УДК 378:37.011.-051:51]:37.091.33:51
4. Теорія і методика професійної освіти

ФОРМУВАННЯ СКЛАДОВОЇ МЕТОДИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ЩОДО НАВЧАННЯ УЧНІВ ДОВОДИТИ МАТЕМАТИЧНІ ТВЕРДЖЕННЯ

Нєдялкова Катерина Василівна,
кандидат педагогічних наук,
доцент кафедри математики і методики її навчання
Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського
ndlvitaliy@ukr.net
orcid.org/*0000-0003-1092-2116*

Актуальність дослідження визначається положенням, що вивчення теорем та їх доведень є одним з ключових завдань шкільного курсу математики і, водночас, важливою методичною проблемою, оскільки останнім часом засвідчується зменшення інтересу здобувачів середньої освіти до доказових міркувань. Метою статті є з΄ясування й експериментальна перевірка умов ефективного формування складової методичної компетентності майбутніх учителів математики щодо навчання учнів доводити математичні твердження. Під час педагогічного експерименту автором було використано власні методичні розробки з досліджуваної теми, включаючи демонстрацію основних етапів роботи над теоремами, тестові завдання, завдання для самостійної та індивідуальної роботи, презентації, QR – словник понять теми дослідження тощо. Для реалізації експерименту та з΄ясування його ефективності використано такі методи, як – от: аналіз нормативних освітніх документів, педагогічне спостереження, анкетування студентів, бесіди з учителями і викладачами, аналіз модульних контрольних робіт з фахової дисципліни «Шкільний курс математики і методика його навчання», математична обробка результатів експериментальної

роботи. Висновками з проведеної роботи явилися визначені умови щодо вдосконалення фахової підготовки майбутніх учителів математики відносно формування такої складової їхньої методичної компетентності, як навчання учнів доводити математичні твердження, із-поміж яких: вміння здійснювати пропедевтичну роботу; набуття глибоких і міцних знань щодо логічних основ ШКМ, принципів і прийомів навчання школярів готових доведень та самостійного пошуку учнями доведень математичних тверджень; здійснення творчого підходу до реалізації основних етапів роботи з теоремами; усвідомлення значущості та доречності застосування різних способів доведень теорем; урізноманітнення викладачем фахових дисциплін методів, засобів, форм організації навчальної діяльності студентів та ін.

Перспективою подальших досліджень є визначення умов підвищення ефективності формування інших складових методичної компетентності майбутніх учителів математики.

Ключові слова: вдосконалення фахової підготовки, логіко-математичний аналіз твердження, етапи роботи над теоремами, тестові завдання, педагогічний експеримент.

FORMATION OF COMPONENT OF METHODICAL COMPETENCE OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS ABOUT TEACHING PUPILS TO PROVE MATHEMATICAL STATEMENTS

Niedialkova Katerina Vasylivna,
Candidate of Pedagogical Sciences,
Associate Professor at the Department of Mathematics and Methods of its teaching
Ushinsky Southern Ukrainian national pedagogical University
ndlvitaliy@ukr.net
orcid.org/*0000-0003-1092-2116*

The relevance of the article is determined by the fact that the study of theorems and their proofs is one of the main tasks of the school course of mathematics and, at the same time, an important methodical problem, as recently there has been a decrease in pupils´ interest in evidence. The purpose of the article is to clarify and experimentally test the conditions for the effective formation of a component of the methodological competence of future mathematics teachers to teach pupils to prove mathematical statements. During the pedagogical experiment the author used his own methodical tasks on the research topic, including demonstration of the main stages of work on theorems, test tasks, tasks for independent and individual work, presentations, QR - dictionary of research topic concepts, etc. To implement the experiment and determine its effectiveness, the following methods were used: analysis of normative educational documents, pedagogical observation, questionnaires of students, conversations with teachers, analysis of modular tests in the discipline "School course of mathematics and methods of its teaching" , mathematical processing of results of experimental work. The conclusions of the research are certain conditions for improving the professional training of future teachers of mathematics, namely: the formation of such a component of their methodical competence as teaching pupils to prove mathematical statements. Among these conditions are ability to carry out propaedeutic work; acquisition of deep and solid knowledge about the logical foundations of SCM, principles and methods of teaching pupils ready-made proofs and independent search by pupils for proofs of mathematical statements; using of a creative approach to the implementation of the main stages of work with theorems; awareness of the significance and appropriateness of the application of different methods of proving theorems; diversification by the professor of methods, means, forms of the organization of educational activity of students, etc.

The prospect of further research is to determine the conditions for improving the effectiveness of the formation of other components of methodical competence of future teachers of mathematics.

Key words: improvement of professional training, logical-mathematical analysis of the statement, stages of work with theorems, test tasks, pedagogical experiment.

Вступ. Вивчення теорем та їх доведень є одним з ключових завдань шкільного курсу математики і, водночас, важливою методичною проблемою. Дійсно, аналіз досвіду роботи вчителів – математиків у сучасній загальноосвітній школі засвідчує зменшення інтересу здобувачів середньої освіти до доказових міркувань, розв'язування задач на доведення, самостійного пошуку доведень, різних способів доведення тверджень шкільного курсу математики тощо. У значної кількості учнів помічається несформованість або недостатня сформованість компетенцій щодо доведень тверджень як курсу геометрії, так і курсу алгебри сучасної школи. Водночас, при навчанні учнів доводити математичні твердження відбувається розвиток логічного мислення учнів, просторових уявлень та уяви; учні вчаться методам доведень, засвоюють евристичні прийоми розумової діяльності; у школярів формуються позитивні якості особистості: наполегливість, посидючість, кмітливість та ін. Отже, вивчення теорем та їх доведень у шкільному курсі математики важко переоцінити.

Відтак, постає проблема підвищення інтересу здобувачів середньої освіти до доказових міркувань – з одного боку; а з іншого – вдосконалення фахової підготовки майбутніх учителів математики щодо навчання учнів доводити математичні твердження і формування відповідної складової їхньої методичної компетентності.

Теоретичне обґрунтування проблеми. Питаннями логічних основ сучасного шкільного курсу математики і методики доведень теорем активно займалися вчені – математики, методисти і практики другої половини XX століття: П. С. Александров, Л. С. Атанасян, Г. П. Бевз, О. В. Погорєлов, В. Ю. Середа, З. І. Слєпкань, А. А. Столяр, І. Ф. Тесленко, С. М. Чашечников, Л. І. Чашечникова та ін.

На сучасному етапі в контексті компетентнісного підходу до навчання здобувачів середньої освіти і професійної підготовки майбутніх учителів зазначена проблема набуває нових аспектів, оскільки така підготовка передбачає формування як інтегральної і загальних, так і суто фахових компетентностей. З огляду на досліджувану проблему є сенс зробити акцент на таких фахових компетентностях майбутніх учителів математики, як – от: здатність формувати предметні компетентності в галузі математики у тих, хто навчається; здатність аналізувати, моделювати, досліджувати і презентувати досвід навчання; здатність володіти термінологією за фахом та комунікативно-мовленнєвими засобами; здатність до організації дистанційної, самостійної, позакласної та позашкільної роботи з математики; здатність здійснювати об'єктивний контроль і оцінювання рівня навчальних досягнень учнів з математики. Водночас, формування і реалізація фахових компетентностей спрямовані на формування і реалізацію методичної компетентності учителя математики, під якою, за означенням С. О. Скворцової (Скворцова, 2013: 36-37), розуміється системне особистісне утворення, що виявляється у здатності до здійснення та організації процесу навчання математики на рівні сучасних вимог, спроможності успішного розв'язування методичних задач, що ґрунтується на теоретичній і практичній готовності до викладання предмета. Однією зі складових методичної компетентності вчителя математики є ефективне навчання учнів доводити математичні твердження.

Наразі проблемою формування методичної компетентності майбутніх учителів математики активно займаються вчені - методисти І. А. Акуленко, Б. О. Бурда, О. І. Скафа, Н. А. Тарасенкова, О. С. Чашечникова, В. О. Швец та ін. Проблемі формування методичної компетентності майбутніх учителів математики з навчання учнів геометрії присвячено дисертаційне дослідження О. І. Матяш (Матяш, 2014).

Водночас, питання вдосконалення фахової підготовки майбутніх учителів математики у різних його аспектах залишається актуальним. Отже, **метою статті** є з΄ясування й експериментальна перевірка умов ефективного формування складової методичної компетентності майбутніх учителів математики щодо навчання учнів доводити математичні твердження.

2. Методологія та методи. У якості емпіричного матеріалу використано авторські методичні розробки з досліджуваної теми, включаючи тестові завдання, завдання для самостійної та індивідуальної роботи, матеріали сучасних підручників з математики для закладів середньої освіти. У якості методів, які дозволили дійти висновків щодо ефективності експериментальної роботи використано аналіз нормативних освітніх документів, педагогічне спостереження, анкетування студентів, бесіди з учителями і викладачами, аналіз модульних контрольних робіт з фахової дисципліни «Шкільний курс математики і методика його навчання», математична обробка результатів експериментальної роботи.

3. **Результати та дискусії.** Метою проведення педагогічного експерименту виявилася перевірка умов ефективного формування складової методичної компетентності майбутніх учителів математики щодо навчання учнів доводити математичні твердження. Зазначений експеримент проводився протягом I семестру 2019 - 2020 навчального року (18 навчальних тижнів) на базі фізико – математичного факультету Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К.Д. Ушинського; до нього були залучені студенти 4 курсу спеціальностей «математика – англійська мова», «математика - інформатика», «математика - фізика» (експериментальні групи (ЕГ), разом 25 студентів), і «фізика - математика», «інформатика - математика» (контрольні групи (КГ), разом 18 студентів). Вдосконалення фахової підготовки майбутніх учителів математики щодо навчання учнів доводити математичні твердження відбувалося при викладанні дисципліни «Шкільний курс математики і методика його навчання» в розділі «Методика навчання геометрії» в експериментальних групах.

Опис педагогічного експерименту. Перш за все, необхідно було домогтися розуміння студентами, що під навчанням учнів доводити математичні твердження розуміється навчання готових доведень, які пропонуються вчителем або авторами підручників, а також навчання самостійному пошуку доведень тверджень (Слєпкань, 2000: 75). Проблему навчання доведень доцільно розчленовують на декілька методичних завдань, які розв’язуються послідовно: 1)вивчення готових доведень, уміння відтворювати їх; 2) самостійна побудова учнями доведень за аналогією з вивченим; 3) пошук і виклад доведень способом, указаним учителем; 4) самостійний пошук і проведення учнями доведень математичних тверджень.

Майбутні учителя математики мають усвідомити, що необхідно проводити пропедевтичну роботу з учнями щодо доведень тверджень, починаючи з початкової школи, виховуючи звичку все пояснювати, обґрунтовувати, доводити. Наприклад.

У ч и т е л ь: Чому ти вважаєш, що число 2001 ділиться на 3?

У ч е н ь: Оскільки сума цифр цього числа дорівнює 3. А якщо сума цифр числа ділиться на 3, то і саме число ділиться на 3.

У ч и т е л ь: Чому дріб 4/7 – правильний?

У ч е н ь: Тому що чисельник цього дробу менше знаменника, тому за означенням дріб правильний.

Автори сучасних підручників 5-6 класів активно залучають у задачний матеріал завдання, спрямовані на формування в учнів культури доказових міркувань. Наприклад, у підручнику «Математика, 6 клас» (Істер, 2014: 177), зустрічаємо таке завдання: «Чи є правильним твердження? Чому?

1) Якщо два числа рівні, то їх модулі теж рівні;

2) якщо модулі двох чисел рівні, то ці числа рівні».

Систематична робота з навчання учнів доводити математичні твердження починається з 7 класу; при цьому студенти мають пам´ятати, що розуміння учнями доведень, що пропонуються на уроці вчителем і представлені у підручнику, вміння відтворювати готові доведення теореми або формули – тільки перший, але важливий рівень навчання доведень, і головними моментами у цій роботі є такі: 1) усвідомлення вихідних положень (даних) і вимог теореми (задачі); 2) розуміння основної ідеї і системи розгортання доведення; 3) розуміння методу, яким здійснюється доведення; 4) виділення основних етапів доведення, чітке усвідомлення всіх аргументів доведення. Також майбутні вчителі математики мають вміти виконувати логіко – математичний аналіз доведення, наприклад: *теорема - ознака вписаного чотирикутника* (якщо сума протилежних кутів чотирикутника дорівнює 180°, то навколо нього можна описати коло). *Доведення*: нехай в чотирикутнику ABCD $\angle B + \angle D = 180^{\circ}$. Опишемо коло навколо трикутника ABC і доведемо, що вершина D не може лежати ні всередині цього кола, ні поза нього.

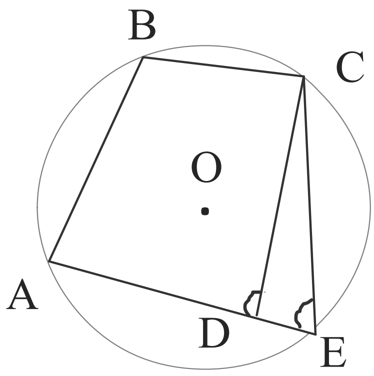

Рис. 1

1) Нехай точка D лежить всередині кола, а точка E – точка перетину променя AD з дугою AC (рис. 1). Тоді чотирикутник ABCE – вписаний. За умовою $\angle B + \angle D = 180^{\circ}$, а за властивістю вписаного чотирикутника $\angle B + \angle \mathrm{E} = 180^{\circ}$, тобто ∠D=∠E. Проте кут D чотирикутника ABCD – зовнішній кут трикутника CDE і, за теоремою про зовнішній кут трикутника, має бути більше кута E. Отже, ми прийшли до суперечності, тобто т. D не може лежати всередині кола. 2) Аналогічними міркуваннями можна довести, що т. D не може лежати поза колом. Отже, т. D лежить на колі, тобто навколо чотирикутника ABCD можна описати коло. Теорема доведена.

Проведемо аналіз доведення:

1) за послідовністю міркувань: синтетичне;
2) за загальнологічною основою: непряме (застосовано метод від супротивного), по частинах;
3) за формою умовиводу: індуктивне доведення (розглянуто два випадки, що вичерпують усю множину можливих випадків щодо даної ситуації – метод повної індукції; всередині кожного випадку застосовано дедуктивні міркування, оскільки посилаємося на доведені факти - теореми);

4) в залежності від використання математичних теорій: за допомогою властивості зовнішнього кута трикутника; за властивістю вписаного чотирикутника.

Важливо довести до розуміння майбутніми вчителями, що другий, найважливий рівень – навчання учнів доводити твердження самостійно. Можна виділити наступні компоненти, що входять в уміння самостійно доводити теореми і задачі на доведення: 1) підведення об'єктів під поняття; 2) знання необхідних і достатніх ознак понять, про які йде мова у висновку теореми; 3) вибір ознак понять, що відповідають даним теореми (умові); 4) виконання дії розгортання умови. Так, наприклад, на практичних заняттях ми виокремлювали зі студентами достатні умови рівності відрізків:

1) підведення під означення – показати, що довжини відрізків рівні (координатним методом, або за допомогою скалярного добутку обчислити довжини відповідних векторів);
2) пошук трикутників, елементами яких є відрізки, що порівнюються, і доведення їх рівності;
3) знаходження руху, який переводить один відрізок у другий;
4) використання властивостей рівності відрізків в деяких фігурах: протилежні сторони паралелограма рівні; діагоналі прямокутника рівні; бічні ребра призми рівні та ін.

Наголошуємо студентам, що такі набори достатніх умов для підведення під найважливіші поняття накопичуються і систематизуються по мірі вивчення учнями геометрії.

Також на уроках узагальнення і систематизації знань важливо з точки зору розвитку логічного мислення учнів ознайомити їх з прикладами ***софізмів.*** Автори сучасних підручників активно залучають софізми, наприклад (Тарасенкова, 2018: 82): знайдіть помилку в міркуваннях: «Розглянемо правильну числову рівність: 35 + 10 – 45 = 42 + 12 – 54. Застосуємо розподільний закон: 5 · (7 + 2 – 9) = 6 · (7 + 2 – 9). Поділимо обидві частини цієї рівності на множник (7 + 2 – 9). Одержимо: 5 = 6».

Вкрай важливим є сформувати у майбутніх учителів математики уміння реалізовувати наступні етапи роботи з учнями над математичним твердженням: 1) підготовча робота (актуалізація опорних знань, створення проблемної ситуації, мотивація терміна, експеримент, висування гіпотези та ін.); 2) формулювання теореми (аналіз умови, побудова рисунка, короткий запис «дано – довести»); 3) доведення теореми; 4) закріплення доведення; 5) застосування й узагальнення теореми.

З метою обговорення у колі фахівців досліджуваної проблеми автором цієї статті проводилася відкрита лекція з дисципліни «Шкільний курс математики і методика його навчання», на якій було розглянуто реалізацію цих етапів на прикладі вивчення теореми про три перпендикуляри (ТТП).

1) *Підготовча робота*. Задача: дано прямокутний $\Delta\,\mathrm{ABC}\;(\angle\mathrm{B} = 90^{\circ})$. До площини цього трикутника проведено перпендикуляр МА (рис. 2). Знайдіть відстань від точки М до прямої ВС, якщо відрізок МС становить 10 см, а довжина катету СВ дорівнює 6 см.

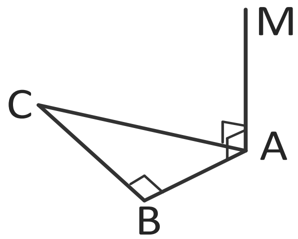

Рис. 2

Природно, має виникнути питання: а що є відстанню від точки до прямої? Це довжина перпендикуляра, опущеного з цієї точки до даної прямої. Отже, треба з т. М опустити перпендикуляр на СВ. Куди ж він «попаде»? Може, це і є відрізок СМ? У такий спосіб створюється *проблемна ситуація*, що демонструє учням недостатність теоретичних фактів для розв'язування цієї задачі. Далі вчитель має показати просторову модель, що ілюструє ТТП. Звертаємо увагу учнів на той факт, що якщо сполучити точки М і В, то одержимо: МА – перпендикуляр до площини (АВС), МВ – похила до цієї площини, АВ – проекція похилої MB на площину (ABC), т. B – основа похилої, через яку проведено точку B, причому – $AB \perp BC$. Дивлячись на модель, разомом з учнями висуваємо гіпотезу: здається, MB також перпендикулярна до BC! «Отже, спробуємо довести цей факт», - говорить учитель, і починається другий етап: формулюється твердження.

2) *Аналіз формулювання теореми*. Теорема ($A \Rightarrow B$): якщо пряма, що проведена на площині через основу похилої, перпендикулярна її проекції, то вона перпендикулярна і похилій.

Вчитель, звертаючись знову до моделі (яку обов'язково треба «пропустити по рядах»), *мотивує термін*: дійсно, маємо три перпендикуляри, і дивлячись на модель, зображуємо цю ситуацію на рисунку (рис. 3):

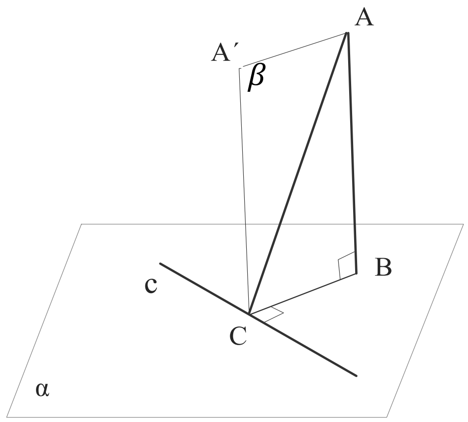

Рис. 3

3) *Доведення теореми* (оформлюємо покроково):

1. Проведемо пряму CA´, паралельну прямій AB.

2. $CA' \perp \alpha$ (за теоремою – властивістю перпендикулярних прямої і площини). Отже, $CA' \perp c$ (за означенням перпендикулярних прямої і площини).

3. CA' і AB задають пл. β.

4. $CA' \perp c$, $CB \perp c$, отже $c \perp \beta$ (за ознакою перпендикулярності прямої і площини).

5. Оскільки $AC \in \beta$, то $AC \perp c$ (за означенням перпендикулярних прямої і площини).

Представлене доведення демонструє синтетичний метод (за послідовністю міркувань), який не вскриває хід думки. Дійсно, при такому підході не обґрунтовано додаткову побудову; в учнів природно має виникнути запитання: чому треба провести пряму CA' паралельно прямій AB? Як треба здогадатися, що починати потрібно саме з цього? Для *свідомого* засвоєння такого доведення вчителю слід розпочати з *висхідного аналізу,* проведеного у формі *евристичної бесіди*.

Учитель. Як можна довести факт перпендикулярності двох прямих?

Учень. Можна довести, що вони перетинаються під прямим кутом.

Учитель. Так, але, користуючись означенням, іноді важко встановити градусну міру кута між прямими. Можна також «помістити» ці прямі в прямокутний трикутник. А ще можна помістити пряму AC в площину, яка напевно перпендикулярна прямій c (тоді AC буде перпендикулярна c за означенням перпендикулярних прямої і площини). За ознакою перпендикулярних прямої і площини треба мати дві прямі в цій площині, що перпендикулярні прямій c. Одна така пряма в нас є, це пряма CB (за умовою). Потрібна ще одна пряма, перпендикулярна c. Якщо така пряма буде перпендикулярна пл. α, вона буде перпендикулярна і прямій c (за означенням перпендикулярних прямої і площини). Тоді ця пряма має проходити через т. C і бути паралельною прямій AB (тоді за теоремою – властивістю перпендикулярних прямої і площини ця пряма буде перпендикулярна пл. α). Отже, проведемо пряму CA', паралельну прямій AB.

У такий спосіб *обґрунтовується додаткова побудова, і намічається план доведення*. І далі вже проводиться доведення, і учні записують у зошиті короткий запис доведення з обґрунтуванням.

4) *Закріплення доведення.* Цей етап реалізується у процесі доведення оберненої теореми, яку можна сформулювати за допомогою учнів (у 10 класі вони вже обізнані з поняттям «обернене твердження»), попередньо звернувшись до моделі, і висунувши гіпотезу. Доведення цього факту аналогічне попередньому, тому школярі можуть провести його самостійно. Робота з

оберненим твердженням розвиває логічне мислення учнів, інтерес до доказових міркувань. Корисно також переформулювати пряме і обернене твердження за допомогою термінів «необхідно», «достатньо», «необхідно і достатньо», «тоді і тільки тоді», «якщо, і тільки якщо».

5) *Застосування та узагальнення теореми*. Перш за все, слід повернутися до вихідної задачі, за допомогою якої було створено проблемну ситуацію. Тепер теоретичних фактів вистачає: за ТТП робимо висновок, що CB ⊥ MB, тому перпендикуляр MB і є відстанню від т. M до прямої BC. Його довжину неважко знайти із прямокутного Δ MBC.

Корисно дати *опорні задачі*, що вирішуються за допомогою ТТП, наприклад, таку: через центр вписаного у трикутник кола проведено пряму, перпендикулярну площині трикутника. Доведіть, що кожна точка цієї прямої рівновіддалена від сторін трикутника.

Варто зауважити, що в деяких сучасних підручниках геометрії для 10 класу автори приймають узагальнений підхід до визначення перпендикулярності у просторі: перпендикулярними можуть бути і мимобіжні прямі (Мерзляк, 2019; 151). Тому узагальнену ТТП формулюємо з учнями так: якщо пряма, яка належить площині, перпендикулярна проекції похилої до цієї площини, то вона перпендикулярна й до самої похилої. Справедливим є і обернене твердження.

Варто довести до відома майбутніх учителів, що закріплення теореми може відбуватися і при доведенні її іншим способом: за рис. 4 старшокласники можуть самостійно здогадатися і провести доведення ТТП.

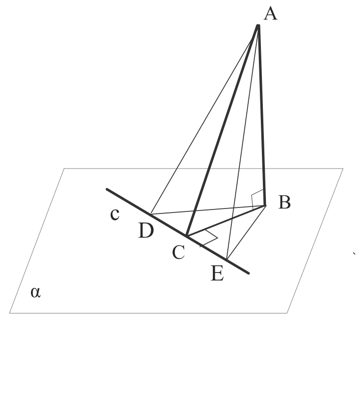

Рис. 4

Доведення:

1. Відкладемо від т. С рівні відрізки CD і CE. Сполучимо т. В з т. Е і т. В з т.D. Δ BDC є рівнобедрений, оскільки медіана СВ є висотою.

2. Отже, BE=BD. Тому $\Delta AEB = \Delta ADB$ за двома катетами.

3. З цього слідує, що AE=DE як відповідні сторони рівних трикутників. Тому ΔADE рівнобедрений, а значить, медіана AC є висотою, тобто $AC \perp DE$ (за властивістю рівнобедреного трикутника). Теорему доведено.

Варто обговорити зі студентами, що ТТП можна доводити також ще й методом від супротивного, векторним, за допомогою теореми, оберненої до теореми Піфагора.

На практичних заняттях разом із здобувачами вищої освіти нами було зроблено узагальнення щодо застосовувань учителем на уроці різних способів доведень тверджень:

1) з метою підвищення інтересу учнів до доказових міркувань; тоді доведення різними способами може відбуватися на одному уроці або інший спосіб може бути поданий для розбору додому, у тому числі для самостійного пошуку доведення (за готовим рисунком або без підказки);
2) у зв’язку з вивченням нової теми задля її закріплення: можна подати інший спосіб доведення теореми, що вже була розглянута на попередніх уроках, або навіть у попередніх класах;
3) для застосування даної теореми, оскільки доведення цієї ж теореми іншим способом є одним із варіантів закріплення теореми;
4) для реалізації диференційованого навчання як спосіб врахування індивідуальних можливостей учнів, їхніх потреб у подальшому навчанні;
5) як дієвий засіб розвитку логічного мислення учнів, оскільки зазвичай різні способи доведення теорем засновані на використанні різних достатніх умов того чи іншого поняття.

Зазначимо, що за наведеною послідовністю може бути організована робота над твердженнями і з курсу алгебри (Нєдялкова, 2020).

Рис. 5. Методи доведення теорем

Рис. 6. Софізм

З метою зацікавлення студентів та урізноманітнення форм і методів навчання автором цієї статті було розроблено QR – словник понятійного апарату теми, що розглядається, приклади яких зображено на рис. 5 і рис. 6; систему тестових завдань і завдань для самостійної та індивідуальної роботи, які підтримують фахову дисципліну «ШКМ і методика його навчання», із – поміж яких:

1. Розглянемо рівняння: $(\sqrt{3x+4})^2 = (\sqrt{x-2})^2$. Розв'язання: $3x+4=x-2$, звідки x= -3. Однак перевірка показує, що -3 не є коренем вихідного рівняння. Відповідь: $\emptyset$. У чому причина появи стороннього кореня?

А	Невірно застосовано теорему про рівносильність рівнянь
Б	Розширення області визначення
В	Звуження області визначення
Г	Розв'язання невірне

2. Оберіть невірне твердження:

А	Для того, щоб трапеція була рівнобедреною, необхідно і достатньо, щоб вона була вписана в коло
Б	Якщо паралелограм вписаний в коло, то він є прямокутником
В	В ромб можна вписати коло, тільки якщо він квадрат
Г	Якщо в паралелограм вписане коло, то він є ромбом

3. Розглянемо твердження:

Чотирикутник ABCD – паралелограм $\Leftrightarrow$ $\forall$ т. Q : $\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QC} = \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QD}$ (рис. 7).

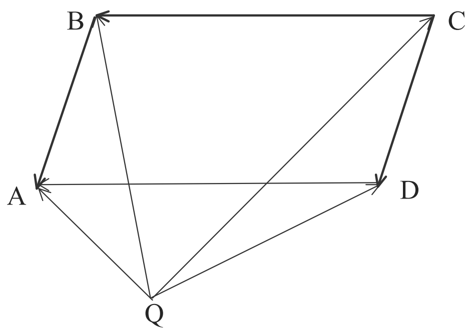

Рис. 7

Доведення:

1) Нехай $\overrightarrow{QA}+\overrightarrow{QC}=\overrightarrow{QB}+\overrightarrow{QD}$. Доведемо, що ABCD – паралелограм.

$\underbrace{\overrightarrow{QA}-\overrightarrow{QB}}_{\overrightarrow{BA}}=\underbrace{\overrightarrow{QD}-\overrightarrow{QC}}_{\overrightarrow{CD}}$, тобто $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD} \Rightarrow \left|\overrightarrow{BA}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right| \Rightarrow AB=CD.$

$\underbrace{\overrightarrow{QA}-\overrightarrow{QD}}_{\overrightarrow{DA}}=\underbrace{\overrightarrow{QB}-\overrightarrow{QC}}_{\overrightarrow{CB}}$, тобто $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB} \Rightarrow \left|\overrightarrow{DA}\right|=\left|\overrightarrow{CB}\right| \Rightarrow DA=CB.$

$$\left.\begin{matrix} AB=CD \\ DA=CB \end{matrix}\right\} \Rightarrow ABCD - \text{паралелограм за ознакою.}$$

Яку частину твердження було доведено: необхідність або достатність? Проведіть доведення другої частини вихідного твердження. Охарактеризуйте проведене доведення за різними ознаками.

Аналіз результатів педагогічного експерименту. Успішність у навчанні з розділу «Методика навчання геометрії» фахової дисципліни «ШКМ і методика його навчання» студентів експериментальних груп виявилась кращою, порівняно з успішністю студентів контрольних груп (див. табл. 1).

На нашу думку, дані таблиці 1 засвідчують ефективність і корисність проведеної роботи щодо вдосконалення фахової підготовки майбутніх учителів математики відносно навчання школярів доводити математичні твердження. Під час викладання дисципліни «Шкільний курс математики і методика його навчання» (розділ «Методика навчання геометрії») студентам контрольних груп було здійснено дещо формальний підхід: поряд із реалізацією традиційного навчання цієї теми (демонстрація значущості теми, виконання логіко-математичного аналізу твердження, показ етапів роботи над теоремою та ін.) не використовувались авторські розробки щодо етапів роботи над конкретними теоремами, тестових завдань, завдань для самостійної та індивідуальної роботи студентів; не проводилося ґрунтовної роботи над достатніми умовами понять, методами доведень теорем, прийомами закріплення теорем та ін.; значно менше використовувалися інтерактивні та інформаційні технології навчання.

Таблиця 1.

Порівняльний аналіз успішності студентів експериментальних і контрольних груп за результатами модульних контрольних робіт

Назви модульних контрольних робіт курсу	Рівні опанування студентами окремих тем курсу							
	низький		середній		достатній		високий	
	Кількість студентів (у %)							
	ЕГ	КГ	ЕГ	КГ	ЕГ	КГ	ЕГ	КГ
МКР з теми: «Начала систематичного курсу геометрії. Матеріал курсу планіметрії 7 класу»	4 (16%)	4 (22%)	5 (20%)	10 (56%)	11 (44%)	3 (16%)	5 (20%)	1 (6%)
МКР з теми: «Многокутники. Геометричні перетворення на площині»	-	3 (17%)	9 (36%)	5 (28%)	12 (48%)	8 (44%)	4 (16%)	2 (11%)
МКР з теми: «Декартові координати і вектори на площині»	2 (8%)	3 (17%)	6 (24%)	5 (28%)	10 (40%)	8 (44%)	7 (28%)	2 (11%)
МКР з теми: «Геометричні величини у планіметрії»	5 (20%)	4 (22%)	8 (32%)	7 (39%)	9 (36%)	7 (39%)	3 (12%)	-

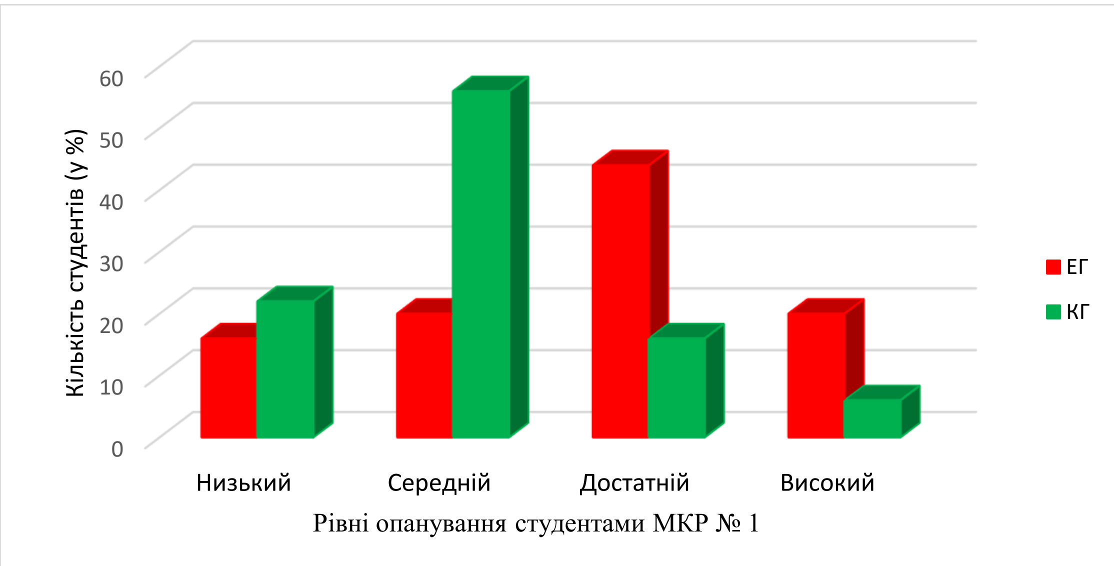

Рис. 8. Порівняльний аналіз рівнів опанування студентами МКР № 1

Наведені дані за кожною із модульних контрольних робіт можна наочно подати у вигляді діаграми (рис. 8).

З точки зору реалізації компетентнісного підходу до професійної підготовки майбутніх учителів математики варто відзначити ефективне формування таких фахових компетентностей: здатність формувати предметні компетентності в галузі математики у тих, хто навчається; здатність аналізувати, моделювати, досліджувати і презентувати досвід навчання; здатність володіти термінологією за фахом та комунікативно-мовленнєвими засобами; здатність до організації дистанційної, самостійної, позакласної та позашкільної роботи з математики; здатність здійснювати об’єктивний контроль і оцінювання рівня навчальних досягнень учнів з математики.

Висновки. Проведене дослідження дозволяє стверджувати, що вдосконалення фахової підготовки і формування відповідної складової методичної компетентності майбутніх учителів математики щодо навчання учнів доводити математичні твердження ефективно реалізується при дотриманні наступних умов:

1) усвідомлення майбутніми вчителями математики ролі та значущості формування в учнів культури доказових міркувань;

2) розуміння ролі, сутності пропедевтики навчання учнів доводити математичні твердження та вміння її здійснювати;

3) набуття студентами глибоких і міцних знань (щодо логічних основ ШКМ, методів доведень теорем, принципів, методів, прийомів навчання школярів готових доведень та самостійного пошуку учнями доведень математичних тверджень) та вмінь їх реалізовувати;

4) дотримання майбутніми вчителями математики основних етапів роботи з теоремами та їх доведеннями, здійснення творчого підходу до можливих шляхів їх реалізації;

5) усвідомлення студентами значущості та доречності з методичної точки зору застосування різних способів доведень теорем на уроках математики і вміння їх реалізовувати;

6) набуття майбутніми учителями математики практичного досвіду правильної організації вивчення здобувачами середньої освіти математичних тверджень та їх доведень в курсах алгебри та геометрії (під час практичних занять, семінарів, лабораторних робіт, конференцій, педагогічної практики тощо);

7) урізноманітнення викладачем фахових дисциплін методів, засобів, форм організації навчальної діяльності студентів, зокрема залучення інформаційних, інтерактивних технологій, завдань в тестовій формі, дослідницьких та проблемних завдань та ін.

Перспективу подальших досліджень ми вбачаємо у визначенні умов ефективного формування інших складових методичної компетентності майбутніх учителів математики.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Істер О. С. Математика. 6 клас : підруч. для загальноосвіт. навч. закладів. Київ : Генеза, 2014. 296 с.
2. Матяш О. І. Формування методичної компетентності з навчання геометрії майбутніх учителів математики: дис... д-ра пед. наук: спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Ольга Іванівна Матяш – Київ, 2014. 568 с.
3. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія : початок вивч. на поглиб. рівні з 8 кл., проф. рівень : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків : Гімназія, 2019. 240 с.
4. Нєдялкова К. В. Навчання учнів доводити математичні твердження як складова методичної компетентності вчителя математики // Science, society, education: topical issues and development prospects. Abstracts of the 5th International scientific and practical conference. Kharkiv, Ukrain. 2020. Pp. 463 – 470. URL: http://sci-conf.com.ua.
5. Скворцова С. О. Підготовка майбутніх учителів початкових класів до навчання молодших школярів розв’язувати сюжетні математичні задачі : монографія. Харків : «Ранок-НТ», 2013. 331 с.

6. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. Київ : Зодіак-ЕКО, 2000. 512 с.

7. Тарасенкова Н. А. Математика. 5 кл. : підруч. для закладів загальної середньої освіти / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. П. Бочко, О. М. Коломієць, З.О. Сердюк. Вид. 2-ге, доопр. Київ : Видавничий дім «Освіта», 2018. 240 с.

REFERENCES:

1. Ister, O. S. (2014). *Matematyka. 6 klas [Math. 6th grade]*. Kyiv: Heneza [in Ukrainian].

2. Matiash, O. I. (2014). *Formuvannia metodychnoi kompetentnosti z navchannia heometrii maibutnikh uchyteliv matematyky: dys... d-ra ped. nauk [Formation of methodical competence in teaching geometry to future teachers of mathematics: dis ... Dr. ped. science]*. Kyiv [in Ukrainian].

3. Merzliak, A. H., Nomirovskyi, D. A., Polonskyi, V. B., Yakir, M. S. (2019). *Heometriia: pidruch. dlia 11 kl. [Geometry. Textbook for 11th grade]*. Kharkiv : Himnaziia [in Ukrainian].

4. Niedialkova, K. V. (2020). *Navchannia uchniv dovodyty matematychni tverdzhennia yak skladova metodychnoi kompetentnosti vchytelia matematyky [Teaching pupils to prove mathematical statements as part of the methodical competence of a mathematics teacher]*. Kharkiv [in Ukrainian].

5. Skvortsova, S. O. (2013). *Pidhotovka maibutnikh uchyteliv pochatkovykh klasiv do navchannia molodshykh shkoliariv rozviazuvaty siuzhetni matematychni zadachi [Preparing future primary school teachers to teach junior pupils to solve story math problems]*. Kharkiv: Ranok-NT [in Ukrainian].

6. Sliepkan, Z. I. (2000). *Metodyka navchannia matematyky [Methods of teaching mathematics]*. Kyiv: Zodiak-EKO [in Ukrainian].

7. Tarasenkova, N. A. (2018). *Matematyka. 5 kl [Math. 5th grade]*. Kyiv: Vydavnychyi dim «Osvita» [in Ukrainian].