

Министерство образования, науки, молодежи и спорта Украины  
Государственное учреждение  
«Южно-украинский национальный педагогический университет  
имени К.Д. Ушинского»

На правах рукописи

**Титенков Андрей Николаевич**

УДК 539. 21 + 669-176

**ФРАКТАЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ВКЛАДА ТЕКСТУРЫ И ДЕФЕКТНОЙ  
СТРУКТУРЫ В АНИЗОТРОПИЮ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ  
МАТЕРИАЛОВ**

01.04.07 – физика твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель –  
Усов Валентин Валентинович,  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Одесса – 2012

## СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
ВВЕДЕНИЕ.....	3
РАЗДЕЛ 1. ФРАКТАЛЫ В ФИЗИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	10
1.1. Фрактальные и нефрактальные объекты.....	11
1.2. Основные характеристики фрактальных объектов.....	14
1.3. Фрактальные аспекты вклада дефектной структуры в анизотропию физических свойств материалов.....	21
Выводы к разделу 1.....	57
РАЗДЕЛ 2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ.....	59
2.1. Материалы.....	59
2.2. Методы исследования .....	60
2.3. Компьютерная визуализация представления текстур материалов.....	64
2.4. Автоматизированная система регистрации циклов при усталостных испытаниях.....	71
Выводы к разделу 2.....	78
РАЗДЕЛ 3. ФРАКТАЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ВКЛАДА ТЕКСТУРЫ И ДЕФЕКТНОЙ СТРУКТУРЫ В АНИЗОТРОПИЮ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ.....	80
3.1. Анизотропия упругости и упругого последействия .....	80
3.2. Анизотропия усталости.....	96
3.3. Компьютерное моделирование фрактальных поверхностей разрушения металлических материалов.....	126
3.4. Природа ближнего расслоения сплава Cu- 10 ат. % Ni при отжиге.....	127
Выводы к разделу 3.....	148
ВЫВОДЫ .....	150
ЛИТЕРАТУРА.....	151
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	П164

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Одним из главных структурных состояний поликристаллических тел является кристаллографическая текстура, которая возникает практически при любых внешних воздействиях на материал [1, 2]. Во многих практически важных случаях текстура является причиной возникновения анизотропии физико-механических свойств поликристаллических тел. Эффект текстуры в известных случаях может стать резервом повышения определенных эксплуатационных характеристик материалов например, текстурное упрочнение титановых сплавов [3 – 5], улучшение магнитных характеристик трансформаторных сталей [1, 2]. При других обстоятельствах текстура может стать причиной брака в изделиях, например, образование фестонов при глубокой вытяжке [1, 2].

При описании структурного состояния, которое называют текстурой, обычно рассматривают распределение идеальных кристаллов по ориентации в поликристалле [6, 7]. В то же время при внешних воздействиях на поликристаллическое тело возникают дефекты кристаллического строения (точечные, линейные, ротационные, плоскостные, а также их комбинации) [8, 9]. Дефекты распределяются в решетке кристалла, как правило, неоднородно, образуя различные структуры. Если внешнее воздействие на кристаллическое тело происходит в неравновесных условиях, то дефекты решетки самоорганизуются в иерархически зависимые коллективные системы дефектов [10, 11]. Эффекты коллективного взаимодействия дефектов вносят дополнительный вклад в анизотропию физических свойств материалов, который не является пренебрежимо малым. Вклад дефектов может быть описан на основе фрактальных представлений о структуре реальных кристаллических тел. Например, в деформированных металлах и сплавах с кубической решеткой возникает анизотропия кинетических свойств (электропроводности, теплопроводности)  $\sim 7\%$  [12]. Эта анизотропия

обусловлена дефектной структурой, в то время как с классической точки зрения такая анизотропия должна отсутствовать в вышеназванных материалах [13].

Другой ряд явлений, которые определяются, по всей видимости, фрактальной природой структуры, возникающей при деформации, – это процессы прямого и упругого последействия и неустановившейся ползучести [14].

При термической обработке деформированных материалов происходит, как правило, залечивание дефектов решетки, возникших при механическом воздействии [15]. При этом в сплавах с неупорядоченной структурой могут происходить процессы упорядочения, возникновения зародышей и роста кластеров и сегрегаций. Рост кластеров выделений неупорядоченных или упорядоченных фаз также часто происходит в не равновесных условиях, что может определять их фрактальную природу. Эти процессы должны оказывать закономерное влияние на анизотропию свойств, например, на характеристики разрушения, электропроводность и др. [16].

Вышеупомянутые эффекты коллективного влияния иерархически соподчиненных ансамблей дефектов решетки на физические свойства поликристаллических тел являются не изученными до конца. Результаты, полученные в данной диссертационной работе, расширяют и углубляют научные представления о фрактальной природе вклада дефектов кристаллической структуры в анизотропию, в частности, усталости, начальной стадии ползучести, эффектов упорядочения. С другой стороны, полученные результаты пополняют базу данных физики твердого тела и ее технических приложений, что в конечном итоге будет способствовать научно-техническому прогрессу.

**Связь работы с научными программами, планами, темами.** Диссертация является частью экспериментальных и теоретических исследований процессов формирования текстур и анизотропии свойств по общей теме «Исследование влияния напряженно-деформированного

состояния на текстурообразование и анизотропию свойств твердого тела», Государственный регистрационный № 01090000216, проводимых на кафедре физики Института физики и математики Южно-украинского национального педагогического университета им. К.Д.Ушинского. При выполнении этих научно-исследовательских работ роль автора диссертации заключалась в исследовании текстуры и анизотропии упругого последействия и начальной стадии ползучести, анизотропии усталости, вклада в вышеупомянутые эффекты анизотропии дефектов кристаллической структуры и выявлению фрактальной природы этого вклада и соответствующих характеристик.

**Цели и задачи исследования.** Цель данной работы заключается в разработке физико-математических моделей, адекватно описывающих фрактальный вклад текстуры и дефектов кристаллической структуры в анизотропию упругого последействия, неустановившейся стадии ползучести, усталостного разрушения ряда конструкционных материалов в процессе механического и термического воздействия на металлическую систему в и выявления фрактальной природы процессов ближнего упорядочения в неравновесных системах.

Задачи исследования:

1. Установить фрактальную природу разрушения, анизотропии упругого последействия и начальной стадии ползучести в деформированных металлических системах с кубической и гексагональной решеткой.
2. Разработать автоматизированную систему регистрации импульсов, пригодную для регистрации числа циклов при усталостных испытаниях.
3. Развить методы представления кристаллографической текстуры с помощью трехмерной текстурной функции.
4. Найти закономерности изменений текстуры, кинетических и прочностных свойств при отжиге сплава системы Cu-Ni.
5. Установить фрактальную природу ближнего расслоения при отжиге сплава системы Cu-Ni.

6. Развить компьютерные методы моделирования и представления объемных фрактальных поверхностей разрушения.

*Объект исследования* – протекающие в условиях далеких от равновесия физические явления, которые обуславливают возникновение иерархических систем дефектов кристаллического строения.

*Предмет исследования* – фрактальные аспекты вклада текстуры и иерархии системы дефектов кристаллической структуры в соответствующие эффекты анизотропии.

*Методы исследования* – при теоретических расчетах – компьютерное моделирование; при экспериментальных исследованиях – методы рентгеновской дифрактометрии, оптическая микроскопия, резонансный акустический метод измерения модулей упругости, четырехзондовый метод измерения электропроводности по схеме двойного моста, измерение микротвердости, циклические испытания на усталость.

#### **Научная новизна.**

1. Впервые экспериментально установлена анизотропия упругого последствия и неустановившейся стадии ползучести.

2. Впервые установлена фрактальная природа и предложена физико-математическая модель развития анизотропии упругого последствия и начальной стадии ползучести.

3. Разработана новая автоматизированная система регистрации числа циклов изгибных вибраций при усталостных испытаниях образца, отличающаяся высокой помехоустойчивостью и памятью.

4. Впервые предложены методы компьютерной визуализации представления трехмерной текстурной функции в пространстве индексов Миллера.

5. Впервые установлена фрактальная природа ближнего расслоения с образованием фрактальных кластеров из атомов никеля при отжиге сплава системы Cu-Ni.

#### **Практическая значимость полученных результатов.**

Установленная в диссертации фрактальная природа неустановившейся стадии ползучести и упругого последействия и предложенная их фрактальная физико-математическая модель является вкладом в развитие теории ползучести металлических систем, а учет упомянутых выше эффектов анизотропии может способствовать разработке передовых технологий жаропрочных сплавов.

Предлагаемая автоматизированная система регистрации числа циклов изгибных вибраций может быть использована не только в усталостных испытаниях, но также и в других устройствах, приборах, элементах и системах, где важным является надежность при длительной эксплуатации в условиях наличия различных помех, включая перебои в электропитании.

Предложенные методы визуализации трехмерной функции распределения ориентаций кристаллов (ФРО) представляют ее не в традиционном пространстве углов Эйлера, а в пространстве индексов Миллера. Последнее представление текстуры является практически более наглядным по сравнению с ее представлением в пространстве углов Эйлера, поскольку для интерпретации текстуры в пространстве углов Эйлера всегда возвращаются к ее описанию с помощью индексов Миллера.

Установление фрактальной природы ближнего расслоения при отжиге сплава системы Cu-Ni является практическим вкладом в расширение базы данных о поведении вышеупомянутой системы.

Полученные в диссертации количественные оценки фрактальной размерности образующихся кластеров из атомов никеля при ближнем расслоении в процессе отжига вышеупомянутой металлической системы являются практическим подтверждением того, что в процессе изотермического отжига образуются иерархически соподчиненные системы дефектов.

Установленные в диссертации представления о механизмах самоорганизации кристаллических дефектов при упругом последействии, начальной стадии ползучести, усталостном разрушении, отжиге

деформированного сплава системы медь-никель и предложенные фрактальные модели поведения исследованных металлических систем послужат делу дальнейшего развития физики твердого тела и ее технических приложений.

**Личный вклад соискателя** заключается в том, что им непосредственно:

1. Установлена анизотропия неустановившейся стадии ползучести, упругого последействия и их фрактальная природа.

2. Разработана автоматизированная система регистрации числа изгибных вибраций при усталостных испытаниях, которая отличается высокой надежностью и памятью при длительной эксплуатации в условиях наличия различных помех, включая перебои в электропитании.

3. Разработаны и реализованы методы визуализации трехмерной функции распределения кристаллов по ориентациям в пространстве индексов Миллера.

4. Установлены механизмы ближнего расслоения при отжиге сплава системы Cu-Ni и фрактальная природа образующихся при этом кластеров из атомов никеля, найдена их фрактальная размерность.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах: 2-ой Евразийской научно-практической конференции "Прочность неоднородных структур" (ПРОСТ), Москва-2004; 5, 7 и 8-ой Международных научно-практических конференциях "Современные информационные и электронные технологии", Одесса-2005, 2006, 2007; 11-ой Российской конференции по теплофизическим свойствам веществ, Санкт-Петербург-2005; 4-ом Всероссийском научном семинаре памяти проф. С.Д. Волкова, Екатеринбург-2006; Міжнародній конференції студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики ЄВРИКА-2009, Львів-2006; 5-ой Всероссийской конференции "Механика микрон неоднородных материалов и разрушение", Екатеринбург-2008; 11-ой Международной научно-практической

конференции «Современные информационные и электронные технологии», Одесса-2010.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 17 печатных работ, в том числе 9 научных статей.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех разделов, каждый из которых заканчивается краткими выводами, выводов и списка цитированной литературы. Общий объем диссертации составляет 180 страниц, включая 70 рисунков, 19 таблиц, список литературы, содержащий 140 наименований, и приложения.

## РАЗДЕЛ 1.

## ФРАКТАЛЫ В ФИЗИКЕ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ

В последние годы 20 и в начале 21 столетий возрос интерес к конденсированным системам, имеющими так называемую фрактальную структуру [17]. Твердотельные фрактальные системы образуются из атомов или молекул, а также из частиц размером 2-8 нм или кластеров. Такие объекты представляют собой новый тип структурного состояния вещества, многие физических свойства которых значительно отличаются от классических плотных конденсированных объектов [17]. Так, при переходе вещества в наноразмерное состояние понижается температура фазовых переходов, в том числе температура плавления. При этом наблюдается аномально высокие значения коэффициентов диффузии, снижение теплопроводности, более высокая электропроводность керамики, более высокое сопротивление металлов, возрастание коэрцитивной силы, снижение модулей упругости; повышение предела текучести, твердости, вязкости разрушения, износостойкости; проявление сверхпластичности при высоких температурах [18].

Спектр свойств вещества существенно расширяется, если нанометрические частицы агломерируются в компактный материал. Анализ накопленных результатов показывает, что в такой конденсированной системе важную роль играет не только размер зерна, но и структурное состояние границ зерен [19-25]. Структура и состояние границ раздела в значительной мере зависят от способов внешних воздействий при образовании таких конденсированных систем. В настоящее время основными способами их создания являются: интенсивная пластическая деформация, упорядочение твердых растворов и сильно нестехиометрических соединений, кристаллизация аморфных сплавов, осаждение на подложку из паров, плазмы или растворов [18].

Сформированные из таких частиц или кластеров фрактальные микро- или макроскопические структуры представляют значительный интерес, как для изучения фундаментальных свойств, так и при создании новых технических приложений физики твердого тела [18].

До недавнего времени геометрические модели различных природных конструкций традиционно строились на основе сравнительно простых геометрических фигур: прямых, многоугольников, окружностей, многогранников, окружностей, многогранников, сфер. Этот классический набор является вполне достаточным для описания элементарных структур. Но в то же время он малоприменим для характеристики таких сложных объектов, как вышеупомянутые твердотельные конденсированные системы, пористые материалы, очертание береговых линий материков и другие. В последние 15-20 лет для описания таких объектов все чаще используют новые геометрические фрактальные понятия.

### 1.1. Фрактальные и нефрактальные объекты

Одним из таких понятий, изменивших многие традиционные представления о геометрии, явилось понятие фрактала [26].

Б. Мандельброт ввёл термин «фрактал» и общее понятие фракталов. Название «фрактал» происходит от латинского *Fractus*, что означает дробный, ломаный.

Впервые с понятием фрактала столкнулись при измерении длины береговой линии. Казалось бы, ее длина  $L$  не зависит от выбора масштаба измерения  $l$ . Однако проведенные измерения показали, что в действительности выполняется соотношение [26],

$$L \propto l^{1-D}, \quad (1.1)$$

где  $D$  – так называемая фрактальная размерность (размерность Хаусдорфа-Безиковича [26]), которая не совпадает с топологической размерностью  $d$  в соотношении (1.1) и, вообще говоря, не является целочисленной величиной,

причем  $d > D$  [26] (например, для Англии  $D \approx 1,3$ , а для Норвегии  $D \approx 1,5$ ). Это указывает на то, что береговая линия является множеством, занимающим промежуточное положение между обычной линией ( $d = 1$ ) и поверхностью ( $d = 2$ ), причем величина  $1 < D < 2$  тем больше, чем более изрезанным является берег.

Примерами фракталов в природе могут служить облака, снежинки, очертания горных вершин.

В твердом теле фрактальные структуры дефектов возникают, например, при интенсивной внешней нагрузке, приводящей к возникновению дефектов значительной плотности. Исходя из современной точки зрения, процессы структурообразования при развитой пластической деформации, определяющие физико-механические свойства деформированного материала, являются процессами кооперативного перемещения дефектов кристаллического строения. В результате коллективного поведения сильно взаимодействующих дислокационных ансамблей возникают ротационные моды пластичности, носителями которых являются частичные дисклинации. Движение последних приводит к разбиению кристалла на разориентированные области [27] (рис. 1.1).

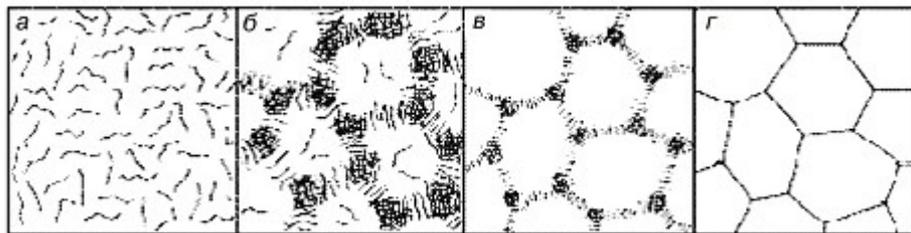


Рис. 1.1 Схематическое представление перестройки однородной дислокационной структуры в ячеистую: а – хаотическое распределение дислокаций; б, в – образование дислокационных клубков и рыхлых стенок; г – ячеистая структура [27].

Сначала распределение дефектов является однородным, затем образуются скопления в виде клубков и рыхлых стенок ячеек и, в завершение, формируется четко выраженная ячеистая структура. Скопления дислокаций, формирующие стенки ячеек, представляют собой фракталы,

размерность которых сначала увеличивается от  $d = 1$  (равномерное распределение дислокаций) до  $1 < D < 2$  (рыхлые скопления) и затем достигает  $d = 2$  (геометрическая стенка ячейки).

Фрактальные объекты обладают необычными свойствами по сравнению с нефрактальными. Например, если образуется конденсированная система с обычной компактной структурой, то число  $N$  структурных элементов (атомов, молекул или других частиц), содержащихся в зародыше новой фазы размером  $R$ , определяется соотношением [27]

$$N \propto R^d, \quad (1.2)$$

где  $d$  – размерность пространства ( $d = 1, 2$  или  $3$ , для обычных евклидовых прямых, плоскостей или обычных трехмерных объектов, вообще говоря, целочисленная [27]). Для объема выделения справедливо соотношение

$$V = A_d R^d, \quad (1.3)$$

где  $A^d$  – геометрический фактор, учитывающий форму образования. Если образование имеет равноосную форму, то при размерности  $d = 1, 2, 3$  величина  $A^d = 2, \pi, 4\pi/3$  соответственно. Тогда плотность компактного образования  $\rho = N/V$  не зависит от размера.

Если же образуется фрактальная система, то число частиц во фрактальном агрегате размером  $R$  определяется соотношением

$$N \propto R^D, \quad (1.4)$$

где  $D$  – фрактальная размерность (размерность Хаусдорфа-Безиковича [26]), Поэтому плотность выражается как

$$\rho \propto R^{-(d-D)}. \quad (1.5)$$

В результате плотность  $\rho$  является убывающей функцией размера  $R$  образования. Таким образом, чем больше различаются топологическая размерность  $d$  и фрактальная размерность  $D$ , тем более рыхлой является фрактальная система.

Примерами таких фрактальных образований являются фрактальные кластеры, возникающие в результате агрегации, ограниченной диффузией при образовании гелей и аэрогелей, коллоидных частиц, при образовании

нанотрубок и фуллеренов и др. [28] Обширный экспериментальный и теоретический материал по фракталам в материаловедении собран в монографии В.С. Ивановой с соавторами [29].

Как будет показано ниже, фрактальные кластеры возникают при образовании ближнего расслоения твердого раствора замещения в бинарной металлической системе Cu-Ni.

## 1.2. Основные характеристики фрактальных объектов

Для описания фрактальных объектов используют фрактальную геометрию, которая описывает объекты, обладающие свойством самоподобия, с дробной размерностью пространства.

**Фрактальная размерность множества.** Объем фрактала в своем пространстве вложения всегда равен нулю. Он, однако, может быть отличен от нуля в пространстве меньшей размерности. Чтобы определить размерность этого пространства  $D$ , разбивают все  $n$ -мерное пространство на малые кубики с длиной ребра  $\varepsilon$  и объемом  $\varepsilon^n$  – рис. 1.2 [30]. Пусть  $N(\varepsilon)$  — минимальное число кубиков, которые в совокупности полностью покрывают фрактальное множество, тогда по определению

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)} \quad (1.2)$$

Эту величину обычно называют фрактальной размерностью или размерностью Хаусдорфа-Безиковича [26].

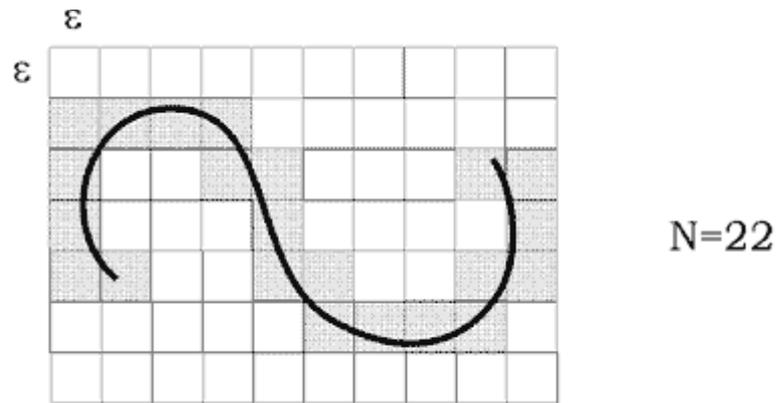


Рис. 1.2 К нахождению фрактальной размерности [30].

Существование этого предела означает конечность объема фрактала в  $D$ -мерном пространстве: при малом  $\varepsilon$

$$N(\varepsilon) \approx V\varepsilon^{-D} \quad (1.3)$$

где  $V = \text{const}$ . Таким образом,  $N(\varepsilon)$  есть не что иное, как число  $D$ -мерных кубиков, покрывающих в  $D$ -мерном пространстве объем  $V$ . Поскольку покрывающие фрактал  $n$ -мерные кубики могут оказаться почти пустыми

$$D < n, \quad (1.4)$$

то, в отличие от привычной размерности,  $D$  может быть дробной величиной, каковой она чаще всего и является для фрактальных множеств.

Для обычных множеств это определение приводит к хорошо известным результатам. Так для множества  $N$  изолированных точек  $N(\varepsilon) = N$  и поэтому

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)} = 0 \quad (1.5)$$

Для отрезка достаточно гладкой линии длины  $L$ :  $N(\varepsilon) = L/\varepsilon$  и поэтому  $D = 1$ .

Для площадки  $S$  двумерной поверхности:  $N(\varepsilon) = S/\varepsilon^2$  и  $D = 2$  и т.д.

Следует различать так называемые точные или регулярные фракталы (такие как канторовское множество, кривая и снежинка Коха, салфетка и ковер Серпинского) и случайные фракталы типа береговой линии, траектории броуновского движения или фрактальных кластеров.

**Канторовское множество.** Для его построения выбирают отрезок длины, равный 1. Разделив его на три равные части, исключают среднюю

часть. С оставшимися двумя отрезками проделывают ту же процедуру и в результате получают 4 отрезка в  $1/9$  длины каждый и т.д. до бесконечности (рис. 1.3) [30].

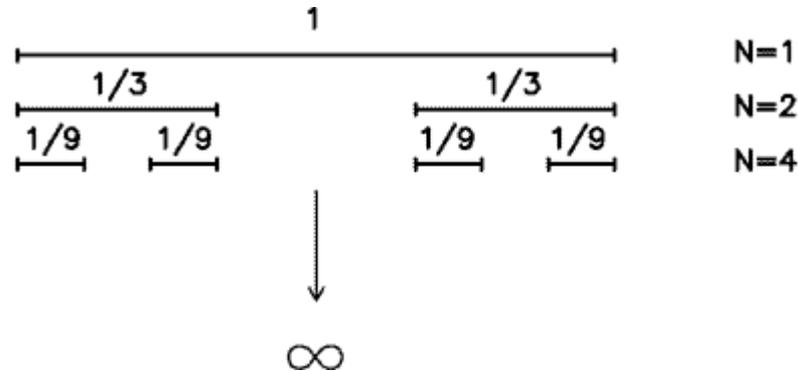


Рис. 1.3 Построение канторовского множества [30].

Множество точек, возникшее после этой процедуры, и является канторовским множеством. Длина  $L$  этого множества равна нулю. Действительно,

$$L = 1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{9} - \frac{4}{27} - \dots = 1 - \frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 - 2/3} = 0 \quad (1.6)$$

Чтобы найти хаусдорфову или фрактальную размерность канторовского множества, принимают в качестве "эталона" отрезок длиной

$$\varepsilon = \frac{1}{3^n} \quad (1.7)$$

Минимальное число таких отрезков, необходимых для покрытия множества, равно

$$N(\varepsilon) = 2^n. \quad (1.8)$$

Поэтому его фрактальная размерность

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln 2^n}{\ln 3^n} = \frac{\ln 2}{\ln 3} \approx 0,6309 \quad (1.9)$$

## Снежинка Коха

Пример построения этого фрактала изображен ниже на рис. 1.4.

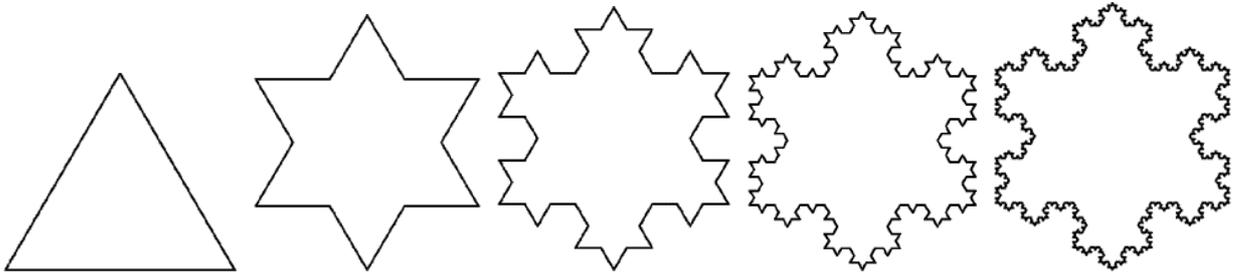


Рис. 1.4 Снежинка Коха.

Снежинка Коха представляет собой линию бесконечной длины. Действительно, при каждом шаге число сторон многоугольника увеличивается в 4 раза, а длина каждой стороны уменьшается только в 3 раза. Если принять длину стороны образующего треугольника за 1, то тогда длина снежинки Коха

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n = \infty. \quad (1.10)$$

В то же время снежинка Коха ограничивает конечную площадь. Если принять площадь образующего треугольника за 1, то площадь под кривой равна

$$S = 1 + 3 \cdot \frac{1}{3^2} + 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{9^2} + 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{27^2} + \dots \quad (1.11)$$

Здесь учтено, что каждый раз число дополнительных треугольников увеличивается в 4 раза, а их сторона уменьшается в 3 раза (соответственно их площадь уменьшается в  $3^2 = 9$  раз). В итоге

$$S = 1 + 3 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4^k}{(3^{k+1})^2} = 1 + \frac{1}{3} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{4}{9}\right)^k = 1 + \frac{3}{5} = 1,6. \quad (1.12)$$

Таким образом, площадь под снежинкой Коха в 1,6 раза больше площади образующего ее треугольника.

Чтобы найти фрактальную размерность снежинки Коха, следует учесть, что, как упоминалось выше, на  $n$ -шаге число сторон треугольников  $N(\varepsilon) = 3 \cdot 4^n$ , а длина стороны  $\varepsilon = 1/3^n$ . Поэтому

$$D = \frac{\ln 4}{\ln 3} \approx 1,2618. \quad (1.13)$$

**Салфетка Серпинского.** Три первых шага в построении этого фрактала и сам фрактал представлено на рис. 1.5.



Рис. 1.5 Построение салфетки Серпинского

Число треугольных пор все меньшего и меньшего масштаба в нем бесконечно. Число черных треугольников в этом построении растет как  $3^n$ , где  $n$  — номер шага, а длина их стороны уменьшается как  $2^{-n}$ . Поэтому фрактальная размерность равна

$$D = \frac{\ln 3}{\ln 2} \approx 1,5849. \quad (1.14)$$

Легко показать, что площадь белых пятен равна площади исходного треугольника.

**Броуновское движение.** Рассмотренные выше примеры фракталов относятся к так называемым точным фракталам или детерминистическим. Они все построены по вполне определенному геометрическому правилу. Помимо точных фракталов, существуют еще так называемые случайные фракталы. К ним относятся фрактальные кластеры, некоторые свойства которых рассмотрены выше. В расположении их элементов есть некоторая доля случайности. Простейшим случайным фракталом является траектория частицы, совершающей броуновское движение (рис. 1.6) [30].

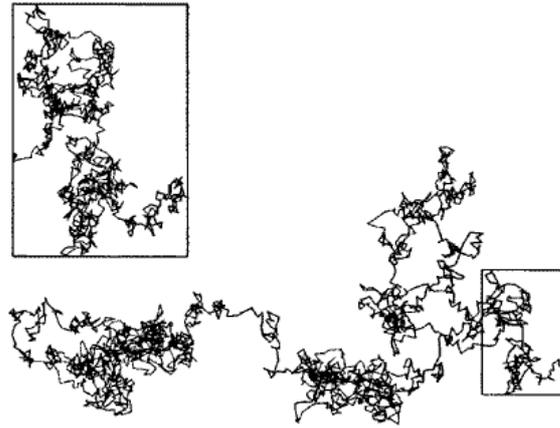


Рис. 1.6 Траектория броуновской частицы [30]

Траектория имеет очень сложный извилистый характер. Для определения ее фрактальной размерности следует учесть, что если частица продиффундировала на расстояние  $R$ , то среднее число "шагов", которое она сделала

$$N \approx \frac{R^2}{l^2}, \quad (1.15)$$

где  $l$  — характерная длина одного шага. Поэтому

$$D = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\ln N}{\ln(1/l)} = 2. \quad (1.16)$$

Это значит, что характерный размер диффузионной траектории на заданной площади пропорционален величине этой площади. То есть траектория на плоскости является достаточно густой. Для двумерного броуновского движения вероятность возвращения в любую, сколь угодно малую окрестность произвольно выбранной точки, равна 1. В случае же диффузии в трехмерном пространстве траектория броуновской частицы является, напротив, очень рыхлой (ее фрактальная размерность по-прежнему равна 2) и не заполняет всего предоставленного ей объема. В этом случае вероятность возврата оказывается меньше единицы [27].

Обычно под фрактальной размерностью понимают показатель степени  $D$  в соотношении  $N \propto l^{-D}$ , где  $N$  — минимальное число элементов с характерным размером  $l$ , необходимых для покрытия данного фрактального

множества (или его части). Но число  $N$  – безразмерная величина, поэтому оно в принципе должно выражаться в виде безразмерного отношения

$$N \propto \left(\frac{R}{l}\right)^{-D} \quad (1.17)$$

где  $R$  — характерный размер этого множества. Это происходит по той причине, что у фрактала нет своего выделенного масштаба длины, кроме своего собственного размера. Поэтому фрактальная размерность  $D$  с одной стороны показывает, как с уменьшением масштаба  $l$  растет число элементов, необходимых для покрытия данного фрактального множества. С другой стороны, этот же показатель степени показывает, как это же число растет с увеличением размеров самого фрактала.

**Самоподобие фракталов.** Важным свойством фракталов является их самоподобие. Это означает, что структура фрактала в одном масштабе подобна его структуре в другом, большем масштабе. Иными словами, если любой элемент фрактальной структуры увеличить в какое-то число раз, то получится элемент структуры того же фрактала. Это свойство очевидно для точных фракталов, примеры которых описаны выше. Для случайных фракталов типа траектории броуновского движения, береговой линии или фрактальных кластеров, самоподобие следует понимать статистически: увеличение случайного элемента фрактальной структуры дает случайный элемент структуры того же фрактала [27].

Самоподобие означает, что в структуре фрактала отсутствуют какие-либо характерные размеры, с которыми можно сравнить размеры ее элементов. При отсутствии характерных размеров система должна обладать одинаковыми свойствами во всех масштабах, так как ни одна область масштабов не выделена по сравнению с другими. Поэтому часто самоподобие называют масштабной инвариантностью. При этом любая количественная характеристика фрактала  $Q$  при изменении размера  $L$  в несколько раз меняется независимо от величины  $L$ . Математически

соотношение, выражающее это свойство, представляют в виде степенной зависимости

$$Q(L) \propto L^D, \quad (1.18)$$

Таким образом, самоподобие фракталов приводит к тому, что их свойства описываются степенными законами.

Масштабно-инвариантные фракталы применяются как приближения к естественным структурам, подлежащим рассмотрению [26]. В отличие от теоретических фракталов, реальные фракталы, наблюдаемые в природе, могут существовать лишь в ограниченной области размеров, поскольку элементы их структуры не могут быть как бесконечно малыми, так и бесконечно большими. Например, при рассмотрении береговой линии речь идет о размерах  $l$  значительно меньших размеров самого материка или острова. В то же время эти размеры должны быть во много раз больше песчинок и камешков, составляющих линию побережья. В общем случае следует иметь в виду, что фрактальная структура реализуется в некоторой промежуточной области масштабов

$$l_{min} \ll l \ll l_{max} \quad (1.19)$$

хотя практически эта область может быть очень большой [27].

### 1.3. Фрактальные аспекты вклада дефектной структуры в анизотропию физических свойств материалов

Реальные поликристаллические материалы обладают анизотропией физических свойств. В анизотропию свойств поликристаллов вносит вклад не только кристаллографическая и механическая текстура, обусловленная различными внешними воздействиями при формировании поликристалла, но и нарушения периодичности структуры, то есть дефекты кристаллической решетки [31]. Было показано, что сформированная структура, которая ответственна за свойства материала, обладает свойством иерархичности [10, 32, 33]. При этом формирование той или иной структуры в процессе

внешнего воздействия обеспечивается путем коллективного перемещения структурных дефектов, которые, локализуясь, проходят через стадии структурной неустойчивости [34 – 36]. Установлено, что каждая компонента кристаллографической текстуры обладает различной дефектной структурой [37, 38]. При этом дислокационная структура имеет фрактальную природу [39, 40]. Поэтому реальные поликристаллы можно отнести к неупорядоченным системам, в которых отсутствует как строгая кристаллическая упорядоченность, так и полный хаос.

### **Фрактальная структура неупорядоченных твердых растворов.**

Представление о том, что конденсированные среды могут быть либо упорядоченными, либо неупорядоченными является идеализированным [41]. Во многих твердых растворах наблюдаются процессы образования ближнего порядка примесных атомов. Процессы упорядочения при этом происходят в неоднородной системе. Такое поведение микрон неоднородных систем может быть отражением процессов самоорганизации в таких системах с образованием фрактальных кластеров. Ниже будут представлены наши результаты исследования процессов самоорганизации в твердом растворе системы Cu-Ni.

К настоящему времени накоплен значительный теоретический и экспериментальный материал для количественного описания эффективных свойств таких неупорядоченных систем. Особенно эффективным оказалось применение фрактальных моделей неупорядоченных систем. Так, существенным вкладом в описание структуры и свойств композитных материалов явилось использование фрактальной геометрии, предложенное В.В. Новиковым [42 – 46].

В монографии [31] показано, что возникновение анизотропии тех свойств, которые традиционно являются изотропными в металлических системах с идеальной (бездефектной) кубической решеткой, обусловлено структурой кристаллических дефектов, которая имеет фрактальную природу. Применение фрактальных представлений к металлическим системам с

кубической решеткой позволило количественно описать анизотропию электро - и теплопроводности, теплового расширения, вклад дефектной структуры в анизотропию упругих свойств [31].

Использование фрактального подхода позволило объяснить формирование фрактальной структуры при хрупком разрушении металлической пластины [47]. Экспериментально показана фрактальная природа хрупкого разрушения металлических материалов при испытаниях на ударный изгиб [48, 49].

На основе анализа экспериментальных исследований закономерностей разрушения твердых тел А.И. Олемским совместно с А.А. Канцельсоном и Хоменко А.В. была предложена фрактальная теория усталостного разрушения [50, 51].

В то же время фрактальные аспекты вклада дефектной структуры в анизотропию упругого последействия и начальной (нелинейной) стадии ползучести, анизотропию усталости, процессов упорядочения исследованы недостаточно.

**Упругое последействие.** В идеальном (бездефектном) монокристаллическом теле при бесконечно медленном (квазистатическом) деформировании под действием низких напряжений справедлив закон Гука [13]:  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ , где  $\sigma$  – напряжение,  $E$  – модуль Юнга,  $\varepsilon$  – относительная деформация. Однако в реальных твердых телах область физического существования закона Гука крайне ограничена [13]. Проявление неупругости или переход в упругопластическую область деформации наблюдается при напряжениях намного меньших предела текучести материала. Поэтому в материалах наряду с упругими процессами в границах упругой деформации проявляются неупругие эффекты. Примерами неупругости являются ползучесть и упругое последействие.

Упругое последействие было открыто в 1835 г. немецким физиком Вильгельмом Эдуардом Вебером [52]. Он установил, что изменения формы, испытываемые упругими телами под действием внешних сил, достигают

своего максимума только через некоторое время после начала действия силы и что после прекращения внешнего воздействия первоначальная форма тел восстанавливается только спустя некоторое время.

Согласно современным представлениям [53], напряжения и деформации, возникающие при действии нагрузки на деталь, изменяются со временем, даже если нагрузки остаются постоянными. Это явление называется ползучестью материала. Если со временем изменяется величина деформации, при неизменной нагрузке, то это явление называется собственно ползучестью или последействием. Явление, при котором изменяется напряжение с течением времени при неизменной деформации, называется релаксацией.

Если к телу приложить постоянное напряжение, то мгновенно (со скоростью звука) возникнет упругая деформация  $\varepsilon_0$  (рис. 1.7).

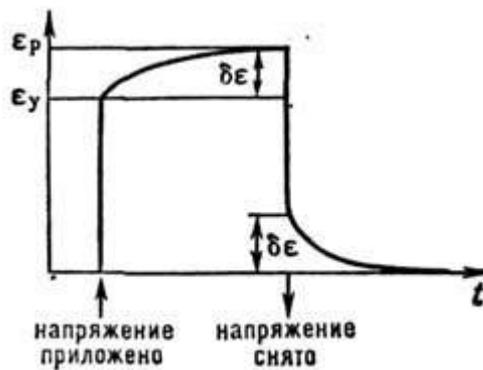


Рис. 1.7 Прямое и обратное упругое последействие.

Эта деформация в дальнейшем будет увеличиваться во времени  $t$ , асимптотически приближаясь к равновесному значению  $\varepsilon_0$ . Прирост дополнительной упругой деформации  $\delta\varepsilon = \varepsilon_p - \varepsilon_0$  называется прямым упругим последействием, в отличие от обратного упругого последействия, где после устранения напряжения мгновенно снимается упругая деформация  $\varepsilon_0$ , а дополнительная  $\delta\varepsilon$  асимптотически исчезает во времени. Дополнительная упругая деформация составляет малую часть полной равновесной упругой деформации. Если процесс нагрузки носит знакопеременный характер, то упругое последействие приводит к возникновению упругого гистерезиса. Упругое последействие полностью обратимо и в литературе иногда

называется "обратимой ползучестью". Оно связано с наличием в материале точечных и линейных дефектов, их движением, взаимодействием и аннигиляцией [54].

Таким образом, общая деформация тела под воздействием постоянной нагрузки состоит из двух слагаемых:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_o + \varepsilon_p(t). \quad (1.20)$$

Явления ползучести отличается от явления упругого последействия тем, что деформации при упругом последействии, возникшие во времени после приложения нагрузки, уменьшаются до нуля после снятия ее [55], а при ползучести после снятия нагрузки в теле возникает остаточная деформация.

В силу различия физических механизмов, приводящих к возникновению временных эффектов, единой теории ползучести не существует [53]. Наибольшее развитие получили варианты теории ползучести, описывающие поведение наиболее распространённых конструкционных материалов: металлов, пластмасс, композитов, грунтов, бетона. Наибольшее распространение получили два подхода к построению теории ползучести.

В первом в качестве основного соотношения принимается уравнение состояния в виде

$$\dot{p} = f(\sigma, T, \varepsilon, q_i), \quad (i = 1, \dots), \quad (1.21)$$

где  $P$  - деформация ползучести,  $\sigma$  - напряжение,  $T$  - температура,  $q_i$  - так называемые параметры состояния, для которых записывается система кинетических уравнений вида

$$dq_i = A_i d\sigma + B_i dp + C_i dT + D_i dt \quad (i = 1, \dots, n), \quad (1.22)$$

где коэффициенты  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  и  $D_i$  сами могут быть функциями  $\sigma$ ,  $T$ ,  $\varepsilon$  и  $q_i$ . Задавая конкретные виды функций  $f$ ,  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  и  $D_i$  можно получить все известные, так называемые технические теории ползучести (старения, течения, упрочнения). Так, если принять, что параметр  $q_i \equiv t$ , получим теорию течения, а если ограничиться одним уравнением (1.21), то теорию

упрочнения. Вводя параметр поврежденности  $\omega$  (под которым понимается обобщенная мера микротрещин), получим соотношения вида

$$\dot{p} = f(\sigma, T, p, \omega) \text{ и } \dot{\omega} = \varphi(\sigma, T, p, \omega),$$

которые позволяют описать как процесс ползучести, так и длительное разрушение (обычно для сплошного, неповрежденного материала принимается  $\omega = 0$ , а условие разрушения - в виде  $\omega = 1$ ). Соотношения (1.21) и (1.22) позволяют учесть все основные участки кривых простой ползучести (когда испытания проводятся при постоянном напряжении). Кроме того, в них могут быть учтены и такие эффекты, как скачкообразное изменение скорости ползучести при мгновенных догрузках и разгрузках и эффект последствия.

Во втором подходе принимается зависимость вида  $p = \Phi(\sigma, T)$ , где под  $\Phi$  понимается некоторый функционал по времени  $t$ . В частном случае, когда он может быть записан в виде

$$p = \int_0^t K(t, \tau, T) f(\sigma, T) d\tau,$$

получаем теорию наследственности. Величина  $K(t, \tau, T)$  так называемое ядро последствия, характеризует, насколько в момент времени  $t$  ощущается влияние (последствие) на деформацию напряжения, которое действовало в более ранний момент времени  $\tau$ . Так как напряжение действует и в другие моменты времени, то суммарное последствие учитывается интегрированием. Для нестареющего материала ядро  $K$  зависит только от разности  $t - \tau$ . Если  $f$  является линейной функцией  $\sigma$ , то получается линейная теория наследственности. Для известных моделей вязкоупругих сред  $K$  является экспоненциальной функцией от  $t - \tau$ . В более общем случае нелинейной теории вязкоупругости  $\Phi$  может быть представлено в виде ряда кратных интегралов по времени.

Для описания процессов деформирования металлов Ю.Н. Работнов [56] предложил обобщить теорию упругой наследственности и представил основное уравнение, связывающее деформацию, напряжение и время в виде

$$\Phi(p) = \sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau. \quad (1.23)$$

В этом уравнении функция  $\Phi(p)$  является функцией только деформации. Она описывает диаграмму растяжения материала (при  $t=0$ ). Теория, предложенная Ю.Н. Работновым, получила название пластической теории наследственности.

Переход к сложному напряжённому состоянию осуществляется обычно принятием одной из двух гипотез для деформаций ползучести. В первом случае принимается, что тензор деформаций ползучести  $P_{ij}$  пропорционален девиатору тензора напряжений  $P_{ij} = \lambda S_{ij}$ . Во втором случае принимается гипотеза о пропорциональности тензора скоростей деформаций ползучести  $\dot{P}_{ij}$  тому же девиатору  $S_{ij}$ . Первая теория ползучести – деформационный вариант. Вторая – теория течения для сложного напряжённому состоянию. Параметр  $\lambda$  определяется как отношение соответствующих инвариантов тензоров деформаций ползучести и напряжений, для определения которых принимаются системы (1.21) и (1.22), куда в качестве параметров могут войти произвольные инварианты тензоров напряжений и деформаций.

Теория ползучести используется для анализа напряжённо-деформированного состояния и времени работоспособности элементов конструкций, материал которых обладает свойствами ползучести и длительной прочности.

Явления ползучести и упругого последействия имеют важное практическое значение. Прямое упругое последействие играет важную роль для материалов пружин, мембран и других упругих элементов, подвергаемым длительным нагрузкам. Большое значение для инженерной практики имеет детальное изучение механизмов ползучести и накопления повреждений, а также разрушение при ползучести [55, 56]. Однако, несмотря на важность явлений упругого последействия, их теория не является вполне законченной, так же как и теория неустановившейся стадии ползучести [55, 56].

В работе [57] впервые была разработана математическая модель ползучести неоднородных сред, основанная на фрактальных представлениях о неравновесных процессах. При этом автором [57] была установлена связь между фрактальной размерностью и параметрами ползучести Андраде [7, 8].

Позднее была предложена физико-математическая фрактальная модель явления упругого последействия в деформированных металлических системах [60]. Однако вопросы анизотропии упругого последействия не рассматривались. Ниже в разделе 3 будут представлены наши результаты исследования анизотропии упругого последействия в деформированных металлах.

**Ориентационные эффекты.** Вышеупомянутые эффекты анизотропии в неоднородных (поликристаллических) материалах тесно связаны с распределением фрагментов (кристаллитов) таких материалов по ориентациям, то есть с кристаллографической текстурой.

Текстуру классифицируют в соответствии с симметрией пространственного распределения ориентировок зерен [1, 2, 6, 7].

Аксиальная текстура – (неограниченная, осевая) возникает, если определенные кристаллографические направления  $\langle uvw \rangle$  (ось текстуры) во всех зернах устанавливаются параллельно какому-либо внешнему направлению (оси ориентировки). Обозначение текстуры –  $\langle uvw \rangle$ , где  $\langle uvw \rangle$  – индексы кристаллографического направления, ориентированного вдоль направления силы, вызвавшей образование текстуры. Чем больше угол, на который у части кристаллитов направление  $\langle uvw \rangle$  отклоняется от направления идеальной оси текстуры, тем больше степень рассеяния текстуры. Многокомпонентная осевая текстура записывается как

$$\langle u_1 v_1 w_1 \rangle + \langle u_2 v_2 w_2 \rangle + \dots$$

Все возможные варианты расположения зерен в материале с аксиальной текстурой можно представить вращением одного кристалла вокруг направления  $\langle uvw \rangle$ , установленного вдоль оси ориентировки. Аксиальная текстура образуется под воздействием сил, действующих предпочтительно в

одном направлении (волочение, экструзия, сжатие, осаждение из газовой среды, кристаллизация и др.). Аксиальную текстуру иногда называют текстурой волочения.

Спиральная текстура характеризуется тем, что направления  $\langle uvw \rangle$  образуют вокруг оси ориентировки конус с углом полураствора  $\varphi$ . Такой текстурой обладают, например, пленки металла, напыленного на трубчатые изделия. Если  $\varphi = 0$ , получается аксиальная текстура, при  $\varphi = 90^\circ$  – кольцевая текстура.

Текстура прокатки (ограниченная) характеризуется тем, что определенные плоскости  $\{hkl\}$  во всех зернах параллельны одной внешней плоскости, а направления  $\langle uvw \rangle$ , лежащие в этих плоскостях, параллельны одному направлению. В таких текстурах зерна не имеют ни одной вращательной степени свободы. Ограниченная текстура образуется в том случае, когда на образец действовали силы в нескольких направлениях. Типичным примером ограниченной текстуры служит текстура, возникающая при прокатке. Текстура прокатки образуется в результате действия сил сжатия в направлении, перпендикулярном плоскости прокатки, обозначаемом НН (направление нормали к плоскости прокатки), и сил растяжения вдоль направления прокатки, обозначаемого НП. В случае текстуры прокатки определенные плоскости  $\{hkl\}$  в зернах поликристалла оказываются параллельными плоскости прокатки, а направления  $\langle uvw \rangle$  – параллельными НП. При сильной однокомпонентной текстуре прокатки кристаллиты оказываются практически лишенными степеней свободы, и поликристаллический материал становится подобным соответствующим образом ориентированному блочному монокристаллу.

Схемы расположения кристаллитов в текстурованных материалах приведены на рис. 1.8 [7]. Текстуру прокатки в общей форме обозначают символом  $\{hkl\}\langle uvw \rangle$ . Индексы  $\{hkl\}$  и  $\langle uvw \rangle$  связаны между собой условием зональности (направление НП лежит в плоскости прокатки), которое выражается как

$$hu + kv + lw = 0$$

Рассеяние текстуры прокатки означает, что плоскости  $\{hkl\}$  у части зерен несколько отклонены от плоскости листа, а направления  $\langle uvw \rangle$  – не строго параллельны НП.

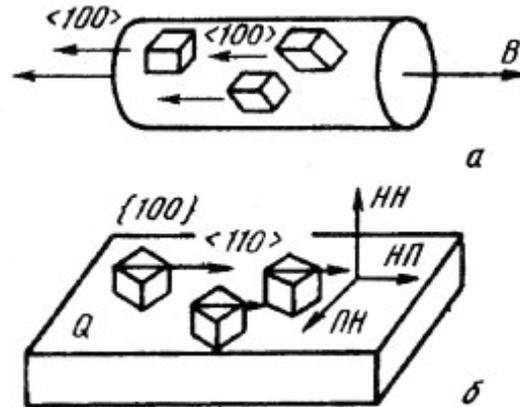


Рис. 1.8 Идеальная текстура в металлах с кубической решеткой:

а) – аксиальная текстура (текстура волочения)  $\langle 100 \rangle$ ; В – ось волокна;  
 б) ограниченная текстура (текстура прокатки)  $\{100\}\langle 110 \rangle$ ; Q – плоскость листа; НП – направление прокатки; НН – нормаль в плоскости Q; ПН – нормаль к НП и НН, лежит в плоскости Q.

Многокомпонентная текстура характеризуется наличием нескольких преимущественных ориентировок. Обозначение многокомпонентной текстуры:

$$\{h_1 k_1 l_1\} \langle u_1 v_1 w_1 \rangle + \{h_2 k_2 l_2\} \langle u_2 v_2 w_2 \rangle + \dots$$

В реальном материале невозможно строгое совпадение одних и тех же плоскостей и направлений во всех кристаллах. Отклонение от идеальной ориентировки называется рассеянием текстуры. Угол, на который направления и плоскости в отдельных кристаллитах отклоняются от идеальной ориентировки, обозначается  $\Delta\rho$ .

Обычно текстуру представляют с помощью прямых и обратных полюсных фигур [1, 2, 7].

Прямая полюсная фигура (ППФ) – гномостереографическая проекция (ГСП) определенной совокупности кристаллографических плоскостей  $\{hkl\}$

(стереографических проекций нормалей  $n\{hkl\}$  к этим плоскостям) на выбранную внешнюю плоскость для всех кристаллитов (зерен) данного поликристалла. Положение точек полюсной фигуры определяется двумя углами  $\alpha$  и  $\beta$ , где  $\alpha$  – радиальная координата, изменяющаяся от 0 до  $90^\circ$ ;  $\beta$  – азимутальная координата, изменяющаяся от 0 до  $360^\circ$ .

Например, в случае ограниченной текстуры проекцию выполняют на плоскость прокатки. ППФ обозначают индексами плоскостей  $\{hkl\}$ , для которых выполнена проекция. Области, в которых присутствуют проекции соответствующих плоскостей, отмечают на ППФ штриховкой. Вид ППФ зависит от типа текстуры и индексов плоскостей  $\{hkl\}$ . Схемы ППФ показаны на рис. 1.8, а на рис. 1.9 приведена ППФ многокомпонентной ограниченной текстуры реального материала – холоднокатаного железа [7].

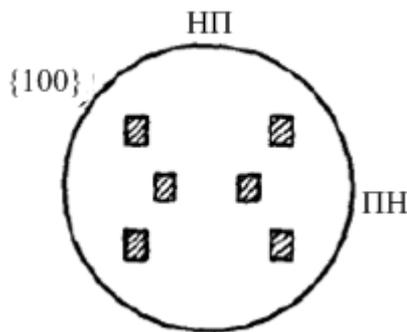


Рис. 1.9 Схема ППФ материала с ограниченной текстурой при ориентировке  $(211)\{011\}$ . НП и ПН – соответственно направление прокатки и поперечное направление.

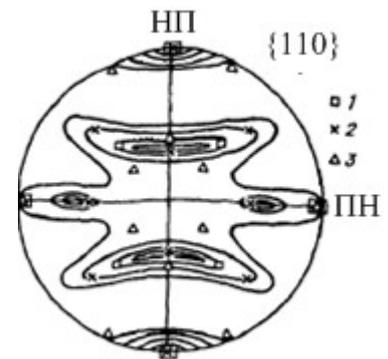


Рис. 1.10 ППФ  $(110)$  для холоднокатаного  $\alpha$ -железа.

Обозначены ориентировки:

- 1 –  $\{100\}\langle 110\rangle$ ; 2 –  $\{112\}\langle 110\rangle$ ;  
3 –  $\{111\}\langle 112\rangle$ .

Для построения прямой полюсной фигуры используют плоский образец, в котором плоскость ориентировки (в случае текстуры прокатки – плоскость прокатки) параллельна поверхности. Плоскость прокатки всегда является плоскостью проекции, направление прокатки совмещают с вертикальным диаметром. Координаты любой точки на плоскости проекций можно задать двумя углами:  $\alpha$ , отсчитываемым от центра проекций и  $\beta$ , отсчитываемым от вертикального диаметра против часовой стрелки. Для анализа, как и в случае

аксиальной текстуры, удобнее выбирать отражения от плоскостей  $\{hkl\}$  с малыми индексами. Из-за малого фактора повторяемости прямая полюсная фигура для таких плоскостей имеет более простой вид.

Для определения ориентировок проводят совмещение построенной полюсной фигуры со стандартными проекциями кристалла. Концентричным вращением полюсной фигуры пытаются добиться совпадения максимумов на ППФ с полюсами на сетке, имеющими индексы плоскостей, для которых построена фигура. Если на какой-либо стандартной проекции получено совпадение, то по индексам стандартной сетки определяют индексы плоскости, совпадающей с плоскостью проекции  $\{h_1k_1l_1\}$ , а индексы оси текстуры – по индексам направления  $\langle u_1v_1w_1 \rangle$ , с которым совпадает направление  $\beta = 0$  полюсной фигуры. В случае многокомпонентной текстуры процедуру повторяют до тех пор, пока все основные максимумы полюсной фигуры не будут описаны определенной ориентировкой  $\{hikili\}\langle uivwi \rangle$ . Сравнивая (с учетом рассеяния) высоты текстурных максимумов, принадлежащих разным ориентировкам, можно качественно оценить долю зерен в той или иной ориентировке.

Количественные ППФ имеют недостатки. Во-первых, все ориентировки зерен, которые различаются лишь поворотом вокруг нормали к отражающей плоскости, дают на ППФ одну точку. Действительно, для того, чтобы произошло «отражение», достаточно выполнения условия Вульфа-Брегга для плоскости  $(hkl)$ , но безразлично, как эта плоскость повернута вокруг нормали. Во-вторых, определение ориентировок в случае сложных текстур с большим рассеянием затруднительно и неоднозначно. В-третьих, в случае сложных (многокомпонентных) текстур практически невозможно определить долю объема зерен в той или иной ориентировке (очень сложно бывает различить близкие ориентировки). Избежать этих недостатков можно, если анализировать текстуру по ОПФ.

Обратная полюсная фигура (ОПФ) – стандартная стереографическая проекция (обычно [001]), на которой каждому кристаллографическому направлению приписан «вес», пропорциональный вероятности совпадения этого направления с определенным направлением в образце (например, с направлением прокатки (НП) или нормали к плоскости прокатки (НН)). ОПФ показывает распределение ориентаций внешней оси (например, направления прокатки НП) относительно внутренних (кристаллографических) осей. Наиболее часто «вес» пропорционален значению интенсивности  $I_{hkl}$ . Вероятность совпадения направлений определяет приведенная полюсная

плотность  $P_{hkl} = \frac{I_{hkl}^T}{I_{hkl}^0}$ , здесь  $I_{hkl}^T$  – интегральная интенсивность линии  $\{hkl\}$  в

текстурованном образце,  $I_{hkl}^0$  – то же для образца без текстуры. Обратная полюсная фигура строится в области стандартного треугольника – треугольника, образуемого тремя главными направлениями на стандартной проекции кристалла. Для кубической системы это направления [001], [011] и [111]. Возле разных полюсов на стандартном треугольнике проставляют соответствующие им значения, определенные экспериментально.

Обратная полюсная фигура дает возможность количественно определить долю разных компонент текстуры, а также оценить их рассеяние. Интегральная интенсивность линии  $hkl$  в отсутствии текстуры определяется рядом факторов и геометрией съемки. В текстурованном образце интенсивность отражения усиливается, если плоскости  $\{hkl\}$  ориентированы преимущественно параллельно поверхности образца, и падает, если такая ориентация в образце отсутствует.

Приведенная полюсная плотность  $P_{hkl}$  пропорциональна отношению интенсивности линии ( $hkl$ ) в текстурованном образце и образце без текстуры:

$$P_{hkl} = \frac{I_{hkl}^T}{I_{hkl}^0} K. \quad (1.24)$$

Коэффициент  $K$  – нормировочный множитель. Часто используется нормировка по Моррису [6]. По Моррису,

$$K = \frac{1}{\sum_{\Delta} A_{hkl} I_{hkl}^T / I_{hkl}^0}, \quad (1.25)$$

где  $\sum_{\Delta} (A_{hkl} \cdot P_{hkl}) = 1$ . Величины  $A_{hkl}$  – фракция кристаллов, рассеивающих рентгеновские лучи от плоскостей  $\{hkl\}$ . Условно  $A_{hkl}$  определяется долей площади поверхности стереографического треугольника вокруг нормали к  $(hkl)$ , ограниченной большими кругами, делящими угловые дистанции между соседними нормальными на стереографической проекции пополам ( $\sum_{\Delta} A_{hkl} = 1$ ).

Таким образом

$$P_{hkl} = \frac{I_{hkl}^T / I_{hkl}^0}{\sum_{\Delta} (A_{hkl} I_{hkl}^T / I_{hkl}^0)} \quad (1.26)$$

где  $I_{hkl}^T$  – интегральная интенсивность линии  $\{hkl\}$  в текстурированном образце,  $I_{hkl}^0$  – то же для образца без текстуры.

Значение коэффициентов  $A_{hkl}$  для гранецентрированной кубической (ГЦК), объемно центрированной кубической (ОЦК) и гексагональной плотно упакованной (ГПУ) решеток приведены в [6].

Обратная полюсная фигура строится в области стандартного треугольника – треугольника, образуемого тремя главными направлениями на стандартной проекции кристалла. Для кубической сингонии это направления  $[001]$ ,  $[011]$  и  $[111]$ , для тетрагональной –  $[001]$ ,  $[100]$  и  $[110]$  и т.д. Около различных полюсов на стандартном треугольнике проставляют соответствующие им значения  $P_{hkl}$ , определенные экспериментально. Пример ОПФ образца стали приведен на рис. 1.11.

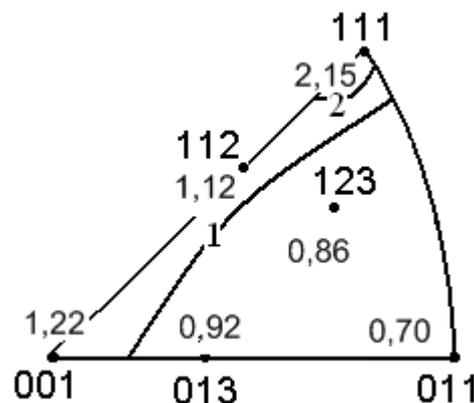


Рис. 1.11 ОПФ стали 15Х5М.

ОПФ дает возможность количественно определить доли разных компонент текстуры, а также оценить их рассеяние. Оценка долей ориентировок может быть проведена путем сопоставления абсолютных значений  $P_{hkl}$  для тех полюсов на стандартном треугольнике, для которых она соответствует большим величинам. Если какой-то полюс  $\{hkl\}$  на ОПФ имеет относительно большую величину полюсной плотности, чем соседние полюса, то с анализируемым направлением в образце с большей вероятностью совпадает нормаль  $n_{hkl}$  к плоскости  $\{hkl\}$ .

Анализ текстур с помощью ОПФ имеет следующие преимущества:

- большее, чем в случае ППФ, удаление друг от друга областей, соответствующих различным полюсам. Это особенно важно в случае рассеянных многокомпонентных текстур, когда имеет место перекрытие разных ориентировок на полюсной фигуре;
- более точное количественное определение ориентировок, описывающих текстуру, и их рассеяния. В случае ППФ для получения количественных оценок анализируют несколько ППФ, построенных для разных плоскостей  $\{hkl\}$ ;
- съемка для построения ОПФ не требует использования специальных приспособлений (приставки для наклона образца и щелей), как в случае ППФ.

К недостаткам ОПФ относится то, что при анализе ограниченной текстуры следует, во-первых, построить ОПФ для двух образцов: плоскость одного из них параллельна плоскости прокатки, а плоскость другого нормальна к направлению прокатки. Во-вторых, затруднительно по анализу ОПФ записать ориентировки зерен так, как это делается при анализе ППФ, то есть в виде  $\{hkl\}\langle uvw \rangle$ . В-третьих, ОПФ позволяет найти  $P_{hkl}$  только для тех плоскостей, отражения от которых были измерены, то есть полученная ОПФ дискретна.

Представление текстуры с помощью трехмерной функции распределения (ФРО) свободно от недостатков, присущих и ППФ, и ОПФ. Данные о ФРО содержатся в ПФ в неявной форме. Метод ФРО является наиболее полным и математически строгим описанием распределения кристаллов по ориентациям. ФРО представляют в пространстве углов Эйлера [61]. В общем случае текстура поликристалла описывается четырьмя координатами: три (эйлеровы углы) определяют ориентировку, а четвертая – вероятность этой ориентировки. Описание ориентаций более целесообразно проводить с помощью трех углов поворота (эйлеровых углов) относительно осей кристалла, которые приводят систему координат образца параллельно системе координат кристалла. Поворот осуществляют сначала вокруг оси  $z$  на угол  $\varphi_1$ , затем вокруг нового положения оси  $x$  на угол  $\Phi$ , а затем вокруг нового положения оси  $z$  на угол  $\varphi_2$  (рис. 1.12). Углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  могут изменяться от 0 до  $360^\circ$ , а угол  $\Phi$  от 0 до  $180^\circ$ . Углы  $\varphi_1$ ,  $\Phi$  и  $\varphi_2$  можно использовать в качестве декартовых координаты для описания положения кристалла в пространстве ориентировок.

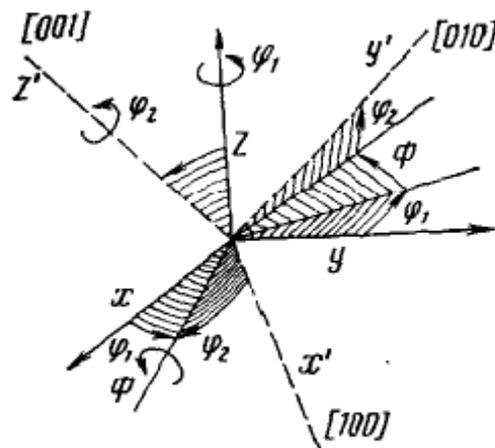


Рис. 1.12 Углы поворота, приводящего систему координат образца параллельно системе координат кристалла (эйлеровы углы).

Впервые текстурную функцию ввел А. С. Виглин [62], который показал, что функцию  $f(g)$ , зависящую от ориентировки  $g$ , можно разложить в ряд по обобщенным сферическим функциям:

$$f(g) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{+l} \sum_{n=-l}^{+l} C_l^{mn} T_l^{mn}(g) \quad (1.27)$$

Прямой метод определения ФРО заключается в непосредственном измерении ориентации большого количества кристаллов. Относительную долю кристаллов с ориентациями, попадающими в заданный интервал углов  $(g_0 - \Delta g, g_0, g_0 + \Delta g)$ , после нормировки принимают за соответствующее значение ФРО –  $f(g)$ . В [63] было показано, что для удовлетворительной точности число исследованных кристаллов должно быть порядка 3000. Вследствие этого прямые методы определения ФРО не нашли широкого распространения.

Идеи Виглина получили развитие в работах Бунге [61] и Роэ [64]. Независимо друг от друга они разработали методы аналитического нахождения трехмерных функций распределения ориентировок кристаллитов, исходя из нескольких прямых ПФ, полученных экспериментально.

Пусть  $dV$  – совокупность объемов всех частей образца с некоторой ориентацией  $g\{\varphi_1, \Phi, \varphi_2\}$  в пределах ориентаций  $dg$ ,  $V$  – общий объем поликристалла. Тогда

$$\frac{dV}{V} = f(g)dg \quad (1.28),$$

где  $f(g)$  – ФРО, определяющая часть кристаллов в ориентационном элементе  $dg$ .

ФРО нормируется по Бунге [61] так, что

$$\int_g f(g)dg = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{\pi} d\Phi \int_0^{2\pi} f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) \sin \Phi d\varphi_2 = 1 \quad (1.29)$$

Для получения достоверной ФРО требуется использовать данные рентгеновской дифрактометрии. Связь между ПФ и ФРО задается в виде интегрального уравнения:

$$P_h(\alpha, \beta) = \int f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) d\gamma \quad (1.30),$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  – угловые полярные координаты кристаллического направления  $\vec{h}$  по отношению к осям образца;  $\gamma$  – угол вращения вокруг  $\vec{h}$ ;  $P_{\vec{h}}$  – прямая полюсная фигура для направления  $\vec{h}$ .

По Бунге ФРО рассчитывают из 2-3 ППФ численными методами. Альтернативные методы расчета ФРО из ППФ – вероятностный метод [65] и метод модельных функций [66].

Обычно, рассчитав ФРО, для наглядной ее интерпретации прибегают к идеальным ориентировкам, заменяя реальное распределение квазимонокрystalлами соответствующей симметрии при помощи индексов Миллера [7]. Поэтому является целесообразным представлять ФРО в пространстве идеальных ориентировок. Ниже в разделе 2 данной работы нами предложен метод представления текстуры с помощью ФРО в пространстве идеальных ориентировок.

**Усталостное разрушение.** Термин “усталость” в большинстве случаев используют для описания:

а) потери рабочих качеств или способности к функционированию после длительной работы без перерыва. Иногда он относится к временному режиму так, что прочность восстанавливается после некоторого перерыва в работе (релаксации);

б) долговременных состояний, в которых прочность не восстанавливается никогда. Непосредственное влияние может казаться безобидным, но если деформирование повторяется все время, то рабочие качества снижаются и, в конце концов, могут быть полностью утрачены.

Усталость в металлах относится к виду б) из описанных выше явлений. Основными внешними воздействиями, которые ведут к усталостному разрушению, являются циклические, то есть периодические силы, они вносят соответствующие компоненты внутренних циклических напряжений. Силы такого рода изначально присутствуют во вращающихся механизмах, используемых в автомобилях и станках. В XIX-м веке в первых паровозах происходили катастрофические усталостные разрушения. В связи с этим

немецкий железнодорожный инженер А. Велер (A. Woehler) провел первые систематические лабораторные испытания на усталость, которые были опубликованы в 1858 – 1870 годах [67].

Обычно различают малоцикловую и многоцикловую усталость. Малоцикловая усталость возникает при максимальных напряжениях  $\sigma_{max}$ , превышающих предел текучести  $\sigma_T$ , материала и сопровождается знакопеременным пластическим деформированием объема материала, большого по сравнению с размерами структурных составляющих (зерен, пор, включений). При малоцикловой усталости, окончательное разрушение происходит приметно после  $10^4$  циклов и менее. При многоцикловой усталости, разрушение происходит после  $10^3$ – $10^9$  циклов. Многоцикловая усталость имеет место при напряжениях значительно ниже предела текучести ( $\sigma_{max} < 0,6\sigma_T$ ). В этом случае в макрообъеме материал деформируется упруго (его свойства с вполне удовлетворительной точностью описываются законом Гука  $\sigma = E\varepsilon$ ). Однако большинство реальных материалов имеют сложную микроструктуру (зерна, поры, межзеренные прослойки, неметаллические включения в стали и т. д.). При упругом деформировании достаточно большого объема в микрообъемах (в отдельных слабых зернах, вблизи дефектов) происходит локальное знакопеременное пластическое деформирование, которое называют микропластическим. Его многократное повторение приводит к зарождению микроскопических трещин. Постепенное их развитие и слияние в магистральную трещину приводит к ослаблению сечений и затем к внезапному долому деталей. Продолжительность стадии многоцикловой усталости к моменту зарождения магистральной усталостной макротрещины для стальных конструкций превышает  $10^5$  –  $10^6$  циклов [68].

Граница между малоцикловой и многоцикловой усталостью не является четко выраженной. В тех случаях, когда пластическая деформация в макрообъеме отлична от нуля в каждом цикле, но мала по сравнению с упругой, условия зарождения трещины зависят и от упругой и от

пластической деформации. Это – переходная зона между малоцикловой и многоцикловой усталостью [68].

Существует два различных подхода к прогнозированию усталостного ресурса [3]:

1) метод Палмгрена-Майнера (*Palmgren-Miner*), основанный на анализе эмпирических зависимостей истинного  $S$  или обычного  $\sigma$  механического напряжения, периодически прикладываемого к образцу (детали), от числа циклов  $N$  нагружения (построение и анализ  $S-N$  или  $\sigma-N$  кривых);

2) метод механики разрушения, основанный на теории Париса-Ергодана (*Paris-Ergodan*) с эмпирическими  $da/dN$  кривыми [69].

**Метод Палмгрена-Майнера** позволяет прогнозировать весь ресурс элемента, т.е. как начальный этап, так и фазу распространения разрушения, в то время как метод механики разрушения имеет дело только с фазой распространения разрушения. Для расчетов на прочность при повторно-переменных напряжениях требуется знание механических характеристик материала [70]. Их определяют испытанием на сопротивление усталости серии стандартных тщательно отполированных образцов на специальных машинах. Наиболее простым является испытание на изгиб при симметричном цикле напряжений. Продолжительность одного цикла нагружения называют периодом и обозначают  $T$  (рис. 1.13). Нагружение с одним максимумом и одним минимумом в течение одного периода при постоянстве параметров цикла называют регулярным нагружением.

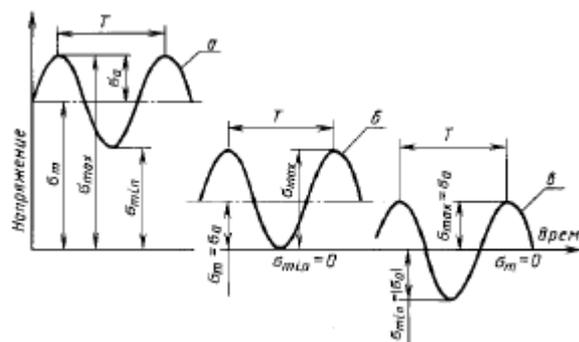


Рис 1.13 Циклы напряжений

а — асимметричный; б — отнулевой; в — симметричный

Цикл переменных напряжений характеризуют (рис. 1.13):

- максимальным напряжением  $\sigma_{max}$ ;
- минимальным напряжением  $\sigma_{min}$ ;
- средним напряжением  $\sigma_m = 0,5(\sigma_{max} + \sigma_{min})$ ;
- амплитудой цикла  $\sigma_a = 0,5(\sigma_{max} - \sigma_{min})$ ;
- коэффициентом асимметрии цикла  $R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$ .

Если

$$R = 0 \quad (\sigma_{min} = 0; \sigma_m = \sigma_a = 0,5\sigma_{max}), \quad (1.31)$$

то имеем отнулевой цикл напряжений (рис. 1.13, б).

Если

$$R = -1 \quad (\sigma_m = 0; \sigma_a = \sigma_{max}), \quad (1.32)$$

то цикл напряжений называется симметричным (рис. 1.13, в). Этот цикл является наиболее неблагоприятным для работы детали, так как характеризуется изменением не только значения, но и знака действующих напряжений (знакопеременный цикл).

Если

$$R = 1 \quad (\sigma_a = 0; \sigma_{max} = \sigma_{min} = \sigma_m = \sigma), \quad (1.33)$$

то действуют постоянные статические напряжения.

Во всех других случаях – циклы напряжений асимметричные (рис. 1.13, а).

Создавая различные значения напряжений  $\sigma_{max}$  в образцах, определяют число циклов  $N$ , при котором произошло их разрушение. По полученным данным строят кривую в координатах  $\sigma_{max} - N$ , называемую кривой усталости (рис. 1.14). Как видно (рис. 1.14), при малых напряжениях образец, не разрушаясь, может выдержать очень большое число циклов нагружения.

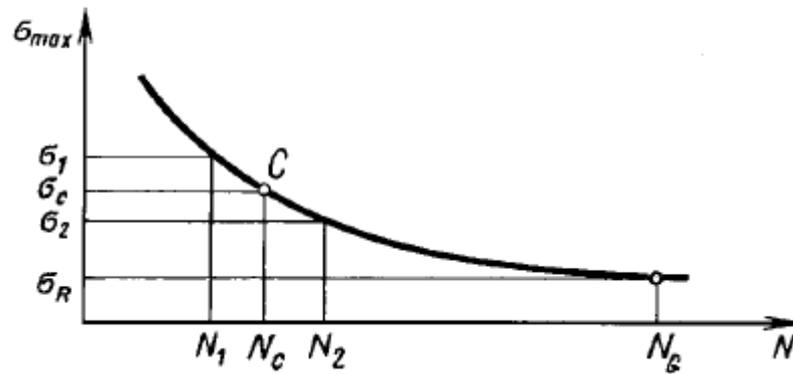


Рис. 1.14 Кривая усталости.

Базой испытаний называют предварительно задаваемое наибольшее число циклов  $N_G$  нагружения при испытании на усталость (см. рис. 1.14). При испытаниях на изгиб, например,  $N_G = 4 \cdot 10^6$  циклов. После прохождения  $N_G$  циклов опыт прекращают. Напряжение, соответствующее  $N_G$ , принимают за предел выносливости.

Пределом выносливости называют наибольшее напряжение цикла, при котором не происходит усталостное разрушение при достижении базы испытания. Предел выносливости обозначают  $\sigma_R$  для образца и  $(\sigma_R)_D$  для детали (при испытаниях кручением – соответственно  $\tau_R$  и  $(\tau_R)_D$ ).

Для образцов и деталей при коэффициенте асимметрии цикла ( $R = -1$ ) пределы выносливости при нормальных напряжениях обозначают  $\sigma_{-1}$  и  $(\sigma_{-1})_D$ , а при отнулевом цикле ( $R = 0$ ) соответственно  $\sigma_0$  и  $(\sigma_0)_D$ .

При отсутствии в таблицах экспериментальных данных для пределов выносливости принимают эмпирические соотношения.

Так, для углеродистой стали:

$$\sigma_{-1} \approx 0,45 \sigma_B; \tau_{-1} \approx 0,6 \sigma_{-1};$$

$$\sigma_0 \approx 1,6 \sigma_{-1}; \tau_0 \approx 1,9 \tau_{-1};$$

где  $\sigma_B$  — временное сопротивление разрушению (предел прочности).

Уравнением кривой усталости является степенная зависимость

$$\sigma^q \cdot N = const. \quad (1.34)$$

При заданном значении  $N_c$  по кривой усталости (см. рис. 1.14) определяют предельные напряжения  $\sigma_c$ , а при заданном уровне напряжения  $\sigma_c$  – определяют предельное значение числа циклов  $N_c$ .

Усталостный излом деталей имеет характерный вид, позволяющий отличать его от разрушений при других видах нагружений (рис. 1.15).

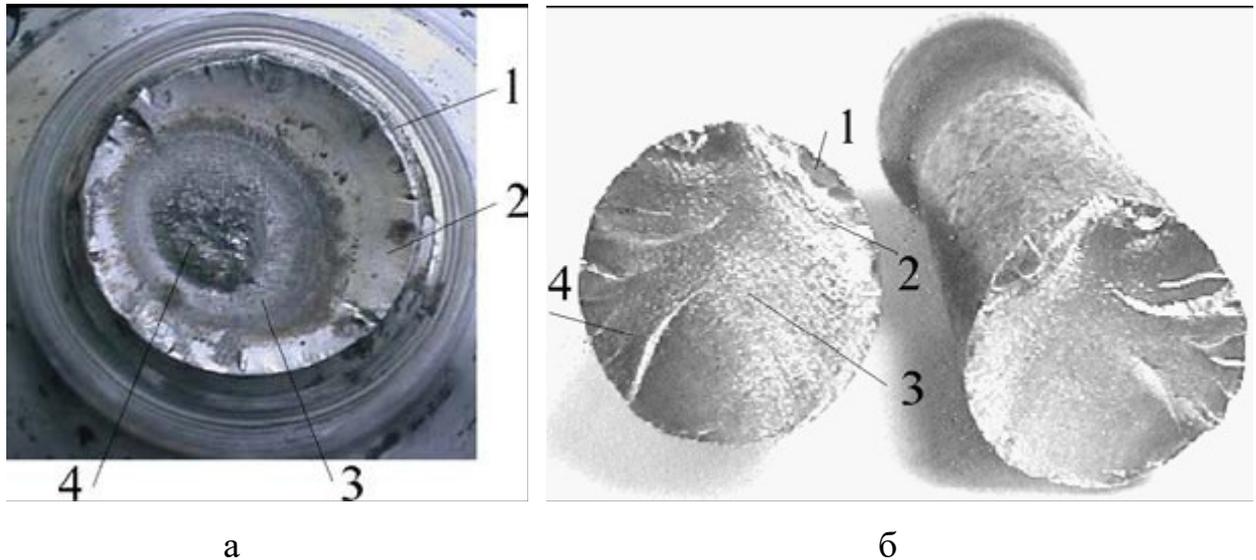


Рис. 1.15 Усталостный излом ведущего вала автомобиля (а) и долота перфоратора (б) [70].

Основные признаки многоциклового излома: 1 – очаг зарождения усталостного повреждения, нередко здесь можно заметить небольшой дефект, с которого начинается развитие трещины – раковину, неметаллическое включение, царапину или забоину; 2 – зона постепенного продвижения трещины, для которой характерна гладкая блестящая поверхность как результат длительного притирания поверхностей; 3 – зона ускоренного развития трещины; 4 – зона долома; она имеет зернистую поверхность, характерную для хрупкого разрушения от статической нагрузки.

**Метод механики разрушения.** При прогнозировании усталостного ресурса с помощью механики разрушения учитывают, что первопричины усталости в металлах находятся на субмикроскопическом уровне структуры материала. На этом уровне все металлы имеют монокристаллическую структуру, но с некоторыми несовершенствами в виде вакансий и дислокаций. В поле напряжений, которое вызвано в кристаллической решетке

внешними силами, дислокации могут взаимодействовать и передвигаться. Предпочтительным результирующим движением является сдвиг или скольжение кристаллических слоев относительно друг друга. При этом наибольшая чувствительность к нагрузке обнаружена при  $45^\circ$ . Движение дислокаций направлено на восстановление геометрически правильной кристаллической решетки. Во время этого процесса линии дислокаций обязательно будут двигаться к поверхности кристалла, где их можно увидеть как микроскопические полосы, то есть, полосы скольжения. Соседние полосы скольжения образуют волнистую поверхность, на которой канавки действуют как центры зарождения микротрещин распространяющихся вдоль межкристаллитных границ. Эти трещины будут наиболее чувствительны к компонентам напряжений направленным под углом  $90^\circ$  к поверхности трещины. Под действием циклических нагрузок, они будут расти скачкообразно. Трещины обычно идут с поверхности в глубину металла и если к образцу приложено слабое растягивающее усилие, их можно увидеть как маленькие надрывы.

На основе факта раскрытия трещин при низких напряжениях принимается линейная зависимость между деформациями и напряжениями. Элементы тензора напряжений рассматривают как непрерывные функции от времени и расстояния. Но на микроскопическом уровне эта ровная и непрерывная картина нарушается микротрещинами, вершины которых проявляются как небольшие местные сингулярности (особые точки или области) в непрерывном поле напряжений.

Рассмотрим небольшую плоскую трещину, идущую с поверхности. Распределение местных напряжений можно описать в локальной системе координат, где оси  $x$  и  $z$  перпендикулярны линии фронта трещины, как это показано на рис. 1.16. Выражая линейное уравнение связи деформаций и напряжений в полярных координатах  $(r, \theta)$  и допуская, что эти переменные независимы, компоненты локальных напряжений можно записать как

$$\sigma_{ij} = R(r)\Theta_{ij}(\theta) \quad (1.35)$$

Это решение аналогично описанию неполных круговых волн (*circular partial waves*) [70]. На поверхностях трещины, положение которых определяется  $\theta = \pm\pi$ , как нормальные напряжения, так и касательные должны быть равны нулю. Параметр, описывающий напряжения, который объясняет это требование, должен иметь радиальную функцию вида

$$R(r) = r^{\frac{n}{2}-1} \quad (1.36)$$

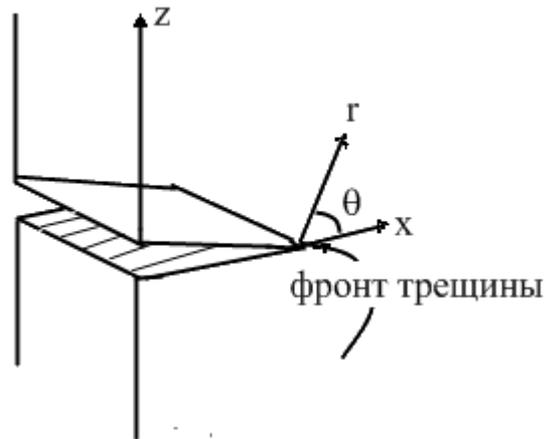


Рис. 1.16 Координаты, описывающие зависимость между локальными деформациями и напряжениями у фронта трещины.

где  $n$  – величина равная нулю или целому числу. В большинстве случаев  $n$  необходимо опустить, так как получается либо бесконечное напряжение на больших расстояниях, либо бесконечные деформации в области фронта трещины. Реальным значением будет  $n=1$ , которое дает сингулярность у фронта трещины порядка  $-1/2$ . Для этого значения компоненты напряжений можно записать в виде

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi}} \Theta_{ij}(\theta), \quad (1.37)$$

здесь  $\sqrt{2\pi}$  – это нормированный множитель, введенный для удобства. Коэффициентом  $K$ , общим для всех компонент напряжений, обозначают интенсивность напряжений. Он зависит от формы трещины и ориентации тензора номинальных напряжений. Он также пропорционален

преобладающей компоненте номинального напряжения, которая здесь обозначена через  $\sigma_\infty$ .

В некоторых особых случаях, интенсивность напряжений  $K$  может быть выведена аналитически с помощью интегрирования комплексной функции [68]. Так для длинной плоской трещины в металлической пластине длиной  $2x$ , перпендикулярной продольным напряжениям, компоненты местных напряжений (1.37) будут

$$\sigma_{ij} = \sqrt{\frac{x}{2r}} \sigma_\infty \Theta_{ij}(\theta), \text{ так что } K = \sqrt{\pi x} \sigma_\infty. \quad (1.38)$$

Следовательно, даже если номинальные напряжения  $\sigma_\infty$  малы, компоненты местных напряжений  $\sigma_{ij}$  у фронта трещины при  $r = 0$  могут быть чрезвычайно высокими. Они могут быть даже выше, чем прочность материала на разрыв.

Эта неоднородность в поле напряжений может привести к разрушению материала в очень малой области около вершины трещины и, таким образом, увеличить эту трещину. Однако если напряжения малы, такая неоднородность будет сведена на нет, когда фронт трещины проходит расстояние сравнимое с размером зерна. С другой стороны, если напряжения большие, неоднородность в поле напряжений не уравновешена, и трещина развивается до начала лавинообразного разрушения, которое протекает примерно со скоростью звука.

Основным предположением, при использовании механики разрушения для объяснения усталости, является то что, рост трещин связан с изменениями интенсивности напряжений  $K$ . Цикл напряжений определяет максимум  $K_{max}$  и минимум интенсивности напряжений  $K_{min}$ , при этом размах интенсивности напряжений

$$\Delta K = K_{max} - K_{min}. \quad (1.39)$$

Предположительно, этот цикл увеличит трещину глубиной  $x$  на небольшую величину  $\Delta x$ :

$$\Delta v = \begin{cases} C(\Delta K)^m & \Delta K > \Delta K_0 \\ 0 & \Delta K < \Delta K_0 \end{cases} \quad (1.40)$$

Последнее выражение известно как закон роста трещин Париса-Эрдогана [69].  $C$ ,  $m$  и  $K_0$  – это эмпирические постоянные, полученные в результате лабораторных испытаний, они представлены на диаграммах, как это показано на рис. 1.17.

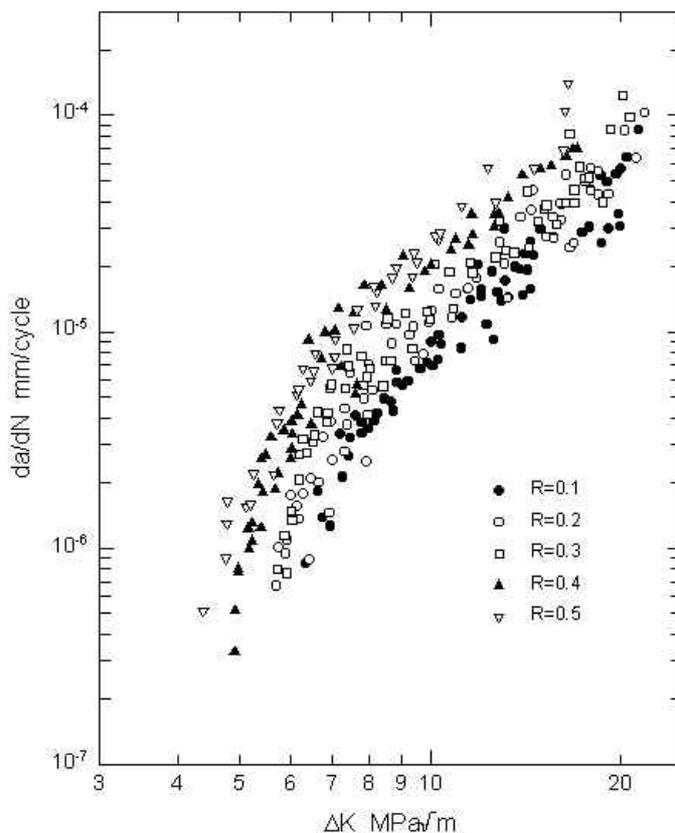


Рис. 1.17 Пример диаграммы роста трещины или  $da/dN$  кривой, полученной в результате лабораторных испытаний [69].

На рис. 1.17 безразмерный параметр наклона  $m$  соответствует параметру наклона в диаграмме Велера, классическое значение  $m=3$ . Этот вид диаграмм практически аналогичен диаграмме Велера в методе Палмгрена-Майнера. Кривую или диаграмму называют  $da/dN$  кривой, обозначая, тем самым, увеличение длины трещины  $a$  за цикл. Длина трещины  $a$  служит для описания полуэллиптической трещины, где  $a$  и  $b$

обозначают длинную и короткую полуоси. Параметр  $a$  описывает глубину трещины, а  $2b$  – это раскрытие трещины.

Между размахом интенсивности напряжений  $\Delta K$  и размахом преобладающих напряжений  $\Delta\sigma_\infty$  существует линейное соотношение [68].

$$\Delta K = \sqrt{\pi x} g'(x) S = g(x) S, \quad g(x) = g'(x) \sqrt{\pi x}. \quad (1.41)$$

В соотношении (1.40)  $g'(x)$  – локальная геометрическая функция, которую можно вычислить аналитически или численно с помощью линейного анализа напряжений [71].

Подстановка (1.41) в (1.40) дает увеличение размера трещины:

$$\Delta x = \begin{cases} Cg(x)^m S^m & S > S_0(x) = \frac{\Delta K_0}{g(x)} \\ 0 & S < S_0(x) \end{cases} \quad (1.42)$$

Теперь процесс усталости может быть описан как скачкообразное распространение трещины в материале

$$\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_i, \dots \quad (1.43)$$

Рассматривая весь срок службы элемента, начальная глубина трещины  $x_0$  будет связана с микротрещинами, упомянутыми выше, а конечная длина  $x_f$  будет достигнута при разрушении материала. Формально, глубина трещины может определять коэффициент использования  $\eta$ , возрастающий скачками  $\Delta\eta$ :

$$\eta = \frac{x - x_0}{x_f - x_0} \quad \text{и} \quad \Delta\eta = \frac{\Delta x}{x_f - x_0} \quad (1.44)$$

При этом длина скачков  $\Delta\eta$  явно зависит от текущего значения  $\eta$  или  $x$ . Длина скачка  $\Delta x$  имеет статистическое распределение согласно гамма распределению, усеченному при напряжениях соответствующих пределу  $\Delta K_0$ . Средняя длина скачка [68]

$$\bar{\Delta x} = Cg(x)^m \int_0^\infty S^m f(S) dS = Cg(x^m) D^m \frac{\Gamma\left(d + \frac{m}{k}; \left(\frac{\Delta K_0}{g(x)D}\right)^k\right)}{\Gamma(d)}. \quad (1.45)$$

Если не учитывать предел интенсивности напряжений  $\Delta K_0$ , то неполная гамма-функция превратится в полную, что часто используется для упрощения.

В отличие от изменения абстрактного коэффициента использования  $\eta$ , продвижение трещины описывает физический процесс. Часто, скачки можно физически увидеть как набор линий или полосок на поверхности излома. Трещина распространяется с некоторой скоростью, обозначенной  $U$ . Если  $T$ , как и раньше, обозначает средний период напряжений, то фронт трещины продвигается со средней скоростью [68]

$$U = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{T} \frac{dx}{dN} = \frac{\overline{\Delta x}}{T} = \frac{1}{T} CD^m \frac{\Gamma\left(d + \frac{m}{k}\right)}{\Gamma(d)} g(x), \quad (1.46)$$

если не учитывать предел интенсивности напряжений. В этом случае, зависимость от  $x$  будет проявляться только через геометрическую функцию  $g(x)$ . Уравнение (1.46) представляет собой дифференциальное уравнение движения для  $x$ , которое может быть, в некоторых случаях, аналитически интегрировано, что даст глубину трещины  $x$  как функцию от времени  $t$ .

**Рост трещин.** Основное предназначение теории роста трещин – предсказать размер трещины в момент времени  $t_2$ , если в момент  $t_1$  размер трещины известен. Кроме того, эта теория может быть использована для предсказания срока службы элементов конструкций, как альтернатива методу Палмгрена-Майнера. Когда используется теория роста трещин, необходимо выбрать начальную глубину трещины  $x_0$  в момент времени  $t=0$ , что часто является причиной погрешностей в оценке ресурса.

Микротрещины или похожие концентраторы напряжений всегда присутствуют на металлической поверхности, даже если конструкция новая. Начальная глубина трещины порядка 0,1–1 мм [68]. Однако, эта величина наилучшим образом известна в виде функции вероятности. Следовательно, интегральная функция вероятности для глубины трещины будет функцией положения  $x$  и времени  $t$ . Она может быть определена как [68]

$$P_r(\text{глубина трещины} \leq x \text{ в момент времени } t) = F(x, t) \quad (1.47)$$

Вероятность того, что глубина трещины в момент времени  $t$  превзойдет значение  $x$ , определяется соответствующей вероятностью превышения

$$Q(x, t) = 1 - F(x, t). \quad (1.48)$$

В определенный момент времени  $t = t_1$ , функция  $F(x, t_1)$  характеризует простую пространственную функцию вероятности для глубины трещины. Соответствующая плотность вероятности будет

$$\rho(x, t_1) = \frac{\partial F(x, t_1)}{\partial x} = -\frac{\partial Q(x, t_1)}{\partial x}. \quad (1.49)$$

С течением времени, при действии случайной нагрузки, интегральная функция вероятности  $F(x, t)$  изменится. Она может быть описана уравнением Фоккера-Планка [72].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + U \frac{\partial \rho}{\partial \eta} - \frac{1}{2} V \frac{\partial^2 \rho}{\partial \eta^2} + \frac{1}{6} W \frac{\partial^3 \rho}{\partial \eta^3} = 0. \quad (1.50)$$

Это уравнение Фоккера-Планка третьего порядка [72], которое включает смещение, рассеяние и асимметрию. Данное уравнение количественно описывает поведение функции вероятности с течением времени. Переменная  $\eta$  является мерой накопления повреждений и называется коэффициентом использования. Принимается, что если повреждения отсутствуют, то  $\eta = 0$ . При разрушении  $\eta = 1$  [68].

Три коэффициента в уравнении (1.50)  $U$ ,  $V$  и  $W$  заданы как

$$U = \frac{\xi}{T} = \frac{M_1(\xi)}{T}; \quad V = \frac{M_2(\xi)}{T}; \quad W = \frac{M_3(\xi)}{T}, \quad (1.51)$$

где

$$\xi = M_1(\xi) = \int_0^{\infty} \xi f(\xi) d\xi = rD^m \frac{\Gamma\left(d + \frac{m}{k}\right)}{\Gamma(d)} = TU. \quad (1.52)$$

соответственно.

Здесь  $U$  – скорость распространения трещины,  $\Gamma\left(d + \frac{m}{k}\right)$  и  $\Gamma(d)$  – гамма-распределения [68]. Средний период напряжений, как и раньше, обозначает  $T$ .

Соответствующие статистические моменты порядка 2 и 3 около нуля

$$M_2(\xi) = \int_0^{\infty} \xi^2 f(\xi) d\xi = (rd^m)^2 \frac{\Gamma\left(d + \frac{2m}{k}\right)}{\Gamma(d)} = TV \quad (1.53)$$

и

$$M_3(\xi) = \int_0^{\infty} \xi^3 f(\xi) d\xi = (rd^m)^3 \frac{\Gamma\left(d + \frac{3m}{k}\right)}{\Gamma(d)} = TW \quad (1.54)$$

и могут быть вычислены на основе параметров распределения вероятностей и данных по  $S-N$  кривых. Параметр  $S$  в последнем уравнении, как и ранее, означает приложенное истинное механическое напряжение, которое рассчитывают как отношение приложенной силы к площади поперечного сечения образца в данный момент времени.

В многоциклового усталости влияние естественной дисперсии, вызванной  $V$  и  $W$ , незначительно. Следовательно, эти коэффициенты можно не учитывать, оставляя лишь дифференциальное уравнение движения первого порядка.

Уравнение (1.50) Фоккера-Планка первого порядка с учетом вышесказанного может быть получено в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + U \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (1.55)$$

Для уравнения (1.55) соблюдается условие нормировки

$$\int_0^{\infty} \rho(x, t) dx = 1 \quad (1.56)$$

для любого момента времени  $t$ .

Изменение вероятности перехода  $Q(x, t)$  с течением времени в определенном месте  $x$  начинается с некоторого начального значения и приближается к единице, когда время стремится к бесконечности. По этой причине,  $Q(x, t)$ , принятая как функция от  $t$  при фиксированном значении  $x$ , определяет интегральную функцию вероятности для времени, необходимого для того, чтобы трещина достигла точки  $x$ . Функция плотности вероятности  $\chi(x, t)$ , связанная с этим распределением, является производной от  $Q(x, t)$  по времени при определенном значении  $x$

$$\chi(x,t) = \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial F(x,t)}{\partial t}. \quad (1.57)$$

Вероятность того, что фронт трещины пересечет точку  $x$  во временном интервале  $[t, t+dt]$  будет  $\chi(x,t)dt$ . Из (1.50) следует, что пространственная плотность вероятности  $\rho(x,t)$  и временное распределение вероятностей  $\chi(x,t)$  связаны между собой выражением

$$\chi(x,t) = U\rho(x,t). \quad (1.58)$$

Тогда уравнение (1.57) для  $\chi(x,t)$  можно записать как

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + U \frac{\partial \chi}{\partial x} = 0 \quad (1.59)$$

при условии, что локальная скорость  $U = U(x)$  не зависит от времени. По мере того, как трещина проникает вглубь материала, она пройдет через критическое значение  $x_f$ , при котором происходит хрупкое разрушение. В этот момент, интегральная функция вероятности по времени  $P_f(t)$ , будет равна вероятности того, что глубина трещины превысит  $x_f$ . Из (1.48) следует

$$P_f(t) = Q(x_f, t) = 1 - F(x_f, t) \quad (1.60)$$

Последнее равенство – это вероятность разрушения. Она является центральной переменной в анализе надежности.

Основная задача – найти распределение вероятностей для ресурса (1.60), чтобы можно было определить математическое ожидание ресурса и погрешность, возникшую из-за неизвестных начальных размеров трещины. Для этого, часто принимают [68], что распределения глубин начальных трещин соответствует распределению Вейбулла с вероятностью превышения

$$Q(x,0) = \exp\left[-\left(\frac{x}{x_0}\right)^\gamma\right] \quad t = 0. \quad (1.61)$$

Математическое ожидание  $E[x]$  размера начальной трещины

$$E[x] = x_0 \Gamma\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \quad t = 0 \quad (1.62)$$

и среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_x = x_0 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\gamma}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad t = 0 \quad (1.63)$$

Часто используется экспоненциальное распределение,  $\gamma = 1$ . Однако если предполагается, что на поверхности есть множество мелких дефектов, то доминирующая трещина определяется, исходя из наибольшего дефекта. В этом случае, ожидается, что начальное распределение будет более островершинным, то есть  $\gamma$  больше единицы. Например, часто для морских судов и прибрежных конструкций принимаются поверхностные дефекты порядка  $x_0=0,1$  мм.

Далее для решения уравнения (1.55) с учетом (1.57) и (1.58) принимают различные гипотезы для скорости роста трещин  $U$ : постоянная скорость роста ( $U = const$ ); линейный рост трещин  $U(x) = cx$ ; скорость роста – степенная функция  $cx^s$   $s \neq 1$ .

Как следует из вышеописанного, при анализе надежности ресурса работы элементов и систем допускается определенный произвол, связанный с механизмами усталостного разрушения.

Механизмы усталостного разрушения твердых тел традиционно исследуются на двух масштабных уровнях [29, 73 – 76]. На макроуровне применяют механику сплошной среды. При этом изучают макроскопические характеристики твердого тела феноменологически без учета его внутренней структуры. На микроуровне изучают дефекты кристаллического строения, их взаимодействие и развитие на основе теории дислокаций.

Длительное время не удавалось объединить результаты двух вышеуказанных подходов в изучении усталостных процессов при циклическом нагружении. В работе Панина с соавторами [76] предложен новый подход к исследованию усталости, основанный на положениях физической мезомеханики материалов. Авторы такого подхода в качестве носителя пластической деформации в твердом теле на промежуточном (мезоскопическом) масштабном уровне выделяют объемный элемент (мезообъем), который может испытывать не только трансляционные, но и ротационные перемещения при деформации (моды деформации). При этом предлагается движение мезообъемов описывать на основе уравнений

механики сплошной среды, а аккомодационные процессы внутри мезообъемов и на их границах рассматривать на основе теории дислокаций на микроуровне. Как показано экспериментально на дуралюмине, авторы [75] при таком подходе выделяют пять стадий усталостного разрушения:

- стохастическое распределение зон пластических сдвигов в области минимального поперечного сечения образца;
- зарождение и квазихрупкий рост поверхностных микротрещин в локальной области пластических сдвигов;
- хрупко-пластический рост поверхностных трещин;
- развитие магистральной усталостной трещины;
- пластическая вытяжка и доллом.

Каждой стадии соответствует свой тип формирующейся на поверхности нагруженного поликристалла мезоскопической субструктуры. Авторы работы установили формирование мезоскопической доменной субструктуры по схеме сдвиг-поворот-отрыв. Это, несомненно, должно приводить к формированию фрактального рельефа усталостных изломов при разрушении.

**Анизотропия усталости.** Обзор результатов феноменологических исследований анизотропии усталости проведен в работе [77]. В ней представлены результаты по анизотропии усталости изделий из высокопрочных сталей (14ГСМФР, 60С, У8А), некоторых прессованных алюминиевых сплавов (В95, Д16) и одного сплава ВМ 65-1 с ГПУ-решеткой. Все представленные результаты получены путем испытаний на симметричное растяжение-сжатие.

Ниже в разделе 3 будут представлены наши результаты исследований фрактальной природы усталостного рельефа на изломах некоторых металлов.

**Моделирование фрактальных поверхностей разрушения.** Зарождение и рост трещин в элементах конструкций происходит в сложном неоднородном поле напряжений. Анализ напряженного состояния для многосвязных областей, ограниченных линиями сложного очертания, особенно при наличии угловых точек и усложненных граничных условий, с

помощью аналитических методов становится проблематичным. В связи с многообразием форм образцов и условий их нагружения не удастся экспериментально охватить необходимую для исследований область и сделать достаточно широкие обобщения. Поэтому в последние годы в практике научных исследований и инженерных расчетов в области прочности все чаще прибегают к использованию приближенных численных методов и математического аппарата теории фрактальных множеств [26, 78, 79]. Для моделирования применяются различные методы в зависимости от типа фрактальных поверхностей: геометрических, алгебраических или стохастических. К стохастическим методам относятся моделирование поверхности разрушений. Поэтому важной задачей, на наш взгляд, является разработка соответствующего адекватного средства моделирования, так как следует принимать во внимание, как компилятор воспримет то, или иное выражение, его тип, наличие лишнего округления, несовершенство математической модели, неустойчивостью алгоритма и т.д.

Разработанное нами соответствующее программное средство моделирования фрактальных поверхностей разрушения представлено ниже.

#### **Фрактальная природа ближнего расслоения металлических систем.**

Распространенное представление о том, что конденсированные среды могут быть либо упорядоченными, либо неупорядоченными, является идеализированным [80]. Для реальных кристаллических сплавов характерны флуктуации состава, межатомных расстояний и порядка чередования атомов. Такие флуктуации представляют собой различные формы ближнего порядка, при котором корреляция в расположении атомов наблюдается в области с конечным радиусом (обычно несколько межатомных расстояний) [81].

Склонность к образованию ближнего порядка в бинарных сплавах, состоящих из атомов сорта  $a$  и  $b$ , принято характеризовать параметром ближнего порядка Уоррена – Каули [80, 81]  $\alpha_i$  :

$$\alpha_i = 1 - \frac{N_i^{ab}}{N_i} \frac{1}{c_b} = 1 - P_i^{ab} / c_b ,$$

где  $N_i^{ab}$  – число атомов или ионов сорта  $b$  на  $i$ -той координационной сфере атома  $a$ ;  $N_i$  – общее число атомов на  $i$ -той координационной сфере;  $p_i^{ab}$  – вероятность события, при котором атом сорта  $b$  находится на расстоянии  $r_i$  от атома сорта  $a$ ;  $c_b$  – концентрация (атомная доля) атомов сорта  $b$  в твердом растворе.

Для полностью беспорядочного расположения атомов в сплаве  $\alpha_i = 0$ . Если расположение атомов разного сорта на расстоянии  $r_i$  более вероятно, чем атомов одного сорта, то  $\alpha_i < 0$ . Такое распределение атомов называется ближним упорядочением. Если же, наоборот, в окружении  $r_i$  более вероятно расположение атомов одного сорта, то  $\alpha_i > 0$ . Для последнего случая часто используются термины «ближнее расслоение» [80], «локальное расслоение или сегрегация» [81].

Медь и никель, обладая неограниченной взаимной растворимостью в твердом состоянии, образует непрерывный ряд твердых растворов замещения [82]. Атомы этих двух элементов имеют близкие размеры и сходное электронное строение, поэтому раствор оказывается достаточно близким к идеальному [83]. По данным работы [84] в сплавах Cu-Ni в твердом состоянии отсутствует упорядочение. Однако ранее было установлено [85], что в деформированных сплавах системы Cu-Ni с большим содержанием Ni (20-40 вес. %) при отжиге в интервале температур 200-550<sup>0</sup>С происходят процессы ближнего расслоения твердого раствора. На склонность сплавов системы Cu-Ni к ближнему расслоению, поскольку для таких сплавов параметр ближнего порядка  $\alpha_i > 0$ , указывалось также в [86, 87]. Такое поведение сплавов системы Cu-Ni может быть отражением процессов самоорганизации под влиянием изменения концентрации и типа дефектов, перераспределения атомов разного сорта в неоднородной среде [80], что в итоге может быть обусловлено фрактальной природой процессов, протекающих при отжиге. Однако такие данные в литературе отсутствуют.

Таким образом, существует определенное противоречие в данных различных авторов о поведении сплавов системы Cu-Ni, которые являются основой широкого спектра практически важных сплавов.

В связи с вышеизложенными нерешенными проблемами и определились цели и задачи данного исследования, представленные во введении.

### Выводы к разделу 1

1. В последние годы 20 и в начале 21 столетий возрос интерес к конденсированным системам, имеющим фрактальную структуру.
2. Фрактальной структурой (фракталом) называется самоподобное множество, которое обладает скейлинговой инвариантностью типа  $f(R) \propto R^D$ , имеет дробную размерность, превышающую размерность топологического пространства.
3. Для фрактальных объектов используют фрактальную геометрию, которая описывает объекты, обладающие свойством самоподобия, с дробной размерностью пространства.
4. Формирование фрактальной структуры конденсированной системы в значительной мере зависит от способов внешних воздействий, таких, в частности, как интенсивная пластическая деформация и упорядочение твердых растворов.
5. Предложенные В.В. Новиковым применение фрактальных моделей неупорядоченных систем является эффективным вкладом в описание структуры и свойств композитных материалов.
6. Применение фрактальных представлений о структуре реальных кристаллических тел к сильно деформированным металлическим системам с кубической решеткой позволяет количественно вклад описать дефектной структуры в анизотропию физических свойств.

7. Фрактальные аспекты вклада дефектной структуры в анизотропию упругого последствия и начальной (нелинейной) стадии ползучести, усталости, процессов упорядочения исследованы недостаточно.

## РАЗДЕЛ 2.

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

#### 2.1. Материалы

Материалами для исследования послужили алюминий технической чистоты А85 (содержание Al 99,85 %), медь марки М0 (Fe < 0,01 %; (Pb + As) < 0,002 %; S < 0,002 %), сплав на базе меди марки БК и Ni чистотой 99,99 % Cu-10 ат. % Ni с кубической гранецентрированной (ГЦК) структурой, сплав железа с кремнием Fe -3 % Si с объемно-центрированной кубической (ОЦК) решеткой, титановый сплав ВТ1-0 и сплав на основе магния AZ31 (3,0 % Al,

1,0 % Zn, 0,2 % Mn, остальное Mg) с гексагональной плотноупакованной (ГПУ) решеткой в состоянии поставки (толщина листа 1,45 мм после горячей прокатки от 400<sup>0</sup>С).

Заготовку сплава Cu - 10 ат. % Ni диаметром 50 и длиной 120 мм подвергали ковке при температуре 700<sup>0</sup> С и последующей прокатке при комнатной температуре до толщины 3 мм. Полосы алюминия, меди заводской поставки и сплавов Fe - 3 % Si и ВТ1-0 исходной толщиной 3 мм подвергали вакуумному рекристаллизационному отжигу в течение 1 часа. Структура алюминия, меди и сплавов характеризовалась при этом равноосными зернами. Средний размер зерен составил ~ 40 мкм для алюминия, меди и сплава Cu - 10 ат. % Ni и 20 мкм для ВТ1-0. Сплав Fe - 3 % Si в исходном рекристаллизованном состоянии представляли собой полосы толщиной 2,4 мм со средним размером зерна ~ 22 мкм. Затем рекристаллизованные полосы вышеупомянутых металлов и сплава Cu - 10 ат. % Ni прокатывали малыми обжатиями (3-5 %) при комнатной температуре на лабораторном стане с диаметром валков 180 мм без реверса на 20, 40, 60 и 80 % деформации по толщине.

Из полученных листов вырезали прямоугольные образцы в различных направления листов через каждые 15<sup>0</sup> от направлении прокатки (НП), до поперечного направления (ПН) для измерения упругих свойств, упругого последействия, статических испытаний на изгиб.

Для усталостных испытаний вырезали стандартные плоские образцы [88].

## 2.2. Методы исследования

**Упругие свойства.** Модуль Юнга измеряли динамическим методом по частоте собственных изгибных колебаний образца [89]. Погрешность измерений не превышала 1 %.

Схема установки для измерения модуля Юнга показана на рис. 2.1.

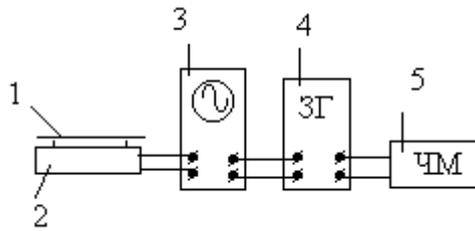


Рис. 2.1. Схема установки для измерения модуля упругости.

Свободные поперечные механические колебания в образце 1, лежащем на упругих нитях вблизи микрофона 2, возбуждаются легким ударом графитовой палочки. Электрические колебания, которые возникают в микрофоне под действием механических колебаний образца, подаются на вертикальные пластины осциллографа 3. На его горизонтальные пластины подаются электрические колебания от звукового генератора (ЗГ) 4. На экране осциллографа происходит сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний (от микрофона и ЗГ). Если частоты сигналов совпадают, то на экране возникает эллипс. Частота измеряется частотомером (ЧМ) 5. Модуль Юнга рассчитывали по найденным частотам свободных поперечных колебаний призматического образца по соотношению [89]:

$$E = 0,968 \frac{\rho \ell^4}{h^2} f^2, \quad (2.1)$$

где  $E$  – модуль Юнга ( $\text{Н/м}^2$ );  $\rho$  – плотность образца ( $\text{кг/м}^3$ );  $\ell$ ,  $h$  – соответственно длина и толщина образца (м);  $f$  – частота колебаний (Гц).

**Прочностные характеристики.** Условный предел текучести  $\sigma_{0,2}$  определяли на специальной установке, разработанной в Институте проблем прочности НАН Украины [90]. Образец устанавливался на неподвижные цилиндрические опоры (ролики) (рис. 2.2) таким образом, чтобы его продольная ось была строго перпендикулярна опорным роликам.

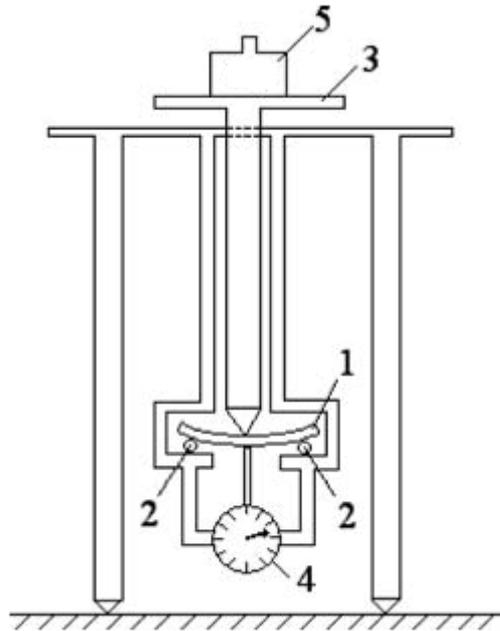


Рис. 2.2. Схема установки для изучения механических характеристик и упругого последствия: 1 - образец; 2 - неподвижные цилиндрические ролики; 3 - стержень с платформой для груза; 4 - индикатор деформации; 5 - груз известного веса.

После установления образца опускался стержень с платформой для груза, а потом устанавливались на нуль показания индикатора деформации часового типа. Образец постепенно нагружался мерными грузами. После установки каждого груза делалась выдержка 5 – 7 с, а потом определялся прогиб образца. Нагрузка велась таким образом, чтобы количество замеров было больше 10, а максимальное напряжение в образце не превышало условного предела текучести  $\sigma_{0,2}$ . Измерение состояло из двух циклов нагрузки и разгрузки для каждого образца. При этом фиксировали прогиб посередине образцов и вес, который вызвал прогиб образца. По экспериментальным данным о весе приложенного груза  $P$  и прогибе  $f$  полос толщиной  $h$ , шириной  $b$  и длиной (расстояние между опорами)  $l$  рассчитывали напряжение  $\sigma$  во внешних волокнах полос по соотношению [90]:

$$\sigma = \frac{3Pl}{2bh^2}, \quad (2.2)$$

а также относительную деформацию  $\varepsilon$  по формуле [90]:

$$\varepsilon = \frac{6hf}{l^2}, \quad (2.3)$$

и строили соответствующие зависимости. Погрешности измерений  $\sigma$  и  $\varepsilon$  не превышали 1,5 %.

**Упругое последствие.** Исследование прямого упругого последствия проводили на установке, описанной выше (рис. 2.2). Образец устанавливался на неподвижные цилиндрические опоры (ролики) так, чтобы его продольная ось была строго перпендикулярна опорным роликам. Перпендикулярно поверхности образца мог перемещаться упор с грузовой платформой. После установления на опоры образца упор опускали и приводили в соприкосновение с плоскостью образца, устанавливали на нуль стрелку индикатора деформации часового типа. На грузовую платформу устанавливали мерную гирию. Вес гири подбирали таким, чтобы вызываемая деформация была упругой и в то же время была такова, чтобы можно было измерить ее зависимость от времени. При этом фиксировали прогиб посередине образцов. По экспериментальным данным рассчитывали относительную деформацию  $\varepsilon$  по формуле (2.3).

**Структурные исследования.** Текстуру исследуемых материалов изучали рентгеновским методом с построением прямых полюсных фигур (ПФ) плоскости прокатки и обратных полюсных фигур (ОПФ) направления нормали (НН) к плоскости листа, направления прокатки (НП) и поперечного направления (ПН) [6, 7]. В последних двух случаях использовали наборные образцы для тонких листов. Съёмку вели в излучении  $K_\alpha$  - молибдена на дифрактометре ДРОН-3м. Перед съёмкой соответствующие поверхности образцов химически полировали для снятия искаженного слоя на глубину до 0,1 мм. В качестве бестекстурных эталонов использовали образцы из мелких рекристаллизованных опилок из исследуемых материалов. Образцы исследуемых материалов и соответствующих эталонов подвергали  $\theta - 2\theta$  сканированию на дифрактометре ДРОН-3м по геометрии Брэгга-Брентано [7] в одинаковых геометрических условиях съёмки. Находили отношения интегральных интенсивностей линий дифракции исследуемых образцов и

эталона. При построении ОПФ использовали нормировку по Моррису [6] (соотношение (1.25)). Значение коэффициентов  $A_{hkl}$  [6] приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Коэффициенты нормировки по Моррису для расчета полюсной плотности  $P_{hkl}$  ОПФ.

ОЦК		ГЦК	
$hkl$	$A_{hkl}$	$hkl$	$A_{hkl}$
110	0,126	111	0,024
200	0,052	200	0,044
211	0,109	220	0,039
310	0,27	311	0,044
222	0,074	331	0,078
321	0,37	420	0,043
	-	422	0,026
	-	531	0,079
-	-	620	0,044
-	-	533	0,065
-	-	640	0,061
-	-	642	0,104
-	-	733	0,025
-	-	931	0,115

При этом для увеличения точности интегральные интенсивности дифракции от плоскостей первого и высших порядков (например, от {110} и {220}) учитывали как среднее арифметическое.

Для определения дефектов решетки в главных текстурных компонентах исследуемых материалов снимали по точкам профили соответствующих дифракционных линий, совпадающих с главными текстурными максимумами на ОПФ, двух порядков отражений. При этом время экспозиции в каждой точке подбирали так, чтобы погрешность счета импульсов не превышала 2 %. По этим данным определяли их интегральную ширину и положения центров тяжести линий, а затем методом аппроксимации [91] определяли истинные физические уширения рентгеновских дифракционных линий. В качестве эталонов в этих исследованиях использовали массивные рекристаллизованные образцы соответствующих материалов.

Для изучения механизмов возврата удельного электросопротивления  $\rho$  и дефекта модуля Юнга  $E$  проводили серию изохронных (длительностью 1 ч.) вакуумных отжигов через каждые  $30 - 50^{\circ} \text{C}$  вплоть до окончания первичной рекристаллизации. Начало и конец первичной рекристаллизации определяли рентгеновским фотометодом соответственно по появлению первых «уколов» на кольцах дебаеграммы и по исчезновению размытия линий. После каждого отжига измеряли  $\rho$ ,  $E$  и микротвердость  $H_{\mu}$  образцов.

### 2.3. Компьютерная визуализация представления текстур материалов

Интенсивная пластическая деформация способствует формированию кристаллографической текстуры. При этом каждая компонента текстуры имеет различающиеся дефектные фрактальные структуры [31]. Текстура – это преимущественная ориентация отдельных кристаллитов в поликристалле или молекул в твердых телах (аморфных, полимерах и т.), а также в жидких кристаллах. Обычно благодаря наличию текстуры в материалах проявляется анизотропия свойств. В эту анизотропию дополнительный вклад вносит также соответствующая фрактальная дислокационная структура [31].

В настоящее время аналитический подход к описанию текстуры материалов находит все большее применение среди исследователей. Этому во многом содействует усовершенствование аппаратуры для текстурного анализа (в том числе рентгенографической, нейтронографической и ультразвуковой), позволяющее непосредственно вводить измеряемые величины в ЭВМ. Как упоминалось выше в разделе 1, наиболее полно и математически строго текстура описывается при помощи трехмерной функции распределения кристаллов по ориентации (ФРО) [61, 62]. В этом случае текстура представляется либо в виде модельных аналитических функций [66], либо в виде числовых массивов в пространстве углов Эйлера [61 – 65] или в пространстве идеальных ориентировок [92].

В любом случае актуальным является наглядность представления данных о текстуре. Если для представления текстуры используют пространство углов Эйлера, то для визуализации используют серию двумерных сечений ФРО. Расположив друг над другом, можно получить наглядный образ ФРО [2]. Главным недостатком такого представления текстуры является сложность интерпретации расположения текстурных максимумов. Поэтому для большей наглядности все равно переходят к идеальным ориентировкам, используя специально рассчитанные карты перехода от углов Эйлера к идеальным ориентировкам [7].

Идеальная ориентировка, описывающая текстуру листа или ограниченную текстуру, определяется индексами плоскости (hkl), лежащей в плоскости прокатки, и индексами [uvw] кристаллографического направления, расположенного в плоскости (hkl) и параллельного направлению прокатки. То, что направление [uvw] лежит в плоскости (hkl), выражается уравнением

$$hu + kv + lw = 0. \quad (2.4)$$

В данной работе предлагается компьютерная визуализация ФРО, рассчитанной из двух экспериментальных обратных полюсных фигур, полученных при рентгенографической съемке от плоскости листа и от торцевой его поверхности [93], в пространстве идеальных ориентировок.

Обратные полюсные фигуры представляет собой функцию распределения определенного направления в образце относительно кристаллических осей и, следовательно, определяет вероятность совпадения выделенного направления в образце с различными направлениями в кристалле. Взаимосвязь измеренной ОПФ  $P_{\vec{n}}(\alpha, \beta)$  с ФРО  $f(g)$  представляется интегральным соотношением [61]:

$$P_{\vec{n}}(\alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(g) d\gamma \quad (2.5)$$

где  $\vec{n}$  означает выделенное направление в образце;  $\alpha$  и  $\beta$  описывают ориентацию этого направления относительно осей кристалла и, следовательно, являются угловыми координатами ОПФ, а  $\gamma$  описывает

вращение образца вокруг направления  $\vec{n}$  в системе координат кристалла;  $g$  - совокупность трех координат, задающих ориентацию образца в системе координат кристалла.

Ориентация образца в системе координат кристалла может быть полностью задана ориентацией двух нормалей к непараллельным плоскостям образца (например, НН и НП). Тогда уравнение (2.5) в таком представлении будет иметь вид:

$$P(\vec{n}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\vec{n}_1, \vec{n}_2) d\gamma \quad (2.6)$$

где  $P(\vec{n})$  - полюсная плотность нормали к плоскости образца;  $f(\vec{n}_1, \vec{n}_2)$  - ФРО.

Решение (2.6) может быть представлено в явном виде:

$$f(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{P(\vec{n}_1)}{P(\vec{n}_1/\vec{n}_2)}, \quad (2.7)$$

где  $P(\vec{n})$  - плотность распределения вероятности ориентации  $\vec{n}_1$  относительно кристаллических осей;  $P(\vec{n}_1/\vec{n}_2)$  - плотность распределения вероятности ориентации вектора  $\vec{n}_1$  при условии, что вектор  $\vec{n}_2$  фиксирован. Подставив выражение (2.7) в (2.6), можно убедиться, что последнее обращается в тождество.

Значения ФРО в интересующих точках пространства  $(\vec{n}_1, \vec{n}_2)$  могут быть найдены непосредственно из экспериментальных ОПФ. Интенсивность отражения рентгеновских лучей в каждой точке ОПФ пропорциональна количеству тех кристаллов, нормаль к плоскости  $(hkl)$  которых совпадает с выделенным в образце направлением  $\vec{n}$ . Это направление задается углами  $\alpha$  и  $\beta$ . Другими словами, плотность вероятности совпадения выделенного направления в образце с определенным кристаллографическим направлением будет равна полюсной плотности в соответствующей точке ОПФ. При этом последняя нормирована на все количество кристаллов в образце.

На первой ОПФ такую нормировку проведем по всей полусфере проекций, а на второй - лишь по окружности, которую описывает  $\overline{n_2}$  при вращении вокруг  $\overline{n_1}$ . Тогда плотность распределения вероятности того, что существует образец с ориентацией  $(\overline{n_1}, \overline{n_2})$ , будет равна произведению нормированных вышеуказанным способом полюсных плотностей в точках со сферическими координатами  $(\alpha_1, \beta_1)$  и  $(\alpha_2, \beta_2)$  на соответствующих ОПФ. Эта величина и есть ФРО:

$$f(g) = f(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2) = \frac{P_{\overline{n_1}}(\alpha_1, \beta_1) \cdot P_{\overline{n_2}}(\alpha_2, \beta_2)}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} P_{\overline{n_1}}(\alpha_1, \beta_1) \sin \alpha_1 d\alpha_1 d\beta_1 \int_0^{2\pi} P_{\overline{n_2}}(\alpha_2, \beta_2) d\beta_2} \quad (2.8)$$

Экспериментальные ОПФ определяются в некоторых дискретных точках [2, 6, 7]. Поэтому и ФРО из уравнения (2.8) будет известна лишь в дискретных точках. Однако этого оказывается достаточно для расчетного определения анизотропии свойств [92], как это будет показано ниже.

Переменные  $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$  не являются независимыми, так как в образце между выделенными направлениями существует жесткая связь, которая может быть задана соотношением:

$$\overline{n_1} \cdot \overline{n_2} = const \quad (2.9)$$

Будем использовать в качестве  $\{g\}$  - пространства пространство идеальных ориентировок  $\{hkl\} \langle uvw \rangle$ , заданных индексами Миллера [6, 7]:

$$\begin{pmatrix} \frac{u}{R_1} & \frac{v}{R_1} & \frac{w}{R_1} \\ \frac{kw-lu}{R_1 R_2} & \frac{lu-hv}{R_1 R_2} & \frac{hv-ku}{R_1 R_2} \\ \frac{h}{R_2} & \frac{k}{R_2} & \frac{l}{R_2} \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

где  $R_1 = \sqrt{(u^2 + v^2 + w^2)}$ ;  $R_2 = \sqrt{(h^2 + k^2 + l^2)}$ . ОПФ для НН и НП обозначим соответственно

$$P_{\overline{n_1}} = P_{hkl}^{II} ; P_{\overline{n_2}} = P_{uvw}^{II} \quad (2.11)$$

Тогда соотношение (2,9) можно представить в виде (2.4), а выражение (2.10) - как

$$f(hkl)[uvw] = \frac{P_{hkl}^{ii} \cdot P_{uvw}^{ii}}{\sum_i \left( P_{hkl}^{ii} \sum_j P_{uvw}^{ii} \right)} \quad (2.12),$$

где в числителе стоят произведения значений полюсных плотностей ОПФ (НН) и ОПФ (НП) для тех  $(hkl)$  и  $(uvw)$ , которые связаны уравнением (2.4). В знаменателе суммирование в скобках осуществляется по тем  $j$  значениям полюсных плотностей ОПФ (НП), индексы  $(uvw)$  которых на круге проекций связаны с  $i$ -тым  $(hkl)$  на ОПФ (НН) уравнением (2.4); суммирование по  $i$  осуществляется по всем значениям  $P_{hkl}^{ii}$  на полусфере.

Компьютерная визуализация ФРО основана на использовании интегрированных в операционную систему Windows электронных таблиц Excel. Это значительно упрощает процесс наглядного представления результатов расчета ФРО.

На рис. 2.3 представлен интерфейс программы для расчета ФРО в пространстве идеальных ориентировок для меди (ГЦК решетка). Как видно, в соответствующие ячейки вводятся значения индексов Миллера  $(hkl)$  и  $(uvw)$ , а также соответствующие значения полюсной плотности  $P_{hkl}^{HH}$  и  $P_{uvw}^{HH}$ , которые вставляются из буфера обмена. Далее нажатием клавиши «посчитаем» начинаем расчет ФРО. Результат расчета в виде 56 чисел для ГЦК структур или 19 чисел для ОЦК структур передается в таблицу EXCEL в координатах сумм квадратов индексов Миллера  $h^2 + k^2 + l^2$  и  $u^2 + v^2 + w^2$ , связанных соотношением (2.4). Затем строится стандартная диаграмма в виде поверхности (рис. 2.4).

Form1

результат other **ввод данных** массивы u v w массивы h k l проверка EXCEL таблица!

введи n

m1=  
m0=

**жми и подожди!**

посчитаем

h	1	1	1	3	3	2	2	5	3	5	3	3	7	9
k	1	0	1	1	3	1	1	3	1	3	2	2	3	3
l	1	0	0	1	1	0	1	1	0	3	0	1	3	1
n	0,22	2,83	5,63	2,05	0,71	1,03	0,93	1,44	0,51	0,54	1,14	0,72	1,27	1,00
u	1	1	1	3	3	2	2	5	3	5	3	3	7	9
v	1	0	1	1	3	1	1	3	1	3	2	2	3	3
w	1	0	0	1	1	0	1	1	0	3	0	1	3	1
p	0,27	1,79	3,49	2,54	0,88	1,28	1,15	1,79	0,63	0,67	1,41	0,89	1,58	0,71

ВСТАВИТЬ ИЗ БУФЕРА ОБМЕНА

Рис. 2.3. Интерфейс программы для расчета ФРО.

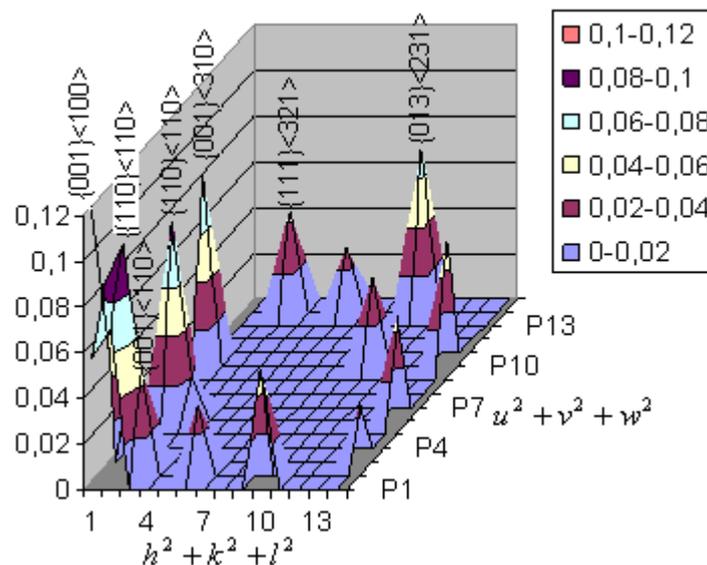


Рис. 2.4. ФРО срединного слоя изделия из стали 09Г2С (ОЦК решетка).

Может быть также использовано и упрощенное графическое представление ФРО в виде так называемой скелетной линии. Скелетная линия в данном случае представляет собой зависимость значений ФРО от суммы квадратов индексов Миллера  $h^2 + k^2 + l^2$ , как это показано на рис. 2.5. Видно, что текстура, в основном, может быть описана идеальными ориентировками  $(110)[1\bar{1}1] + (110)[1\bar{1}2] + (110)[3\bar{3}5] + (531)[1\bar{2}1]$  с объемным содержанием приблизительно 17, 11, 12 и 8 % соответственно.

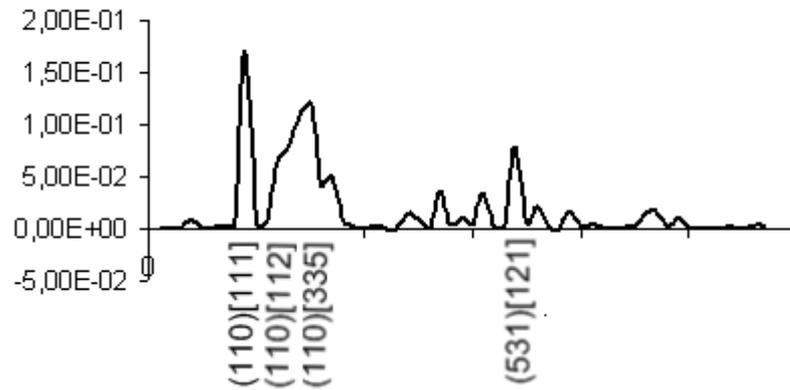


Рис. 2.5. Скелетная линия ФРО образца сплава Cu-10 ат. % Ni после холодной прокатки на 60 % по толщине.

#### 2.4. Автоматизированная система регистрации циклов при усталостных испытаниях

На практике любые изделия и конструкции из металлов подвергаются внешним воздействиям, которые постоянно изменяются во времени. Поэтому проблема определения долговечности изделий и конструкций является актуальной [68]. Стандартные усталостные испытания проводят на цилиндрическом вращающемся образце (гладком или с надрезом) с приложением изгибающей нагрузки, которая вызывает знакопеременные напряжения [94]. Но такая схема испытаний не позволяет оценивать усталостные свойства тонких листовых материалов. Для испытаний на усталость плоских тонких образцов более приемлема другая схема испытаний путем изгиба без вращения [74]. Во всяком случае, возникает проблема точного подсчета числа циклов нагрузки-разгрузки до разрушения образца при циклических испытаниях. Для регистрации количества циклов в принципе возможны два варианта автоматических устройств: это механический и электромеханический.

Механический способ подразумевает механическое соединение редуктора и механического счетчика. Но у этого способа, как показала практика, есть ряд недостатков. Механический счетчик, как правило, показывает не количество полных циклов, а число оборотов привода, которое может не соответствовать количеству полных циклов и при кратном делении или умножении возможно увеличение погрешности измерений. Также механический счетчик должен иметь большое количество разрядов, что технически представляет неудобство, так как чем больше барабанов в механическом счетчике, тем больше вероятность его заклинивания. Если число разрядов окажется недостаточным, то счетчик может сбросить показания на нуль, что приведет к ложным результатам подсчета циклов.

Электромеханический способ регистрации имеет преимущество перед механическим лишь в том случае, когда регистрирующий прибор обладает высокой помехоустойчивостью и, самое главное, памятью. Последнее обстоятельство очень важно при внезапном отключении электроэнергии, а также при её бросках, поскольку испытания могут быть достаточно длительными.

**Усталостные испытания.** Схема установки для усталостных испытаний представлена на рис. 2.6 [95].

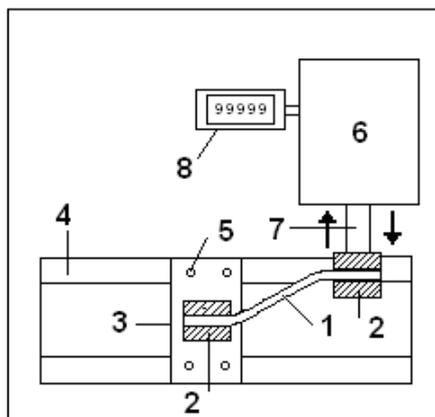


Рис. 2.6. Схема установки для усталостных испытаний.

Образец 1 закрепляется в зажимах 2 типа тисков. Левый зажим неподвижно закреплен в держателе 3 на суппорте 4 винтами 5. Держатель 3 может перемещаться по направляющим 4 типа «ласточкин хвост», с тем, чтобы можно было устанавливать образцы различной длины. Электродвигатель на 220 В с редуктором 6 передает толкателю 7 с правым зажимом образца возвратно-поступательное движение, как это показано стрелками. Таким образом, образец 1 циклически изгибается с частотой 1 Гц. Число циклов подсчитывается счетчиком циклов 8.

Частота циклов составила 1 Гц, а база испытаний –  $10^7$  циклов. Параметры циклических испытаний выбраны на основании анализа проблемы низкочастотного усталостного разрушения [96]. Амплитуда изгиба образца от нулевого положения равновесия при этом составляла 6,5 мм. Для определения прилагаемого напряжения при изгибе проводили предварительные исследования зависимости изгибающего напряжения от длины образца между точкой закрепления и точкой приложения изгибающей силы и от толщины образца. Изгибающую силу измеряли с помощью динамометра. Для таких исследований использовали отдельные образцы, которые имели толщину и ширину такие же, что и образцы для усталостных испытаний. При испытаниях, для того чтобы получить нужное напряжение изгиба при определенной толщине образца, между краями зажимов устанавливали расстояние, определенное при предыдущих исследованиях с помощью динамометра. Таким образом, изменение приложенного напряжения производили путем изменения расстояния между краями зажимов для каждой толщины образцов. Напряжения  $\sigma$  (Па) определяли по формуле (2.2).

Нами было обнаружено, что механический счетчик показывает число оборотов привода, которое не соответствует количеству полных циклов. Число разрядов механического счетчика не всегда оказывалось достаточным при испытаниях, что приводило к сбросу показаний и началу новых подсчетов и давало значительные погрешности. Кроме того, очень сложно

было автоматизировать управление установкой так, чтобы при разрушении образца испытания сразу прекращались. Таким образом, механический счетчик не позволил автоматизировать регистрацию числа циклов испытаний.

Для подсчета числа циклов в различных радиотехнических устройствах часто применяют микрокалькуляторы [97, 98]. Нами была разработана специальная микроэлектромеханическая система регистрации на основе микрокалькулятора «Электроника МК-59». Данный микрокалькулятор был выбран, потому что он не переходит в спящий режим, как современные микрокалькуляторы. Автоматизированная система регистрации включала электрический счетчик циклов и прерыватель работы установки. Электрический счетчик циклов состоял из геркона, экранированных проводов, микрокалькулятора «Электроника» МК-59 и фильтра питания. Геркон крепился на станине 4 (рис. 2.5). При этом было обеспечено, чтобы на подвижной части установки 7 (рис. 2.5) можно было закрепить на магнитонепроницаемой подложке толщиной не менее 3 мм постоянный магнит, который встречался с герконом на расстоянии до 0,1 мм один раз за один полный цикл. Это позволило геркону замыкать свои контакты один раз за один полный цикл. Геркон и микрокалькулятор соединяли экранированные провода, которые непосредственно припаивались к клавише «=» калькулятора. Перед испытанием набирали на калькуляторе комбинацию клавиш «1+1 =». В дальнейшем нажатие клавиши «=» выполнял геркон. На табло калькулятора при этом отображалось число циклов минус 2. Электрическое питание геркона и микрокалькулятора осуществлялось от сети напряжением 220 В.

Автоматический выключатель электропривода изгибающего устройства (рис. 2.2) состоял из экранированных проводов, образца 1, который является частью электрической цепи, реле на 12 Вольт, источника питания на 12 В и двух конденсаторов 0,1 и 20 мкФ. Минусовый провод источника питания крепится на суппорте 4.

Напряжение через механические части толкателя 7 поступает на образец 1 и через него на левый зажим 2, который изолирован от суппорта. К этому зажиму образца крепится второй провод, который подключен к минусовой обмотке реле. Плюсовой вывод обмотки реле подключается к источнику питания 12 В. Параллельно обмотке реле припаяны два конденсатора 0,1 и 20 мкФ. Конденсатор 0,1 мкФ гасит броски напряжения, возникающие в результате соприкосновения подвижного правого конца образца с толкателем при изгибе образца. Конденсатор 20 мкФ гасит колебания электрического тока, проходящего через механические части установки. Контакты реле стоят в цепи питания электродвигателя установки. После полного разрушения образца цепь питания реле размыкается, что, в свою очередь, приводит к размыканию цепи питания электродвигателя и окончанию испытания.

Эксплуатация вышеописанного автоматического устройства на основе микрокалькулятора «Электроника МК-59», регистрирующего число циклов, показала, что микрокалькулятор «Электроника МК-59» весьма чувствителен к любым электропомехам. Поэтому является целесообразным вместо микрокалькулятора применить более совершенный электронный счетчик. Для подсчета числа импульсов обычно применяют цифровые микросхемы – двоичные или двоично-десятичные счетчики. Результат счета определяют по показаниям табло блока индикации, в состав которого входят дешифраторы состояния счетчика. Обычно электронные счетчики выполняют на микросхемах типа КР531ЛР11, КР1531ЛА3, КР1533ИЕ7, КР1531ТМ2, КР1531ЛН1 [99].

Однако описанные в литературе [99, 100] счетные устройства не обладают памятью, что делает их ненадежными в условиях длительных испытаний. По этой причине мы заменили микрокалькулятор «Электроника МК-59» на счетчик типа Н2-7ЕА3. Измерительный прибор типа Н2-7ЕА3 обладает высокой помехоустойчивостью и, самое главное, памятью, что очень важно при внезапном отключении электроэнергии, а также при её

бросках, неизбежных при длительных экспериментах. Технические характеристики измерительного прибора Н2-7ЕА3 [101]:

- источник питания – постоянное напряжение от 4,5 до 13 вольт;
- диапазон счета от 0 до 9999999 (2 канала, по 7 десятичных разрядов каждый);
- встроенное гашение незначащих нулей слева; диапазон рабочих температур от 0 до +50<sup>0</sup>С;
- скорость счета до 150 герц;
- автоматическое сохранение значений счёта обоих каналов при отключении питания (фискальный режим).

Принципиальная схема показана на рис. 2.7.

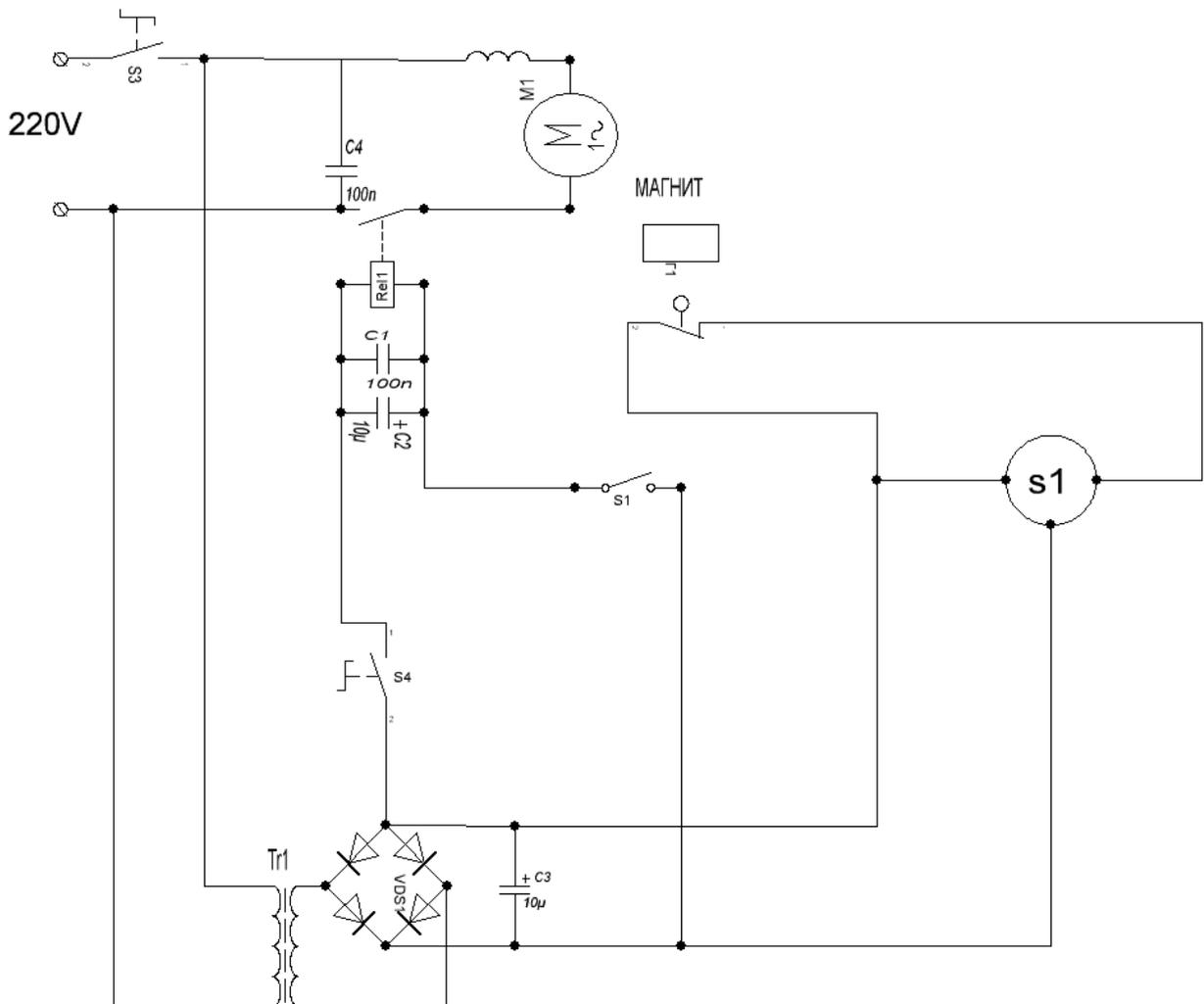


Рис. 2.7. Принципиальная схема автоматизированной системы регистрации и управления испытаниями на усталость.

На зажимы системы подается переменное напряжение сети 220 вольт. При включенном выключателе  $S3$  напряжение подается на понижающий трансформатор  $Tr1$  и сглаживающий сетевые помехи конденсатор  $C4$ . После понижения до 12 вольт переменное напряжение подается на диодный мост  $VSD1$ , далее на сглаживающий конденсатор  $C3$ , счетчик  $S1$  (который может быть заменен на калькулятор), геркон  $\Gamma1$ , кнопку  $S4$ . После установки испытуемого образца в установку и крепежу к нему клеим счетчика  $S1$  (который после разрушения образца разорвет цепь), замыкается кнопка  $S4$  и напряжение через  $S1$  подается на реле  $Rel1$ , которое незамедлительно срабатывает и приводит в действие электромотор  $M1$ , который, в свою очередь, через редуктор и кулачковый механизм начинает циклически воздействовать на образец. Конденсатор  $C1$  сглаживает возможное искрение в подвижной части  $S1$ , конденсатор  $C2$  дает 4 цикла после поломки образца в случае частичного разрушения последнего. Счётчик типа H2-7EA3 ( $S1$ ) ведет счет при срабатывании геркона  $\Gamma1$ .

Для оценки точности подсчета числа циклов сравним результаты наших испытаний с типичными результатами испытаний на малоцикловую усталость технического алюминия. Результаты наших испытаний технического алюминия после холодной прокатки на 58 % по толщине (исходная толщина 2 мм, конечная 0,95 мм) представлены на рис. 2.8 для образца, вырезанного в направлении прокатки (НП) листа.

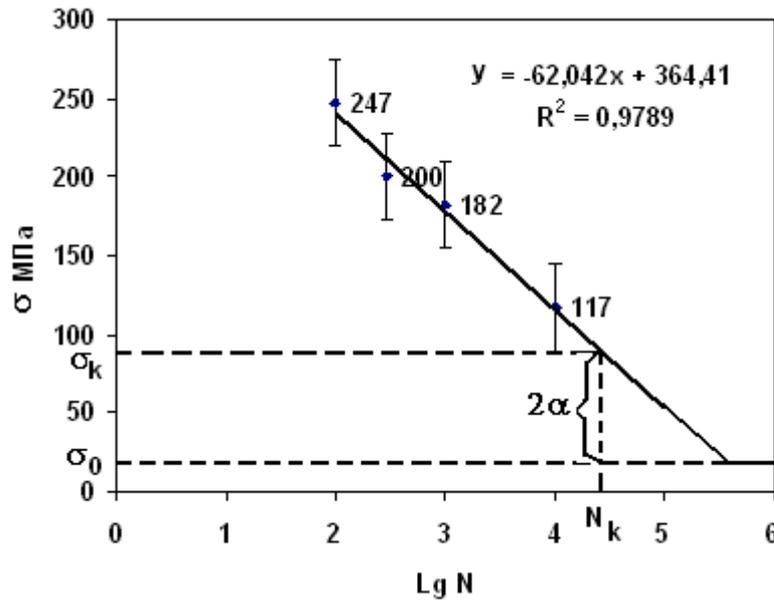


Рис. 2.8. Кривая усталости образца технического алюминия после холодной прокатки.

На рис. 2.8 по оси ординат отложено изгибающее напряжение  $\sigma$  (МПа), а по оси абсцисс – логарифм числа циклов. Здесь точки - данные эксперимента, вертикальными отрезками показана стандартная погрешность, линия (ее уравнение также показано) - результат линейного корреляционного анализа. На рис. 2.8. приведено также значение коэффициента  $R$  надежности аппроксимации корреляции между величинами, полученными из уравнения прямой, и экспериментальными значениями, а также показана стандартная погрешность.

По представленным данным, пользуясь расчетно-экспериментальным методом Ивановой [96, с. 128], мы оценили предел выносливости технического алюминия. Согласно [96, с. 128], энергия, затраченная на процесс разрушения, остается постоянной при любых напряжениях цикла, превышающих предел выносливости, и равна скрытой теплоте плавления металла. Для определения предела выносливости по этому методу на усталость испытывают не менее трех образцов и по полученным результатам строят в координатах  $\sigma - \lg N$  отрезок левой части кривой усталости (рис. 2.8), на котором находят точку с абсциссой, соответствующей числу циклов  $N_k$  и ординатой, соответствующей напряжению  $\sigma_k$ . Величину  $N_k$  определяют

как критическое число циклов, достижение которого при напряжении  $\sigma_k$  приводит к возникновению необратимых искажений кристаллической решетки и субмикроскопических трещин. Для алюминия и его сплавов принимают  $N_k = 3,0 \cdot 10^4$  циклов [96, с. 128]. Предел выносливости вычисляли по формуле [96, с. 128]:

$$\sigma_0 = \sigma_k - 2\alpha, \quad (2.13)$$

где  $\alpha$  – циклическая константа разрушения. Численное значение  $\alpha = 35$  МПа для алюминия, меди и их сплавов на их основе [96, с. 128]. Исходя из наших экспериментальных данных, мы получили значение предела выносливости  $\sigma_0 = 16,5$  МПа. По данным [96, с. 126] предел выносливости алюминия составляет 16 МПа.

## Выводы к разделу 2

1. Разработана компьютерная система визуального представления результатов трехмерного текстурного анализа материалов по обратным полюсным фигурам в виде трехмерной функции распределения кристаллов по ориентациям (ФРО) в пространстве идеальных ориентировок. Такое представление текстуры является более наглядным.

2. Разработана и реализована на практике автоматизированная система регистрации числа циклов с высокой точностью при длительных вибрационных испытаниях образца на базе прибора типа Н2-7ЕА3, обладающего высокой помехоустойчивостью и памятью, что очень важно при внезапном отключении электроэнергии, а также при бросках ее значения в процессе проведения испытаний.

3. Предлагаемая автоматизированная система подсчета циклов может быть использована не только в усталостных испытаниях, но также и в других устройствах, где важным является надежность при длительной эксплуатации в условиях наличия различных помех, включая перебои в электропитании.

РАЗДЕЛ 3.  
ФРАКТАЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ВКЛАДА ТЕКСТУРЫ И ДЕФЕКТНОЙ  
СТРУКТУРЫ В АНИЗОТРОПИЮ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ  
МАТЕРИАЛОВ

3.1. Анизотропия упругости и упругого последствия

**Анизотропия упругости.** В идеальном (бездефектном) монокристаллическом теле при бесконечно медленном (квазистатическом) деформировании под действием низких напряжений справедлив закон Гука

[13]:  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ , где  $\sigma$  – напряжение,  $E$  – модуль Юнга,  $\varepsilon$  – относительная деформация. Для монокристаллов и текстурованных поликристаллических тел характерно явление анизотропии упругих свойств [2, 13]. Ниже представлены результаты исследования текстуры и анизотропии упругости.

**ГЦК-решетка.** Прямые полюсные фигуры технического алюминия и меди после холодной прокатки на 60 и 80 % деформации по толщине представлены на рис. 3.1 и 3.2.

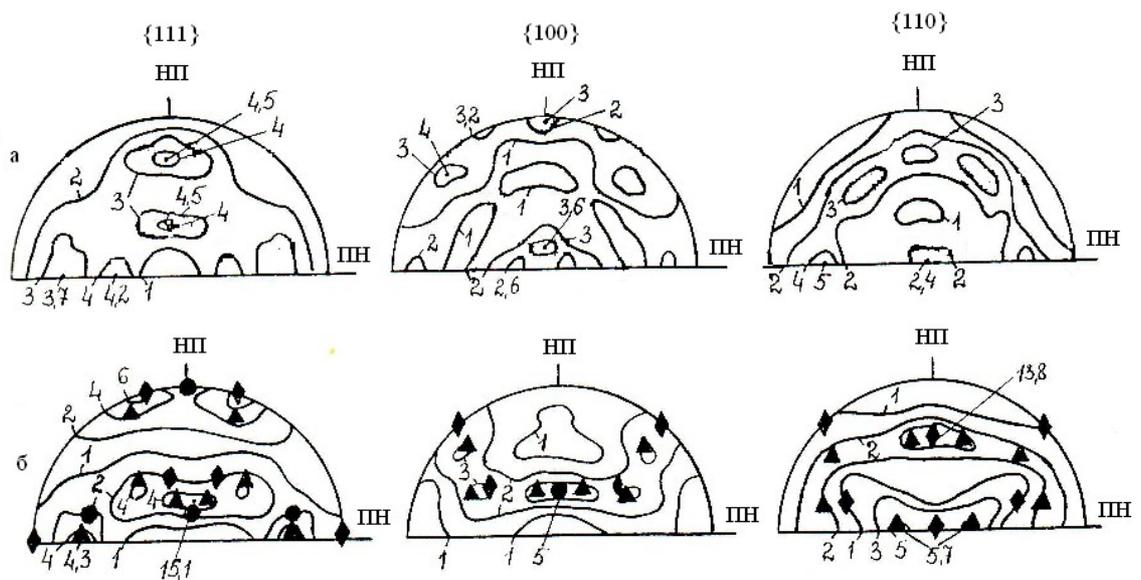


Рис. 3.1. ППФ алюминия после холодной прокатки на 60 (а) и 80 (б) % по

толщине.  $\blacklozenge$  –  $\{110\} \langle 112 \rangle$ ;  $\bullet$  –  $\{111\} \langle 111 \rangle$ .

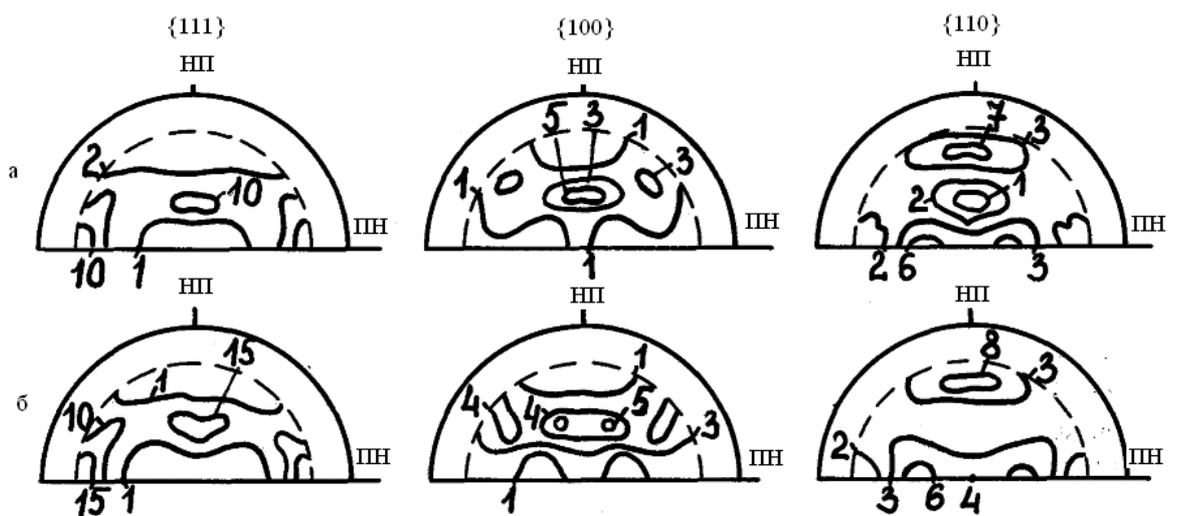


Рис. 3.2. ППФ меди после холодной прокатки на 60 (а) и 80 (б) % по толщине.

Анализ представленных результатов исследования текстуры показал, что в листах сформировалась типичная для ГЦК – металлов и сплавов текстура прокатки, которая может быть описана в основном как  $\{110\} \langle 112 \rangle + \{112\} \langle 111 \rangle$  [2, 6, 7].

Результаты исследования упругой анизотропии в листах алюминия и меди представлены в табл. 3.1 и 3.2 соответственно.

Таблица 3.1.

## Анизотропия модуля Юнга листов холоднокатаного алюминия

Угол с НП, град.	Модуль Юнга $E \cdot 10^8$ , Па				
	Степень деформации, %				
	0	20	40	60	80
0	700	695	690	672	683
18	695	685	672	662	664
36	687	672	660	640	635
54	687	675	662	644	635
72	698	695	683	669	666
90	712	710	700	683	686

Таблица 3.2.

## Анизотропия модуля Юнга листов холоднокатаной меди

Угол с НП, град.	Модуль Юнга $E \cdot 10^8$ , Па				
	Степень деформации, %				
	0	20	40	60	80
0	1226	1183	1198	1260	1275
18	1213	1191	1181	1214	1205
36	1215	1188	1136	1137	1114
54	1202	1190	1153	1166	1114
72	1224	1208	1216	1265	1239

90	1208	1221	1270	1276	1323
----	------	------	------	------	------

Видно, что с увеличением степени деформации анизотропия увеличивается. Аналогичные результаты были получены ранее в [31].

**ОЦК-решетка.** Полусные фигуры сплава Fe-3 % Si, представлены на рис. 3.3, а анизотропия модуля Юнга в листе после прокатки на 60 % деформации по толщине приведена в табл. 3.3. Анализ показал, что после холодной прокатки в листе сплава сформировалась типичная текстура ОЦК - металлов [2, 6, 7]. Эта текстура может быть описана ориентировками  $\{001\} \langle 110 \rangle + \{111\} \langle 110 \rangle$ . Ранее аналогичные результаты были получены в [31].

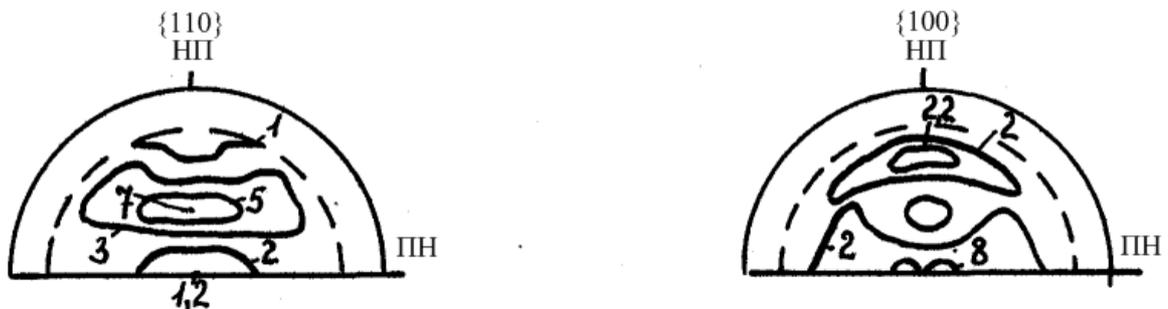


Рис. 3.3. Полусные фигуры сплава Fe-3 % Si после холодной прокатки  $\varepsilon = 60$  % по толщине.

Таблица 3.3.

Анизотропия модуля Юнга в листах холоднокатаного  
сплава Fe -3 % Si

Угол с НП, град.	Степень деформации, 60%
	Модуль Юнга $E \cdot 10^8$ , Па

0	2006
18	1915
36	1882
54	1960
72	2100
90	2200

**ГПУ-решетка.** Полюсные фигуры холоднокатаного титанового сплава BT1-0 представлены на рис. 3.4.

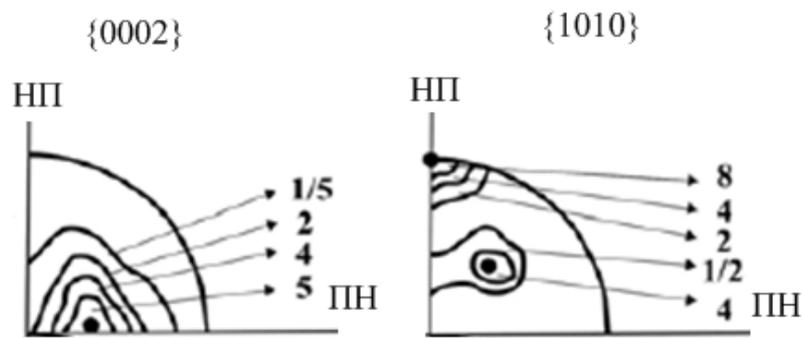


Рис. 3.4. Полюсные фигуры сплава титана BT1-0 после холодной прокатки с  $\varepsilon = 60\%$  по толщине.

Анализ показал, что текстура холоднокатаного листа титана может быть охарактеризована наклоном грани кристалла (0001) под углом  $32^\circ$  к плоскости прокатки, что является типичной текстурой холодной прокатки титана [2, 6, 7]. Анизотропия упругости в соответствующем листе представлена в табл. 3.4.

Таблица 3.4.

Анизотропия модуля Юнга в листах холоднокатаного сплава титана BT1-0

Угол с НП, град.	Степень деформации, 60%
	Модуль Юнга $E \cdot 10^8$ , Па

0	980
18	987
36	1000
54	1020
72	1035
90	1045

Ранее аналогичные данные были получены в [102].

Полюсная фигура сплава магния AZ31 представлена на рис. 3.5.

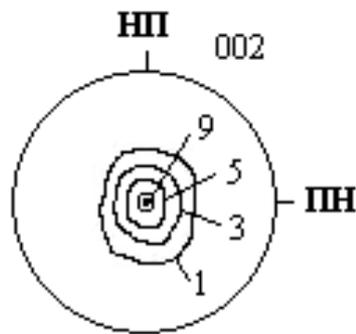


Рис. 3.5. Прямая полюсная фигура  $\{0002\}$  сплава магния AZ31.

Видно, что в листе сформировалась текстура так называемого центрального базисного типа с преимущественным рассеянием в направлении прокатки. Результаты измерения модуля Юнга представлены в табл. 3.5. Видно, что величина модуля Юнга невелика. При этом наблюдается незначительная анизотропия упругости.

Таблица 3.5

Анизотропия модуля Юнга в листах  
сплава магния AZ31

Угол с НП, град.	Модуль Юнга $E \cdot 10^8$ , Па
0	439
18	439
36	440

54	442
72	444
90	445

Из представленных данных видно, что наблюдаемая анизотропия упругости обусловлена, в основном текстурой материалов. В первом приближении эта анизотропия может быть объяснена на основе закона Гука [13].

Однако в реальных твердых телах область физического существования закона Гука крайне ограничена [13]. Проявление неупругости или переход в упругопластическую область деформации наблюдается при напряжениях намного меньших предела текучести материала. Поэтому в материалах наряду с упругими процессами в границах упругой деформации проявляются неупругие эффекты. Примерами неупругости являются ползучесть и упругое последствие. Явления упругого последствия отличается от явления ползучести тем, что деформации при упругом последствии, возникшие во времени после приложения нагрузки, уменьшаются до нуля после снятия ее [54, 55].

Прямое упругое последствие заключается в том, что при внезапном приложении к телу нагрузки, не превышающей предела упругости, мгновенно возникает упругая деформация  $\varepsilon_0$ , соответствующая закону Гука. Затем, уже при постоянной нагрузке, деформация  $\varepsilon_1(t)$  постепенно увеличивается с течением времени. Эффект упругого обратного последствия заключается в том, что при внезапной разгрузке образца он мгновенно сокращается на величину упругой деформации  $\varepsilon_0$  в соответствии с законом Гука, а затем медленно сокращается с течением времени.

Таким образом, общая деформация тела под воздействием постоянной нагрузки состоит из двух слагаемых:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(t). \quad (3.1)$$

Явления ползучести и упругого последствия имеют важное практическое значение. Прямое упругое последствие играет важную роль для материалов

пружин, мембран и других упругих элементов, подвергаемым длительным нагрузкам. Большое значение для инженерной практики имеет детальное изучение механизмов ползучести и накопления повреждений, а также разрушение при ползучести [55, 104]. Однако, как упоминалось выше в разделе 1, несмотря на важность явлений упругого последействия, их теория не является вполне законченной, так же как и теория неустановившейся стадии ползучести [55, 56, 104]. В работе [57] впервые была разработана математическая модель ползучести неоднородных сред, основанная на фрактальных представлениях о неравновесных процессах, и установлена связь между фрактальной размерностью и параметрами ползучести Андраде [58, 59]. Позднее авторами работы [60] была предложена фрактальная модель упругого последействия в металлических материалах. Ниже представлены результаты исследования анизотропии прямого упругого последействия металлических материалов на основе развития фрактальных представлений о природе данного явления [105 – 108]. Полученные нами [105 – 108] зависимости деформации от времени  $\varepsilon = \varepsilon(t)$  представлены точками на рис. 3.6 - 3.9.

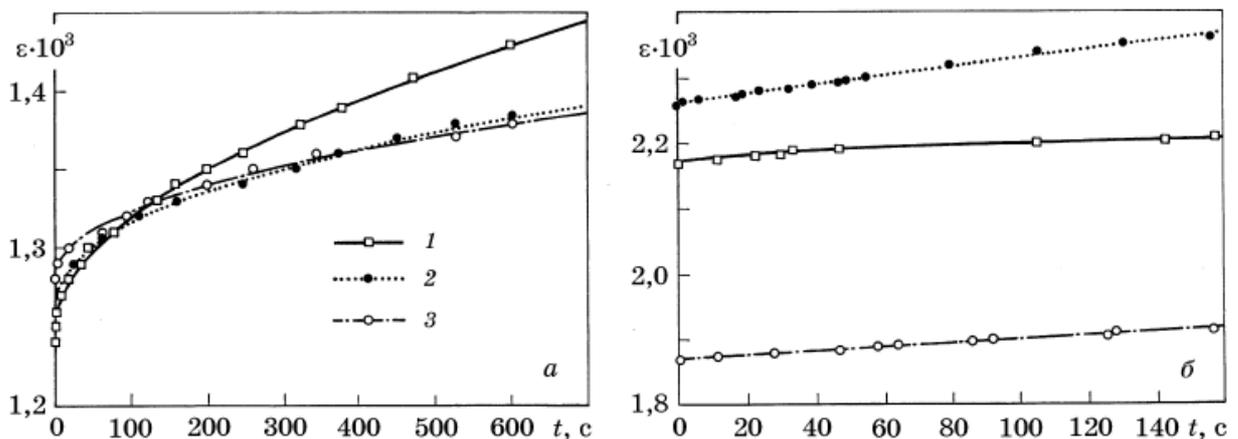


Рис. 3.6. Анизотропия упругого последействия в листах алюминия после прокатки с  $\varepsilon = 60$  (а) и 80 (б) % по толщине. Цифрами обозначены образцы, вырезанные в НП (1), под углом  $45^\circ$  к НП (2) и в ПН (3). Точки – эксперимент, линии соответствуют соотношениям типа  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + a \cdot t^\alpha$  коэффициенты которых представлены в табл. 3.6.

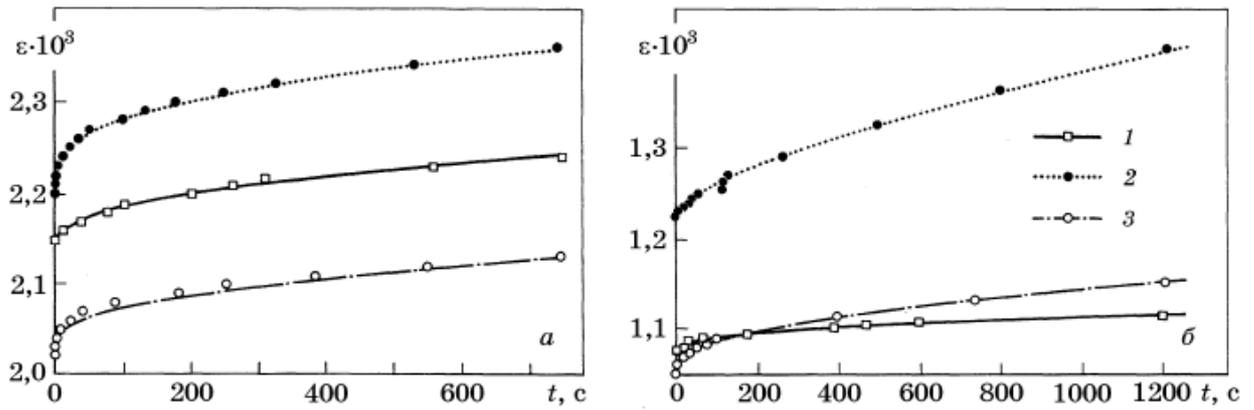


Рис. 3.7. Анизотропия упругого последействия в листах меди после прокатки с  $\varepsilon = 60$  (а) и  $80$  (б) % по толщине. Обозначения те же, что и на рис. 3.3.

Экспериментальные зависимости деформации от времени для деформированного сплава Fe-3 % Si представлены на рис. 3.8. Видно, что наблюдается анизотропия упругого последействия.

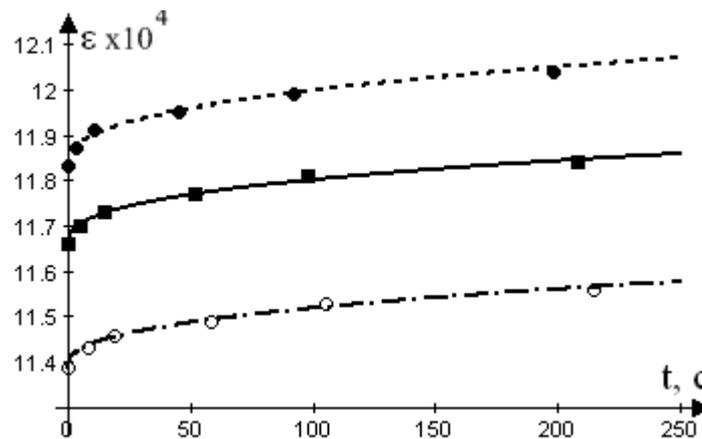


Рис. 3.8. Анизотропия упругого последействия в листах сплава Fe-3% Si после прокатки с  $\varepsilon = 60$  % по толщине. Обозначения те же, что и на рис. 3.3.

Экспериментальные зависимости деформации от времени для деформированного сплава титана BT1-0 представлены на рис. 3.9. Видно, что наблюдается анизотропия упругого последействия.

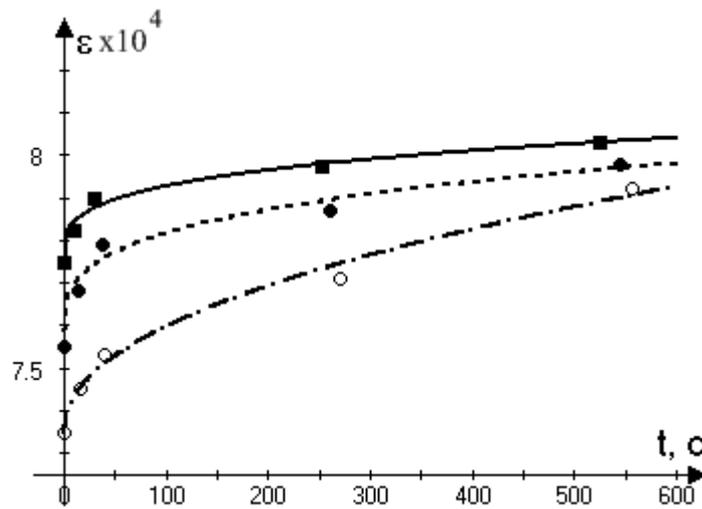


Рис. 3.9. Анизотропия упругого последействия в листах сплава титана VT1-0 после прокатки с  $\varepsilon = 60\%$  по толщине. Обозначения те же, что и на рис. 3.6.

Компьютерный регрессионный анализ показал, что полученные нами экспериментальные данные наилучшим образом описывается степенной функцией времени с дробным показателем степени типа

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + at^\alpha, \quad (3.2)$$

где  $\varepsilon_0$  – упругая деформация;  $t$  – время выдержки образца под действием груза;  $a$ ,  $\alpha$  – параметры корреляции. Коэффициенты достоверности аппроксимации составили не меньше 0,98. Результаты регрессионного компьютерного анализа представлены линиями на соответствующих рисунках. Уравнения регрессии, полученные нами, представлены в табл. 3.6.

Таблица 3.6.

### Результаты определения анизотропии упругого последействия

В деформированных металлах и сплавах.

Угол с НП обр. Al	с в	$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + a \cdot t^\alpha$	Угол с НП в обр. Cu	$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + a \cdot t^\alpha$
Степень деформации образца по толщине 60 %				
0		$12,47 \cdot 10^{-4} + 64,7 \cdot 10^{-7} t^{0,522}$	0	$21,47 \cdot 10^{-4} + 50,7 \cdot 10^{-7} t^{0,444}$
45		$12,58 \cdot 10^{-4} + 79,6 \cdot 10^{-7} t^{0,429}$	45	$21,98 \cdot 10^{-4} + 17,6 \cdot 10^{-7} t^{0,327}$
90		$12,79 \cdot 10^{-4} + 50,4 \cdot 10^{-7} t^{0,467}$	90	$20,31 \cdot 10^{-4} + 5,7 \cdot 10^{-7} t^{0,429}$
Степень деформации образца по толщине 80 %				

0	$21,69 \cdot 10^{-4} + 27,6 \cdot 10^{-7} t^{0,488}$	0	$10,69 \cdot 10^{-4} + 49,6 \cdot 10^{-7} t^{0,318}$
45	$22,60 \cdot 10^{-4} + 8,8 \cdot 10^{-7} t^{0,943}$	45	$12,25 \cdot 10^{-4} + 15,6 \cdot 10^{-7} t^{0,669}$
90	$18,71 \cdot 10^{-4} + 4,4 \cdot 10^{-7} t^{0,910}$	90	$10,55 \cdot 10^{-4} + 32,9 \cdot 10^{-7} t^{0,453}$
Степень деформации образца по толщине 60 %			
Угол с НП в обр. Fe-3 % Si	$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + a \cdot t^\alpha$	Угол с НП в обр. BT1-0	$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + a \cdot t^\alpha$
0	$11,66 \cdot 10^{-4} + 25,5 \cdot 10^{-7} t^{0,374}$	0	$7,75 \cdot 10^{-4} + 49,9 \cdot 10^{-7} t^{0,275}$
45	$11,83 \cdot 10^{-4} + 27,7 \cdot 10^{-7} t^{0,390}$	45	$7,55 \cdot 10^{-4} + 77,4 \cdot 10^{-7} t^{0,268}$
90	$11,39 \cdot 10^{-4} + 19,7 \cdot 10^{-7} t^{0,407}$	90	$7,35 \cdot 10^{-4} + 27,99 \cdot 10^{-7} t^{0,473}$

Видно, что упругое последствие исследуемых металлических материалов является анизотропным. Анизотропия выражается в закономерном изменении коэффициентов в уравнении (3.2) (см. табл. 3.6).

**Фрактальная модель.** Ранее было показано, что каждая текстурный компонент деформированного металла характеризуется своей собственной дислокационной структурой [37, 38], имеющей фрактальную природу [39, 40]. Под действием внешнего напряжения с учетом неоднородности твердого тела на микроскопическом уровне переход в деформированное состояние осуществляется не мгновенно во всем объеме тела, а путем постепенного накопления областей, которые переходят в квазипластическое состояние. Если приложенное к образцу напряжение, постоянно, то в зависимости от сложившейся дислокационной структуры часть дислокаций (или других дефектов и их кластеров) будет благоприятно ориентирована для скольжения (или для перемещения). Такую часть дислокаций (или других дефектов и их кластеров), следуя [57], назовем "пластмоном" или мезоскопическим деформационным доменом по В.Е. Панину. Расположение других дислокаций (или других дефектов) будет менее благоприятно. "Пластмон" - индивидуальный носитель перехода из упругого в квазипластическое состояние на микроскопическом уровне. Если приложенное к образцу напряжение постоянно, то "пластмоны" будут находиться в таком состоянии, что для начала их движения достаточен маленький толчок, который может

возникнуть за счет тепловых колебаний атомов. Величина такого толчка будет зависеть от ориентации пластмонов по отношению к направлению приложенных внешних напряжений, то есть должно быть, в принципе, анизотропной. Колебания тепловой энергии во времени вызовут движение "пластмонов". По мере движения "пластмонов" процесс тепловой активации их движения будет постепенно замедляться из-за действия различных механизмов внутреннего трения. Скорость деформации будет, поэтому постепенно уменьшаться.

Схематично переход в пластическое состояние может быть описан следующим образом. Сначала возникают одиночные пластмоны с линейными размерами порядка  $\ell_0$  (нулевой масштабный уровень). Затем возникают скопления (кластеры) пластмонов с линейными размерами  $\ell_1$  (первый масштабный уровень) и т.д., пока на  $\ell_n$  масштабном уровне не появится область из пластмонов, которая пронизывает весь объем материала (рис. 3.10).

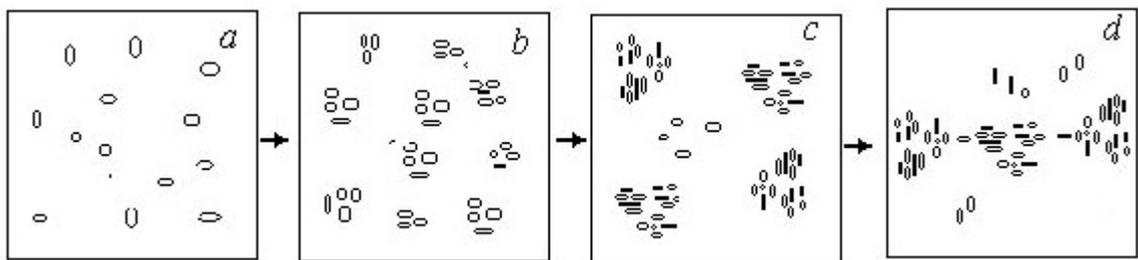


Рис. 3.10. Путь перехода материала из упругого в микропластическое состояние:  $a$  – нулевой уровень масштаба;  $b$  – первый уровень масштаба;  $c$  – второй уровень масштаба;  $d$  –  $\ell_n$  уровень масштаба.

В таком случае пластмоны создадут фрактальное, то есть самоподобное множество (иерархично соподчиненный ансамбль), "масса"  $M_f$  которого зависит от масштаба  $\ell$  по закону

$$M_f \propto \ell^{d_f}, \quad (3.3)$$

где  $d_f$  – фрактальная размерность данного множества.

По современным представлениям микропластическая деформация есть результат малого и, как правило, обратимого перемещения дислокаций [109].

Будем считать, что деформация складывается из двух частей в соответствии с соотношением (3.1). При этом  $\varepsilon_0$  в рассматриваемой области следует за приложенным напряжением  $\sigma$  с бесконечно малым запаздыванием по закону Гука  $\varepsilon_0 = s_0 \sigma$ . Зависящая от времени часть деформации  $\varepsilon_1(t)$  отстает от приложенного напряжения. Закон отставания зададим следующим образом: если  $\varepsilon^* = s_\infty \cdot \sigma$  есть максимально достижимое значение при фиксированном  $\sigma$ , тогда в любой момент времени  $\varepsilon_1(t)$  стремится достичь этого значения со скоростью, пропорциональной  $s_\infty \cdot \sigma - \varepsilon_1(t)$ . Здесь  $s_0$  и  $s_\infty$  – материальные характеристики податливости среды. В таком случае дифференциальное уравнение релаксации может быть записано следующим образом:

$$\frac{d\varepsilon_1(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} (s_\infty \sigma - \varepsilon_1(t)), \quad (3.4)$$

где  $\tau$  – время релаксации. Решение этого уравнения с учетом (3.1) имеет следующий вид

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(t) = \left[ s_0 + s_\infty \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) \right] \sigma \quad (3.5)$$

Теперь рассмотрим неравновесный процесс релаксации, который определяется фрактальной природой после приложения нагрузки. Будем считать, что неравновесный процесс реализуется посредством множества периодов релаксации, для которых последующее состояние имеет место через промежуток времени  $\tau_i$  после того, как имело место предыдущее состояние. В таком случае в процессе эволюции системы, находящейся под действием постоянной нагрузки, из непрерывного ряда состояний некоторые отрезки исключаются по определенному закону. Такой процесс можно характеризовать как процесс, который порождается фрактальным состоянием с заданной фрактальной размерностью  $d_f$ . Уравнение релаксации металла при упругом последствии можно записать с помощью оператора дробного дифференцирования  $D^\alpha f(x)$  [110-114]. Такое уравнение аналогично уравнению (3.4):

$$D^\alpha \varepsilon_1(t) = \frac{1}{\tau^\alpha} (s_\infty \sigma - \varepsilon_1(t)), \quad (3.6)$$

где [110-114]

$$D^\alpha [f(t)] = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t (t-\tau)^{-\alpha} f(\tau) d\tau, \quad (3.7)$$

$\Gamma(1-\alpha)$  – гамма-функция.

Если индекс  $\alpha = 1$ , то (3.6) – обычное дифференциальное уравнение первого порядка, которое совпадает с (3.4), а решение его совпадает с (3.5). При этом, как упоминалось выше, под воздействием постоянного приложенного напряжения образец непрерывно переходит из одного состояния в последующее с непрерывным распределением периодов релаксации  $\tau$ .

Если же индекс  $\alpha$  имеет дробное значение, то решение уравнения (3.6) будет представлять собой сумму определенных состояний с различными периодами релаксации, которые определяются индексом  $\alpha$ . Другими словами, релаксация будет представлять собой фрактальный процесс, фрактальная размерность которого  $d_f = \alpha$ .

Уравнение (3.6) можно переписать следующим образом:

$$[1 + (\tau D)^\alpha] \varepsilon_1(t) = s_\infty \sigma, \quad (3.8)$$

где  $\alpha = d_f$ . Для решения уравнения (3.8) используем преобразование Лапласа  $L[f(x)]$ , которое определяется в виде [110-114]:

$$L[f(x)] = \int_0^\infty f(x) \exp(-px) dx, \quad \bar{f}(p) = L[f(x)] \quad (3.9)$$

где оригинал функции  $f(x)$  выражается как

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha - i\infty}^{\alpha + i\infty} \bar{f}(p) \exp(px) dp, \quad Re p \geq \alpha. \quad (3.10)$$

Здесь  $Re p$  – реальная часть комплексной величины  $p$ .

Преобразование Лапласа дробной производной  $L\{D^\alpha [f(x)]\}$  эквивалентно [114] следующему выражению

$$L\{D^\alpha [f(x)]\} = p^\alpha \bar{f}(p) \quad (3.11)$$

Использование преобразования Лапласа (3.9) для уравнения (3.8) приводит к соотношению:

$$\left[1 + (\tau p)^\alpha\right] \bar{\varepsilon}_1(p) = \frac{s_\infty^\sigma}{p}. \quad (3.12)$$

Из равенства (3.12) следует, что

$$\bar{\varepsilon}_1(p) = \frac{s_\infty^\sigma}{p} \frac{1}{1 + (\tau p)^\alpha}. \quad (3.13)$$

Принимая во внимание, что

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + (\tau p)^\alpha} &= \frac{(p\tau)^{-\alpha}}{1 + (p\tau)^{-\alpha}} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (p\tau)^{-\alpha(n+1)} = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (p\tau)^{-\alpha(n+1)} \tau^{-\alpha(n+1)}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

получим

$$\frac{1}{p} \left( \frac{1}{1 + (\tau p)^\alpha} \right) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n p^{-[\alpha(n+1)]} \tau^{-\alpha(n+1)}. \quad (3.15)$$

Принимая во внимание, что [15]

$$L \left\{ \frac{(t)^{\alpha(n+1)}}{\Gamma[\alpha(n+1)+1]} \right\} = p^{-[\alpha(n+1)+1]}, \quad (3.16)$$

в соответствии с (3.12) и (3.13) для оригинала функции  $\varepsilon_1(t)$  получим:

$$\varepsilon_1(t) = s_\infty^\sigma \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \left(\frac{t}{\tau}\right)^{\alpha(n+1)}}{\Gamma[\alpha(n+1)+1]}, \quad (3.17)$$

где  $\Gamma(x)$  – гамма-функция. Тогда

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1(t) = \left\{ s_0 + s_\infty \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \left(\frac{t}{\tau}\right)^{\alpha(n+1)}}{\Gamma[\alpha(n+1)+1]} \right\} \sigma. \quad (3.18)$$

Если  $\alpha = 1$ , то из (3.18) можно получить выражение, которое аналогично (3.7). Действительно, учтем, что

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z)^{(n+1)}}{\Gamma[(n+1)+1]} = 1 - \exp(-z), \quad z = \frac{t}{\tau}. \quad (3.19)$$

Подставим (3.19) в (3.18) при условии  $\alpha = 1$ , получим:

$$\varepsilon(t) = \left\{ s_0 + s_\infty \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \left(\frac{t}{\tau}\right)^{(n+1)}}{\Gamma(n+2)} \right\} \sigma = \left[ s_0 + s_\infty \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) \right] \sigma. \quad (3.20)$$

Следовательно, если  $\alpha = 1$  (непрерывное распределение периодов релаксации), то зависимость деформации от времени является экспоненциальной.

Переход от строго экспоненциальной к аномальной зависимости происходит при переходе от непрерывного распределения ( $\alpha = 1$ ) к фрактальному распределению периодов релаксации ( $0 < \alpha = d_f < 1$ ) при упругом последствии. Действительно, если ограничиться первыми членами ряда (3.18), то зависимость деформации от времени будет иметь следующий вид:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + a_1 t^\alpha + \dots, \quad (3.21)$$

$$\text{где } \varepsilon_0 = s_0 \cdot \sigma, \quad a_1 = s_\infty \sigma \frac{(1/\tau)^\alpha}{\Gamma(\alpha + 1)}.$$

Как было упомянуто выше, исследуемые материалы обладают текстурой, состоящей, в основном, из двух компонент. В работах [37-40] было показано, что каждая компонента текстуры характеризуется своей собственной дислокационной структурой. Поэтому коэффициенты уравнения (3.21) должны быть различными для различно ориентированных образцов материала. То есть упругое последствие, как и начальная стадия ползучести должны быть анизотропными. Это и наблюдается в экспериментах. В самом деле, выражение (3.21) совпадет с полученными нами на основе корреляционного анализа экспериментальных данных зависимостями (3.2), если соответствующие коэффициенты в (3.21) принимают значения, представленные в табл. 3.6. Упругое последствие частично включает начальную стадию ползучести [104]. Ранние теории этого явления, предложенные [58, 59] Е. Орованом, Н. Моттом, А. Зегером, основаны на тепловой активации мобильных дислокаций для обеспечения микропластичности. Упомянутые теории предоставляют зависимость деформации от времени на начальной стадии ползучести в виде логарифмической функции, а также степенной функции времени с индексом  $1/3$ . Однако было получено много других данных, для которых степенной

индекс существенно отличается от  $1/3$ . Это подтверждено также и нашими результатами. Из наших результатов следует, что  $0,318 \leq \alpha \leq 0,943$ . Е.Н. Андраде показал [58, 59], что на неустановившейся стадии ползучести зависимость деформации от времени может быть выражена соотношением, подобным (3.21), которое получено нами для упругого последствия. Для ползучести Е.Н. Андраде экспериментально получил  $1/4 \leq \alpha \leq 2/3$  [58, 59].

Фрактальная модель упругого последствия, предложенная нами в данной работе, позволяет объяснить широкий спектр индексов экспериментальной степенной зависимости деформации от времени, а также анизотропию данного явления.

### 3.2. Анизотропия усталости

Результаты усталостных испытаний на изгиб образцов холоднокатаных алюминия, меди и сплава магния AZ31 представлены в табл. 3.7 – 3.13. Там же представлены уравнения регрессии, полученные с помощью компьютерного корреляционного анализа экспериментальных данных. Указанные числа циклов и напряжений получены путем усреднения результатов испытаний не менее трех образцов. Оценку условного предела выносливости проводили с помощью расчетно-экспериментального метода Ивановой [88], как это описано в разделе 2.

Из представленных данных видно, что наблюдается анизотропия усталостного разрушения. Известно, что усталостное разрушение наступает при совместном действии сдвиговых и нормальных напряжений [115]. Первые действуют на начальной стадии зарождения субмикротрещин, а вторые – на этапах распространения магистральной трещины и окончательного разрушения. Многие металлические материалы и системы проявляют анизотропию при пластической деформации и при распространении усталостной трещины. В силу этого природная анизотропия кристаллов должна проявляться и в явлении усталостного разрушения

металлических материалов в особенности, если материал обладает кристаллографической и структурной текстурой. Наши результаты по анизотропии усталости, описанные выше, отличаются тем, что получены путем изгибных испытаний при отнулевом (асимметричном) цикле.

Таблица 3.7.

Анизотропия усталости в листе алюминия  
после холодной прокатки с  $\varepsilon = 40\%$  деформации по толщине

Степень деформации, %	Угол с НП, град.	Число циклов, N	Lg N	$\sigma_a$ , МПа	Уравнение регрессии $\sigma_a = -A \lg N + B$ и коэффициент достоверности аппроксимации, $R^2$	Условный предел выносливости $\sigma_0$ , МПа
40	0	10000	4	27	$-62,042 \lg N + 364,41$ $R^2 = 0,98$	16,5
		1000	3	200		
		295	2,47	180		
		100	2	117		
	45	3162	3,5	90	$-16,027 \lg N + 144,67$ $R^2 = 0,93$	13,1
		447	2,65	100		
		91	1,96	110		
		62	1,79	120		
	90	10000	4	100	$-5,4558 \lg N + 122,05$ $R^2 = 0,95$	27,5
		1000	3	106		
		263	2,42	109,7		
		68	1,83	110		
		32	1,5	115		

Таблица 3.8.

## Анизотропия усталости в листе алюминия

после холодной прокатки с  $\varepsilon = 60\%$  деформации по толщине

Степень деформации, %	Угол с НП, град.	Число циклов, $N$	$Lg N$	$\sigma_a$ , МПа	Уравнение регрессии $\sigma_a = -A lg N + B$ и коэффициент достоверности аппроксимации, $R^2$	Условный предел выносливости $\sigma_0$ , МПа
60	0	4464	3,650	87,1	$-5,7954 lg N + 108,83$ $R^2 = 0,97$	12,8
		1295	3,112	91,8		
		550	2,740	92,7		
		94	1,973	97,2		
	45	1597	3,203	90	$-8,913 lg N + 118,93$ $R^2 = 0,98$	8,8
		348	2,542	97,2		
		149	2,173	99,2		
		88	1,944	101,4		
	90	1020	3,009	114	$-18,28 lg N + 170,99$ $R^2 = 0,93$	18,7
		466	2,668	125,6		
		150	2,176	129,8		
		97	1,987	134,7		

Таблица 3.9.

Анизотропия усталости в листе алюминия

после холодной прокатки с  $\varepsilon = 80\%$  деформации по толщине

Степень деформации, %	Угол с НП, град.	Число циклов, $N$	$Lg N$	$\sigma_a$ , МПа	Уравнение регрессии $\sigma_a = -A \lg N + B$ и коэффициент достоверности аппроксимации, $R^2$	Условный предел выносливости $\sigma_0$ , МПа
80	0	10000	4	85	$-5,635 \lg N + 107,32$ $R^2 = 0,96$	12,0
		2591	3,414	88,1		
		231	2,364	92,6		
		109	2,037	97		
	45	9876	3,995	81	$-8,370 \lg N + 115,53$ $R^2 = 0,97$	7,9
		1676	3,224	90,4		
		154	2,188	97,3		
		127	2,104	97,1		
	90	8978	3,953	98	$-27,34 \lg N + 208,75$ $R^2 = 0,96$	15,7
		2300	3,361	120,9		
		450	2,653	138,2		
		301	2,479	137,6		

Таблица 3.10

Анизотропия усталости в листе меди

после холодной прокатки с  $\varepsilon = 40\%$  деформации по толщине

Степень деформации, %	Угол с НП, град.	Число циклов, $N$	$Lg N$	$\sigma_a$ , МПа	Уравнение регрессии $\sigma_a = -A lg N + B$ и коэффициент достоверности аппроксимации, $R^2$	Условный предел выносливости и $\sigma_0$ , МПа
40	0	9876	3,995	128	$-41,863 lg N + 296,99$ $R^2 = 0,94$	38,6
		1856	3,269	156		
		913	2,960	184		
		219	2,340	194		
	45	8876	3,948	128	$-38,401 lg N + 273,11$ $R^2 = 0,93$	30,3
		1766	3,250	138		
		561	2,750	166		
		177	2,250	192		
	90	7634	3,883	118	$-10,258 lg N + 158,58$ $R^2 = 0,94$	42,4
		1008	3,003	127		
		600	2,778	133		
		116	2,064	136		

Таблица 3.11

## Анизотропия усталости в листе меди

после холодной прокатки с  $\varepsilon = 60$  % деформации по толщине

Степень дефор-	Угол с НП,	Число циклов,	$Lg N$	$\sigma_a$ , МПа	Уравнение регрессии	Условный
----------------	------------	---------------	--------	------------------	---------------------	----------

мации, %	град.	$N$			$\sigma_a = -A \lg N + B$ и коэффициент достоверности аппроксимации, $R^2$	предел вынос- ливост и $\sigma_0$ , МПа
60	0	7000	3,845	139	$-52,153 \lg N + 344,96$ $R^2 = 0,92$	40,3
		2612	3,416	178		
		325	2,511	200		
		141	2,149	241		
	45	6543	3,815	135	$-41,824 \lg N + 293,43$ $R^2 = 0,92$	35,2
		1869	3,272	148		
		854	2,931	181		
		175	2,240	197		
	90	5309	3,725	138	$-26,324 \lg N + 237,10$ $R^2 = 0,94$	48,6
		1297	3,112	153		
		1168	3,067	161		
		340	2,531	169		

Таблица 3.12

## Анизотропия усталости в листе меди

после холодной прокатки с  $\varepsilon = 80\%$  деформации по толщине

Степень дефор- мации, %	Угол с НП, град.	Число циклов, $N$	$Lg N$	$\sigma_a$ , МПа	Уравнение регрессии $\sigma_a = -A \lg N + B$ и коэффициент	Услов- ный предел вынос-
----------------------------------	------------------------	-------------------------	--------	---------------------	--	-----------------------------------

					достоверности аппроксимации, $R^2$	ливоз и $\sigma_0$ , МПа
80	0	12873	4,110	129	$-36,04 \lg N + 278,61 R$ $R^2 = 0,9975$	46,4
		2000	3,300	162		
		660	2,820	177		
		75	1,880	210		
	45	10430	4,020	130	$-41,391 \lg N + 296,86$ $R^2 = 0,92$	40,6
		2440	3,390	156		
		120	2,080	197		
		154	2,190	221		
	90	9497	3,980	145	$-30,312 \lg N + 261,85$ $R^2 = 0,94$	55,4
		1312	3,120	164		
		718	2,860	169		
		184	2,260	199		

Таблица 3.13

Анизотропия усталости в листе сплава магния AZ31

в условиях поставки

Степень деформации, %	Угол с НП, град.	Число циклов, $N$	$\lg N$	$\sigma_a$ , МПа	Уравнение регрессии $\sigma_a = -A \lg N + B$ и коэффициент достоверности аппроксимации, $R^2$	Условный предел выносливости $\sigma_0$ ,

						МПа
0 условие поставки	0	3943	3,596	168	$-11,764 \lg N + 210,71$ $R^2 = 0,9922$	88,1
		1247	3,096	175		
		260	2,419	182		
	45	3420	3,534	168	$-18,784 \lg N + 235,36$ $R^2 = 0,9657$	81,4
		1957	3,292	175		
		652	2,814	182		
	90	4150	3,618	168	$-8,879 \lg N + 201,78$ $R^2 = 0,92$	92,1
		1832	2,263	175		
		147	2,167	182		

Результаты по сплаву магния AZ31, полученные нами (табл. 3.13) являются новыми. Сплавы магния находятся в авангарде перспективных материалов. Они легки, с плотностью  $1800 \text{ кг/м}^3$  (приблизительно две трети таковой для алюминиевых сплавов). Удельная вибрационная прочность (предел прочности, отнесенный к его плотности) магниевых сплавов почти в 100 раз больше, чем у лучших алюминиевых сплавов, и в 20 раз больше, чем у легированной стали. Магниевые детали очень хорошо поглощают вибрацию. Магниевые сплавы превосходят сталь и алюминий по удельной жесткости и поэтому применяются для изготовления деталей, подвергающихся изгибающим нагрузкам (продольным и поперечным) [116]. Найденная анизотропия предела выносливости сплава AZ31 отвечает данным по анизотропии прочности на растяжение, представленным в [117], где предел прочности  $\sigma_B$  сплава в НП и ПН был 320 и 280 МПа, соответственно. Таким образом, между пределом выносливости при испытаниях на изгиб и пределом прочности на разрыв для магниевого сплава AZ31 в данном случае действительное соотношение

$$\sigma_0 \approx 0,3\sigma_B.$$

Анизотропия усталости исследованных материалов может быть объяснена, если принять во внимание, что природа анизотропии усталости определяется теми же факторами, которые влияют на анизотропию сопротивления пластической деформации и разрушению, наиболее

существенными из которых является кристаллографическая и механическая текстура [115].

**Фрактальная природа усталостного разрушения.** Как упоминалось в разделе 1, на каждой стадии усталостного разрушения, формируется мезоскопическая доменная субструктура по схеме сдвиг-поворот-отрыв [10]. В результате в изломах разрушенного металла должен проявляться фрактальный рельеф. Нами был систематически исследован ряд изломов разрушенных образцов меди, алюминия и сплава магния AZ31. Некоторые фотографии изломов представлены на рис. 3.11 – 3.25.

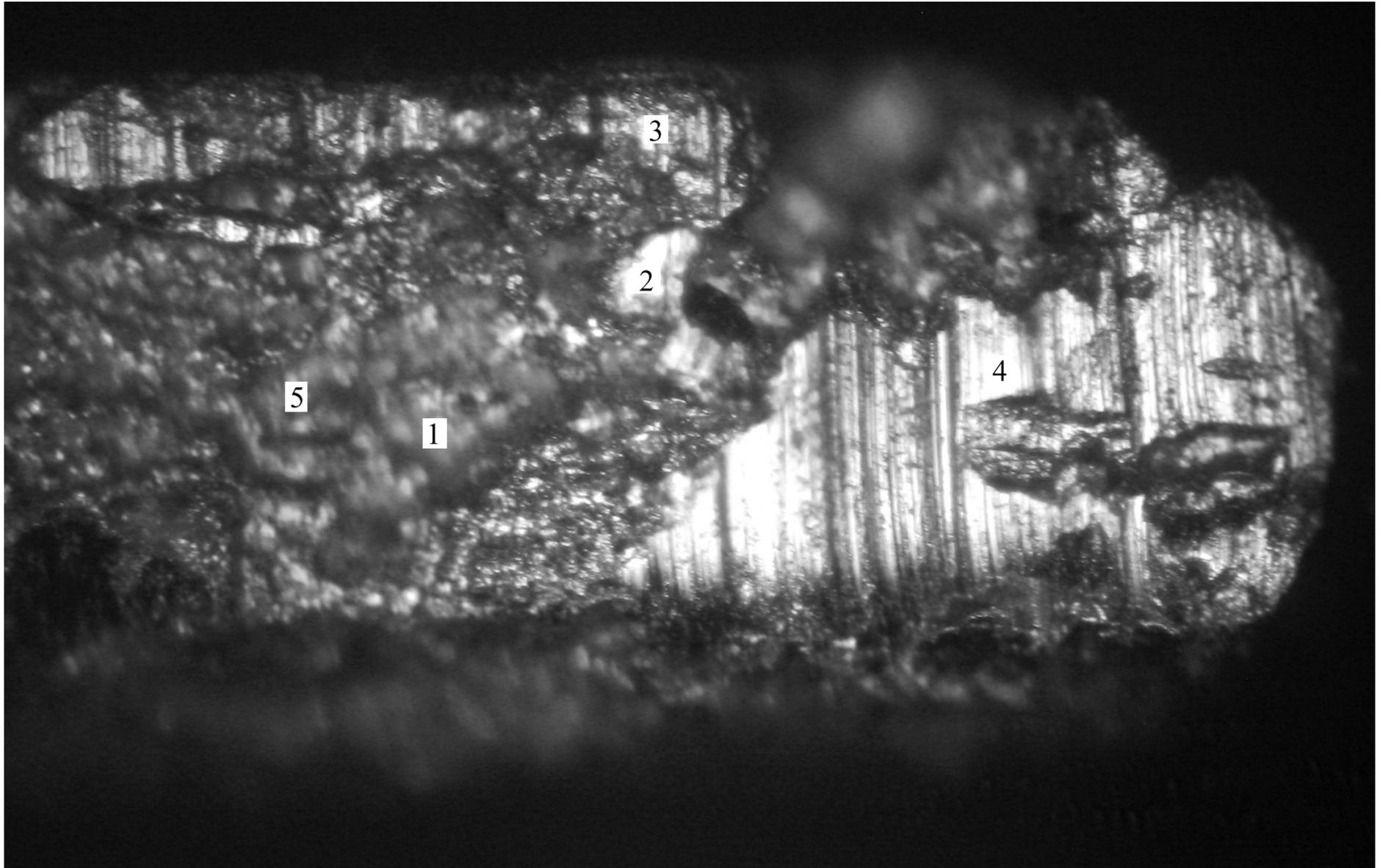


Рис. 3.11. Фото излома алюминия

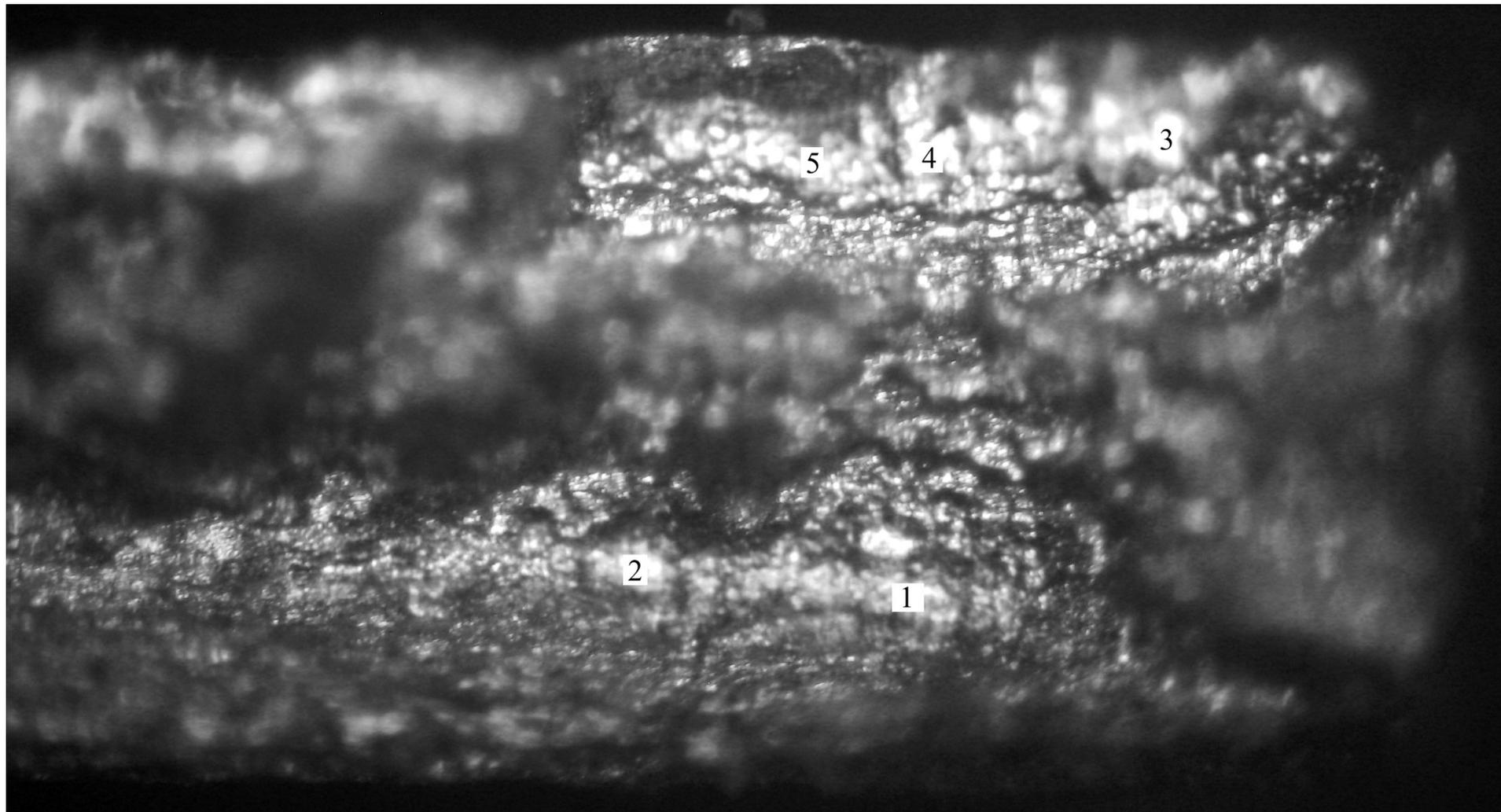


Рис. 3.12. Фото усталостного излома алюминия.

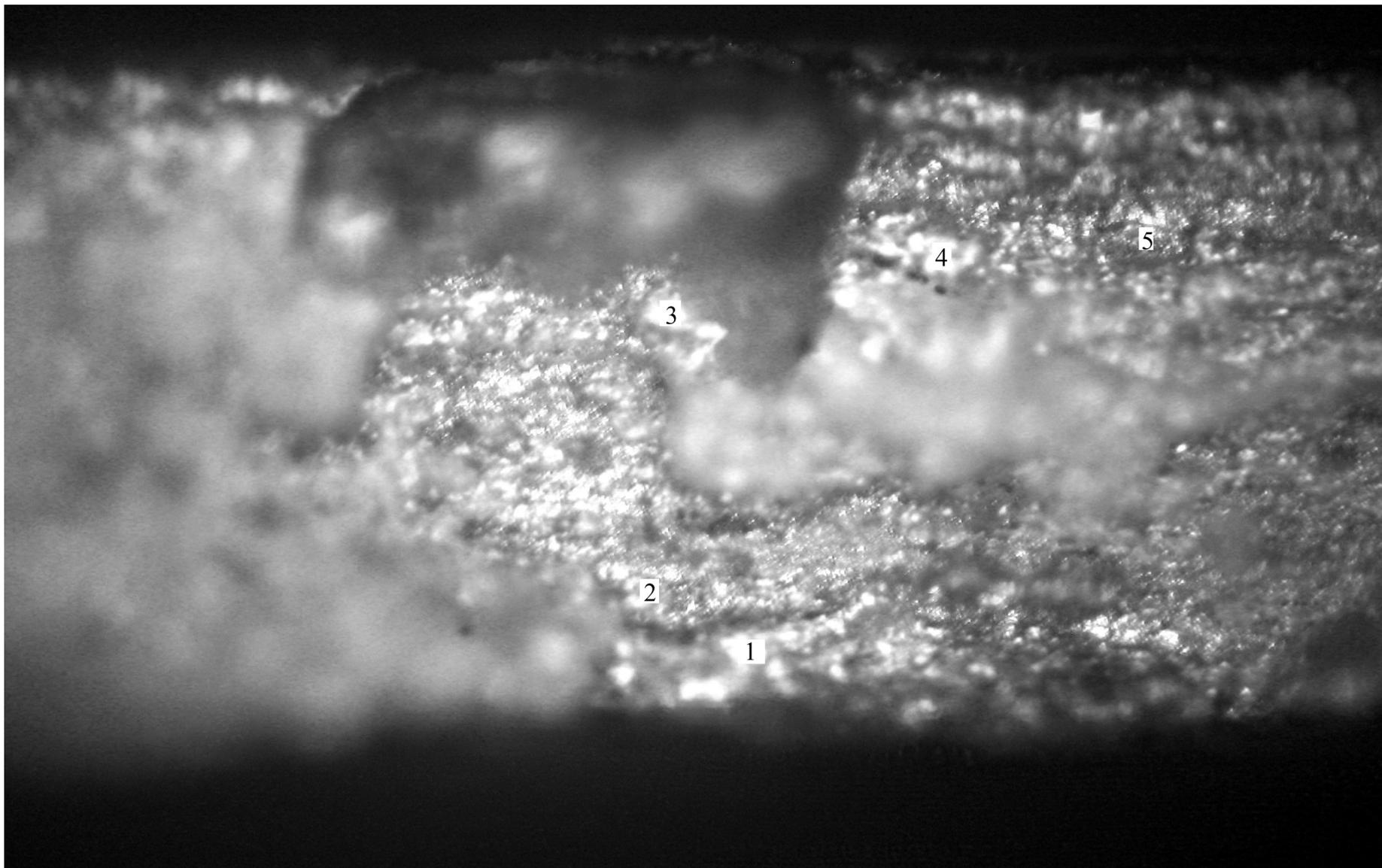


Рис. 3.13. Фото усталостного излома алюминия.

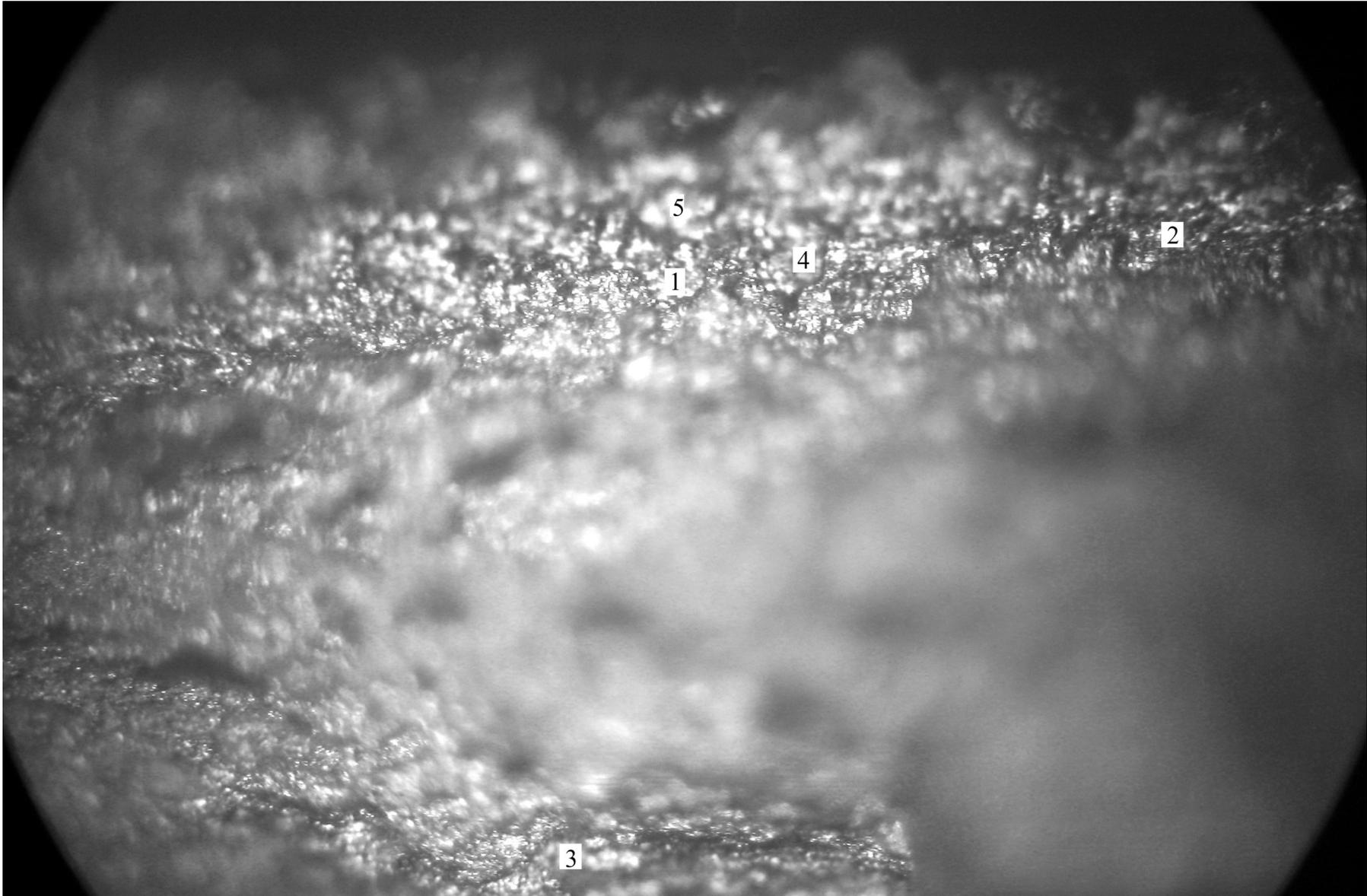


Рис. 3.14. Фото усталостного излома алюминия.

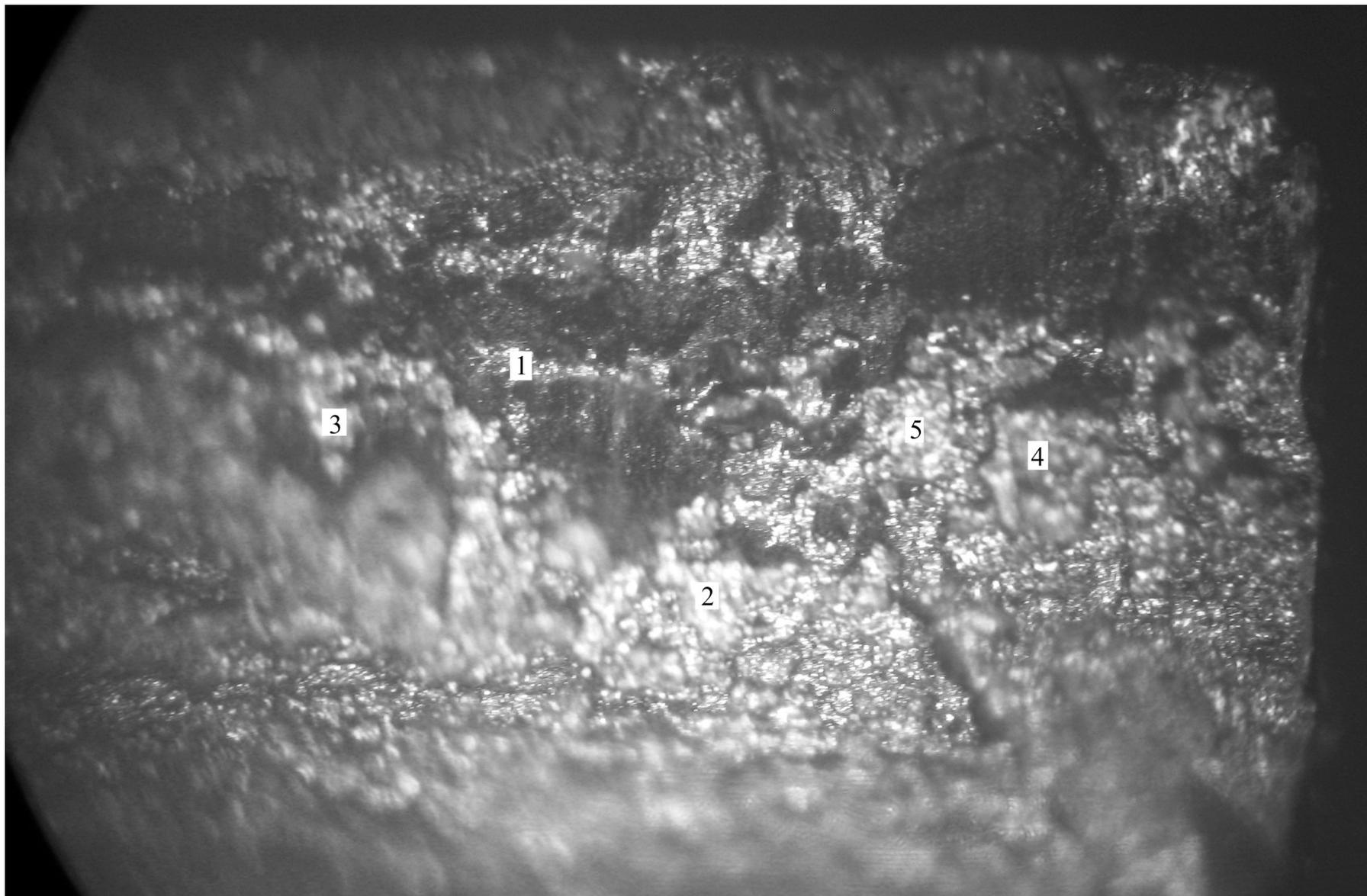


Рис. 3.15. Фото усталостного излома алюминия.

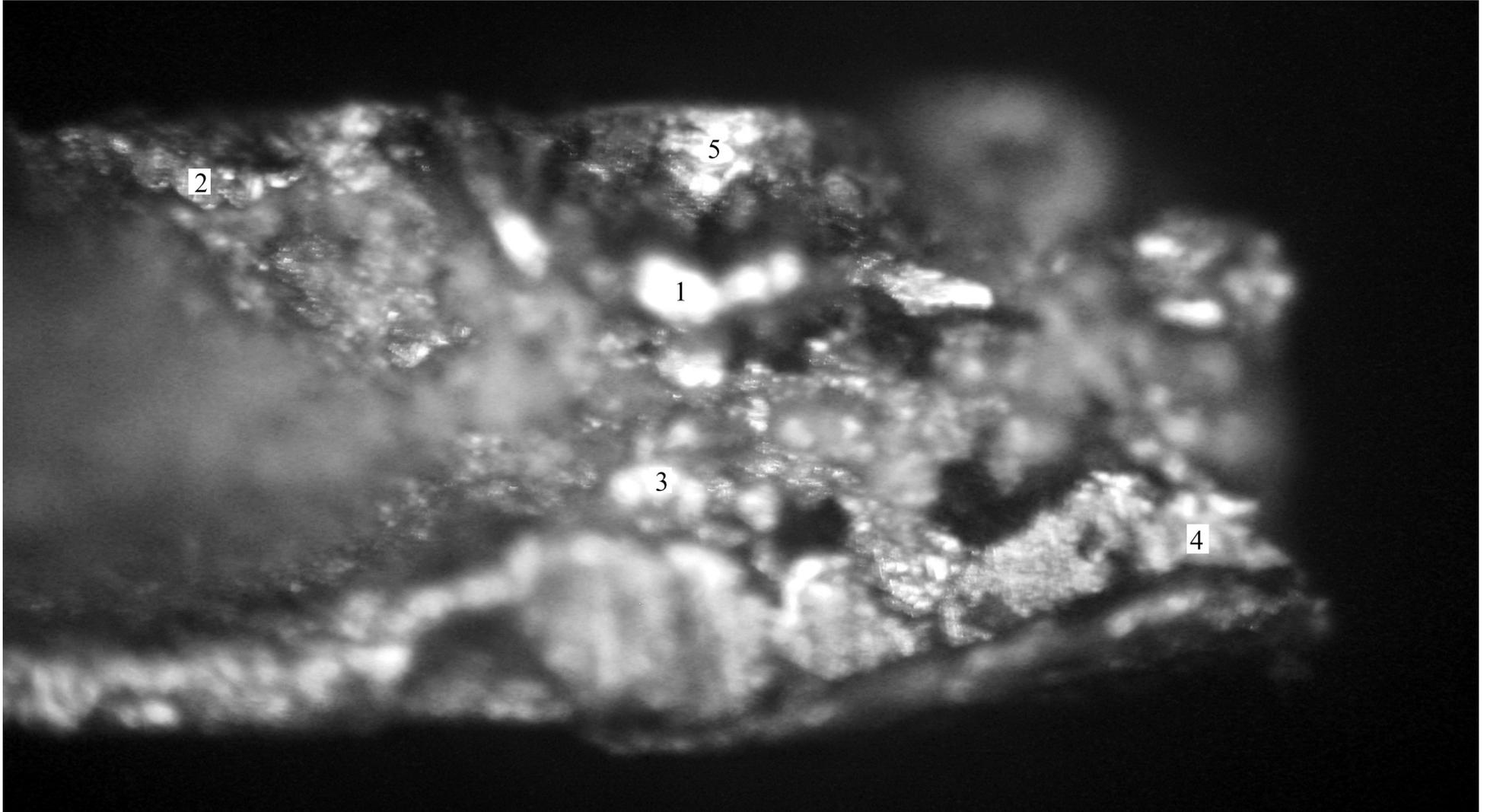


Рис. 3.16. Фото усталостного излома алюминия.



Рис. 3.17. Фото усталостного излома алюминия.

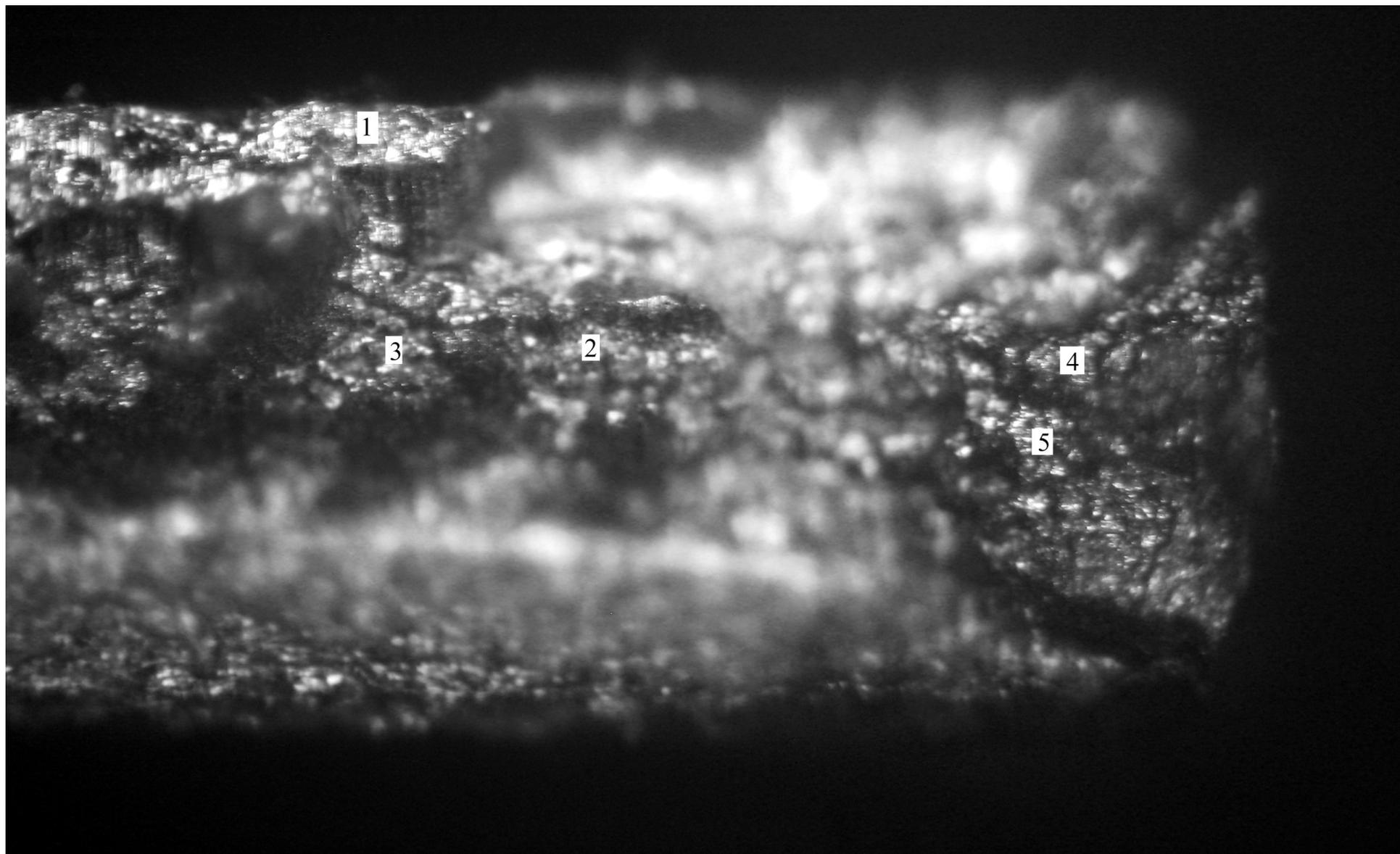


Рис. 3.18. Фото усталостного излома алюминия.

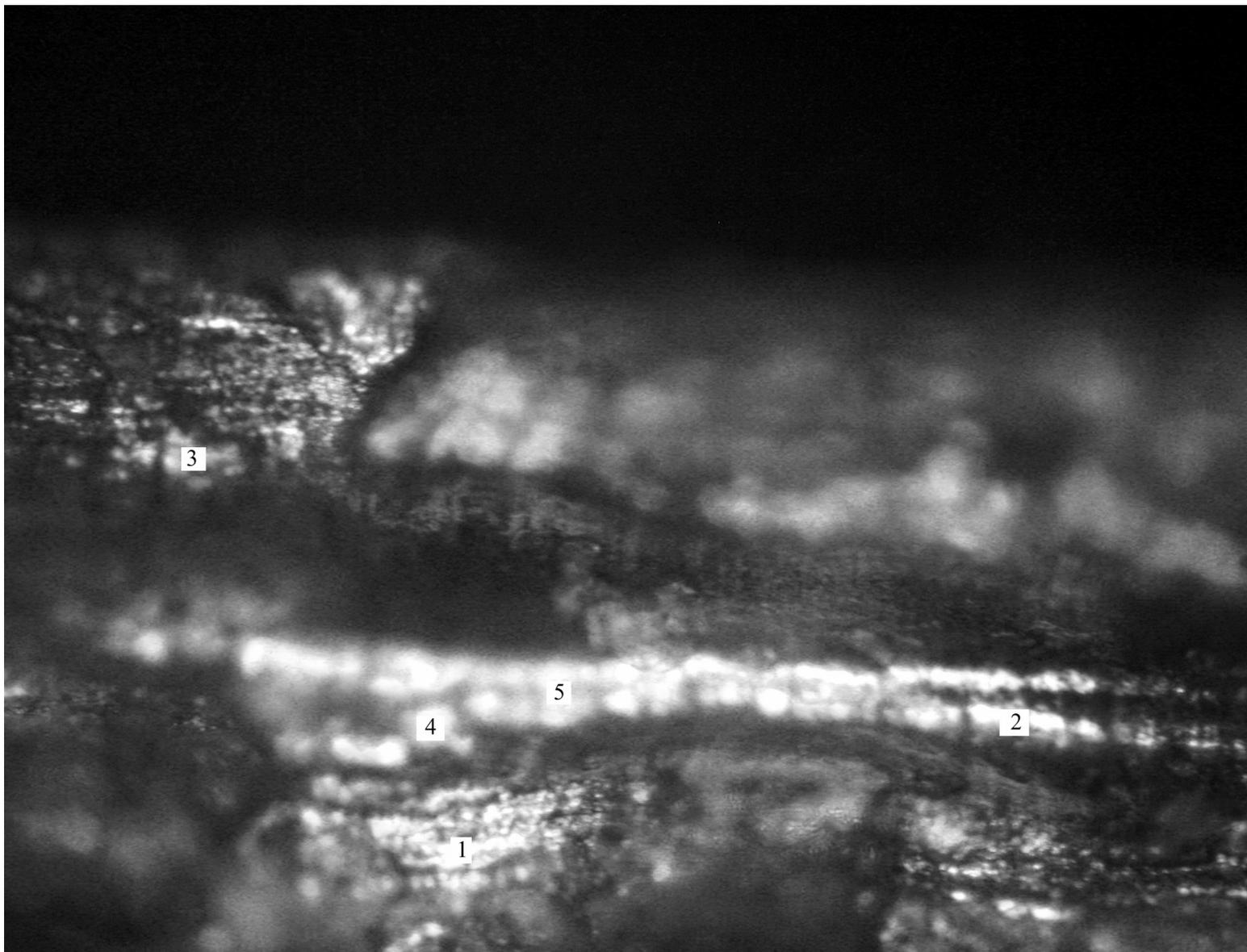


Рис. 3.19. Фото усталостного излома меди.

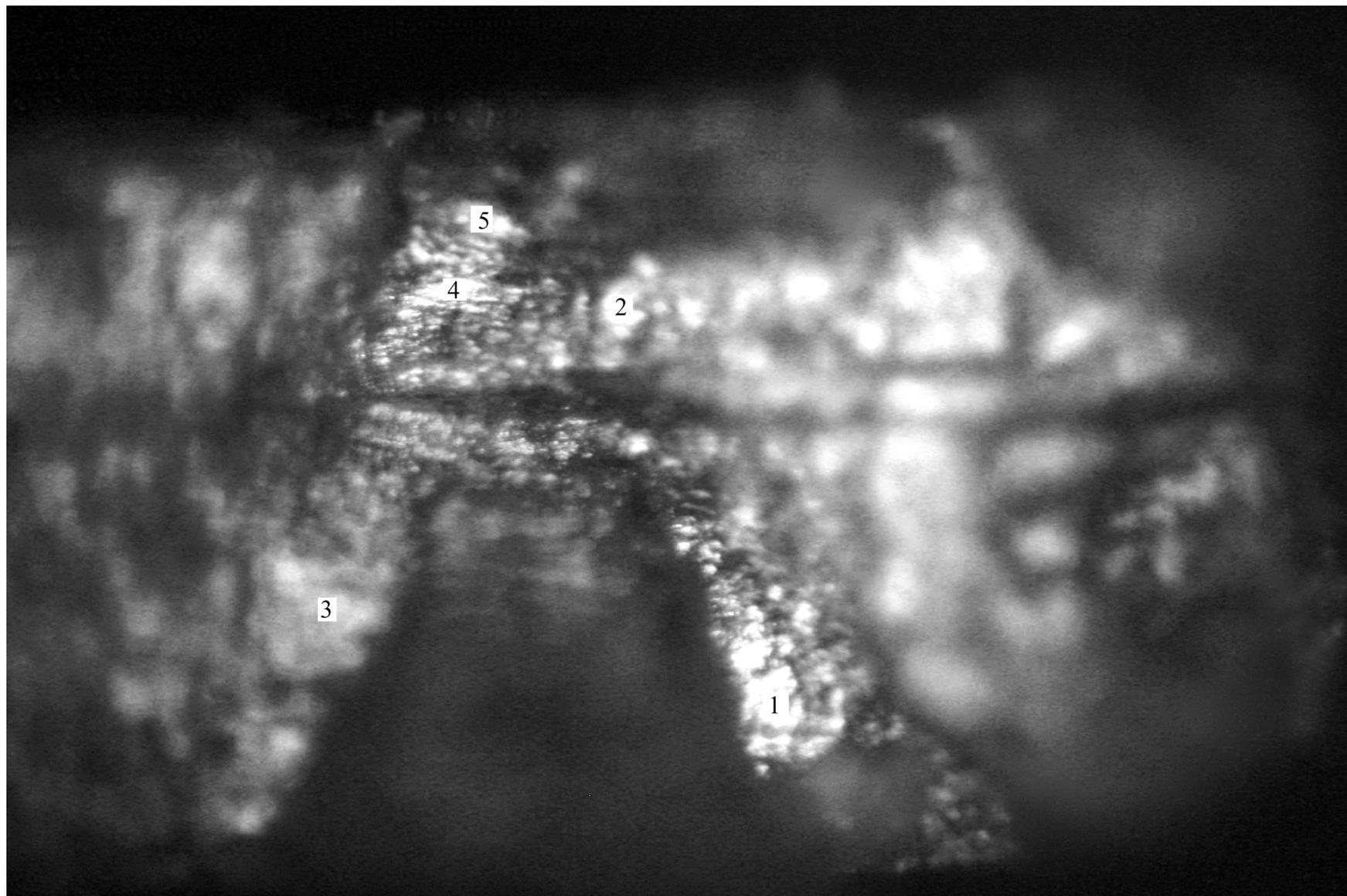


Рис. 3.20. Фото усталостного излома меди.

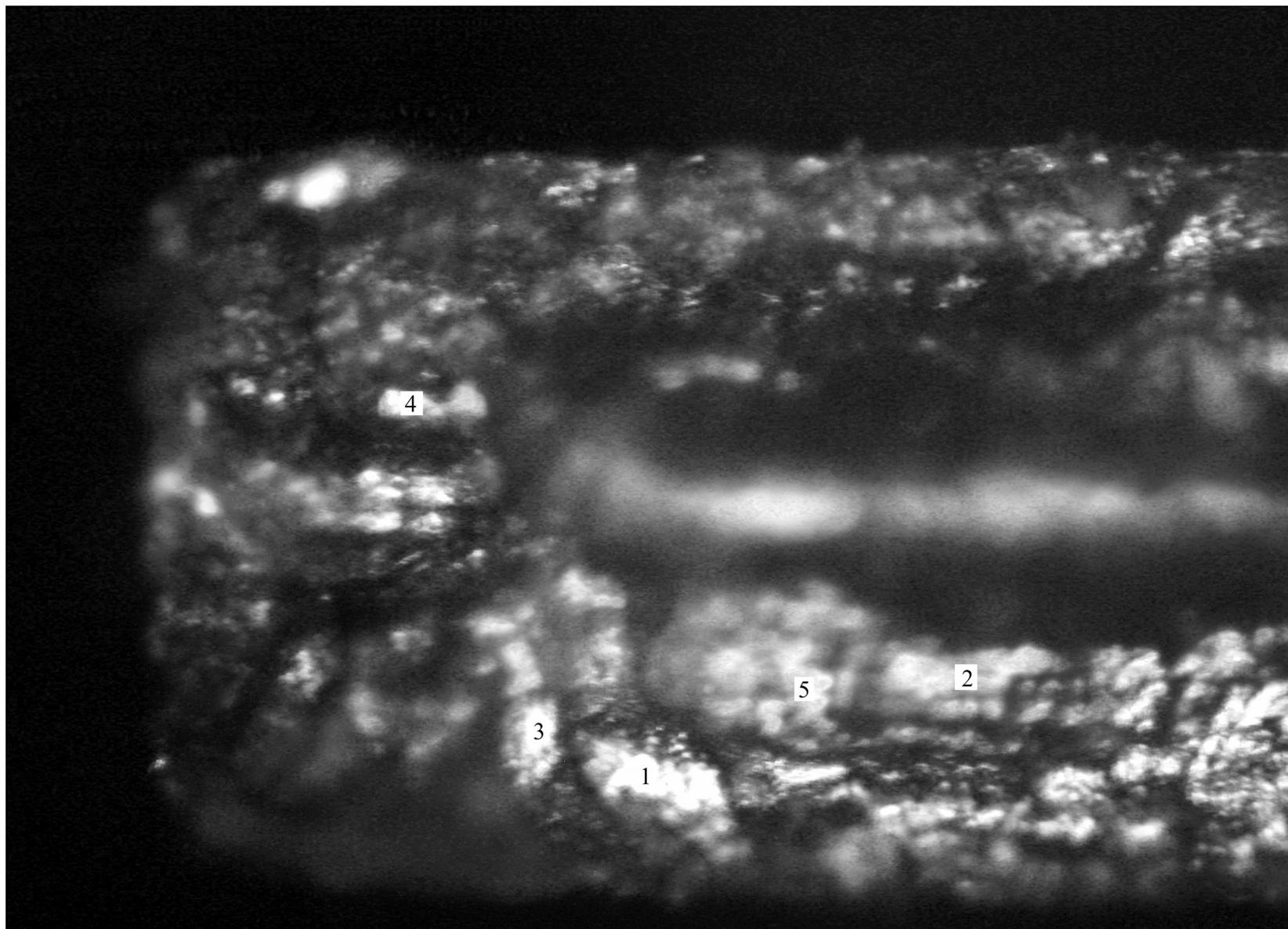


Рис. 3.21. Фото усталостного излома меди.

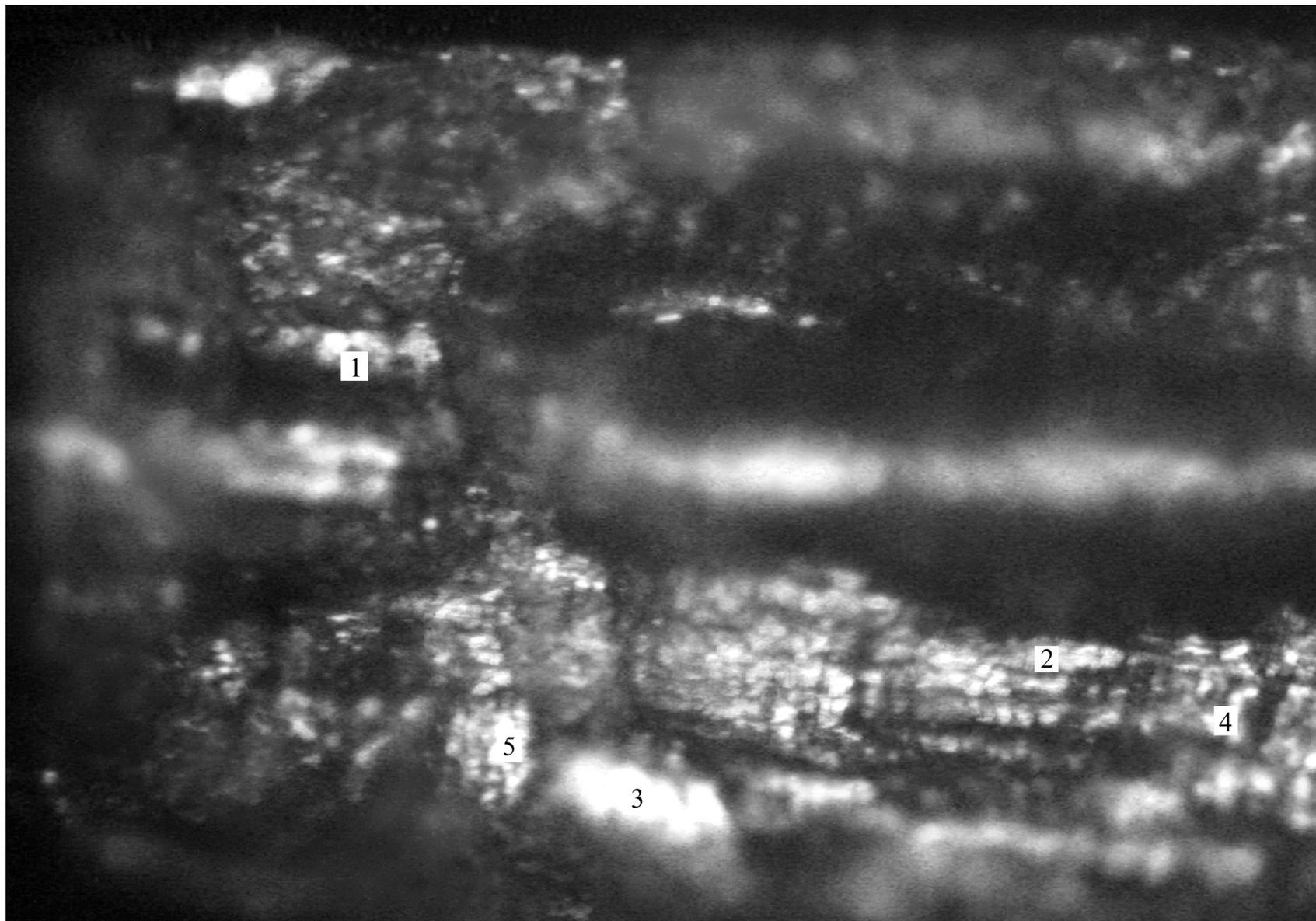


Рис. 3.22. Фото усталостного излома меди.

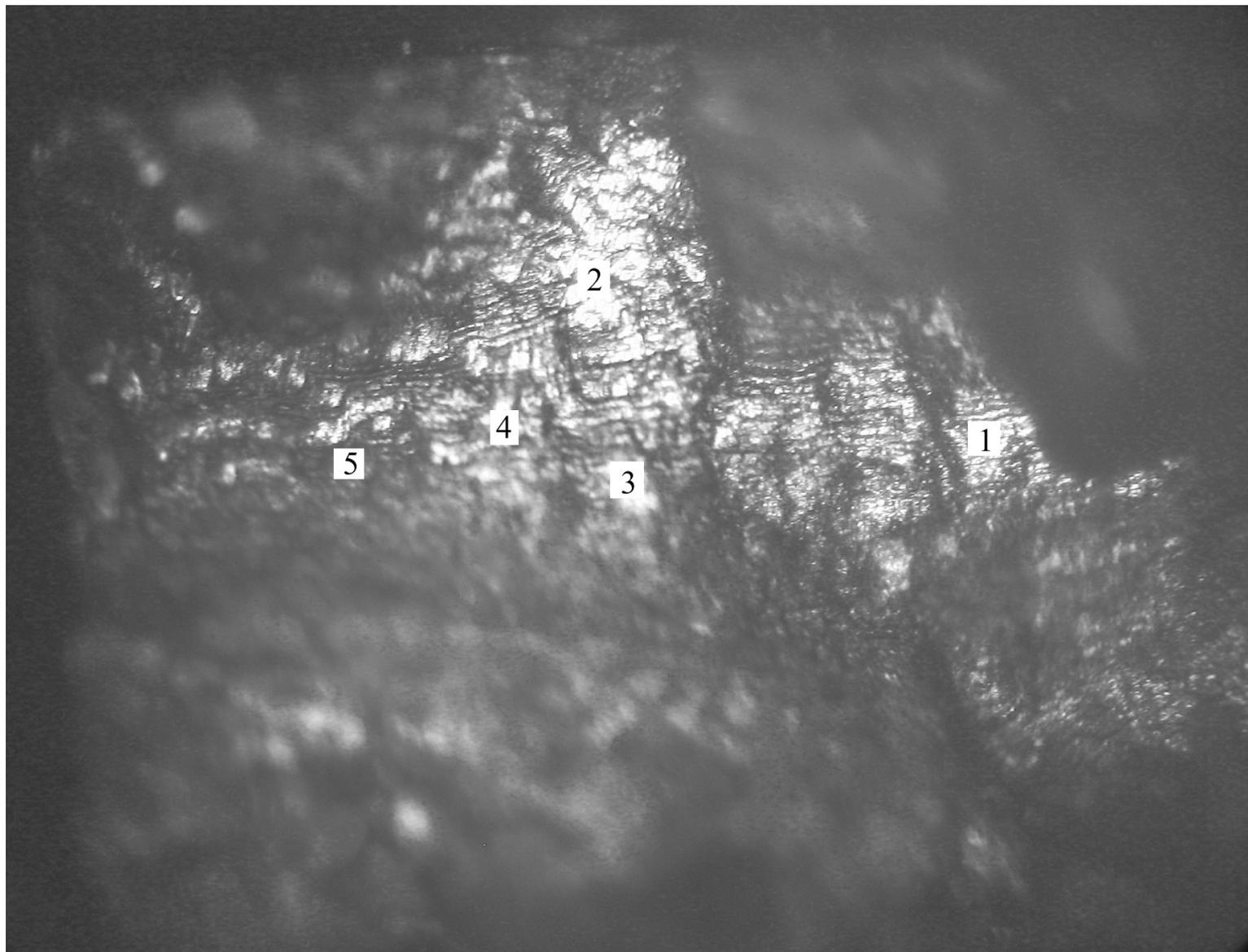


Рис. 3.23. Фото усталостного излома меди.

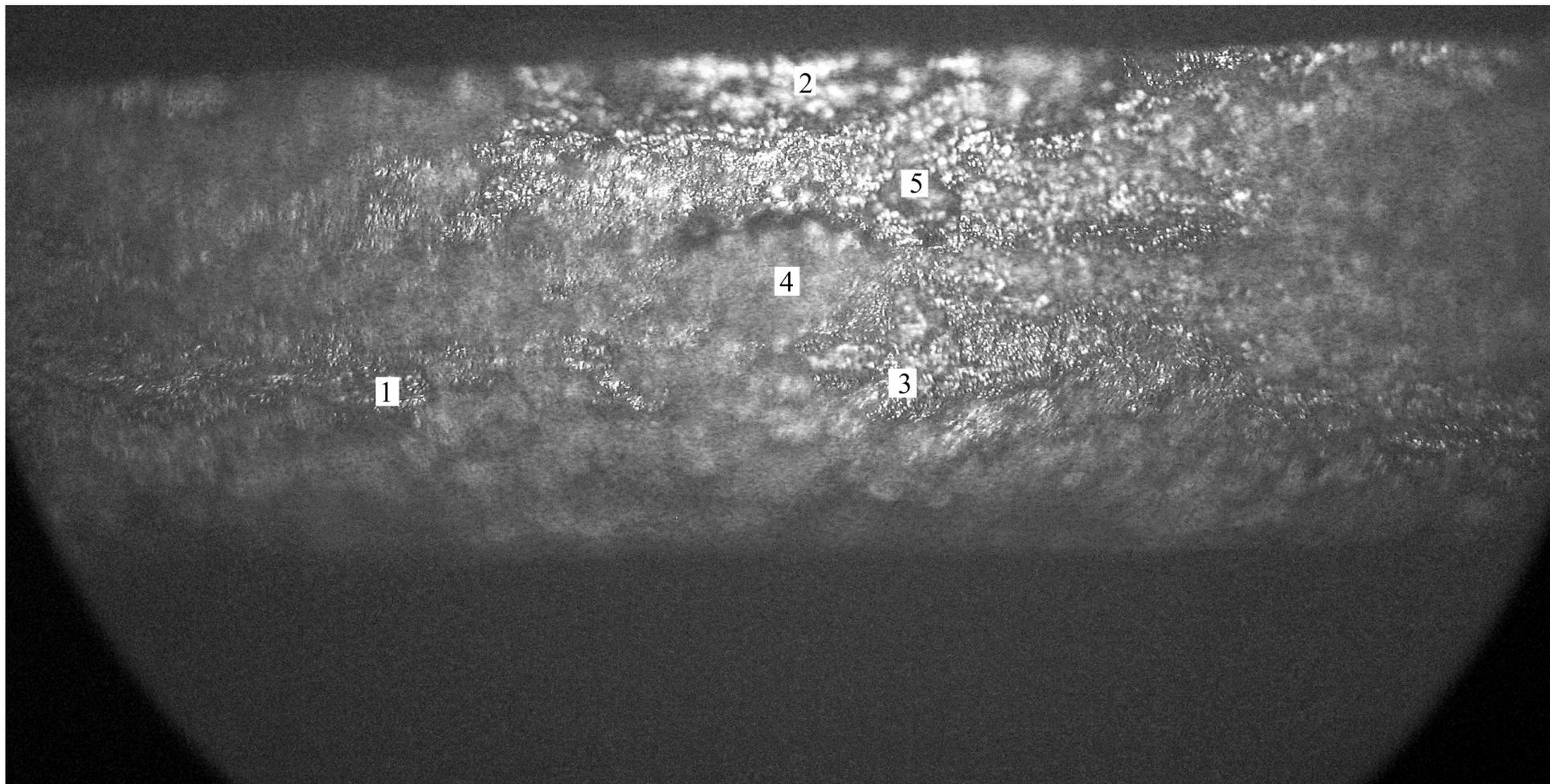


Рис. 3.24. Фото усталостного излома меди.

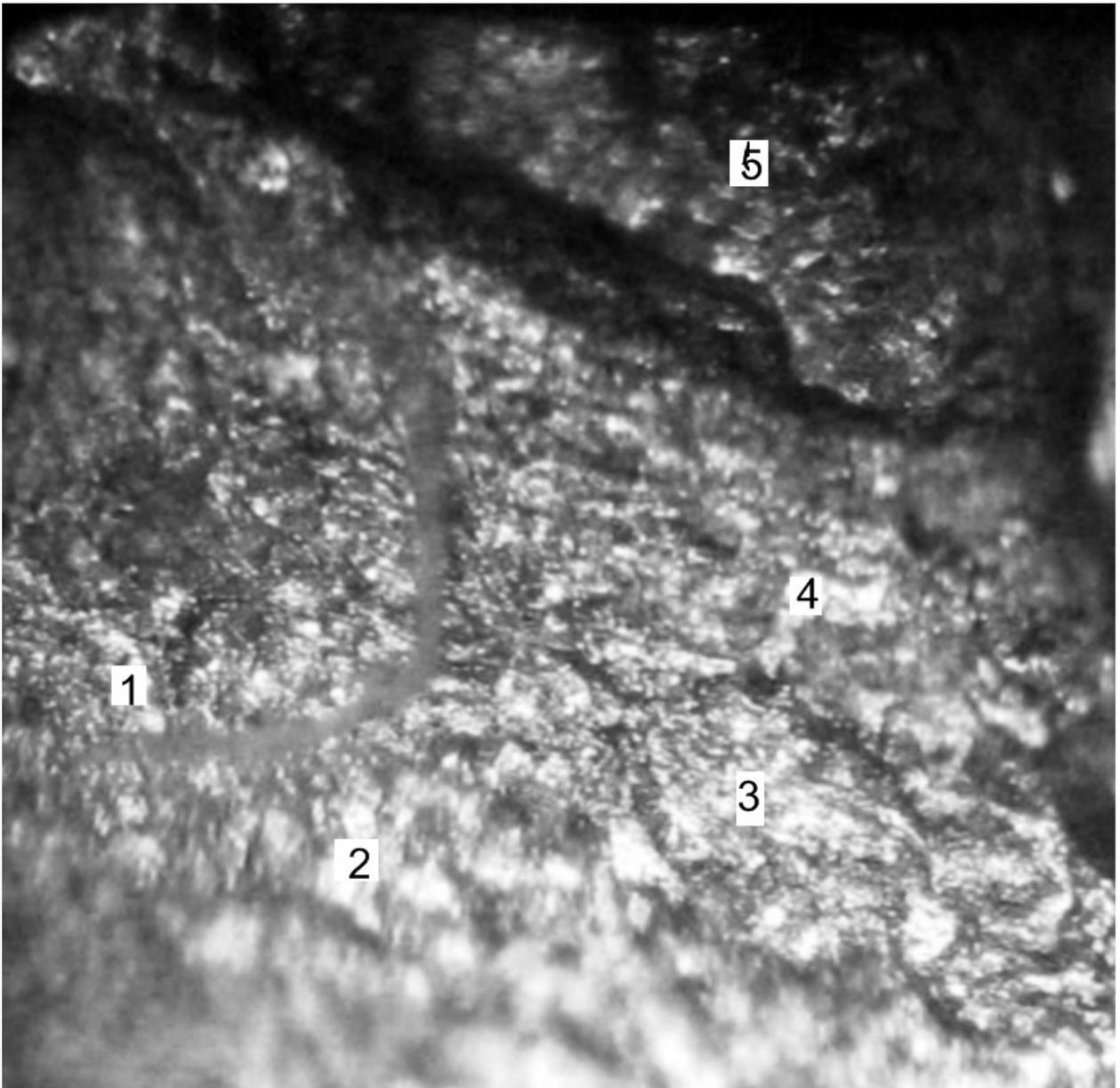


Рис. 3.25. Фото усталостного излома сплава магния AZ31.

Как описано в разделе 1, основной чертой фрактальных структур является зависимость их свойств от линейного масштаба измерения  $\ell$  в виде:

$$N(\ell) = \alpha \cdot \ell^{-D} \quad (3.22)$$

где  $\alpha$  - значение  $N$  для не фрактальной кривой;  $D > 1$  - фрактальная размерность [118].

Результаты расчетов фрактальной размерности представлены в табл. 3.14, 3.15, 3.16. Для определения фрактальной размерности изображение выбранной кривой линии границ ячеек (пронумерованы) покрывали сеткой (“box-method” [119]). Сетка состояла из квадратов со сторонами  $\ell_i$ .

Таблица 3.14

## Анализ фрактальной размерности усталостных изломов алюминия

$\ln l$	$\ln N(l)$					Рис. 3.11	$D$	$R^2$	$D_{cp}$	$R^2_{cp}$
Рис. 3.11	<u>a1</u>	<u>a2</u>	<u>a3</u>	<u>a4</u>	<u>a5</u>					
0,69	1,38	1,09	0,69	1,38	1,09	a1	1,29	0,88	1,15	0,95
0,4	0,69	1,38	1,38	1,38	1,09	a2	1,00	0,96		
0	1,6	1,38	1,38	1,79	1,6	a3	1,23	0,97		
-0,69	2,83	2,3	2,48	2,7	2,54	a4	1,02	0,98		
-1,38	3,55	3,17	3,33	3,33	3,43	a5	1,209	0,98		
<b>Рис. 3.12</b>	<b><u>a1</u></b>	<b><u>a2</u></b>	<b><u>a3</u></b>	<b><u>a4</u></b>	<b><u>a5</u></b>	<b>Рис.3.12</b>			1,06	0,87
0,69	1,6	1,38	0,69	0,69	0,69	a1	1,15	0,88		
0,4	1,79	1,38	0,69	0,69	0,69	a2	0,83	0,94		
0	2,39	1,6	1,38	1,38	1,38	a3	1,02	0,78		
-0,069	3,17	2,07	2,3	2,07	2,19	a4	1,12	0,89		
-1,38	3,93	2,99	2,7	2,89	2,99	a5	1,17	0,87		
<b>Рис. 3.13</b>	<b><u>a1</u></b>	<b><u>a2</u></b>	<b><u>a3</u></b>	<b><u>a4</u></b>	<b><u>a5</u></b>	<b>Рис.3.13</b>			1,09	0,85
0,69	1,6	1,38	1,09	1,09	0	a1	1,22	0,98		
0,4	1,6	0,69	1,09	0,69	1,38	a2	0,98	0,67		
0	2,19	1,79	1,38	1,38	1,38	a3	1,18	0,96		
-0,69	3,13	2,39	2,56	2,19	1,94	a4	0,95	0,80		
-1,38	3,97	3,46	3,33	2,94	2,77	a5	1,11	0,86		
<b>Рис. 3.14</b>	<b><u>a1</u></b>	<b><u>a2</u></b>	<b><u>a3</u></b>	<b><u>a4</u></b>	<b><u>a5</u></b>	<b>Рис.3.14</b>			1,10	0,95
0,69	0,69	0,69	0,69	0	1,09	a1	1,01	0,97		
0,4	1,09	0,69	0,69	0,69	0,69	a2	1,22	0,97		
0	1,6	1,09	1,09	0,69	1,09	a3	1,11	0,98		
-0,69	1,94	2,07	2,07	2,07	1,94	a4	1,24	0,95		
-1,38	2,94	3,09	2,83	2,56	2,77	a5	0,94	0,89		
<b>Рис. 3.15</b>	<b><u>a1</u></b>	<b><u>a2</u></b>	<b><u>a3</u></b>	<b><u>a4</u></b>	<b><u>a5</u></b>	<b>Рис.3.15</b>			1,04	0,90
0,69	0,69	1,38	0	1,38	0,69	a1	1,16	0,97		
0,4	0,69	1,38	1,09	0,69	1,38	a2	1,03	0,98		
0	1,09	1,79	1,38	0,69	1,38	a3	1,17	0,92		
-0,69	2,19	2,7	1,79	1,79	2,3	a4	0,73	0,64		
-1,38	2,89	3,36	2,83	2,48	3,17	a5	1,13	0,97		
<b>Рис. 3.16</b>	<b><u>a1</u></b>	<b><u>a2</u></b>	<b><u>a3</u></b>	<b><u>a4</u></b>	<b><u>a5</u></b>	<b>Рис.3.16</b>			1,12	0,95
0,69	1,38	0	1,38	0,69		a1	1,16	0,97		
0,4	1,09	0,69	1,38	1,09		a2	1,03	0,98		
0	2,07	1,09	1,38	1,6		a3	1,17	0,92		
-0,69	2,56	1,6	2,19	2,19		a4	1,13	0,94		
-1,38	3,46	2,48	2,94	2,94		a5	1,13	0,97		
<b>Рис. 3.17</b>	<b><u>a1</u></b>	<b><u>a2</u></b>	<b><u>a3</u></b>	<b><u>a4</u></b>	<b><u>a5</u></b>	<b>Рис.3.17</b>			1,20	0,98
0,69	0,69	0,69	1,38	0	1,94	a1	1,02	0,97		
0,4	0,69	0,69	1,38	0,69	2,19	a2	1,40	0,98		
0	1,38	1,38	1,6	1,38	2,63	a3	0,91	0,96		
-0,69	1,79	2,63	2,39	2,3	3,61	a4	1,44	0,98		
-1,38	2,77	3,33	3,17	3,04	4,46	a5	1,25	1,00		
<b>Рис. 3.18</b>	<b><u>a1</u></b>	<b><u>a2</u></b>	<b><u>a3</u></b>	<b><u>a4</u></b>	<b><u>a5</u></b>	<b>Рис.3.18</b>			1,15	0,97
0,69	1,09	1,38	0,69	0,69	1,38	a1	1,36	0,99		
0,4	1,6	1,79	0,69	0,69	1,38	a2	1,08	1,00		
0	2,3	2,19	1,09	1,38	1,6	a3	1,67	0,95		
-0,69	3,09	2,99	3,04	1,6	2,39	a4	0,82	0,95		
-1,38	3,95	3,63	3,76	2,39	2,99	a5	0,84	0,97		

Таблица 3.15

Анализ фрактальной размерности усталостных изломов меди

$\ln l$	$\ln N(l)$					Рис. 3.19	$D$	$R^2$	$D_{cp}$	$R^2_{cp}$
Рис. 3.19	$a1$	$a2$	$a3$	$a4$	$a5$					
0,69	1,6	1,38	0,69	1,09	2,56	a1	1,22	1,00	1,12	0,98
0,4	1,94	1,09	1,38	1,38	2,99	a2	1,11	0,95		
0	2,39	1,79	1,38	2,07	3,33	a3	1,05	0,95		
-0,69	3,4	2,56	2,07	2,56	4,14	a4	1,10	0,99		
-1,38	4,06	3,46	3,09	3,4	4,93	a5	1,13	1,00		
Рис. 3.20	$a1$	$a2$	$a3$	$a4$	$a5$	Рис. 3.20			1,06	0,95
0,69	1,09	1,38	1,38	1,09	0	a1	1,15	0,94		
0,4	2,07	1,09	1,94	1,38	1,09	a2	1,04	0,95		
0	2,07	1,79	2,3	1,38	1,38	a3	1,08	0,99		
-0,69	2,83	2,56	3,09	2,48	1,79	a4	0,96	0,96		
-1,38	3,76	3,29	3,68	2,99	2,63	a5	1,09	0,90		
Рис. 3.21	$a1$	$a2$	$a3$	$a4$	$a5$	Рис. 3.21			1,14	0,98
0,69	1,09	1,09	1,38	0,69	1,38	a1	1,11	0,98		
0,4	1,79	1,09	1,09	1,09	1,94	a2	1,32	0,98		
0	1,94	1,79	1,6	1,79	2,07	a3	0,92	0,98		
-0,69	2,77	2,94	2,39	2,48	3,04	a4	1,18	0,99		
-1,38	3,52	3,58	3,04	3,13	3,87	a5	1,19	0,99		
Рис. 3.22	$a1$	$a2$	$a3$	$a4$	$a5$	Рис. 3.22			1,19	0,98
0,69	0,69	1,19	1,16	0,89	1,08	a1	1,20	0,97		
0,4	0,69	1,69	1,79	1,19	1,19	a2	1,21	1,00		
0	1,09	2,14	2,07	1,69	1,76	a3	1,18	0,97		
-0,69	2,3	2,87	2,89	2,27	2,49	a4	1,15	0,99		
-1,38	2,94	3,79	3,76	3,35	3,59	a5	1,23	0,99		
Рис. 3.23	$a1$	$a2$	$a3$	$a4$	$a5$	Рис. 3.23			1,23	0,97
0,69	0,69	1,09	0	0	0	a1	1,20	0,98		
0,4	0,69	1,38	0,69	1,09	0	a2	1,36	0,98		
0	1,38	2,3	1,09	1,38	0,69	a3	1,06	0,96		
-0,69	2,3	3,04	1,79	1,79	1,79	a4	1,15	0,91		
-1,38	2,99	3,87	2,3	2,77	2,7	a5	1,40	0,98		
Рис. 3.24	$a1$	$a2$	$a3$	$a4$	$a5$	Рис. 3.24			1,13	0,98
0,69	1,38	1,38	0,69	1,94	1,09	a1	1,08	0,95		
0,4	1,38	1,79	1,09	2,07	1,38	a2	1,15	0,99		
0	1,6	1,94	1,6	2,56	1,94	a3	1,39	0,97		
-0,69	2,56	2,89	2,19	3,13	2,7	a4	0,89	1,00		
-1,38	3,49	3,78	3,13	3,73	3,46	a5	1,16	1,00		

Таблица 3.16

## Анализ фрактальной размерности усталостных изломов сплава AZ31

$\ln l$	$\ln N(l)$					Рис. 3.25	$D$	$R^2$	$D_{cp}$	$R^2_{cp}$
Рис. 3.25	$a1$	$a2$	$a3$	$a4$	$a5$					
0,69	0	1,098	1,609	0	2,079	a1	1,51	0,99	1,34	0,98
0,4	0,693	1,609	1,946	1,099	2,639	a2	1,33	0,99		
0	1,386	2,303	2,485	1,386	3,219	a3	1,13	1,00		
-0,69	2,3025	3,178	3,332	2,565	3,850	a4	1,47	0,95		
-1,38	3,219	3,871	3,892	3,219	4,500	a5	1,25	0,97		

Затем подсчитывали число квадратов, через которые проходит кривая,  $N(\ell_i)$ .

Далее изменяли масштаб сетки, а, следовательно, и сторон квадрата, равных  $\ell_2 > \ell_3 > \dots > \ell_n$ . В данном случае масштаб сетки составил: (2×2) см; (1,5×1,5) см; (1×1) см; (0,5×0,5) см; (0,25×0,25) см. Каждый раз подсчитывали число

квадратов, пересекающих кривую,  $N(\ell_2), N(\ell_3), \dots, N(\ell_n)$ . Затем, используя соотношение типа (3.22) после логарифмирования, в двойных логарифмических координатах строили зависимости  $\ln N(\ell)$  от  $\ln \ell$ . Эти зависимости выражаются в виде прямых линий, по тангенсу угла наклона которых определяли фрактальную размерность  $D$ . Такой метод, например, был применен [120] для определения фрактальной размерности изрезанных границ зерен деформированной стали.

Как видно, фрактальная размерность имеет дробное значение. Ее величина находится между 1 и 2. Это означает, что границы исследованных областей на изломах являются фрактальными кривыми. Для анализа точности определения фрактальной размерности  $D$  исследовали влияние изменения масштаба сетки на фрактальную размерность избранных границ. Для этого изображения на рис. 3.11 – 3.25 увеличивали в 4 – 16 раз. Установлено, что вследствие изменения размера элементарных ячеек в сетке в 4–16 раз при ограниченном количестве экспериментальных точек (пять в данном случае) можно вычислить фрактальную размерность с ошибкой около 5%.

Однако не все исследуемые участки имеют одинаковую фрактальную размерность. Это означает, что в результате активного обмена энергией образцов с испытательным устройством на усталость в металле образуются различные диссипативные структуры, как это видно на рис. 3.11 – 3.25.

По современным представлениям усталостное разрушение металлических материалов осуществляется путем зарождения и распространения трещин [121]. Трещины и изломы, которые формируются в неоднородном материале, нерегулярны, с неровностями (впадинами, выступами, щербинами и тому подобное) всевозможных размеров [122]. Это может свидетельствовать об их фрактальной природе. Характерной чертой объектов, названных фракталами, является их нецелая размерность  $D$ . Длина фрактальной кривой  $L$  зависит от длины масштабной линейки  $l$  так [118]:

$$L(l) \propto l^{1-D} \quad (3.23)$$

где  $D$  – фрактальная размерность порезанной (фрактальной) линии, что превышает топологическую размерность ( $1 < D < 2$ ).

В реальных условиях существует конечный интервал значений  $l$ , в котором выполняется соотношение (3.23), которое описывает фундаментальное свойство фракталов – одинаковое строение на разных масштабных уровнях (самоподобие), то есть скейлинговый инвариант [118]. Очевидно, что  $l$  должно быть намного меньше самого фрактала  $L$  и в то же время существенно превышать минимальное расстояние между точками.

Даже в простой модели структуры листа материала как идеальной плоской решетки, ближайшие узлы которой соединены твердыми хрупкими стержнями, во время растяжения развиваются трещины, конфигурации которых являются фрактальными кривыми с дробными размерностями  $D_1 = 1,65 \pm 0,05$  для ветвистого и  $D_2 = 1,90 \pm 0,05$  для кустового фракталов [123].

Статистическое самоподобие микрорельефа излома установили раньше [118]. Показано, что поверхности разрушения можно моделировать разными фрактальными структурами. Теоретически найдена зависимость коэффициента концентрации напряжений от нагрузки, среднего размера трещины и ее фрактальной размерности [124]. То, что средняя фрактальная размерность исследованных образцов алюминия и меди не превышает 1,23, может свидетельствовать о том, что разрушение было не чисто хрупким. При испытаниях на усталость разрушению предшествовала пластическая деформация. Усталостные изломы образцов магния носят, в основном, хрупкий характер (рис. 3.25, табл. 3.16). При этом  $D_{н.д.} = 1,34$ .

**Критический размер трещины.** Оценим критический размер фрактальной трещины. Пусть трещина представляет собой стохастический фрактал размерности  $D$ . Примем, что она расположена и распространяется вдоль оси  $Ox$ . Текущий размер трещины вдоль этой оси  $R_1$ , а средний размер вдоль оси  $Oy$  –  $R_2 \ll R_1$ . Напряжения  $\sigma$  перпендикулярны к оси  $Oy$ . Будем считать поверхности трещины гладкими, а ее фронт – фрактальной кривой, которая имеет размерность  $1 \leq D \leq 2$ .

Рассмотрим распространение трещины. В соответствии с Гриффитсом, когда размер трещины увеличивается на  $\Delta R$  в состоянии равновесия, упругая энергия, которая высвобождается, равняется приросту поверхностной энергии разреза [124].

$$\Delta U_e = \Delta U_s. \quad (3.24)$$

Очевидно

$$\Delta U_e \approx \frac{\sigma^2}{2E} R \Delta R, \quad (3.25)$$

$$\Delta U_s \approx \gamma D R^{D-1} \Delta R, \quad (3.26)$$

где  $E$  – упругий модуль,  $\sigma$  – прилагаемое напряжение  $\gamma \approx 1$  – коэффициент поверхностной энергии. Из равнений (3.24) – (3.26) вытекает в случае равновесия, что

$$D^{-1} \sigma^2 R^{2-D} = E \gamma. \quad (3.27)$$

Отсюда

$$R^{2-D} \approx \frac{2\gamma DE}{\sigma^2}. \quad (3.28)$$

где  $E$  – модуль упругости материала;  $\gamma$  – удельная поверхностная энергия. Примем  $\gamma \approx 1$  [59]. Для оценки критического размера трещины подставим в уравнение (3.28) данные испытаний для алюминия, меди и сплава AZ31 (табл. 3.7-3.13).

Соответствующие значения фрактальной размерности будем брать из табл. 3.14 – 3.16. Расчеты по соотношению (3.28) показывают, что критический размер  $R$  трещин различается для разных образцов.

Так, для алюминия  $R$  колеблется в границах от 0,11 мм (для фрактальной размерности  $D_{\text{ср.}} = 1,06$ ) до 1,5 мм (для фрактальной размерности  $D_{\text{ср.}} = 1,20$ ).

Для меди критический размер фрактальной трещины, оцененный по формуле (3.28), составил от  $\approx 6$  мкм (для фрактальной размерности  $D_{\text{ср.}} = 1,23$ ) до 0,16 мм (для  $D_{\text{ср.}} = 1,06$ ).

Для сплава магния AZ31 критический размер фрактальной трещины, оцененный по формуле (3.28), составил от  $\approx 44$  нм до 64 нм при  $D_{н\delta} = 1,34$ , что свидетельствует о значительной склонности сплава к хрупкому разрушению.

Таким образом, фрактальная природа усталостного разрушения может быть обоснована на основании следующих заключений:

1. Размерности изломов алюминия, меди и сплава магния AZ31 в процессе усталостных испытаний являются дробными, что характерно для фрактальных структур.

2. Фрактальная размерность исследованных изломов в зависимости от степени предыдущей деформации прокаткой колеблется между 1,06 и 1,34, что свидетельствует об образовании разных диссипативных структур в процессе испытаний на усталость.

3. Критические размеры  $R$  фрактальных трещин составили:

- для алюминия  $R$  колеблется в границах от 0,11 мм, (для фрактальной размерности  $D_{ср.} = 1,2$ ) до 1,5 мкм, что отвечает фрактальной размерности  $D_{ср.} = 1,06$ ;

- для меди  $R$  изменяется от  $\approx 6$  мкм (для фрактальной размерности  $D_{ср.} = 1,23$ ) до 0,16 мм (для  $D_{ср.} = 1,06$ );

- для сплава магния AZ31  $R$  варьирует для  $D_{ср.} = 1,34$  от  $\approx 44$  нм до 64 нм, что свидетельствует о значительной склонности сплава к хрупкому разрушению.

### 3.3. Компьютерное моделирование фрактальных поверхностей разрушения металлических материалов

Разрушение как процесс множественного зарождения и развития микротрещин имеет вероятностную природу, а сам процесс накопления повреждений автономен, то есть подобен самому себе. Зарождение и рост трещин в элементах конструкций происходит в сложном неоднородном поле напряжений. Анализ напряженного состояния для многосвязных областей,

ограниченных линиями сложного очертания, особенно при наличии угловых точек и усложненных граничных условий, с помощью аналитических методов становится проблематичным. В связи с многообразием форм образцов и условий их нагружения не удается экспериментально охватить необходимую для исследований область и сделать достаточно широкие обобщения. Поэтому в последние годы в практике научных исследований и инженерных расчетов в области прочности все чаще прибегают к использованию приближенных численных методов и математического аппарата теории фрактальных множеств [56, 79, 125]. Для моделирования применяются различные методы в зависимости от типа фрактальных поверхностей: геометрических, алгебраических или стохастических. К последним относятся поверхности разрушений. При выборе соответствующего средства моделирования следует принимать во внимание, как компилятор воспримет то, или иное выражение, его тип, наличие лишнего округления, несовершенство математической модели, неустойчивостью алгоритма и т.д. Для моделирования мы выбрали следующий алгоритм. Построение начинается с треугольника, лежащего в произвольной плоскости. Средние точки сторон треугольника соединены между собой, так что треугольник оказывается разделённым на четыре меньших треугольника. Затем каждая средняя точка сдвигается вверх или вниз на определённую, случайно выбираемую при помощи генератора случайных чисел величину. Тот же процесс применяется к каждому из меньших треугольников, затем к ещё меньшим, и так далее до бесконечности. После достаточно большого количества итераций начинает возникать всё более детализированная поверхность. Затем графическая программа компьютера закрашивает треугольники, создавая различные оттенки. Листинг компьютерной программы представлен в приложении.

Результат нашего моделирования [126] поверхности разрушения представлен на рис. 3.26. На рис 3.26, а показана фотография поверхности

усталостного разрушения магниевого сплава AZ31, а на рис. 3.26, б – результат нашего моделирования.

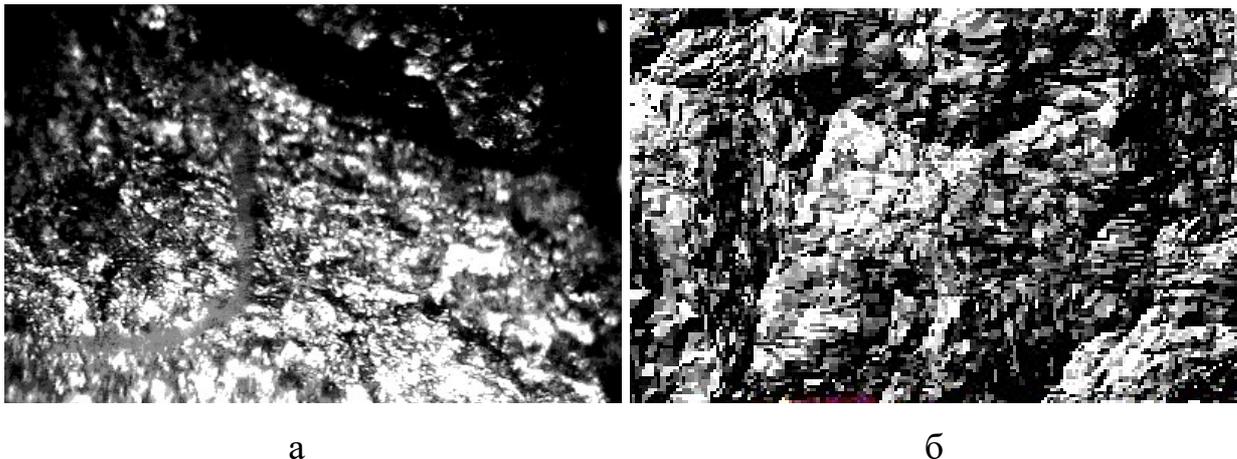


Рис. 3.26. Усталостное разрушение сплава AZ31. а – фотография излома; б – результат моделирования.

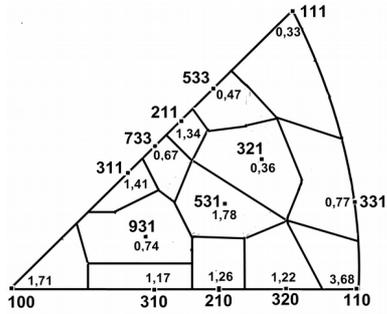
При этом число модельных треугольников составило 65536. Фрактальная размерность модельной поверхности  $D_{\text{мод}} = 1,30$ , а средняя фрактальная размерность, найденная из анализа излома (табл. 3.16)  $D_{\text{но}} = 1,34$ .

#### 3.4. Природа ближнего расслоения сплава Cu- 10 ат. % Ni при отжиге

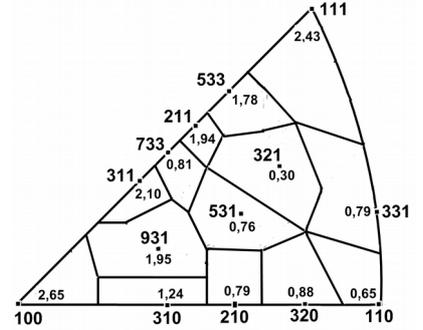
Ниже излагаются результаты наших исследований по выяснению природы ближнего расслоения сплава системы Cu-Ni при отжиге [128, 131, 132].

**Текстура.** Установлено, что после прокатки сплав находился в неупорядоченном состоянии с параметром кристаллической решетки 0,36065 нм. Обратные полюсные фигуры сплава после холодной прокатки представлены на рис. 3.27. Для количественного анализа из ОПФ на рис. 3.27 рассчитывали ФРО в пространстве идеальных ориентировок в соответствии с методикой, описанной в разделе 2. Результаты представлены на рис. 3.28 – 3.32. Текстура исходных листов многокомпонентная и слабая. С увеличением степени деформации в листах сплава формируется текстура прокатки, которую можно охарактеризовать в основном ориентировкой семейства  $\{110\}$

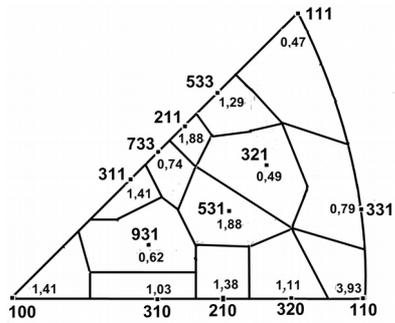
кристаллографических плоскостей параллельно плоскости прокатки. С направлением прокатки при этом совпадают направления, лежащие в указанной выше плоскости, рассеянные вдоль диагонали стереографического треугольника  $\langle 100 \rangle - \langle 112 \rangle - \langle 111 \rangle$ .



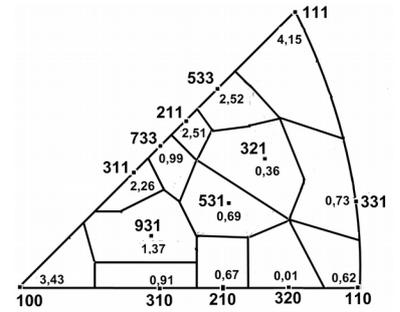
а



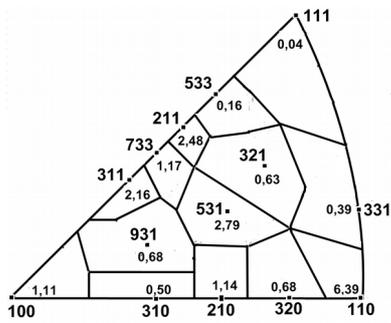
б



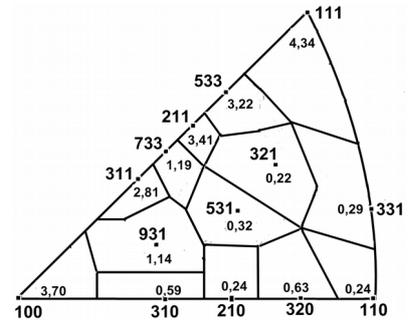
в



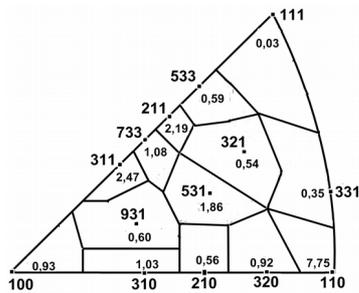
г



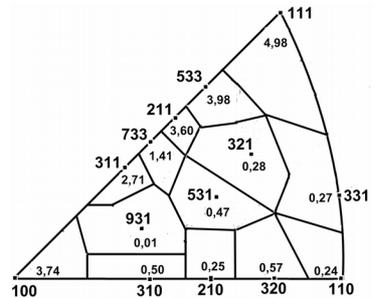
д



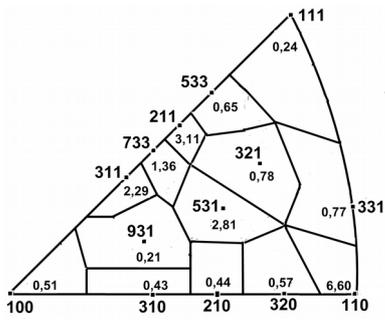
е



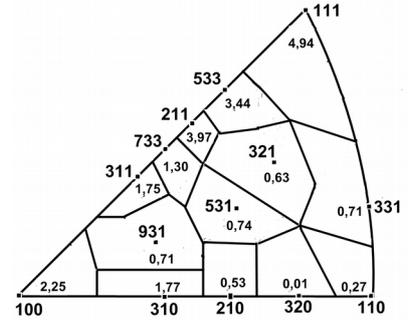
ж



з



И



К

Рис. 3.27. ОПФ листов сплава Cu – 10 ат. % Ni после холодной прокатки: а – д - соответственно для  $\epsilon = 0, 20, 40, 60, 80$  и  $89\%$ . а – и – НН; и – к – НП.

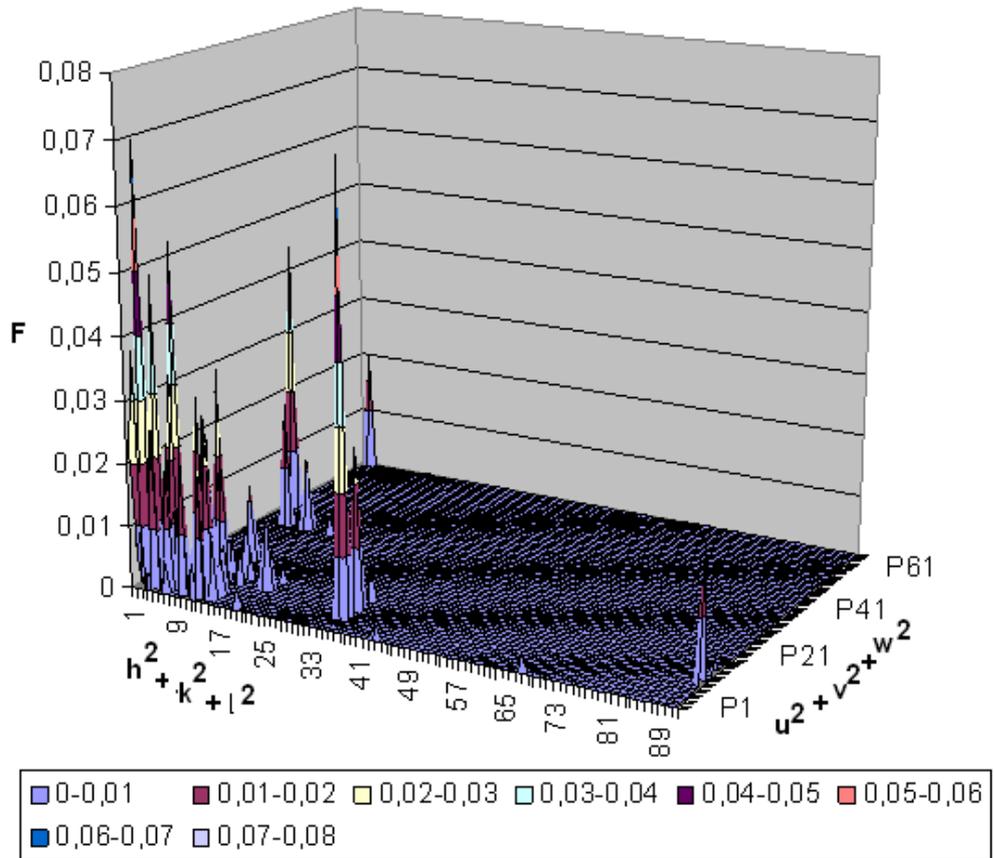


Рис. 3.28. ФРО исходного листа сплава Cu-10ат. % Ni.

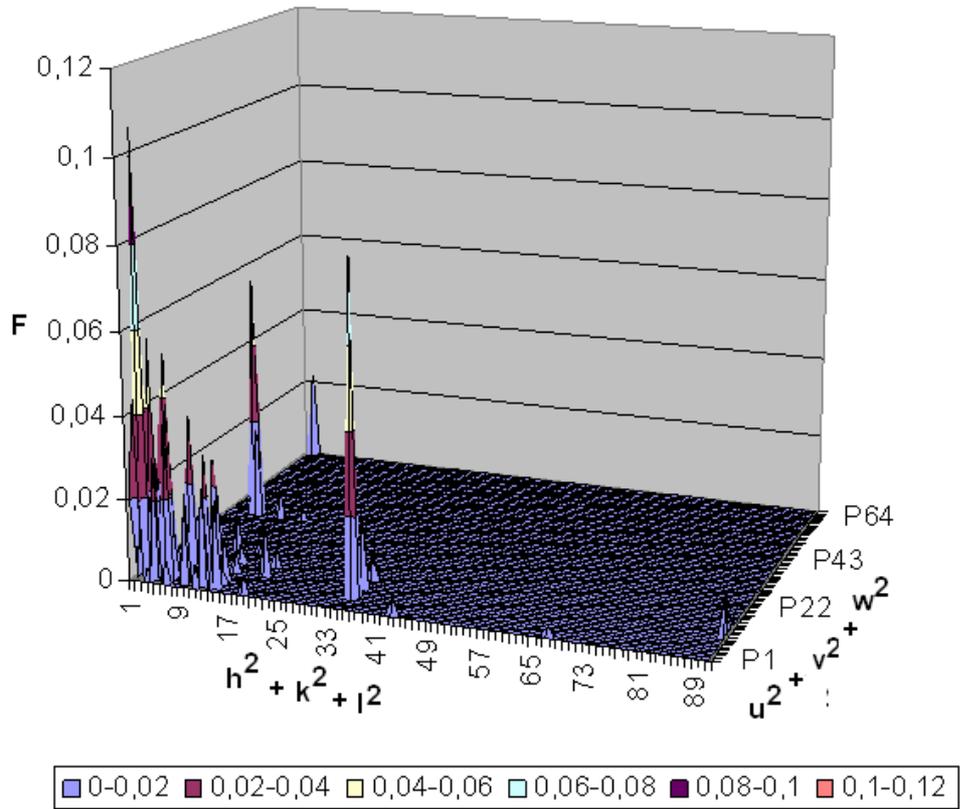


Рис. 3.29. ФРО листа сплава Cu-10ат. % Ni после холодной прокатки на 20 % по толщине.

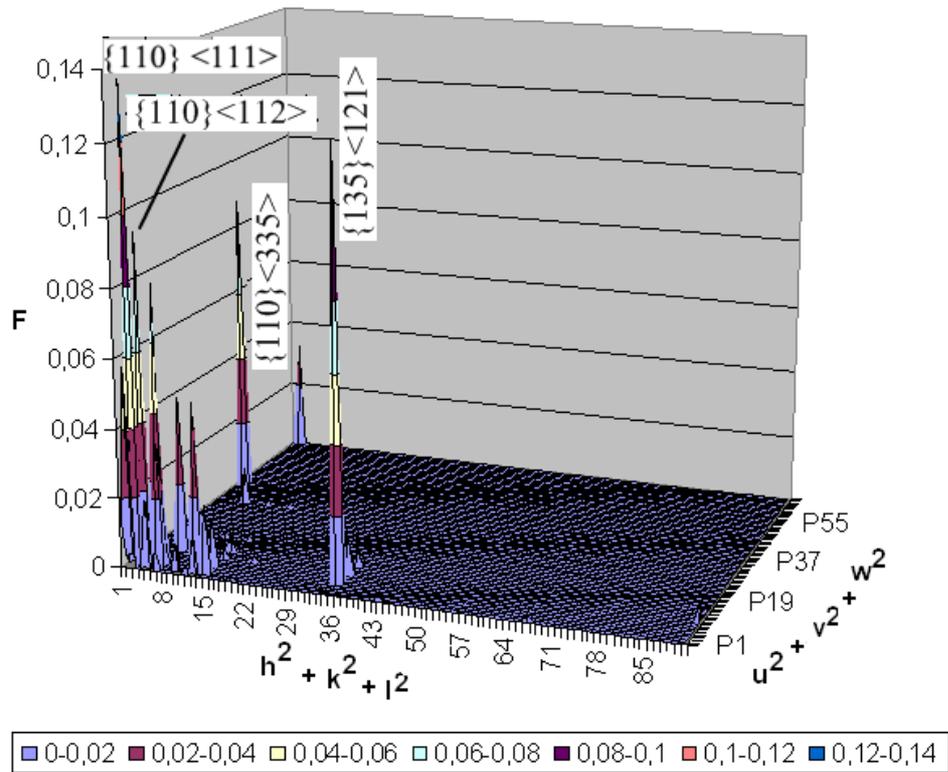


Рис. 3.30. ФРО листа сплава Cu-10ат. % Ni после холодной прокатки на 40 % по толщине.

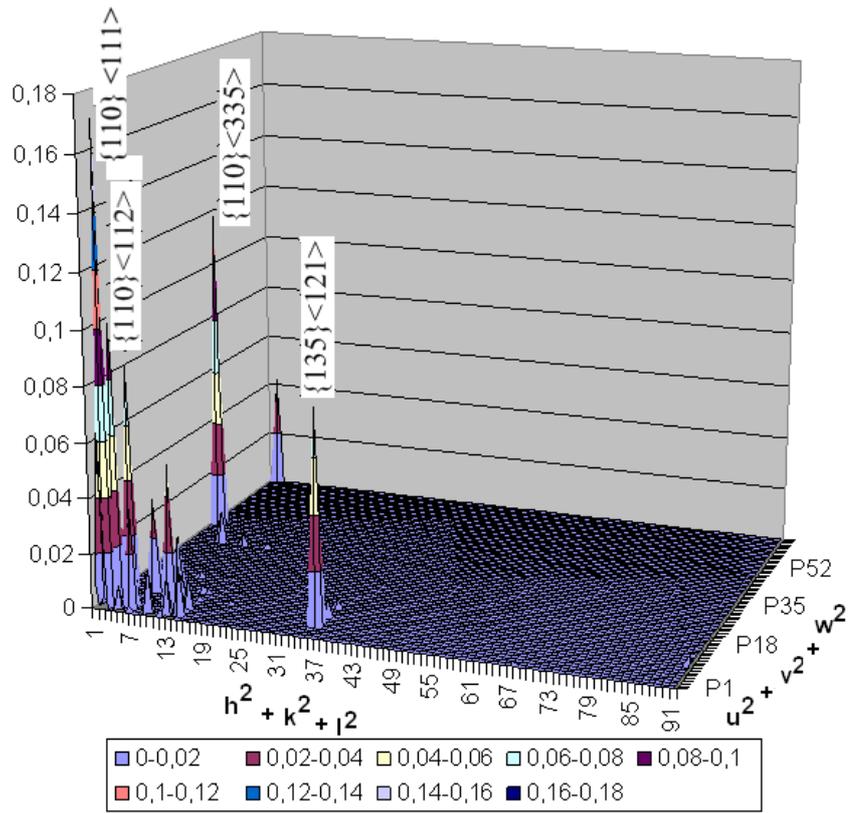


Рис. 3.31. ФРО листа сплава Cu-10ат. % Ni после холодной прокатки на 60 % по толщине.

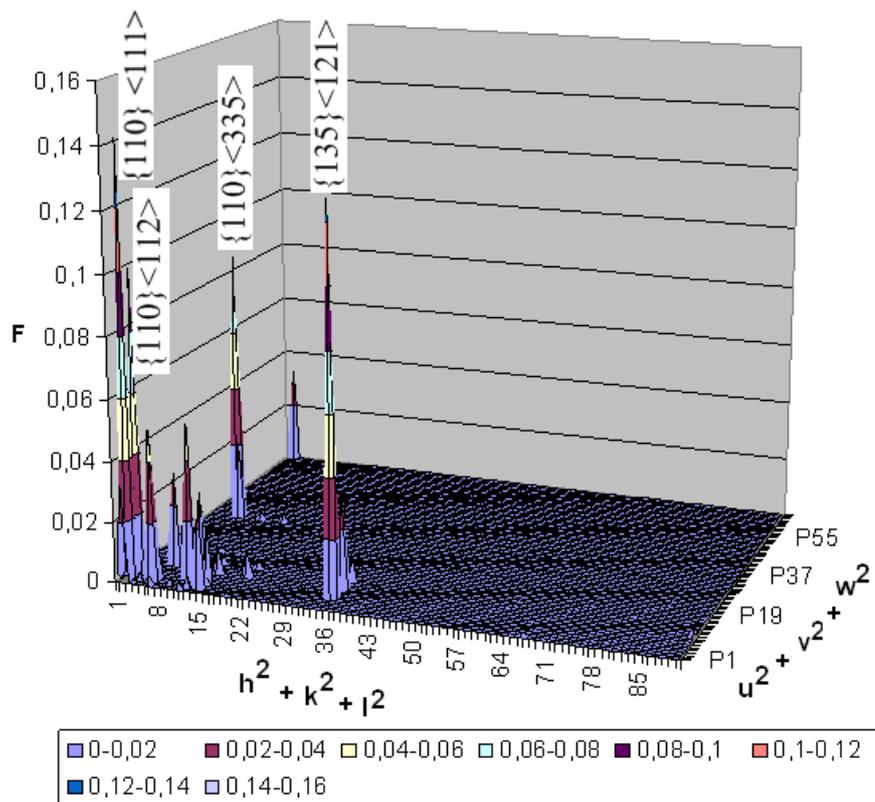


Рис. 3.32. ФРО листа сплава Cu-10ат. % Ni после холодной прокатки на 89 % по толщине.

С увеличением степени деформации дополнительно к вышеназванным идеальным ориентировкам добавляется и усиливается ориентировка  $\{135\}\langle 121\rangle$ . В отличие от текстуры прокатки меди, где в качестве дополнительной компоненты текстуры формируется ориентировка  $\{112\}\langle 111\rangle$ . Изменение текстуры при отжиге показано на рис. 3.33-3.41. Видно, что наибольшие изменения происходят в узком интервале температур отжига от 450 до 500 $^{\circ}\text{C}$ .

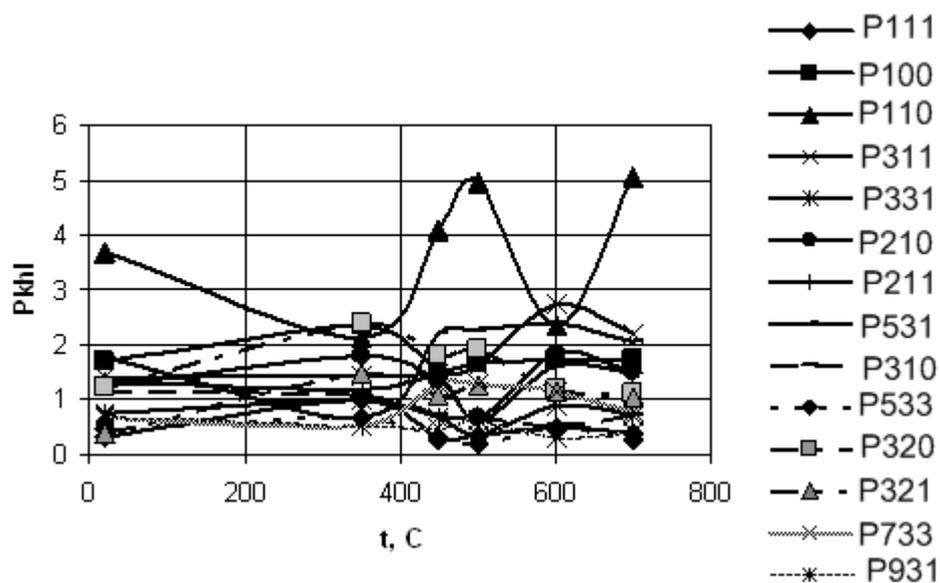


Рис. 3.33. Изменение полюсной плотности в НН к плоскости прокатки при отжиге исходного листа сплава

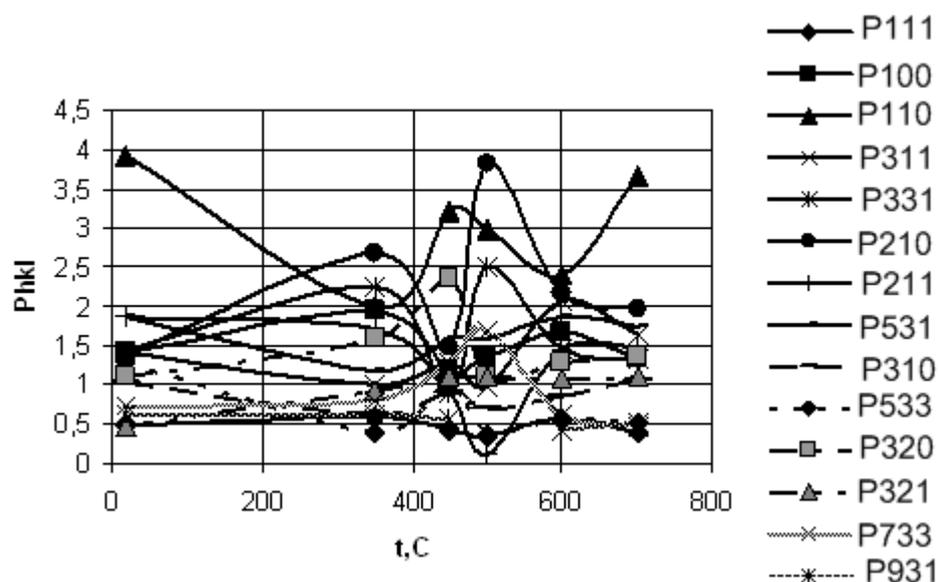


Рис. 3.34. Изменение полюсной плотности в НН к плоскости прокатки при отжиге листа сплава после холодной прокатки с  $\varepsilon = 20\%$  по толщине.

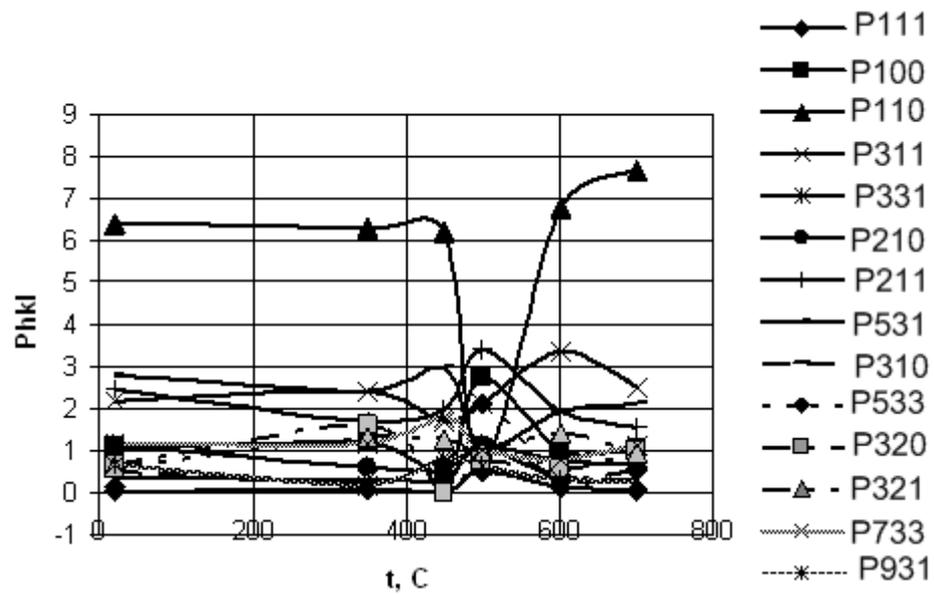


Рис. 3.35. Изменение полюсной плотности в НН к плоскости прокатки при отжиге листа сплава после холодной прокатки с  $\varepsilon = 40\%$  по толщине.

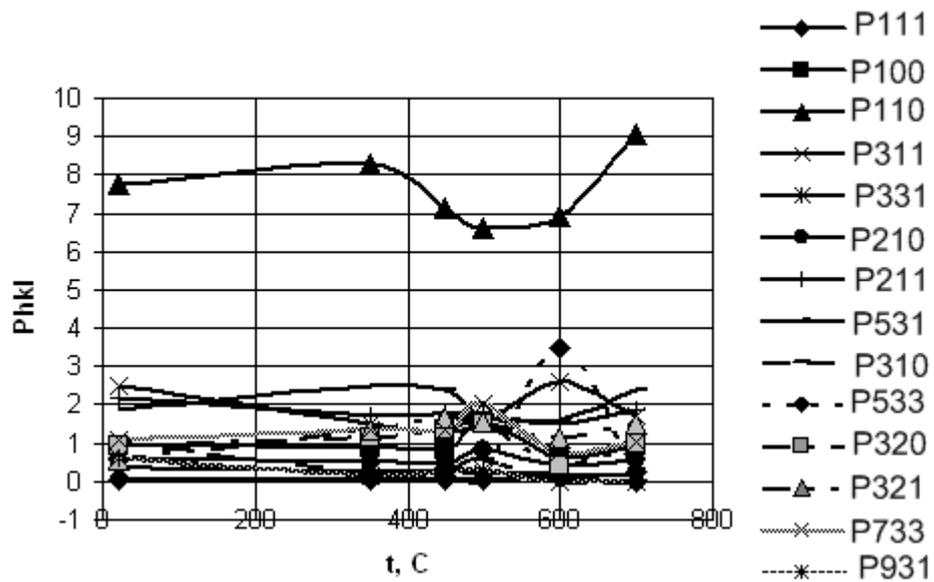


Рис. 3.36. Изменение полюсной плотности в НН к плоскости прокатки при отжиге листа сплава после холодной прокатки с  $\varepsilon = 60\%$  по толщине

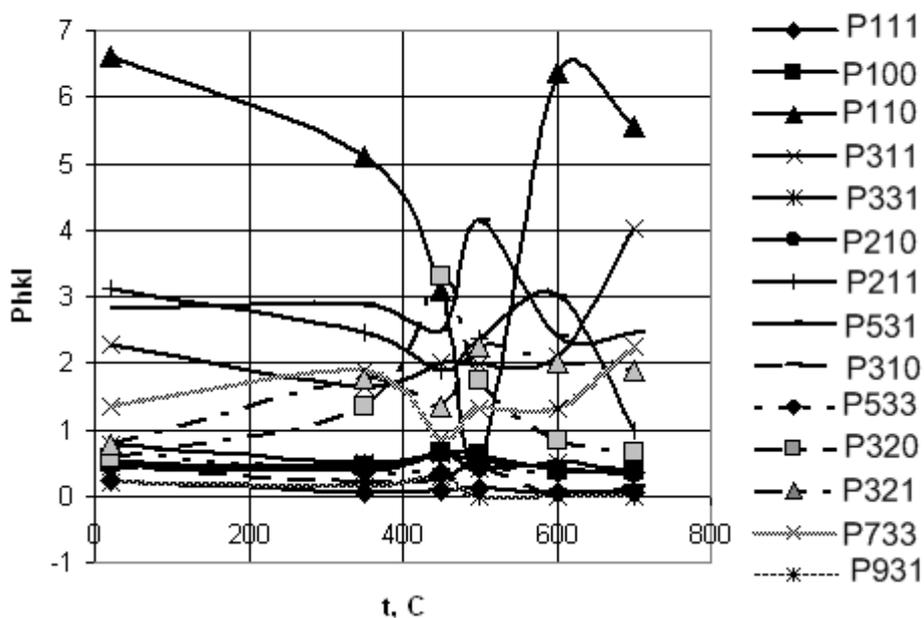


Рис. 3.37. Изменение полюсной плотности в НН к плоскости прокатки при отжиге листа сплава после холодной прокатки с  $\varepsilon = 89\%$  по толщине

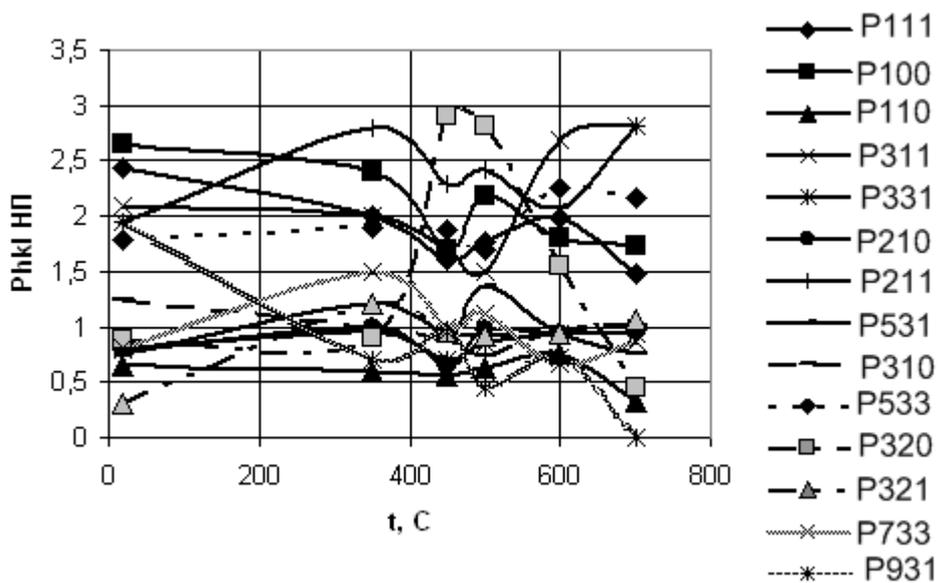


Рис. 3.38. Изменение полюсной плотности в НН к плоскости прокатки при отжиге исходного листа сплава

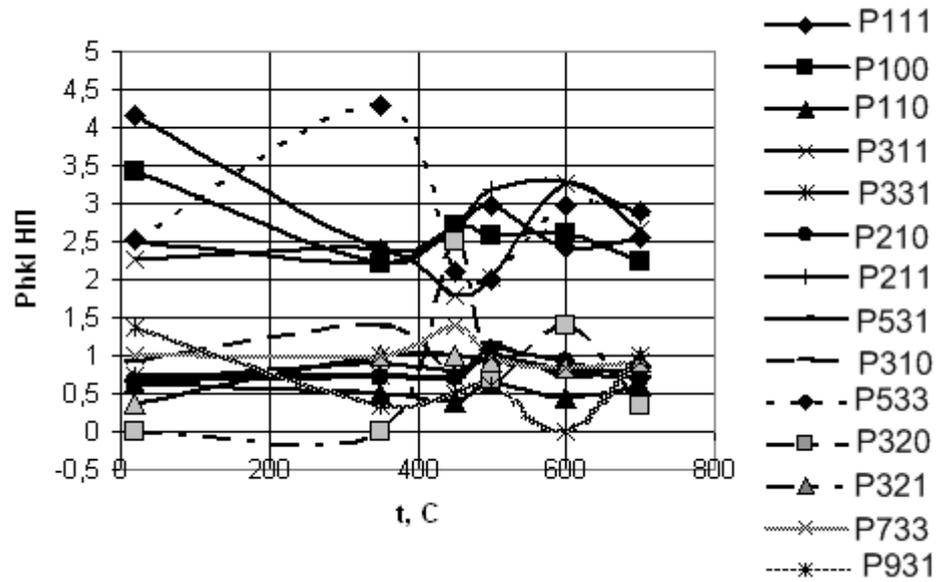


Рис. 3.39. Изменение полюсной плотности в НП к плоскости прокатки при отжиге листа сплава после холодной прокатки с  $\varepsilon = 20\%$  по толщине.

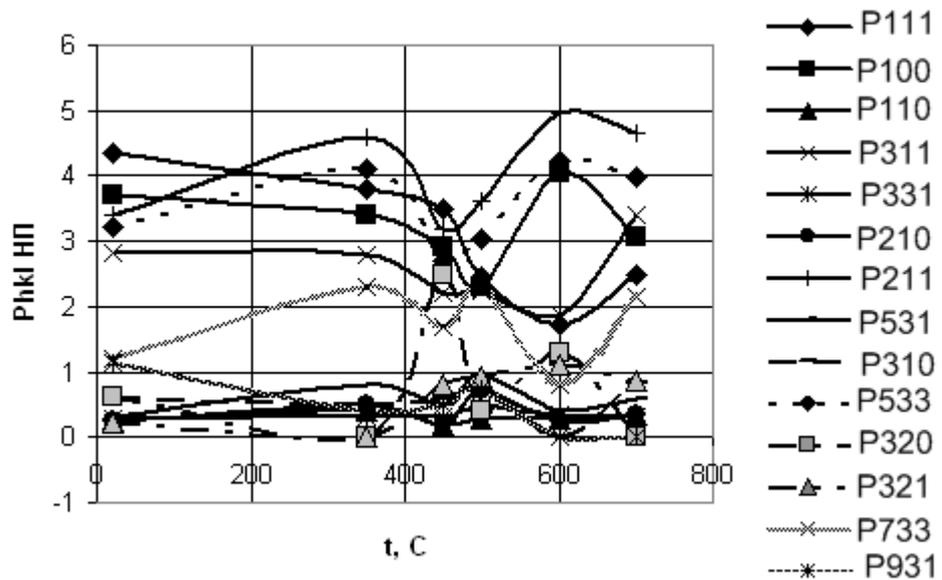


Рис. 3.40. Изменение полюсной плотности в НП к плоскости прокатки при отжиге листа сплава после холодной прокатки с  $\varepsilon = 40\%$  по толщине.

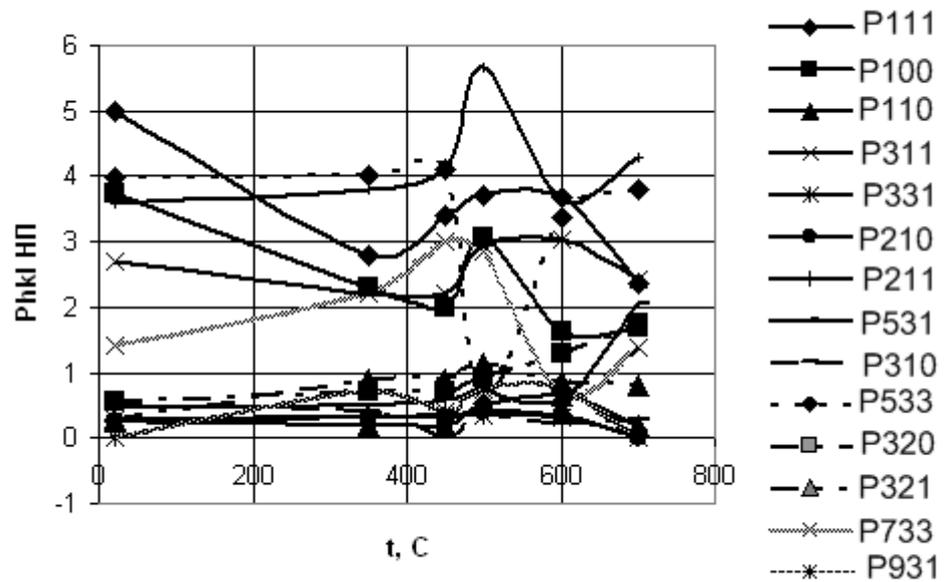


Рис. 3.41. Изменение полюсной плотности в НП к плоскости прокатки при отжиге листа сплава после холодной прокатки с  $\varepsilon = 60\%$  по толщине.

**Структура.** В интервале температур 400-500<sup>0</sup>С наблюдается также увеличение ширины рентгеновских дифракционных линий (рис. 3.42). Параметр решетки, определенный по разным дифракционным рентгеновским линиям дальних порядков отражения, колеблется в пределах 0,36058–0,36065 нм [127].

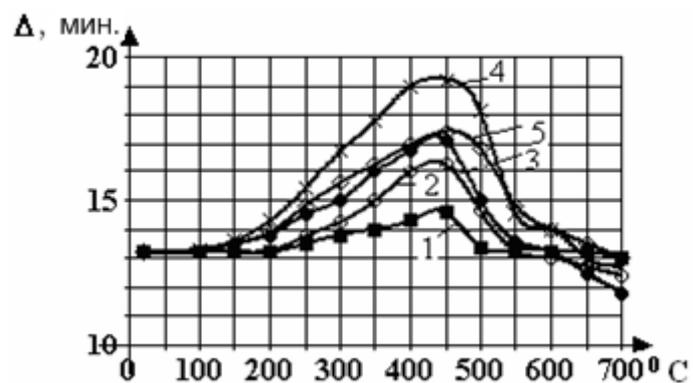


Рис. 3.42. Изменение ширины линий сплава Cu – 10 ат. % Ni во время отжига (1–5 – соответственно для степеней деформации 0, 20, 40, 60 и 89 %)

Такие структурные изменения свидетельствуют о протекании интенсивных кооперативных процессов перераспределения атомов сплава, что должно получить закономерный соответствующий отклик в изменении структурно чувствительных свойств, таких как электропроводность, упругость и микротвердость. Результаты восстановления модуля Юнга и электросопротивления при отжиге предварительно деформированного сплава Cu – 10 ат. % Ni [127] представлены на рис. 3.43, а изменение микротвердости – на рис. 3.44. Видно, что модуль Юнга возрастает, а электросопротивление уменьшается при увеличении температуры отжига до 500<sup>o</sup>C, а затем вновь увеличивается. При отжиге исходного образца микротвердость не меняется до температуры 400<sup>o</sup>C, а затем увеличивается, достигая максимума при 500<sup>o</sup>C после чего уменьшается (рис. 3.44). В образцах после прокатки с обжатиями 20 – 89 % микротвердость возрастает в процессе отжига в интервале температур 150-500<sup>o</sup>C, а затем уменьшается при увеличении температуры отжига.

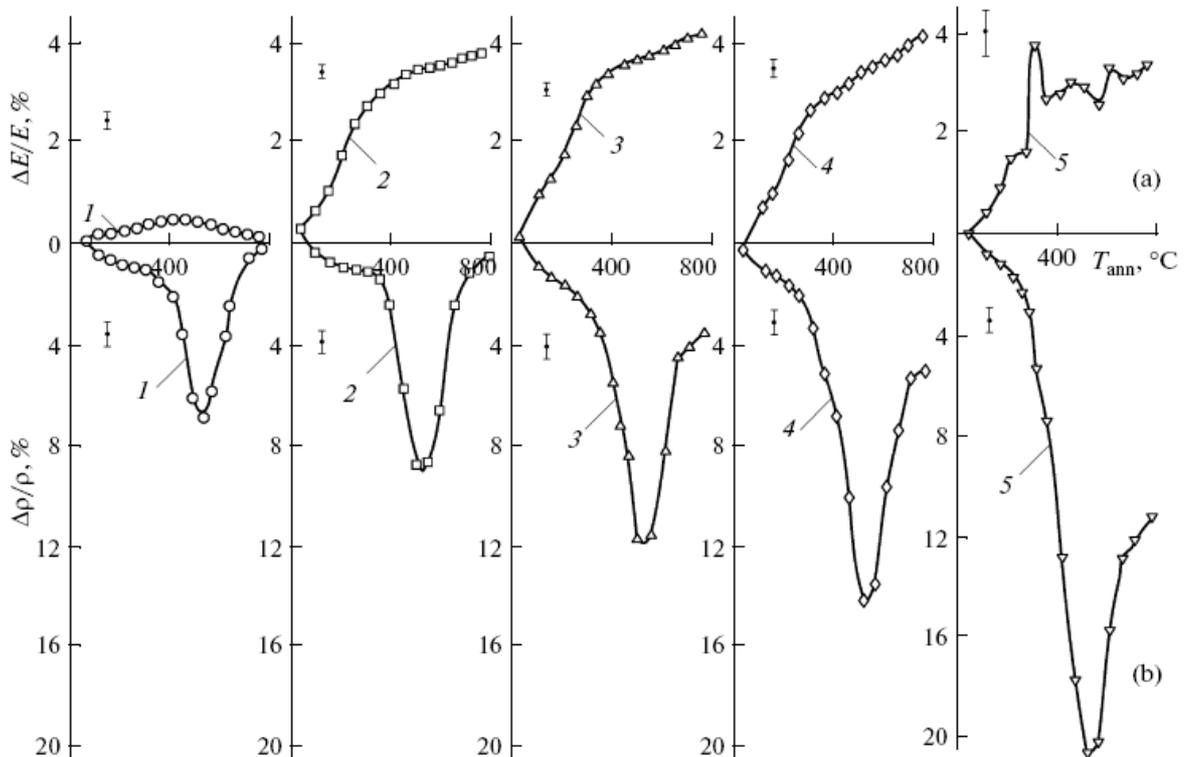


Рис. 3.43. Изохронные кривые восстановления модуля Юнга (а) и электросопротивления (б) при отжиге сплава Cu – 10 ат. % Ni после холодной прокатки. (1 – 5 – то же, что и на рис. 3.42).

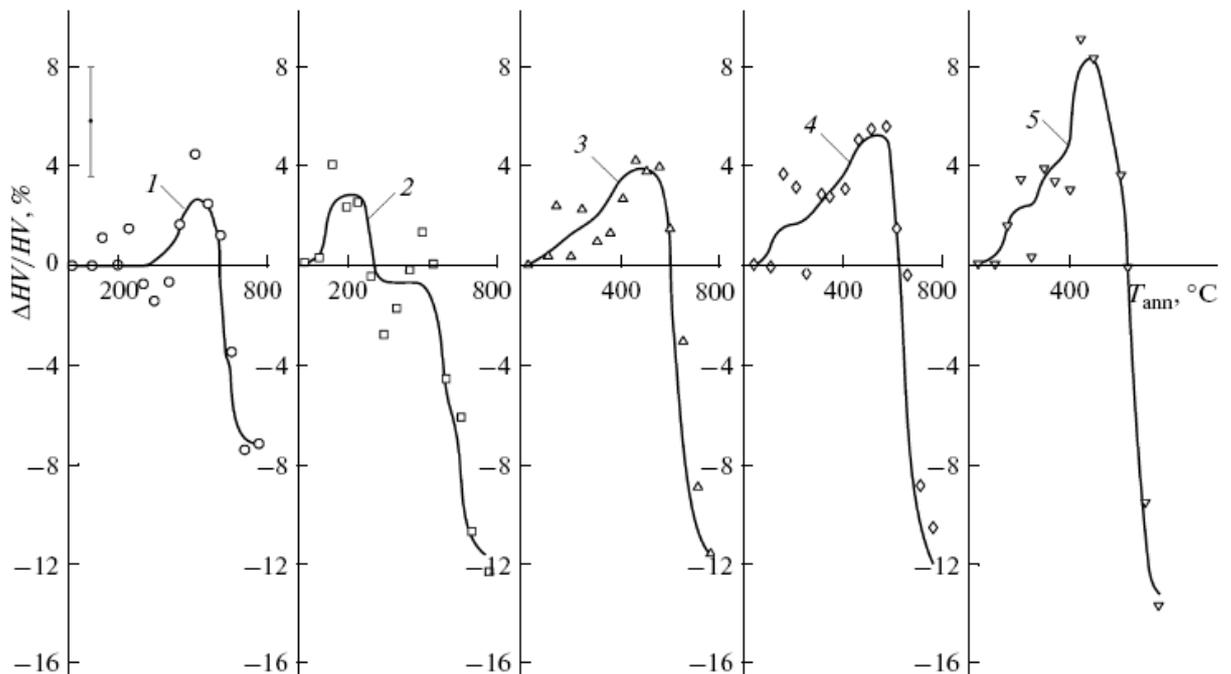


Рис. 3.44. Изменение микротвердости при отжиге деформированного холодной прокаткой сплава Cu – 10 ат. % Ni (1 – 5 – то же, что и на рис. 3.42).

На кривых восстановления  $\rho$  можно выделить три ступени восстановления в интервале температур отжига до  $500^{\circ}\text{C}$ : 1)  $100\text{--}200^{\circ}\text{C}$ ; 2)  $250\text{--}350^{\circ}\text{C}$ ; 3)  $400\text{--}500^{\circ}\text{C}$ . Соответствующие ступени наблюдаются и на кривых восстановления  $E$  (рис. 3.43, а).

В работах [127, 129] связали первую ступень восстановления  $\rho$  и  $E$  с миграцией комплексов вакансия-атом примеси к дислокациям. На этой стадии отжига происходит также заметный ( $\sim 1\%$ ) возврат модуля Юнга (рис. 3.43, а), что связано с закреплением подвижных дислокаций атомами никеля в результате миграции к ним комплексов вакансия-атом примеси, аннигиляцией вакансий и осаждением примесей на дислокациях [127].

По данным работы [129] при отжиге деформированных сплавов системы Cu – Ni с содержанием никеля 20–40 вес. % в интервале  $250\text{--}500^{\circ}\text{C}$  происходят процессы расслоения твердого раствора. Интенсивность этих процессов максимальна при температурах  $400\text{--}500^{\circ}\text{C}$ , которые соответствуют минимуму электросопротивления [127, 128], что подтверждают и наши данные (рис. 3.43, б). Известно, что удельное сопротивление чистой меди возрастает

примерно на 1 мкОм·см при добавлении 1 ат. % никеля [130] При расслоении твердый раствор обедняется атомами никеля, которые выходят из раствора, что ведет к уменьшению электросопротивления. При этом образуются комплексы никелевых атомов на дислокациях, что ведет к закреплению последних, росту микротвердости (рис. 3.44).

Проведем численные оценки вероятности процессов аннигиляции вакансий при отжиге и расслоения твердого раствора в соответствующих интервалах температур отжига. Для этого сначала оценим энергию активации по данным изменения электросопротивления [131, 132]

Процессы, интенсивность которых имеет резкую (типа экспоненциальной) зависимость от температуры, называются „релаксационные“ [130, 133]. К ним относятся диффузия, испарение, вязкое течение, пластическое деформирование, разрушение и многие другие. Важной характеристикой этих процессов является энергия активации  $U_i$ . Феноменологический смысл этой величины состоит в том, что она определяет температурную зависимость интенсивности процессов. Поэтому данная величина используется для описания прогнозирования температурных зависимостей кинетики процессов. В экспериментах при изучении кинетики процессов измеряются зависимости от температуры ( $T$ ) различных характеристик  $\Phi_i$  (скорости, частоты, продолжительности, концентрации и т.д.). При обработке температурных зависимостей распространенным является представление  $\Phi_i(T)$  в аррениусовской форме [134]:

$$\Phi_i(T) = A_i \exp\left(\pm \frac{U_i}{RT}\right), \quad (3.29)$$

где  $A_i$  – предэкспоненциальный множитель, зависящий от температуры,  $U_i$  – энергия активации процесса,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – абсолютная температура.

При нешироком, как правило, температурном интервале измерений и, следовательно, сравнительно небольшом диапазоне изменения  $\Phi_i(T)$  (часто всего 1-2 десятичных порядка) зависимость  $\ln \Phi_i(1/RT)$  оказывается близкой к

линейной [134]. Из наклона  $\ln \Phi_i(1/RT)$  к оси  $1/RT$  определяют энергию активации  $U_i$  в Дж/моль [130, 133, 134].

Как отмечалось выше, рост проводимости  $\gamma = 1/\rho$  (уменьшение электрического сопротивления  $\rho$ ) обусловлен обеднением твердого раствора никелем при отжиге сплава. Этот процесс диффузионный. Поэтому будем считать, что зависимость изменения проводимости сплава от температуры отжига подчиняется соотношению типа (3.29). При этом удобно перейти к относительным единицам изменения проводимости в виде  $\Delta\gamma/\gamma$ , где  $\Delta\gamma$  – изменение проводимости сплава при увеличении температуры отжига,  $\gamma$  – проводимость сплава после соответствующей деформации до начала отжига:

$$Y = A \exp(Ux), \quad (3.30)$$

где  $Y = (\Delta\gamma/\gamma)$ ,  $x = 1/RT$ . После логарифмирования получим

$$\ln Y = \ln A + Ux \quad (3.31)$$

Величины  $Y$  мы находили по рис. 3.43, б. Проводили корреляционный анализ зависимостей  $\ln Y$  от  $x$  по соотношению (3.31). Соответствующие уравнения регрессии и энергии активации процесса изменения проводимости при отжиге представлены в табл. 3.17.

Видно, что эти зависимости для степени деформации 20 % оказались близкими к линейным в интервалах температур отжига 1) 20-150; 2) 300-500<sup>0</sup>С.

Для деформаций 40-89 % линейные зависимости  $\ln Y$  выполнялись в трех интервалах 1) 100-200; 2) 250-350 и 3) 400-500<sup>0</sup>С, которые были указаны выше. При этом коэффициент достоверности аппроксимации составил не менее 0,95.

Сравним энергию активацию, полученную по нашим оценкам, с данными других авторов. По данным работ [130, 133-135] энергия активации объемной диффузии никеля в медь в области температур 470-808<sup>0</sup>С составляет 13484 Дж/моль (0,14 эВ/атом). Энергия активации диффузии никеля в меди по дефектам решетки составляет 6348 Дж/моль (0,066 эВ/атом). Энергия миграции вакансий составляет 3580 Дж/моль (0,037

эВ/атом). Энергия миграции межузельных атомов равняется 1193 Дж/моль (0,012 эВ/атом).

Таблица 3.17.

Результаты расчета энергии активации сплава Cu-10 ат. % Ni  
на основе уравнения (3.31)

Степень деформации, %	Интервал температуры отжига, °С	Уравнение регрессии	Энергия активации, Дж/моль	Энергия активации, эВ/атом
20	20-150	$Y=11026x+1,369$	11026	0,11
	300-500	$Y=34977x-2,5947$	34977	0,36
40	100-200	$Y=6243,3x-0,3646$	6243,3	0,065
	250-350	$Y=13568x-2,0512$	13568	0,14
	400-500	$Y=32317x-6,6603$	32317	0,34
60	100-200	$Y=10114x+1,7627$	10114	0,11
	250-350	$Y=30126x-2,8002$	30126	0,31
	400-500	$Y=33460x-3,2448$	33460	0,35
89	100-200	$Y=18069x-0,5631$	18069	0,19
	250-350	$Y=31101x-3,619$	31101	0,32
	400-500	$Y=20985x-1,7128$	20985	0,22

Из сравнения наших оценок (табл. 3.17) вышеприведенными данными других авторов видно, что энергия активации роста проводимости при низких температурах отжига (до 200<sup>0</sup>С) оказалась близка к энергии активации миграции вакансий и диффузии никеля в медь по дефектам решетки. Поэтому вероятными механизмами соответствующего увеличения проводимости является миграция вакансий, а также диффузия атомов никеля по дефектам решетки. При увеличении температуры отжига и степени предварительной деформации активизируется также механизм объемной диффузии никеля. Таким образом, диффузионные процессы, происходящие при отжиге сплава, обеспечивают увеличение проводимости за счет обеднения твердого раствора атомами никеля в области температур отжига до 500<sup>0</sup>С.

Как упоминалось выше, рост проводимости при отжиге в соответствующей области температур сопровождается существенным упрочнением ( $\approx 2 - 9$  %, рис. 3.44) и заметным ростом модуля упругости ( $\approx 5 - 6$  %, рис. 3.43, а). Это свидетельствует о закреплении подвижных дислокаций

мощными стопорами. Роль таких стопоров могут играть комплексы (кластеры) атомов никеля вследствие их выхода из твердого раствора при расслоении и оседания на дислокациях. В пользу такого механизма упрочнения твердого раствора при отжиге говорят оценки энергии связи между первыми, вторыми и третьими соседними атомами, полученные авторами работы [136]. Оценки были проведены полуэмпирическими методами с использованием многочастичных потенциалов межатомного взаимодействия для малых кластеров  $3d$  металлов – Ni/Ni, Cu/Cu,  $4d$  – Pd/Pd, Ag/Ag,  $5d$  – Pt/Pt, Au/Au. По данным авторов [136] вклад вторых соседей в энергию связи максимален для никеля. Это, по их мнению, обусловлено тем, что среди переходных рассматриваемых металлов только для Ni  $d$ -оболочка является незаполненной, и как следствие,  $d-d$  взаимодействие для Ni оказывается сильнее. Для Ni, Cu и Ag энергия связи вторых соседей отрицательна, то есть вторые соседи притягиваются и склонны к образованию кластеров из одноименных атомов. Авторы работы [136] рассчитали стабильные конфигурации и форму кластеров  $3d$ ;  $4d$ ;  $5d$  металлов с помощью многочастичного потенциала Россато–Жиллоп–Легранд (RGL). По их данным для  $3d$  металлов Ni и Cu кластеры представляют собой компактные острова и являются энергетически устойчивыми. С ростом числа атомов в кластере энергия связи на один атом растет. Наиболее устойчивые конфигурации кластеров соответствуют компактным структурам из 4, 6 и 9 атомов, приведенным на рис. 3.45, который взят из работы [136].

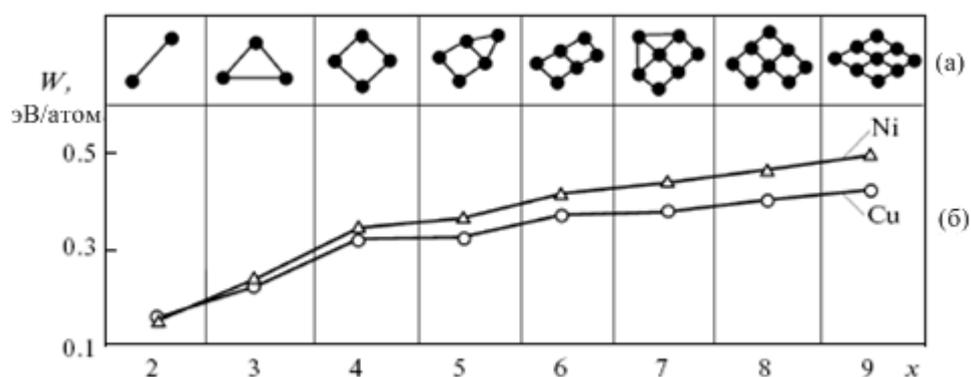


Рис. 3.45. Форма стабильных ультрамалых кластеров на подложках (001), их энергия связи  $W$  (в эВ/атом) в зависимости от размера кластеров для ряда переходных металлов: а – форма стабильных кластеров для Cu и Ni; б – энергия стабильных кластеров для тех же металлов [136].

Таким образом, атомы никеля, вышедшие при отжиге из твердого раствора, могут образовывать мощные стопоры в виде кластеров на дислокациях, закрепляя последние, что и является главной причиной упрочнения исследуемого сплава при отжиге в интервале температур до 500°C.

Вышеописанное изменение свойств при отжиге сплава связано с перераспределением атомов разного сорта в существенно неоднородной системе. Такое поведение микрон неоднородной системы может быть отражением процессов самоорганизации атомов никеля, вышедших из твердого раствора, с формированием фрактальных кластеров.

Чтобы строго доказать данное утверждение необходимы дальнейшие исследования, связанные с достаточно уникальными прямыми наблюдениями атомной структуры сплава с помощью электронного микроскопа, измерением числа частиц в кластерах, определением из этих данных фрактальной размерности кластеров, их самоподобия и т.д. С другой стороны, основу современных представлений о фрактальных кластерах составляют результаты исследований, проведенные с помощью компьютерных методов [137]. Однако их использование предполагает, прежде всего, разработку адекватных физических моделей соответствующего явления. В то же время на основе представленных в данной работе экспериментальных данных можно провести анализ возможностей протекания процессов самоорганизации с образованием фрактальных кластеров в процессе отжига исследуемого сплава, что в определенной степени может способствовать созданию соответствующей физической модели.

Проведем оценки характеристик процессов самоорганизации, в частности, фрактальной размерности образующихся гипотетических

фрактальных кластеров. Для этого оценим влияние числа частиц в кластере на величину относительного увеличения микротвердости  $\Delta H_\mu/H_\mu$  в интервале температур отжига до  $500^\circ\text{C}$ . Увеличение микротвердости при отжиге обусловлено тем, что для осуществления пластической деформации необходимо приложить дополнительное напряжение  $\sigma$ , чтобы преодолеть сопротивление движению дислокаций в результате их закрепления выделениями мелких частиц (кластеров). Это дополнительное сопротивление  $\sigma$  является причиной упрочнения и может быть оценено по соотношению [138]

$$\sigma = 0,8G\bar{b}/\lambda, \quad (3.32)$$

где  $G$  – модуль упругости на сдвиг;  $\bar{b}$  – вектор Бюргера дислокации;  $\lambda$  – расстояние между кластерами. Таким образом,  $\Delta H_\mu/H_\mu$  обратно пропорционально  $\lambda$ . Предположим, что расстояние между кластерами уменьшается при увеличении их размеров, которые, в свою очередь, растут с увеличением числа частиц  $N$  в кластерах.

Если кластер фрактальный, то распределение элементарных объектов в кластере дается функцией вида [79, 137]

$$N(L) = \left(\frac{L}{l}\right)^D, \quad (3.33)$$

где  $N(L)$  – число элементов кластера, находящихся внутри области линейного размера  $L$ ;  $l$  – линейный размер элементарного объекта. Если показатель степени  $D$  в формуле (3.33) универсален в интервале  $l \ll L \ll R_g$ , (где  $R_g$  – так называемый радиус гирации кластера – величина, определяющая линейные размеры всего кластера), то кластер называется монофрактальным, а показатель  $D$  есть фрактальная размерность кластера. В общем случае  $D$  является дробным положительным числом между 1 и 3.

Продолжая логическую цепочку, предположим, что  $\Delta H_\mu/H_\mu$  в первом приближении пропорционально  $N(L)$ . Тогда

$$\frac{\Delta H_\mu}{H_\mu} \propto \left(\frac{L}{l}\right)^D, \quad (3.34)$$

то есть увеличение микротвердости  $y = \frac{\Delta H_{\mu}}{H_{\mu}}$  связано с числом  $x = \frac{L}{l}$  частиц в кластере степенной зависимостью типа

$$y = Ax^D, \quad (3.35)$$

где  $D$  – фрактальная размерность. Результаты корреляционного анализа увеличения микротвердости (рис. 3.43) и числа частиц в кластере по уравнению (3.35) представлены в табл. 3.18.

Видно, что  $D$  находится в пределах от 1 до 3, если предположить, что относительное увеличение микротвердости сплава при отжиге до 500<sup>o</sup>C после деформации от 20 до 89 % обеспечивается увеличением числа частиц в кластере как рядов чисел от 2 до 10, что подтверждает результаты работы авторов [136]. При этом фрактальная размерность изменяется от 1,10 до 2,89 (табл. 3.18).

На рис. 3.33 и 3.34 видно, что с увеличением температур отжига от 550 до 750<sup>o</sup>C наблюдается рост электросопротивления и резкое уменьшение микротвердости. Калориметрические исследования показали [127], что основное выделение запасенной при деформации энергии в процессе отжига деформированного сплава Cu - 10 ат. % Ni происходит в интервале температур 350 – 750<sup>o</sup>C. Эти данные свидетельствуют о том, что в интервале температур 350 – 750<sup>o</sup>C протекает процесс рекристаллизации, скорость которого максимальна при 550<sup>o</sup>C [127].

Таблица 3.18.

Фрактальная размерность никелевых кластеров  
в сплаве Cu-ат. % Ni при отжиге

Число частиц в кластере $x$	Уравнение регрессии $y = Ax^D$	Фрактальная размерность $D$	Коэффициент достоверности аппроксимации $R^2$
1-4	$y = 2,72x^{0,71}$	0,71	0,85
2-5	$y = 1,28x^{1,10}$	1,10	0,89
3-6	$y = 0,55x^{1,47}$	1,47	0,91
4-7	$y = 0,22x^{1,83}$	1,83	0,92
5-8	$y = 0,08x^{2,18}$	2,18	0,93

6-9	$y = 0,03x^{2,54}$	2,54	0,93
7-10	$y = 0,01x^{2,89}$	2,89	0,93
8-11	$y = 0,003x^{3,24}$	3,24	0,94

После отжига при 550<sup>o</sup>C параметр решетки сплава Cu - 10 ат. % Ni восстанавливается от 0,36065 нм, что соответствует деформированному состоянию, до 0,36058 нм. Уменьшается также и ширина рентгеновских дифракционных линий (рис. 3.32). В то же время рекристаллизованные зерна (первые довольно мелкие «уколы» на рентгенограммах) обнаруживаются нами только после отжига при 700<sup>o</sup>C и выше. Рекристаллизация приводит к резкому снижению плотности дислокаций [139]. Разупрочнение при этом свидетельствует о том, что сопротивление движению дислокаций, обусловленное возникшими ранее при дорекристаллизационном отжиге мощными стопорами в виде кластеров атомов никеля, и электропроводность сплава также уменьшаются (см. рис. 3.43, 3.44). Можно предположить, что в процессе рекристаллизационного отжига при температурах выше 550<sup>o</sup>C образовавшиеся ранее кластеры атомов никеля растворяются. Это способствует гомогенизации твердого раствора, уменьшению ширины дифракционных линий вследствие уменьшения остаточных микронапряжений, возникших при образовании кластеров. Ранее еще Кестер [85] отмечал, что твердый раствор сплавов системы медь-никель статистически однороден в рекристаллизованном состоянии. При рекристаллизационном отжиге после 550<sup>o</sup>C электросопротивление сплава возрастает, достигая величины, соответствующей рекристаллизованному состоянию. Значение электросопротивления в рекристаллизованном состоянии определяется степенью предварительной деформации (рис. 3.43, б). Последняя контролирует степень совершенства структуры металла после рекристаллизационного отжига при данной температуре [15].

Протекание рекристаллизации при отжиге сплава Cu – 10 ат. % Ni связано, прежде всего, с зарождением новых, более совершенных зерен, скорость роста которых незначительна. В работах по изучению влияния легирующих присадок на рекристаллизацию алюминия [140] установлено,

что скорость роста рекристаллизованных зерен может уменьшаться на несколько порядков при концентрациях, не превышающих предела растворимости легирующих добавок. Механизм этого явления в [139] связывали с торможением движущихся границ зерен сегрегациями атомов примеси на границах. Позднее эффект торможения границ был просчитан также для бинарных сплавов [139]. Если принять во внимание возможность такого эффекта для сплава Cu - 10 ат. % Ni и учесть, что образовавшиеся при расслоении твердого раствора кластеры атомов никеля оказывают еще более значительное тормозящее действие на границы, чем отдельные атомы примеси на границах, то становится понятным, почему рекристаллизованные зерна (довольно мелкие) обнаруживаются нами рентгенографически только после отжига при 700°C и выше. Аналогичный эффект обнаружен ранее при рекристаллизации стали в присутствии мелкодисперсных частиц карбида [140].

### Выводы к разделу 3

1. Обнаружена анизотропия эффекта упругого последействия ГЦК-металлов и показано, что зависящая от времени часть деформации металла наилучшим образом описывается степенной функцией времени с дробным индексом, который характеризует фрактальную размерность процесса релаксации.

2. Построена физико-математическая модель фрактального распределения периодов релаксации в процессе нагрузки-разгрузки металлического образца. На основе предложенной фрактальной модели получено дифференциальное уравнение релаксации и показано, что его решение совпадает в первом приближении с экспериментальными зависимостями деформации от времени при условии, что периоды релаксации имеют не непрерывное, а фрактальное распределение.

3. Установлена фрактальная природа усталостного разрушения алюминия, меди и сплава магния AZ31. Фрактальная размерность

исследованных изломов в зависимости от степени деформации прокаткой колеблется между 1,06 и 1,34. Критические размеры  $R$  фрактальных трещин при этом изменяются:

- для алюминия – в пределах от 0,11 мм, (фрактальная размерности  $D_{\text{ср.}} = 1,2$ ) до 1,5 мкм ( $D_{\text{ср.}} = 1,06$ );
- для меди – от  $\approx 6$  мкм ( $D_{\text{ср.}} = 1,23$ ) до 0,16 мм ( $D_{\text{ср.}} = 1,06$ );
- для сплава магния AZ31 – в пределах от  $\approx 44$  нм до 64 нм для  $D_{\text{ср.}} = 1,34$ , что свидетельствует о значительной склонности сплава к хрупкому разрушению.

4. Предложен математический алгоритм и разработана компьютерная программа для моделирования фрактальных поверхностей разрушения металлических материалов.

5. Листы сплава магния AZ31 в условиях поставки (горячая прокатка от 400°C) имеют базисную текстуру центрального типа, а типичное разрушение образцов сплава AZ31 при циклических испытаниях на усталость носит хрупкий характер.

6. Найдена анизотропия усталости алюминия, меди и сплава AZ31 при отнулевом цикле испытаний (минимум – в диагональном направлении, промежуточное значение – в НП; максимум – в ПН), обусловленная наличием в исследованных материалах кристаллографической и структурной текстуры, характеризуются анизотропией предела выносливости в плоскости листа.

7. Установлено, что в сплаве системы медь-никель протекают процессы установления негативного ближнего порядка (ближнее расслоение), скорость которых максимальна при температуре 450°C, что сопровождается аномальным падением электрического сопротивления.

8. Ближнее расслоение сплава системы медь-никель с большой вероятностью обусловлено процессами самоорганизации атомов никеля во фрактальные кластеры. Число частиц в таких кластерах может варьироваться от 2 до 10, а фрактальная размерность может изменяться от 1,10 до 2,89.

## ВЫВОДЫ

В диссертации получен ряд принципиально новых результатов, касающихся фрактального вклада иерархических систем дефектов кристаллического строения и распределения кристаллов по ориентациям в анизотропию физико-механических свойств материалов. Представленные результаты имеют общий характер для металлических систем с высокой плотностью дислокаций и расширяют информационную и практическую базу физики твердого тела:

1. Обнаружена анизотропия эффекта упругого последействия металлов и построена физико-математическая модель, адекватно описывающая фрактальное распределение периодов релаксации в процессе нагрузки-разгрузки металлического образца.

2. Показано, что при отжиге сплава системы медь-никель установление негативного ближнего порядка (ближнего расслоения), обусловлено самоорганизацией атомов никеля во фрактальные кластеры.

3. Разработана автоматизированная система регистрации импульсов, отличающаяся высокой помехоустойчивостью и памятью.

4. Установлена фрактальная природа хрупкого усталостного разрушения и определена фрактальная размерность поверхностей разрушения алюминия, меди и сплава магния AZ31. Оценены критические размеры фрактальных трещин, зависящие от фрактальной размерности поверхности разрушения.

5. Реализован новый способ представления трехмерной функции распределения кристаллов по ориентациям в пространстве идеальных ориентаций, отличающиеся большей наглядностью по сравнению с представлением в пространстве углов Эйлера.

6. Предложен математический алгоритм и разработана компьютерная программа для моделирования фрактальных поверхностей разрушения металлических материалов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кудрявцев И.П. Текстуры в металлах и сплавах. / И.П. Кудрявцев. – М.: Металлургия, 1965. – 292 с.
2. Вассерман Г., Гревен И. Текстуры металлических материалов. / Г. Вассерман, И. Гревен. – М.: Металлургия, 1969. - 654 с.
3. Агеев Н. В. Текстурное упрочнение титана и циркония / Агеев Н. В., Бабарэко А. А. // Изв. АН СССР. Металлы. – 1975. – № 2. – С. 81–90.
4. Брюханов А.А. Анизотропия упругих свойств и текстурное упрочнение листов сплава ВТ20. / А.А. Брюханов, И.Г. Захарченко, А.Ф. Тарасов, В.С. Кшнякин. // ФММ. –1982. – № 2. – С. 415–416.
5. Бецофен С.Я. Текстурное упрочнение в титановых сплавах: влияние критических напряжений в разных системах скольжения и двойникования / С.Я. Бецофен, Е.Б. Рубина // Металлы. – 1994. – № 4. – С. 114-121
6. Теория образования текстур в металлах и сплавах / [Вишняков Я.Д., Бабарэко А.А., Владимиров С.А., Эгиз И.В. ]. – М.: Наука, 1979. – 343 с.

7. Бородкина М.М. Рентгенографический анализ текстур в металлах и сплавах. / М.М. Бородкина, Э.Н. Спектор. – М.: Металлургия, 1982.– 272 с
8. Ван Бюрен Х.Г. Дефекты в кристаллах. / Х.Г. Ван Бюрен – М.: ИЛ, 1962. – 584 с.
9. Кайбышев О.А. Границы зерен и свойства металлов. / О.А. Кайбышев, Р.З. Валиев – М.: Металлургия, 1987. – 214 с.
10. Панин В.Е. Структурные уровни деформации твердых тел. / В.Е. Панин, В.А. Лихачев, Ю.В. Гриняев. – Новосибирск: Наука, 1985. – 229 с.
11. Засимчук Е.Э. Коллективные моды деформации, структурообразование и структурная неустойчивость / [Лихачев В.А., Панин В.Е., Засимчук Е.Э. и др.] // Кооперативные деформационные процессы и локализация деформации. – Киев: Наук. думка, 1989. – С. 58 – 100.
12. Лариков Л.Н. Об анизотропии электро- и теплопроводности деформированного сплава Fe - 3 % Si / Л.Н. Лариков, В.В. Усов // Металлофизика и новейшие технологии. – 1994. – Т.16, №2. – С. 35 – 41.
13. Най Дж. Физические свойства кристаллов. / Дж. Най. – М.: ИЛ, 1960. – 385 с.
14. Novikov V.V. The fractal nature of elastic aftereffect in metallic materials / V.V. Novikov , V.V. Usov , N.M. Shkatul'ak // Phys. stat. sol. (b). – 2007. – Vol. 244, No. 3. – P. 1054–1062.
15. Лариков Л.Н. Залечивание дефектов в металлах. / Л.Н. Лариков – Киев: Наук. думка, 1980. – 280 с.
16. Канцельсон А.А. Ближний порядок в твердых растворах металлов / А.А. Канцельсон // Соросовский образовательный журнал. – 1999. – № 11. – С. 110 – 116.
17. Золотухин И.В. Твердотельные фрактальные структуры / И.В. Золотухин, Ю.Е. Калинин, В.И. Логинова // Альтернативная энергетика и экология. – 2005. – №9 (29). – С. 56 – 66.
18. Решетняк Е.Н. Синтез упрочняющих наноструктурных покрытий / Е.Н. Решетняк, В.Е. Стрельницкий // Вопросы атомной науки и техники –

2005, серия: Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение (92). – С. 119 – 130

19. Гусев А.И. Наноматериалы, наноструктуры нанотехнологии. / А.И. Гусев. – М.: Физматлит, 2005. – 416 с

20. Gleiter H. Nanostructured materials: basic concepts and microstructure / H. Gleiter // *Acta mater.* –2000. – V. 48. – P. 1–29.

21. Скороход В.В. Наноструктурная керамика и нанокомпозиты: достижения и перспективы / В.В. Скороход, А.В. Рагуля // *Прогресивні матеріали і технології: У 2-х т.* – Київ: Академперіодика. – 2003. – Т. 2. – С. 7–34.

22. Шевченко С.В. Наноструктурные состояния в металлах, сплавах и интерметаллических соединениях: методы получения, структура, свойства / С.В. Шевченко, Н.Н. Стеценко // *Успехи физики металлов.* – 2004. – Т. 5. – С. 219–255.

23. Андриевский Р.А. Размерные эффекты в нанокристаллических материалах. Ч. 1. Особенности структуры. Термодинамика. Фазовые равновесия. Кинетические явления / Р.А. Андриевский, А.М. Глезер // *Физика металлов и металловедение.* – 1999. – Т. 88, № 1. – С. 50–73.

24. Андриевский Р.А. Размерные эффекты в нанокристаллических материалах. Ч. 2. Механические и физические свойства / Р.А. Андриевский, А.М. Глезер // *Физика металлов и металловедение.* 2000. – Т. 89, №1. – С. 91–112.

25. Фирстов С.А. Особенности деформации и разрушения микро- и нанокристаллических материалов / С.А. Фирстов // *Прогресивні матеріали і технології: У 2-х т.* Київ: Академперіодика. – 2003, – Т. 2. – С. 610–629.

26. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. / Б. Мандельброт – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

27. Олемский А.И. Использование концепции фрактала в физике конденсированной среды / А.И. Олемский, А.Я. Флат // *УФН.* – 1993. – Т.163, № 12. – С. 1 – 50.

28. Шпак А.П. Кластерные и наноструктурные материалы. / А.П. Шпак, Ю.А. Куницкий, В.Л. Карбовский. – Киев: Академперіодика, 2001. – 588 с.
29. Иванова В.С. Синергетика: прочность и разрушение металлических материалов. / В.С. Иванова – Наука, 1992. – 155 с.
30. Немного о фракталах. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.edu.ioffe.ru/register/?doc=physica3/fractal>
31. Усов В.В. Фрактальная природа анизотропии физических свойств деформированных металлических систем с кубической решеткой. / В.В. Усов – Одесса: ТЭС, 2001. – 130 с.
32. Трефилов В.И. Физические основы прочности тугоплавких металлов. / В.И. Трефилов, Ю.В. Мильман, С.А. Фирстов. – Киев: Наук. думка, 1975. – 315 с.,
33. Конева Н.А. Физическая природа стадийности пластической деформации / Н.А. Конева, Э.В. Козлов // Изв. вузов. Физика. – 1990. – Т.33, № 2. – С. 89 – 106.
34. Засимчук Е.Э. Механическая неустойчивость дислокационной ячеистой структуры / Е.Э. Засимчук, С.И. Селицер // Металлофизика. – 1982. – Т.4, № 6. – С. 75 – 80.
35. Засимчук Е.Э., Исайчев В.И. Механическая неустойчивость фрагментированной структуры в терминах нелинейной термодинамики / Е.Э. Засимчук, В.И. Исайчев // ДАН. – 1987. – Т. 296, № 2. – С. 369 – 372.
36. Наймарк О.Б. Коллективные свойства ансамблей дефектов и некоторые нелинейные проблемы пластичности и разрушения / О.Б. Наймарк // Физ. мезомех. – 2003. – Т. 6, № 4. – С. 45 – 72.
37. Днепренко В.Н. Исследование природы формирования дислокационной структуры в различных компонентах текстуры прокатанной меди / В.Н. Днепренко, Л.Н. Ларииков, Е.Н. Стоянова // Металлофизика. – 1982. – Т. 4, № 5. – С. 58 – 66.

38. Усов В.В. О дислокационной структуре в различных компонентах текстуры деформированного сплава на основе железа / В.В. Усов // *Металлофизика и новейшие технологии.* – 1994. – Т. 16, № 3. – С. 85 – 88.
39. Усов В.В. Фрактальная природа дислокационной структуры низколегированной стали контролируемой прокатки / В.В. Усов, Н.М. Шкатуляк // *Известия вузов. Физика.* – 2004. – №11. – С.42 – 48.
40. Усов В.В. Эволюция дефектной структуры при холодной прокатке трансформаторной стали / В.В. Усов, Н.М. Шкатуляк // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения.* – 2008. – № 1. С. 81 – 86.
41. Векилов Ю.Х. Беспорядок в твердых телах / Ю.Х. Векилов // *Соросовский образовательный журнал.* – 1999. – № 6. – С. 105–109.
42. Новиков В.В. Обратное ренормгрупповое преобразование в задаче о протекании по связям / В.В. Новиков, В.П. Белов // *ЖЭТФ.* – 1994. – Т. 106, вып. 3(9). – С. 780 – 789.
43. Новиков В.В. Метод ренормгруппи в задачі провідності / В.В. Новиков, О.П. Познанский // *Укр. физ. журнал.* – 1995. – Т.40, № 8. – С. 855 – 858.
44. Privalko V.P., Novikov V.V. *The Science of Heterogeneous Polymers, Structure and Thermophysical Properties.* / V.P. Privalko , V.V. Novikov. – Chichester. – New York – Brisbane – Toronto – Singapore: John Wiley, 1995. – 235p.
45. Новиков В.В. Отрицательный коэффициент Пуассона фрактальных структур / В.В. Новиков, К.В. Войцеховский // *ФТТ.* – 1999. – Т. 41, вып. 12. – С. 2147 – 2153; Novikov V.V. Elastic properties of inhomogeneous media with chaotic structure / V.V. Novikov, K.W. Wojciechowski, D.V. Belov, V.P. Privalko // *Phys. Rev. E.* – V. 63. - 036120.
46. Novikov V.V. Physical properties of fractal structures / In the book "Fractals, diffusion and relaxation in disordered complex systems". – Edited by Stuart A. Rice, Guest editors: William T. Coffey and Yuri P. Kalmykov, 2006. – P. 203.

47. Усов В.В. Формирование фрактальной структуры при хрупком разрушении пластины / В.В. Усов // Ядерная и радиационная безопасность. – 2001, Т. 4, № 4. – С. 81 – 85.

48. Усов В.В. О фрактальной природе разрушения металла / В.В. Усов, Н.М. Шкатуляк, А.В. Пестов, В.В. Павловский // Вестник УГТУ-УПИ. Механика микронеоднородных материалов и разрушение: Сб. науч. тр. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ. – 2004. – № 22 (52). – С. 107 – 112.

49. Усов В.В. Фрактальна природа крихких зламів металу / В.В. Усов, Н.М. Шкатуляк // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2005. – №1. – С. 58–63.

50. Олемский А.И. Синергетика конденсированной среды. / А.И. Олемский, А.В. Хоменко – Сумы: СумГУ, 2002. – 372 с.;

51. Олемской А.И. Синергетика конденсированной среды. / А.И. Олемской, А.А. Кацнельсон. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 336 с.

52. Молекулярная механика. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://alexandr4784.narod.ru/7\\_3.htm](http://alexandr4784.narod.ru/7_3.htm)

53. Малинин Н.Н. Прикладная теория ползучести. / Н.Н. Малинин. – М.: Машиностроение, 1968. – 400 с.

54. Последействие упругое. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.femto.com.ua/articles/part\\_2/3031.html](http://www.femto.com.ua/articles/part_2/3031.html)

55. Kassner M.E. Fundamentals of Creep in Metals and Alloys. / M.E. Kassner, M.T. Perez-Prado. – California – Madrid: Elsevier, 2004. – 279 с.

56. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 752 с.

57. Новиков В.В. Ползучесть неоднородных сред в фрактальной модели / В.В. Новиков // Укр. Физ. Журн. – 2001. – Т. 49, № 1. С. 117–122.

58. Andrade E. N. da C. The Validity of the  $t^{1/3}$  Law of Flow of Metals / E. N. da C. Andrade // Philosophical Magazine. – 1962. – Vol. 7, No. 84. – P. 2003 – 2014.

59. Хоникомб Р. Пластическая деформация металлов./ Р. Хоникомб – М.: Мир, 1972. – 408 с.
60. Novikov V.V. The fractal nature of elastic aftereffect in metallic materials / V.V. Novikov, V.V. Usov, N.M. Shkatulyak // Phys. stat. sol. (b). – 2007. – Vol. 244, No. 3. – P. 1054.
61. Bunge H.-J. Mathematische Methoden der Texturanalyse. / H.-J. Bunge. – Berlin: Akademie – Verlag, 1969 – 325 s.
62. Виглин А.С. Количественная мера текстуры поликристаллического материала / А.С. Виглин // Физика твердого тела. – 1960. – Т.2, вып. 10. – С. 2463 – 2476.
63. Pospiech I. The orientation density function on the single crystals from growth – selection experiments / I. Pospiech, I. Gerhard // Mater. Pr. 5-th ICOTOM (Aachen, 1978). – Berlin: Springer, 1978.-v.
64. Roe R.J. Description of crystallite orientation in polycrystalline materials. General solution to pole figure inversion / R.J. Roe // J. Appl. Phys. – 1965. – Vol. 36, № 6. – P. 2024 – 2031.
65. Брюханов А.А. Вероятностный метод количественного исследования текстуры / А.А. Брюханов, А.Р. Гохман // Заводск. лаборатория. – 1983. – Т. 49, № 4. – С. 56 – 58.
66. Днепренко В.Н. Моделирование трехмерных функций распределения ориентации в текстурированных материалах / В.Н. Днепренко, С.В. Дивинский // Металлофизика.– 1989.- Т. 11, № 4 – С. 11 – 17.
67. Wöhler A. Über die Festigkeitsversuche mit Eisen and Stahl / A. Wöhler // Zeitschrift für Bauwesen. – 1870. – Vol. 20. – P. 73-106.
68. Gran S. A Course in Ocean Engineering. / S. A Gran. – Elsevier: Amsterdam; New York, 1992. – 583 p.
69. Paris P. A critical analysis of crack propagation law / P. Paris, F. Erdogan // Journal of Basic Engineering, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. – 1963. – No. 12. – P. 528-534.

70. Березин И.Я. Сопротивление материалов. Усталостное разрушение металлов и расчеты на прочность и долговечность при переменных напряжениях: Учебное пособие. Под общей редакцией О.Ф. Чернявского. / И.Я. Березин, О.Ф. Чернявский. – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2003. – 76 с.
71. Atlas of Fatigue Curves, edited by H.E. Boyer. – Ohio: American Society for Metals, Metals Park, 1986. – 518 pp.
72. Lin Y.K. Probabilistic Theory of Structural Dynamics. / Y.K. Lin, E. R. Huntington. – New York: Krieger Publishing Company, 1976. – p.99.
73. Иванова В.С. Усталость и хрупкость металлических материалов. / [В.С. Иванова, С.Е. Гуревич, И.М. Копьев и др.] – М.: Наука, 1968. – 216 с.
74. Трощенко В.Т. Усталость и неупругость материалов. / В.Т. Трощенко. – Киев: Наук. думка, 1971. – 268 с.
75. Разрушение / Под. ред. Г. Либовица. – М.: Мир, 1973: Т. 1. – 616 с.
76. Панин В.Е. Эволюция деформационных доменов поликристаллов дуралюмина на мезоуровне / В.Е. Панин, В.С. Плешанов, В.В. Кибиткин // Письма в ЖТФ. – 1997. – Т. 23, № 24. – С. 51 – 57.
77. Микляев П.Г. Анизотропия механических свойств металлов. / П.Г. Микляев, Я.Б. Фридман. – М.: Metallurgia, 1986. – 244 с.
78. Кириллов А.А. Повесть о двух фракталах. / А.А. Кириллов – Летняя школа «Современная математика». – Дубна: 2007. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mccme.ru/dubna/2007/notes/kirillov-preprint.pdf>
79. Федер Е. Фракталы. / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
80. Канцельсон А.А. Ближний порядок в твердых растворах металлов / А.А. Канцельсон // Соросовский образовательный журнал. – 1999, № 11. – С. 110 – 116.
81. Физическая энциклопедия Online [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.physicum.narod.ru/vol\\_5/051.pdf](http://www.physicum.narod.ru/vol_5/051.pdf)
82. Двойные и многокомпонентные системы на основе меди. Справочник. – М.: Наука, 1979 – 249 с.

83. Ван Флек Л. Теоретическое и прикладное материаловедение: Пер. с англ. / Л. Ван Флек. – М.: Атомиздат, 1975. – 472 с.
84. Хансен М. Структуры двойных сплавов, Т. 2. / М. Хансен, К. Андерко. – М.: Metallurgizdat, 1962. С.644 – 647.
85. Köster W. Leitfähigkeit und Hallkonstante. IV Kupfer – Nickel – Legierungen / W. Köster, W. Schüle // Z. Metallk. – 1957. – Bd. 48, No. 11. – S. 592 – 594.
86. Уманский Я.С. Физика металлов. Атомное строение металлов и сплавов: Учебник для вузов. / Я.С. Уманский, Ю.А. Скаков. – М.: Атомиздат, 1978. – 352 с.
87. Лившиц Б.Г. Физические свойства металлов и сплавов. / Б.Г. Лившиц, В.С. Крапошин, Я.Л. Линецкий. – М.: Metallurgiya, 1980. – 320 с.
88. Расчеты и испытания на прочность в машиностроении. Методы механических испытаний металлов. Методы испытаний на усталость: ГОСТ 25.502-79. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://gost.libt.ru/gost-25-502-79.html>
89. Глаговский Б.А. Низкочастотные акустические методы в машиностроении / Б.А. Глаговский, И.Б. Московеноко. – М.: Машиностроение, 1977. – 235 с.
90. Войтенко А.Ф. Влияние уровня напряжений на статический модуль Юнга ряда конструкционных материалов / А.Ф. Войтенко, Ю.Д. Скрипник, Н.Г. Соловьева, Г.Н. Надеждина // Проблемы прочности. – 1982. – № 11. – С. 83.
91. Горелик С.С., Рентгенографический и электронно-оптический анализ. / С.С. Горелик, Л.Н. Расторгуев, Ю.А. Скаков. – М.: Metallurgiya, 1970. – 366 с.
92. Усов В.В. Метод расчета трехмерных функций распределения ориентаций и интегральных характеристик текстуры кубических поликристаллов из обратных полюсных фигур / В.В. Усов, В.А. Тарловский // Заводск. лаборатория. – 1991. – № 7. – С. 25 – 28.

93. Усов В.В. Метод расчета анизотропии модуля упругости толстолистового проката с текстурной неоднородностью по сечению / В.В. Усов, А.А. Брюханов, А.Л. Дугарь, А.В. Манжиков // Заводск. лаборатория. – 1992. – № 12. – С. 31 – 33.

94. Лахтин Ю.М. Материаловедение: Учебник для высших технических учебных заведений.- 3-е издание, переработанное и дополненное / Ю.М. Лахтин, В.П. Леонтьева – М.: Машиностроение, 1990. – 528 с.

95. Усов В.В. Автоматизированная система регистрации циклов при усталостных испытаниях / В.В. Усов , А.Н. Титенков, Н.Н. Цибанев // Технология конструирования электронной аппаратуры. – 2008 – №2. – С. 60-63.

96. Трощенко В.Т. Сопротивление усталости металлов и сплавов: Справочник. / В.Т. Трощенко, Л.А. Сосновский. – Киев: Наукова думка, 1987. – 1238 с.

97. Губанов М. Микрокалькулятор — счетчик витков. / М. Губанов // Радио. – 2001. – № 10. – С. 57.

98. Тимирзин В. Калькулятор — счетчик рядов / В. Тимирзин // Радиомир. – 2002. – № 10. – С. 38.

99. Демонтович В. Реверсивный счетчик импульсов / В. Демонтович // Радио. – 2005. – № 4. – С. 28.

100. Иванько А.Ф. Структура и архитектура микропроцессоров современных персональных электронных вычислительных машин. / А.Ф. Иванько – М.: МГУП, 2000. – 84 с.

101. Счетчик импульсов электронный с памятью. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www.5v.ru/h2-7ea3](http://www.5v.ru/h2-7ea3)

102. Брюханов А.А. Упругая анизотропия и текстура прокатки гексагональных металлов / А.А. Брюханов, И.А. Мороз, В.С. Иваний // Изв. Вузов. Цветная металлургия. – 1976. – №3. – С. 106 – 110.

103. Kassner M.E. Fundamentals of Creep in Metals and Alloys. / M.E. Kassner, M.T. Perez-Prado. – Amsterdam: Elsevier, 2004. – 271 p.

104. Чадек Й. Ползучесть металлических материалов. / Й. Чадек. – М.: Мир, 1987. – 298 с.
105. Усов В.В. Анизотропия упругого последействия ГЦК металлов / В.В. Усов, В.В. Новиков, Н.М. Шкатуляк, А.Н. Титенков, Д.В. Мамай // Металлы. – 2006. – № 6. – С.62 – 68.
106. Усов В.В., Шкатуляк Н.М., Титенков А.Н., Мамай Д.В. Влияние пластической деформации на анизотропию упругого последействия металлов / В.В. Усов, Н.М. Шкатуляк, А.Н. Титенков, Д.В. Мамай // Вестник УГТУ-УПИ. – 2006. – №11(82). – С. 155 – 161.
107. Usov V.V. Anisotropy of Elastic Aftereffect in FCC Metals / V.V. Usov, V. V. Novikov, N. M. Shkatulyak, A. N. Titenkov, D. V. Mamai // Russian Metallurgy (Metally). – 2006. – Vol. 6, No. 6. – P. 541 – 545.
108. Usov V. The structural relaxation and anisotropy of the spring-back in metals / V. Usov, V. Novikov, N. Shkatul'ak, A. Titenkov, D. Mamay // Functional Materials. – Vol. 14, No. 1. – 2007. – P. 1 – 5.
109. Лебедев Б.А. Амплитудно-зависимый дефект модуля Юнга в основных моделях дислокационного гистерезиса. / Б.А. Лебедев // ФТТ – 1999. – Т. 41, вып. 7. – С. 1214 – 1221.
110. Bingen Yang. Stress, Strain and Structural Dynamics. / Yang Bingen. – Amsterdam: Elsevier, 2004. – 960p.
111. Samko S. G. Fractional, Integrals and Derivatives. Theory and Applications. / S. G. Samko, A.A. Kilbas, O. I. Marychev. – Amsterdam: Elsevier, 1993. – 597 p.
112. Podlubny I. Fractional Differential Equations / I. Podlubny. – San Diego, CA: Academic Press, 1999. – 340 p.
113. Applications of Fractional Calculus in Physics. Edited by R. Hilfer. – London: Elsevier Applied Science, 2000. – 879 p. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.worldscibooks.com/physics/3779.html>
114. Oldhan K. The Fractional Calculus, / K. Oldhan, J. Spanier. – New York: Wiley & Sons, 1974. – 398p.

115. Бернштейн М.Л. Механические свойства металлов / М.Л. Бернштейн, В.А. Займовский. - М.: Metallurgy, 1979. – 495 с.
116. Фавстов Ю.К. Сплавы с высокими демпфирующими свойствами. / Ю.К. Фавстов, Н.М. Шульга. – М.: Metallurgy, 1973. – 256 с.
117. Agnew S.R. Plastic Anisotropy of Magnesium Alloy AZ31B / S.R. Agnew // Magnesium Technology 2002, TMS Annual Meeting. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://iweb.tms.org/Mg/magtech2002/031.pdf>
118. Синергетика и фракталы в материаловедении / [В. С. Иванова, А. С. Баланкин, И. Ж. Бунин, А. А. Оксагоев]. – М.: Наука, 1994. – 383 с.
119. Bunde A. Fractals and Disordered Systems. / A. Bunde, S. Havlin. – Heidelberg: Springer, 1991. – 408 с.
120. Усов В. В. Фрактальная природа крихких зламів металлу / В. В. Усов, Н. М. Шкатуляк // Фізико-хімічна механіка матеріалів – 2005. – № 1. – С. 58 – 62.
121. Панасюк В.В. Основы механики разрушения материалов / В.В. Панасюк, А.Е. Андрейкив, В. З. Партон // Механика разрушения и прочность материалов. Справ. пос. в 4-х т. – К.: Наук. думка, 1988. – Т. 1. – 488 с.
122. Фрактография и атлас факторгамм. / Под ред. Дж Феллоуза / Справочное изд. / Пер. с англ. – М.: Metallurgy, 1982. – 489 с.
123. Усов В.В. Формирование фрактальной структуры при хрупком разрушении пластины / В.В. Усов // Ядерная и радиационная безопасность. – 2001. – 4, № 4. – С. 37–43.
124. Мосолов А.Б. Фрактальная гриффитсова трещина / А.Б. Мосолов // Журн. техн. физики. – 1991. – Т. 64, № 7. – С. 57–60.
125. Шемитц Дж. Трехмерные фрактальные ландшафты. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://mymanual.narod.ru/programmist/d3prolib/ch\\_08.htm#1](http://mymanual.narod.ru/programmist/d3prolib/ch_08.htm#1)
126. Усов В.В. Компьютерное моделирование фрактальных поверхностей разрушения металлических материалов / В.В. Усов, А.Н. Титенков // Тр. 11-ой

Международ. науч.-практ. конф. «Соврем. информ. и электр. технологии» 24-28 мая 2010 г., Одесса, Т.1. – С. 61.

127. Лариков Л.Н. О возврате дефекта модуля Юнга при отжиге холоднокатаного сплава Cu - 10 ат. % Ni / Л.Н. Лариков, В.В. Усов, И.В. Стеценко // *Металлофизика*. – 1992. – Т. 14, №10. – С. 73 – 80.

128. Усов В. Вплив термічної обробки на структуру і властивості сплаву Cu – 10 ат.% Ni / В. Усов, Н. Шкатуляк, А. Тітенков, Д. Мамай // *Вісник Львів. ун-ту, серія фізична*. – 2008, вип. 41. – С. 283 – 288.

129. Köster W. Leitfähigkeit und Hallkonstante. IV Kupfer – Nickel – Legierungen / W. Köster, W. Schüle // *Z. Metallk.* – 1957. – Bd. 48, No. 11. – S. 592 – 594.

130. Уэрт Ч. Физика твердого тела. Пер. с англ. / Ч. Уэрт, Р. Томсон. – М.: Мир, 1966. – 568с.

131. Усов В.В. Природа ближнего расслоения сплава Cu-10 ат. % Ni при отжиге / В.В. Усов, Н.М. Шкатуляк, А.Н. Титенков // *Металлы*. – 2010. – №3. – С. 56 – 64.

132. Usov V.V. Nature of the Short-Range Decomposition of a Cu–10 at % Ni Alloy upon Annealing / V.V. Usov, N. M. Shkatulyak, A. N. Titenkov // *Russian Metallurgy (Metally)*. – 2010. – No. 5. – P. 418–424.

133. Дамаск А. Точечные дефекты в металлах. / А. Дамаск, Дж. Динс. – М.: Мир, 1966. – 291с.

134. Слуцкер А.И. Определение энергии активации сложных релаксационных процессов / А.И. Слуцкер, Ю.И. Поликарпов, К.В. Васильева // *Физика твердого тела*. – 2002, – Т.44, вып. 8. – С. 1529 – 1535.

135. Бокштейн Б.С. Диффузия в металлах. / Б.С. Бокштейн – М.: *Металлургия*, 1978. – 248 с.

136. Леванов Н.А. Структура и стабильность кластеров на поверхностях металлов / [Н.А. Леванов, В.С. Степанюк, В. Хергерт и др.] // *Физика твердого тела* – 1999. – Т. 41, вып. 7. – С. 1329 – 1334.

137. Смирнов Б.М. Физика фрактальных кластеров. /Б.М. Смирнов. – М.: Наука, 1991. – 156 с.
138. Скотникова М.А. Практическая электронная микроскопия в машиностроении. / М.А. Скотникова, М.А. Мартынов. – СПб: ПИМаш, 2005. – 92 с.
139. Хиллерт М., Сундман Б. Анализ примесного торможения движущихся границ зерен и межфазных границ в бинарных сплавах // Атомная структура межфазных границ. – М.: Мир, 1978. – вып. 8. – С. 259 - 287.
140. Лариков Л.Н., Юрченко Ю.Ф., Дубовицкая Н.В. Исследование процесса возврата при нагреве сталей в высокопрочном состоянии // ФММ. – 1965. – Т.20, вып. 4. – С. 520 - 573.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### 1. Листинг компьютерной программы визуализации ФРО

```

unit Unit1;
interface
uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes,
  Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs, StdCtrls, Grids, ComCtrls, ExtCtrls,
  DBGrids, comobj, Clipbrd;
type
  TForm1 = class(TForm)
    PageControl1: TPageControl;
    TabSheet1: TTabSheet;
    TabSheet2: TTabSheet;
    TabSheet3: TTabSheet;
    ComboBox1: TComboBox;
    Label1: TLabel;
    Label4: TLabel;
    Button2: TButton;
    StringGrid1: TStringGrid;
    Label3: TLabel;
    Label10: TLabel;
    Label11: TLabel;
    Label12: TLabel;
    Label13: TLabel;
    Label14: TLabel;
    Label15: TLabel;
    Edit7: TEdit;
    Edit8: TEdit;
    Edit9: TEdit;
    Edit10: TEdit;
    Edit11: TEdit;
    Edit12: TEdit;
    Edit1: TEdit;
    Label2: TLabel;
    Memo1: TMemo;
    TabSheet4: TTabSheet;
    TabSheet5: TTabSheet;
    TabSheet6: TTabSheet;
    Memo2: TMemo;
    Memo3: TMemo;
    Memo4: TMemo;
    Label5: TLabel;
    Memo6: TMemo;
    Memo7: TMemo;
    Memo5: TMemo;
    Memo8: TMemo;
    Memo9: TMemo;
    Memo10: TMemo;
    Memo11: TMemo;
    Label6: TLabel;
    Label7: TLabel;
    Memo12: TMemo;
    Label8: TLabel;
    Edit2: TEdit;
    Edit3: TEdit;
    Edit4: TEdit;
    Label9: TLabel;
    Label16: TLabel;
    Label17: TLabel;
    Image1: TImage;
    TabSheet7: TTabSheet;
    Label18: TLabel;
    Label19: TLabel;
    Label20: TLabel;
    Memo14: TMemo;
    Label21: TLabel;
    Label22: TLabel;
    ProgressBar1: TProgressBar;
    TrackBar1: TTrackBar;
    TrackBar2: TTrackBar;
    Memo13: TMemo;
    Memo15: TMemo;
    Memo16: TMemo;
  end;
end.

```

```

Memo17: TMemo;
Label23: TLabel;
Label24: TLabel;
Memo18: TMemo;
TabSheet8: TTabSheet;
StringGrid2: TStringGrid;
Button1: TButton;
Label25: TLabel;
Label26: TLabel;
Label27: TLabel;
Label28: TLabel;
Memo19: TMemo;
Label29: TLabel;
Button3: TButton;
Memo20: TMemo;
procedure ComboBox1Change(Sender: TObject);
procedure Button2Click(Sender: TObject);
// procedure StringGrid1Click(Sender: TObject);
procedure TrackBar1Change(Sender: TObject);
procedure Button1Click(Sender: TObject);
// procedure FormCreate(Sender: TObject);
procedure FormActivate(Sender: TObject);
procedure Button3Click(Sender: TObject);
private
  { Private declarations }
public
  { Public declarations }
end;
var
  Form1: TForm1;
  var f1, //счетчик количества функций
  sum, sumw, f2,n ,i,j,s,s1, m,x,y,z,e,a,r,M1,M0:
integer;
T1,T2,T3,X1,X2,X3,Y1,Y2,Y3,P1,r1,r2,h1,k1,l1,u1,
v1,w1,q1,q2,q3,
f,kk,O1,O2,O3,O4,O5,O7,O6,O8,O9,J1,j2,J11,j22,j3
3,j3,j4,j5,j6,kz: real;
  hh0str: String ;
  usebudet_u: array of integer; //массивы для
вывода
  usebudet_h: array of integer;
  usebudet_p: array of real;
  u: array of integer;
  v: array of integer;
  w: array of integer;
  p: array of real;
  h: array of integer;
  k: array of integer;
  l: array of integer;
  n1: array of real;
  d: array of real; // массив для вычисления
знаменателя
  hkluvw: array of string;
  hkluvwsum : array of string;
  hkluvwsumw : array of string;
  // hkluvwinteger: array of real;
  PointArray:array[0..100] of TPoint;
  ff: array of real;
  fsum : array of real;
  ff1: array of integer; //массив функций для
отображения
implementation
{$R *.dfm}
{
procedure TForm1.StringGrid1Click(Sender:
TObject);
begin
  label18.Caption:= 'жми и подожди!';
  StringGrid1.Cells[0,0]:= 'h' ;
  StringGrid1.Cells[0,1]:= 'k' ;
  StringGrid1.Cells[0,2]:= 'l' ;
  StringGrid1.Cells[0,3]:= 'n' ;
  StringGrid1.Cells[0,4]:= 'u' ;
  StringGrid1.Cells[0,5]:= 'v' ;
  StringGrid1.Cells[0,6]:= 'w' ;
  StringGrid1.Cells[0,7]:= 'p' ;
end; }
procedure TForm1.ComboBox1Change(Sender:
TObject);
begin
  n := StrToInt( combobox1.Text);
  StringGrid1.ColCount:=n+1;
  label18.Caption:= 'жми и подожди!';
  if n =6 then begin

```

```

//1
StringGrid1.Cells[1,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[1,3]:= '0.12' ;
StringGrid1.Cells[1,4]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[1,7]:= '2.8' ;
//2
StringGrid1.Cells[2,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[2,1]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,3]:= '6.15' ;
StringGrid1.Cells[2,4]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[2,5]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,7]:= '0.58' ;
//3
StringGrid1.Cells[3,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,2]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[3,3]:= '2.38' ;
StringGrid1.Cells[3,4]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[3,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,7]:= '0.57' ;
//4
StringGrid1.Cells[4,0]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[4,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,2]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[4,3]:= '0.33' ;
StringGrid1.Cells[4,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[4,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[4,7]:= '0.82' ;
//5
StringGrid1.Cells[5,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,3]:= '2.84' ;
StringGrid1.Cells[5,4]:= '1' ;

StringGrid1.Cells[5,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,7]:= '0.19' ;
//6
StringGrid1.Cells[6,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[6,1]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[6,2]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[6,3]:= '0.26' ;
StringGrid1.Cells[6,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[6,5]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[6,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[6,7]:= '0.86' ;
end;
//1
if n =14 then begin
StringGrid1.Cells[1,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,3]:= '0.22' ;
StringGrid1.Cells[1,4]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,7]:= '0.27' ;
//2
StringGrid1.Cells[2,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[2,1]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,3]:= '2.83' ;
StringGrid1.Cells[2,4]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[2,5]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,7]:= '1.79' ;
//3
StringGrid1.Cells[3,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[3,3]:= '5.63' ;
StringGrid1.Cells[3,4]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[3,7]:= '3.49' ;

```

```

//4
StringGrid1.Cells[4,0]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[4,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,3]:= '2.05' ;
StringGrid1.Cells[4,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[4,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,7]:= '2.54' ;
//5
StringGrid1.Cells[5,0]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[5,1]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[5,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,3]:= '0.71' ;
StringGrid1.Cells[5,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[5,5]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[5,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,7]:= '0.88' ;
//6
StringGrid1.Cells[6,0]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[6,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[6,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[6,3]:= '1.03' ;
StringGrid1.Cells[6,4]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[6,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[6,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[6,7]:= '1.28' ;
//7
StringGrid1.Cells[7,0]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[7,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[7,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[7,3]:= '0.93' ;
StringGrid1.Cells[7,4]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[7,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[7,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[7,7]:= '1.15' ;
//8
StringGrid1.Cells[8,0]:= '5' ;
StringGrid1.Cells[8,1]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[8,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[8,3]:= '1.44' ;
StringGrid1.Cells[8,4]:= '5' ;
StringGrid1.Cells[8,5]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[8,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[8,7]:= '1.79' ;
//9
StringGrid1.Cells[9,0]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[9,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[9,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[9,3]:= '0.51' ;
StringGrid1.Cells[9,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[9,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[9,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[9,7]:= '0.63' ;
//10
StringGrid1.Cells[10,0]:= '5' ;
StringGrid1.Cells[10,1]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[10,2]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[10,3]:= '0.54' ;
StringGrid1.Cells[10,4]:= '5' ;
StringGrid1.Cells[10,5]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[10,6]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[10,7]:= '0.67' ;
//11
StringGrid1.Cells[11,0]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[11,1]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[11,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[11,3]:= '1.14' ;
StringGrid1.Cells[11,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[11,5]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[11,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[11,7]:= '1.41' ;
//12
StringGrid1.Cells[12,0]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[12,1]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[12,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[12,3]:= '0.72' ;
StringGrid1.Cells[12,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[12,5]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[12,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[12,7]:= '0.89' ;
//13
StringGrid1.Cells[13,0]:= '7' ;
StringGrid1.Cells[13,1]:= '3' ;

```

```

StringGrid1.Cells[13,2]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[13,3]:= '1.27' ;
StringGrid1.Cells[13,4]:= '7' ;
StringGrid1.Cells[13,5]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[13,6]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[13,7]:= '1.58' ;
//14
StringGrid1.Cells[14,0]:= '9' ;
StringGrid1.Cells[14,1]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[14,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[14,3]:= '1.00' ;
StringGrid1.Cells[14,4]:= '9' ;
StringGrid1.Cells[14,5]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[14,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[14,7]:= '0.71' ;
end;
if n =60 then begin
StringGrid1.ColCount:=7;
//1
StringGrid1.Cells[1,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[1,3]:= '0,12' ;
StringGrid1.Cells[1,4]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[1,7]:= '2,8' ;
//2
StringGrid1.Cells[2,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[2,1]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,3]:= '6,15' ;
StringGrid1.Cells[2,4]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[2,5]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,7]:= '0,58' ;
//3
StringGrid1.Cells[3,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,2]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[3,3]:= '2,38' ;
StringGrid1.Cells[3,4]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[3,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,7]:= '0,57' ;
//4
StringGrid1.Cells[4,0]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[4,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,2]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[4,3]:= '0,33' ;
StringGrid1.Cells[4,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[4,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[4,7]:= '0,82' ;
//5
StringGrid1.Cells[5,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,3]:= '2,84' ;
StringGrid1.Cells[5,4]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,7]:= '0,19' ;
//6
StringGrid1.Cells[6,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[6,1]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[6,2]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[6,3]:= '0,26' ;
StringGrid1.Cells[6,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[6,5]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[6,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[6,7]:= '0,86' ;
n :=6;
end;
//1
if n =140 then begin
StringGrid1.ColCount:=15;
n :=14;
StringGrid1.Cells[1,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,3]:= '0,22' ;
StringGrid1.Cells[1,4]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,5]:= '1' ;

```

```

StringGrid1.Cells[1,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[1,7]:= '0,27' ;

//2
StringGrid1.Cells[2,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[2,1]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,3]:= '2,83' ;
StringGrid1.Cells[2,4]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[2,5]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[2,7]:= '1,79' ;

//3
StringGrid1.Cells[3,0]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[3,3]:= '5,63' ;
StringGrid1.Cells[3,4]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[3,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[3,7]:= '3,49' ;

//4
StringGrid1.Cells[4,0]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[4,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,3]:= '2,05' ;
StringGrid1.Cells[4,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[4,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[4,7]:= '2,54' ;

//5
StringGrid1.Cells[5,0]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[5,1]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[5,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,3]:= '0,71' ;
StringGrid1.Cells[5,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[5,5]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[5,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[5,7]:= '0,88' ;

//6
StringGrid1.Cells[6,0]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[6,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[6,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[6,3]:= '1,03' ;
StringGrid1.Cells[6,4]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[6,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[6,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[6,7]:= '1,28' ;

//7
StringGrid1.Cells[7,0]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[7,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[7,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[7,3]:= '0,93' ;
StringGrid1.Cells[7,4]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[7,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[7,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[7,7]:= '1,15' ;

//8
StringGrid1.Cells[8,0]:= '5' ;
StringGrid1.Cells[8,1]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[8,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[8,3]:= '1,44' ;
StringGrid1.Cells[8,4]:= '5' ;
StringGrid1.Cells[8,5]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[8,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[8,7]:= '1,79' ;

//9
StringGrid1.Cells[9,0]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[9,1]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[9,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[9,3]:= '0,51' ;
StringGrid1.Cells[9,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[9,5]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[9,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[9,7]:= '0,63' ;

//10
StringGrid1.Cells[10,0]:= '5' ;
StringGrid1.Cells[10,1]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[10,2]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[10,3]:= '0,54' ;
StringGrid1.Cells[10,4]:= '5' ;
StringGrid1.Cells[10,5]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[10,6]:= '3' ;

```

```

StringGrid1.Cells[10,7]:= '0,67' ;
//11
StringGrid1.Cells[11,0]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[11,1]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[11,2]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[11,3]:= '1,14' ;
StringGrid1.Cells[11,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[11,5]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[11,6]:= '0' ;
StringGrid1.Cells[11,7]:= '1,41' ;
//12
StringGrid1.Cells[12,0]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[12,1]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[12,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[12,3]:= '0,72' ;
StringGrid1.Cells[12,4]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[12,5]:= '2' ;
StringGrid1.Cells[12,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[12,7]:= '0,89' ;
//13
StringGrid1.Cells[13,0]:= '7' ;
StringGrid1.Cells[13,1]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[13,2]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[13,3]:= '1,27' ;
StringGrid1.Cells[13,4]:= '7' ;
StringGrid1.Cells[13,5]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[13,6]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[13,7]:= '1,58' ;
//14
StringGrid1.Cells[14,0]:= '9' ;
StringGrid1.Cells[14,1]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[14,2]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[14,3]:= '1,00' ;
StringGrid1.Cells[14,4]:= '9' ;
StringGrid1.Cells[14,5]:= '3' ;
StringGrid1.Cells[14,6]:= '1' ;
StringGrid1.Cells[14,7]:= '0,71' ;
end;
end;
procedure TForm1.TrackBar1Change(Sender:
TObject);
begin
Image1.Canvas.Rectangle(0,0,clientwidth,clientheight
);
for i:=0 to 50 do begin
X:=Image1.ClientWidth*i div TrackBar2.Position;
Y:=trunc(ff[i]*TrackBar1.Position);
if x=0 then x:= ClientWidth;
PointArray[i]:=Point(X,340-Y);
end;
Image1.Canvas.PolyLine(PointArray);
end;
procedure A3000(x: Integer; y: Integer;z: Integer);
begin
U[M + s] := X;
v[M + s] := Y;
W[M + s] := Z ;
p[M + s] := P[s];
E := N;
P[M + E + s] := P[s];
U[M + E + s] := X;
V[M + E + s] := -Y;
W[M + E + s] := -Z;
E := 2 * (N);
P[M + E + s] := P[s];
U[M + E + s] := X;
V[M + E + s] := Y;
W[M + E + s] := -Z;
E := 3 * (N);
P[M + E + s] := P[s];
U[M + E + s] := X;
V[M + E + s] := -Y;
W[M + E + s] := Z;
E := 4 * (N);
P[M + E + s] := P[s];
U[M + E + s] := -X;
V[M + E + s] := -Y;
W[M + E + s] := Z;
E := 5 * (N);
P[M + E + s] := P[s];
U[M + E + s] := -X;
V[M + E + s] := Y;
W[M + E + s] := -Z;
E := 6 * (N);

```

```

P[M + E + s] := P[s];
U[M + E + s] := -X;
V[M + E + s] := Y;
W[M + E + s] := Z;
end;
procedure A5000(x: Integer; y: Integer; z: Integer);
begin
N1[M + s] := N1[s];
H[M + s] := X;
K[M + s] := Y;
L[M + s] := Z;
A := N;
N1[M + A + s] := N1[s];
H[M + A + s] := -X;
K[M + A + s] := Y;
L[M + A + s] := Z;
A := 2 * (N);
N1[M + A + s] := N1[s];
H[M + A + s] := X;
K[M + A + s] := -Y;
L[M + A + s] := Z;
A := 3 * (N);
N1[M + A + s] := N1[s];
H[M + A + s] := -X;
K[M + A + s] := -Y;
L[M + A + s] := Z;
    end;
    procedure TForm1.Button2Click(Sender:
TObject);
begin
memo1.Clear;
memo2.Clear;
memo3.Clear;
memo4.Clear;
memo5.Clear;
memo6.Clear;
memo7.Clear;
memo8.Clear;
memo9.Clear;
memo10.Clear;
memo11.Clear;
memo12.Clear;
memo13.Clear;
memo14.Clear;
memo15.Clear;
memo16.Clear;
memo17.Clear;
memo18.Clear;
memo19.Clear;
memo20.Clear;
ProgressBar1.Position := 15;
M := 0;
M := 43 * (N + 1);
// обнуляем все переменные массивы
    // SetLength(usebudget, 50,50,50) ;
    SetLength(h, 0) ;
    SetLength(k, 0) ;
    SetLength(l, 0) ;
    SetLength(n1,0) ;
    SetLength(d,0) ;
    SetLength(u, 0) ;
    SetLength(v, 0) ;
    SetLength(w, 0) ;
    SetLength(fsum, 0) ;
    SetLength(p, 0) ;
    SetLength(hkluvw, 0) ;
    SetLength(ff, 0) ;
    SetLength(ff1, 0) ;
    SetLength(h, m) ;
    SetLength(k, m) ;
    SetLength(l, m) ;
    SetLength(n1,m) ;
    SetLength(d,m) ;
    SetLength(u, m) ;
    SetLength(v, m) ;
    SetLength(w, m) ;
    SetLength(p, m) ;
    SetLength(hkluvw, m*500) ;
    SetLength(hkluvwsum, m*500) ;
    SetLength(hkluvwsumw, m*500) ;
    SetLength(ff, m*500) ;
    SetLength(ff1, m*50) ;
    SetLength(fsum, m*50) ;
    for i:=1 to n do begin

```

```

h[i-1]:=StrToInt( stringgrid1.Cells[i,0] );
k[i-1]:= StrToInt( StringGrid1.Cells[i,1] );
l[i-1]:= StrToInt( StringGrid1.Cells[i,2] );
n1[i-1]:= StrTofloat( StringGrid1.Cells[i,3] );
u[i-1]:= StrToInt( StringGrid1.Cells[i,4] );
v[i-1]:= StrToInt( StringGrid1.Cells[i,5] );
w[i-1]:= StrToInt( StringGrid1.Cells[i,6] );
p[i-1]:= StrTofloat( StringGrid1.Cells[i,7] );
end;
M := 0;
//1
FOR s := 0 TO N do
begin
X := U[s];Y := V[s];Z := W[s];
A3000(x,y,z); end;
M := M + 8 * (N - 1)+3;
//2
FOR s := 0 TO N do
begin
X := V[s]; Y := U[s]; Z := W[s] ;
A3000(x,y,z); end;
M := M + 8 * (N - 1)+3;
//3
FOR s := 0 TO N do
begin
X := w[s]; Y := v[s]; Z := u[s];
A3000(x,y,z); end;
M := M + 8 * (N - 1)+3;
//4
FOR s := 0 TO N do
begin
X := w[s]; Y := u[s]; Z := V[s];
A3000(x,y,z); end;
M := M + 8 * (N - 1)+3;
//5
FOR s := 0 TO N do
begin
X := v[s]; Y := W[s]; Z := u[s];
A3000(x,y,z); end;
M := M + 8 * (N - 1)+3;
//6
FOR s := 0 TO N do
begin
X := U[s]; Y := W[s]; Z := V[s];
A3000(x,y,z); end;
M := 43 * (N + 1) - 1;
memo2.Clear;
FOR s := 0 TO M do begin
memo2.Lines.Add('U[s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(U[s]) );
memo2.Lines.Add('v[s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(v[s]) );
memo2.Lines.Add('w[s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(w[s]) );
memo2.Lines.Add('p[s]= '+IntToStr(s)+'
'+floattostr(p[s]) );
memo2.Lines.Add(' ');
end;
FOR r := 0 TO M do if U[R] = 0 THEN if V[R]
= 0 THEN if W[R]=0 THEN
begin U[R] := 10; V[R] := 10; W[R] := 10 ;
P[R] := 10 ;
end;
FOR s := 0 TO M do
FOR R := 0 TO M do
IF U[s] <> 10 THEN if R <> s THEN if U[R] =
U[s] THEN if V[R] = V[s] THEN if W[R]=W[s]
THEN
begin U[R] := 10; V[R] := 10; W[R] := 10 ; P[R] :=
10 ;
end;
memo3.Clear;
FOR s := 0 TO M do begin
memo3.Lines.Add('U[s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(U[s]) );
memo3.Lines.Add('v[s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(v[s]) );
memo3.Lines.Add('w[s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(w[s]) );
memo3.Lines.Add('p[s]= '+IntToStr(s)+'
'+floattostr(p[s]) );
memo3.Lines.Add(' ');
end;
R := 0;

```

```

s := -1;
FOR R := 0 TO M do
  IF U[R] <> 10 THEN
    begin
      s := s + 1;
      U[s] := U[R]; V[s] := V[R]; W[s] := W[R];
P[s] := P[R];
      end;
M1 := s ;label7.Caption:= IntToStr (M1);
FOR r := s+1 TO M do begin U[r] := 10; V[r] := 10;
W[r] := 10; P[r] := 10;  end;
  memo4.Clear;
FOR s := 0 TO M do begin
  memo4.Lines.Add('U[s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(U[s]) );
  memo4.Lines.Add('v[s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(v[s]) );
  memo4.Lines.Add('w[s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(w[s]) );
  memo4.Lines.Add('p[s]= '+IntToStr(s)+'
'+floattostr(p[s]) );
  memo4.Lines.Add(' ');
  end;
M := 0;
//1
FOR s := 0 TO N do begin
  X := H[s];
  Y := K[s];
  Z := L[s];
A5000(x,y,z); end;
M := M + 4 * (N)+1;
//2
FOR s := 0 TO N do begin
  X := K[s];
  Y := H[s];
  Z := L[s];
A5000(x,y,z); end;
M := M + 4 * (N)+1;
//3
FOR s := 0 TO N do  begin
  X := l[s];
  Y := k[s];
  Z := h[s];
A5000(x,y,z); end;
M := M + 4 * (N)+1;
//4
FOR s := 0 TO N do
  begin
    X := L[s];
    Y := h[s];
    Z := k[s];
    A5000(x,y,z);
  end;
M := M + 4 * (N)+1;
//5
FOR s := 0 TO N do  begin
  X := k[s];
  Y := l[s];
  Z := h[s];
A5000(x,y,z); end;
M := M + 4 * (N)+1;
//6
FOR s := 0 TO N do  begin
  X := H[s];
  Y := L[s];
  Z := K[s];
A5000(x,y,z); end;
M := 43 * (N + 1) - 1;
memo6.Clear;
FOR s := 0 TO M do begin
  memo6.Lines.Add('l [s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(l[s]) );
  memo6.Lines.Add('k [s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(k[s]) );
  memo6.Lines.Add('h [s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(h[s]) );
  memo6.Lines.Add('n1[s]= '+IntToStr(s)+'
'+floattostr(n1[s]) );
  memo6.Lines.Add(' ');
  end;
FOR s := 0 TO M do
FOR R := 0 TO M do

```

```

IF h[s] <> 20 THEN if R <> s THEN if h[R] = h[s]
THEN if k[R] = k[s] THEN if l[R]=l[s] THEN
  begin h[R] := 20; k[R] := 20; l[R] := 20 ; n1[R] :=
20 ;
  end;
  FOR r := 0 TO M do if h[R] = 0 THEN if k[R] = 0
THEN if l[R]=0 THEN
  begin h[R] := 20; k[R] := 20; l[R] := 20 ;
n1[R] := 20 ;
  end;
  memo7.Clear;
  FOR s := 0 TO M do begin
  memo7.Lines.Add('l [s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(l[s]) );
  memo7.Lines.Add('k [s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(k[s]) );
  memo7.Lines.Add('h [s]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(h[s]) );
  memo7.Lines.Add('n1[s]= '+IntToStr(s)+'
'+floattostr(n1[s]) );
  memo7.Lines.Add(' ');
  end;
  R := 0;
  I := -1;
  FOR R := 0 TO M do
  IF k[R] <> 20 THEN
  begin
  I := I + 1;
  H[I] := H[R]; K[I] := K[R]; L[I] := L[R];
N1[I] := N1[r];
  end;
M0 := I; label3.Caption:= IntToStr (M0);
// обнуляем конец сортированного массива
FOR i := i+1 TO M do begin h[i] := 20; k[i] := 20;
l[i] := 20; n1[i] := 20; end;
memo5.Clear;
FOR s := 0 TO M do begin
memo5.Lines.Add('l [I]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(l[s]) );
memo5.Lines.Add('k [I]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(k[s]) );

```

```

memo5.Lines.Add('h [I]= '+IntToStr(s)+'
'+IntToStr(h[s]) );
memo5.Lines.Add('n1[I]= '+IntToStr(s)+'
'+floattostr(n1[s]) );
memo5.Lines.Add(' ');
end;
O1 := 0; O2 := 0; O3 := 0; O4 := 0;
O5 := 0; O7 := 0;
O6 := 0; O8 := 0; O9 := 0;
T1 := 0; T2 := 0; T3 := 0; X1 := 0;
X2 := 0; X3 := 0; Y1 := 0; Y2 := 0; Y3 := 0;
// обнуление для повторного счета
F :=0 ;
f1:=0;
SetLength(ff, m*10); memo8.Clear;
// определение части знаменателя т.е.
FOR I := 0 TO M0 do
  begin
  memo8.Lines.Add('D['+IntToStr(i-1)+']=
'+floattostr(D[I-1]) );
  D[I] := 0;
  FOR s := 0 TO M1 do
  IF H[I] * U[s] + K[I] * V[s] + L[I] * W[s] = 0
THEN
  begin
  P1 := P[s] ;
  D[I] := D[I] + P1;
  end;
  end;
memo8.Lines.Delete(0);
// к определению знаменателя для определение
функции
kz:=0;
FOR r := 0 TO M0 do
  begin
  kz:=d[r] * n1[r] + kz;
  end;
label22.Caption:= floattostr(kz );
memo10.Clear; memo1.Clear; memo11.Clear;

```

```

// определение функции
FOR I := 0 TO M0 do
begin
  R2 := SQRt(H[I]*H[I] + K[I]*K[I] + L[I]*L[I]);
  memo9.Lines.Add('R2= '+IntToStr(i)+' =
'+floattostr(R2 ));
  H1 := H[I] / R2;
  K1 := K[I] / R2;
  L1 := L[I] / R2;
  FOR s := 0 TO M1 do
  IF H[I] * U[s] + K[I] * V[s] + L[I] * W[s] = 0
  THEN
  begin
    P1 := P[s];
    R1 := SQRt(U[s]*U[s] + V[s]*V[s] + W[s]*W[s]);
    memo10.Lines.Add('R1= '+IntToStr(s)+' =
'+floattostr(R1 ));
    //подстраховка на случай не правильного расчета
    и возникновения деления на ноль
    if r1=0 then begin MessageDlg('Будьте
внимательнее. r1 =0 ', mtWarning, [mbOk], 0);
Close; end;
    U1 := U[s] / R1;
    V1 := V[s] / R1;
    W1 := W[s] / R1;
    Q1 := (K[I] * W[s] - L[I] * V[s]) / (R1 * R2);
    Q2 := (L[I] * U[s] - H[I] * W[s]) / (R1 * R2);
    Q3 := (H[I] * V[s] - K[I] * U[s]) / (R1 * R2);
    //подстраховка на случай не правильного расчета
    и возникновения деления на ноль
    if p1 = 0 then begin MessageDlg('Будьте
внимательнее. p1 = 0 ', mtWarning,[mbOk], 0);
Close; end;
    F := (N1[I] * P1) / kz ;
    f1:=f1+1;
    ff[f1-1] :=f;
    sum:= H[I]*H[I]+K[I]*K[I]+L[I]*L[I];
    sumw:=U[s]*U[s]+V[s]*V[s]+W[s]*W[s];
    hkluvw[f1-1] :=(''+IntToStr(H[I])+IntToStr(K[I])
+IntToStr(L[I])+' ' [+IntToStr(U[s])+IntToStr(V[s])
+IntToStr(W[s])+']');
    hkluvwsum[f1-1] :=(IntToStr(sum));

```

```

  hkluvwsumw[f1-1] :=(IntToStr(sumw));
  //hkluvwinteger[f1-1]:=(H[I]+K[I]+L[I]+U[s]
+V[s]+W[s]);
  memo1.Lines.Add('f='+IntToStr(f1)+' '+'i=
'+IntToStr(i)+' ,['+IntToStr(H[I])+','+IntToStr(K[I])
+','+IntToStr(L[I])+','+IntToStr(U[s])
+','+IntToStr(V[s])+','+IntToStr(W[s])+'], f=
'+floattostr(f) );
  memo11.Lines.Add('p1='+IntToStr(f1)+'
'+floattostr(p1) );
  T1 := T1 + F * (H1*h1*h1*h1) ;
  T2 := T2 + F * (K1*k1*k1*k1) ;
  T3 := T3 + F * (L1*l1*l1*l1) ;
  X1 := X1 + F * ((Q1 * H1)*(Q1 * H1));
  X2 := X2 + F * ((Q2 * K1)*(Q2 * K1));
  X3 := X3 + F * ((Q3 * L1)*(Q3 * L1));
  Y1 := Y1 + F * ((U1 * H1)*(U1 * H1));
  Y2 := Y2 + F * ((V1 * K1)*(V1 * K1));
  Y3 := Y3 + F * ((W1 * L1)*(W1 * L1));
  O1 := O1 + F * (U1*U1*U1*U1) ;
  O2 := O2 + F * (V1*V1*V1*V1);
  O3 := O3 + F * (W1*W1*W1*W1);
  O4 := O4 + F * (Q1*Q1*Q1*Q1);
  O5 := O5 + F * (Q2*Q2*Q2*Q2);
  O6 := O6 + F * (Q3*Q3*Q3*Q3) ;
  O7 := O7 + F * ((U1 * Q1)*(U1 * Q1)) ;
  O8 := O8 + F * ((V1 * Q2)*(V1 * Q2));
  O9 := O9 + F * ((W1 * Q3)*(W1 * Q3)) ;end;
end;
if n=6 then ProgressBar1.Max:=600 else
ProgressBar1.Max:=1200;
ProgressBar1.Position:= f1;
// выводим в мемо14 сумму всех не
повторяющихся значений функции
FOR s := 0 TO f1-1 do
begin
  kk:=ff[s];
  fsum[s]:= ff[s];
  FOR r := 0 TO f1-1 do
  if R <> s THEN if ff[R] = ff[s] THEN
fsum[s]:=fsum[s]+ff[r];

```

```

end;
memo12.Clear; memo14.Clear;
// убираем одинаковые элементы из массива
функций
// массив для граф
SetLength(usebudet_p, m*500) ;
SetLength(usebudet_u, m*500) ;
SetLength(usebudet_h, m*500) ;
//приводим все в порядок
FOR s := 0 TO f1-1 do
FOR r := 0 TO f1-1 do
begin
IF ff[r] <> 30 THEN if R <> s THEN if ff[R] =
ff[s] THEN ff[r]:=30;//нашару присваиваем левым
30 чтоб удалить
end;
I := -1;
//сортируем убираем неповторяющиеся
FOR R := 0 TO M do IF ff[R] <> 30 THEN
begin
I := I + 1;
ff[I] := ff[R];
fsum [I] := fsum[R];
memo12.Lines.Add('ff ['+IntToStr(i+1)+']=
'+floattostr(ff[i])+' '+hkluvw[r] );
memo14.Lines.Add('ff ['+IntToStr(i+1)+']=
'+floattostr(fsum[i])+' '+hkluvw[r] );

// выводим сумму!!!
memo18.Lines.Add('ff ['+IntToStr(i+1)+']=
'+floattostr(fsum[i])+' '+hkluvw[r] );
////////memo18.Lines.Add('ff ['+IntToStr(i+1)+']=
'+floattostr(ff[i])+' '+hkluvw[r] );
memo13.Lines.Add('ff ['+IntToStr(i+1)+']= ');
memo15.Lines.Add(floattostr(fsum[i] ) );

memo19.Lines.Add(hkluvw[r] );

memo16.Lines.Add(hkluvwsum[r] );
memo17.Lines.Add(hkluvwsumw [r] );

usebudet_p[I] := fsum[i]; //пора
начать беспредел
usebudet_u[I] := strtoint(hkluvwsumw [r] );
usebudet_h[I] := strtoint(hkluvwsum[r]);
// выводим количество неповторяющихся
label20.Caption:= floattostr(i+1);
end;
// начинаем выбивать данные в таблицу!!!
StringGrid2.colcount:= 2*i;
StringGrid2.rowcount:= 2*i;
{ FOR s := 0 TO 2*i do
FOR s1 := 0 TO 2*i do
StringGrid2.Cells[s,i]:='0';
}
FOR s := 0 TO 2*i do // градуируем таблицу
begin
StringGrid2.Cells[0,s]:=inttostr(s) ;
StringGrid2.Cells[s,0]:=inttostr(s) ;
end ;
//вбиваем в таблицу результат
FOR i := 0 TO i do
begin
StringGrid2.Cells[usebudet_u[I],usebudet_h[i]]:=floattostr( usebudet_p[I] );
end;
// Обнулим всё пустоё!!
FOR s := 0 TO 2*i-1 do
FOR s1 := 0 TO 2*i-1 do
if StringGrid2.Cells[s,s1]=' ' then
StringGrid2.Cells[s,s1]:='0';
// Рисуем график !!!
for i:=0 to 40 do begin
X:=Image1.ClientWidth*i div 40;
Y:=trunc(ff[i]*10000);
if x=0 then x:= ClientWidth;
PointArray[i]:=Point(X,340-Y);
end;
Image1.Canvas.PolyLine(PointArray);
J1 := O1 + O2 + O3; edit7.Text := floattostr(j1);
J2 := O4 + O5 + O6; edit8.Text:= floattostr(j2);
J3 := O7 + O8 + O9; edit9.Text:= floattostr(j3);
J4 := t1 + t2 + t3; edit10.Text:= floattostr(j4);

```

```

J5 := x1 + x2 + x3; edit11.Text:= floattostr(j5);
J6 := y1 + y2 + y3; edit12.Text:= floattostr(j6);
J33 := 1-j2-j5; edit2.Text:= floattostr(j33);
J22 := 1-j3-j5; edit3.Text:= floattostr(j22);
J11 := 1-j3-j6; edit4.Text:= floattostr(j11);
memo20.Lines.Add('j1= ' +floattostr(j1) );
memo20.Lines.Add('j2= ' +floattostr(j2) );
memo20.Lines.Add('j3= ' +floattostr(j3) );
memo20.Lines.Add('j4= ' +floattostr(j4) );
memo20.Lines.Add('j5= ' +floattostr(j5) );
memo20.Lines.Add('j6= ' +floattostr(j6) );
// memo20.Lines.Add('j7= ' +floattostr(j1) );

edit1.Text:= floattostr(f1);
label18.Caption:= 'ТОТОБО!'; end;
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
Var ExcelApplication:Variant;
begin
ExcelApplication:=CreateOleObject('Excel.Applicati
on');
ExcelApplication.visible:=true;
ExcelApplication.Workbooks.Add('C:\1.xls');
//ExcelApplication.Cells[1,1].value:=1; //пробник!
FOR s := 1 TO StringGrid2.colcount do
FOR s1 := 1 TO StringGrid2.rowcount do
ExcelApplication.Cells[s1,s].value:=
strtofloat(StringGrid2.Cells[s-1,s1-1]);
end;
procedure TForm1.FormActivate(Sender: TObject);
begin
label18.Caption:= 'жми и подожди!';
StringGrid1.Cells[0,0]:= 'h' ;
StringGrid1.Cells[0,1]:= 'k' ;
StringGrid1.Cells[0,2]:= 'l' ;
StringGrid1.Cells[0,3]:= 'n' ;
StringGrid1.Cells[0,4]:= 'u' ;
StringGrid1.Cells[0,5]:= 'v' ;
StringGrid1.Cells[0,6]:= 'w' ;
StringGrid1.Cells[0,7]:= 'p' ;
end;
procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
var
GRect: TGridRect;
S, CS, F: string;
L, R, C: Byte;
begin
GRect := StringGrid1.Selection;
L := GRect.Left;
R := GRect.Top;
S := Clipboard.AsText;
R := R - 1;
while Pos(#13, S) > 0 do
begin
R := R + 1;
C := L - 1;
CS := Copy(S, 1,Pos(#13, S));
while Pos(#9, CS) > 0 do
begin
C := C + 1;
if (C <= StringGrid1.ColCount - 1) and (R <=
StringGrid1.RowCount - 1) then
StringGrid1.Cells[C, R] := Copy(CS, 1,Pos(#9,
CS) - 1);
F := Copy(CS, 1,Pos(#9, CS) - 1);
Delete(CS, 1,Pos(#9, CS));
end;
if (C <= StringGrid1.ColCount - 1) and (R <=
StringGrid1.RowCount - 1) then
StringGrid1.Cells[C + 1,R] := Copy(CS,
1,Pos(#13, CS) - 1);
Delete(S, 1,Pos(#13, S));
if Copy(S, 1,1) = #10 then
Delete(S, 1,1);
end;end;end.

```

## 2. Листинг компьютерной программы моделирования фрактальных поверхностей разрушения металлических материалов

```

unit Main;

interface

uses
  Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics,
  Controls, Forms, Dialogs,
  StdCtrls, ExtCtrls, Menus, ComCtrls, Buttons,
  Gauges;

type
  TMyMain = class(TForm)
    Bevel1: TBevel;
    Image1: TImage;
    MainMenu1: TMainMenu;
    File1: TMenuItem;
    Save1: TMenuItem;
    OpenFileDialog1: TOpenDialog;
    SaveDialog1: TSaveDialog;
    BaseShape1: TMenuItem;
    Exit1: TMenuItem;
    Information: TMenuItem;
    NEXT: TBitBtn;
    Triangles: TMenuItem;
    Label1: TLabel;
    Label2: TLabel;
    Label3: TLabel;
    Label4: TLabel;
    TrackBar1: TTrackBar;
    TrackBar2: TTrackBar;
    TrackBar3: TTrackBar;
    Shape1: TShape;
    Label5: TLabel;
    Label6: TLabel;
    Label7: TLabel;
    RadioGroup1: TRadioGroup;
    TrackBar4: TTrackBar;
    TrackBar5: TTrackBar;
    TrackBar6: TTrackBar;
    procedure Save1Click(Sender: TObject);
    procedure Open1Click(Sender: TObject);
    procedure FormCreate(Sender: TObject);
    procedure FormClose(Sender: TObject; var Action:
    TCloseAction);
    { procedure PyramidClick(Sender: TObject);}
    procedure FormShow(Sender: TObject);
    procedure TrianglesClick(Sender: TObject);
    procedure BitBtn1Click(Sender: TObject);
    procedure Exit1Click(Sender: TObject);
    procedure InformationClick(Sender: TObject);
    procedure TrackBar1Change(Sender: TObject);
    procedure TrackBar2Change(Sender: TObject);
    procedure TrackBar3Change(Sender: TObject);
    // procedure fonClick(Sender: TObject);
    // procedure PyramidClick(Sender: TObject);

    private
      { Private declarations }
    public
      { Public declarations }
    end;

var
  MyMain: TMyMain;
  x : THANDLE;
  fon : TBitmap;
  Procedure Showresult;
  implementation
  uses HelpForm, MyMath, ColorForm;
  {$R *.DFM}
  procedure TMyMain.Save1Click(Sender: TObject);
  var fileName : String;
  begin
    if SaveDialog1.execute then
      if SaveDialog1.FileName<>" then
        Image1.picture.SaveToFile(SaveDialog1.FileName)
      end;

    procedure TMyMain.Open1Click(Sender: TObject);
    var FileName:String;
    begin
      if opendirialog1.execute then
        begin
          end;
        end;

    procedure TMyMain.FormCreate(Sender: TObject);
    begin
      Fon:=TBitmap.Create;
      TRY
      Fon.LoadFromFile('fon.bmp');
      FINALLY
      END;//TRY
      FON.WIDTH :=402;
      FON.HEIGHT:=402;
      Randomize;
      New(HeadRib);
      New(HeadTri);
      HeadTri^.next:=nil;
      HeadRib^.next:=nil;
      corect:=false;
      NTri:=0;
      NRib:=0;
      end;

    procedure TMyMain.FormClose(Sender: TObject;
    var Action: TCloseAction);
    begin
      freeRibList(HeadRib);
      FreeTriList(HeadTri);
      end;
  end;

```

```

procedure TMyMain.FormShow(Sender: TObject);
Var wrl : TRibList;
begin
ShowResult;
end;
procedure TMyMain.TrianglesClick(Sender:
TObject);
var p : array [1..3] of TPoint3d;
    t : TTriList;
    i : Byte;
    rib : array [1..3] of TRibList;
begin
// СОЗДАНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКА
FreeRibList(HeadRib^.next);
FreeTriList(HeadTri^.next);
HeadRib^.next:=nil;
headTri^.next:=nil;
corect:= false;// обязательно
p[1]:=Point3d(200,180,80);
p[2]:=Point3d(-200,180,100);
p[3]:=Point3d( 0,-200,-50);
for i:=1 to 3 do
begin
New(rib[i]);
rib[i]^next:=HeadRib^.next;
HeadRib^.next:=rib[i];
rib[i]^p[1]:=p[i];
rib[i]^p[2]:=p[(i mod 3)+1 ];
rib[i]^change:=false;
end;
New(t);
t^.next:=HeadTri^.next;
HeadTri^.next:=t;
for i:=1 to 3 do
begin
t^.rib[i]:=rib[i];
t^.direct[i]:=true;
end;
NRib:=3;
NTri:=3;
Mymain.label1.caption:='1';
Mymain.label2.caption:='3';
Mymain.FormShow(Sender);
end;
procedure TMyMain.BitBtn1Click(Sender: TObject);
begin
nextframe;// ВЫЗОВ ВЫЧИСЛЕНИЕ
СЛЕДУЮЩЕГО ШАГА
end;
procedure TMyMain.Exit1Click(Sender: TObject);
begin close;
end;
procedure TMyMain.InformationClick(Sender:
TObject);
begin
Form1.ShowModal;
ShowResult;
end;
procedure ShowResult; // ВЫВОД РЕЗУЛЬТАТА
Var wrl : TTriList;
    triangle : array [1..3] of TPoint;
Begin
with MyMain do

```

```

Begin
Image1.picture.bitmap:=fon;
Image1.canvas.Pen.Style:=psClear {ClGreen};
Wtl:=headTri^.next;
while wtl <> nil do //

```

При составлении предыдущего фрагмента использованы результаты из [142].  
Дальнейшая программа является оригинальной.

#### ПЕРЕБИРАЕМ ВСЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

```

begin
// ПРЕОБРАЗУЕМ ТРЕХ МЕРНУЮ ТОЧКУ В
2-Х МЕРНУЮ
Triangle[1].x:=round(Wtl^.rib[1]^p[1].x+200);
Triangle[1].y:=round(Wtl^.rib[1]^p[1].y+200);
Triangle[2].x:=round(Wtl^.rib[1]^p[2].x+200);
Triangle[2].y:=round(Wtl^.rib[1]^p[2].y+200);

if ((wtl^.rib[2]^p[1].x=wtl^.rib[3]^p[1].x) and
(wtl^.rib[2]^p[1].y=wtl^.rib[3]^p[1].y) or
((wtl^.rib[2]^p[2].x=wtl^.rib[3]^p[1].x) and
(wtl^.rib[2]^p[2].y=wtl^.rib[3]^p[1].y)) then
begin
triangle[3].x:=round(wtl^.rib[3]^p[1].x+200);
triangle[3].y:=round(wtl^.rib[3]^p[1].y+200);
end
else
begin
triangle[3].x:=round(wtl^.rib[3]^p[2].x+200);
triangle[3].y:=round(wtl^.rib[3]^p[2].y+200);
end;
// image1.Canvas.Brush.Color:= MyColor;
Image1.canvas.Brush.Color:=ColorRes(wtl);//
ВЫЧИСЛЯЕМ ЦВЕТ ТРЕУГОЛЬНИКА
image1.canvas.Polygon(Triangle);// ПЕСУЕМ
ТРЕУГОЛЬНИК
wtl:=wtl^.next;
end;
end // with
end;
procedure TMyMain.TrackBar1Change(Sender:
TObject);
begin
MyColor:=TrackBar1.Position+TrackBar2.Position*2
56+TrackBar3.Position*256*256;
Shape1.Brush.Color:=MyColor;
end;
procedure TMyMain.TrackBar2Change(Sender:
TObject);
begin
MyColor:=TrackBar1.Position+TrackBar2.Position*2
56+TrackBar3.Position*256*256;
Shape1.Brush.Color:=MyColor;
end;

procedure TMyMain.TrackBar3Change(Sender:
TObject);
begin
MyColor:=TrackBar1.Position+TrackBar2.Position*2
56+TrackBar3.Position*256*256;
Shape1.Brush.Color:=MyColor;

```

end;end.