

## ПІДГОТОВКА МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ДО ФОРМУВАННЯ ПОНЯТЬ В УЧНІВ: ПСИХОЛОГО-ДИДАКТИЧНИЙ АСПЕКТ

*Тамара Коростіянець  
Катерина Недялкова*

**Вступ.** На сучасному етапі розвитку шкільної математичної освіти основні зміни пов'язуються з переглядом цілей навчання у контексті компетентнісного підходу: основною метою стає формування у здобувачів середньої освіти однієї з ключових компетентностей – вміння вчитися впродовж життя. Засобом розвитку цього вміння стає формування у учнів певних навчальних дій, у зв'язку з чим актуальною залишається проблема ефективного використання вчителем психолого-педагогічних основ формування математичних понять. Найпотужнішим ресурсом у цьому плані є теорія і практика формування понятійного мислення, зокрема на уроках математики.

**Огляд останніх публікацій за темою.** Проблема формування понятійного мислення у здобувачів середньої освіти на уроках математики вже тривалий час є у центрі уваги науковців, методистів, учителів – практиків, що обумовлюється специфічними властивостями математики як науки і як навчального предмету з точки зору можливостей для розвитку мислення учнів, насиченості понятійного апарату, глибоких внутрішньопредметних зв'язків, прикладної значущості тощо. Психолого – педагогічними основами формування математичних понять у школярів ґрунтовно займалися такі вчені – методисти, як-от: П. Я. Гальперін, Э. Г. Гельфман, Н. М. Рогановский, Г. І. Саранцев, М. А. Холодна, З. І. Слепкань та ін. Однак, на жаль, сучасних розробок у цьому напрямі небагато, особливо що стосується психолого – дидактичних аспектів зазначеної проблеми; водночас, саме знання вчителем психолого – дидактичних основ формування математичних понять забезпечує якість і ефективність такого процесу.

Проблемами професійної підготовки і, зокрема, формування різних складових методичної компетентності майбутніх учителів математики продовжують займатися сучасні вчені – методисти І. А. Акуленко, Б. О. Бурда, О. І. Матяш, О. І. Скафа, С. О. Скворцова, Н. А. Тарасенкова, О. С. Чашечникова, В. О. Швець та ін. Наразі, постає проблема пошуку шляхів вдосконалення фахової підготовки майбутніх учителів математики щодо свідомого урахування ними у професійній діяльності психолого – дидактичних аспектів формування в учнів математичних понять.

**Метою дослідження** є з'ясування психолого – дидактичних засад формування математичних понять у здобувачів середньої освіти і розробка напрямів вдосконалення фахової підготовки майбутніх учителів математики у контексті зазначеної проблеми.

**Виклад основного матеріалу.** Термін "понятійне мислення" ввів Л. С. Виготський (1984), в працях якого зроблено наступний висновок: мислення людини залежить від вміння бачити справжню сутність явища; можливості знайти причину того, що відбувається; вміння передбачати наслідки; навичок роботи з інформацією і вміння її систематизувати; здатності вибудовувати повну картину навколишньої дійсності. Дійсно, саме характер засвоєння понять безпосередньо впливає на особливості усвідомлення учнями свого ставлення до дійсності. Завдяки поняттям, на думку Л. С. Виготського, учні розуміють зв'язки, відносини, взаємозалежності, розширюється середовище їхньої свідомості, запам'ятовування починає спиратися на смислові зв'язки, увага набуває довільного характеру, засвоюється історично сформований досвід людства, "зміст мислення стає внутрішнім переконанням особистості, її інтересом, бажанням і наміром, починається самопізнання" (Виготський, 1984, с. 71). Понятійне мислення – мислення, користуючись яким людина в процесі рішення задач звертається до понять, виконує дію у розумі, безпосередньо не має справи з досвідом, що

одержується за допомогою органів почуттів. Вона шукає розв'язання задачі у розумі, користуючись готовими знаннями, здобутими іншими людьми, вираженими у понятійній формі, судженнях, умовиводах.

Відтак, перед майбутніми вчителями математики постає завдання навчитися формувати понятійне мислення в учнів як умову формування різних навчальних дій. У методичних дослідженнях розглядаються елементи цієї діяльності. Так, наприклад, на думку Н. М. Рогановського (Рогановський, 1990, с. 51), підготовка вчителя до формування понятійного мислення повинна включати розвиток умінь організовувати роботу з розчленовування ознак об'єктів, по варіюванню несуттєвих ознак поняття, роз'яснення сутності кожного з них, встановлення зв'язків між ними, визначення місця тієї чи іншої ознаки в системі інших ознак, виділення властивостей відповідно до поставлених задач. У зв'язку з цим З. І. Слєпкань (1983) звертає увагу на те, що для успішної роботи з ознаками понять корисно включати в програму підготовки майбутніх учителів знайомство з роботами психологів, присвяченими вивченню розумової діяльності учнів, спрямованої на вивчення властивостей понять. В. А. Далінгер (1993) виділяє змістовні, операційні, методичні та організаційні внутрішньопредметні зв'язки між поняттями; розглядає логіко-математичні зв'язки між різними поняттями алгебри. Усвідомлення таких зв'язків, вміння залучити учнів до їх встановлення допоможе майбутнім учителям впізнавати і конструювати дидактично збагачену систему задач.

Як зазначають Е. Г. Гельфман, Н. В. Метельський, В. В. Рєп'єв, Н. М. Рогановський та інші вчені - методисти (2003), майбутній учитель повинен знати можливі помилки учнів при навчанні поняттям:

1. Помилки, викликані відсутністю у школяра образів, адекватних відповідному математичному поняттю:

а) структура образу, що виник, не відповідає змісту вихідного математичного поняття;

б) відсутні необхідні перетворення в структурі образу, що виник, - відсталість, адинамічність образної системи;

в) у процесі оперування математичними поняттями образи взагалі не виникають.

2. Помилки, пов'язані з недоліками в організації змісту даного математичного поняття:

а) відсутність у змісті даного поняття в учнів повного набору необхідних властивостей;

б) необхідні властивості представлені в змісті поняття в повному обсязі, проте ці властивості не систематизовані.

3. Помилки, пов'язані з недостатньою активністю операції конкретного аналізу. У цих випадках в учнів відсутня внутрішня установка на аналіз умов задачі, на виділення і співвіднесення окремих компонентів у реальній структурі задачі, яка постає перед учнями як щось фіктивне, нерозчленоване.

4. Помилки, пов'язані з роздвоєністю поняття. У випадку різного способу введення одного і того ж поняття на різних етапах навчання замість поглиблення сформованого поняття, розширення системи його властивостей нерідко має місце роздвоєність поняття.

5. Помилки, викликані відсутністю зв'язку математичного поняття зі змістом відповідного предметно-конкретного досвіду дитини:

а) поняття інтерпретуються прикладами, неадекватними змісту поняття;

б) учні не можуть співвіднести практичну задачу зі своїми теоретичними знаннями з області математики.

6. Помилки, пов'язані з відсутністю системності в знаннях, тобто кожне математичне поняття існує ізольовано, воно не включено в загальну систему понять.

7. Помилки, пов'язані з орієнтацією дитини не на зміст відповідного математичного поняття, а на його словесну оболонку, тобто має місце реакція на слово, а не на зміст поняття.

Змістовне засвоєння понять - це розгорнутий у часі процес, в якому можуть бути виділені певні етапи руху думки. Тому, як визначають П. Я. Гальперін (1985), М. А. Холодна, Г. І. Саранцев, З. І. Слєпкань й інші дослідники (2003), майбутні вчителі повинні володіти психолого-педагогічним досвідом, який присвячений етапам формування математичних понять. Огляд досліджень, пов'язаних з підготовкою майбутніх учителів математики до формування понятійного мислення як однієї з психологічних основ формування навчальних дій, дозволяє зробити висновок, що ця діяльність передбачає знання особливостей структури понятійного мислення, усвідомлення вимог до формування понять, розуміння труднощів учнів при вивченні різних понять і причин їх виникнення, вміння конструювати зміст освіти, спрямований на формування понять, уміння добирати методи введення його в практику. Засобом формування математичних понять може бути спеціально сконструйований зміст математичної освіти; причому майбутній учитель математики повинен вміти розпізнавати тексти, спрямовані на формування математичних понять і усвідомлювати способи конструювання таких текстів.

Велику роль в такій підготовці студентів грає фахова дисципліна "Методика навчання математики", яка, з нашої точки зору, повинна мати інтеграційний характер. Мета цього курсу - створити умови для усвідомленого підходу майбутніх вчителів до роботи зі змістом сучасної шкільної математичної освіти. В силу специфіки предмета математики та особливостей організації процесу засвоєння змісту освіти школярами різного віку професійна діяльність учителя математики характеризується, поряд із навчанням доведень математичних тверджень і розв'язувань задач, насамперед, вмінням організувати пізнавальну діяльність учнів при формуванні математичних понять. Г. Г. Гранатов (2004, с. 189) відзначає: "Керуючи процесом розвитку понять у мисленні учнів (студентів), ми керуємо їхньою рефлексією – формуємо рефлексивні вміння". Це передбачає проектний характер задач, що створює умови для різних видів рефлексивної діяльності: ситуативної, ретроспективної, перспективної. *Ситуативна рефлексія* виступає у вигляді "мотивувань", "самооцінок" і забезпечує безпосередню включеність суб'єкта у ситуацію, осмислення її елементів, аналіз того, що відбувається; вона включає здатність співвідносити з предметною ситуацією власні дії, а також координувати і контролювати елементи діяльності відповідно до мінливих умов. *Ретроспективна рефлексія* служить для аналізу вже виконаної діяльності, подій, що мали місце в минулому; рефлексія в даному випадку торкається передумов, мотивів, умов, етапів та результатів діяльності або її окремих етапів, які вже перебувають в минулому, і може слугувати виявленню можливих помилок. *Перспективна рефлексія* включає в себе роздуми про майбутню діяльність, уявлення про хід діяльності, планування, вибір найбільш ефективних способів виконання, прогнозування можливих результатів (Карпов, 2004).

Представимо досвід реалізації такого курсу у контексті проблеми, що розглядається, для студентів фізико-математичного факультету Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К.Д. Ушинського. Як засіб організації пізнавальної діяльності студентів застосовувалися інтегративні навчальні задачі - задачі, які концентрують і збагачують психолого-педагогічні, методичні та предметні знання студентів. Інтеграція в задачах здійснюється за рахунок наявності в тексті математичних, методичних, психолого-педагогічних складових; за допомогою таких задач майбутні вчителі математики мають вчитися вмінню встановлювати зв'язки між процесами, що характеризують психічний розвиток учнів і дидактичними умовами (змістом вправ, їх послідовністю, методами навчання і т. д.) через впізнання текстів із певними психологічними функціями, а також через конструювання таких навчальних текстів, які сприяли б формуванню понятійного мислення у здобувачів середньої освіти.

Проілюструємо вищезначене на прикладі теми "Відсотки". Вибір цього поняття обумовлений тим, що поняття "відсоток" має не тільки теоретичне, а й прикладне значення. З року в рік відзначається, що значна кількість випускників базової і старшої шкіл не можуть впоратися із задачами на процентні обчислення, часто навіть не приступають до їх розв'язування; близько 45% школярів припускаються помилок при вирішенні практико-зорієнтованих задач і задач із реальним сюжетом, пов'язаних із виконанням нескладних процентних розрахунків. Крім того, на думку багатьох дослідників, труднощі у вивченні поняття "відсотки" пов'язані з тією обставиною, що його часто вважають математично тривіальним, а тому при навчанні не враховуються у повній мірі психологічні закономірності його формування. Зауважимо, що всі труднощі учнів старших класів при роботі з цим поняттям мають своє коріння в особливостях засвоєння ними навчального матеріалу курсу математики 5-6-х класів. Саме в цей період в учнів формується поняття "відсоток": виділяються його істотні та несуттєві властивості, встановлюються зв'язки між поняттям "відсоток" та іншими поняттями математики, розглядаються способи вирішення найпростіших задач на процентні розрахунки і т. д.

Представимо комплекс навчальних задач, розроблених авторами, який сприяє формуванню навчальних дій.

*"Задачі-мотивації"*. До них відносяться задачі, які допомагають майбутнім учителям математики усвідомити недостатність знань про формування понять у учнів, зокрема поняття "відсоток"; це можуть бути задачі, що вимагають пояснити причини труднощів учнів, хрестоматійні тексти по формуванню понять, дидактичні матеріали вчителів і т. д.

*"Задачі-розпізнавання"*. Ці задачі сприяють формуванню вміння розпізнавати навчальний матеріал, що створює умови для формування компонентів понятійного мислення, визначати призначення даного навчального тексту з цієї точки зору.

*"Задачі-порівняння"*. Ці задачі стимулюють діяльність студентів з точки зору можливості продуктивного формування математичних понять.

*"Задачі-конструювання"*. Це задачі, що формують уміння конструювати навчальні тексти, спрямовані на формування понять, фрагменти уроків, діагностичні матеріали, спрямовані на визначення рівня сформованості поняття.

Наведемо приклади навчальних задач.

*Задача-мотивація*. "Вирішіть задачу: а) Джинси коштували 900 грн. Ціну на них спочатку збільшили на 10%, а потім зменшили на 10%. Чи змінилася ціна джинсів, а якщо змінилася, то як? б) У розколотому кавуні міститься 99% води. Після його усихання вміст води став становити 98%. У скільки разів усох кавун?"

Які помилки можуть допустити учні при розв'язуванні задач? Які труднощі відчувають учні при вирішенні подібних завдань?"

Такі задачі виконувалися майбутніми вчителями математики в парах. Після обговорення студенти дійшли висновку, що основні труднощі пов'язані з невмінням аналізувати текст задачі і застосовувати ознаки поняття "відсотки".

*Задача-мотивація*. "Проаналізуйте дидактичні матеріали "Помилки і труднощі учнів при засвоєнні теми "Відсотки". Виписати типові помилки, що припускаються учнями при виконанні задач в межах даної теми. Чи характерні виділені Вами помилки тільки для поняття "відсоток"? Щоб відповісти на питання, прочитайте питання лекції "Про помилки учнів при засвоєнні понять", присвячену обговоренню типових помилок, які припускаються учнями при вивченні математичних понять".

В ході виконання задачі студенти виділили такі типові помилки учнів при засвоєнні даної теми:

- в учнів не сформовані вміння переводити інформацію про подану кількість відсотків з однієї форми у іншу;
- учні недостатньо володіють суттєвими властивостями поняття "відсоток";
- школярі не вміють вирішувати різними способами задачі основних типів, пов'язані з поняттям "відсоток";
- діти не виділяють властивість поняття "100%" і не аналізують текст задачі з метою планування способів її вирішення.

Аналіз психолого-педагогічної літератури дозволив майбутнім вчителям математики побачити, що проблемам пошуку труднощів учнів при вивченні понять приділяється увага вчених, що працюють в різних областях. Так наприклад, студенти відзначали, що в дослідженні А. В. Усової (1986) стверджується: "Певні труднощі в засвоєнні понять виникають при відсутності міри у співвідношенні образного, словесно-теоретичного і практично-дієвого компонента при формуванні понять" . Розглядаючи труднощі учнів при засвоєнні понять, багато дослідників звертають увагу на те, що учні не усвідомлюють суттєві властивості поняття, не можуть виділити із низки суттєвих властивостей ті, які є важливими для вирішення даного завдання. Таким чином, майбутні вчителі математики відзначили недоліки у процесі навчання поняттям, зокрема поняттю "відсоток", зробили висновки щодо труднощів учнів при його формуванні. Виконання даної задачі дозволило усвідомити недостатність психолого-педагогічних знань для проведення глибокого аналізу типових помилок учнів. Тим самим була викликана необхідність вивчення теорії формування понятійного досвіду.

Далі необхідно, щоб майбутні вчителі переконалися, що не будь-який зміст математичної освіти сприяє формуванню математичних понять в рамках психолого - дидактичного підходу. Наведемо приклад задачі, яка слугує досягненню цієї мети.

*Задача-розпізнавання.* "Проаналізуйте різні навчально-методичні підходи щодо вивчення математики у 5-6-х класах і дайте відповідь на питання: в якому класі вводиться поняття "відсоток"? яке означення дається поняттю "процент" у кожному з підходів? як встановлюється зв'язок даного поняття з іншими? як виділяються суттєві властивості даного поняття? який із навчально-методичних підходів представляє навчальні тексти, що, на Ваш погляд, сприяє успішному засвоєнню даного поняття? Складіть кластер навчальних текстів (з різних навчально-методичних підходів), які б Ви використовували при формуванні поняття "відсоток". Визначте їх призначення".

Дане завдання носило протокольний і діагностичний характер. Серед запропонованих студентами текстів по темі "Відсотки" були як тексти традиційного характеру, так і тексти психологічно-зорієнтованих моделей навчання. Після аналізу отриманих матеріалів студенти відзначили, що тексти, написані в рамках психологічно-зорієнтованих моделей навчання, більш цікаві дітям, сприяють формуванню навчальних дій, в них використовується практичний досвід учнів, є питання до читача, є способи вирішення поставленої проблеми, автори використовують історичний матеріал, підводять учнів до необхідності введення поняття "відсоток". Однак повне визначення призначення задач викликало у студентів труднощі в зв'язку з недостатністю знань про навчальні тексти, що сприяють формуванню понять. У зв'язку з цим виникла необхідність виділити вимоги до навчальних текстів, що сприяють засвоєнню понять.

Таким чином, майбутні вчителі математики усвідомлювали, з одного боку, необхідність вивчення теоретичних основ формування понятійного мислення, з іншого боку, необхідність вивчення теорії навчальних текстів і практики їх створення як засобу інтелектуального розвитку учнів.

Наступний етап організації проектної діяльності, спрямований на розвиток умінь організовувати навчальну діяльність, пов'язану з формуванням поняття, - вміння розпізнавати навчальні тексти з певними психолого - дидактичними функціями. Діяльність студентів на цьому етапі почалася з проблемної лекції на тему «Компоненти понятійного мислення. Формування математичних понять», у ході якої було виділено компоненти понятійного мислення та запропоновано навчальні задачі, що формують вміння працювати з окремими компонентами понятійного досвіду.

*Задача-конструювання.* "Однією з вимог до організації процесу формування поняття "відсотки" є забезпечення умов для встановлення міжпонятійних зв'язків. Необхідно встановити зв'язки між поняттями "десятковий дріб", "звичайний дріб", "відсоток", "відношення"; зв'язок між поняттями "більше на ...%" - "більше в ... раз". Крім того, повинна бути показана роль поняття "відсоток" у встановленні міжпредметних зв'язків: вирішенням задач, пов'язаних з знаходженням успішності, з концентрацією розчину, з прибутковим податком і т. п. Зокрема, організовується робота по встановленню внутрішньопредметних зв'язків, які мали місце між величинами і виражалися за допомогою раціональних чисел, а тепер їх можна висловити за допомогою відсотків: "збільшити в ... раз" - "збільшити на ... відсотків"; "зменшити в ...раз" - "зменшити на ... відсотків". Досягненню цієї мети слугують наступні два тексти.

Перший текст - "текст встановлення відповідностей":

1. "Заповніть пропуски в таблиці відповідностей:

Збільшити в 2 рази	Збільшити на 100%
Зменшити в ... рази	Зменшити на 50%
Збільшити в 1,5 рази	Збільшити на ...%
Зменшити в ... рази	Зменшити на 60%
Збільшити на 300	...
...	Зменшити на 200%

Які рядки таблиці Ви не змогли заповнити? Чому? Продовжіть цю таблицю".

Другий текст демонструє, в яких життєвих ситуаціях доводиться встановлювати такі відповідності між поняттями (тим самим актуалізується особиста значущість навчального матеріалу).

2. "Які висловлення означають одне і те саме:

а) зарплата підвищилася на  $\frac{1}{3}$ ; б) зарплата збільшилася на 30 гривень; в) зарплата підвищилася на 30%; г) нова зарплата становить 130% від старої; д) зарплата збільшилася в 1,3 рази? "

Підберіть або напишіть навчальні тексти, які сприяють встановленню різних зв'язків між поняттями, пов'язаними з темою "Відсотки".

На наступному етапі проектної діяльності, спрямованому на збагачування досвіду, студентам пропонувалося скласти шаблони-характеристики навчальних текстів, що відносяться до певного типу (було обрано групову форму роботи). Кожна група досліджувала одну із основних характеристик понять та тексти, що сприяють його збагаченню. Для кожного із виділених типів текстів наводилися приклади текстів по темі "Відсотки". Крім того, на цьому етапі вирішувалося питання про послідовність пред'явлення навчальних текстів в процесі формування поняття "відсоток".

У подальшому, на конструктивному етапі проектної діяльності студентам пропонувалося задача, в якій необхідно дати методичну характеристику запропонованого тексту у вигляді рецензії та реконструювати його.

*Задача-порівняння і конструювання.* "Розгляньте фрагмент тексту з підручника для 5 класу (Тарасенкова, 2018, с. 212): Відсотком (процентом) називають одну соту частини.

ЗАПАМ'ЯТАЙТЕ! Коротко записують: 1 %. Знак % замінює слово «відсоток».  $1\% = 1/100 = 0,01$ . Наприклад, 1/100 гривні (0,01 гривні) — це 1 копійка, тому 1 копійка — це 1 % гривні". Доповніть або змініть текст так, щоб він відповідав психолого - дидактичним вимогам щодо формування понять".

На останньому етапі проектної діяльності - діагностичному - студентам було запропоновано підготувати презентації з тем: "Я допоможу учням бути успішними при вивченні поняття "відсотки"; "Діагностичні матеріали, що створюють умови для перевірки сформованості навчальних дій по темі "Відсотки" (можна було вибрати свою тему).

Розгляд представлених презентацій засвідчив, що студенти навчилися проводити порівняльний аналіз навчально-методичних комплексів по темі "Відсотки" з точки зору психолого - дидактичного підходу і конструювати навчальні тексти з психологічним навантаженням.

**Висновки.** У представленій статті з'ясовано психолого – дидактичні основи формування понятійного мислення здобувачів середньої освіти, знання і дотримання яких учителем у процесі навчання математики є запорукою успішності та ефективності цього процесу. Тому вкрай важливо під час фахової підготовки майбутніх учителів математики досягти усвідомлення ними значущості та сутності психолого – дидактичних основ і етапів формування математичних понять в учнів. Досягненню цієї мети може слугувати використання викладачем комплексів навчальних задач (які містять математичну, методичну, психолого-педагогічну складові), що було продемонстровано на прикладі вивчення теми «Відсотки» у курсі вузівської дисципліни «Методика навчання математики». На думку авторів, у такий спосіб може бути удосконалено процес професійної підготовки майбутніх учителів математики у контексті зазначеної проблеми.

### Список літератури

1. Выготский, Л. С. (1984). Собрание сочинений: в 6 т. Эльконин, Д. Б. (Ред.) Т. 4. *Детская психология*. Москва: Педагогика.
2. Рогановский Н. М. (1990). *Методика преподавания математики в средней школе*. Минск: Высшая школа.
3. Слепкань, З. И. (1983). *Психолого-педагогические основы обучения математике*. Киев: Рад. школа.
4. Далингер, В. А. (1993). *Совершенствование процесса обучения математике на основе целенаправленной реализации внутрипредметных связей*. Омск: ОМИПКРО.
5. Гальперин, П. Я. (1985). *Формирование умственных действий и понятий*. Москва: МГУ.
6. Гельфман, Э. Г., Цымбал, С. Н. (Сост.). (2003). *Психолого-педагогические условия развития понятийного мышления*. Томск: Изд-во ТГПУ.
7. Гранатов, Г. Г. (2004). Приёмы измерения уровня рефлексивности профессионально-педагогического мышления студентов. *Наука. Культура. Образование*, 15/16, 189-190.
8. Карпов, А. В. (2004). *Метасистемная организация уровневых структур психики*. Москва: ИПРАН.
9. Усова, А. В. (1986). *Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения*. Москва: Педагогика.
10. Тарасенкова, Н. А. (2018). *Математика. 5 кл.: підруч. для закладів загальної середньої освіти*. Київ: Видавничий дім «Освіта».