

Державний заклад
«Південноукраїнський національний педагогічний університет
імені К. Д. Ушинського»

Кафедра вищої математики і статистики

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ
РОБОТИ СТУДЕНТІВ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ»

Освітньо-професійна програма:	Середня освіта (Математика)
Спеціальність:	014.04 Середня освіта (Математика)
Рівень вищої освіти:	перший (бакалаврський)
Рік навчання:	2, 3
Мова навчання:	українська
Факультет:	фізико-математичний

Одеса – 2021

УДК 512.64

Рекомендовано до друку Вченою радою Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського» (протокол ____ 2021 року)

Матеріал розраховано на студентів фізико-математичних спеціальностей закладів вищої освіти, у першу чергу педагогічних, учителів математики та учнів старших класів закладів загальної середньої освіти.

Розробник:
Драганюк С.В., кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри вищої математики і статистики Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського»

РЕЦЕНЗЕНТИ

Болдарєва О. М., кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики і статистики Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського»

Варбанець П.Д., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерної алгебри та дискретної математики Одеського національного університету імені І. І. Мечникова

ЗМІСТ

1. Алгебра і теорія чисел у системі підготовки фахівців	4
2. Розподіл годин самостійної роботи	5
3. Завдання для самостійної роботи студентів за змістовими модулями (1 семестр)	10
3.1. Питання для контролю	10
3.2. Теми доповідей	13
3.3. Варіанти контрольних робіт	14
3.4. Екзаменаційні питання	18
4. Завдання для самостійної роботи студентів за змістовими модулями (2 семестр)	20
4.1. Питання для контролю	20
4.2. Теми доповідей	23
4.3. Варіанти контрольних робіт	24
4.4. Екзаменаційні питання	26
5. Забезпечення навчання осіб з особливими освітніми потребами	27
6. Рекомендовані джерела інформації	27

1. АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ У СИСТЕМІ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ

Мета навчальної дисципліни «Алгебра і теорія чисел» - оволодіння студентами системою математичних знань, навичок та умінь, необхідних у майбутній професійній діяльності та повсякденному житті, достатніх для оволодіння іншими освітніми галузями знань і забезпечення неперервної освіти; формування у студентів наукового світогляду, уявлень про ідеї та методи алгебри, її роль у пізнанні дійсності; інтелектуальний розвиток студентів, передусім розвиток логічного мислення і просторової уяви, алгоритмічної, інформаційної та графічної культур, пам'яті, уваги, інтуїції; формування теоретико-числового уявлення у пізнанні дійсності; надання прикладів зв'язків алгебри з геометрією, математичним аналізом, фізикою, економікою та іншими математичними і прикладними дисциплінами.

Завдання: вивчення властивостей таких математичних об'єктів як кільця цілих чисел, многочленів від однієї змінної, многочленів від багатьох змінних, елементів теорії груп та кілець, а також поняття розширення кільця, бо на основі цих знань у студентів створюється уявлення про загальне підґрунтя курсу алгебри.

Очікувані програмні результати навчання (ПРН)

ПРН 1. Знання, усвідомлення, здатність до відображення у фаховій практичній діяльності фундаментальних і прикладних аспектів різних розділів математики, педагогіки, психології, методики навчання математики.

ПРН 2. Уміння перетворювати невизначені математичні і педагогічні задачі на визначені шляхом побудови відповідних моделей, для розв'язання таких задач доцільним чином інтегрувати знання з різних галузей відповідних наук.

ПРН 3. Уміння виділяти, чітко формулювати та знаходити шляхи до розв'язання фахових задач різного ступеня складності, у тому числі, з використанням різних інформаційних ресурсів.

ПРН 21. Спроможність використовувати теоретичні та практичні знання математики до розв'язання будь-яких задач шкільного курсу математики.

Очікувані результати навчання дисципліни

Як результат опанування даної навчальної дисципліни здобувач вищої освіти повинен **знати**:

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен **знати**: теоретичні відомості з основних розділів теорії подільності, теорії порівнянь, теорії многочленів, розуміти основні ідеї математики вищої школи; **вміти**: успішно використовувати знання при розв'язанні задач і вправ різного типу, застосовувати ці знання при вивченні спеціальних дисциплін, володіти навичками дослідницької роботи.

Міждисциплінарні зв'язки: лінійна алгебра, математичний аналіз, теорія множин, аналітична геометрія, математична логіка, дискретна математика.

2. РОЗПОДІЛ ГОДИН САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1 семестр

№ з/п	Тема	Кількість годин		Форма контролю
		Денна форма	Заочна форма	
1	Тема 1. Подільність цілих чисел. Ідеали кільця	5	9	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 1, домашня контрольна робота 1, контрольна модульна робота

2	Тема 2. Прості та взаємно прості числа. Деякі числові функції	5	10	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 1, домашня контрольна робота 1, контрольна модульна робота
3	Тема 3. Подільність на лінійний двочлен. НСД та НСК многочленів	5	10	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 1, домашня контрольна робота 1, контрольна модульна робота
4	Тема 4. Ланцюгові дроби	5	7	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, контрольна модульна робота
5	Тема 5. Корені многочлена. Похідна многочлена. Кратні множники	5	7	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, контрольна модульна робота
6	Тема 6. Кратне розширення кільця	5	7	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2,

				домашня контрольна робота 2, контрольна модульна робота
7	Тема 7. Форми запису многочленів від декількох змінних	4	7	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, контрольна модульна робота
8	Тема 8. Кільце симетричних многочленів. Застосування теорії симетричних многочленів.	4	8	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, контрольна модульна робота
9	Тема 9. Алгебраїчна замкнутість поля комплексних чисел. Незвідність многочленів	4	8	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, контрольна модульна робота
10	Тема 10. Розв'язання рівнянь третього і четвертого степеня. Многочлени над полем раціональних чисел	4	7	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, контрольна модульна робота
	Разом	46	84	

2 семестр

№ з/п	Тема	Кількість годин		Форма контролю
		Денна форма	Заочна форма	
1	Тема 1. Просте трансцендентне розширення кільця	5	9	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 1, домашня контрольна робота 1, контрольна модульна робота
2	Тема 2. Стандартна форма многочлена. Подільність у кільці многочленів від однієї змінної над полем. Ідеали кільця многочленів	5	10	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 1, домашня контрольна робота 1, контрольна модульна робота
3	Тема 3. Подільність на лінійний двочлен. НСД та НСК многочленів	5	10	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 1, домашня контрольна робота 1, контрольна модульна робота
4	Тема 4. Канонічний розклад многочлена на незвідні множники	5	7	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 1,

				контрольна модульна робота
5	Тема 5. Класи лишків та числові конгруенції, їх властивості. Повна та зведена системи лишків за модулем m . Конгруентність за модулем m	5	7	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, контрольна модульна робота
6	Тема 6. Введення конгруенцій. Конгруенції першого степеня	5	7	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, домашня контрольна робота 2, контрольна модульна робота
7	Тема 7. Первісні корені за модулем m . Індекс числа за модулем m	4	7	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, контрольна модульна робота
8	Тема 8. Двочленні конгруенції та k -степеневі лишки	4	8	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, контрольна модульна робота
9	Тема 9. Введення систем	4	8	Усне опитування під

	числення. Оперування з системними числами			час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, контрольна модульна робота
10	Тема 10. Ознаки подільності	4	7	Усне опитування під час практичного заняття, аудиторна контрольна робота 2, контрольна модульна робота
	Разом	46	84	

3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ ЗА ЗМІСТОВИМИ МОДУЛЯМИ

1 семестр

3.1. Питання для контролю

Змістовий модуль I: Подільність цілих чисел.

Прості та взаємно прості числа

Тема 1. Подільність цілих чисел. Ідеали кільця

1. Означення подільності цілих чисел.
2. Властивості подільності цілих чисел.
3. Теорема про ділення з остачею.
4. Ідеали в кільці цілих чисел, деякі операції над ідеалами.
5. $\mathbb{Z}$ - кільце головних ідеалів.

Тема 2. Прості та взаємно прості числа. Деякі числові функції

1. Теорема про подання одиниці.
2. Властивості множини простих чисел, її нескінченність.
3. Деякі відомості про взаємно прості числа.

4. Мінімальний дільник натурального числа. Основна теорема арифметики.
5. Мультиплікативні функції.
6. Кількість дільників натурального числа. Сума дільників натурального числа. Функція Ейлера та її властивості.

Змістовий модуль II: НСД та НСК. Ланцюгові дроби

Тема 3. НСД декількох чисел. НСК декількох чисел

1. Алгоритм Евкліда. Способи обчислення НСД двох чисел.
2. Критерії та властивості НСД.
3. Зв'язок НСД з ідеалами.
4. Способи обчислення НСД декількох чисел.
5. Зв'язок НСК з ідеалами. Властивості НСК.
6. Способи обчислення НСК двох та декількох чисел.

Тема 4. Ланцюгові дроби

1. Запис ланцюгового дроби за допомогою алгоритму Евкліда.
2. Формули для обчислення підхідних дробів.
3. Обчислення підхідних дробів за допомогою таблиці.
4. Властивості підхідних дробів.

Змістовий модуль III: Кільце класів лишків за модулем m .

Тема 5. Класи лишків та числові конгруенції, їх властивості. Повна та

зведена системи лишків за модулем m . Конгруентність за модулем m .

1. Конгруентність за модулем m як відношення еквівалентності.
2. Введення та властивості класів лишків за модулем m .
3. Властивості числових конгруенцій.
4. Основні повні системи лишків. Повна система лишків та спосіб їх отримання.
5. Зведені системи лишків та спосіб їх отримання. Кількість елементів у зведеній системі лишків.
6. Алгебраїчні операції над класами лишків, кільце класів лишків. Кільця класів лишків з дільниками нуля.
7. Мультиплікативна група кільця класів лишків.

8. Поле класів лишків за простим модулем.
9. Обернене число за модулем m .
10. Способи обчислення оберненого числа за модулем m .
11. Теореми Ейлера, Ферма та Вільсона.

Змістовий модуль IV: Розв'язання конгруенцій

Тема 6 . Введення конгруенцій. Конгруенції першого степеня

1. Конгруенції n -го степеня від однієї змінної. Розв'язки конгруенцій та їх кількість. Приклади
2. Способи розв'язання конгруенцій першого степеня з одним розв'язком: метод Ейлера, метод ланцюгових дробів, метод спроб.
3. Конгруенції першого степеня, що не мають розв'язків.
4. Розв'язання конгруенцій першого степеня з кількома розв'язками.
5. Кількість розв'язків конгруенцій n -го степеня за простим модулем.
Кількість розв'язків деяких конгруенцій спеціального виду

Змістовий модуль V: Первісні корені та індекси

Тема 7. Первісні корені за модулем m . Індекс числа за модулем m

1. Введення та властивості порядку числа за модулем m .
2. Кількість чисел, що мають певний порядок. Введення та приклади первісних коренів.
3. Введення та властивості індексу числа за простим модулем. Таблиці індексів.
4. Будова мультиплікативної групи кільця класів лишків

Тема 8. Двочленні конгруенції та k -степеневі лишки

1. Розв'язання двочленних конгруенцій за допомогою таблиці індексів.
2. Введення, властивості та критерії k -степеневих лишків за простим модулем.
3. Квадратичні лишки та їх властивості. Закон взаємності.
4. Розв'язання конгруенцій другого степеня за простим модулем.

Змістовий модуль VI: Системи числення. Ознаки подільності

Тема 9. Введення систем числення. Оперування з системними числами

1. Позиційні та непозиційні системи числення.
2. Існування та єдиність запису натурального числа у позиційній системі числення. Дробові та від'ємні числа.
3. Обґрунтування додавання «в стовпчик» системних чисел.
4. Множення системних чисел.
5. Способи переведення чисел з однієї системи числення у іншу.

Тема 10. Ознаки подільності

1. Рівноподільні числа.
2. Застосування теорії конгруенцій для обґрунтування ознак подільності.
3. Принцип Паскаля.
4. Ознаки подільності на деякі натуральні числа.

3.2. Теми доповідей

1	Поле раціональних дробів.	
2	Розташування дійсних коренів многочлену.	
3	Поле часток в області цілісності.	
4	Факторіальність кільця поліномів над факторіальним кільцем.	
5	Відділення дійсних коренів поліному	
6	Інтерполяція многочленів.	
7	Конгруенції у кільці многочленів.	
8	Кільця головних ідеалів та евклідові кільця.	
9	Ідеали кільця. Факторкільця.	
10	Розширення полів	
11	Елементи теорії виключень	

3.3 Варіанти контрольних робіт

Аудиторна контрольна робота 1

Варіант 1

1. Записати теорему про ділення з остачею для чисел
 $a = 125; b = 38$, змінюючи порядок чисел та їх знаки.
2. Виписати всі прості числа з проміжку $[350; 400]$.
3. Знайти НОД чисел a та b двома способами (алгоритм Евкліда, розкладання на множники): $a = 204; b = 595$.
4. Знайти НОК чисел a, b та c :
 $a = 204; b = 595, c = 355$.
5. Розкласти звичайний дріб $\left(\frac{5396}{695}\right)$ у ланцюговий, замінити його підхідним дробом з похибкою $0,01$.
6. Виписати всі дільники числа 504. Знайти їх суму, використовуючи формули.
7. Знайти кількість таких чисел a , які не перебільшують число 126, та $\text{НОД}(a, 126)=3$.

Варіант 2

1. Записати теорему про ділення з остачею для чисел змінюючи порядок чисел та їх знаки.
2. Виписати всі прості числа з проміжку $[250; 300]$
3. Знайти НОД чисел a та b двома способами (алгоритм Евкліда, розкладання на множники): $a = 280; b = 342$.
4. Знайти НОК чисел a, b та c :
 $a = 280; b = 342, c = 150$.
5. Розкласти звичайний дріб $\left(\frac{1498}{835}\right)$ у ланцюговий, замінити його підхідним дробом з похибкою $0,01$.

6. Виписати всі дільники числа 1350. Знайти їх суму, використовуючи формули.
 7. Знайти кількість таких чисел a , які не перебільшують число 120 та $\text{НОД}(a, 120)=5$.
-

Варіант 3

1. Записати теорему про ділення з остачею для чисел $a = 198; b = 385$, змінюючи порядок чисел та їх знаки.
2. Виписати всі прості числа з проміжку $[160; 210]$
3. Знайти НОД чисел a та b двома способами (алгоритм Евкліда, розкладання на множники):

$$a = 483; b = 506.$$

4. Знайти НОК чисел a, b та c :

$$a = 483; b = 506, c = 188.$$

5. Розкласти звичайний дріб $\left(\frac{1205}{274}\right)$ у ланцюговий, замінити його підхідним дробом з похибкою 0,01.

6. Виписати всі дільники числа 3000. Знайти їх суму, використовуючи формули.
 7. Знайти кількість таких чисел a , які не перебільшують число 156 та $\text{НОД}(a, 156)=4$.
-

Варіант 4

1. Записати теорему про ділення з остачею для чисел $a = 406; b = 435$, змінюючи порядок чисел та їх знаки.
2. Виписати всі прості числа з проміжку $[300; 480]$.
3. Знайти НОД чисел a та b двома способами (алгоритм Евкліда, розкладання на множники): $a = 406; b = 435$.
4. Знайти НОК чисел a, b та c :

$$a = 406; b = 435, c = 305.$$

5. Розкласти звичайний дріб $\left(\frac{3067}{534}\right)$ у ланцюговий, замінити його підхідним дробом з похибкою 0,01.
6. Виписати всі дільники числа 1980. Знайти їх суму, використовуючи формули.
7. Знайти кількість таких чисел a , які не перебільшують число 189 та $\text{НОД}(a, 189)=3$.

Аудиторна контрольна робота 2

Варіант 1

1. Підібрати найменше невід'ємне і найменше за абсолютною величиною числа, конгруентні з 5315 за модулем 18 .
2. Методом підбору знайти розв'язки конгруенції

$$12x \equiv 73 \pmod{7}$$
3. Розв'язати конгруенцію методом Ейлера

$$25x \equiv 29 \pmod{48}$$
4. Розв'язати конгруенцію за допомогою ланцюгових дробів

$$25x \equiv 16 \pmod{78}$$
5. Розв'язати конгруенцію

$$100x \equiv 128 \pmod{156}$$
6. Виписати всі степені числа 17 за модулем 23 та записати таблицю індексів, з її допомогою розв'язати двочленну конгруенцію

$$7x^5 \equiv 48 \pmod{23}.$$

Варіант 2

1. Підібрати найменше невід'ємне і найменше за абсолютною величиною числа, конгруентні з 6427 за модулем 21 .
2. Методом підбору знайти розв'язки конгруенції

$$17x \equiv 81 \pmod{9}$$

3. Розв'язати конгруенцію методом Ейлера

$$5x \equiv 24 \pmod{18}$$

4. Розв'язати конгруенцію за допомогою ланцюгових дробів

$$37x \equiv 18 \pmod{51}$$

5. Розв'язати конгруенцію

$$70x \equiv 130 \pmod{95}$$

6. Виписати всі степені числа 11 за модулем 23 та записати таблицю індексів, з її допомогою розв'язати двочленну конгруенцію $25x^3 \equiv 79 \pmod{23}$.

Варіант 3

1. Підібрати найменше невід'ємне і найменше за абсолютною величиною числа, конгруентні з 8315 за модулем 18.

2. Методом підбору знайти розв'язки конгруенції

$$23x \equiv 90 \pmod{7}.$$

3. Розв'язати конгруенцію методом Ейлера

$$7x \equiv 18 \pmod{20}.$$

4. Розв'язати конгруенцію за допомогою ланцюгових дробів

$$14x \equiv 39 \pmod{25}.$$

5. Розв'язати конгруенцію

$$36x \equiv 45 \pmod{51}.$$

6. Виписати всі степені числа 14 за модулем 23 та записати таблицю індексів, з її допомогою розв'язати двочленну конгруенцію

$$6x^{17} \equiv 78 \pmod{23}.$$

Варіант 4

1. Підібрати найменше невід'ємне і найменше за абсолютною величиною числа, конгруентні з 5727 за модулем 13.

2. Методом підбору розв'язати конгруенцію

$$17x \equiv 55 \pmod{9}.$$

3. Розв'язати конгруенцію методом Ейлера

$$17x \equiv 28 \pmod{30}.$$

4. Розв'язати конгруенцію за допомогою ланцюгових дробів

$$73x \equiv 85 \pmod{99}$$

5. Розв'язати конгруенцію $45x \equiv 35 \pmod{70}$.

6. Виписати всі степені числа 14 за модулем 19 та записати таблицю індексів, з її допомогою розв'язати двочленну конгруенцію $9x^{13} \equiv 8 \pmod{19}$.

3.4. Екзаменаційні питання

1. Означення та приклади бінарної алгебраїчної операції, нейтрального, протилежного та оберненого елементів. Групи, кільця, поля. Основні властивості кілець. Дільники нуля. Кільце з одиницею. Комутативне кільце. Область цілісності, закон скорочення в області цілісності.
2. Відношення порядку та відношення подільності на множині цілих чисел. Властивості відношення подільності у кільці цілих чисел.
3. Подільність у кільці цілих чисел. Теорема про ділення з остачею.
4. Спільні дільники двох натуральних чисел. Взаємно прості числа та їх властивості.
5. Прості та складені числа. Властивості простих чисел.
6. Прості та складені числа. Приклади. Мінімальний дільник натурального числа. Теорема Евкліда. Решето Ератосфена.
7. Основна теорема арифметики. Канонічний розклад натурального числа та його дільників.
8. Числові функції, їх мультиплікативність та інші властивості. Кількість та сума натуральних дільників натурального числа.
9. Функція Ейлера, її властивості та формули обчислення.
10. Спільні дільники двох чисел. Властивості множини спільних дільників.
11. Способи обчислення НСД двох чисел через їх канонічний розклад та алгоритм Евкліда.
12. Рівносильні означення НСД двох чисел, доведення їх еквівалентності.

13. Еквівалентні означення НСД декількох чисел, їх способи обчислення.
14. Властивості та критерій НСД декількох чисел. Способи обчислення НСД декількох чисел.
15. Спільні кратні двох чисел. Властивості множини спільних кратних. НСК двох та декількох чисел, їх спосіб обчислення за допомогою канонічних розкладів.
16. НСД та НСК двох чисел. Спосіб обчислення НСК двох чисел за допомогою їх НСД.
17. Властивості НСК двох та декількох чисел.
18. Алгоритм Евкліда. Його застосування при знаходженні НСД двох чисел та введенні ланцюгових дробів. Скорочена формула ланцюгових дробів. Приклади.
19. Введення підхідних дробів. Формули та таблиці для їх обчислення.
20. Властивості підхідних дробів.
21. Конгруентність за модулем m . Властивості числових конгруенцій.
22. Введення та властивості класів лишків за модулем m .
23. Означення та основні повні системи лишків за модулем m . Спосіб отримання нових повних систем лишків за модулем m . Приклади.
24. Означення кільця і поля. Побудова кільця класів лишків за модулем m . Кільце класів лишків з дільниками нуля.
25. Функція Ейлера. Зведені системи лишків за модулем m : означення, основні зведені системи лишків, спосіб отримання нових зведених систем лишків, приклади.
26. Функція Ейлера. Теореми Ейлера, Ферма та Вільсона.
27. Мультиплікативна група кільця класів лишків за модулем m . Поле класів лишків за простим модулем.
28. Обернене число за модулем m . Способи його обчислення. Приклади.
29. Конгруенція n -го степеня від однієї невідомої, її степінь та розв'язки. Кількість розв'язків конгруенцій за простим модулем.
30. Конгруенції першого степеня від однієї невідомої, що мають єдиний розв'язок. Способи їх розв'язання.

31. Розкладання класу лишків за модулем m на декілька класів лишків за модулем деякого дільника m .
32. Умови існування розв'язків конгруенції першого степеня. Розв'язання конгруенції першого степеня, що мають декілька розв'язків. Приклади.
33. Означення, властивості та приклади порядку числа за модулем m . Означення та приклади первісних коренів за модулем m .
34. Принцип Паскаля, ознаки подільності на 2,3,5,9, 7, 11, 4,25.

4. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ ЗА ЗМІСТОВИМИ МОДУЛЯМИ

2 семестр

4.1. Питання для контролю

Змістовий модуль I: Кільце многочленів від однієї змінної

Тема 1. Просте трансцендентне розширення кільця.

1. Алгебраїчні та трансцендентні елементи.
2. Введення кільця многочленів від однієї змінної.
3. Існування та єдиність з точністю до ізоморфізму кільця многочленів.

**Тема 2. Стандартна форма многочлена. Подільність у кільці
многочленів від однієї змінної над полем. Ідеали кільця многочленів**

1. Існування та єдиність стандартної форми запису многочленів.
2. Операції над многочленами. Властивості степеня многочлена.
3. Введення та властивості подільності многочленів.
4. Теорема про ділення з остачею.
5. Ідеали кільця многочленів від однієї змінної.
6. $K[x]$ – кільце головних ідеалів.
7. Асоційовані многочлени та їх властивості.

Тема 3. Подільність на лінійний двочлен. НСД та НСК многочленів

1. Схема Горнера для подільності многочлена на лінійний двочлен.

2. Розкладання многочлена за степенями двочлена $(x-a)$. Теорема Безу.
3. Алгоритм Евкліда для многочленів.
4. Критерій НСД двох многочленів.
5. Способи обчислення НСД многочленів.
6. Властивості взаємно простих многочленів.

Змістовий модуль II: Кратні множники та корені многочлена

Тема 4. Канонічний розклад многочлена на незвідні множники

1. Незвідні многочлени та їх властивості.
2. Існування та єдиність розкладу многочлена від однієї змінної у добуток незвідних множників.
3. Введення та критерії кратних множників многочлена.

Тема 5. Корені многочлена. Похідна многочлена. Кратні множники

1. Про кількість коренів многочлена n -го степеня. Розклад многочлена на лінійні множники.
2. Поле розкладання многочлена. Теорема Вієта.
3. Алгебраїчна замкнутість поля.
4. Еквівалентність функціональної та алгебраїчної рівності многочленів та відповідних операцій над ними.
5. Введення та властивості формальної похідної многочлена. Формула Тейлора.
6. Кратність множника для многочлена та його похідної.
7. Відділення кратних множників. Критерій кратних коренів многочлена.

Змістовий модуль III: Кільце многочленів від декількох змінних.

Тема 6. Кратне розширення кільця

1. Розширення кільця за допомогою декількох елементів.
2. Введення алгебраїчно незалежних елементів над кільцем та їх критерії.
3. Існування та єдиність n -кратного трансцендентного розширення кільця.

Тема 7. Форми запису многочленів від декількох змінних

1. Стандартна форма многочлена. Нормальна форма многочлена.
2. Властивості степеня многочлена від декількох змінних.
3. Однорідні многочлени.
4. Лексикографічне впорядкування многочлена та його властивості.
5. Вищий член добутку двох многочленів.

Змістовий модуль IV: Симетричні многочлени. Многочлени над полями комплексних та дійсних чисел

Тема 8. Кільце симетричних многочленів. Застосування теорії симетричних многочленів

1. Введення та приклади симетричних многочленів.
2. Елементарні симетричні многочлени. Їх зв'язок з формулами Вієта. Властивості симетричних многочленів.
3. Основна теорема про симетричні многочлени та наслідки з неї.
4. Єдиність подання симетричного многочлена через елементарні симетричні многочлени.
5. Знищення ірраціональності у знаменнику.
6. К-степенні суми. Формули Ньютона для зв'язку степенних сум з елементарними симетричними многочленами.

Тема 9. Алгебраїчна замкнутість поля комплексних чисел. Незвідність многочленів

1. Властивості модуля многочлена. Основна теорема алгебри комплексних чисел.
2. Незвідність многочленів над полем комплексних чисел. Незвідність многочленів над полем дійсних чисел.
3. Розклади многочлена на незвідні множники над полями комплексних та дійсних чисел. Спряжені корені многочлена над полем дійсних чисел.

Змістовий модуль V. Розв'язання алгебраїчних рівнянь

Тема 10. Розв'язання рівнянь третього і четвертого степеня. Многочлени над полем раціональних чисел

1. Метод Кордано розв'язання рівнянь третього степеня. Зв'язок дискримінанту кубічного рівняння з його коренями.
2. Метод Ферарі розв'язання рівнянь четвертого степеня. Розв'язання рівнянь вищих степенів у радикалах
3. Примітивні многочлени та їх властивості. незвідність над полем раціональних чисел многочленів з цілими коефіцієнтами. раціональні корені многочлена з цілими коефіцієнтами.

4.2. Теми доповідей

1	Поле раціональних дробів.	
2	Розташування дійсних коренів многочлену.	
3	Поле часток в області цілісності.	
4	Факторіальність кільця поліномів над факторіальним кільцем.	
5	Відділення дійсних коренів поліному	
6	Інтерполяція многочленів.	
7	Конгруенції у кільці многочленів.	
8	Кільця головних ідеалів та евклідові кільця.	
9	Ідеали кільця. Факторкільця.	
10	Розширення полів	
11	Елементи теорії виключень	

4.3. Варіанти контрольних робіт

Варіант 1

1. Знайти частку та остачу від ділення многочлена $8x^3 - 3x^2 + 5x + 4$ на $x + 2$ за допомогою ділення та за схемою Горнера.
2. З допомогою схеми Горнера для многочлена $x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2$ знайти кратність кореня $x = 1$.
3. Користуючись схемою Горнера розкласти многочлен $x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$ за степенями $x + 1$, знайти значення многочлена та його похідних при $x = -1$.
4. Знайти $НСД(x^4 + 9x^3 + 26x^2 + 29x + 20, x^3 + 8x^2 + 17x + 42)$ та його лінійний розклад.
5. Знайти $НСК(x^4 + 9x^3 + 26x^2 + 29x + 20, x^3 + 8x^2 + 17x + 42)$.

Варіант 2

1. Знайти частку та остачу від ділення многочлена $8x^3 - 3x^2 + 5x + 4$ на $x + 1$ за допомогою ділення та за схемою Горнера.
2. З допомогою схеми Горнера для многочлена $x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 81x - 108$ знайти кратність кореня $x = 3$.
3. Користуючись схемою Горнера розкласти многочлен $x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$ за степенями $x - 2$, знайти значення многочлена та його похідних при $x = -1$.
4. Знайти $НСД(x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 19x + 12, x^3 + 6x^2 + 10x + 3)$ та його лінійний розклад.
5. Знайти $НСК(x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 19x + 12, x^3 + 6x^2 + 10x + 3)$.

Варіант 3

1. Знайти частку та остачу від ділення многочлена

$8x^3 - 3x^2 + 5x + 4$ на $x - 4$ за допомогою ділення та за схемою Горнера.

2. З допомогою схеми Горнера для

многочлена $x^4 - 10x^3 + 33x^2 - 40x + 16$ знайти кратність кореня $x = 4$.

3. Користуючись схемою Горнера розкласти

многочлен $x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$ за степенями $x + 1$, знайти значення многочлена та його похідних при $x = -1$.

4. Знайти $НСД(x^4 + 9x^3 + 26x^2 + 29x + 20, x^3 + 8x^2 + 17x + 42)$ та його лінійний розклад.

5. Знайти $НСК(x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 11x + 6, x^3 + 4x^2 + 5x + 2)$.

Варіант 4

1. Знайти частку та остачу від ділення многочлена

$8x^3 - 3x^2 + 5x + 4$ на $x - 1$ за допомогою ділення та за схемою Горнера.

2. З допомогою схеми Горнера для многочлена

$x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 32x + 64$ знайти кратність кореня $x = 4$.

3. Користуючись схемою Горнера розкласти

многочлен $x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$ за степенями $x - 2$, знайти значення многочлена та його похідних при $x = -1$.

4. Знайти $НСД(x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 19x + 12, x^3 + 6x^2 + 10x + 3)$ та його лінійний розклад.

5. Знайти $НСК(x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 5x + 2, x^3 + 2x^2 + 2x + 1)$.

4.4. Екзаменаційні питання

1. Алгебраїчні і трансцендентні елементи кільця. Просте трансцендентне розширення. Існування і єдність кільця многочленів від однієї змінної. Операції над многочленами.
2. Рівність і степінь многочленів. Властивості степеня многочлена. Теорема про ділення з остачею для многочленів. Приклади.
3. Означення, приклади і властивості подільності в кільці многочленів від однієї змінної.
4. Схема Горнера. Теорема Безу. Розкладання многочлена в степеневий ряд.
5. Властивості асоційованих многочленів. Про НСД двох многочленів.
6. Ідеали кільця. Про кільце многочленів над полем як кільце головних ідеалів.
7. Критерій НСД двох многочленів. Означення і властивості взаємнопростих многочленів.
8. Означення, приклади і властивості незвідних многочленів. Про розклад многочлена у добуток невідних многочленів.
9. Корені і кратні корені многочлена. Про кількість коренів многочлена. Поле розкладу многочлена. Формули Вієта.
10. Похідна многочлена. Її властивості. Ряд Тейлора. Критерії кратності незвідного множника і кореня многочлена.
11. Введення кільця многочленів від декількох змінних. Форми запису многочлена від декількох змінних.
12. Нормальна форма запису многочлена. Степінь многочлена від декількох змінних, її властивості. Однорідні многочлени.
13. Лексикографічне впорядкування многочлена. Про віщий член добутку многочленів. Приклади.
14. Кільце симетричних многочленів. Елементарні симетричні многочлени. Властивості симетричних многочленів.

15. Основна теорема про симетричні многочлени. Єдність запису симетричного многочлена в виді многочлена від елементарних симетричних многочленів.
16. Властивості модуля многочлена з комплексними коефіцієнтами. Про розташування коренів.
17. Основна теорема алгебри.
18. Розв'язання рівняння третього степеня, властивості його коренів.
19. Про незвідні многочлени над полями комплексних і дійсних чисел.
20. Про незвідні многочлени над полем раціональних чисел.
21. Про примітивні многочлени над полем раціональних чисел.
22. Про раціональні корені многочлена з раціональним і цілими коефіцієнтами.

5. Забезпечення навчання осіб з особливими освітніми потребами

Передбачено забезпечення рівного доступу до якісної освіти особам з особливими освітніми потребами шляхом організації їхнього навчання на основі застосування особистісно-орієнтованих методів навчання з урахуванням їхніх індивідуальних особливостей.

6. Рекомендовані джерела інформації

Базова література

1. Завало С. Т. Алгебра и теория чисел, часть1/ С.Т.Завало, В.Н.Костарчук, Б.И.Хацет // Киев: Вища школа, 1977.
2. Завало С. Т. Алгебра и теория чисел, часть2/ С.Т.Завало, В.Н.Костарчук, Б.И.Хацет // Киев: Вища школа, 1977.
3. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел, Москва,/ Л. Я. Куликов, // Высшая школа, 1979
4. Виноградов И. М. Основы теории чисел / И. М. Виноградов // Москва, Наука, 1972
5. Девенпорт Г. Высшая математика. Введение в теорию чисел/ Г. Девенпорт // Москва: Наука, 1965г.

6. Айерленд К. Классическое введение в современную теорию чисел/ К. Айерленд, М. Роузен // Москва: Мир, 1987.
7. Бородин О. І. Теорія чисел/ О. І. Бородин // Киев, Вища школа, 1970.
8. Бухштаб А. А. Теория чисел /А. А. Бухштаб// Москва: Просвещение, 1966

Додаткова література

1. Лельчук М. П. Практические занятия по алгебре и теории чисел / М. П. Лельчук, И. И. Полевченко, А. М. Радьков, Б. Д. Чеботаревский. // Минск: Вышэйшая школа, –1986.
2. Завало С. Т. Алгебра і теорія чисел, практикум, ч. 1. / С. Т. Завало, С. С. Левіщенко // К.: Вища школа, –1986.
3. Л.Я.Окунев Сборник задач по высшей алгебре/ Л.Я.Окунев// Москва: Просвещение, 1964.

Інформаційні ресурси

1. Бібліотека Університету Ушинського. – URL: <http://library.pdpu.edu.ua/>
2. Сайт Міністерства освіти і науки України: www.mon.gov.ua
3. Освітньо-інформаційні ресурси. – URL: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/logic.htm>