

5. Математика [Текст] : програма для загальноосвітніх навч. закладів 1–4 кл. / підгот. : О. В. Онопрієнко, С. О. Скворцова, Н. П. Листопад // Початкова школа : наук.-метод. журн. – 2012. – № 3. – С. 22–29.
6. Онопрієнко, О. Предметна математична компетентність як дидактична категорія [Текст] / О. Онопрієнко // Початкова школа : Науково-методичний журнал. – 2010. – № 11. – С. 47–49.
7. Раков, С. А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти [Текст] / С. А. Раков // Математика у школі. – К. : Педагогічна преса, 2005. – № 5. – С. 10–13.
8. Реалізація європейського досвіду компетентнісного підходу у вищій школі України [Текст] : матеріали методологічного семінару. – К. : Педагогічна думка, 2009. – 360 с.
9. Скіданова В. О. Ціннісні засади та проблеми сучасної освіти : [Електронний ресурс] / В. О. Скіданова // Гуманізм та освіта : міжнародна науково-практична конференція : електронне наукове видання матеріалів конференції. – Режим доступу : <http://conf.vntu.edu.ua/humed/2010/txt/skidanova.php>. – Дата звернення : 08.07.2014.
10. Слостенин, В. А. Педагогика [Текст] : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. завед. / В. А. Слостенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов ; под ред. В. А. Слостенина. – М. : Академия, 2002. – 576 с.

УДК 372.31:51

ОБУЧЕНИЕ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ СЮЖЕТНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПОВ АКСИОЛОГИЧЕСКОГО ПОДХОДА

С.А. Скворцова,

*доктор педагогических наук, профессор кафедры математики
и методики её обучения Государственного учреждения «Южноукраинский
национальный педагогический университет имени К.Д. Ушинского»
(Украина, г. Одесса)*

В статье презентована авторская методика обучения младших школьников решению сюжетных математических задач, охарактеризованы составные компоненты предлагаемой системы: методика формирования общего умения решения задач и методика формирования умения решать задачи определенных видов.

Ключевые слова: начальная школа, математическая задача, сюжетная задача, умения решения задач, методическая система обучения решению задач, аксиологический подход.

TRAINING OF YOUNGER SCHOOLCHILDREN SOLVING PROBLEMS ON PLOT MATHEMATICAL OF PRINCIPLES OF AXIOLOGICAL APPROACH

S. Skvortsova

Doctor of pedagogical sciences, professor, professor of chair of Mathematics and of Methodology of its teaching, SE «K. D. Ushinskiy South Ukrainian National Pedagogical University», (Ukraine)

The articles presents the author's method of teaching younger schoolchildren to solve plot mathematical problems; characterizes the components of the proposed system: the method of forming a general ability to solve mathematical problems and the method of forming the ability to solve certain types of mathematical problems.

Key words: *primary school, mathematical problem, plot problem, ability to solve problems, the methodical system of teaching to solve problems.*

В период социально-экономических преобразований, происходящих в Украине, кардинальной перестройки всей совокупности общественных отношений, необходимо создание таких условий обучения и развития школьников, благодаря которым будет происходить воспитание ответственной личности, способной для самообразования и развития, умеющей использовать приобретенные знания для творческого решения проблем. Обучение в широком смысле мы понимаем как овладение индивидом культурного наследия, которое накопило человечество за многовековую историю, что в свою очередь, предполагает формирование в его сознании культурно-образовательных ценностей. Исходя из этого, аксиологический подход в образовании рассматривается как способ реализации процесса обучения, который ориентирует его на общечеловеческие ценности. В иерархии общечеловеческих ценностей можно выделить познавательные, касающиеся науки, открытий, поиска истины, ценности-знания; нравственные ценности, в основе которых лежит мораль, отражающая любовь к человеку, нравственное поведение; эстетические ценности – эстетика, включающая умение понимать, ценить и создавать прекрасное. Формированию этих ценностей в процессе обучения математике огромную роль играют сюжетные математические задачи.

Сюжетные математические задачи являются моделями жизненных ситуаций, связующим звеном между разнообразными сюжетами реального мира и строгими формами математических выражений и операций. Таким образом, формируя общие способы и методы решения сюжетных математических задач, мы учим детей на основе математических знаний опреде-

ленным образом действовать в ситуациях, возникающих в повседневной жизни.

Представлению знаний и умений не как обычной учебной информации, а возведению их в статус ценностей способствуют поиски моделей обучения решению сюжетных задач, адекватных современным требованиям общества, потребностям и интересам личности, составляют одну из актуальных проблем дидактики обучения математики. Вопрос о целях решения сюжетных задач изучали в разные годы В. А. Евтушевский, Н. А. Менчинская, М. И. Моро, Е. С. Ляпин, Л. М. Фридман. Решение сюжетных задач рассматривалось, преимущественно, как средство формирования системы математических понятий. Но на современном этапе перестройки школьного математического образования на первый план выдвигается цель формирования у учеников общего подхода, общих умений и способностей решения любых задач. Следовательно, существует необходимость разработки методической системы обучения решению задач, целью которой является формирование у школьников умений решать сюжетные задачи.

Весомый вклад в разработку проблемы обучения решению математических задач, в том числе и сюжетных, сделан А. К. Артемовим, О. М. Астрябом, М. О. Бантовой, М. В. Богдановичем, Г. П. Бевзом, М. И. Бурдой, В. Л. Дроздом, Е. С. Дубинчук, М. И. Зайкиным, Н. Б. Истоминой, Ю. М. Колягиным, В. И. Крупичем, Е. И. Лященко, Д. М. Маергойзом, А. И. Мартыновой, В. И. Мишиным, М. И. Моро, В. Н. Осинской, А. М. Пышкало, Г. И. Саранцевым, З. И. Слепкань, Н. А. Терешиним, Л. М. Фридманом, Т. М. Хмарой, С. Е. Царевой, П. М. Эрдниевым и др. В методической литературе освещаются разные аспекты формирования у младших школьников умений решать задачи. Среди них можно выделить: совершенствование системы математических задач, предлагающихся в начальной школе (М. В. Богданович, Г. П. Лышенко); вооружение учеников методами анализа сюжетных задач: предлагается широкое применение опорных схем (С. Н. Лысенкова, А. И. Мартынова), схематических рисунков (А. К. Артемов, Н. Б. Истомина, В. В. Малыхина, Л. Г. Петерсон, С. Е. Царева), схем анализа или синтеза – «деревьев рассуждений» (А. К. Артемов, М. А. Бантова, М. И. Бурда, А. И. Мартынова), приближения во времени решения аналогичных сюжетных задач; формирование умения решать задачи разными способами (Г. Г. Шульга, Р. Н. Шикова), работа по преобразованию задач после их решения (Л. И. Шорникова, С. Е. Царева и другие); проведение систематической индивидуальной работы в процессе организации самостоятельной деятельности учеников (Е. И. Мишарева, О. О. Ребрина и другие); использование разных форм организации учебного процесса: дифференцированной (О. В. Барина, В. А. Мизюк), коллективной (Е. С. Казько) и др. В работах

последних лет ученые отмечают, что конечной целью обучения решению задач должно быть формирование общего умения решать задачи, но отдельное внимание следует уделять и формированию умений решать задачи определенных видов. Л. М. Фридманом и С. Е. Царевой определены общие направления работы по формированию умений решать задачи (и общего, и умений решать задачи определенных видов), но детальные дидактические разработки в литературе отсутствуют.

Перечисленные подходы отображают важные, но лишь определенные стороны исследования проблемы обучения младших школьников решению сюжетных математических задач, и не охватывают все элементы методической системы, направленной на формирование умений решать задачи. Следовательно, в трудах наших предшественников теоретически не обоснована и не разработана методическая система обучения младших школьников решению сюжетных задач согласно требований современного этапа развития образования, направленной на формирование умений решать задачи, которая предусматривает определенную последовательность отработки действий, составляющих общее умение и умение решать задачи определенных видов на материале задач отдельных математических структур с 1-го по 4-й класс. Рассмотрим теоретические основы построения системы обучения решению сюжетных математических задач.

В нашем исследовании под сюжетной задачей понимаем математическую задачу, в которой описан определенный жизненный сюжет, а именно количественная сторона реальных процессов, явлений и ситуаций, и содержится требование найти искомую величину по данным в задаче величинами и связям между ними.

Математическим содержанием сюжетных задач является количественная характеристика объекта (объектов) задачи, которая проявляется в задании тех или других величин и их значений, – известных и неизвестных. Значения разных величин (известные и неизвестные) составляют в совокупности предметную область сюжетных задач. Эти элементы предметной области связаны соотношением между значениями одной и той же величины или соотношением зависимости между значениями разных величин (Л. М. Фридман).

Величины, характеризующие объект или объекты задачи, и виды соотношений, которыми они связаны, составляют логическую основу (А. К. Артемов) задачной формулировки. В задаче может содержаться не одна логическая основа, а несколько, но заданных по-разному; при этом одна из них может быть задана в открытой, явной форме, а другие – в скрытой. При открытой форме логической основы отношения между значениями разных величин явно фиксируются в словесной формулировке задачи. Выявление скрытых логических основ является возможным через

анализ репрезентативной модели задачи (схематического рисунка) и переформулирование вопроса или постановки дополнительного вопроса.

Связь вопроса с условием задачи может быть прямой или не прямой. В случае прямой связи вопрос задачи непосредственно ориентирует на применение того, что дано в условии, для ответа на него. При не прямой связи вопрос задачи непосредственно не связан с данными в условии понятиями и отношениями между ними, потому предварительно требуется переформулировать вопрос так, чтобы он непосредственно ориентировал на условие задачи.

Через установление видов соотношений, которыми связаны значения отдельных величин, определяется оператор задачи – отдельное действие (при решении простых задач) и совокупность действий (при решении составных задач), а также обоснование этих действий.

Для определения содержания задачного материала, на котором должна строиться система обучения младших школьников решению задач, нами проанализированы классификации сюжетных задач начального курса математики и разработана собственная классификация. В нашем исследовании мы классифицируем задачи на простые и составные (за С. И. Шохор-Троцким). Необходимость разработки собственной классификации простых задач определяется отсутствием в методической науке единой классификации и разными основами, избираемыми учеными для классификации задач на типы или виды – это или арифметическое действие, с помощью которого решается задача, или понятие «целое» и «часть», или вид соотношения и тому подобное. Простые задачи мы разделяем на типы в зависимости от вида соотношения (за Л. М. Фридманом), выделяя в пределах каждого типа несколько видов; например, в рамках группы задач, содержащих соотношение сложения, выделяются два вида задач: 1) на нахождение суммы, 2) на нахождение неизвестного слагаемого.

Составные задачи ученые классифицируют преимущественно по количеству арифметических действий. Очевидно, что такое разделение задач на типы и виды не описывает всего многообразия математических структур составных задач начального курса математики. Среди составных задач выделяются « типовые » задачи; причем в существующих классификациях, одновременно содержатся несколько основ – сюжет, или способ решения, или математическая модель. Поэтому, нами разработана классификация составных задач, в которой выделены два класса: 1) задачи, которые описывают явления, характеризующиеся одной величиной; 2) задачи, которые описывают явления, характеризующиеся несколькими величинами (за И. В. Арнольдом). В пределах первого класса составных задач мы осуществляем классификацию в зависимости от вида простой задачи, которая решается последней, и имеем: задачи на нахождение суммы, на нахождение

ние разности и тому подобное. В пределах второго класса мы классифицируем задачи на группы в зависимости от математической структуры задачи, и имеем: 1) задачи на нахождение суммы или разностное или кратное сравнение двух произведений или частных; 2) « типовые » задачи. Нами обоснованно возможность объединения всех « типовых » задач в три группы: 1) задачи, содержащие одинаковую (постоянную) величину; 2) задачи на процессы; 3) задачи на нахождение среднего арифметического.

Решение задачи является сложным процессом умственной деятельности человека, который направлен на преобразование объекта, описанного в содержании задачи, на решение противоречия между условием и требованием задачи. В описании процесса решения задачи выделяют два типа структур: внешнюю и внутреннюю. Внешняя структура описывает решение задачи через логические схемы, алгоритмические и эвристические предписания, тем самым определяя последовательность преобразования задачной системы. Деятельность по решению сюжетных задач предусматривает следующие этапы, составляющие макроструктуру этой деятельности: 1. Ознакомление с задачей. Анализ текста задачи. 2. Поиск решения задачи. 3. Реализация плана решения задачи. Запись решения и ответа. 4. Работа над задачей после ее решения (проверка решения; обоснование приемов решения, рассмотрение других способов решения, исследования задачи и ее решения и тому подобное).

Центральным вопросом анализа микроструктуры деятельности по решению задач является установление действий, из которых состоит эта деятельность. Можно выделить действия, реализующие отдельные этапы работы над задачей, и действия, касающиеся группы особых эвристических правил и схем. В литературе определены и классифицированы эвристики для решения задач, но по большей части они предлагаются для старшеклассников. Но оценивая возможность применения предлагаемых эвристических средств, следует считаться с возрастными особенностями. Исходя из возрастных особенностей мышления младших школьников, определено, что доминирующей эвристикой при решении задач в начальной школе является моделирование задачной ситуации (схематический рисунок) и процесса поиска решения (схема анализа или синтеза, дерево рассуждения).

Кроме того, в основе процесса решения сюжетных математических задач также лежат общие умственные действия (в частности, анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение, установление и использование аналогий), которые составляют внутреннюю (психологическую) структуру процесса решения сюжетных задач. Исходя из того, что процесс решения задачи – это процесс преобразования задачной системы, вместе с общими умственными действиями, в психологическую структуру входят

специфические действия кодирования (декодирования), прогнозирования и переноса.

В реальном процессе решения задачи внутренний и внешний аспекты тесно взаимодействуют друг с другом, образуя единое целое. В нашем исследовании мы сосредоточились на формировании внешней – макро- и микроструктуры деятельности по решению задач.

Под *умением решать сюжетные задачи* мы понимаем сложное умение, содержащее комплекс умений низшего порядка, касающихся последовательно выполняемых действий, а именно: 1) умение анализировать текст задачи; 2) умение представлять результаты анализа в виде репрезентативной модели; 3) умение соотносить задачу с ранее изученными и воспроизводить способ решения задач данного вида (если ученику предлагается задача известного вида); 4) умение выполнять поиск решения задачи, если задача неизвестного вида или ученик не «узнал» задачу: при арифметическом способе решения выполнять аналитические рассуждения (от вопроса задачи к числовым данным) или синтетические (от числовых данных к вопросу задачи), при алгебраическом методе – составлять уравнение, при геометрическом методе решения – выполнять чертеж, строить диаграммы или графики; 5) умение выполнять операции, обеспечивающие решение задачи; 6) умение проверять правильность решения.

Ученые выделяют *два основных типа умений решать задачи*: общее умение решать любые задачи; умение решать задачи определенного вида. При формировании общего умения решать задачи предметом обучения и основным содержанием должно быть не только решение задач, но и процесс решения задач, методы и способы, которые помогают осуществлению каждого этапа и всего процесса в целом (Н. Б. Истомина, Л. М. Фридман, С. Е. Царева); процесс решения следует развернуть как процесс моделирования задач (Е. И. Александрова, О. В. Барина, Л. М. Фридман).

Подходы к формированию умений решения задач определенных видов: предметом обучения и основным его содержанием являются виды задач, способы и образцы решения задач конкретных видов (Л. М. Фридман, С. Е. Царева), причем способ решения, его усвоение должно выступать как цель действия, а собственно решение отдельной задачи является лишь побочным продуктом (Е. И. Машбиц, Л. М. Фридман); основным методом обучения решения задач должен быть метод решения особой системы подготовительных учебных задач – квазиисследовательский (И. И. Аргинская, Л. В. Занков, Л. М. Фридман). Применение определенных дидактических подходов к обучению решению задач возможно при условиях знания возрастных особенностей сформированности общих умственных действий, лежащих в основе процесса решения задач, и отличий в умственной деятельности младших школьников при решении задач.

В основе деятельностного подхода лежит формирование действий и операций, составляющих ту или другую деятельность, в данном случае – деятельность по решению задач. Исходя из предоставленной нами трактовки умения решать задачи, учитывая два типа умений, нами определено содержание общего умения решать задачи и умений решать задачи определенных видов.

Анализ существующих трактовок общего умения (В. А. Мизюк, Л. А. Сафанова, В. В. Силков, А. П. Рыбалко, С. Е. Царева) свидетельствует о неоднозначности определения учеными действий и операций, которые реализуют определенные этапы решения задачи. Поэтому, на основе изучения содержания этапов решения задачи и действий, с помощью которых они реализуются, нами предложено собственное определение. В нашем исследовании под *общим умением решать сюжетные задачи* понимаем сложное умение, которое применяется при решении сюжетной задачи разными (основными) методами и способами и состоит из: 1) умения осуществлять предметно-содержательный анализ задачи; 2) умения выполнять логико-семантический анализ задачи; 3) умения составлять репрезентативную модель задачи (краткая запись задачи в виде схемы или таблицы; или рисунок, схематический рисунок, чертеж, диаграмма, график и тому подобное); 3) умения делать прикидку ожидаемого результата; 4) умения осуществлять поиск решения задачи: при арифметическом способе – выполнять аналитические или синтетические рассуждения; при алгебраическом – обозначать одно из неизвестных значений величины (искомое или промежуточное) переменной и выражать другие величины через переменную, представлять одну из величин двумя способами (через переменную и без нее); 5) умения составлять план решения задачи при арифметическом способе; при алгебраическом – умение составлять уравнение; 6) умения реализовать найденный план решения при арифметическом способе; при алгебраическом – умения решать уравнение; 7) умения проверять правильность решения; 8) умения соотносить новую задачу с ранее решенными; преобразовывать данную задачу; обобщать математическую структуру задачи; 9) умения исследовать задачу путем изменений отдельных ее элементов – с целью формулировки общего плана решения задач такой же математической структуры.

Сформированность умений 9–10 не является обязательной, но эти умения позволяют ученику получать наибольшую пользу от решения каждой отдельной задачи.

Под *умением решать задачи определенных видов* мы понимаем умение, которое состоит из: 1) умения осуществлять предметно-содержательный анализ задачи; 2) умения осуществлять логико-семантический анализ задачи; 3) умения составлять репрезентативную модель задачи

(краткая запись задачи в виде схемы или таблицы; рисунок, схематический рисунок, схема и тому подобное); 4) умения делать прикидку ожидаемого результата; 5) умения соотносить данную задачу с ранее решенными и узнавать задачу изученной математической структуры; 6) умения актуализировать обобщенный способ решения задач данного вида при арифметическом способе; при алгебраическом – умения актуализировать обобщенный способ составления уравнения; 7) умения применять обобщенный способ решения и составлять решающую модель задачи; 8) умения реализовать найденный план решения при арифметическом методе; при алгебраическом – умения решать уравнение; 9) умения проверять правильность решения задачи; 9) умения преобразовывать задачу (в обратную или в задачу другого вида или родственной математической структуры).

Как видим, в состав понятия «умение решать задачи» входят почти те же действия, что и в состав «общего умения решать задачи» или/и «умения решать задачи определенных видов». Но, состав общего умения решать задачи и умения решать задачи определенных видов в большей степени конкретизированный, в нем определены все возможные, по нашему мнению, действия. Тогда как состав умения решать задачи содержит лишь «обязательные действия», которые ученик должен выполнить, чтобы успешно решить задачу. Так, ученик может решить задачу, не прикидывая ожидаемый результат... Кроме того, если сравнить состав общего умения и умения решать задачи определенных видов, то видим, что они содержат одинаковые действия, касающиеся анализа текста задачи и представления его результатов в виде модели, умения делать прикидку ожидаемых результатов, умения выполнять действия, обеспечивающие решение задачи; общее и в действиях, относительно проверки решения задачи. Их отличие проявляется на этапе поиска решения задачи.

Представленные характеристики общего и умений решать задачи отдельных видов послужили одной из основ для разработки методики формирования общего умения решать задачи и методики формирования у младших школьников умений решать задачи определенных видов. Следовательно, для успешного обучения учащихся решению задач, развития их мышления необходимо специальное формирование общего и умений решать сюжетные задачи определенных видов через постепенную проработку всех их составляющих, которая достигается на основе решения специальной системы учебных задач, направленной не на получение решения каждой задачи, а на отработку отдельного действия. При формировании умений решать сюжетные задачи, собственно задача и ее решение должны стать предметом содержательного анализа, исследования влияния изменений в условии задачи на ее решение. Основным методом обучения решению типовых задач должен быть квазиисследовательский. При обучении

решению задач следует реализовывать уровневую дифференциацию за полнотой представления ориентировочной основы действия (ООД) и дифференциацию за мерой сложности заданий, которые предлагаются.

Мы исходим с того, что методическая система строится как совокупность пяти взаимосвязанных компонентов (А. М. Пышкало): целей, содержания, методов, организационных форм и средств обучения.

Целью обучения согласно предлагаемой методической системе является формирование у младших школьников умений решать сюжетные задачи, проявляющейся в возможности учеников успешно решать задачу любой математической структуры начального курса математики. Достижение цели возможно при условиях решения следующих заданий: 1) формирования у детей общего умения решать задачи; 2) формирования у учеников умений решать задачи определенных видов; 3) развития мышления школьников.

Системообразующим фактором методической системы – содержанием обучения – являются виды простых и составных задач. Согласно действующей программе по математике выпускники начальной школы, прежде всего, должны уметь решать простые задачи, содержащие соотношение сложения, вычитания, перехода от одной единицы счета или измерения к другой, разбиения целого на составные части, разностного или кратного сравнения, взаимозависимости между значениями различных величин, нахождения части от целого. Они должны также уметь решать составные задачи на 3–4 действия одного или разных ступеней, а также « типовые » задачи на нахождение четвертого пропорционального, на двойное приведение к единице, на пропорциональное деление, на нахождение неизвестных по двум разностям, на совместную работу, на одновременное движение в разных направлениях (навстречу и в противоположных направлениях). Задачи на нахождение среднего арифметического, на одновременное движение в одном направлении (вдогонку и с отставанием), на неодновременное движение в разных или в одном направлении, на движение по течению и против течения реки, на совместную работу, в которых производительность совместного труда находят действием вычитания, хотя и рассматриваются в курсе математики начальной школы, но в обязательный минимум не входят. Типы и виды задач, выходящие за пределы программного минимума, могут быть отнесены к вариативному компоненту и предлагаются, при наличии резерва времени, для углубленного изучения курса, для обучения способных и одаренных детей.

Основным методом обучения младших школьников решать сюжетные задачи является частично поисковый, причем базированный на особенностях систем взаимосвязанных учебных задач. Эти системы построены таким образом, чтобы побуждать ученика выполнять операции сравнения,

абстрагирования, обобщения, то есть направленные на развитие мышления ребенка. В описываемых системах нами реализован тезис А. М. Астряба о необходимости раскрытия связей между задачами разных типов и видов и приучивания школьников связывать каждую новую задачу с ранее решенной. Между тем, на первых этапах используются репродуктивные методы обучения.

Основными формами обучения младших школьников решению задач является фронтальная работа учителя с классом во время ознакомления с задачами определенного типа или вида и индивидуальная и групповая работа учеников над задачами. Во время индивидуальной и групповой работы осуществляется дифференциация обучения через дифференциацию дозы помощи ученикам или дифференциацию задач по уровню их сложности. Дифференциацию дозы помощи удобно реализовать, применив карточки с печатной основой.

Основным средством обучения младших школьников решать сюжетные задачи являются репрезентативные и решательные модели. Репрезентативные модели появляются в виде краткой записи задачи (схемы или таблицы) или в виде схематического рисунка; решательные модели – в виде «дерева рассуждений». К средствам обучения решению задач мы относим также дидактичные материалы: тексты памяток, карточки с печатной основой, опорные схемы простых и составных задач, опорные схемы «типовых» задач и обобщенные планы их решения и тому подобное.

Предложенная методическая система содержит две подсистемы: 1) методику формирования общего умения решать задачи; 2) методику формирования у младших школьников умений решать задачи определенных видов. Методика формирования общего умения решать задачи реализуется: на материале простых задач; на материале составных задач; на материале задач, содержащих пропорциональные величины, нахождение суммы или разностное или кратное сравнение двух произведений или частных и обратных к ним. Методика формирования у младших школьников умений решать задачи определенных видов реализуется: на материале задач, содержащих одинаковую (постоянную) величину для двух случаев (задач на нахождение четвертого пропорционального, задач на пропорциональное деление, задач на нахождение неизвестных по двум разностям, задач на двойное приведение к единице); на материале задач на процессы (на совместную работу и на движение); на материале задач на нахождение среднего арифметического. Представленные составляющие реализуются с помощью соответствующих систем учебных задач, разработанных для определенного года обучения или/и вида задачи, следовательно они также могут рассматриваться как системы. Компоненты методической системы взаимосвязаны, взаимообусловлены и взаимозависимы.

В предлагаемой методической системе предусмотрена поэтапная проработка действий, составляющих общее умение. Определено на разных этапах обучения возможные состояния формируемого действия и содержание учебных заданий, с помощью которых достигается желаемое состояние. Кроме того, представлено содержание учебных заданий, посредством которых осуществляется обобщение математической структуры «типовых» задач и способов их решения.

Теоретической основой методики формирования у младших школьников общего умения решать задачи являются сформулированные Л. М. Фридманом требования к процессу формирования умственных действий, обеспечивающие высокую эффективность обучения навыкам и умениям, а также теория поэтапного формирования умственных действий и понятий П. Я. Гальперина, отвечающая этим требованиям.

Формирование общего умения решать простые (или составные) задачи строится на определенном нами операционном составе общего умения решать задачи (соответственно на материале простых или составных задач) и происходит по этапам, являющихся общепринятыми в методической науке: I этап – подготовительная работа к введению понятия «задача» (или «составная задача»); II этап – ознакомление с понятием «задача» (или «составная задача»), структурными элементами задачи и этапами ее решения; III этап – формирование общего умения решать любые простые (или составные) задачи.

С целью предупреждения шаблонного и потому неадекватного подхода учеников к решению отдельных видов простых задач расширен круг вопросов подготовительного этапа: кроме формирования конкретного смысла арифметических действий сложения и вычитания, предлагается конкретное содержание отношения разностного сравнения и увеличения или уменьшения числа на несколько единиц, а также правило нахождения неизвестного слагаемого; дети учатся выполнять соответствующие схематические рисунки. Это дает возможность вводить понятие «задача» не только на задачах на нахождение суммы и разности, как это делается традиционно, а на материале первых пяти видов задач – задачах на нахождение суммы, на нахождение разности, на увеличение или уменьшение числа на несколько единиц, на разностное сравнение, на нахождение неизвестного слагаемого. Именно работа сразу над пятью видами простых задач ставит учеников в условия сознательного выбора арифметического действия и исключает заучивание способа решения задач отдельных видов. Необходимость выбора арифметического действия определяет осуществление анализа текста задачи: выделения условия и вопроса, числовых данных и искомого, связей между ними, слов-признаков, на которые следует опираться при составлении схематического рисунка (а позже для выбора вида матема-

тического соотношения) и при выборе арифметического действия для решения задачи.

Нами разработана программа ознакомления первоклассников с понятием задачи и соответствующая система заданий, которые направлены на овладение учениками семантическим анализом текста задачи и представления результатов этого анализа в виде репрезентативной модели – схематического рисунка, а также на обоснование, на этой основе, выбора арифметического действия, с помощью которого решается задача. Программа формирования умений решать простые задачи распространяется на 1–4 классы и реализуется с помощью соответствующих систем учебных задач.

На базе вышеуказанных теоретических основ разработана программа и методика формирования общего умения решать составные задачи, в которой определены цель и содержание каждого из рассмотренных этапов. В результате исследования установлена необходимость проведения целенаправленной подготовки к введению понятия о составной задаче, во время которой с помощью специальных заданий у детей формируются представления: о том, что по двум определенным числовым данным можно ответить на несколько вопросов; о том, что разные задачи могут иметь одинаковые решения; о невозможности ответить на вопрос задачи, если числовых данных не хватает; о необходимости выбора числовых данных для ответа на вопрос задачи; о существовании задач, на вопрос которых нельзя ответить сразу; о существовании задач, которые состоят из двух простых задач, которые связаны по содержанию; о том, что анализ (во время поиска решения) может состоять из двух циклов, каждый из которых отвечает определенной из двух простых задач; и осуществляется предварительное ознакомление и формирование в материализованной форме отдельных действий, составляющих общее умение решать составные задачи.

Для предупреждения забывания учениками способа решения составных задач отдельных математических структур, как это происходит во многих случаях, ознакомление с понятием «составная задача» и процессом ее решения целесообразно осуществлять на разнообразных математических структурах задач. Нами доказано, что такой подход побуждает учеников к усвоению действий по решению задачи, а не к заучиванию плана решения.

Целью этапа ознакомления младших школьников с понятием «составная задача» является формирование трех новых действий: проведение аналитического поиска решения задачи, во время которого следует выбрать пару числовых данных для ответа на определенный вопрос; выделение, сначала на схеме анализа, а затем словесная формулировка каждой простой задачи, из которых состоит данная задача; составление плана решения задачи. Существенным в организации деятельности учеников на

этапе ознакомления с понятием «составная задача» (как и понятия «задача») есть ее направленность не на решение каждой конкретной задачи, а на овладение определенными действиями, на овладение этим понятием.

Нами обоснована целесообразность формирования общего умения решать составные задачи соответственно программы, которая реализуется с помощью систем учебных задач для 2–4-го классов. Обучение решению составных задач осуществляется на разнообразных математических структурах задач, не сосредоточиваясь на отработке решения задачи определенной структуры. Существенным в методике ознакомления с задачами новой математической структуры является введение их на основе или сравнение с похожими простыми задачами, или на основе продолжения сюжета простой задачи, или на основе изменения вопроса простой задачи к данному условию, или на основе изменения условия или вопроса составной задачи известной математической структуры. Таким образом, исследуется влияние этих изменений на решение задачи; задачи новой математической структуры сопоставляются с задачами уже известными, что облегчает их усвоение. Кроме того, нами применен и такой методический прием, когда задача новой структуры подается без сопоставления с известными структурами, что побуждает к воссозданию полного состава действий, которые содержит общее умение решать составные задачи.

На задачах на нахождение суммы или разностное (кратное) сравнение двух произведений или частных, которые вводятся в 3-ом классе, происходит совершенствование общего умения решать задачи согласно теории поэтапного формирования умственных действий и понятий на основе III-го типа обучения (П. Я. Гальперин) с системным типом ориентировки (З. А. Решетова). Нами доказано, что такой подход предоставляет возможность на следующем этапе обучения построить методику работы над «типовыми» задачами путем их всестороннего исследования и обобщения математической структуры и способа решения на основе теории содержательных обобщений (В. В. Давыдов) и ее приложения к обучению учеников решать задачи определенных видов.

Методика формирования у младших школьников умений решать задачи определенных видов построена на представленной нами характеристике этих умений через комплекс умений низшего порядка, среди которых основными является: умение соотносить данную задачу с ранее изученными и узнавать задачу изученной математической структуры; умение актуализировать обобщенный способ решения задач данного вида, а затем его реализовать.

Чтобы соотнести данную задачу с ранее решенными и узнать задачу изученной математической структуры, а также актуализировать обобщенный способ решения задач этого вида, ученик должен иметь знание разно-

образных математических структур «типовых» задач и обобщенных способов их решения. При наличии знаний о видах задач и способах их решения успешность решения «типовых» задач зависит, в первую очередь, от качества ориентировочной деятельности школьника. Между тем, качество самой ориентировочной деятельности определяется качеством представления схемы того действия, которое по этой схемой потом выполняется. Учитывая это, мы избрали теоретической основой методики формирования у младших школьников умений решать « типовые » задачи теорию содержательных обобщений В. В. Давыдова; ее реализация в ходе обучения учеников решению « типовых » задач осуществляется на основании III типа ориентировки по П. Я. Гальперину, методом системно структурного анализа З. А. Решетовой.

Нами обоснована целесообразность изучения задач, содержащих одинаковую величину, задач на процессы, задач на нахождение среднего арифметического по соответствующим программам, которые реализуются с помощью систем учебных задач – цепочек вспомогательных задач, подобранных таким образом, чтобы их последовательное решение естественно привело ученика к определению и обобщению способа решения задачи определенного вида. В программах учтены и дополнительные вопросы для углубленного изучения математики.

Программа изучения задач, содержащих одинаковую (постоянную) величину и методика обучения решению задач этого типа реализуется в 3–4-м классах. Методика формирования у младших школьников умений решать задачи на нахождение четвертого пропорционального (3–4 класс) предусматривает исследование задачи по следующим уровням: за изменением группы пропорциональных величин; за изменением числовых данных; за изменением одинаковой величины; за изменением искомой величины при определенной одинаковой величине, при чем каждый раз определяется влияние изменения на план решения задачи; исследование за изменением числовых данных задачи с целью применения другого способа решения позволяет определить условия применения каждого способа. Таким образом определяются существенные признаки задач на нахождение четвертого пропорционального и обобщаются способы решения: способ нахождения одинаковой величины для двух случаев и способ отношений; устанавливаются возможности применения каждого из них.

Методика формирования умений решать задачи на пропорциональное деление и задачи на нахождение неизвестных по двум разностям (4 класс) построена по единому плану, в котором реализованы следующие аспекты: 1. Для осознания учениками связи задач на нахождение четвертого пропорционального (на пропорциональное деление) и задач на пропорциональное деление (на нахождение неизвестных по двум разностям) осу-

шествляется преобразование задачи известного вида в задачу нового вида.

2. Исследование задачи реализуется путем: изменения величин или числовых данных задачи, изменения искомого, изменения одинаковой величины и определение влияния этих изменений на план решения задачи. Такой всесторонний анализ приводит к обобщению существенных признаков задач этих видов и обобщение плана их решения способом нахождения одинаковой величины.

К обязательным для всех учеников вопросам не принадлежат исследования задач на пропорциональное деление и задач на нахождение неизвестных по двум разностям посредством изменения одинаковой величины, а также сравнение задач на нахождение четвертого пропорционального, на пропорциональное деление и на нахождение неизвестных по двум разностям с целью определения общих существенных признаков их математических структур и обобщения способа решения. Этот учебный материал предлагается для углубленного изучения математики способными и одаренными учениками. Аналогичным способом построена методика обучения младших школьников решению задач на двойное приведение к единице, с тем отличием, что исследование задач этого вида не происходит посредством изменения одинаковой величины.

Программа изучения задач на процессы и методика обучения решению задач этого типа реализуется в 3–4-х классах. Согласно действующей программы сначала происходит обучение решению задач на совместную работу, а затем – на одновременное движение. Для повышения эффективности формирования умений решения задач этих видов, нами доказана целесообразность обобщения математических структур и способов решения задач на совместную работу и на движение; причем методика разработана нами на основании сравнения задач на совместную работу и задач на движение (последовательного и параллельного по А. К. Артемову).

Формирование у школьников умения решать задачи на совместную работу осуществляется в третьем и четвертом классах, что объясняется несколькими отличными математическими структурами задач этого вида: так в третьем классе предлагаются задачи на совместную работу, в которых даны производительности каждого исполнителя, а в четвертом – не даны производительности каждого исполнителя, они являются промежуточными неизвестными. Исследование задач на совместную работу происходит по следующим изменениям: изменением ситуации задачи; изменением числовых данных задачи; изменением искомого задачи; за изменением «характера действий» исполнителей. Такое исследование задачи является могучим средством определения существенных признаков математической структуры и плана решения задачи.

При формировании у младших школьников умений решать задачи на движение нами доказана эффективность применения подхода, когда задачи на одновременное движение навстречу и одновременное движение в противоположных направлениях рассматриваются вместе, сначала решаются задачи на нахождение расстояния и скорости первым способом; а после усвоения первого способа, вводится второй способ и изучаются задачи на нахождение времени. Исследование задач на одновременное движение происходит по следующим изменениям: за изменением направления движения тел; за изменением числовых данных задачи; за изменением искомого. Определение влияния этих изменений на математическую структуру задачи и план ее решения помогает ученикам сформулировать существенные признаки задач на одновременное движение в разных направлениях и план их решения. Среди дополнительных вопросов главное место занимает обобщение математических структур и способов решения задач на совместную работу и на движение в разных направлениях, изучение задач на движение в одном направлении со следующим обобщением математических структур и способов решения задач на совместную работу (в которых производительность совместного труда находят действием вычитания) и задач на движение вдогонку.

Нами разработана программа и система учебных задач из формирования умений решать задачи на нахождение среднего арифметического. Доказана целесообразность исследования задач этого типа через следующие изменения: изменение ситуации задачи (например, задача на нахождение средней температуры преобразуется в задачу на нахождение средней длины); изменение числовых данных задачи; изменение, когда задача, в которой содержалось несколько значений одной и той же величины, преобразуется в задачу (усложненную), содержащую группу пропорциональных величин. Выполнив определенные изменения, ученики исследуют их влияние на математическую структуру и план решения задачи.

Таким образом, нами разработана система обучения младших школьников решению сюжетных математических задач [1], эффективность которой доказана во время педагогического эксперимента, в котором приняли участие 715 учеников начальных школ города Одессы.

Литература

1. Скворцова С. О. Методична система навчання розв'язування сюжетних задач учнів початкових класів: монографія / С. О. Скворцова. – Одеса : Астропринт, 2006. – 696 с.