

БАГАТОВАРІАНТНІСТЬ РОЗВ'ЯЗАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАВДАНЬ ЯК ФАКТОР РОЗВИТКУ ТВОРЧОГО ТА ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ

В статті розкривається вплив задач, що мають декілька варіантів розв'язання на розвиток логічного та творчого мислення учнів.

Ключові слова: творче мислення, логічне мислення, математичні завдання.

Сьогоднішню систему освіти турбує не лише питання набуття учнями знань, а й питання їх застосування у повсякденному житті, тобто безпосереднє практичне застосування. Адже відомо, що знання, не закріплені на практиці, знаходяться у пасивному стані, або (і це відбувається найчастіше) просто забуваються. Тобто, учень, провівши 11 років у школі та вивчивши багато різноманітних дисциплін, може мати досить обмежені знання.

У статі ставиться за мету показати необхідність використання на уроках математики декількох підходів для розв'язання одного й того ж завдання на прикладі вивчення досвіду вчителя математики Д.Ф. Цибух.

На наш погляд, багатоваріантність математичних завдань привчає до думки, що будь-яку ситуацію можна розв'язати декількома варіантами. І ця установка застосовується не лише на уроках математики, а й переноситься у реальне життя. Ми припускаємо, що учні, які вміють застосовувати декілька способів для розв'язання певного завдання на уроках математики, під час стикання з будь-якою проблемою в житті, за звичкою, будуть шукати декілька шляхів виходу з виниклої ситуації. Але це станеться тільки в тому випадку, якщо вчитель наголошує, що багатоваріантність притаманна не лише математичним прикладам, а й ситуаціям повсякденності.

Аналіз психологічної та педагогічної літератури (А.В. Брушлинський, Ю.З. Гільбух, В.В. Давидов, А.М. Матюшкін, О.М. Лук, А.Я. Пономарьов, Б.В. Раушенбах, Н.Ф.Тализіна та ін.) показав, що використання багатоваріантних завдань, за умови детального обговорення кожного використаного способу розв'язання, позитивно впливає як на розвиток логічного мислення, так і творчого мислення, а також сприяє розвитку рефлексії.

Розглянемо більш детально, як відбувається сам процес мислення. Аналіз робіт А.М. Матюшкіна, С.Л. Рубінштейна та ін. показав, що в основі будь-якого мисленнєвого акту знаходяться операції аналізу та синтезу. Тобто, привчивши учнів розкладати будь-яке завдання на окремі складові, детально їх розглядати та диференціювати відоме та невідоме, а потім об'єднувати ці складові за певним алгоритмом, шукаючи все нові і нові варіанти розв'язання, ми, тим самим, сприятимемо розвитку мислення взагалі.

На уроках математики може застосовуватися як аналіз-фільтрація: аналіз проблемної ситуації шляхом проб (відсіювання тих проб розв'язання, що не оправдали себе) так і спрямований аналіз через синтез: аналіз спрямовується до певної мети через синтетичний акт

співвіднесення умов з вимогами поставленої задачі.

Виходячи із розглянутого змісту, сам аналіз здійснюється через синтез, оскільки вірний аналіз – це не лише аналіз частин, елементів, властивостей, але і їх зв'язків та відношень. Саме тому він призводить до перетворення, перегляду цілого. Синтез, у свою чергу, здійснюється через аналіз, що охоплює частини, елементи, властивості та їх взаємозв'язки.

Узагальнення досліджень, проведених Ю.З. Гільбухом, показало, що аналіз може бути поверхневим, коли виділяються лише зовнішні, хоча і спільні, але несуттєві властивості. Саме тому учнів необхідно вчити виділяти не стільки спільні властивості, скільки суттєві спільні властивості, оскільки саме вони дають змогу зрозуміти, що суттєва властивість є спільною для групи предметів, в той же час спільна властивість не обов'язково є суттєвою для групи предметів. Суттєві ознаки виділяються в результаті поглибленого аналізу і синтезу.

Дослідження А.М.Матюшкіна показали, що чим менш глибокий аналіз і широкое узагальнення, тим більше дій фіксоване, прикуте до вихідної умови; чим глибше аналіз, тим ширше узагальнення і можливість здійснити його в нових умовах новими способами.

Таким чином, можна вважати, що механізм взаємодії аналізу через синтез – це умова пізнання нових сторін, якостей та властивостей предметів. Цей механізм постійно функціонує під час уроків математики, оскільки під час розв'язання будь-яких задач та прикладів учням необхідно розкривати певні властивості та якості, що безпосередньо не надані.

Розглядаючи проблему процесу мислення, А.В. Брушлинський відмічав, що об'єкт, який ми сприймаємо, постійно розкривається у новій якості, виступає у новій системі відношень. Оскільки той же самий об'єкт включається за допомогою аналізу через синтез в нову систему відношень, зберігається та розвивається спадковість в його пізнанні. А оскільки в нових зв'язках він же виступає в новій якості, здійснюється перехід на наступний, вищий рівень мислення, що виростає з попереднього і в той же час якісно від нього що відрізняється. І знов це повністю відповідає діяльності, що відбувається під час уроків математики: алгоритми дій постійно ускладнюються, хоча ґрунтується на вже набутих навичках, відомих учням, більш простих алгоритмах. Розв'язання задач та прикладів базується на перенесенні вже відомого способу розв'язання на нове завдання. Перенесення розв'язання передбачає аналітико-синтетичну діяльність відносно

як завдання, розв'язаного раніше, так і того, що розв'язується на даний момент. Розкриття спільного в обох завданнях – необхідна умова перенесення.

Під час уроків математики учні проводять діяльність, яку можна назвати дослідницькою: проігрують певні властивості та можливості об'єктів, виявляють взаємодію між наданими елементами, поєднують їх в системи, співставляють різні елементи та ін. Тобто, ми бачимо наявність пошукової активності, формування гіпотези, аналіз змін, порівняння одержаного з бажаним. Все це відповідає етапам дослідницької діяльності, яка включає всі механізми процесу мислення, примушує знаходити як нові шляхи розв'язання, так і відпрацьовувати дії за певним алгоритмом.

Таким чином, ми можемо стверджувати, що під час уроків математики відбувається розвиток як логічного, так і творчого мислення.

В реальному процесі мислення творче та логічне мислення тісно переплітаються, вони взаємозв'язані, але нетотожні.

Логічне мислення – мислення, що відбувається у межах формальної логіки та відповідає вимогам формальної логіки. В такому розумінні воно не є творчим, оскільки припускає відсутність стрибка думки, пропуску окремих ланок в міркуванні і усього міркування, тобто осяяння, інсайту.

Логічне мислення – це здібність та вміння учнів проводити прості логічні дії (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення та ін.), а також складові логічні операції (побудова заперечення, ствердження і спростування як побудова міркування з використанням різних логічних схем – індуктивної або дедуктивної).

Логічне мислення характеризується зазвичай умінням виводити наслідки з передумов, вичленити окремі випадки з дечого загального, передбачати конкретні результати, узагальнювати отримані висновки та ін.

Недостатній розвиток логічного мислення призводить до складностей під час здійснення будь-яких логічних дій: аналізу, узагальнення, виділенні головного під час формулювання висновків.

Розвиток логічного мислення учнів в процесі навчання математиці є однією з основних задач навчання предмету. Ще сторіччя тому Л.М.Толстой відмічав, що математика має своїм завданням не обчислення, але навчання мислити під час обчислення.

Вироблення умінь учнів логічно мислити відбувається швидше та ефективніше, якщо навчання певним чином організоване, усвідомлюються окремі логічні форми.

Академік А.В. Погорелов, автор підручника з геометрії, на перше місце ставити логічне мислення учнів. У своєму підручнику він зазначає: "Пропонуючи даний курс, ми виходили з того, що головешці завдання викладання геометрії в школі – навчити учнів логічно міркувати, аргументувати свої твердження, доводити. Дуже небагато з тихий, хто закінчує школу, будуть математиками, тим більше геометрами. Будуть і такі, які в їх практичній діяльності жодного разу не

скористаються теоремою Піфагора. Проте навряд чи знайдеться хоч би один, якому не доведеться міркувати, аналізувати, доводити". Прагненням до розвитку логічного мислення учнів обумовлено в його підручнику вимогу доводити усе, особливо на початку навчання; пильну увагу до суворості доказів "очевидних" фактів; широке використання способу доказу від протилежного з перших кроків навчання; свідомий відрив мислення від креслення. Різностороння робота з кресленнями не лише сприяє загальному розумовому розвитку школярів, але і сприяє розвитку логічного мислення, забезпечуючи перехід від дослідно-індуктивного до дедуктивного мислення.

Таким чином, в процесі навчання математиці логічне мислення проявляється і розвивається в учнів, передусім, в ході обґрунтувань розв'язання задачі, доведення теорем, індуктивних та дедуктивних висновків. При цьому важливо, щоб ці висновки та узагальнення були зроблені самими учнями в процесі роздумів над логікою тих або інших даних умов. На розвиток логічного мислення впливають також завдання на систематизацію за певною ознакою, побудова схем та графіків під час уроків геометрії.

Розглянемо тепер особливості творчого мислення та його розвиток під час уроків математики.

Творчість – діяльність, що створює якісно новий, унікальний результат.

Розрізняють продуктивне, творче та евристичне мислення. Продуктивне мислення – це відкриття нових для суб'єкта зв'язків та закономірностей в процесі розв'язання проблемної ситуації. Творче мислення – це відкриття принципово нового. Евристичне мислення пов'язано з відкриттям нових для суб'єкта зв'язків і закономірностей в процесі евристичного пошуку ідеї рішення проблемної задачі.

Вперше стадії творчого процесу описав відомий математик А.Пуанкаре. Під час своєї доповіді в Психологічному суспільстві в Парижі (1908 р.), розповідаючи про зроблені математичні відкриття, він описав стадії роботи над цими відкриттями:

1 стадія - ставиться задача і на протязі деякого часу здійснюються спроби вирішити його.

2 стадія – більш чи менш тривалий період, під час якого людина не думає про так і не розв'язану задачу, відволікається від неї. В цей час, як міркував Пуанкаре, відбувається несвідома робота над задачею.

3 стадія – несподівано, без безпосередньо передуваних цьому роздумів про задачу, у випадковій ситуації, що не має до задачі ніякого відношення, у свідомості виникає ключ до розв'язання.

4 стадія – коли ключова для розв'язання ідея вже відома, відбувається завершення розв'язання, його перевірка, розвиток.

Пуанкаре розглядає творчий процес, на прикладі математичної творчості, як послідовність двох етапів: 1) комбінування часток – елементів знання; 2) наступний відбір корисних комбінацій.

При цьому вчений відмічає, що початкова свідо-

ма робота над задачею актуалізує ті елементи майбутніх комбінацій, які мають відношення до даної задачі. Потім, якщо задача не вирішується одразу, настає період несвідомої роботи над задачею. В той час, як свідомість зайнята зовсім іншими речами, у підсвідомості продовжують створюватися найрізноманітніші комбінації. У свідомість потрапляють лише ті з них, які математично найбільш привабливі. Тобто, відбір корисних комбінацій відбувається повністю не несвідомому рівні.

Пізніше багатьма психологами виділялись ці стадії, як стадії творчого процесу або творчого мислення.

Найбільш відоме на сьогодні описання послідовності стадій творчого мислення належить Грему Уоллесу (1926 р.):

1. Підготовка – формулювання задачі; спроби її розв'язання.

2. Інкубація – тимчасове відвернення від задачі.

3. Осаяння – поява інтуїтивного розв'язання.

4. Перевірка – випробування і/або реалізація рішення.

Як ми бачимо, стадії, описані Уоллесом, повністю відповідають стадіям, описаним Пуанкаре.

Творче мислення, як і логічне, має властиві саме йому елементи. Так, І.Я.Лернер, спираючись на проведені дослідження, виділив наступні елементи творчого мислення: самостійність перенесення знань в нову ситуацію; бачення нових проблем в стандартних умовах; уміння бачити нової функції знайомого об'єкту; бачення структури об'єкту; уміння бачити альтернативу рішення; уміння комбінувати раніше відомі способи вирішення проблеми в новий спосіб; уміння створювати оригінальний спосіб рішення при популярності інших.

Таким чином, творчому мисленню властиві перенесення, гнучкість, оригінальність.

Перенесення – це здатність застосувати навичку, придбану при рішенні однієї життєвої задачі до рішення іншої, тобто уміння відокремити те, що властиво тільки цій проблемі, від того загального, що може бути перенесено в інші області. Це, по суті, здатність до знаходження аналогій, до вироблення узагальнюючих стратегій, які можуть бути застосовані при рішенні широкого кола проблем.

Для прояву гнучкості мислення характерно уміння доцільно варіювати способи вирішення пізнавальної проблеми, легкість переходу від одного шляху вирішення проблеми до іншого; уміння виходити за межі звичного способу дії, знаходити нові способи рішення проблем при зміні умов, що задаються; уміння перебудовувати систему засвоєних знань у міру опанування нових знань і накопичення досвіду.

Таким чином, гнучкість мислення виявляється в швидкості орієнтування в нових умовах, в умінні бачити нове у відомому, виділяти істотне, що виступає в прихованій формі. Цікаво відмітити, що А. Ейнштейн вказував на гнучкість мислення як на характерну рису творчості.

Оригінальність мислення в шкільному навчанні

математиці, як правило, виступає в незвичності способів рішення відомих учням завдань. Оригінальність мислення, найчастіше, проявляється як наслідок глибини мислення. Глибина мислення характеризується умінням проникати в сутність кожного з фактів, що вивчаються, в їх взаємозв'язок з іншими фактами; виявляти специфічні, приховані особливості в матеріалі (в умові завдання, способі його рішення, результаті), що вивчається; умінням конструювати моделі конкретних ситуацій. Глибину мислення нерідко називають умінням виділяти істотне.

Таким чином, глибина мислення проявляється передусім в умінні відокремити головне від другорядного, виявити логічну структуру міркування, відокремити те, що строго доведене, від того, що прийнято "на віру", вибрати з математичного тексту головне з того, що в нім сказано (і не більше того) та ін.

Аналіз педагогічних та психологічних досліджень показав, що творчому мисленню заважають наступні фактори:

- конформізм – згода з усім, що повідомляється, некритичне прийняття чужої думки;
- зовнішня та внутрішня цензура;
- ригідність – передача шаблонів, алгоритмів в розв'язанні задач;
- бажання знайти відповідь якнайшвидше.

Проаналізувавши все вищезазначене, ми припустили, що застосування багатоваріантності розв'язання математичних задач буде одночасно сприяти розвитку як логічного так і творчого мислення, оскільки, під час роботи над задачами з кількома варіантами розв'язання учні спочатку будуть пропонувати певні відомі їм алгоритми розв'язання, співставляти розв'язання даної задачі з вже їм відомими (логічне мислення), а потім, вичерпавши всі відомі алгоритми, вимушені будуть підійти до розв'язання з творчої позиції, пропонувати щось нове, відмінне від того, що застосовувалося раніше (творче мислення).

Для перевірки висунутого нами припущення (гіпотези), ми спочатку визначили наявний рівень логічного та творчого мислення учнів трьох п'ятих класів (вересень 2009 року). Для дослідження, нами були застосовані наступні методики:

1) для дослідження логічного мислення: "Виділення суттєвих ознак" (дослідження особливостей конкретного та абстрактного стилю мислення, здібності до диференціації суттєвих ознак) [5, с.32] та "Прості аналогії" (виявлення характеру логічних зв'язків та відношень між поняттями) [5, с.23];

2) для дослідження творчого мислення: "Тест гнучкості мисленнєвих дій" (виявлення переважання гнучкості чи ригідності. При цьому як гнучкість так і ригідність мають два рівня: мимовільна гнучкість, викликана гнучкістю, поновлювальна ригідність, стійка ригідність) [3, с.90].

Всього у дослідженні взяло участь 69 учнів п'ятих класів: 5-а – 26 учнів; 5-б – 27 учнів; 5-в – 16 учнів.

Початкове дослідження показало, що:

- у 5-а класі:

1) у 3 учнів переважає логічна форма мислення, абстрактно-логічний стиль мислення та мимовільна гнучкість;

2) у 4 учнів переважає логічна форма мислення, абстрактно-логічний стиль мислення та викликана гнучкість;

3) у 8 учнів переважає логічна форма мислення, конкретно-ситуаційний стиль мислення та рівень поновлювальної ригідності;

4) у 6 учнів переважає наглядна форма мислення над логічною, конкретно-ситуаційний стиль мислення, мислення має рівень поновлювальної ригідності

5) у 5 учнів переважає наглядна форма мислення над логічною, конкретно-ситуаційний стиль мислення, мислення має рівень стійкої ригідності.

- у 5-б класі:

1) у 3 учнів переважає логічна форма мислення, абстрактно-логічний стиль мислення та мимовільна гнучкість;

2) у 5 учнів переважає логічна форма мислення, абстрактно-логічний стиль мислення та викликана гнучкість;

3) у 5 учнів переважає логічна форма мислення, конкретно-ситуаційний стиль мислення та рівень поновлювальної ригідності;

4) у 4 учнів переважає наглядна форма мислення над логічною, конкретно-ситуаційний стиль мислення, мислення має рівень поновлювальної ригідності

5) у 10 учнів переважає наглядна форма мислення над логічною, конкретно-ситуаційний стиль мислення, мислення має рівень стійкої ригідності.

- у 5-в класі:

1) у 4 учнів переважає логічна форма мислення, конкретно-ситуаційний стиль мислення та рівень поновлювальної ригідності;

2) у 6 учнів переважає наглядна форма мислення над логічною, конкретно-ситуаційний стиль мислення, мислення має рівень поновлювальної ригідності;

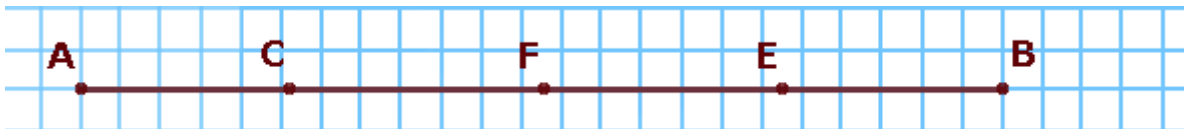
3) у 6 учнів переважає наглядна форма мислення над логічною, конкретно-ситуаційний стиль мислення, мислення має рівень стійкої ригідності.

З метою виявлення впливу багатоваріантного розв'язання математичних завдань на рівень розвитку логічного та творчого мислення учнів п'ятих класів, Цибух Д.Ф. на протязі року в двох класах, що були визначені нами як експериментальні (5-а та 5-б), на більшості уроків математики практикувала додаткове розв'язання задач, що мали декілька варіантів рішення. У 5-в класі (контрольному) були застосовані лише завдання з підручника, оскільки рівень підготовки учнів даного класу дещо нижче, ніж у учнів 5-а та 5-б класів і розв'язання багатоваріантних задач виключить у більшості з них певні ускладнення.

Наведемо приклади багатоваріантних задач, які пропонувались нами для учнів 5-а та 5-б класів:

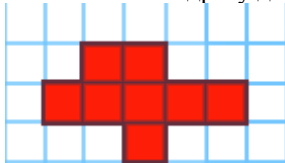
1. На кар'єрі працюють 28 великовантажних самоскида Белаз. Кожна машина за зміну робить 6 рейсів і вивозить за один рейс 320т. ґрунту. Скільки усього ґрунту вивозиться з кар'єру за зміну?

2. В аеропорту працює 5 бригад заправників. Одна бригада за зміну заправляє 8 літаків. У кожен літак було залито по 24т. палива. Скільки усього палива було витрачено в аеропорту за зміну?

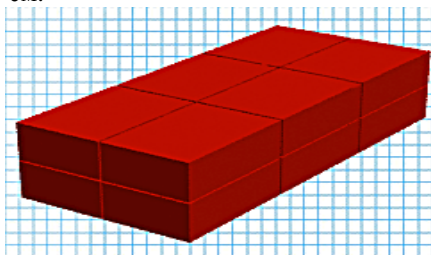


3. На які відрізки розділяє точка С відрізок АF. (У задачі є два рішення.)

4. Знайди площу всієї червоної фігури, якщо сторона маленького квадрату дорівнює 7 см.



5. Знайди об'єм всього паралелепіпеду, якщо виміри маленького паралелепіпеду дорівнюють 3 см 6 см 9 см.



6. Якщо з одного ящика пересипати в інший 4,4 кг круп, то в обох ящиках стане по 24,5 кг круп. Скільки кілограма круп у кожному ящику? та ін.

При роботі над цими та іншими задачами, Цибух Д.Ф. в першу чергу вчила записувати коротку умову, аналізувати її та моделювати ситуацію. При цьому, якщо була така можливість (див. задачу 6), коротку умову записували як словесно, так і схематично. Це допомагало учням як творчо підходити до процесу роботи над задачею, так і застосовувати логіку.

В кінці року нами було проведено повторне дослідження у всіх трьох класів. Були одержані наступні результати:

- у 5-а класі:

1) у 4 учнів переважає логічна форма мислення, абстрактно-логічний стиль мислення та мимовільна гнучкість;

2) у 5 учнів переважає логічна форма мислення, абстрактно-логічний стиль мислення та викликана гнучкість;

3) у 8 учнів переважає логічна форма мислення,

конкретно-ситуаційний стиль мислення та рівень поновлювальної ригідності;

4) у 4 учнів переважає наглядна форма мислення над логічною, конкретно-ситуаційний стиль мислення, мислення має рівень поновлювальної ригідності

5) у 5 учнів переважає наглядна форма мислення над логічною, конкретно-ситуаційний стиль мислення, мислення має рівень стійкої ригідності.

- у 5-б класі:

1) у 4 учнів переважає логічна форма мислення, абстрактно-логічний стиль мислення та мимовільна гнучкість;

2) у 4 учнів переважає логічна форма мислення, абстрактно-логічний стиль мислення та викликана гнучкість;

3) у 6 учнів переважає логічна форма мислення, конкретно-ситуаційний стиль мислення та рівень поновлювальної ригідності;

4) у 6 учнів переважає наглядна форма мислення

ЛІТЕРАТУРА

1. *Брушлинский А.В.* Психология мышления и проблемное обучение / А.В. Брушлинский. – М.: Знание, 1983.

2. *Дьюи Дж.* Психология и педагогика мышления / Дьюи Дж. – М.: Просвещение, 1999.

3. *Гильбух Ю.З.* Темперамент и познавательные способности школьника / Ю.З. Гильбух. – К.: Ин-т

над логічною, конкретно-ситуаційний стиль мислення, мислення має рівень поновлювальної ригідності

5) у 7 учнів переважає наглядна форма мислення над логічною, конкретно-ситуаційний стиль мислення, мислення має рівень стійкої ригідності.

- у 5-в класі результати не змінились.

Порівнявши результати на початку та в кінці року, ми побачимо, що у 5-а та 5-б класі результати покращились, а в 5-в класі залишились незмінними.

Таким чином, проведене дослідження дає підстави стверджувати, що застосування задач з декількома варіантами розв'язання на уроках математики позитивно впливає як на логічне, так і на творче мислення учнів. Тобто, наше припущення (гіпотеза) підтвердилося.

У 2010 році ми продовжили застосовувати багатоваріантні текстові задачі на уроках математики в експериментальних класах, і вважаємо, що результати мають ще більше покращитися.

психологии АПН Украины, 1993.

4. *Матюшкин А.М.* Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А.М. Матюшкин. – М.: Педагогика, 1972.

5. *Новые тесты IQ* / Сост. М.А. Кошелева. – Ростов н/Д: Феникс, 2003.

Подано до редакції 24.10.12