

Скільки грам вишні і скільки грам абрикосів слід включити в денний раціон, щоб в ньому не було менш 6 мг вітаміну А і не менше 75 мг вітаміну С при мінімальних витратах, якщо 1 кг вишні коштує 25 грн, а 1 кг абрикосів - 30 грн?

19. Для транспортної задачі, вихідні дані якої зазначені в таблиці, складіть математичну модель:

	1	2	3	Отримано
A	3	5	8	70
B	6	3	2	80
Відправлено	20	40	30	

20. Складіть математичну модель рішення задачі: для збереження здоров'я і працездатності людина повинна споживати в добу поживних речовин B1 не менше 4 одиниць, B2 - не менше 6 од., B3 - 9 од., B4 - 6 од. Є два види їжі: I і II. В 1 кг їжі I міститься поживних речовин: B1 - 2, B2 - 0, B3 - 1, B4 - 3. В 1 кг їжі II міститься: B1 - 1, B2 - 3, B3 - 3, B4 - 2. 1 кг їжі I коштує 30 грн, 1 кг їжі II коштує 20 грн. Потрібно так організувати харчування, щоб вартість його була найменшою, а організм отримував би добову норму, зазначену вище.

Теми науково-дослідної роботи

Аналіз ролі системного підходу в практичній діяльності людей.

Визначення найбільш суттєвих характеристик процесу еволюції системних ідей.

Огляд комп'ютерних засобів для автоматизації етапів системного аналізу.

Вплив синергетики на сучасні моделі процесів.

Особливості системного аналізу управління навчанням.

Література

1. Анфилатов В.С. и др. Системный анализ в управлении. Москва: Финансы и статистика, 2003. 386 с.
2. Бондаренко М.Ф., Соловьева Е.А., Маторин С.И. Основы системологии. Харьков: ХТУРЭ, 1998. 118 с.
3. Варенко В.М., Братусь І.В., Дорошенко В.С., Смольников Ю.Б., Юрченко В.О. Системний аналіз інформаційних процесів: Навч. посіб. Київ: Університет «Україна», 2013. 203 с.

4. Вітлінський В.В., Наконечний С.І., Терещенко Т.О. Математичне програмування: навч.-метод. посіб. Київ: КНЕУ, 2001. 248 с.
5. Гнатієнко Г., Снитюк В. Експертні технології прийняття рішень. Київ: ТОВ «Маклаут», 2008. 444 с.
6. Горбань О.М., Бахрушин В.Є. Основи теорії систем і системного аналізу: Навч. посібник. Запоріжжя: ГУ «ЗІДМУ», 2004. 204 с.
7. Дудник І. М. Вступ до загальної теорії систем. Київ: Кондор, 2009. 205с.
8. Евланов Л.Г., В.А. Кутузов. Экспертные оценки в управлении. Москва: Экономика, 1978.146 с.
9. Зайченко Ю. П. Теорія прийняття рішень. Київ: НТУУ «КП», 2014. 412 с.
- 10.Згуровський М.З., Панкратова Н.Д. Основи системного аналізу. Київ: ВНУ, 2007. 544 с.
- 11.Катренко А.В., Пасічник В.А., Пасько В.П. Теорія прийняття рішень. Київ: ВНУ, 2009. 450 с.
- 12.Катренко А.В. Системний аналіз об'єктів та процесів комп'ютеризації. Львів: Новий Світ. 2007. 424 с.
- 13.Клир Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач. Москва: Радио и связь. 1990. 540 с.
- 14.Лесечко М.Д. Основи системного підходу: теорія, методологія, практика: навч. посіб. Львів: ЛРІДУ УАДУ, 2002. 300с.
- 15.Логвінова О. П., І. М. Семененко. Обґрунтування господарських рішень і оцінювання ризиків : навч. посіб. Харків : Лідер, 2015. 370 с.
- 16.Математичне моделювання та застосування ЕОМ в біотехнології. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт / уклад. О.І. Литвин. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2015. 64 с.
- 17.Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з курсу "Економіко-математичне моделювання" / уклад.: Н.О. Макоед, О.Ю.Орлова. Одеса: ОНАХТ, 2013. 38 с.

- 18.Методичні вказівки з дисципліни «Оптимізаційні методи і моделі» до виконання лабораторної роботи за темою «Графічний метод розв'язання одноіндексних задач лінійного програмування» / уклад. Л.І. Коротка, Н.Ю. Науменко, Ю.А. Храпач. Дніпропетровськ: УДХТУ, 2012. 44 с.
- 19.Методичні вказівки до практичного заняття «Засоби прогнозування і перспективних оцінок ПЕТ MS Excel» / уклад.: А.Т. Теренчук. Вінниця: ВНМУ, 2011. 23 с.
- 20.Навчальна програма з інформатики для 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Сайт МОН України. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas> (дата звернення 16.08.2022).
- 21.Нефьодов Ю. М., Балицька Т.Ю. Методи оптимізації в прикладах і задачах : навч. посіб. Київ: Кондор, 2011. 324 с.
- 22.Рева О.М. Прийняття рішень на кожному кроці і ... з посмішкою: посібник для допитливих. Кіровоград: «Поліграфічні послуги», 2007. 308 с.
- 23.Одинець В.А., Свириденко В.Ю., Дубчак Л.В. Інформаційні системи та технології у фінансових установах: навч. посіб. Державна фіскальна служба України, Університет державної фіскальної служби України. Ірпінь, 2016. с. 410.
- 24.Сікора Я. Б. Методи оптимізації : навч.-метод. посібник. Житомир: Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2012. 82 с.
- 25.Системний аналіз інформаційних процесів: навч. посіб. / В. М. Варенко, І. В. Братусь, В. С. Дорошенко, Ю. Б. Смольников, В.О. Юрченко. Київ: Університет «Україна», 2013. 203с.
- 26.Системологія на транспорті: підручник: У 5 кн. / За заг. ред.. М. Ф. Дмитриченка. Київ: Знання України, 2005 Кн. 1: Основи теорії систем і управління. 344с.

27. Теорія прийняття рішень : підручник / за заг. ред. Бутка М. П. [М. П. Бутко, І. М. Бутко, В. П. Мащенко та ін.]. Київ: «Центр учбової літератури», 2015. 360 с.
28. Эддоус М., Стэнфилд Р. Методы принятия решений. Москва: Аудит, ЮНИТИ, 1997. 590 с.
29. Технології та засоби ГІС: лабораторний практикум для студентів спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» першого (бакалаврського) рівня / уклад. Ю. І. Скорін. Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2021. 116 с.
30. Учебно-методическое пособие «Компьютерное моделирование в MS Excel» / уклад.: Л.Ф. Белева. Сыктывкар, 2016. 33 с.
31. Чорней Н. Б. Теорія систем і системний аналіз: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. Київ: МАУП, 2005. 256с.