

ДЕРЖАВНИЙ ЗАКЛАД «ПІВДЕННОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ  
ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
імені К. Д. УШИНСЬКОГО»

Кафедра прикладної математики та інформатики

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ  
ТА ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З НАВЧАЛЬНОЇ  
ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРЕТИЧНА ФІЗИКА (Квантова механіка)»**

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
спеціальності 014 Середня освіта (Фізика)

ОДЕСА 2026

УДК: 537.8

Рекомендовано до друку вченою радою

Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний  
університет імені К. Д. Ушинського»

протокол від «25» червня 2026 року №

#### **РЕЦЕНЗЕНТИ:**

**Писаренко О. М.** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри фізики Одеської державної академії будівництва та архітектури

**Ніцук Ю. А.** – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фізики та астрономії Одеського національного університету імені І. І. Мечникова

#### **Укладач:**

**Гохман О. Р.** – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри прикладної математики та інформатики

Методичні рекомендації до проведення практичних занять та організації самостійної роботи з навчальної дисципліни «Теоретична фізика» / укладач

О. Р. Гохман – Одеса, Університет Ушинського, 2026. 26 с.

*Методичні рекомендації до практичних занять та організації самостійної роботи з навчальної дисципліни «Теоретична фізика (Квантова механіка)» мають на меті допомогти студентам засвоїти теоретичний матеріал та знайти підходи до розв'язання типових задач з розділу «Квантова механіка»..*

*В роботі представлено методичні рекомендації щодо розв'язання задач з питань «Квантової механіки», які викликають у студентів певні труднощі. Наведено алгоритми та приклади розв'язання задач, завдання для самостійної роботи та теоретичні відомості до їх розв'язання.*

*Рекомендовано для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 014 Середня освіта (Фізика) з метою закріплення, поглиблення й узагальнення знань, одержаних під час навчання*

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
1. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ.....	4
2. РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ОПРАЦЮВАННЯ ПИТАНЬ З КУРСУ КВАНТОВА МЕХАНІКА, ЩО ВИНЕСЕНІ НА САМОСТІЙНУ РОБОТУ	8
3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	9
РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ	24

## ВСТУП

Методичні рекомендації присвячені рішенняю задач з квантової механіки. Питання квантової механіки є базовими питанням при вивченні теоретичної фізики для здобувачів вищої освіти спеціальності 014 Середня освіта (Фізика) ІНН природничо-математичних наук, інформатики та менеджменту. Для володіння відповідними компетентностями з даної теми є важливим не тільки теоретична підготовка, але й практика рішення задач. Питання «квантової механіки» викликають у студентів певні труднощі, тому розробка методичних рекомендацій по даній темі є актуальною. В методичних рекомендаціях розглянуті такі питання:

1. Рекомендації щодо опрацювання питань з курсу квантова механіка, що винесені на самостійну роботу;
2. Підбір типових задач з квантової механіки;
3. Методичні рекомендації до Розв'язання цих задач;

Методичні рекомендації пропонуються для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 014 Середня освіта (Фізика) з метою закріплення, поглиблення й узагальнення знань, одержаних під час навчання

## 1. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Питання квантової механіки входять до змістового модуля 1 робочої програми навчальної дисципліни ОК 12. ТЕОРЕТИЧНА ФІЗИКА ОПП Середня освіта (Фізика) спеціальності 014 Середня освіта (Фізика).

### **Змістовий модуль I. Фізичні основи квантової механіки. Рівняння Шредінгера.**

#### **Тема 1. Співвідношення хвильової та корпускулярної теорій мікрооб'єктів.**

Хвилі амплітуди імовірності. Вимірювання координат та імпульсу. Інтерференція електронів та рентгенівських промінів. Дифракція електронів та рентгенівських промінів.

#### **Тема 2. Основна задача та принципи квантової механіки.**

Принцип невизначеності Гейзенберга. Основна задача квантової механіки. Принцип додатковості Ернфеста. Принцип Паулі та періодична таблиця елементів.

#### **Тема 3. Електрон у атомі водню.**

Рівняння Шредінгера у сферичній системи координат. Квантові числа, що характеризують електрон в атомі водню. Вплив зовнішнього електричного поля на рух електрона в атомі водню. Вплив зовнішнього магнітного поля на рух електрона в атомі водню.

#### **Тема 4. Проходження мікрочастинки скрізь потенційний бар'єр.**

Нескінченно глибока потенційна яма. Прямокутна потенційна яма кінцевої глибини. Залежність коефіцієнта проникливості потенційного бар'єру від енергії мікрочастинки. Явище резонансу коефіцієнту проникливості потенційного бар'єру у присутності зовнішнього електричного та магнітного поля.

### **Змістовий модуль 2. Рівняння Шредінгера для багатоелектронної системи.**

#### **Тема 5. Метод Хартрі-Фока.**

Метод самоузгодженого поля. Метод Хартрі. Метод Хартрі-Фока для легких атомів. Границі застосування методу Хартрі-Фока.

#### **Тема 6. Метод Томаса-Фермі.**

Варіаційний принцип. Статистичний метод Томаса-Фермі для важких атомів. Границі застосування методу Томаса-Фермі.

### 5.1. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	
1	
Тема 1 Співвідношення хвильової та корпускулярної теорій мікрооб'єктів.	
Тема 2. Основна задача та принципи квантової механіки.	
Тема 3. Електрон у атомі водню.	
Тема 4. Проходження мікрочастинки скрізь потенційний бар'єр .	
Тема 5. Метод Хартрі-Фока.	
Тема 6. Метод Томаса-Фермі.	
<b>ІНДЗ</b>	
<b>Усього годин</b>	

### 1.2. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
<b>Змістовий модуль 1.</b>			
1	Семинар на тему «Співвідношення хвильової та корпускулярної теорій мікрооб'єктів».	2	

2	Семінар на тему «Основна задача та принципи квантової механіки».	2	
3	Практичне заняття «Залежність коефіцієнта проникливості потенційного бар'єру від енергії мікрочастинки».	2	
4	Практичне заняття «Явище резонансу коефіцієнту проникливості потенційного бар'єру у присутності зовнішнього електричного поля».	2	
5	Практичне заняття «Явище резонансу коефіцієнту проникливості потенційного бар'єру у присутності зовнішнього магнітного поля»	2	
6	Семінар на тему «Метод самоузгодженого поля».	2	
7	Семінар на тему «Границі застосування методу Хартрі-Фока».	2	
8	Семінар на тему «Варіаційний принцип».	2	
9	Семінар на тему «Границі застосування методу Томаса-Фермі».	2	
	<b>РАЗОМ</b>	<b>18</b>	

### 1.3. Самостійна робота

№ п/п	Назва теми	Кількість годин	Кількість годин	Форми контролю
		денна	заочна	
1	Співвідношення хвильової та корпускулярної теорій мікрооб'єктів.	6		індивідуальне опитування, колективна співбесіда, перевірка виконання практичних завдань, контрольна письмова робота, презентація результатів самостійної роботи, екзамен
2	Основна задача та принципи квантової механіки.	6		
3	Електрон у атомі водню.	16		
4	Проходження мікрочастинки скрізь потенційний бар'єр.	14		
5	Метод Хартрі-Фока.	4		
6	Метод Томаса-Фермі.	4		
<b>Разом</b>		<b>50</b>		

### РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ОПРАЦЮВАННЯ ПИТАНЬ З КУРСУ КВАНТОВА МЕХАНІКА, ЩО ВИНЕСЕНІ НА САМОСТІЙНУ РОБОТУ.

#### 1. Співвідношення хвильової та корпускулярної теорій мікрооб'єктів.

##### **Повторити наступні теми з хвильової оптики:**

Явище інтерференції; когерентні хвилі; когерентні джерела; умови максимумів та мінімумів у інтерференційній картині; складнощі спостереження інтерференції світла та шляхи їх подолання; дослід Юнга, біпризма Френеля, бідзеркала Френеля, інтерферометр Фабрі-Перо, інтерферометр Майкельсона.

Явище дифракції; принцип Гюйгенса, принцип Гюйгенса-Френеля; складнощі спостереження дифракції світла та шляхи їх подолання; дослід Араго-Френеля; метод зон Френеля; умови спостереження максимумів та мінімумів у дифракційній картині; штучні дифракційні ґратки, природні дифракційні ґратки (кристал), рівняння Лауе та рівняння Вульфа-Брегга; оптичний мікроскоп та його обмеження.

Явище поляризації; природне та поляризоване світло; засоби поляризації; поляризатор та аналізатор, закон Малюса; використання поляризованого світла.

**Повторити наступні теми з класичної механіки:**

Закони Ньютона, інерційні та неінерційні системи відліку; закон збереження імпульсу та умови його виконання, закон збереження механічної енергії та умови його виконання.

**Самостійно опрацювати:**

Дослід Девідсона-Джермера, дослід Тартаковського, дослід Фабриканта; фізичний принцип роботи та обмеження електронного мікроскопу, скануючий електронний мікроскоп, електронний мікроскоп, що просвічує.

**2. Основна задача та принципи квантової механіки.**

**Повторити:**

Основну задачу класичної механіки; ймовірність, шлях визначення ймовірності складної події.

**Самостійно опрацювати:**

Уявні досліди щодо розповсюдження електронів, викладені у підручнику «Фейнманівські лекції з фізики», 6-том.

**3. Електрон у атомі водню.**

**Повторити:**

Спектральні закономірності атоми водню, постулати Бора; закон Кулона.

**Самостійно опрацювати:**

Сферична система координат.

**4. Проходження мікрочастинки скрізь потенційний бар'єр.**

**Повторити:**

Радіоактивний розчин,  $\alpha$ -розчин, перша та друга космічні швидкості.

**Самостійно опрацювати:**

Автоелектронна (холодна) емісія).

**5. Метод Хартрі-Фока.**

**Повторити:**

Рівняння Шредінгера та його розв'язання для електрона в атомі водню.

**Самостійно опрацювати:**

Доказ неможливості отримання точного рішення рівняння Шредінгера для багатоелектронної системи.

**6. Метод Томаса-Фермі.**

**Повторити:**

Принцип Паулі. Періодичний закон розташування хімічних елементів у таблиці Менделєєва.

**Самостійно опрацювати:**

Межі застосування методу Томаса-Фермі.

## ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.

### Задача 1.

Хвильова функція мікрочастинки має вигляд  $\psi(x) = A \exp(-x^2/2a^2 + ik_0x)$ . Знайти константу нормування  $A$  та середнє значення координати  $x$ .

### Розв'язання.

Відповідно до стандартних умов, що накладаються на хвильову функцію:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(x)\Psi(x)dx = 1 \quad (1)$$

$$A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2} - ik_0x\right) \cdot \left(-\frac{x^2}{2a^2} + ik_0x\right) dx = 1 \quad (2)$$

$$A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right) dx = 1 \quad (3)$$

$$A^2 \left[ \frac{x}{a} = t; dx = a dt \right] \quad (4)$$

$$A^2 a \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-t^2) dt = 1 \quad (5)$$

$$A^2 a \sqrt{\pi} = 1 \quad (6)$$

Константу нормування  $A$  знаходимо з формули (6):

$$A = \sqrt{\frac{1}{a\sqrt{\pi}}} \quad (7)$$

Середнє значення координати  $x$  мікрочастинки знаходимо по формулі (8):

$$x_{cp} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(x)x\Psi(x)dx \quad (8)$$

$$x_{cp} = A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2} - ik_0x\right) x \left(-\frac{x^2}{2a^2} + ik_0x\right) dx \quad (9)$$

$$x_{cp} = A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right) x dx \quad (10)$$

В формулі (10) здійснюється інтегрування непарної функції у симетричних межах. Тому середнє значення координати  $x$  мікрочастинки дорівнює нулю.

**Відповідь:** Константа нормування  $A$  хвильової функції мікрочастинки дорівнює  $\sqrt{\frac{1}{a\sqrt{\pi}}}$ , середнє значення координати  $x$  мікрочастинки дорівнює нулю.

## Задача 2.

Знайти середнє значення координати мікрочастинки у нескінченно глибокій потенційної ямі шириною  $L$ .

### Розв'язання.

Мікрочастинка у нескінченно глибокій потенційної ямі шириною  $L$  описується хвильовою функцією (1):

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}, \text{ де } n=1,2,3,\dots \quad (1)$$

Згідно до законів статистичної фізики, середнє значення координати мікрочастинки ( $x_{\text{ср}}$ ) у нескінченно глибокій потенційної ямі:

$$x_{\text{ср}} = \int_0^L x \frac{2}{L} \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx \quad (2)$$

$$x_{\text{ср}} = 2/L \int_0^L x \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx \quad (3)$$

$$x_{\text{ср}} = 2/L \int_0^L x \frac{1 - \cos \frac{2n\pi x}{L}}{2} dx \quad (4)$$

$$x_{\text{ср}} = I_1 - I_2, \quad (5)$$

де

$$I_1 = \frac{1}{L} \int_0^L x dx = \frac{1}{L} \frac{L^2}{2} = \frac{L}{2} \quad (6)$$

$$I_2 = \frac{1}{L} \int_0^L x \cos \frac{2n\pi x}{L} dx \quad (7)$$

$$I_2 = \frac{1}{L} \left[ x = u; dx = du; \cos \frac{2n\pi x}{L} dx = dv; v = \frac{L}{2n\pi} \sin \frac{2n\pi x}{L} \right] \quad (8)$$

$$I_2 = \frac{1}{L} x \frac{L}{2n\pi} \sin \frac{2n\pi x}{L} - \int_0^L \frac{L}{2n\pi} \sin \frac{2n\pi x}{L} dx \quad (9)$$

$$I_2 = 0 \quad (10)$$

$$x_{\text{ср}} = \frac{L}{2} \quad (11)$$

**Відповідь:** Мікрочастинка у нескінченно глибокій потенційної ямі в середньому знаходиться у середині зазначеної ями.

**Задача 3.**

Обчислити відношення кінетичної енергії електрона до кінетичної енергії протона з однаковою довжиною хвилі де Бройля. Швидкості значно менше, ніж швидкість світла.

**Розв'язання.**

$$\lambda_B(e^-) = \lambda_B(p^+) \quad (1)$$

$$\frac{h}{p(e^-)} = \frac{h}{p(p^+)} \quad (2)$$

$$K(e^-) = \frac{p^2(e^-)}{2m_{e^-}} \quad (3)$$

$$K(p^+) = \frac{p^2(p^+)}{2m_{p^+}} \quad (4)$$

$$\frac{K(e^-)}{K(p^+)} = \frac{m(p^+)}{m_{e^-}} \quad (5)$$

$$\frac{K(e^-)}{K(p^+)} = 1836 \quad (6)$$

**Відповідь:** Відношення кінетичної енергії електрона до кінетичної енергії протона з однаковою довжиною хвилі де Бройля дорівнює 1836.

**Задача 4.**

Знайти довжину хвилі де Бройля для атома водню, що рухається при температурі  $T = 293$  К з найбільш ймовірною швидкістю.

**Розв'язання.**

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$p = mv_B \quad (2)$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \quad (3)$$

$$p = m \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \quad (4)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{m} \sqrt{\frac{\mu}{2RT}} \quad (5)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}, \mu = 0,001 \text{ кг/моль}$$

$$\lambda_B = 175 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для атома водню, що рухається при температурі  $T = 293 \text{ К}$  з найбільш ймовірною швидкістю, дорівнює  $175 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ .

### Задача 5.

Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, що рухається першою борівською орбітою атома водню.

#### Розв'язання.

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \tag{1}$$

квантування моменту імпульсу:

$$r \cdot p = n \cdot h / (2 \cdot \pi) \tag{2}$$

$$p = \frac{nh}{2\pi r} \tag{3}$$

$$\lambda_B = \frac{2\pi r}{n} \tag{4}$$

$$n=1, r=0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

$$\lambda_B = 3,3284 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для електрона, що рухається першою борівською орбітою атома водню, дорівнює  $3,3284 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ .

### Задача 6.

$\alpha$ -частинка рухається по колу радіусом  $r = 8,3 \text{ мм}$  в однорідному магнітному полі, напруженість якого  $H = 18,9 \text{ кА/м}^2$ . Знайти довжину хвилі де Бройля для  $\alpha$ -частинки.

#### Розв'язання.

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \tag{1}$$

$$F_L = Bqv \tag{2}$$

$$B = \mu \mu_0 H \tag{3}$$

$$F_L = q\mu\mu_0 H v \quad (4)$$

$$a = \frac{F_L}{m} \quad (5)$$

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (6)$$

$$\frac{v^2}{r} = \frac{q\mu\mu_0 H v}{m} \quad (7)$$

$$p = mv = r q\mu\mu_0 H \quad (8)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{r q\mu\mu_0 H} \quad (9)$$

$$H = 18900 \frac{A}{m^2}, \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{Дж}{с}, \quad r = 0,0083 м, \quad q = 3,2 \cdot 10^{-19} Кл,$$

$$\mu = 1, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Гн/м$$

$$\lambda_B = 1,05 \cdot 10^{-11} м$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для  $\alpha$ -частинки, що рухається по колу радіусом  $r = 8,3$  мм в однорідному магнітному полі, напруженість якого  $H = 18,9$  кА/м<sup>2</sup>, дорівнює  $1,05 \cdot 10^{-11}$  м.

### Задача 7.

Заряджена частинка, прискорена різницею потенціалів  $U = 200$  В, має довжину повні де Бройля  $\lambda_B = 2,02$  пм. Знайти масу частинки, якщо її заряд чисельно дорівнює заряду електрона.

### Розв'язання.

$$qU = \frac{p^2}{2m} \quad (1)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (2)$$

$$qU = \frac{h^2}{2m\lambda_B^2} \quad (3)$$

$$m = \frac{h^2}{2qU\lambda_B^2} \quad (4)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{Дж}{с}, \quad q = 1,6 \cdot 10^{-19} Кл, \quad U = 200 В, \quad \lambda_B = 2,02 \cdot 10^{-12} м.$$

$$m = 1,68 \cdot 10^{-27} кг$$

**Відповідь:** Маса частинки з зарядом, який чисельно дорівнює заряду електрона, що прискорена різницею потенціалів  $U = 200\text{В}$ , має довжину повні де Бройля  $2,02\text{ пм}$ , дорівнює  $1,68 \cdot 10^{-27}\text{ кг}$ .

**Задача 8.**

Знайти довжину хвилі де Бройля для електронів, що пройшли різницю потенціалів  $U = 1\text{В}$ .

**Розв'язання.**

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$qU = \frac{p^2}{2m} \quad (2)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2mqU}} \quad (3)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, \quad q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, \quad U = 1\text{В}, \quad m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$\lambda_B = 1,2310^{-9} \text{ м}$$

**Відповідь:** Довжину хвилі де Бройля для електронів, що пройшли різницю потенціалів  $U = 1\text{В}$ , дорівнює  $1,23 \cdot 10^{-9}\text{ м}$ .

**Задача 9.**

Знайти довжину хвилі де Бройля для електронів, що пройшли різницю потенціалів  $U = 100\text{ В}$ .

**Розв'язання.**

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$qU = \frac{p^2}{2m} \quad (2)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2mqU}} \quad (3)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, \quad q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, \quad U = 100\text{ В}, \quad m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$\lambda_B = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для електронів, що пройшли різницю потенціалів  $U = 100$  В, дорівнює  $1,23 \cdot 10^{-10}$  м.

**Задача 10.**

Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 10^6$  м/с

**Розв'язання.**

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$p = mv \quad (2)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{mv} \quad (1)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, \quad m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, \quad v = 10^6 \text{ м/с.}$$
$$\lambda_B = 7,29 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 10^6$  м/с, дорівнює  $7,29 \cdot 10^{-10}$  м.

**Задача 11.**

Знайти довжину хвилі де Бройля для атома водню, що рухається із середньою квадратичною швидкістю при температурі  $T = 300$  К.

**Розв'язання.**

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$p = mv_B \quad (2)$$

$$v_B = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad (3)$$

$$p = m \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad (4)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{m} \sqrt{\frac{\mu}{3RT}} \quad (5)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, R=8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}, \mu=0,001 \text{ кг/моль}$$

$$\lambda_B = 7,52 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для атома водню, що рухається при температурі  $T = 293 \text{ К}$  з найбільш ймовірною швидкістю, дорівнює  $7,52 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ .

### Задача 12.

Знайти довжину хвилі де Бройля для кулі масою  $m = 1 \text{ кг}$ , що рухається зі швидкістю  $v = 1 \text{ см/с}$ .

#### Розв'язання.

$$p = mv \tag{2}$$

$$\lambda_B = \frac{h}{mv} \tag{1}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, m = 1 \text{ кг}, v = 0,01 \text{ м/с}$$

$$\lambda_B = 6,63 \cdot 10^{-32} \text{ м}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для кулі масою  $m = 1 \text{ кг}$ , що рухається зі швидкістю  $v = 1 \text{ см/с}$ , дорівнює  $6,63 \cdot 10^{-32} \text{ м}$ .

### Задача 13.

Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, що має кінетичну енергію  $10 \text{ КеВ}$ .

#### Розв'язання.

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \tag{1}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} \tag{2}$$

$$p = \sqrt{2mE} \tag{3}$$

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \tag{4}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, E = 1,6 \cdot 10^4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$\lambda_B = 1,23 \cdot 10^{-11} \text{ м}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для електрона, що має

кінетичну енергію 10 КеВ., дорівнює  $1,23 \cdot 10^{-11}$ м.

**Задача 14.**

Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, що має кінетичну енергію 1МеВ.

**Розв'язання.**

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad (2)$$

$$p = \sqrt{2mE} \quad (3)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \quad (4)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, \quad m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, \quad E = 1,6 \cdot 10^6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$
$$\lambda_B = 1,23 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для електрона, що має кінетичну енергію 1МеВ., дорівнює  $1,23 \cdot 10^{-12}$ м.

**Задача 15.**

Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 2 \cdot 10^8$  м/с

**Розв'язання.**

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$p = mv \quad (2)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{mv} \quad (1)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, \quad m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, \quad v = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$
$$\lambda_B = 3,64 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 2 \cdot 10^8$  м/с, дорівнює  $3,64 \cdot 10^{-12}$ м.

**Задача 16.**

Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 2,2 \cdot 10^8$  м/с

**Розв'язання.**

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$p = mv \quad (2)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{mv} \quad (1)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, \quad m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, \quad v = 2,2 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$
$$\lambda_B = 3,31 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля  $\lambda$  для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 2,2 \cdot 10^8$  м/с, дорівнює  $3,31 \cdot 10^{-12}$  м.

**Задача 17.**

Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 2,4 \cdot 10^8$  м/с

**Розв'язання.**

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$p = mv \quad (2)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{mv} \quad (1)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, \quad m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, \quad v = 2,4 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$
$$\lambda_B = 3,04 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 2,4 \cdot 10^8$  м/с, дорівнює  $3,04 \cdot 10^{-12}$  м.

**Задача 18.**

Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 2,6 \cdot 10^8$  м/с

**Розв'язання.**

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$p = mv \quad (2)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{mv} \quad (1)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, v = 2,6 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

$$\lambda_B = 2,80 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 2,6 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ , дорівнює  $2,80 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ .

**Задача 19.**

Знайти довжину хвилі де Бройля  $\lambda$  для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 2,8 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

**Розв'язання.**

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (1)$$

$$p = mv \quad (2)$$

$$\lambda_B = \frac{h}{mv} \quad (1)$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}, m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, v = 2,8 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

$$\lambda_B = 2,60 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

**Відповідь:** Довжина хвилі де Бройля для електрона, що рухається зі швидкістю  $v = 2,8 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ , дорівнює  $2,60 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ .

**Задача 20.**

Знайдіть коефіцієнти відбиття та пропускання  $R$  та  $T$  для прямокутного потенційного бар'єру при  $E < V_0$ , у границі, де ширина бар'єру  $L \rightarrow 0$ , висота бар'єру  $V_0 \rightarrow +\infty$  та  $V_0 L = \nu$  (константа) (це так звана границя «тонкого бар'єру»).

### Розв'язання.

При умові  $L \rightarrow 0$ ,

$$Lk' = L \frac{2\pi\sqrt{2m(E+V_0)}}{h} \rightarrow \frac{2\pi\sqrt{2m\nu}}{h}\sqrt{L} \rightarrow 0 \quad (1)$$

$$k'^2 L \rightarrow 4\pi^2 \frac{2m\nu}{h^2} \quad (2)$$

$$T = \frac{16k^2 k'^2}{\left((k+ik')^2 e^{-ik'L} - (k-ik')e^{ik'L}\right)^2}, \quad (3)$$

де  $i = \sqrt{-1}$ ,  $k = \frac{2\pi\sqrt{2mE}}{h}$

$$T = \frac{16k^2 k'^2}{\left((k^2 - k'^2)(e^{-k'L} - e^{k'L}) + 2ikk'(e^{-k'L} + e^{k'L})\right)^2} \quad (4)$$

$$T = \frac{16k^2 k'^2}{(k'^2 2k'L + 2ikk'^2)^2} \quad (5)$$

$$T = \frac{4k^2}{(k'^2 L + 2ik)^2} \quad (6)$$

$$T = \frac{k^2}{\left(\frac{4\pi^2 m\nu}{h^2} + ik\right)^2} \quad (7)$$

$$R = 1 - T \quad (8)$$

**Відповідь:** Коефіцієнт пропускання  $T$  для прямокутного потенційного бар'єру при  $E < V_0$ , у границі, де ширина бар'єру  $L \rightarrow 0$ , висота бар'єру висота бар'єру  $V_0 \rightarrow +\infty$  та  $V_0 L = \nu$  (константа), дорівнює  $\frac{k^2}{\left(\frac{4\pi^2 m\nu}{h^2} + ik\right)^2}$ , де

$$k = \frac{2\pi\sqrt{2mE}}{h}, \text{ а коефіцієнт відбиття } R = 1 - T.$$

### Задача 21.

Класична електродинаміка передбачає, що заряд, що обертається по  $n$  коловій орбіті з кутовою орбітальною частотою  $\omega$ , випромінює електромагнітне випромінювання з тією ж частотою. Покажіть, що частота фотона, що випромінюється електроном атома водню Бора, який переходить

з орбіти  $(n+1)$  на орбіту  $n$  приблизно дорівнює частоті класичного колового руху, якщо  $n$  велико.

### Розв'язання.

Згідно до моделі Бора, електрон, що рухається в атомі водню на орбіті з номером  $n$ , має наступну повну енергію:

$$E_n = -4\pi^2 \frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 h^2} \cdot \frac{1}{2n^2}, \quad (1)$$

де маса електрона  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг, заряд електрона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, стала Планка  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$ , електрична стала  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$

Згідно до другого постулату Бора, електрон випромінює фотон при переході з верхньої орбіти на нижчу. Розглянемо перехід з орбіти з номером  $(n+1)$  на орбіту з номером  $n$ .

$$h\nu = E_{n+1} - E_n \quad (2)$$

$$h\nu = \pi^2 \frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 h^2} \cdot \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right) \quad (3)$$

Для великих  $n$  ( $n \gg 1$ )

$$h\nu = \pi^2 \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^3} \quad (4)$$

$$\nu = 4\pi^2 \frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 h^3} \cdot \frac{1}{n^3} \quad (5)$$

Згідно з законами класичної фізики:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}, \quad (6)$$

де  $r$  – радіус орбіти електрона

$$\frac{1}{r} = 4\pi\epsilon_0 \frac{mv^2}{e^2} \quad (7)$$

$$\frac{v}{r} = 4\pi\epsilon_0 \frac{mv^3}{e^2} \quad (8)$$

$$v = \frac{\omega}{2\pi} \quad (9)$$

$$v = \frac{v}{2\pi r} \quad (10)$$

$$v = 2\varepsilon_0 \frac{mv^3}{e^2} \quad (11)$$

$$E = E_{\text{п}} + E_{\text{к}} \quad (12)$$

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} \quad (13)$$

$$E_{\text{п}} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} \quad (14)$$

З рівняння (6):

$$mv^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (15)$$

З рівняння (13):

$$E_{\text{к}} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (16)$$

Тоді:

$$E = -\frac{mv^2}{2} \quad (17)$$

$$v^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{mr} \quad (18)$$

$$v = 2\varepsilon_0 \frac{m}{e^2} \left( \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{mr} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (19)$$

$$v = 2me \left( \frac{1}{4\pi} \frac{1}{mr} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \quad (20)$$

$$r = r_b n^2, \quad r_b = 0,53 \cdot 10^{-10}$$

$$v = 2\pi e \left( \frac{1}{4\pi} \frac{1}{mr_B} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} \cdot \frac{1}{n^3} \quad (21)$$

Згідно до рівняння (5), частота випромінювання електроном атома водню Бора, який переходить з орбіти  $(n+1)$  на орбіту  $n$ , при великих  $n$  обратно пропорційна  $n^3$ . Та ж залежність має місце у класичній фізиці (рівняння 21).

Значення частот, що розраховані за формулами (5) та (21) наведені у таблиці 1.

**Таблиця 1. Результати розрахунку частоти за формулами (21) та (5).**

Номер орбіти, $n$	Частота, що розрахована за класичною фізикою (формула 21), Гц	Частота, що розрахована за теорією Бора (формула 5), Гц
6	3,04E+13	3,02E+13
7	1,91E+13	1,90E+13
8	1,28E+13	1,28E+13
9	9,01E+12	8,96E+12
10	6,57E+12	6,53E+12
11	4,93E+12	4,91E+12
12	3,80E+12	3,78E+12
13	2,994E+12	2,97E+12
14	2,39E+12	2,38E+12
15	1,95E+12	1,94E+12

З наведених результатів можливо зробити висновок, що дійсно що частота фотона, що випромінюється електроном атома водню Бора, який переходить з орбіти  $(n+1)$  на орбіту  $n$  приблизно дорівнює частоті класичного колового руху, якщо  $n$  велико.

**Відповідь:** Частота фотона, що випромінюється електроном атома водню Бора, який переходить з орбіти  $(n+1)$  на орбіту  $n$  приблизно дорівнює частоті класичного колового руху, якщо  $n$  велико.

## Рекомендовані джерела інформації

### Основна література

1. Теоретична електродинаміка: навч. посіб. /Багацька О. В., Бутрим О. В., Колчигін О. В. та ін. Харків: ХНУ ім. Каразіна, 2017. 132 с.ика
2. Клубіс Я. Д., Шкатуляк Н. М. Основи електродинаміки: навч. посіб. Одеса: ПНПУ ім. К.Д. Ушинського, 2020. 208с.
3. Клубіс Я. Д., Шкатуляк Н. М. Збірник задач з електродинаміки: навч. посіб. Одеса: Фенікс, 2014, 284 с.
4. Трохимчук П. П. Теоретична фізика. Луцьк: Вежа-Друк, 2017, 256 с.
5. Головацький В. А. Електродинаміка. Чернівці: ЧНУ ім. Ю. Федьковича, 2015 281 с.
6. Жданов В. С., Пономаренко С. М., Долгошей В. Б. Класична електродинаміка. Збірник задач [Електронний ресурс]: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Сікорського, 2020, 98с.
7. Zhang Y., Jiang W., Gokhman A., Yang J., Shi Ke., Luan J., Cui Ye., Liaw P. K., Lium C. Enhanced irradiation tolerance of Fe<sub>30</sub>Cr<sub>25</sub>Ni<sub>20</sub>Co<sub>15</sub>Mn<sub>10</sub> high-entropy alloy via nanotwin boundaries. Journal of Nuclear Materials. 2021. Vol. 557, P. 153292-153301.
8. Liu, X., Li, H., Zhan, M. A review on the modeling and simulations of solid-state diffusional phase transformations in metals and alloys. Manuf. Rev. 5, 2018. P. 10.
9. T. Jourdan, G. Bencteux, G. Adjanor. Efficient simulation of kinetics of radiation induced defects: A cluster dynamics approach. Journal of Nuclear Materials 444, 2014. P. 298–313.
10. Kondria M., Gokhman A. Cluster dynamics simulation of the flux effect for neutron-irradiated pure iron. Radiation Effects and Defects in Solids 174, 2019. P. 56-65.

### Допоміжна література

1. Trochimchuck P. P. Relaxed Optics: Relatives and Perspectives. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2016. 260 p.

2. Пілінський В. В. Технічна електродинаміка та поширення радіохвиль: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Сікорського, 2014, 336 с.
3. Збірник задач з електродинаміки: навч. посіб./ Блажиевська М. В. та ін. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2015 112с..
4. Електродинаміка: навч. посіб. для студ. ВНЗ фізико-математичних спеціальностей / Дудик М. В., Діхтяренко Ю. В., Краснобокий Ю. М., Побоежець І. І. Умань: Жовтий О. О., 2015. 120 с.
5. Гохман О. Р., Ємельянова Д.В., Тадеуш О.Х. Дидактичні засоби самостійної роботи студентів в умовах кредитно-трансферного навчання : метод. посіб. Одеса, 2018. 102 с.
6. Gokhman, A., Nový, Z., Čížek, J. et al. Twinning and Precipitation Processes in Hardened and Tempered 54SiCr6 Spring Steel. J. of Materi Eng and Perform (2024). <https://doi.org/10.1007/s11665-024-10550-2>
7. Gokhman A., Motyčka P., Salvetr P., Nový Z., Kotous J., Briukhanov A., Džugan J. Kinetics of Austenite Decomposition in 54SiCr6 Steel during Continuous Slow Cooling Conditions. Materials (Basel). 2023. Vol. 16, P. 4619-4632.
8. Aspect, Alain (November 2017). "From Huygens' waves to Einstein's photons: Weird light". Comptes Rendus Physique. 18 (9–10): 498–503. Bibcode:2017CRPhy..18..498A. doi:10.1016/j.crhy.2017.11.005.
9. Vacciaagaluppi, G., 2016, "The Role of Decoherence in Quantum Mechanics", Stanford Encyclopedia of Philosophy, (Fall 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/fall2016/entries/qm-decoherence/>
10. M. Alkhateeb, A. Matzkin, Microcausality and tunneling times in relativistic quantum field theory, ( October, 2025) Phys. Rev. D 112, 076005..

### Інформаційні ресурси

1. [Інформаційні ресурси](#)
2. [Міністерство освіти і науки України. URL: http://www.mon.gov.ua](http://www.mon.gov.ua)
3. [Український центр оцінювання якості освіти. URL: https://testportal.gov.ua](https://testportal.gov.ua)
4. [Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського. URL: http://www.nbuv.gov.ua](http://www.nbuv.gov.ua)
5. [Одеська національна наукова бібліотека. URL: http://odnb.odessa.ua](http://odnb.odessa.ua)
6. [Бібліотека Університету Ушинського. URL: https://library.pdpu.edu.ua/](https://library.pdpu.edu.ua/)
7. [Департамент освіти Одеської міської ради. URL: https://osvita-omr.gov.ua/](https://osvita-omr.gov.ua/)
8. [Сайт безкоштовних онлайн-курсів: https://prometheus.org.ua/](https://prometheus.org.ua/)
9. [Сайт центру інноваційної освіти: вебсайт. URL: http://www.prosvitcenter.org/uk/navchannya-v-shkoli-onlayn-navchannya-zmi/](http://www.prosvitcenter.org/uk/navchannya-v-shkoli-onlayn-navchannya-zmi/)