

В. О. Швець

кандидат педагогічних наук, професор,
завідувач кафедри математики і теорії та
методики навчання математики,
НПУ імені М.П. Драгоманова, м. Київ
kmmvm@ukr.net

АНАЛОГІЯ У ФОРМУВАНЬ ПОНЯТЬ ПЛОЩА ФІГУРИ ТА ОБ'ЄМ ТІЛА

Опанувати математичними знаннями учню не просто. На це є багато причин: усталене небажання вивчати математику; відсутність позитивних мотивів до навчання; відсутність пізнавального інтересу до математики; складність теоретичного матеріалу; невміння розв'язувати задачі, тощо. Однією з вагомих причин, на наш погляд, є те що окремі теми часто подаються в підручниках, а потім вивчаються як не взаємопов'язані, відокремлені, що заважає учням побачити провідну ідею вивчення тієї чи іншої змістової лінії, змушує їх заглиблюватись в деталі, не помічаючи «за деревами лісу»! Досвід показує, що краще діяти навпаки: накреслити перспективну лінію вивчення того чи іншого фундаментального поняття шкільного курсу математики, а потім занурюватись в деталі, користуючись такими широковживаними прийомами розумової діяльності як аналогія, порівняння, узагальнення та конкретизація тощо. Наприклад, такий підхід гарно спрацьовує під час вивчення змістової лінії «Координати і вектори» (спочатку на площині, а потім в просторі) формування поняття геометричного тіла (плоского і просторового), об'єму і площі геометричного тіла (площі і периметра плоского тіла, об'єму і площі поверхні просторового тіла), перетворення фігур (на площині і в просторі) і т.д.

Проілюструємо застосування аналогії на прикладі формування понять площа плоского тіла (основна школа) і об'єм просторового тіла (старша школа). Зауважимо, що під **геометричним тілом** (плоским чи просторовим) будемо розуміти геометричну фігуру Φ метричного простору, якщо вона є замиканням деякої зв'язної області [1], [2], [3], [5].

Поняття площі (об'єму) тіла (плоского чи просторового) варто формувати базуючись на знаннях про фізичні величини (площа

ділянки, об'єму фізичного тіла), далі, після узагальнення їх властивостей, дати визначення:

площею (об'ємом) геометричного тіла називається додатна функція, яка володіє наступними властивостями:

- 1) задана на множині геометричних тіл;
- 2) рівним тілам ставить у відповідність рівні значення;
- 3) адитивна;
- 4) для квадрата (куба), довжина сторони (ребра) якого дорівнює одиниці, значення функції дорівнює одиниці.

Як бачимо, означення площі геометричного тіла (планіметрія), об'єму просторового тіла (стереометрія) – аналогічні. Далі слід вивчити який аналітичний вид цієї функції для плоских тіл та просторових і представити учням формули (таблиця формул).

Таблиця формул

Планіметрія	Стереометрія
<p>(1) $S = a \cdot h$ – для паралелограмів, де a - основа, h - висота паралелограма;</p> <p>(2) $S = \frac{1}{2} a \cdot h$ – для трикутників, де a - основа, h - висота трикутника;</p> <p>(3) $S = \frac{1}{2}(a+b) \cdot h$ – для трапеції, де a і b - основи трапеції, h - висота трапеції;</p> <p>(4) $S = \sum_{i=1}^n S_i$ - для багатокутників, де S_i - площа трикутників на які розбивається багатокутник;</p> <p>(5) $S = \pi \cdot r^2$ - для кругів, де r - радіус круга;</p>	<p>(1) $V = S_{\text{осн}} \cdot h$ - для призм, де $S_{\text{осн}}$ - площа основи, h - висота призми;</p> <p>(2) $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$ – для пірамід, де $S_{\text{осн}}$ - площа основи, h - висота піраміди;</p> <p>(3) $V = \frac{1}{3}(S_1 + \sqrt{S_1 \cdot S_2} + S_2) \cdot h$ – для зрізаних пірамід, де $S_1; S_2$ - площі основ, h - висота зрізаної піраміди;</p> <p>(4) $V = \sum_{i=1}^n V_i$ - для многогранників, де V_i - об'єм пірамід, на які розбивається многогранник;</p> <p>(5) $V = \pi \cdot r^2 h$ - для циліндрів, де r - радіус основи, h - висота циліндра;</p> <p>(6) $V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 h$ - для конусів, де r - радіус основи, h - висота конуса;</p>

<p>(6) $S = \frac{1}{2}rl$ - для кругових сегментів, де r - радіус круга, l - довжина дуги;</p> <p>(7) $S = \int_a^b f(x)dx$ - площа криволінійної трапеції, що визначає функція $y = f(x)$ задана на проміжку $[a; b]$.</p>	<p>(7) $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$ - об'єм тіла обертання, яке отримане обертанням криволінійної трапеції навколо осі OX;</p> <p>(8) $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ - для куль, де r - радіус кулі.</p>
--	---

Така перспективна лінія вивчення площ фігур в планіметрії і об'ємів тіл в стереометрії вибудована на одній ідеї, дає змогу учням побачити аналогію між поняттями (і структурну, і функціональну), сприймати математику, зокрема геометрію як цілісну науку, де одні знання породжують і розвивають інші. Такий підхід вимагає розробки відповідної методики реалізації запропонованої ідеї. Що і здійснюється в наших дослідженнях.

Література

1. Геннадій Михалін, Василь Швець, Тетяна Снігур. Щодо визначення поняття геометричного тіла у шкільному курсі геометрії // Математика в рідній школі. – 2015. – № 6. – С. 17–22.
2. Снігур Т.О. Плоске геометричне тіло: визначення поняття / Т. О. Снігур, В. О. Швець // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наук. праць. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2014. – № 14. – С. 104–109.
3. Швець В.О., Снігур Т.О. Поняття просторового тіла в шкільному курсі стереометрії // Pedagogy and Psychology. Science and Education a New Dimension, III(25), Issue:49, 2015. www.seanevdim.com. – С. 67–71. (Будапешт)
4. В. А. Швець. Формирование у старшоклассников понятия объема геометрического тела средствами ИКТ // Информатизация образования -2014: педагогические аспекты создания и функционирования виртуальной образовательной среды: Information of education – 2014: pedagogical aspects of the development of virtual educational environment: маталы междунар. науч. конф., Минск, 22-25 ок. 2014 з. / ред. кол.: В.В. Казаченок (отв. ред.) [и др.]. – Минск: БГУ, 2014. – С. 432–435.
5. Василий Швець, Татьяна Снигур. Понятие плоского геометрического тела в школьном курсе планиметрии // Edukacja Humanistyczna, Po'ltrocznik myśli społeczno-pedagogicznej 2015, Szczecin 2015, s. 147–157.

Анотація. *Швець Василь Олександрович. Аналогія у формуванні понять площа фігури і об'єм тіла. В статті розглядається застосування аналогії під час формування в учнів*

поняття площа плоского тіла (планіметрія) та об'єму просторового тіла (стереометрія) як додатнозначної функції, заданої на множині геометричних тіл.

Ключові слова: геометричне тіло, площа плоского тіла, об'єм просторового тіла, функція задана на множині тіл.

Анотація. Швец Василий Александрович. Аналогия во время формирования понятий площадь фигуры и объем тела. В статье рассматривается возможность применения аналогии во время формирования у учащихся понятия площадь плоского тела (планиметрия) и объем пространственного тела (стереометрия) как положительной функции, заданной на множестве геометрических тел.

Ключевые слова: геометрическое тело, площадь плоского тела, объем пространственного тела, функция, заданная на множестве тел.

Summary. Vasyl Shvets. The analogy in forming of concepts of figure area and body volume. In the article we consider using of analogy during forming for pupils notions of area of flat figure (planimetry) and volume of body (stereometry) as positive-valued function defined on the set of bodies.

Keywords: geometric body, flat figure area, volume of body, function defined on the set of bodies.