УДК: 514.764

Элементы геометрии касательного расслоения пространства аффинной связности, индуцированной теорией приближений базового пространства

Е.Н. Синюкова

oachepok@ukr.net; Государственное учреждение «Южноукраинский национальный педагогический университет имени К.Д.Ушинского»

Аннотация

На касательном расслоении пространства аффинной связности рассмотрены объекты связности двух видов. Первый из них порождён инвариантной теорией приближений базового пространства, второй получается из первого с помощью операции типа полного лифта. Для соответствующих пространств исследованы взаимосвязи между понятиями геодезической линии, почти геодезической линии, геодезического отображения, почти геодзического отображения.

Ключевые слова: пространство аффинной связности, касательное расслоение, инвариантная теория приближений, финслерова геометрия, полный лифт.

Рассматривается пространство аффинной связности A^n класса $C^r (n > 2, r > 1)$ с объектом связности Γ, который относительно каждой локальной системы коодинат $(x^1, x^2, ..., x^n)$, определяется компонентами $\Gamma^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n)$, $h, j, k = \overline{1, n}$. Строится [2] так называемое расширение объекта связности Γ – объект связности $\widetilde{\Gamma}$, определяемый компонентами $\widetilde{\Gamma}^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n)$,

$$\tilde{\Gamma}^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n) = \Gamma^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n) - \frac{1}{3}R^h_{(jk)\alpha}(x^1, x^2, ..., x^n)y^\alpha,$$

где $h, j, k, \alpha = \overline{1, n}$, $R^h_{jk\alpha}(x^1, x^2, ..., x^n)$ – компоненты тензора кривизны пространства A^n, круглые скобки обозначают симметрирование без деления по заключенным в них индексам. В отличие от компонент объекта Γ, компоненты объекта $\tilde{\Gamma}$ зависят уже от $2n$ переменных, естественно считать, что указанным образом они определены на пространстве касательного расслоения $T(A^n)$. В то же время, исходя из количества компонент $\tilde{\Gamma}^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n)$, расширенную связность $\tilde{\Gamma}$ можно рассматривать как связность на A^n, зависящую не только от точки пространства A^n, но и от касательного элемента в ней. Таким образом, связность $\tilde{\Gamma}$ в некоторой степени аналогична связностям Картана и Бервальда финслеровой геометрии. Связность $\tilde{\Gamma}$ естественням образом возникает в инвариантной теории приближений пространств A^n, порождает геометрию, связанную с этой теорией, именно в этой теории находит свои приложения [2].

На основе связности $\tilde{\Gamma}$, с помощью операции типа полного лифта [3], на $T(A^n)$ построена связность $c\tilde{\Gamma}$, компоненты $c\tilde{\Gamma}^h_{jk}$, $h, j, k = \overline{1, 2n}$, которой имеют вид

$$c\tilde{\Gamma}^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n) = \tilde{\Gamma}^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n), \quad h, j, k = \overline{1, n};$$

$$c\tilde{\Gamma}^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n) = \frac{\partial\tilde{\Gamma}^{h-n}_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n)}{\partial x^\alpha}y^\alpha,$$

$$h = \overline{n+1, 2n},\ j, k, \alpha = \overline{1, n};$$

$$c\tilde{\Gamma}^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n) = \tilde{\Gamma}^{h-n}_{j\ k-n}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n),$$

$$h, k = \overline{n+1, 2n},\ j = \overline{1, n};$$

$$c\tilde{\Gamma}^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n) = \tilde{\Gamma}^{h-n}_{j-n\ k}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n),$$

$$h, j = \overline{n+1, 2n},\ k = \overline{1, n};$$

$$c\tilde{\Gamma}^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n) = 0,\ j = \overline{n+1, 2n},\ h, k = \overline{1, n};$$

$$c\tilde{\Gamma}^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n) = 0,\ h = \overline{1, n},\ j, k = \overline{n+1, 2n};$$

$$c\tilde{\Gamma}^h_{jk}(x^1, x^2, ..., x^n; y^1, y^2, ..., y^n) = 0,\ h, j, k = \overline{n+1, 2n}.$$

С помощью связности $c\tilde{\Gamma}$ в пространстве $T(A^n)$ введено ковариантное дифференцирование, традиционным образом ([1]) определены понятия геодезической линии, как кривой, вдоль которой её касательное векторное поле рекуррентно, почти геодезической линии, как кривой, вдоль которой существует компланарное двумерное распределение, содержащее касательный вектор этой кривой в каждой её точке. Установлены взаимосвязи между понятиями «геодезическая линия» и «почти геодезическая линия» в пространстве A^n относительно связности Γ, в пространстве A^n относительно связности $\tilde{\Gamma}$, в пространстве $T(A^n)$ относительно связности $c\tilde{\Gamma}$, геодезическими и почти геодезическими отображениями соответствующих пространств. При этом предполагается, что пространство A^n естественным образом вложено в пространство $T(A^n)$.

Список литературы

[1] Синюков Н. С. *Геодезические отображения римановых пространств* – М.: Наука, 1979. – 256 с.

[2] Синюков Н. С., Синюкова Е. Н., Мовчан Ю. А. *Некоторые актуальные аспекты развития теории геодезических отображений римановых пространств и её обобщений* // Изв. вузов, Математика. – 1994. – № 3(382). – С. 76–80.

[3] Yano K., Ishihara Sh. *Tangent and cotangent bundles: differential geometry* – New York : Marcel Dekker, Inc., 1973. –423 p.

Elements of Geometry of Tangent Bundle of a Space of Affine Connection that is Induced by the Theory of Approximations of the Base Space

H. N. Sinykova

Abstract

Two types of objects of affine connection are considered in the tangent bundle of a space of affine connection. The first one is generated by invariant theory of approximations of the base space, the second one is received from the first one with the help of the operation of the kind of complete lift.

Interdependencies between the concepts of a geodesic line, an almost geodesic line, a geodesic mapping, an almost geodesic mapping are investigated for the corresponding spaces.

Keywords: space of affine connection, tangent bundle, invariant theory of approximations, Finsler geometry, complete lift.