

Державний заклад «Південноукраїнський національний педагогічний
університет імені К.Д. Ушинського»

Кафедра математики і методики її навчання

С.О. Скворцова, Я.С. Гаєвець

**МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ В МОЛОДШИХ
ШКОЛЯРІВ ЗАГАЛЬНОГО УМІННЯ
РОЗВ'ЯЗУВАТИ СЮЖЕТНІ ЗАДАЧІ**

Навчальний посібник

Одеса - 2025

*Рекомендовано до друку рішенням ученої ради Державного закладу
«Південноукраїнський національний педагогічний університет імені
К. Д. Ушинського» (протокол 3 від 25 вересня 2025 року)*

Скворцова С. О., Гаєвець Я. С. Методика формування в молодших школярів загального уміння розв'язувати сюжетні задачі: навчальний посібник для здобувачів освіти першого освітнього рівня (бакалавр) спеціальності А3 Початкова освіта. Одеса, Університет Ушинського, 2025. 201 с.

Рецензенти:

Онопрієнко Оксана Володимирівна, завідувач відділу початкової освіти імені О.Я. Савченко, Інститут педагогіки НАПН України, доктор педагогічних наук, старший науковий співробітник, член-кореспондент НАПН України.

Романишин Руслана Ярославівна, завідувач кафедри початкової освіти та освітніх інновацій, Карпатський національний університет імені Василя Стефаника, доктор педагогічних наук, професор.

У навчальному посібнику викладено теоретико-методичні основи навчання учнів розв'язування сюжетних задач. Визначається зміст понять «загальне уміння розв'язувати задачі», «окреме уміння розв'язувати задачі». Виділяється операційний склад загального уміння розв'язувати прості та складені задачі. На основі визначених концептуальних теоретичних основ конструюється модель методичної системи навчання учнів розв'язування сюжетних задач в курсі математики початкової школи, що спрямована на формування загального уміння розв'язування задач та окремих умінь розв'язування задач певних видів.

Матеріал посібнику містить загальний опис дисципліни «Методика навчання математики» відповідно освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів спеціальності А3 Початкова освіта; теоретичну інформацію до окремих модулів, присвячених методиці навчання учнів 1-4 класів розв'язування сюжетних задач; завдання для самоперевірки; тематику та завдання до практичних занять; завдання до самостійної роботи здобувачів вищої освіти.

ВСТУП

Навчальна дисципліна «Методика навчання математики» є складовою частиною професійної підготовки майбутніх учителів початкової школи. Засвоєння означеної дисципліни дасть можливість здобувачам вищої освіти ознайомитися не тільки з теоретичним матеріалом, який вивчається в початковому курсі математики, а й підготувати їх до реалізації цілісного процесу навчання математики учнів початкової школи шляхом моделювання квазіпрофесійної навчально-пізнавальної діяльності майбутніх фахівців.

Матеріал навчального посібника розроблено відповідно до змісту і логіки освітньо-професійної програми підготовки майбутніх учителів початкової школи в Державному закладі «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського» за спеціальністю АЗ Початкова освіта. Зміст даного посібника повністю присвячений модулям, які спрямовані на ознайомлення здобувачів вищої освіти із методикою формування у молодших школярів загального уміння розв'язувати сюжетні задачі, зокрема:

- Змістовий модуль «Методика навчання розв'язування задач у 1 – 2-му класі» (3-ій рік навчання);
- Змістовий модуль «Дроби в курсі початкової математики» (4-ий рік навчання);
- Змістовий модуль «Методика навчання розв'язування задач в 3 – 4-му класі» (4-ий рік навчання).

Мета навчальної дисципліни «Методика навчання математики»: формування в майбутніх учителів початкової школи всіх складників методичної компетентності в галузі навчання математики молодших школярів (нормативного, варіативного, спеціально-методичного, контролюючого, оцінювального, проектувально-моделювального, технологічного).

Передумови для вивчення дисципліни: для вивчення навчальної дисципліни «Методика навчання математики» здобувачі освіти мають опанувати наступні навчальні дисципліни: «Педагогіка», «Математика».

За результатами опанування матеріалу дисципліни майбутні учителі початкової школи відповідно до ОПП за спеціальністю АЗ Початкова освіта мають демонструвати програмні результати навчання:

- інтегрувати та використовувати академічні предметні знання як основу змісту освітніх галузей Державного стандарту початкової освіти (мовно-літературної, математичної, природничої, технологічної, інформатичної, соціальної і здоров'язбережувальної, громадянської та історичної, мистецької, фізкультурної) та трансформувати їх у різні форми;
- планувати та організовувати освітній процес у початковій школі, позаурочні й позашкільні заняття та заходи, використовуючи різні організаційні

форми навчання та типи занять, із дотриманням принципу науковості та вимог нормативних документів початкової школи;

- використовувати в освітній практиці різні прийоми формувального, поточного і підсумкового оцінювання навчальних досягнень здобувачів початкової освіти, прийоми диференційованого оцінювання дітей з особливими освітніми потребами;

- застосовувати методи та прийоми навчання, інновації, міжпредметні зв'язки та інтегрувати зміст різних освітніх галузей в стандартних і нестандартних ситуаціях професійної діяльності в початковій школі, оцінювати результативність їх застосування;

- організовувати освітній простір з дотриманням принципів універсального дизайну, безпечно, проектувати навчальні осередки у класі спільно з молодшими школярами з урахуванням їхніх вікових особливостей, інтересів і потреб, забезпечувати дотримання вимог безпеки життєдіяльності, санітарії та гігієни, створювати психологічно комфортні умови освітнього процесу.

Очікувані результати навчання дисципліни: унаслідок вивчення навчальної дисципліни здобувачі вищої освіти мають:

знати:

- зміст нормативних документів, що регламентують функціонування початкової освіти: Державного стандарту початкової освіти, Типових освітніх програм, критеріїв оцінювання навчальних досягнень здобувачів початкової освіти;

- суть варіативних методичних систем навчання математики у початковій школі;

- методику навчання певних елементів змісту, визначених Типовими освітніми програмами з математики.

вміти:

- проектувати процес навчання математики у вигляді календарно-тематичного планування для певного року навчання, розділу, теми;

- моделювати процес навчання математики: розробляти проекти уроків та їх фрагменти, методику роботи над окремими видами завдань; проектувати методику підготовчої роботи, ознайомлення та формування уявлень і понять, умінь і навичок із метою набуття здобувачами початкової освіти очікуваних результатів, визначених Типовими освітніми програмами;

- проводити моніторинг результатів навчання здобувачів початкової освіти із певної теми, розділу тощо. Здійснювати контроль і оцінювання навчальних досягнень здобувачів початкової освіти згідно з критеріями оцінювання та у відповідності до очікуваних результатів, визначених Типовими освітніми програмами;

- проводити в початковій школі уроки з математики, відповідно до Типового навчального плану та Типових освітніх програм. Аналізувати урок щодо досягнення його мети й завдань, оцінювати ефективність застосованих форм, методів, засобів і технологій.

Унаслідок досягнення результатів навчання здобувачі вищої освіти в контексті змісту навчальної дисципліни мають опанувати такі **компетентності**:

Загальні компетентності:

- здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя;

- здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

Спеціальні компетентності:

- здатність до інтеграції та реалізації предметних знань як основи змісту освітніх галузей Державного стандарту початкової освіти: мовно-літературної, математичної, природничої, технологічної, інформатичної, соціальної і здоров'язбережувальної, громадянської та історичної, мистецької, фізкультурної;

- здатність до проєктування осередків навчання, виховання й розвитку здобувачів початкової освіти;

- здатність до моделювання змісту відповідно до очікуваних результатів навчання, добору оптимальних форм, методів, технологій та засобів формування ключових і предметних компетентностей молодших школярів у процесі вивчення освітніх галузей Державного стандарту початкової освіти: мовно-літературної, математичної, природничої, технологічної, інформатичної, соціальної і здоров'язбережувальної, громадянської та історичної, мистецької, фізкультурної;

- здатність до різних видів оцінювання навчальних досягнень здобувачів початкової освіти на засадах компетентнісного підходу.

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Частина I. Програма навчальної дисципліни (3 рік навчання)

Змістовий модуль 1. Загальні питання методики навчання математики в початковій школі

Тема 1. Побудова початкового курсу математики. Цілі і завдання навчання математики в початковій школі. Організація навчання математики в початковій школі. Сучасні навчальні технології у навчанні математики в початковій школі. Методика навчання математики як наука і як навчальний предмет. Державний стандарт загальної початкової освіти. Типові освітні програми з математики для 1-4 класів. Типи уроків математики. Сучасні навчальні технології у навчанні математики: розвивальне навчання математики; диференційоване навчання математики; укрупнення дидактичних одиниць при навчанні математики; ігрова технологія. Модель уроку за умови його побудови за різними навчальними технологіями.

Тема 2. Сучасний урок математики в початковій школі. Визначення загальної мети та завдань уроку. Стимулювання та мотивація навчально-пізнавальної діяльності. Актуалізація опорних знань та способів дії учнів. Ознайомлення та засвоєння нового навчального матеріалу. Формування вмінь та навичок. Контроль та оцінювання. Рефлексія навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроці.

Змістовий модуль 2. Методика навчання нумерації і арифметичних дій додавання і віднімання в концентрі «Десяток»

Тема 3. Методика актуалізації та систематизації знань першокласників на початку навчального року. Зміст навчання за Типовими освітніми програмами. Наочні посібники і дидактичний матеріал. Порядок вивчення теми. Аналіз чинних підручників. Методика навчання окремих питань теми: геометричні фігури; взаємне розміщення предметів у просторі; ознаки предметів; лічба предметів; множина.

Тема 4. Методика навчання нумерації чисел першого десятку. Зміст навчання за Типовими освітніми програмами. Наочні посібники і дидактичний матеріал. Порядок вивчення теми. Аналіз чинних підручників. Методика навчання окремих питань теми: «Формування поняття числа, як кількісної характеристики класу скінчених еквівалентних множин», «Порівняння чисел», «Склад числа».

Тема 5. Методика формування обчислювальних навичок додавання і віднімання в межах 10. Зміст навчання за Типовими освітніми програмами. Наочні посібники і дидактичний матеріал. Порядок вивчення теми. Аналіз

чинних підручників. Методика навчання окремих питань теми: «Формування конкретного змісту арифметичних дій додавання й віднімання», «Схематична інтерпретація арифметичних дій додавання й віднімання», «Назви компонентів арифметичних дій додавання й віднімання», «Додавання й віднімання числа 1», «Додавання й віднімання на числовому промені», «Додавання й віднімання чисел 2 – 5 частинами», «Переставний закон додавання», «Додавання чисел 6 – 9», «Взаємозв'язок арифметичних дій додавання й віднімання», «Віднімання чисел 6 – 9», «Таблиці додавання й віднімання. Залежність суми від зміни одного з доданків при сталому іншому доданку. Залежність різниці від зміни зменшуваного при сталому від'ємнику».

Змістовий модуль 3. Методика навчання нумерації і арифметичних дій додавання і віднімання, табличного множення та ділення в концентрі «Сотня»

Тема 6. Методика навчання нумерації чисел першої сотні. Зміст навчання за Типовими освітніми програмами. Наочні посібники і дидактичний матеріал. Порядок вивчення теми за чинними підручниками. Реалізація вимог нової навчальної програми у чинних підручниках. Методика навчання окремих питань теми: «Формування поняття про десяток як складену лічильну одиницю», «Усна та письмова нумерація чисел 11 – 20», «Усна та письмова нумерація чисел 21 – 100», «Порівняння чисел у межах 100», «Додавання і віднімання чисел на підставі нумерації».

Тема 7. Методика формування обчислювальних навичок додавання і віднімання в межах 100. Зміст навчання за Типовими освітніми програмами. Наочні посібники та дидактичний матеріал. Порядок вивчення теми. Додавання та віднімання двоцифрових чисел без переходу через розряд: порозрядне додавання та віднімання; додавання і віднімання по частинах (на підставі правила додавання суми до числа та віднімання суми від числа). Додавання та віднімання чисел в межах 20 з переходом через розряд: додавання і віднімання по частинах (на підставі правила додавання суми до числа та віднімання суми від числа); додавання на основі переставної властивості дії додавання; віднімання на підставі взаємозв'язку дій додавання і віднімання; віднімання на основі правила віднімання числа від суми; спосіб округлення. Додавання та віднімання двоцифрових чисел з переходом через розряд. Усні прийоми обчислення: додавання та віднімання по частинах (на підставі правила додавання суми до числа або віднімання суми від числа); додавання на підставі правила додавання числа до суми; віднімання на підставі правила віднімання числа від суми; порозрядне додавання та віднімання; спосіб округлення.

Тема 8. Методика формування обчислювальних навичок табличного множення та ділення. Зміст навчання за Типовими освітніми програмами. Наочні посібники та дидактичний матеріал. Порядок вивчення теми. Формування поняття про конкретний зміст арифметичних дій множення та

ділення. Назви компонентів та результатів дій множення та ділення. Переставний закон множення. Взаємозв'язок арифметичних дій множення та ділення. Множення та ділення з 0 та 1. Методика складання таблиць множення та ділення. Система завдань із запам'ятовування табличних результатів.

Змістовий модуль 4 . Методика навчання розв'язування задач у 1 – 2-му класі

Тема 9. Загальні питання методики навчання розв'язування задач в початковій школі. Поняття «сюжетна» задача. Цілі та функції розв'язування сюжетних задач в початковій школі. Структура сюжетної задачі. Класифікація сюжетних задач початкового курсу математики. Процес розв'язування задач. Вміння розв'язувати задачі. Рівні сформованості умінь розв'язування задач. Структура методичної системи навчання молодших школярів розв'язування задач. Етапи у навчанні розв'язуванню задач. Методи розв'язування задач. Етапи в роботі над задачею. Види роботи над задачами.

Тема 10. Методика формування вмінь розв'язування простих задач в 1-му класі. Зміст і методика підготовчого етапу до введення поняття про задачу. Методика ознайомлення першокласників з поняттям «задача». Методика формування поняття про задачу та процес її розв'язування. Види простих задач 1-го класу та методика роботи над ними: на знаходження суми і різниці; на знаходження невідомого доданка; на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць; на різницеве порівняння; на знаходження невідомого зменшуваного; на знаходження невідомого від'ємника. Навчання складання короткого запису задачі. Поняття про обернену задачу.

Тема 11. Методика формування вмінь розв'язування простих задач у 2-му класі. Види простих задач 2-го класу. Методика роботи над простими задачами в 2-му класі. Задачі на знаходження суми трьох доданків. Задачі на знаходження третього числа по сумі двох даних чисел. Задачі на конкретний зміст дії множення. Задачі на конкретний зміст дії ділення. Задачі на кратне порівняння. Задачі на збільшення або зменшення числа у кілька разів.

Тема 12. Методика ознайомлення з поняттям «складена задача». Методика формування вмінь розв'язування складених задач в 2-му класі. Зміст і методика підготовчої роботи до введення задач на дві дії: постановка запитання до даної умови; складання задачі за виразом; задачі із зайвими числовими даними; задачі з числовими даними, яких бракує; задачі з двома запитаннями; розв'язання двох послідовних простих задач. Ознайомлення із поняттям «складена задача» та процесом її розв'язування. Формування поняття про складену задачу: підведення під поняття «складена задача»; виведення наслідків з того, що задача складена. Формування дій та операцій із розв'язування складених задач. Види складених задач 2-го класу. Формування вмінь розв'язувати складені задачі в 2-му класі. Розв'язування задач двома

способами. Навчання запису розв'язання виразом. Складання та розв'язування обернених задач

Частина II. Програма навчальної дисципліни (4 рік навчання)

Змістовий модуль 1. Дроби в курсі початкової математики

Тема 1. Методика формування поняття про частини величини. Методика формування вмінь розв'язування задач, що містять частини. Зміст навчання за Типовими освітніми програмами. Наочні посібники та дидактичний матеріал. Практична робота із одержання частин величини. Порівняння частин. Знаходження частини від числа. Знаходження числа за величиною його частини. Види задач, що містять частини: задачі, що містять знаходження частини від відомого числа; задачі, що містять знаходження частини від невідомого числа.

Тема 2. Методика формування поняття про дріб. Методика формування вмінь розв'язування задач, що містять дроби. Зміст навчання за Типовими освітніми програмами. Наочні посібники та дидактичний матеріал. Одержання дробів. Читання та запис дробів. Порівняння дробів з однаковими знаменниками або однаковими чисельниками. Знаходження дроби від числа. Знаходження числа за величиною його дроби. Знаходження дроби, який одне число становить від іншого. Види задач, що містять дроби. Задачі, що містять знаходження дроби від відомого числа. Задачі, що містять знаходження дроби від невідомого числа. Результати вивчення теми.

Змістовий модуль 2. Методика навчання нумерації і арифметичних дій додавання і віднімання, множення та ділення в концентрі «Тисяча»

Тема 3. Методика навчання нумерації чисел в межах 1000. Зміст навчання за Типовими освітніми програмами. Наочні посібники та дидактичний матеріал. Порядок вивчення нумерації чисел в межах 1000. Ознайомлення із сотнею, як складеною лічильною одиницею. Поняття про три розряди: I – розряд одиниць, II – розряд десятків, III – розряд сотень. Утворення числа з кількох сотень, кількох десятків та кількох одиниць та прилічуванням та відлічуванням 1. Читання та запис трицифрових чисел. Десятковий склад числа. Заміна числа сумою розрядних доданків. Визначення загальної кількості десятків та сотень в числі. Порівняння трицифрових чисел. Додавання та віднімання на підставі нумерації чисел.

Тема 4. Методика формування обчислювальних навичок додавання і віднімання в межах 1000. Усне додавання та віднімання трицифрових чисел: додавання і віднімання на основі укрупнення розрядних одиниць; порозрядне додавання і віднімання; додавання і віднімання по частинах – на основі правил додавання суми до числа та віднімання суми від числа; додавання і віднімання на основі правил додавання числа до суми та віднімання числа від суми;

додавання і віднімання способом округлення. Письмове додавання та віднімання трицифрових чисел.

Тема 5. Методика формування обчислювальних навичок позатабличного множення та ділення. Зміст навчання за Типовими освітніми програмами. Порядок вивчення теми. Ділення з остачею. Перевірка ділення з остачею. Множення і ділення розрядного числа на одноцифрове. Ділення розрядного числа на розрядне. Правило множення суми на число. Розподільний закон множення відносно додавання. Множення двоцифрового та трицифрового числа на одноцифрове. Правило ділення суми на число. Ділення двоцифрового та трицифрового числа на одноцифрове. Ділення на двоцифрове число.

Змістовий модуль 3. Методика навчання нумерації і арифметичних дій додавання і віднімання, множення та ділення в центрі «Багатоцифрові числа»

Тема 6. Методика навчання нумерації багатоцифрових чисел. Зміст навчання за Типовими освітніми програмами. Наочні посібники та дидактичний матеріал. Порядок вивчення нумерації багатоцифрових чисел. Поняття про нову лічильну одиницю – тисячу. Групування тисяч у десятки й сотні. Назви перших двох класів та розрядів, що входять до їхнього складу. Запис багатоцифрових чисел. Способи утворення багатоцифрових чисел. Читання та запис багатоцифрових чисел. Порівняння багатоцифрових чисел. Десятковий склад багатоцифрових чисел. загальна кількість одиниць певного розряду та класу. Заміна багатоцифрового числа сумою розрядних доданків або класних чисел. Поняття про десяткову систему числення. Додавання та віднімання на підставі нумерації.

Тема 7. Методика формування обчислювальних навичок у межах багатоцифрових чисел. Усне додавання і віднімання багатоцифрових чисел. Письмове додавання та віднімання багатоцифрових чисел. Додавання та віднімання іменованих чисел. Множення на одноцифрове число. Ділення на одноцифрове число. Множення та ділення іменованих чисел. Множення чисел, що закінчуються нулями. Множення на двоцифрове та трицифрове число. Ділення на числа, що закінчуються нулями. Ділення на двоцифрове та трицифрове число.

Змістовий модуль 4. Методика навчання розв'язування задач в 3 – 4-му класі

Тема 8. Методика формування вмінь розв'язування простих задач в 3-му та 4-му класі. Види простих задач 3-го класу та методика роботи над ними. Задачі, що містять три взаємопов'язані величини: загальна довжина, довжина одного відрізу, кількість відрізів; загальна маса, маса одного предмета, кількість предметів; загальний об'єм, об'єм однієї посудини, кількість посудин;

вартість, ціна, кількість, загальний виробіток, продуктивність праці, час роботи; інші групи величин. Види простих задач 4-го класу та методика роботи над ними. Задачі із величинами: швидкість, відстань та час. Задачі на обчислення площі прямокутника та квадрата та обернені до них.

Тема 9. Методика формування вмінь розв'язування складених задач в 3-му класі. Види складених задач 3-го класу та методика роботи над ними. Задачі на знаходження суми або різниці чи кратне порівняння двох добутків та обернені до них.

Тема 10. Методика формування вмінь розв'язування складених задач в 4-му класі. Види складених задач 4-го класу та методика роботи над ними. Задачі на знаходження четвертого пропорційного. Задачі на подвійне зведення до одиниці. Задачі на пропорційне ділення. Задачі на знаходження невідомих за двома різницями. Задачі на спільну роботу. Задачі на одночасний рух в різних та в одному напрямку.

Змістовий модуль 5. Алгебраїчна та геометрична пропедевтика, величини в курсі початкової математики

Тема 11. Методика алгебраїчної пропедевтики в початковій школі. Основні алгебраїчні поняття початкового курсу математики. Порядок вивчення алгебраїчного матеріалу в початковій школі. Математичні вирази : числові і буквені. Числові рівності. Правила порядку виконання дій. Числові нерівності. Тотожні перетворення математичних виразів. Рівняння. Класифікація рівнянь. Способи розв'язування. Нерівності. Способи розв'язування.

Тема 12. Методика геометричної пропедевтики в початковій школі. Зміст геометричного матеріалу початкового курсу математики. Порядок вивчення елементів геометрії в початковій школі. Методика формування геометричних уявлень і понять. Формування уявлень про точку, пряму, криву лінії, відрізок та ламану. Формування уявлень про багатокутники та їх елементи. Формування поняття про прямокутник і квадрат. Формування уявлення про коло і круг та їх елементи. Формування уявлень про просторові тіла. Навчання розв'язування задач геометричного змісту.

Тема 13. Методика навчання основних величин: довжини, маси, об'єму; площі фігури; часу та його вимірювання. Поняття про величину. Основна властивість величин. Довжина та її вимірювання. Маса тіла та її вимірювання. Формування уявлень про місткість – об'єм. Площа фігури. Правило обчислення площі прямокутника та квадрата. Час та його вимірювання. Задачі на час.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль. Методика навчання розв'язування задач у 1 – 2-му класі

Тема 1. Загальні питання методики навчання розв'язування задач в початковій школі.

1. 1. Поняття «сюжетна» задача.

Під *математичною задачею* розуміють будь-яку вимогу обчислити, перетворити, побудувати, довести або дослідити що-небудь, що стосується кількісних відношень і просторових форм, створених людським розумом на основі знань про навколишній світ. Серед численних математичних задач виділяють задачі, які називають по-різному: арифметичні, текстові, сюжетні. Усі ці задачі характеризуються наступними рисами: 1) задачі сформульовані на природній мові (тому їх називають текстовими); 2) в них звичайно описується кількісний бік якихось явищ, подій (тому вони називаються сюжетними); 3) вони являють собою задачі на визначення шуканого значення деякої величини, які у початковій школі розв'язуються арифметичними способами (тому їх інколи називають арифметичними). Таким чином, усі ці терміни розкривають одне й те саме поняття.

Ми користуємося терміном „сюжетна задача”. Під *сюжетною задачею* ми розуміємо математичну задачу, в якій описаний деякий життєвий сюжет, а саме кількісний бік реальних процесів, явищ та ситуацій і міститься вимога знайти шукану величину за даними в задачі величинами та зв'язками між ними.

1.2. Цілі та функції розв'язування сюжетних задач в початковій школі.

Питання про *цілі розв'язування сюжетних задач* є центральним в методиці навчання математики. Вони з одного боку, складають специфічний розділ програми, зміст якого учні повинні засвоїти, з другого – виступають як дидактичний засіб навчання, виховання і розвитку учнів. На сучасному етапі розбудови шкільної математичної освіти розв'язування сюжетних задач у навчанні математики переслідує наступні цілі: формування в учнів загального підходу, загальних вмінь і здібностей розв'язання будь-яких задач; пізнання і більш глибоке оволодіння математичними поняттями, що вивчаються, і деякими загальнонауковими і загальножиттєвими поняттями; оволодіння поняттями моделі і моделювання і власно математичним моделюванням; розвиток мислення, кмітливості учнів, їх творчого потенціалу. Крім загальних цілей, розв'язування задач виконує у навчальному процесі ряд функцій: навчальні, розвивальні, виховуючі та контролюючі.

Навчальні функції задач спрямовані на формування системи математичних знань, умінь і навичок. Через систему задач учні вчаться не лише застосовувати здобуті теоретичні знання, а й переконуються на етапі мотивації у потребі

здобуття нових знань; в процесі розв'язування задач дістають інформацію про методи їх розв'язування.

Під *розвивальними* розуміють функції задач, спрямовані на формування в учнів науково-теоретичного, зокрема функціонального, стилю мислення, на оволодіння ними загальними та специфічними розумовими діями та прийомами розумової діяльності. У процесі розв'язування задач учні виконують різні розумові дії (аналіз, синтез, абстрагування, порівняння, конкретизацію й узагальнення), висловлюють судження і міркування.

Під *виховуючими* розуміють такі функції задач, що спрямовані на формування в учнів наукового світогляду, сприяють екологічному, економічному, естетичному вихованню, розвивають пізнавальний інтерес, позитивні риси особистості. Як виховний спосіб, задачі роблять можливим пов'язання навчання з життям, ознайомлення учнів із пізнавально-важливими фактами. Внутрішня краса самої математики, оригінальність прийомів розв'язування задач збуджують у дітей естетичні почуття. Треба виділити ще й *контролюючу* функцію сюжетних задач, яка спрямована на встановлення навченості, рівня загального і математичного розвитку, стану засвоєння навчального матеріалу окремими учнями і класом в цілому.

Метою навчання розв'язування задач у початковій школі є формування у молодших школярів умінь (загального і окремих), що виявляється у можливості учнів успішно розв'язувати задачу будь-якої математичної структури початкового курсу математики. Очевидно, що **змістом навчання** – є задачний матеріал початкового курсу математики, а саме види простих і складених задач. На матеріалі простих і складених задач діти знайомляться із структурою задачі, етапами її розв'язування, в них опрацьовується загальне уміння розв'язувати сюжетні задачі. На матеріалі „типових” задач – задачах на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення, на знаходження невідомих за двома різницями, на подвійне зведення до одиниці, на спільну роботу, на рух здійснюється формування окремих умінь розв'язувати задачі.

Випускники початкової школи повинні вміти розв'язувати усі види простих задач та складені задачі на 3-4 дії одного чи різних ступенів. До програмного мінімуму відносяться „типові” задачі на знаходження четвертого пропорційного, ускладнені задачі на знаходження четвертого пропорційного (задачі на подвійне зведення до одиниці), на пропорційне ділення, на знаходження невідомих за двома різницями, на спільну роботу, задачі на одночасний рух в різних напрямках (назустріч та у протилежних напрямках). Задачі на спільну роботу, в яких продуктивність спільної праці знаходять дією віднімання, та задачі на одночасний рух в одному напрямку (навздогін та з відставанням) та на неодноразовий рух викликають цікавість в учнів з достатнім і високим рівнем навчальних досягнень, тому вони хоча і містяться у чинних підручниках, але до обов'язкових результатів навчання не відносяться.

Основним **методом навчання** молодших школярів розв'язування сюжетних задач є частково-пошуковий метод або евристична бесіда, який полягає в тому, що вчитель заздалегідь готує систему запитань, відповідаючи на які учні самостійно знаходять спосіб розв'язування задачі. Таким чином, методом

навчання є особливі системи взаємопов'язаних навчальних задач, які побудовані із застосуванням сюжетних задач різноманітних математичних структур, що пропонуються у чинних підручниках математики для початкової школи. Системи навчальних задач побудовані таким чином, щоб спонукати учня виконувати операції порівняння, абстрагування, узагальнення, тобто спрямовані на розвиток мислення дитини. В них передбачено розкриття зв'язків між задачами різних видів і типів, з їх допомогою учні приучуються пов'язувати кожную нову задачу з раніш вже розв'язаною.

Так, при навчанні розв'язування простих задач учням пропонується порівняти структуру взаємно обернених задач, що містять співвідношення додавання або віднімання або різницевого порівняння – з метою визначення відмінних ознак та їх впливу на розв'язання задачі. При введенні задач нових математичних структур (простих, складених, в тому числі й „типових”) також здійснюється порівняння із задачами відомих математичних структур, визначення їх відмінності та її впливу на розв'язання задачі. Для узагальнення способу розв'язування „типових” задач використовуються різноманітні зміни умови або вимоги задачі і досліджується їх вплив на розв'язання. Отже, формування уміння здійснюється не за допомогою розв'язання великої кількості задач, а через „дослідження” опорної задачі засобом спеціальної системи навчальних задач, яка містить такі обов'язкові елементи: розв'язання задачі відомої математичної структури, зміна/зміни її умови або вимоги, дослідження впливу цих змін на розв'язання задачі. Учні під керівництвом вчителя аналізують спосіб розв'язування задачі на прикладі опорної задачі, узагальнюють його, а потім застосовують до наступних задач.

Також при ознайомленні першокласників з поняттям „задача”, її структурними компонентами, застосовується пояснювально-ілюстративний метод.

Очевидно, що зазначені зміст і методи навчання визначають **форми навчання** молодших школярів розв'язування задач – фронтальну роботу вчителя з класом під час ознайомлення із задачами певного виду або типу і індивідуальну роботу учнів над задачею. Під час індивідуальної роботи здійснюється диференціація навчання через диференціацію дози допомоги учням або диференціацію задач за рівнем їх складності. Диференціація дози допомоги може реалізовуватися через застосування карток з друкованою основою. Диференціація змісту навчання розв'язування задач здійснюється за допомогою визначення обов'язкових для розгляду усіма учнями питань та додаткових, які вивчаються за умов резерву часу або для поглибленого вивчення за рахунок варіативного компоненту навчального плану. Очевидно, що до обов'язкових питань відноситься навчання розв'язування задач, що входять до програмного мінімуму.

Основним **засобом навчання** молодших школярів розв'язувати сюжетні задачі є репрезентативні та розв'язуючі моделі. Репрезентативні моделі у вигляді короткого запису задачі (схема або таблиця) або у вигляді схематичного рисунка; розв'язуючі моделі у вигляді „дерева міркувань”. Навчання учнів самостійного складання схематичних рисунків розпочинається ще в 1-му класі

під час підготовчої роботи до введення поняття „задача” і продовжується протягом наступних років навчання. Тому можна очікувати, що нескладні схематичні рисунки діти зможуть виконати самостійно, а рисунки до задач дещо ускладненої математичної структури – під керівництвом вчителя. Іноді для економії часу на уроці під час фронтальної роботи над задачею, схематичний рисунок виконується вчителем на дошці, на основі пропозицій школярів або пропонується дітям у готовому вигляді. Схеми аналізу або синтезу – „дерева міркувань” – є ілюстрацією процесу пошуку розв’язування і складаються вчителем разом із учнями під час фронтальної роботи над задачею. Схематичний рисунок та „дерево міркувань” виконуються учнями у разі потреби, під час самостійної роботи над задачею.

Також до засобів навчання розв’язування задач віднесемо дидактичні матеріали: тексти пам’яток, картки з друкованою основою. На перших етапах засвоєння порядку роботи над задачами (простими, складеними), під час самостійної роботи, учні користуються картками із текстом пам’яток, почергово виконуючи їх завдання. Для опрацювання окремих дій при розв’язуванні задач використовуються картки з друкованою основою, які містять певні наочні опори. Наприклад, опрацьовуючи дію складання короткого запису задач, діти розв’язують задачі на картках з друкованою основою, на яких вже є ключові слова і треба записати відповідні ним числа. До засобів навчання можна також віднести опорні схеми простих і складених задач, що подані на окремих картках; також опорні схеми „типових” задач та узагальнені плани їх розв’язування тощо.

1.3. Структура сюжетної задачі

В структурі будь-якої задачі можна виділити умову (твердження) і вимогу (запитання), або дані і шукані величини.

Умова сюжетної задачі – це частина тексту, в якій задана сюжетна ситуація (подія, явище, процес), числові значення величин, що характеризують її кількісну сторону та вказано залежність між цими значеннями. В стандартному формулюванні умова виражається одним або кількома твердженнями (розповідними реченнями), які приймаються за істинні, в яких вказуються характеристики і відношення між об’єктами. В умові міститься один чи кілька об’єктів. **Об’єктом задачі** може бути: предмет, явище, подія, процес. Якщо умова містить один об’єкт, то в умові описується ситуація, що трапилися з цим об’єктом, числове значення, що характеризує цю ситуацію можуть бути відомим або невідомим; якщо ж в умові міститься два і більше об’єктів, то в ній вказується відношення між цими об’єктами – воно може бути відоме або невідоме.

Своєрідність опису об’єкта в задачі виявляється в тому, що описані не всі його властивості, а лише кількісний бік об’єкта. При чому будь-яка сюжетна задача являє собою словесний опис одного або кількох фіксованих моментів (випадків, епізодів) якого-небудь явища, процесу, події.

Завершується ситуація вимогою знайти невідомий компонент. **Вимога** – це частина тексту, в якій вказана (названа, позначена) шукана величина (число, множина). Вимога задач може бути сформульована у формі наказового або питального речення.

В залежності від способів поєднання та формулювання умови та вимоги задачі визначають **канонічне і неканонічне формулювання задачі**. Канонічним називає формулювання, в якому спочатку в оповідній формі викладено умову, а потім йде запитання, яке подано запитальним реченням. Будь-яке відхилення від такої форми викладення задачі автор відносить до неканонічних. Таких неканонічних форм може бути п'ять:

- після умови слідує запитання, подане оповідним реченням;
- частина умови в оповідній формі стоїть на початку тексту, а інша її частина поєднана із запитанням у складне запитальне речення;
- частина умови в оповідній формі стоїть на початку тексту, а інша її частина поєднана із запитанням у складне оповідне речення;
- весь текст задачі поєднаний в одне складне запитальне речення, що починається з її запитання;
- весь текст задачі поєднаний у складне оповідне речення, що починається з її запитання.

Слід зазначити, що часто під умовою задачі розуміють весь текст задачі. Це поширена помилка – задача складається з умови і запитання.

В умові задачі містяться **дані задачі**, а запитання задачі вказує на **шукане**. Дані – це, як правило, числові компоненти тексту задачі. Вони характеризують: значення величин, числові характеристики множин, числові характеристики відношень між ними. Числові характеристики величин та числові характеристики множин звичайно задані числами, а числові характеристики відношень між ними можуть бути позначені словесно. Знаходження шуканого в числовому вигляді звичайно є кінцевою метою розв'язання сюжетної задачі.

Завдання для самоперевірки:

1. Чи можна цей текст назвати задачею? Чому? Який текст можна назвати задачею, який ні?

- 1) На клумбі росло 7 роз і 2 ромашки.
- 2) На скільки більше лип, ніж верб посадили школярі?
- 3) У Сашка 7 цукерок, а у Петра на 2 цукерки більше. Скільки цукерок у Петра?
- 4) Тарас намалював на одному аркуші 4 кораблика, а на другому – 3 кораблика. Скільки всього машин намалював Тарас?

2. Визначити структуру сюжетної задачі (умову, запитання, числові дані, шукане, співвідношення, якими пов'язані дані задачі, дані та шукане).

- 1) Мама купила 10 зошитів. З них 6 у клітинку, решта у лінійку. Скільки зошитів у лінійку купила мама?
- 2) З однієї ділянки господарка зібрала 24 кг огірків, а з другої ділянки – 25 кг огірків. На базарі вона продала 36 кг огірків. Скільки кілограмів огірків залишилося в господарки?

3) У кравчині було 22 м тканини. Вона пошила 6 наборів серветок, витрачаючи на кожний набір по 2 м тканини. Скільки метрів тканини залишилося в кравчині?

4) Сашко купив 4 альбоми по 7 грн. за кожний і 5 ручок по 4 грн. Скільки всього грошей коштувала покупка?

3. Визначити величини, що містяться в задачі. Пояснити, що означає кожне числове дане. Значення якої величини є шуканим?

1) В магазин привезли 8 ящиків помідорів по 9 кг у кожному і 5 ящиків огірків по 8 кг. Скільки всього кілограмів овочів привезли в магазин?

2) За 5 м тканини заплатили 35 грн. Скільки коштують 8 м такої самої тканини?

3) Машина їхала 3 години по асфальтовій дорозі і пододала 360 км, потім машина їхала 2 години по ґрунтовій дорозі і проїхала 80 км. На скільки більше швидкість машини по асфальтовій дорозі, ніж по ґрунтовій?

4. Перетворити формулювання задачі у канонічне.

1) У Сашка залишалось 2 зошити. Скільки зошитів стало у нього після того, як тато йому купив ще 6 зошитів?

2) Скільки пасажирів їхало в автобусі, якщо серед них були 4 жінки та 5 чоловіків?

3) У шкільну бібліотеку діти здали 4 книжки із казками, а книжок з оповіданнями було на 6 більше. Знайди кількість книжок з оповіданнями, які здали діти до бібліотеки.

1.4. Класифікація сюжетних задач початкового курсу математики.

1.4.1. Класифікація простих задач

Під *простою задачею* будемо розуміти сюжетну задачу, на запитання якої можна відповісти відразу – виконавши одну арифметичну дію.

Прості задачі є математичними моделями життєвих ситуацій, які виникають внаслідок об'єднання, вилючення чи поділу предметних множин, у процесі різницевого чи кратного порівняння двох значень тієї самої величини, а також при кількісній характеристиці якого-небудь явища кількома взаємозв'язаними величинами.

Прості задачі розбито на 8 типів в залежності від видів співвідношень, які вони містять. У межах кожного типу ми виділили наступні види:

- задачі, що містять співвідношення додавання (поєднання частин у ціле): задачі на знаходження суми, задачі на знаходження невідомого доданка, задачі на знаходження третього числа за сумою двох даних чисел;

- задачі, що містять співвідношення віднімання (вилучення частини з цілого): задачі на знаходження різниці, задачі на знаходження невідомого зменшуваного, задачі на знаходження невідомого від'ємника;

- задачі, що містять співвідношення різницевого порівняння: задачі на різницеве порівняння, задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць;

- задачі, що містять співвідношення переходу від більшої одиниці вимірювання або лічби до меншої (співвідношення множення): задачі на конкретний зміст дії множення, задачі на знаходження невідомого множника;

- задачі, що містять співвідношення розбиття цілого на рівні частини (співвідношення ділення): задачі на ділення на рівні частини, задачі на ділення на вміщення;

- задачі, що містять співвідношення кратного порівняння: задачі на кратне порівняння, задачі на збільшення або зменшення числа у кілька разів;

- задачі, що містять співвідношення частин і цілого: задачі на знаходження частини від числа, задачі на знаходження числа за значенням його частини, задачі на знаходження дробу, який одне число складає від іншого;

- задачі, що містять співвідношення залежності між значеннями різних величин: задачі на знаходження загальної величини (загальної довжини, вартості, відстані тощо), задачі на знаходження величини однієї одиниці вимірювання (довжини одного відрізу, ціни, швидкості тощо), задачі на знаходження кількості або часу.

Подані види задач пропонуються протягом перших чотирьох років навчання. Усі розглянуті види задач вводяться не одночасно, а традиційно ознайомлення з ними йде в певній послідовності. Природно, що найбільша кількість нових видів простих задач припадає на перші два роки навчання. У подальшому навчанні вважається, що вміння розв'язувати прості задачі вже сформовано і на передній план виступає формування вміння розв'язувати складені задачі.

1.4.2. Класифікація складених задач

Вважаємо *складеною задачею* таку, на запитання якої не можна відповісти відразу, виконавши одну арифметичну дію; для розв'язання складеної задачі треба виконати дві або більше арифметичні дії.

Складені задачі дуже численні й різноманітні. Для класифікації складених задач немає єдиної основи, тому ми поділяємо їх на дві групи.

До *першої групи* віднесемо задачі, в яких явища, що описуються, характеризуються однією величиною, тобто містяться у різноманітних поєднаннях прості задачі на співвідношення додавання, віднімання, різницевого порівняння, кратного порівняння та переходу від більшої одиниці рахунку або вимірювання до меншої, співвідношення розбиття цілого на рівні частини, на співвідношення частин і цілого. Таким чином, до цієї групи відносяться складені задачі, які містять різноманітні поєднання відомих видів простих задач, крім співвідношення залежності між значеннями різних величин. Ці задачі можна записати коротко схематично, причому на цьому короткому записі майже завжди можна виділити складові прості задачі. Зрозуміло, що до *другої групи* відносяться задачі, в яких явища, що описуються, характеризуються кількома величинами, а саме — містять співвідношення

залежності між значеннями різних величин; ці задачі доцільніше записувати коротко в формі таблиці.

Класифікувати складені задачі *першої групи* будемо за назвою простої задачі, що має розв'язуватися останньою; тому отримаємо такі **види складених задач**: задачі на знаходження остачі (різниці); задачі на знаходження суми; задачі на знаходження невідомого доданка; задачі на знаходження невідомого зменшуваного; задачі на знаходження невідомого від'ємника; задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць; задачі на різницеве порівняння; задачі на знаходження добутку; задачі на знаходження частки; задачі на збільшення або зменшення числа у кілька разів; задачі на кратне порівняння; задачі на знаходження дробу від числа; задачі на знаходження числа за його дробом.

Зрозуміло, що в межах кожного виду можна виділити різноманіття задач за наявністю в них різних видів простих задач.

Другу групу складених задач (задачі, що містять пропорційні величини) ми умовно **розділимо на дві підгрупи**:

1) *задачі, що містять знаходження суми, різницеве чи кратне порівняння двох добутків або часток*: на знаходження суми двох добутків (часток); задачі, обернені до задач на знаходження суми двох добутків (часток); на різницеве порівняння двох добутків (часток); задачі, обернені до задач на різницеве порівняння двох добутків (часток); задачі на кратне порівняння двох добутків (часток); задачі, обернені до задач на кратне порівняння двох добутків (часток);

2) „*типові*” задачі: задачі, що містять однакову (сталу) величину (задачі на знаходження четвертого пропорційного, задачі на пропорційне ділення, задачі на знаходження невідомих за двома різницями, задачі на подвійне зведення до одиниці); задачі на процеси (задачі на спільну роботу, задачі на рух).

Задачі цієї групи записуються коротко в формі таблиці.

Підставою для виділення двох підгруп задач, що містять пропорційні величини, є те, що задачі другої підгрупи традиційно вважаються „типовими”. Таким чином, складену задачу вважаємо „типовою”, якщо вона належить до групи задач, що мають спільні риси або за сюжетом або за способом розв'язування. Під способом розв'язування задачі розуміємо процедуру, яка являє собою сукупність прийомів розумової діяльності або логічних операцій і математичних дій, які використовуються під час розв'язування певної сукупності задач одного типу чи виду.

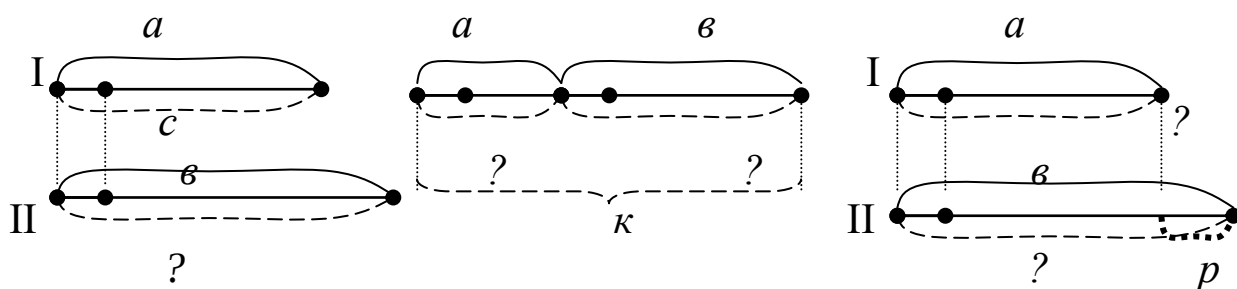
Задачі першої підгрупи класифікуємо за математичною моделлю.

Як було показано вище, усі методисти одностайні у класифікації складених задач з пропорційними величинами, в тому числі „типових” задач. Тому, дотримуючись загальноприйнятих назв „типових” задач, ми дещо вдосконалили існуючу класифікацію, поєднавши їх за спільною ознакою: задачі, що містять однакову величину, задачі на процеси та задачі на знаходження середнього арифметичного.

Таким чином, ми класифікуємо задачі на *прості* та *складені*. *Прості задачі* розподіляємо на *типи в залежності від виду співвідношення* на два типи: 1) задачі, що описують явища, які характеризуються однією величиною; 2) задачі, що описують явища, які характеризуються кількома величинами. У межах першого типу складених задач ми здійснюємо класифікуємо залежно від простої задачі, що має розв'язуватись останньою, і маємо: задачі на знаходження суми, на знаходження різниці тощо. В межах другого типу єдиної основи для класифікації немає; тут виділяються: 1) задачі на знаходження суми або різницевого чи кратне порівняння двох добутків чи часток (в залежності від математичної моделі); 2) „типові” задачі: задачі, що містять однакову величину, задачі на процеси та задачі на знаходження середнього арифметичного (на основі способу розв'язання).

Перейдемо до **обґрунтування можливості поєднання „типових” задач у три групи**. Математична структура задач на знаходження *четвертого пропорційного*, на *пропорційне ділення* і на *знаходження невідомих за двома різницями* містить *спільні істотні ознаки*: наявність двох випадків, одна з величин є однакою для обох випадків і для іншої величини дані два числові значення для обох випадків. Відмінні ознаки математичних структур задач цих видів полягають у наступному: в задачах на знаходження четвертого пропорційного для третьої величини дано одне числове значення, а друге є шуканим; у задачах на пропорційне ділення та у задачах на знаходження невідомих за двома різницями обидва числові значення третьої величини є шуканими, причому у задачах на пропорційне ділення дано їх суму, а у задачах на знаходження невідомих за двома різницями – їх різницю.

Задачі на знаходження четвертого пропорційного				Задачі на пропорційне ділення				Задачі на знаходження невідомих за двома різницями			
I	a		c	I	a		$?$	I	a		$?$
		однакова				однак.	$?$			однак.	
II	b		$?$	II	b		$?$	II	b		$?$, на p б.(м.)



Наявність спільних ознак надає можливість узагальнити *спосіб розв'язування задач* цих видів. Оскільки усі ці задачі містять однакову для двох випадків величину, то ключем до їх розв'язання є знаходження її значення. Але відмінність у розв'язуванні цих видів задач полягає саме у способі відшукування значення однакової величини: у задачах на знаходження

четвертого пропорційного однакову величину знаходять за двома іншими величинами одного з випадків; у задачах на пропорційне ділення – за двома сумарними значеннями двох інших величин; у задачах на знаходження невідомих за двома різницями – за значеннями різницевого відношення двох інших величин.

Дещо відокремлені від інших задачі на подвійне зведення до одиниці. Ці задачі також містять однакову (сталу) величину, але це величина „подвійної одиниці”, наприклад, маса сіна одному коню на один день. Крім того, усі розглянуті вище види задач містять три пропорційні величини, а задачі на подвійне зведення до одиниці – чотири величини. Але можна говорити, що ці задачі також розв’язуються способом знаходження однакової величини – величини „подвійної одиниці”, яку у задачах першого та другого підвиду знаходять послідовним діленням значення загальної величини на значення двох інших величин, що пов’язані з нею. Треба відмітити, що між задачами на знаходження четвертого пропорційного, в яких однаковою може бути величина однієї одиниці, і задачами на подвійне зведення до одиниці є певний зв’язок: задачу на знаходження четвертого пропорційного можна перетворити у задачу на подвійне зведення до одиниці і навпаки; при розв’язанні задачі на подвійне зведення до одиниці, після виконання першої дії ми приводимо цю задачу до відповідної задачі на знаходження четвертого пропорційного.

Незважаючи на визначені відмінності можна говорити про спільні підходи у методиці навчання учнів розв’язування зазначених видів задач. Хоч математична структура задач на подвійне зведення до одиниці дещо відрізняється від математичних структур задач, що розглянуті вище, але у цих задач є спільне у способі розв’язання – для відповіді на запитання задачі треба знайти значення однакової величини, тому ми поєднали задачі цих чотирьох видів – у групу задач, що містять однакову (сталу) величину.

Перейдемо до обґрунтування поєднання в одну групу задач на процеси – на **спільну роботу та на рух**. Задачі на рух містять опис процесу руху двох тіл, а задачі на спільну роботу – процесу праці двох виконавців. Якщо подати математичні структури задач на одночасний рух та на спільну роботу (в яких дано продуктивність праці кожного виконавця) у вигляді таблиці, то ми отримаємо такі математичні структури (мал. 1).

Так, і задачі на спільну роботу і задачі на одночасний рух, поданої математичної структури, містять: три пропорційні величини: $\frac{\text{загальний.виробіток}}{\text{відстань}}$, $\frac{\text{продуктивність.праці}}{\text{швидкість}}$, час $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$; три випадки: перші два стосуються $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$ кожного з двох об’єктів, а третій – їх спільної $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$; чотири числові значення: $\frac{\text{продуктивність.праці}}{\text{швидкість.руху}}$ першого об’єкта,

$\frac{\text{продуктивність.праці}}{\text{швидкість.руху}}$ другого об'єкта, $\frac{\text{загальний.виробіток}}{\text{загальна.відстань}}$ при їх спільн $\frac{\text{ій.праці}}{\text{ому.русі}}$ та час спільн $\frac{\text{ої.роботи}}{\text{ого.руху}}$; три з них дано, а одне є шуканим.

	$\frac{\text{заг.виробіток}}{\text{відстань}}$	$\frac{\text{продукт.пр.}}{\text{швидкість}}$	час
I		☐	
II		☐	
I i II	?	?	☐

	$\frac{\text{заг.виробіток}}{\text{відстань}}$	$\frac{\text{продукт.пр.}}{\text{швидкість}}$	час
I		?	
II		☐	
I i II	☐	?	☐

Мал. 1. Опорні схеми задач на спільну роботу (3-й клас)
та на одночасний рух (4-й клас)

Математичну структуру задач на одночасний рух та на спільну роботу можна подати у вигляді узагальненої таблиці (мал. 2).

	$\frac{\text{заг.виробіток}}{\text{відстань}}$	$\frac{\text{продукт.пр.}}{\text{швидкість}}$	час
I		N_1 / V_1	
II		N_2 / V_2	
I i II	A / S	?	t

N_1 – продуктивність праці першого виконавця; N_2 – продуктивність праці другого виконавця; A – загальний виробіток при спільній праці; V_1 – швидкість першого тіла; V_2 – швидкість другого тіла; t – час спільного руху або час спільної праці; S – відстань між тілами на момент початку або на момент закінчення руху

Мал. 2. Узагальнена опорна схема задач на спільну роботу та на рух

Задачі на спільну роботу, в яких продуктивність спільної праці знаходять дією додавання та задачі на одночасний рух в різних напрямках (назустріч та у протилежних напрямках) мають два способи розв'язування (табл. 1). Задачі на спільну роботу, в яких продуктивність спільної праці являє собою різницю продуктивностей кожного виконавця, та задачі на рух в одному напрямку (навздогін та з відставанням) також мають два способи розв'язування (табл. 2).

Способи розв'язування задач на спільну роботу, в яких спільну продуктивність роботи двох виконавців знаходять дією додавання, та на рух в різних напрямках

I спосіб	II спосіб
$A = N_1 \cdot t + N_2 \cdot t$ $S = V_1 \cdot t + V_2 \cdot t$	$A = (N_1 + N_2) \cdot t$ $S = (V_1 + V_2) \cdot t$
	$t = A : (N_1 + N_2)$ $t = S : (V_1 + V_2)$
$N_1 = (A - N_2 \cdot t) : t$ $N_2 = (A - N_1 \cdot t) : t$ $V_1 = (S - V_2 \cdot t) : t$ $V_2 = (S - V_1 \cdot t) : t$	$N_1 = A : t - N_2$ $N_2 = A : t - N_1$ $V_1 = S : t - V_2$ $V_2 = S : t - V_1$

Таблиця 2

Способи розв'язування задач на спільну роботу, в яких спільну продуктивність роботи двох виконавців знаходять дією віднімання, та на рух в одному напрямку

I спосіб	II спосіб
$A = N_1 \cdot t - N_2 \cdot t$ $S = V_1 \cdot t - V_2 \cdot t$	$A = (N_1 - N_2) \cdot t$ $S = (V_1 - V_2) \cdot t$
	$t = A : (N_1 - N_2)$ $t = S : (V_1 - V_2)$
$N_1 = (A + N_2 \cdot t) : t$ $N_2 = (N_1 \cdot t - A) : t$ $V_1 = (S + V_2 \cdot t) : t$ $V_2 = (V_1 \cdot t - S) : t$	$N_1 = A : t + N_2$ $N_2 = N_1 - A : t$ $V_1 = S : t + V_2$ $V_2 = V_1 - S : t$

Треба зазначити, що в курсі початкової математики розглядають задачі на спільну роботу та на рух у різних напрямках дещо ускладненої математичної структури (мал. 3).

	$\frac{\text{заг.виробіток}}{\text{відстань}}$	$\frac{\text{продукт.пр.}}{\text{швидкість}}$	час
I	A_1 / S_1	?	t_1
II	A_2 / S_2	?	t_2
I і II	A / S	?	t

Мал. 3. Узагальнена опорна схема задач на спільну роботу та на рух ускладненої математичної структури

Задачі на спільну роботу і задачі на одночасний рух, поданої математичної структури, містять такі спільні ознаки: три пропорційні величини: $\frac{\text{загальний..виробіток}}{\text{відстань}}$, $\frac{\text{продуктивність.праці}}{\text{швидкість}}$, час $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$; три випадки:

перші два стосуються $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$ кожного з двох об'єктів, а третій – їх спільної $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$; шість числових значень: $\frac{\text{загальний..виробіток}}{\text{загальна..відстань}}$ першого об'єкта, $\frac{\text{загальний..виробіток}}{\text{загальна..відстань}}$ другого об'єкта, $\frac{\text{загальний..виробіток}}{\text{загальна..відстань}}$ при їх спільн $\frac{\text{ій..праці}}{\text{ому..русі}}$ та час $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$ першого об'єкта, час $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$ другого об'єкта, час їх спільн $\frac{\text{ої..роботи}}{\text{ого..руху}}$; п'ять з них дано, а одне є шуканим.

Спосіб розв'язування цих задач, на відміну від задач, розглянутих вище, передбачає виконання ще двох арифметичних дій, внаслідок чого задачі такої математичної структури зводяться до попередніх.

Таким чином, задачі на спільну роботу та задачі на одночасний рух мають однакові математичні структури та аналогічні способи розв'язування, що дає можливість об'єднати їх в одну групу.

Перший клас охоплює задачі, які не містять групу пропорційних величин, і спосіб їх розв'язування полягає у „перекладі” задачі мовою математики, визначення чисел, для яких треба знайти середнє арифметичне. Другий клас охоплює задачі, які містять три пропорційні величини і в яких явно не вказано середнє арифметичне яких і скількох чисел треба знайти. „Ключем” до розв'язання цих задач є правила знаходження середньої величини.

Таким чином, ми виділили дві групи „типових” задач:

- задачі, що містять однакову (сталу) величину;
- задачі на процеси.

Завдання для самоперевірки:

1. Яку ознаку покладено в основу розбиття задач на два класи: прості і складені?

2. До якого класу відноситься задача?

1) Після того, як Сашко розв'язав 7 завдань, йому залишилося розв'язати ще 8 завдань. Скільки завдань має розв'язати Сашко?

2) У майстерні було 23 м тканини. Скільки метрів тканини стало в майстерні після того, як привезли 4 рулони тканини по 9 м у кожному?

3) Першого дня на базу привезли 2 вагони вугілля, маса якого 38 т. Другого дня привезли 3 таких самих вагони вугілля. Скільки вугілля привезли другого дня?

3. Які висновки можна зробити з того, що задача є складеною?

4. Які види простих задач пропонуються в 1-му (2-му, 3-му, 4-му) класі? Покажи їх опорні схеми. Наведи приклади.

5. Визначити вид простої задачі.

1) У вазі лежить 7 шоколадних цукерок, а карамелей на 4 менше. Скільки карамелей лежить у вазі?

- 2) Бабуся на городі вирвала моркву і зв'язала 5 пучків по 4 морквини у кожному пучку. Скільки всього морквин вирвала бабуся на городі?
- 3) У Тараса було 5 машинок. Скільки машинок стало у хлопчика після того, як тато йому купив ще 3 машинки?
- 4) Наталці до школи треба йти 40 м. Чверть шляху вона вже пройшла. Скільки метрів пройшла Наталка?
- 5) Микола спіймав 7 карасів, а Петро 8. Сашко спіймав стільки карасів, скільки Микола і Петро разом. Скільки карасів спіймав Сашко?

6.3 яких простих задач складається задача? До якого виду її можна віднести?

- 1) На першій полиці 12 книжок, а на другій на 7 менше. Скільки книжок на двох полицях?
- 2) Мама зірвала з одного куща 8 помідорів, а з другого 4 помідори. Усі помідори вона розклала у дві банки, порівну у кожену. Скільки помідорів у кожній банці?
- 3) В коробці 12 кг цукерок, а у коробці печива на 3 кг менше. У коробці пряників на 5 кг більше, ніж печива. Скільки кілограмів пряників у коробці?
- 4) З 27 м бавовни пошили костюми, витрачаючи на кожний костюм по 3 м тканини, а з 6 м бавовни пошили плаття, витрачаючи на кожне по 2 м тканини. У скільки разів більше пошили костюмів, ніж платтів?

7. Наведи приклади складених задач на знаходження суми різноманітних математичних структур. Чим вони відрізняються?

1.5. Діяльність з розв'язування задач

1.5.1. Сутність процесу розв'язування задач

Розв'язування задачі є складним процесом розумової діяльності людини, який спрямований на перетворення об'єкта, що описаний у змісті задачі, на вирішення суперечності між умовою та вимогою задачі.

Сутність діяльності з розв'язування задач полягає у знаходженні такої теорії, такої системи загальних положень, застосовуючи які до умов задачі і проміжних результатів розв'язування, можна врешті відповісти на запитання задачі (задовольнити вимозі задачі) або у відшукуванні способу її розв'язування. Процес розв'язування сюжетних задач як „перекодування” учнем словесно заданого сюжету, що містить числові компоненти і характерну структуру, на мову арифметичного запису, як перехід від словесної моделі до моделі математичної або схематичної. В основі здійснення цього переходу лежить аналіз тексту і виділення в ньому математичних понять і співвідношень.

Засоби діяльності із розв'язування задач поділяються на внутрішні і зовнішні, та складаються з трьох компонентів:

- 1) засоби, представлені в умовах задачі, над якими виконуються кроки-перетворення – специфічний компонент;

2) загально логічні правила виведення, за якими виконуються перетворення умов задачі – логічний компонент;

3) евристики, які спрямовують процес розв'язування – евристичний компонент.

Крім цих компонентів, при реальному розв'язуванні задач використовуються ще й інші засоби, а саме – здогадка, інтуїція.

В *описі процесу розв'язування задач* розглядаються *два типи структур: зовнішня та внутрішня*. Зовнішня структура описує розв'язування задачі через логічні схеми, алгоритмічні і евристичні приписи, тим самим визначаючи послідовність перетворення задачної системи. Використання розумових операцій передбачає побудову внутрішньої структури. Зазначимо, що в реальному процесі розв'язування задачі внутрішній і зовнішній аспекти тісно взаємодіють один з одним, утворюючи єдине ціле.

1.5.2. Зовнішня структура процесу розв'язування задач

Здебільшого методисти визначають чотири *етапи процесу розв'язування сюжетної задачі*:

1. Ознайомлення з задачею. Аналіз тексту задачі.
2. Пошук розв'язування задачі.
3. Реалізація плану розв'язування задачі. Запис розв'язання і відповіді.
4. Робота над задачею після її розв'язання.

Останній етап передбачає з'ясування того, що здобутий результат задовольняє умові задачі, перевірку розв'язання; аналіз розв'язання, обґрунтування прийомів розв'язування, розгляд інших способів розв'язування, дослідження задачі і її розв'язання.

Діяльність із розв'язування задач може здійснюватися *алгоритмічним і евристичним способом*. Якщо учень виконує приписи, то в цьому випадку здійснюється алгоритмічний спосіб діяльності з розв'язування задач, який характеризується тим, що учень здійснює власну діяльність у відповідності з відомим йому алгоритмом. Елементарні дії полягають у застосуванні відомого алгоритму розв'язування даного класу задач. Але для цього, під час аналізу задачі треба встановити належність даної задачі до задач певного класу. Евристичний спосіб діяльності з розв'язування задач відрізняється відсутністю у школяра такого алгоритму, і головна частина його діяльності полягає у пошуках плану або способу розв'язування даної задачі. Для задач неалгоритмічного характеру використовуються різноманітні евристичні правила і схеми, застосування яких не гарантує знаходження системи елементарних дій, які призведуть до повного розв'язання задачі.

Таким чином, якщо, розпочинаючи розв'язання математичної задачі, учень не має орієнтувальної основи для своїх дій, то він її відшукує, виконуючи евристичну діяльність. Така діяльність здійснюється за допомогою особливих прийомів – евристик. По-перше евристики – це всілякі засоби (графічні схеми,

друковані інструкції, усні вказівки викладача, наочні матеріали, відомості тощо), застосування яких робить можливим і полегшує розв'язування задачі. По-друге евристики – це прийоми розв'язання певних класів задач, що не піддаються чіткій алгоритмізації. І, нарешті, евристики, – це специфічні розумові прийоми, що складають пошукові стратегії і тактики.

Типові евристики, які доцільно формувати в учнів початкової школи: виділення із тексту задачі змістовних одиниць, їх перетворення і комбінування з умовою і запитанням задачі; формулювання простої задачі з частини умови даної складеної задачі; перекодування інформації, а саме побудова різноманітних моделей однієї й тієї самої задачі; переформулювання умови і (або) запитання задачі на рівносильні; розчленування запитання задачі та запитань, які виникають по ходу її розв'язування, на допоміжні; добір допоміжного запитання до даного; отримання висновків з того, що дано (вичерпання з даного математичного об'єкту особливостей, що є в ньому); постановка запитання до даних і результатів, отриманих під час розв'язування задачі; введення допоміжних позначень, умов (наприклад, у співвіднесенні з життєво практичними ситуаціями).

Серед запропонованих евристик немає повністю ізольованих, вони взаємопов'язані між собою і взаємозалежні. Причому, одні з них порівняно прості за складом, інші – є більш складними. Використовувати як *домінуючу евристику* – *моделювання* – *моделювання як задачної ситуації (побудову допоміжних моделей – предметних, схематичних, словесних), так і процесу її розв'язування (схеми аналітичного і синтетичного розбору задачі, „дерева міркувань”)*, тому що саме моделювання забезпечує необхідне орієнтування в задачній ситуації.

Незалежно від способу (алгоритмічного чи евристичного), діяльність учнів із розв'язування задач являє собою реалізацію основних етапів розв'язування через виконання певних дій. Розглянемо дії, за допомогою яких реалізуються етапи розв'язування задачі.

1. Ознайомлення з задачею. Аналіз тексту задачі.

Ознайомитися – це означає, прочитавши формулювання задачі, уявити собі життєву ситуацію, яка відображена в ній. При ознайомленні читаємо текст задачі двічі: перший раз – для ознайомлення з її змістом в цілому, а потім – для відокремлення кожної змістовної одиниці тексту в окрему частину (читаємо по частинах). Поділ задачі на частини передбачає відокремлення умови і запитання, числових даних і шуканого, визначення їх змісту.

Проаналізувати текст задачі – це означає виділити умову і запитання; визначити величини, що входять до задачі: дані та шукані, встановити зв'язки між ними. Аналіз задачі відбувається двома способами:

а) предметно-змістовий аналіз – це декодування умови задачі в цілому, відновлення тієї реальної задачної ситуації, моделлю якої є дана задача. Такий аналіз звичайно виконується усно, і задачна ситуація, що створюється на основі цього аналізу, утворює у дитини мислений образ сюжету задачі;

б) *логіко-семантичний аналіз* – спрямований на виявлення особливостей словесного задання окремих величин, як відомих, так і невідомих, в тому числі й шуканих, а головне – на виявлення словесних ознак окремих видів співвідношень. Це аналіз тексту задачі для встановлення величин, їх значень і співвідношень між ними, що задані в тексті задачі, розбиття тим самим тексту задачі на окремі елементарні умови (елементарною умовою задачі є судження, що міститься в тексті задачі, яке не можна розчленувати на більш дрібні судження) і вимоги. Таким чином виявляється структура задачі.

В результаті *логіко-семантичного аналізу* тексту задачі встановлюється:

- 1) які величини характеризують кількісний бік тих явищ, процесів і подій, які складають сюжет задачі;
- 2) скільки і які значення кожної величини задані явно або неявно в тексті задачі;
- 3) характер кожного значення величини: відоме або невідоме це значення, а якщо невідоме, то яке – шукане, проміжне (допоміжне) чи невизначене;
- 4) якими співвідношеннями пов'язані між собою ці значення величин;
- 5) яке значення є головним в кожному співвідношенні, які слова-ознаки, що входять у задання значення величини, вказують на характер цього значення;
- 6) який характер кожного з цих співвідношень (розв'язне, нерозв'язне);
- 7) як пов'язані між собою ці співвідношення.

Результати аналізу тексту задачі повинні бути втілені у *репрезентативній моделі задачі*. Складання репрезентативної моделі сюжетної задачі має кілька цілей. Зокрема така модель може слугувати:

- а) для фіксації результатів аналізу задачі і тим самим для організації власне цього аналізу, тому складання моделі виконується в процесі аналізу та в міру його виконання;
- б) для погляду на задачу з різних точок зору. Побудова моделі задачі дозволяє здійснити те основне, що спрямовує, підштовхує процес розв'язування, процес переформулювання задачі;
- в) побудова моделі задачі є підготовчим етапом для складання математичної моделі задачі.

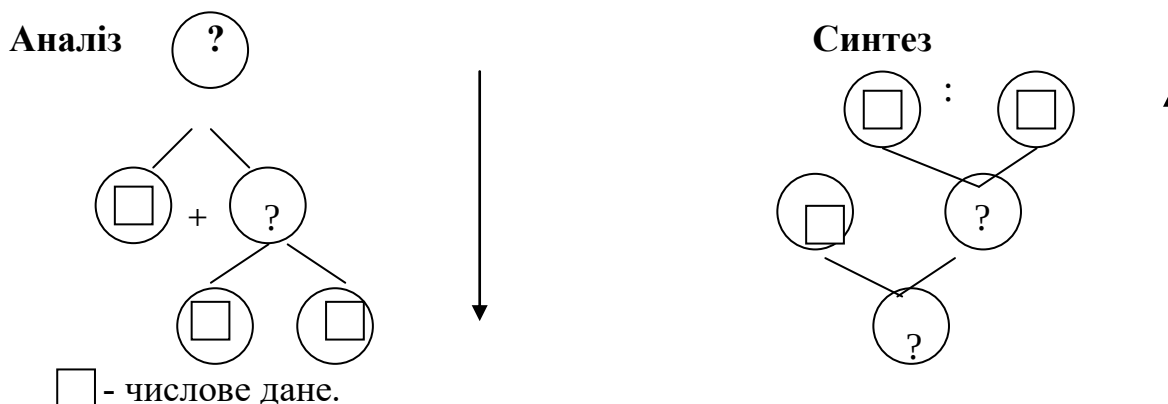
М. І. Бурда та Л. М. Фрідман розглядають *предметні, наочно-схематичні й табличні моделі задачі (репрезентативні)*. Предметна модель сюжетної задачі – це будь-яке наочне відновлення тієї реальної ситуації, що описана в задачі. Такі моделі можуть складатися з речей, а можуть бути поданими у вигляді малюнків, різного роду інсценуванням сюжету задачі. До цього виду моделей відноситься і мислене відновлення реальної ситуації, що описана в задачі, у вигляді уявлень. Наочно-схематичні моделі використовуються для узагальненого, схематичного відновлення ситуації задачі. Моделі цього виду зберігають наочність, що притаманна предметним моделям, але відновлюють реальну ситуацію, що описана в задачі за допомогою відрізків, геометричних фігур тощо. До наочно-схематичних моделей належать різного роду схематичні записи умови задачі або короткі записи у формі таблиці, схематичні рисунки.

Таблична форма короткого запису застосовується тоді, коли в задачі є кілька взаємо пов'язаних величин, кожна з яких задана одним або кількома значеннями.

Треба зупинитися ще на одному виді моделей – *структурних* (графи, схеми), які виділяють Л. М. Фрідман та М. І. Бурда. Вони використовуються для наочного зображення залежностей і зв'язків між даними і шуканими величинами, тобто для наочного зображення математичної структури розв'язання задачі. Складання структурної схеми задачі можна віднести не лише до першого етапу в роботі над задачею – до аналізу тексту задачі, а й до другого етапу – пошуку розв'язування задачі, тому що на структурній схемі наочно бачимо розв'язуючу модель задачі.

II. Пошук розв'язування задачі.

Пошук розв'язування задачі арифметичним способом може бути здійснений від запитання задачі до числових даних – аналітично, або від числових даних задачі до її запитання – синтетично (див. мал. 4). Приклади роботи над задачами подані у додатку А.



Мал. 4. Схематичне зображення міркувань при пошуку розв'язування задачі

У практиці навчання застосовуються обидва шляхи, але переваги належать синтетичному методу, оскільки аналітичний спосіб у чистому вигляді більш важкий для учнів. М. В. Богданович також вважає, що синтетичний спосіб для дітей легший, але застосування його може створювати додаткові проблеми; аналітичний спосіб більш цілеспрямований щодо складання плану розв'язування задачі, тут треба мати на увазі не одну якусь дію, а хід міркування в цілому. Однак для задач на три й більше дій він громіздкий. При аналізі учні отримують уявлення про розв'язання задачі в цілому, а не про окремі дії, що вибрані, а синтез сприяє опрацюванню вміння передбачати про що можна дізнатися за двома певними числовими даними та спрямуванню думки дітей у потрібному напрямку.

Для складених задач пошук розв'язування задачі завершується складанням плану розв'язування, в якому обговорюється, про що ми дізнаємося першою дією, другою дією, і так далі...

Обравши той або інший метод чи спосіб розв'язування сюжетної задачі, слід скласти для неї відповідну розв'язуючу математичну модель. Це означає,

що якщо обрано арифметичний спосіб розв'язування, то модель будується у вигляді обчислювальної формули або просто послідовності арифметичних дій (план розв'язування).

При розв'язанні складених задач виділяє три види схем: 1) схема розбору задачі (від шуканого до даних); 2) схема плану розв'язування; 3) структурна схема розв'язання. Застосування цих схем здійснюється при поступовому переході від схеми розбору до схеми плану розв'язування і від схеми плану розв'язування до структурної схеми та навпаки. Розбір задачі від шуканого до даних проводиться з одночасним кресленням схеми.

Треба зазначити, що на етапі пошуку розв'язування задачі особливу увагу мають дії, що належать до групи евристичних правил та схем, які спрямовують процес діяльності із розв'язування задач.

III. Здійснення плану розв'язування задачі. Запис розв'язання і відповіді.

Далі здійснюється *власне розв'язання*: знаходження результатів кожної з намічених арифметичних дій та встановлення змісту отриманого числа або знаходження значення числового (числових) виразу (виразів) – при арифметичному способі розв'язування задачі; розв'язання рівняння і відповідь на запитання задачі – при алгебраїчному методі. Таким чином, відбувається третій етап процесу роботи над задачею.

IV. Робота над задачею після її розв'язання.

Робота над задачею після її розв'язання полягає у перевірці правильності розв'язку.

Перевірити розв'язання задачі – значить встановити, чи воно правильне, чи ні. Перевірку розв'язання слід розглядати як встановлення факту, що отриманий розв'язок задовольняє умовам задачі. Перевірка розв'язання задачі потрібна для того, щоб виключити неправильні або неповні відповіді задачі, по-перше, через можливі помилки в процесі розв'язування, а по-друге, через неточність математичних моделей.

Перевірка розв'язання сюжетних задач може бути прямою або непрямою, у свою чергу кожна з них може бути повною або неповною. Пряма повна перевірка розв'язання задачі полягає в тому, що ми впевнюємося у виконанні усіх умов задачі при знайденому (знайдених) значеннях шуканого; неповна перевірка полягає в тому, що перевіряються не усі умови, а лише деякі. Непряма перевірка проводиться за допомогою складання і розв'язування оберненої задачі.

1. *Складання та розв'язування оберненої задачі.* Обернена задача складається шляхом обміну ролями одного з шуканих з якимось із даних, тобто знайдене значення одного з шуканих приймають за дане, а одне з даних вважають шуканим. Якщо в результаті розв'язання оберненої задачі отримують значення, що збігається з обраним даним, то це свідчить, що задача розв'язана правильно.

Цікава методика використання стрілок при розв'язуванні прямих і обернених до них задач запропонована Т. Й. Мельничук та Т. М. Хмарою. Згідно з цим методом, розв'язування задачі недоцільно завершувати знаходженням відповіді на неї. Доцільно скласти і розв'язувати одночасно з вихідною (прямою) задачею, обернену до неї. При цьому, зазначають автори, дістаємо нову інформацію про зв'язки між величинами вихідної задачі. Зв'язки, у яких перебувають пари застосовуваних операцій, використовуються для перевірки правильності розв'язання задачі. Їх достовірність ілюструється застосуванням двох протилежно спрямованих стрілок.

2. *Розв'язання задачі іншим способом.* Непряму перевірку можна здійснити, розв'язавши задачу іншим способом. Якщо задачу можна розв'язати іншим способом, то отримання однакових результатів підтверджує, що задача розв'язана правильно.

Підхід передбачає використання: переформулювання запитання задачі; добір допоміжного запитання; виявлення прихованих логічних основ задачі; наочного оформлення задачі. В початкових класах застосовуються такі способи прямої перевірки правильності розв'язання:

3. *Встановлення відповідності між числами, які отримані в результаті розв'язання задачі, і даними числами.* При перевірці розв'язання задачі таким способом, виконуються арифметичні дії над числом, яке було отримано у відповіді на запитання задачі: якщо при цьому отримуємо число, що дано в умові, тоді задача розв'язана правильно. Наприклад при розв'язанні задачі: „Мама купила по однаковій ціні 3 кг яблук та 2 кг груш. За всю покупку вона заплатила 15 гривень. Скільки окремо коштують яблука та окремо коштують груші?“, отримали, що яблука коштують 9 гривень, а груші – 6 гривень; додавши отримані числа ($9 + 6 = 15$ гривень), одержимо число, яке дано в умові задачі. Отже, задачу розв'язано правильно.

4. *Орієнтовна оцінка відповіді (встановлення відповідності шуканого числа області своїх значень).* Цей спосіб полягає в тому, що до початку розв'язання задачі встановлюється область значень шуканого числа, тобто визначається більшим або меншим якогось із даних чисел повинно бути шукане число. Після розв'язання задачі перевіряється, чи відповідає отриманий результат встановленій області значень (тоді задачу, можливо, розв'язано правильно), чи ні (тоді розв'язання неправильне)). Цей засіб допомагає виявити помилковість розв'язання і має поєднуватися з іншими способами перевірки.

Кожний із названих прийомів перевірки має ряд переваг та недоліків. Загальним недоліком усіх цих прийомів є спрямованість кожного на перевірку кінцевого результату, що в більшості випадків не дає змогу виявити помилку у розв'язанні, якщо вона допущена. Крім цього, при перевірці будь яким із перелічених прийомів в розряд правильних може потрапити розв'язання з кількома помилками, що компенсують одна одну; коли розв'язання неправильне, а відповідь правильна. Але існує *прийом перевірки*, який не має таких недоліків – це визначення змісту складених за задачею виразів.

Виявлення недоліків проведеного розв'язання, пошуки кращого розв'язання, встановлення і закріплення в пам'яті учнів тих прийомів і способів, які були застосовані в даному розв'язанні, виявлення умов можливості застосування цих прийомів і способів – усе це й сприяє перетворенню розв'язування задачі у могутній навчальний та виховуючий засіб. При обговоренні проведеного розв'язання корисно у деяких випадках встановити можливість узагальнення даної задачі, виявити її особливості, зіставити розв'язання даної задачі з раніш розв'язаними тощо.

Методику роботи над задачею, згідно визначеним етапам, подано у додатку А.

Завдання для самоперевірки:

1. Виконати предметно-змістовий аналіз тексту задачі.

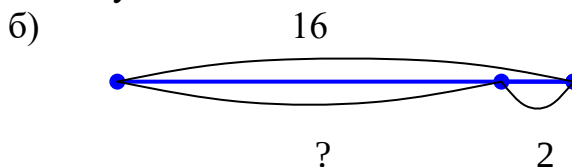
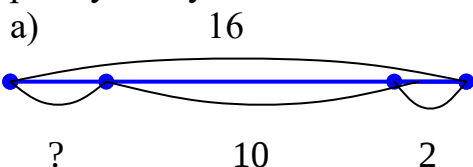
- 1) У дівчинки було 25 см стрічки, після того, як вона зробила закладку, у неї залишилося 12 см стрічки. Скільки сантиметрів стрічки витратила дівчинка на закладку?
- 2) В дідуса у садку росте 5 вишень і 3 яблуні. Скільки фруктових дерев росте в дідуса у садку?
- 3) Біля озера посадили 8 верб, а осик на 4 більше, ніж верб. Беріз на 5 менше, ніж верб і осик разом. Скільки беріз посадили біля озера?
- 4) Майстер виготовляє 24 деталі за 4 години, а учень за 6 годин. Скільки деталей виготовлять майстер і учень за 3 години, якщо працюватимуть разом?

2. Виконати логіко-семантичний аналіз тексту задачі.

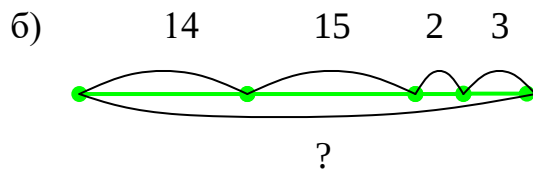
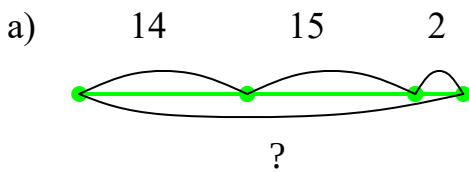
- 1) У класі 12 дітей. З них 7 хлопчиків, а решта дівчинки. Скільки дівчинок в класі?
- 2) Після того, як з бочки взяли 12 л води для поливу дерев, в ній залишилось ще 6 л води. Скільки літрів води було у бочці спочатку?
- 3) У шкільну їдальню привезли бідон молока. У бідоні було 16 л молока. В нього долили 4 л молока. Скільки літрів молока стало у бідоні?
- 4) Поштарка повинна рознести 36 журналів, а газет на 3 менше. Скільки газет повинна рознести поштарка?
- 5) Сашко розв'язав 15 прикладів і 7 задач, а Тарас розв'язав на 4 завдання менше, ніж Сашко. Скільки завдань розв'язав Тарас?
- 6) Бабуся заготовила 5 трилітрових бутілі соку і 6 дволітрових. Скільки всього літрів соку заготовила бабуся?

3. Вибери схематичний рисунок до задачі.

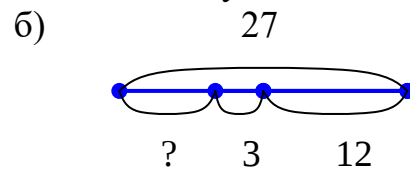
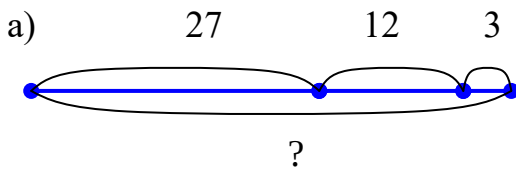
- 1) Тарас зіграв на турнірі з шахів 16 партій. З них 10 він виграв, 2 програв, а решту звів у нічию. Скільки партій Тарас звів у нічию?



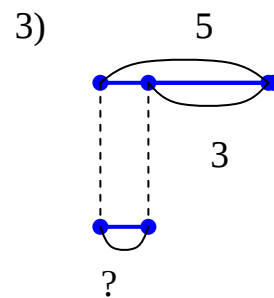
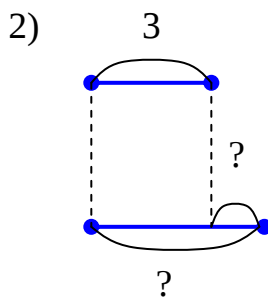
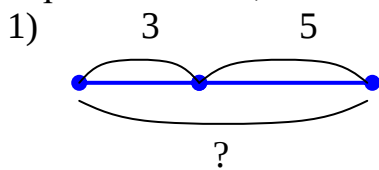
2) На ставку плавало 14 лебедів та 15 качок. У комишах було ще 2 лебедя та 3 качки. Скільки всього птахів було?



3) На дитячому майданчику грали 27 дітей. Пішли до дому 12 дівчинок і 3 хлопчика. Скільки дітей залишилося грати на дитячому майданчику?



4) В нашої кішки народилися котенята: 3 чорних і 5 білих. На скільки менше чорних котенят, ніж білих?



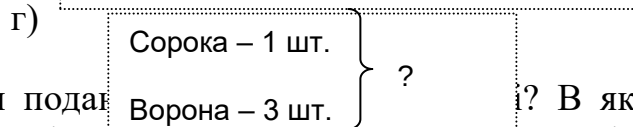
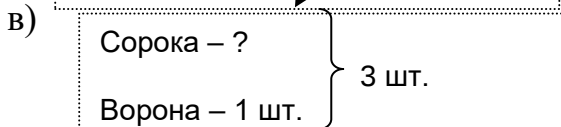
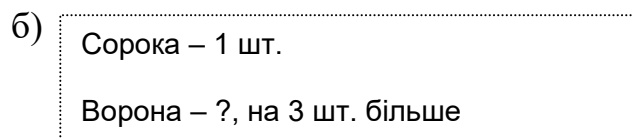
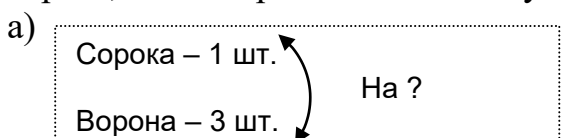
4. До тексту задачі підбери короткий запис.

1) Зозуля поклала 1 яйце сороці в кубло і 3 яйця вороні. Скільки всього зозулят прийдеться виховувати приймальним батькам?

2) Зозуля поклала 1 яйце сороці в кубло, а вороні на 3 яйця більше. Скільки яєць поклала зозуля у кубло вороні?

3) Зозуля поклала 1 яйце сороці в кубло і 3 яйця вороні. На скільки більше яєць поклала зозуля у кубло вороні, ніж сороці?

4) Зозуля підкинула вороні і сороці 3 яйця. Скільки яєць вона підкинула сороці, якщо вороні вона підкинула 1 яйце?

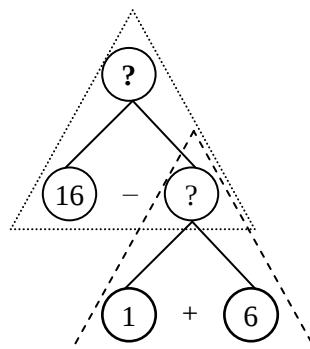
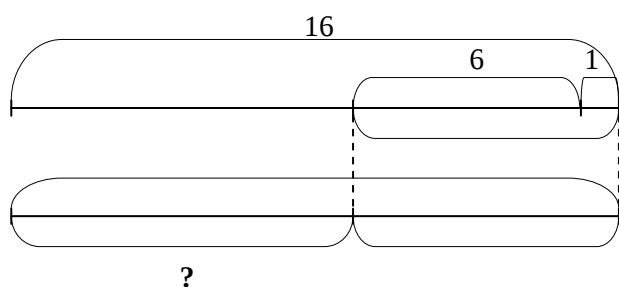


випа... и пода... в форі... і? В якому... ку у формі... креслення? В якому випадку – схематично? До задачі склади короткий запис.

1) З одного селища одночасно у протилежних напрямках вирушили два велосипедиста. Яка відстань буде між ними через 3 години, якщо швидкість першого $5 \frac{м}{с}$, а швидкість другого $4 \frac{м}{с}$?

6. Прокоментуй аналітичний пошук розв'язування задачі.

1) У шкільній їдальні було 16 л олії. На сніданок витратили 1 л олії, а на обід 6 л. Скільки літрів олії залишилося?



Розв'язання

1) $1 + 6 = 7$ (л)

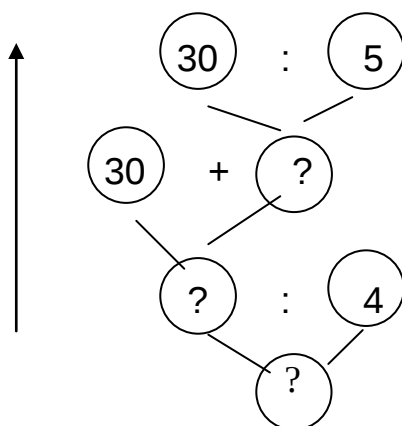
всього витратили

2) $16 - 7 = 9$ (л)

залишилося

Відповідь: 9 літрів олії залишилося.

7. Прокоментуй синтетичний пошук розв'язування задачі.



На дослідній ділянці у господарстві посіяли 30 кг пшениці, жита – в 5 разів менше, ніж пшениці, а гречки – в 4 рази менше, ніж пшениці та жита разом. Скільки посіяли гречки?

8. Виконати перевірку розв'язання задачі способом складання і розв'язування оберненої задачі.

1) Столяр полагодив в перший день 14 стільців, а в другий - на 4 стільці менше. Скільки стільців полагодив столяр в другий день?

2) У вагоні було 11 пасажирів. Після того, як на станції увійшло ще декілька пасажирів, у вагоні стало 18 пасажирів. Скільки пасажирів увійшло на станції?

3) На шкільній кролефермі було 25 білих кролів, 43 чорних, а сірих на 12 менше, ніж білих і чорних разом. Скільки сірих кролів було на кролефермі?

9. Виконати перевірку розв'язання розв'язавши задачу з завдання №6 (1) іншим способом.

1.6. Уміння розв'язувати задачі. Види умінь

Під *умінням* розуміємо свідоме застосування знань і навичок, що є в учня, для виконання складних дій у різноманітних умовах, тобто для розв'язування відповідних задач.

Оволодіння умінням розв'язувати задачі здійснюється в процесі навчання за правильної організації діяльності вчителя та учня. Таким чином, навчання

розв'язування задач – це спеціально організована взаємодія вчителя та учнів, мета якої полягає в формуванні у дітей **уміння розв'язувати задачі**.

Для цілеспрямованого формування уміння розв'язувати сюжетні задачі, слід проводити роботу за двома напрямком: по-перше формування дій та операцій, що складають зовнішню структуру; по-друге формування дій та операцій, що складають внутрішню (психологічну) структуру процесу розв'язування задач. Але ми зосереджуємося на формуванні зовнішньої структури діяльності з розв'язування задач. Аналіз формування внутрішньої структури – це справа психологів.

Тому, при означенні поняття „**уміння розв'язувати задачі**” ми виходимо з його операційного складу (зовнішньої структури): уміння розв'язувати сюжетні задачі – це складне уміння, яке містить комплекс умінь нижчого порядку, що стосуються послідовно виконуваних дій, а саме:

- 1) уміння аналізувати текст задачі;
- 2) уміння подавати результати аналізу у вигляді репрезентативної моделі;
- 3) уміння співвідносити задачу з раніш вивченими і відтворювати спосіб розв'язування задач даного типу (якщо учню пропонується задача відомого типу);
- 4) уміння виконувати пошук розв'язування задачі, якщо задача невідомого типу або учень не „впізнав” задачу: при арифметичному способі розв'язування виконувати аналітичні міркування (від запитання задачі до числових даних) або синтетичні (від числових даних до запитання задачі), при алгебраїчному методі розв'язування – скласти рівняння, при геометричному методі розв'язування – виконувати креслення, будувати діаграми або графіки;
- 5) уміння виконувати операції, які забезпечують розв'язання задачі;
- 6) уміння перевіряти правильність розв'язку.

Ми окремо не виділили „знання про задачу та процес її розв'язування”, тому що ми притримуємося загальноприйнятого означення „уміння” у психології, як свідомого застосування знань і навиків.

В результаті порівняльного аналізу існуючих у методичній літературі трактувань рівнів розв'язувати задачі та на основі аналізу операційного складу вміння розв'язувати задачі й спостережень за роботою над задачами учнів початкової школи нами встановлено наступні **рівні уміння розв'язувати задачі**:

І. Низький рівень. Сприймання задачі здійснюється учнем поверхово, неповно, учень не може виділити умову і запитання задачі, визначити об'єкт задачі, виокремити числові дані і шукане задачі. При цьому він виділяє зовнішні, частіше несуттєві елементи задачі. Учень не може і не намагається уявити хід розв'язування задачі. Учень не вміє скласти короткий запис задачі або схематичний малюнок. При складанні короткого запису, схематичного малюнку учень не спирається на слова-ознаки і не визначає вид співвідношення. Перед розв'язанням задачі не робить прикидку: шукане число

буде більше чи менше за дане число. Учень не виконує пошук розв'язування задачі (аналіз або синтез), а відразу приступає до розв'язання задачі, обираючи числові дані та арифметичну дію навмання. Після розв'язання задачі має труднощі у формулюванні відповіді. Учень не „бачить” різних способів розв'язання, навіть коли вчитель вказує на них.

II. Середній рівень. Сприймання задачі супроводжується її аналізом, учень виділяє умову і запитання, об'єкт задачі, числові дані і шукане. Учень прагне зрозуміти задачу, виокремлює дані та шукане, але здатний при цьому встановити між ними лише окремі зв'язки. Він вміє виділяти ключові слова та складати короткий запис задачі або виконувати схематичний малюнок. Через відсутність єдиної системи зв'язків між величинами є важкою прикидка очікуваного результату. Учень може виконати пошук розв'язування задачі, спираючись на схематичний малюнок або за допомогою дорослого. Учень чітко дає відповідь на запитання задачі. Учень знаходить різні способи розв'язування задачі, за наявності попереднього досвіду при розв'язанні аналогічних задач.

III. Високий рівень. Учень володіє предметно-змістовним аналізом задачі. Вміє визначати слова-ознаки та види співвідношень, що задані в задачі, а також складати репрезентативну модель задачі. На підставі повного всебічного аналізу задачі учень виділяє взаємозв'язки між даними та шуканим і робить прикидку очікуваного результату. Самостійно виконує пошук розв'язування (аналіз або синтез), формулює план розв'язування та записує розв'язання, як за діями, так і виразом. Складає і розв'язує обернені задачі; встановлює відповідність між числами, які отримані в результаті розв'язання задачі і даними числами. Учень здатний самостійно побачити різні способи розв'язування і вказати найбільш раціональний. При аналізі задачної ситуації учень вільно відкидає неістотні і зайві елементи з точки зору її вимоги.

В методичній літературі виділяють два основних типи умінь розв'язувати задачі: загальне уміння розв'язувати задачі – узагальнене; уміння розв'язувати задачі певного виду – окремі уміння розв'язувати задачі.

Загальне (узагальнене) уміння розв'язувати задачі виявляються при розв'язуванні людиною незнайомої задачі, тобто такої, спосіб розв'язання котрої людині невідомий. Якщо учень переносить засвоєні дії на нові види задач, правильно і самостійно розв'язує сюжетні задачі широкого кола, то відповідне вміння є узагальненим.

В основі *умінь розв'язування задач певних видів* лежать окремі методи розв'язання задач даного виду (алгоритми, евристичні схеми). Л. М. Фрідман наголошує на необхідності відрізняти загальне уміння розв'язувати задачі від окремих умінь розв'язання задач певного виду. Учні можуть дуже успішно навчитися розв'язувати задачі усіх тих видів, які вивчаються в школі, але не оволодіти загальним умінням розв'язувати задачі. Уміння розв'язувати задачі певних видів формуються на базі наданого вчителем зразка, користуючись яким учні виконують операції, що входять у дане уміння. Загальне ж уміння

розв'язування задач, зазначає автор, у більшості випадків формується стихійно, а не в результаті цілеспрямованого, систематичного навчання. Існує думка про те, що воно може бути сформоване лише на основі розв'язування великої кількості задач. Але ж результати такої роботи учнів дуже незначні: більшість дітей не можуть розв'язати незнайому задачу. Між тим, бажаним результатом навчання є формування загального вміння розв'язувати задачі.

Завдання для самоперевірки:

1. Які дії учень повинен виконати послідовно, одну за одною, щоб розв'язати будь-яку задачу?
2. Прочитавши задачу і записавши її коротко, школяр „впізнав” її вид та згадав за яким планом розв'язуються такі задачі, чи треба йому виконувати аналітичний або синтетичний пошук розв'язування задачі?
3. Схарактеризуйте рівні сформованості вміння розв'язувати задачі.
4. Які типи вмінь розв'язувати задачі виділяють у методичній науці?
5. Як ви розумієте „загальне вміння”, „вміння розв'язувати задачі певних видів”?

1.7. Операційний склад загального уміння розв'язувати задачі та уміння розв'язувати задачі певних видів

В основі діяльнісного підходу лежить формування дій (операцій), що складають ту чи іншу діяльність, в даному разі – діяльність з розв'язування задач. Хоча ми запропонували означення поняття „уміння розв'язувати задачі”, як складного уміння, що являє собою комплекс умінь нижчого порядку, але визначили, що уміння розв'язувати задачі поділяють на загальні та уміння розв'язувати задачі певних видів (окремі). Зрозуміло, що склад цих двох видів умінь буде дещо відмінний.

Щодо визначення складу вміння розв'язувати задачі певних видів, то вчені однастайні в тому, що воно складається з: знань про види задач, способи розв'язування задач кожного виду; уміння “впізнавати” задачу даного виду, обирати відповідний їй спосіб розв'язування і реалізовувати його на конкретній задачі.

На основі аналізу процесу розв'язування сюжетних задач, аналізу умінь, якими учень має володіти для реалізації кожного з етапів розв'язування задачі та на основі наданого нами означення поняття „уміння розв'язувати задачі” ми пропонуємо трактування понять „загальне вміння розв'язувати задачі” та „окреме – уміння розв'язувати задачі певних видів” на основі їх операційного змісту (таблиця 3).

Як бачимо, до складу поняття „уміння розв'язувати задачі” входять майже ті самі дії, що й до складу „загального уміння розв'язувати задачі” або/і „уміння розв'язувати задачі певних видів” (окреме). Але, операційний склад загального уміння розв'язувати задачі та уміння розв'язувати задачі певних видів у більшому ступені конкретизований, в ньому визначені усі можливі, на нашу думку, операції. Тоді як операційний склад уміння розв'язувати задачі містить

лише „обов’язкові операції”, які учень має виконати, щоб успішно розв’язати задачу. Так, учень може розв’язати задачу, не припускаючи очікуваного результату... Крім того, якщо порівняти операційний склад загального і окремого умінь розв’язувати задачі, то бачимо, що вони містять однакові операції (дії), що стосуються аналізу тексту задачі та подання його результатів у вигляді моделі, уміння робити прикидку очікуваних результатів, уміння виконувати дії, які забезпечують розв’язання задачі; є спільне і у діях, що до перевірки розв’язання задачі. Відмінність операційного складу загального і окремого уміння виявляється на етапі пошуку розв’язування задачі.

Таблиця 3

Трактування понять „уміння розв’язувати задачі”, „загальне уміння розв’язувати задачі”, „окреме – уміння розв’язувати задачі певних видів”

Уміння розв’язувати задачі	Загальне уміння розв’язувати задачі	Уміння розв’язувати задачі певних видів
1) уміння аналізувати текст задачі;	1) уміння здійснювати предметно-змістовий аналіз задачі; 2) уміння виконувати логіко-семантичний аналіз задачі;	1) уміння здійснювати предметно-змістовий аналіз задачі; 2) уміння здійснювати логіко-семантичний аналіз задачі;
2) уміння подавати результати аналізу у вигляді репрезентативної моделі;	3) уміння складати репрезентативну модель задачі (короткий запис задачі у вигляді схеми або таблиці; або малюнок, схематичний малюнок, діаграму, графік й тощо);	3) уміння складати репрезентативну модель задачі (короткий запис задачі у вигляді схеми або таблиці; малюнок, схематичний малюнок, схему...);
	4) уміння робити прикидку очікуваного результату;	4) уміння робити прикидку очікуваного результату;
3) уміння співвідносити задачу з раніш вивченими і відтворювати спосіб розв’язування задач даного типу (якщо учню пропонується задача відомого типу);		5) уміння співвідносити дану задачу з раніш вивченими і „впізнавати” задачу вивченої математичної структури; 6) уміння актуалізувати узагальнений спосіб розв’язування задач даного виду при арифметичному способі; уміння актуалізувати

		узагальнений спосіб складання рівняння при алгебраїчному методі; 7) уміння застосовувати знайдений спосіб розв'язування та складати розв'язуючу модель задачі;
3) уміння виконувати пошук розв'язання задачі, якщо задача невідомого типу або учень не „впізнав” задачу: при арифметичному методі розв'язання виконувати аналітичні міркування (від запитання задачі до числових даних) або синтетичні (від числових даних до запитання задачі), при алгебраїчному методі розв'язання – складати рівняння, при геометричному методі розв'язання – виконувати креслення, будувати діаграми або графіки;	5) уміння здійснювати пошук розв'язування задачі: при арифметичному способі виконувати аналітичні або синтетичні міркування; уміння позначати одне з невідомих значень величини (шукане або проміжне) змінною та виражати інші величини через змінну, уміння подавати одну з величин двома способами (через змінну та без неї) при алгебраїчному методі; 6) уміння складати план розв'язування задачі при арифметичному способі; при алгебраїчному методі – уміння складати рівняння;	
4) уміння виконувати операції, які забезпечують розв'язання задачі;	7) уміння реалізувати знайдений план розв'язування при арифметичному способі; уміння розв'язувати рівняння при алгебраїчному методі;	7) уміння реалізувати знайдений план розв'язання при арифметичному способі; уміння розв'язувати рівняння при алгебраїчному методі;
6) уміння перевіряти правильність розв'язку.	8) уміння перевіряти правильність розв'язку; 9) уміння співвідносити нову задачу з раніш розв'язаними. Уміння перетворювати дану задачу. Уміння узагальнювати математичну	8) уміння перевіряти правильність розв'язку задачі; 9) уміння перетворювати задачу (у обернену або у задачу іншого виду або у задачу спорідненої марема-

	структуру задачі; 10) уміння досліджувати задачу засобом змін окремих її елементів, з метою формулювання загального плану розв'язування задач такої самої математичної структури.	тичної структури).
--	--	--------------------

Формування загального уміння розв'язувати задачі відбувається спочатку на простих – задачах, на запитання яких можна відповісти, виконавши одну арифметичну дію, а далі – на складених задачах – задачах, на запитання яких не можна відповісти однією арифметичною дією. Зазначена істотна відмінна ознака цих класів задач визначає відмінності у операційному складі загального уміння розв'язувати прості задачі та загального уміння розв'язувати складені задачі. Крім того, у початковій школі, прості і складені задачі, принаймні при формуванні загального уміння розв'язувати задачі, розв'язуються арифметичними способами. Тому, конкретизуємо операційний склад загального уміння, який виявляється при розв'язанні простих задач та операційний склад загального уміння на матеріалі складених задач. В результаті аналізу процесу розв'язування сюжетних задач, ми дійшли висновку: **з метою формування у молодших школярів умінь розв'язувати прості й складені задачі арифметичними способами слід поступово опрацювати певну сукупність дій (таблиці 4, 5):**

Таблиця 4

**Операційний склад загального уміння розв'язувати задачі
арифметичними способами (на матеріалі простих задач)**

№	Склад загального уміння розв'язувати задачі арифметичним способом	Дії, що адекватні арифметичному способу
1.	Уміння виконувати предметно-змістовий аналіз задачі	виділення умови задачі; виділення запитання задачі; виділення об'єкта (об'єктів) задачі; виділення числових даних і шуканого задачі;
2.	Уміння виконувати логіко-семантичний аналіз задачі	виділення слів-ознак окремих видів співвідношень; встановлення виду співвідношення;
3.	Уміння складати репрезентативну модель задачі (короткий запис задачі у вигляді схеми або таблиці; або малюнок, схематичний малюнок й тощо)	виділяти ключові слова і відповідні їм числові значення, складати короткий запис задачі у вигляді схеми; або визначати величини, що містяться в задачі, виділяти ключові слова і виділяти числові значення відповідних дискретних величин; записувати задачу у вигляді таблиці; зображати значення величини у вигляді довжини відрізка, інтерпретувати довжину відрізка як деяку величину, виражати один відрізок через інші; складати схематичний рисунок задачі;
4.	Уміння робити прикидку очікуваного результату	виходячи із ситуації задачі, визначати більше чи менше шукане число від одного з даних (наприклад, стало більше, ніж було, залишилося менше, ніж було тощо); співвідносити значення шуканої величини з іншими значеннями цієї самої величини, на основі знання характеру зміни однієї величини від зміни другої величини при сталій третій величині (у випадку співвідношення залежності між значеннями різних величин);
5.	Уміння здійснювати пошук розв'язування задачі	визначати яким членом спів-відношення є шукане; актуалізувати правило знаходь-ження невідомого компонента даного співвідношення; обґрунтовувати вибір арифметич-ної дії, засобом якої розв'язується задача;

6.	Уміння реалізувати знайдений план розв'язування	записувати розв'язання; пояснювати виконання дії;
7.	Уміння перевіряти правильність розв'язку	складати і розв'язувати обернені задачі; встановлювати відповідність між числами, які отримані в результаті розв'язання задачі і даними числами; встановлювати відповідність шу-каного числа області його значень, які очікувались під час прикидки;
8.	Уміння співвідносити нову задачу з раніш розв'язаними.	порівнювати задачі даної марема-тичної структури з іншими задачами, математична структура яких схожа на дану; встановлювати як ця відмінність впливає на розв'язання.

Сформувавши в школярів уміння у виконанні дій, що реалізують етапи розв'язання задач на матеріалі простих задач, можна приступити до опрацювання дій, що притаманні власно розв'язанню складених задач.

В алгоритмі–приписі для розв'язування складених задач (пам'ятка № 3) містяться ті самі дії, що потрібні для розв'язання простих задач, але до нього ще додаються дії, що притаманні лише розв'язуванню складених задач:

- міркувати аналітично або синтетично при пошуку розв'язування задачі;
- розбивати задачу на прості задачі;
- встановлювати порядок простих задач;
- формулювати план розв'язування задачі.

Результати аналізу дій, що складають арифметичний спосіб розв'язування складених задач, подані у таблиці 5, де дії, які притаманні лише розв'язуванню складених задач виділені жирним шрифтом.

Таблиця 5

Операційний склад загального уміння розв'язувати задачі арифметичними способами (на матеріалі складених задач)

№	Склад загального уміння розв'язувати задачі арифметичним способом	Дії, що адекватні арифметичному способу
1.	Уміння виконувати предметно-змістовий аналіз задачі	1) виділення умови задачі; 2) виділення запитання задачі; 3) виділення об'єкта (об'єктів) задачі; 4) виділення числових даних і шуканого задачі;
2.	Уміння виконувати логіко-семантичний	1) виділення слів-ознак окремих видів співвідношень;

	аналіз задачі	2) встановлення виду співвідношення (співвідношень);
3.	Уміння складати репрезентативну модель задачі (короткий запис задачі у вигляді схеми або таблиці; або малюнок, схематичний малюнок тощо)	1) виділяти ключові слова і відповідні їм числові значення, складати короткий запис задачі у вигляді схеми; або визначати величини, що містяться в задачі, виділяти ключові слова і числові значення відповідних дискретних величин; записувати задачу у вигляді таблиці; 2) зображати значення величини у вигляді довжини відрізка або за допомогою зображення іншої фігури, наприклад прямокутника; інтерпретувати довжину відрізка як деяку величину, виражати один відрізок через інші; складати схематичний малюнок задачі;
4.	Уміння робити прикидку щодо очікуваного результату	1) виходячи із ситуації задачі, визначати більше чи менше шукане число від одного з даних (наприклад, стало більше, ніж було, залишилося менше, ніж було тощо); 2) співвідносити значення шуканої величини з іншими значеннями цієї самої величини на основі знання характеру зміни однієї величини залежно від зміни другої величини при сталій третій величині (у випадку співвідношення залежності між значеннями різних величин);
5.	Уміння здійснювати пошук розв'язування задачі	1) від запитання задачі до числових даних – аналіз; 2) від числових даних до запитання задачі – синтез;
6.	Уміння складати план розв'язування задачі	1) розбивати задачу на прості; 2) встановлювати порядок розв'язання простих задач; 3) формулювати план розв'язування задачі;
7.	Уміння реалізувати знайдений план розв'язування	1) записувати розв'язання за діями; 2) пояснювати виконання дії; 3) складати вираз, який є розв'язанням задачі;
8.	Уміння перевіряти правильність розв'язку.	1) складати і розв'язувати обернені задачі; 2) переходити до розв'язання задачі іншим способом; 3) встановлювати відповідність між числами, які отримані в результаті розв'язання задачі, і даними числами; 4) встановлювати відповідність шуканого

		числа області його значень, які очікувались під час прикидки;
9.	Уміння досліджувати задачу через зміни окремих її елементів, з метою узагальнення її математичної структури і формулювання загального плану розв'язування задач такої самої математичної структури.	1) досліджувати задачу через зміни числових даних задачі, її сюжету та величин; встановлювати, як ця зміна вплине на розв'язання задачі; 2) визначати істотні ознаки задачі та узагальнювати її математичну структуру; 3) узагальнювати спосіб розв'язування задач даної математичної структури;
10.	Уміння співвідносити нову задачу з раніш розв'язаними.	порівнювати задачі даної математичної структури з іншими задачами, математична структура яких схожа на дану; встановлювати, як ця відмінність впливає на розв'язання.

Завдання для самоперевірки:

1. Перелічити дії (операції) з яких складається загальне вміння розв'язувати задачі.
2. Перелічити дії (операції) з яких складається окреме вміння розв'язувати задачі певних видів.
3. Чим відрізняється операційний склад загального вміння від операційного складу окремого вміння розв'язувати задачі?
4. Конкретизуйте операційний склад загального вміння для розв'язування простих задач.
5. Конкретизуйте операційний склад загального вміння для розв'язування складених задач.

ТЕМА 2. МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРОСТИХ ЗАДАЧ В 1-МУ КЛАСІ.

Формування загального уміння розв'язувати прості задачі відбувається за етапами, які є загальноприйнятими у методичній науці:

- I етап – підготовча робота до введення поняття „задача” (1 клас);
- II етап – ознайомлення з поняттям „задача”, його структурними елементами та етапами її розв'язування (1-й клас);
- III етап – формування загального уміння розв'язувати будь-які прості задачі (1 - 4 класи).

2.1. Зміст підготовчого етапу до введення поняття „задача”

Традиційно на етапі підготовчої роботи в учнів формується конкретний зміст дій додавання і віднімання, йде робота з розвитку мовлення дітей, коментування малюнків й тощо. Це пояснюється тим, що поняття „задача” вводиться на задачах на знаходження суми й остачі (різниці). Лише потім, познайомившись з відношенням різницевого порівняння, діти розв'язують задачі на збільшення чи зменшення числа на кілька одиниць, на різницеве порівняння, а далі, дізнавшись про взаємозв'язок дій додавання і віднімання, діти вчаться розв'язувати задачі на знаходження невідомого доданка. Отже, традиційно, задачі вводяться відразу після того, як вивчений „теоретичний” матеріал і є засобом його подальшого засвоєння. Але, застосування сюжетних задач для формування у дітей уявлень про математичні поняття, в тому числі про зміст арифметичних дій, призводить до того, що типізація сюжетних задач і засвоєння процесу їх розв'язування виступає як основний спосіб формування уміння розв'язувати задачі, учні не вчаться міркувати при виборі арифметичної дії, а орієнтуються на зразок, що наданий вчителем. Тому *для попередження шаблонного і тому неадекватного підходу учнів до розв'язання окремих видів задач ми пропонуємо вводити поняття „задача” не лише на задачах на знаходження суми й остачі (різниці), а на матеріалі перших п'яти видів простих задач.* Крім того, як було показано вище, однією з дій, що складають загальне уміння розв'язувати прості задачі, є дія побудови репрезентативної моделі, а саме – схематичного рисунка. Такий підхід вимагає ґрунтовної підготовчої роботи, а саме опрацювання знань і умінь, які є достатніми для засвоєння поняття „задача”:

знання

- конкретного змісту арифметичних дій додавання і віднімання;
- конкретного змісту відношення різницевого порівняння;

уміння

- переходити від предметної інтерпретації операції об'єднання елементів двох множин, що не перетинаються (вилучення частини множини і показу решти), до запису математичного виразу або рівності і навпаки;
- переходити від схематичної інтерпретації операції об'єднання елементів двох множин, що не перетинаються (вилучення частини множини і показу решти), до запису математичного виразу або рівності і навпаки;

- переходити від *предметної* до *схематичної* інтерпретації операції об'єднання елементів двох множин, що не перетинаються (вилучення частини множини і показу решти), а від неї до запису математичного виразу або рівності і навпаки;

- знаходити суму і різницю двох чисел;

- знаходити невідомий доданок, користуючись схематичною інтерпретацією дії додавання;

- переходити від *предметної* до *схематичної* інтерпретації відношення різницевого порівняння, а від неї до *математичного виразу або рівності* і навпаки.

- збільшувати (зменшувати) число на кілька одиниць;

- знаходити на скільки одиниць одне число більше (менше) від іншого числа.

Отже, метою підготовчого етапу до введення поняття „задача” є формування у молодших школярів поняття про конкретний зміст арифметичних дій додавання і віднімання, а також поняття про конкретний зміст збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, відношення різницевого порівняння та їх схематичного зображення.

Математичною основою пояснення змісту додавання є трактування суми як об'єднання двох множин без спільних елементів. Конкретний зміст дії віднімання розглядається як вилучення частини елементів скінченної множини і перерахунок решти. Це трактування легко перекладається на мову практичних дій, що дозволяє у процесі формування уявлень про зміст додавання і віднімання спиратися на досвід дітей і перерахунок предметів. Співвіднесення предметної, вербальної, схематичної та математичної моделей і перехід від однієї моделі до іншої є основою організації діяльності учнів, спрямованої на засвоєння предметного змісту арифметичних дій додавання і віднімання та відношення різницевого порівняння.

2.2. Ознайомлення першокласників з поняттям „задача”

На етапі ознайомлення пропонуємо учням відразу усі п'ять видів простих задач: задачі на знаходження суми, задачі на знаходження остачі (різниці), задачі на знаходження невідомого доданка, задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, задачі на різницеве порівняння.

Саме робота відразу над п'ятьма видами простих задач ставить учнів в умови свідомого вибору арифметичної дії і виключає заучування способу розв'язування задач окремих видів. Необхідність вибору арифметичної дії визначає здійснення аналізу тексту задачі: виділення умови й запитання, числових даних і шуканого, зв'язків між ними, слів-ознак, на які слід спиратися при складанні схематичного рисунка (а пізніше для вибору виду математичного співвідношення) і виборі арифметичної дії для розв'язування задачі.

Метою етапу ознайомлення молодших школярів з поняттям „задача” є формування у молодших школярів: знань про складові задачі (умова і запитання, числові дані і шукане) та етапи її розв'язування; знань про зв'язок

умови і запитання задачі; умінь виділяти умову задачі та її запитання; умінь виділяти числові дані і шукане задачі; умінь виконувати схематичний рисунок до задачі; умінь свідомо обирати арифметичну дію, якою розв'язується задача; умінь виконувати розв'язання задачі; умінь відповідати на запитання задачі; умінь оформляти розв'язання задачі.

Істотним в організації діяльності учнів етапі ознайомлення з поняттям „задача” є її *спрямованість не на розв'язання кожної конкретної задачі, а на оволодіння зазначеним комплексом умінь*. Згідно з вимогами до процесу формування розумових дій кожна із складових дій загального уміння розв'язувати прості задачі повинна бути опрацьована окремо. Отже, на спеціальних вправах повинні бути сформовані уміння виконувати семантичний аналіз тексту задачі, складати схематичний рисунок за текстом задачі, обґрунтовувати вибір арифметичної дії при розв'язанні задачі.

Для оволодіння кожним умінням застосовуються різноманітні навчальні завдання. Їх варіативність забезпечується використанням в них різноманітних методичних прийомів (вибору, перетворення, конструювання), а також дій, які виконують діти зі структурними компонентами задачі, текстовими конструкціями, способами моделювання, математичними поняттями і відношеннями. На етапі ознайомлення першокласників з поняттям „задача” словесні конструкції пояснення вибору арифметичної дії лише починають засвоюватись, і учні вибирають арифметичну дію, в основному, на основі схематичного рисунка, а словесні пояснення здійснюються учнями при відповіді на запитання учителя. На третьому етапі – при формуванні умінь розв'язувати прості задачі у 1-му та у 2-му класі ця дія набуває подальшого засвоєння.

Крім того, нами врахована вимога розтягненості в часі процесу формування навичок та умінь. Так, на етапі підготовчої роботи було розпочато навчання переходу від словесної до схематичної інтерпретації співвідношень додавання, віднімання та різницевого порівняння, а від неї до математичного запису. На етапі ознайомлення ця робота продовжується з тією відмінністю, що словесний текст тепер містить запитання і називається задачею.

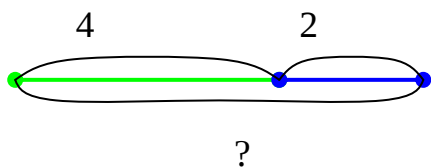
Розглянемо *методику ознайомлення першокласників з поняттям „задача”* докладно. По-перше учні повинні усвідомити **складові частини задачі – умову і запитання**, зв'язок умови і запитання, навчитися виділяти умову і запитання в текстах задач.

Ознайомлення можна здійснити наступним чином:

Дівчинки Маша і Наталка пішли в ліс по гриби. Маша знайшла 4 грибочки, а Наталка 2 грибочки.

Що нам відомо? (Дівчинки Маша і Наталка пішли в ліс по гриби. Маша знайшла 4 грибочки, а Наталка 2 грибочки.) Те, що відомо є умовою. Що нам невідомо? (Скільки всього грибочків знайшли дівчинки?) Про що можна запитати? Це запитання задачі. Умова і запитання складають задачу! Розкажи умову задачі. Розкажи запитання задачі.

Чи правильно склали схематичний рисунок? Поясни, що означає кожний відрізок. Зелений відрізок позначає скільки грибочків знайшла Маша. Синій відрізок позначає скільки грибочків знайшла Наталка. Цілий відрізок, що складається з двох частин, синьої і зеленої, і позначений знаком запитання, означає скільки всього грибочків знайшли дівчинки.

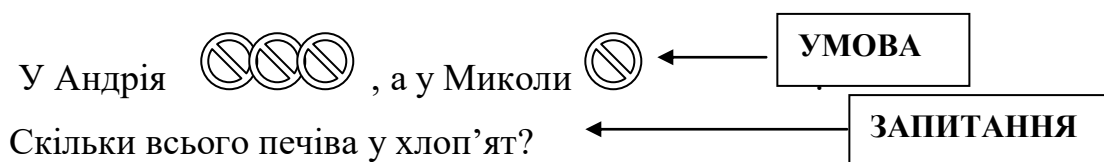


Всього грибочків більше чи менше, ніж окремо тих, що знайшла Маша? Всього грибочків більше чи менше, ніж окремо

тих, що знайшла Наталка? Якою арифметичною дією знаходять більше число? Всього грибочків більше, ніж окремо знайшла Маша; всього грибочків більше, ніж окремо знайшла Наталка; більше число знаходять дією додавання, тому щоб відповісти на запитання задачі слід виконати дію додавання. Або всього грибочків 4 та ще 2, 4 і 2 знаходять дією додавання: $4 + 2 = 6$. Скільки всього грибочків? 6 грибочків всього знайшли дівчинки.

Також з цією метою перші сюжетні задачі з'являються разом із малюнками, при чому умову задачі з'єднано із словом „умова”, а запитання – із словом „запитання”:

Задача



Засвоєнню структури задачі також сприяють завдання на порівняння двох текстів – маленького оповідання і задачі. Наприклад:

1) У парку гуляло 5 дітей. 2 дитини пішли. Тоді залишилося 3 дитини.	2) У парку гуляло 5 дітей. 2 дитини пішли. Скільки дітей залишилося гуляти у парку?
--	---

Аналізуючи різноманітні тексти, які містять і умову і запитання, діти впевнюються: щоб отримати задачу, треба, щоб умова була пов'язана із запитанням. Наприклад:

Розкажи умову. Розкажи запитання. Чи можна цей текст назвати задачею? Чому?

В класі було 7 хлопчиків і 2 дівчинки. Скільки пташок було на дереві?

Усвідомлення зв'язку запитання з умовою відбувається й при виконанні завдань на добір запитання до даної умови або на добір умови до даного запитання, а також при виконанні завдань на зміну умови (запитання), так щоб вона була пов'язана з даним запитанням (умовою).

Добір запитання до даної умови.

Застосування завдань на добір запитання до даної умови стимулює учнів до аналізу тексту, до висловлювання суджень, їх обґрунтування, сприяючи тим самим розвитку учнів. Серед переліку запитань є такі, в яких запитується про вже відоме в умові задачі, і, з'ясувавши це, учні повинні його відкинути, як такі, що не можна поставити до даної умови. Також, серед запитань подаються й кілька різних запитань про невідоме, яке можна знайти за числовими даними умови. При цьому важливо підвести дітей до розуміння того, що до даної умови можна поставити кілька запитань. До переліку запитань вносяться й такі, в яких запитується про те, що невідомо, але поставити його до даної умови не можна, тому що відсутній зв'язок між цим запитанням і запропонованою умовою. Наприклад:

Підбери запитання до даної умови:

В одному кошику 7 груш, а в другому на 3 груші менше.

- Скільки груш в першому кошику?
- На скільки груш в першому кошику більше, ніж в другому?
- Скільки груш в другому кошику?
- Скільки груш в двох кошиках?
- Скільки груш в третьому кошику?

Використання таких завдань сприяє не лише засвоєнню структури задачі, але й ставить учнів перед необхідністю аналізувати зв'язки між даними і шуканим, формує вміння вибирати потрібний зв'язок, який дозволяє відповісти на запитання задачі.

Добір умови до даного запитання

Дана дія є оберненою відносно попередньої і має сенс з логічної точки зору. Наприклад:

Скільки книжок на другій полиці?

„ На одній полиці 7 книжок, а на другій на 2 книжки більше.”

„ На одній полиці 5 книжок, а на другій – 8 книжок.”

„ На двох полицях 10 книжок, при чому на першій полиці 4 книжки.”

$$\text{Зміна } \frac{\text{запитання}}{\text{умови}} \text{ так, щоб воно було пов'язано з } \frac{\text{умовою}}{\text{запитанням}}$$

Цей вид завдань, вирішує ті самі завдання, що й попередні, а саме усвідомлення учнями взаємозв'язку між умовою і запитанням та сприяє засвоєнню структури задачі. Наприклад:

1) „На одній тарілці 5 яблук, на другій 4. Скільки груш на двох тарілках?”

Зміни запитання так, щоб воно було пов'язано з умовою. Зміни умову так, щоб можна було відповісти на запитання задачі.

2) „Рибак спіймав 8 карасів, а окунів на 6 більше, ніж карасів.”

Зміни умову так, щоб можна було відповісти на запитання:

„Скільки всього риб спіймав рибак?”

Треба зазначити, що при виконанні завдань на: виділення умови і запитання; порівняння задачі і маленького оповідання; аналіз задачі, в якій запитання не пов'язано з умовою; добір запитання до даної умови; добір умови до даного запитання; зміну умови, так щоб вона була пов'язана з даним запитанням; зміну запитання, так щоб воно було пов'язано з даною умовою здійснюється *етап попереднього ознайомлення з дією виділення умови і запитання*.

Корисним буде ознайомлення дітей з поняттями **числові дані й шукане задачі**, на навчання їх **виділення числових даних і шуканого**.

Учні усвідомлюють, що числові дані – це числа, що відомі в задачі, вони містяться в умові, а на шукане число вказує запитання задачі (*здійснюється етап попереднього ознайомлення з дією визначення числових даних і шуканого*). Наприклад:

Розкажи задачу. Розкажи умову. Розкажи запитання.

Задача.

На болоті було жабенят. 3 жаби пішли.



Скільки жабенят залишилось?

ЗАПИТАННЯ

УМОВА

Що означає число 7? (Скільки було жабенят). Що означає число 3? (Скільки пішло жабенят). Ці числа нам відомі з умови задачі? (Так, ці числа нам відомі). Числа, які відомі в задачі – це числові дані задачі. Де в задачі містяться числові дані? (Ці числа містяться в умові задачі).

Яке число ми знайшли? (Скільки залишилось жабенят). Це число ми шукали, тому воно називається шуканим числом. Що вказує на шукане число? (Запитання задачі вказує яке число є шуканим).

При роботі над текстом задачі пропонуємо підкреслити умову однією рисою, обвести кружком числові дані і пояснити, що означає кожне числове дане, підкреслити запитання двома рисками і пояснити, що означає шукане (*етап матеріалізованої дії з визначення числових даних і шуканого*). Для чіткого розуміння і виділення в тексті задачі даних та шуканого корисні задачі із зайвими числовими даними та числовими даними, яких бракує.

Завдання з числовими даними, яких бракує та із зайвими числовими даними

В основі вміння моделювати текст задачі на рівні математичного запису (вираз, рівність) лежить вміння моделювати текст задачі на рівні схеми (виділяти величини, залежності між ними, дані, шукане, відношення), а також вміння виділяти невідоме і здійснювати його пошук, який може бути пов'язаний з аналізом не лише відомих відношень. З цією метою застосовуються тексти з даними, яких бракує, що сприяє формуванню вміння визначати, чи є склад даних повним, і доповнювати у разі потреби. Наприклад:

1) Чим схожі тексти задач? Чим вони відрізняються? Яку задачу ти зможеш розв'язати? Яку – ні? Чому?

У вазі лежали черешні і 2 яблука. Скільки всього фруктів лежало у вазі?	У вазі лежало 4 черешні і 2 яблука. Скільки всього фруктів лежало у вазі?
---	---

2) Порівняй тексти задач. Чим вони схожі? Чим відрізняються? Чи можна стверджувати, що ці задачі мають однакові розв'язання?

В бабусі було 3 гуся, 5 курок. Скільки птахів було в бабусі?	В бабусі було 3 гуся, 5 курок і 2 кроля. Скільки птахів було в бабусі?
--	--

3) Порівняй тексти. Чим вони схожі? Чим відрізняються?

3 кошика взяли 4 яблука. Скільки яблук залишилося у кошику?	У кошику було 10 яблук. Скільки яблук залишилося у кошику?
---	--

- Доповни умову кожної задачі так, щоб можна було відповісти на поставлене запитання.

4) Вибери дане, якого не дістає з кількох умов:

„ На аеродромі було 7 літаків. Скільки літаків залишилося на аеродромі?”

1) Вранці прилетіло 2 літаки.

2) Улетіло на 2 літаки менше, ніж було.

3) Улетіло 3 літаки.

При виділенні числових даних і шуканого в задачах із зайвими числовими даними і з числовими даними, яких бракує, учні вголос пояснюють, які числа дані в задачі, скільки їх і яке число є шуканим; встановлюють, чи вистачить числових даних для відповіді на запитання задачі або які з трьох числових даних потрібні для відповіді на запитання задачі. Для з'ясування цих фактів застосовується схематична інтерпретація тексту задачі. Таким чином, дія виділення числових даних і шуканого набуває подальшого засвоєння у формі голосного мовлення.

Вибір запитання до даної умови

Пропонується умова до якої подано кілька варіантів запитань у наступному порядку:

1) відповідь на це запитання не вимагає виконання арифметичної дії,

2) відповідь на це запитання вимагає виконання арифметичної дії.

Наприклад:

1) Рибак спіймав 8 карасів, а окунів на 6 більше, ніж карасів. Щук на 5 менше, ніж окунів.

На які запитання ти зможеш відповісти, не виконуючи арифметичних дій додавання і віднімання. На які запитання можна відповісти, виконавши додавання або віднімання?

- На скільки менше рибак спіймав карасів, ніж окунів?
- Скільки карасів спіймав рибак?
- Скільки окунів спіймав рибак?

- Скільки щук спіймав рибак?
- На скільки більше рибак спіймав окунів, ніж щук?
- Скільки карасів і окунів спіймав рибак?
- Скільки всього риб спіймав рибак?

З метою формування уміння виділяти відомі та невідоме, використовується прийом вибору, в основі якого лежить класифікація запропонованих запитань. Учням пропонується дізнатися, на які запитання можна відповісти, не виконуючи арифметичних дій додавання і віднімання, а на які запитання можна відповісти, виконавши додавання або віднімання. Такі завдання вимагають від учнів великої розумової роботи: вони повинні співвіднести числові дані, які містяться в поданій умові, з шуканим, на яке вказує конкретне запитання. Отже, *дія виділення числових даних і шуканого* тут виконується швидко, в формі „зовнішнього мовлення про себе”.

Тексти з парадоксальним сюжетом або з парадоксальними даними.

Ці завдання є дуже цікавими для дітей, тому що їм пропонуються „нібито задачі” – ці тексти містять і умову, і запитання, але в умові описується такий сюжет, який не має місця у житті; крім того, доцільно застосовувати тексти з парадоксальними даними (такі числові дані, які суперечать логіці або здоровому глузду). Після аналізу таких текстів учні можуть змінити сюжет або числове дане так, щоб задачу можна було розв’язати. Наприклад:

1. Мама купила 9 лампочок. 5 лампочок з’їли. Скільки лампочок залишилося?

Розкажи умову. Розкажи запитання. Це задача? Чому? Тут є й умова й запитання!

2. На двох лавках сиділо 5 дівчинок. На одній з них 7. Скільки дівчинок сиділо на іншій лавці?

Зміни числове дане так, щоб задачу можна було розв’язати.

При виконанні завдань, в яких пропонуються парадоксальні дані, діти повинні встановити числові дані задачі і шукане, зіставити числові дані і дійти висновку, що при даному сюжеті такі дані не можливі. Отже, *дія виділення числових даних і шуканого* набуває подальшого засвоєння в формі „зовнішнього мовлення про себе”. Завдання з парадоксальним сюжетом надають можливість здійснити *попереднє ознайомлення з дією виділення об’єкта задачі*, а саме що в задачі події мають відбуватися з одним і тим самим предметом і про нього потрібно запитувати, і це повинно мати місце у житті.

Засвоєнню структури задачі сприяють завдання типу:

Аналіз різних конструкцій задачі, коли частина умови міститься у запитанні, коли запитання стоїть перед умовою тощо.

В міру усвідомлення дітьми структури задачі пропонуємо завдання, які спонукають дітей активно застосовувати ті уявлення, якими вони оволоділи, а також вимагають використання змістовних ознак в аналізі текстів завдань. Це тексти задач, що мають неканонічну конструкцію, тобто є розходження між

змістовою та формальною структурою: частина умови міститься у запитанні; вимога задачі сформульована розповідним реченням і містить частину умови; текст задачі являє собою одне складне запитальне речення; текст задачі являє собою одне складне розповідне речення, в якому спочатку йде вимога. Наприклад:

Чи можна цей текст назвати задачею? Що в ньому незвичайного? Розкажи умову. Розкажи запитання.

- Скільки вагонів залишилося у поїзді, якщо в ньому було 10 вагонів, а на станції відчепили 3 вагони?

- У відрі було 7 л води. Скільки літрів води залишилося у відрі, якщо з нього взяли 4 л води?

- У кравчині було 8 м тканини. З 6 м вона пошила плаття. Знайди остачу тканини.

У таких текстах правильно виділити умову і запитання можна, лише спираючись на змістовні ознаки. *Дія виділення умови і запитання виконується в формі „зовнішньої мовлення про себе”.*

Вибір виразу, який відповідає тексту задачі.

Мама купила 10 зошитів. З них 6 у клітинку, решта у лінійку. Скільки зошитів у лінійку купила мама?

Вибери вираз, який дозволяє відповісти на запитання задачі: $10 - 6$, $10 + 6$.

Вибір тексту задачі, який відповідає математичному виразу.

Вибери текст, якому відповідає даний вираз $4 + 3$:

„Марійка висадила на клумбу 4 тюльпана, а Мишко на 3 тюльпана більше. Скільки тюльпанів висадив Мишко?” (На 3 більше – це значить стільки ж, скільки й Марійка – 4, та ще 3; 4 і 3 знаходять дією додавання. Тому цей текст підходить до даного виразу).

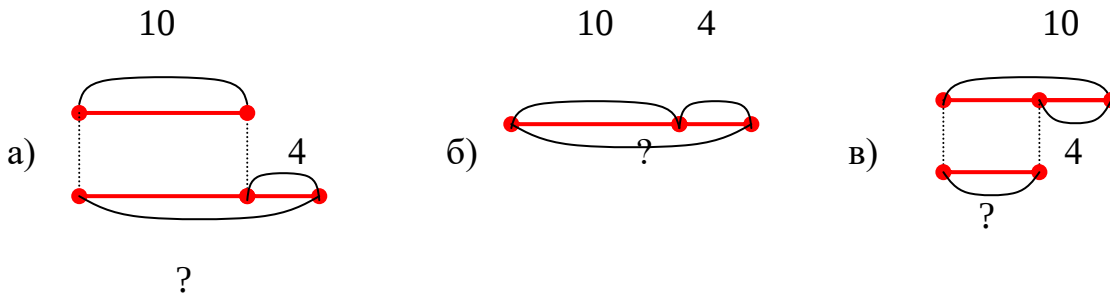
„Марійка висадила 3 тюльпана, а Мишко – 4 тюльпана. На скільки тюльпанів більше висадив Мишко, ніж Марійка?” (Щоб дізнатися на скільки одне число більше або менше за інше число, треба від більшого числа відняти менше. Тому ця задача до даного виразу не підходить).

„Марійка висадила на клумбу 4 тюльпана, а Сашко 3. Скільки всього тюльпанів висадили діти? (Всього тюльпанів 4 і 3; 4 і 3 знаходять дією додавання. Тому ця задача підходить до даного виразу).

Вибір схеми, яка відповідає тексту задачі.

Вибери схему, яка відповідає тексту задачі:

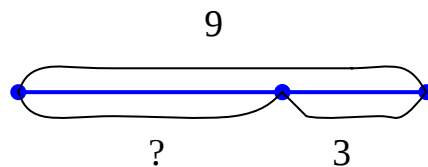
На одній полиці 10 книг, а на другій на 4 книжки менше. Скільки книжок на другій полиці?



До даної задачі підійде схема, на якій два відрізки накреслені один під одним, тому що „на більше або менше” – це значить стільки ж та ще або без... Тому схема б) не підходить. Вибиратимемо серед схем а) і в). На другій полиці на 4 книги менше, ніж на першій. Це значить стільки ж, скільки й на першій, 10, але без 4; 10 без 4. Тому на схемі шуканий відрізок повинен бути одержаний в результаті виключення з відрізка, який позначає стільки ж, відрізка який позначає на скільки менше. Це схема в).

Вибір тексту задачі, який відповідає схемі.

Вибери текст задачі, яка відповідає схемі:



1) У Наталки 9 цукерок, а у Надійки на 3 цукерки менше. Скільки цукерок у Надійки? (На схемі до цієї задачі повинно бути два відрізка – один під одним. Тому, що на 3 менше – це значить стільки ж, скільки й в Наталки, 9, але без 3. Ця задача до даної схеми не підходить).

2) На озері плавало 9 гусок і 3 качки. Скільки птахів плавало на озері? (Щоб показати усіх птахів на кресленні, треба до відрізка, який позначає гусок, 9, приєднати відрізок, який позначає качок, 3. На даній схемі, навпаки, з 9 виключають 3. Ця задача до схеми не підходить).

3) В коробці 9 олівців, серед них 3 прості, решта кольорові. Скільки кольорових олівців у коробці? (Щоб показати скільки кольорових олівців, треба з усіх олівців, 9, виключити прості олівці, 3. Якщо на даній схемі дещо інакше позначити дужками відрізки. То вона підійде до даної задачі. Можна говорити, що ця схема підходить до даної задачі).

4) На дитячому майданчику було 9 дітей, 3 дитини пішли. Скільки дітей залишилося на майданчику? (Щоб показати скільки дітей залишилось, треба з відрізка, який позначає скільки дітей було, 9, виключити відрізок, який позначає скільки дітей пішло, 3. Ця задача підходить до даної схеми).

5) Столяр виготовив 9 стільців та 3 столи. На скільки більше стільців, ніж столів зробив столяр? (Щоб показати на скільки більше, або менше, треба креслити два відрізка один під одним. Тому ця задача до схеми не підходить).

На підставі сформованих уявлень про задачу, її структуру, а також уміння встановлювати взаємозв'язки між умовою і запитанням, формується вміння

аналізувати, а потім інтерпретувати текст задачі (моделювати різноманітні текстові конструкції на рівні схем, виразів, рівностей) і здійснювати переклад одних моделей у інші. З цією метою використовуються прийоми вибору, в яких дії учнів спрямовуються вказівкою „Вибери..”, що дозволяє здійснювати іншу, на відміну від традиційної, подачу зразка, коли він не копіюється сліпо, а виявляється дітьми самостійно. Так, учням пропонується текст задачі і кілька виразів або кілька схем, складених з числовими даними задачі, серед яких слід вибрати той вираз, який є математичною моделлю задачі.

До певного виразу або схеми пропонуємо по кілька текстів задач, з метою усвідомлення учнями того факту, що один і той самий вираз може бути математичною моделлю різних за математичною структурою задач.

При виконанні завдань на вибір схеми до даного тексту задачі або на вибір задачі до даної схеми, набуває подальшого засвоєння *дія зображення величини у вигляді довжини відрізка, інтерпретування довжини відрізка як деякої величини, подання одного відрізка через інші* (дія засвоюється в матеріалізованій формі).

Завдання на вибір виразу до даного тексту задачі та вибір тексту задачі до даного математичного виразу передбачають опрацювання *дії визначення числових даних і шуканого в формі „зовнішнього мовлення про себе” та засвоєння дії обґрунтування вибору арифметичної дії, якою розв’язується задача, в матеріалізованій формі.*

Вибір схеми і виразу до даного тексту задачі.

В процесі аналізу схем, математичних записів з метою „вибору” у дітей формується уміння читати текст задачі (виділяти умову, запитання, встановлювати взаємозв’язки між ними), а також накопичується досвід у перекладі одних моделей у інші (як словесної в схематичну, математичну, так і навпаки), але центральне місце при виконанні таких завдань належить опрацюванню в матеріалізованій формі дії обґрунтування вибору арифметичної дії.

Наприклад:

У святковому подарунку 10 цукерок. Скільки шоколадних цукерок у подарунку, якщо карамелей 6?

Вибери схематичне креслення і вираз до задачі:

1)	10 6	2)	10	3)	? 6	4)	10

До даної задачі підходить третя схема. На ній відрізок, позначений знаком запитання означає кількість шоколадних цукерок – це перший доданок, відрізок позначений дужкою з числом 6 – кількість карамелей – це другий доданок. А цілий відрізок, що складається з двох частин – означає кількість всіх цукерок: і шоколадних і карамелей – це сума.

$$1) 10 + 6 \quad 2) 10 + 3 + 3 \quad 3) 10 - 6$$

Невідомий перший доданок. Щоб знайти невідомий доданок, треба від суми відняти відомий доданок. Тому підходить до даної задачі третій вираз.

Подальша робота в цьому напрямку пов'язана з формуванням уміння виконувати моделі на рівні схеми.

При виконанні завдань на вибір виразу до даного тексту задачі та завдань на вибір тексту задачі до даного виразу, вибір схеми і виразу до даного тексту задачі, учні знайомляться з тим, що вибір арифметичної дії залежить від певних слів-ознак, які містяться в тексті задачі. Отже, тут відбувається *попереднє ознайомлення з визначенням слів-ознак окремих видів співвідношень*. Так, із словом „всього” або „було-стало” пов'язано співвідношення додавання, із словом „було-залишилося” – співвідношення віднімання, із словами „на... більше (менше)” – співвідношення різницевого порівняння.

Моделювання задачного формулювання є однією з домінуючих евристик, що сприяє самостійному розв'язанню задачі, тому певну увагу слід приділити **складанню схематичного рисунка до задачі**.

Ця робота була розпочата ще на ступені підготовчої роботи до введення поняття „задача”: учні вчилися переходити від словесної до схематичної інтерпретації операцій об'єднання або вилучення, а від неї до математичного запису. Відмінністю виконуваних при цьому завдань є лише те, що текст доповнюється запитанням і називається задачею; учень пояснює кожний власний крок із складання схематичного рисунка, тут *дія складання схематичного рисунка засвоюється в формі голосного мовлення*.

Ознайомлення з порядком роботи над задачею та записом її розв'язання. Наприклад:

Склади задачу за малюнком. Розв'яжи задачу, міркуючи за пам'яткою.



6	2	?		
6	.	2	=	.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

ВІДПОВІДЬ

Мені відомо...
 Треба дізнатися...
 Складаю схему...
 Пояснюю розв'язання...
 Розв'язую...
 Відповідаю...

Уважно розглянь картинку. Що ти бачиш на малюнку? (Дівчинки стоять. До них прибігли ще дівчинки). Скільки було дівчинок? (6 дівчинок було). Скільки прибігло дівчинок? (2 дівчинки прибігли).

Розкажи, що зображено на малюнку? (Було 6 дівчинок. До них прибігли 2 дівчинки).

Це задача? (Ні). Чому? (Це лише умова. Тут нема запитання. Задача складається з умови і запитання.)

Чи можна поставити будь-яке запитання ? (Ні запитання повинно бути пов'язаним з умовою).

Яке запитання можна поставити, виходячи з ситуації? (Скільки стало дівчинок?).

Розкажи всю задачу.

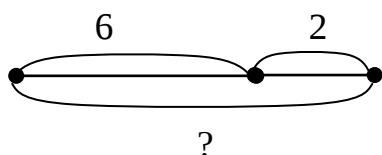
Розкажи умову задачі. Виділи числові дані. Розкажи запитання задачі. Яке число є шуканим?

Розв'язувати задачу будемо за пам'яткою № 1. Запитувати вас я буду по пам'ятці. Тому відповідаючи на запитання ви повинні починати відповідь зі слів, що є в запитанні.

Що нам відомо? (Нам відомо, що було 6 дівчинок, до них прибігли ще 2 дівчинки). Запишемо ці числа у рядок через клітинку. Вчитель виконує запис на дошці.

Про що треба дізнатися? (Треба дізнатися скільки стало дівчинок?) В цьому ж рядку поставимо через клітинку знак запитання.

Складемо схематичний малюнок до задачі. (На дошці). Накреслимо відрізок, який позначає дівчинок, які були спочатку. Накреслимо відрізок, який позначає, що прибігли ще 2 дівчинки? Треба об'єднувати чи виключати? (Об'єднувати). Як це показати на схемі? (Треба до відрізка, що означає дівчинок, які були спочатку, приєднати відрізок, що означає кількість дівчинок, які до них прийшли; отриманий таким чином, великий відрізок й позначатиме скільки стало дівчинок).



Пояснюй розв'язання. Більше чи менше число є шуканим в задачі? Пояснювати

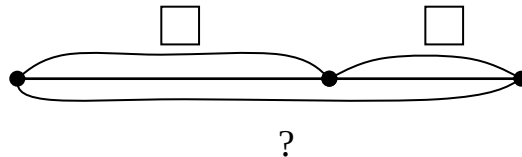
розв'язання слід так: стало дівчинок більше, ніж було, а більше число знаходимо дією додавання. Або стало дівчинок 6 та ще 2, 6 та ще 2 знаходять дією додавання, тому задачу розв'язуємо дією додавання.)

Розв'язуй. (Розв'язую: $6 + 2 = 8$.) Запишемо рівність у другому рядку.

Повтори запитання задачі. (Скільки стало дівчинок?) Відповідай: (Відповідаю: 8 дівчинок стало). В третьому рядку, під значенням виразу запишемо число 8.

Основною дією при розв'язанні простих задач є *дія вибору арифметичної дії*, тому вже з розв'язування першої задачі починається її опрацювання у *формі голосного мовлення*. Вчитель повідомляє, що при знаходженні значень виразів дія, яку слід виконати із числами, заздалегідь відома, а при розв'язанні задачі відомі лише числові дані. Дію, якою розв'язується задача, слід визначити, виходячи із запитання задачі та певних слів-ознак, які містяться в умові задачі. Пояснити вибір арифметичної дії можна наступним чином:

Задачі на знаходження суми



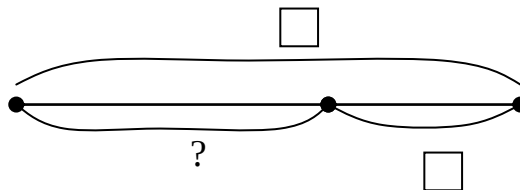
Якщо в задачі запитується, скільки $\frac{\text{стало}}{\text{всього}}$, то міркуємо так:

1) $\frac{\text{Стало}}{\text{Всього}}$ більше, ніж $\frac{\text{було}}{\text{окрема..та.окрема..}}$, а більше число знаходимо дією

додавання.

2) $\frac{\text{Стало}}{\text{Всього}}$ - $\square$ та ще $\square$, $\square$ та $\square$ знаходять дією додавання. Тому задачу розв'язуємо дією додавання.

Задачі на знаходження різниці

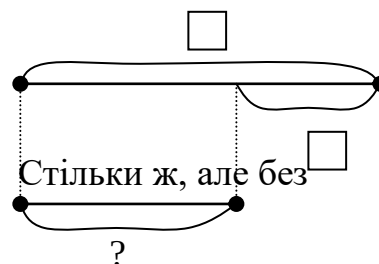
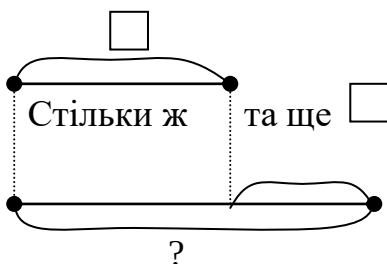


Якщо в задачі запитується скільки, залишилось, то міркуємо так:

1) Залишилось менше ніж було, а менше число знаходять дією віднімання.

2) Залишилось $\square$ але без $\square$, $\square$ без $\square$ знаходимо дією віднімання, тому задачу розв'язуємо дією віднімання.

Задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць

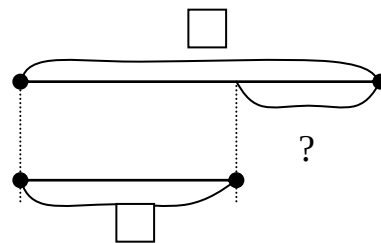
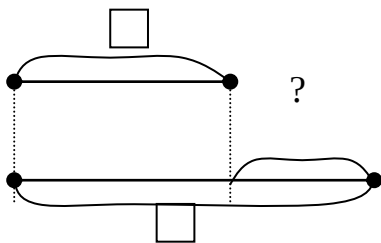


Якщо в задачі є шуканим число, яке на кілька одиниць більше чи менше за дане, то міркуємо так:

1) Шукане число на $\square$ $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ за дане. На $\square$ $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ – це означає стільки ж $\frac{\text{та.ще}}{\text{але.без}}$ $\square$. Стільки ж $\frac{\text{та.ще}}{\text{але.без}}$ $\square$ знаходимо дією $\frac{\text{додавання}}{\text{віднімання}}$.

2) Шукане число $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ за дане, а $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ число знаходять дією $\frac{\text{додавання}}{\text{віднімання}}$. Тому задачу будемо розв'язувати дією $\frac{\text{додавання}}{\text{віднімання}}$.

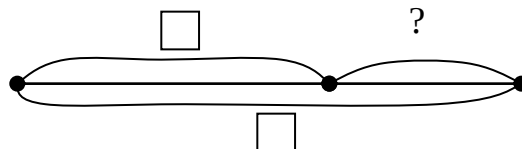
Задачі на різницеве порівняння



Якщо в задачі треба знайти, на скільки одне число більше чи менше за інше, то міркувати слід так:

1) Щоб дізнатися, на скільки одне число $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ за дане, треба від більшого числа відняти менше число.

Задачі на знаходження невідомого доданка



Якщо в задачі відомо, скільки $\frac{\text{всього}}{\text{стало}}$ – суму і треба знайти невідомий доданок, то міркуємо так:

1) $\frac{\text{Стало}}{\text{Всього}}$ – це сума, $\frac{\text{було}}{\text{одне.число}}$ – це відомий доданок. Треба знайти невідомий доданок. Щоб знайти невідомий доданок, треба від суми відняти відомий доданок.

2) Шукане число менше, ніж $\frac{\text{всього}}{\text{стало}}$, а менше число знаходимо дією віднімання. Тому задачу будемо розв'язувати дією віднімання.

2.3. Закріплення поняття „задача”. Формування умінь розв’язувати прості задачі в 1-му класі

Розглянуті типи завдань є переважно підготовчими для формування повноцінного уміння розв’язувати прості задачі. На цьому етапі навчання формування загального уміння здійснюється на основі операційного складу загального уміння розв’язувати задачі арифметичним способом (на матеріалі простих задач). На етапі ознайомлення були сформовані такі дії: виділення умови задачі; виділення запитання задачі; виділення об’єкта (об’єктів) задачі; виділення числових даних і шуканого задачі; зображення значення величини у вигляді довжини відрізка, інтерпретування довжини відрізка як деякої величини, подання одного відрізка через інші; складання схематичного рисунка задачі. Почала засвоюватися дія виділення слів-ознак окремих видів співвідношень і обґрунтування вибору арифметичної дії.

Розглянемо докладно *формування у молодших школярів загального уміння розв’язувати прості задачі*.

Робота над задачами відбувається за пам’яткою № 1, причому запис здійснюється у три рядки. З метою розуміння сюжету задачі до кожного тексту пропонується малюнок, причому цей малюнок активно застосовується дітьми, тому що одне з числових даних задачі треба „взяти” з малюнка. Таким чином, ми привчаємо дітей кожного разу при читанні або прослуховуванні формулювання задачі уявляти її ситуацію. Запропоновані малюнки до текстів задач дозволяють наочно „побачити” об’єкт задачі, таким чином, *дія виділення об’єкта задачі* засвоюється в *матеріальній формі*.

На даному етапі основним видом завдань є розв’язання задач. При роботі над текстом задачі учитель вимагає повторити умову задачі, підкреслити її олівцем, повторити запитання задачі; визначити числові дані та шукане, пояснити, що вони означають. Після цього числові дані записуються у рядок через клітинку, і через клітинку записується знак запитання. Пояснивши, що означають числа задачі, переходимо до складання схематичного рисунка задачі: учні кожне числове дане позначають відрізком, довільної довжини, але такої, щоб зберігалось співвідношення за величиною. За схематичним рисунком учні пояснюють, що означає кожний відрізок і з яких відрізків „складається” шуканий відрізок. Спираючись на наочну модель, переходимо до пояснення вибору арифметичної дії, через запитання вчителя привчаємо учнів обґрунтовувати вибір арифметичної дії словесно; після чого у другому рядку записуємо рівність, а в третьому рядку, під значенням виразу, записуємо число, яке було шуканим і даємо словесну відповідь на запитання задачі. Для усвідомлення і застосування в активному словнику термінів „розв’язання” і „відповідь” радимо учням підкреслити олівцем та прочитати ще раз розв’язання або відповідь.

Наприклад:

Задача.

На одній полиці книг. На другій полиці книг.




ЗАПИТАННЯ

УМОВА

На скільки менше книг на другій полиці, ніж на першій?

Розкажи задачу. Розкажи умову. Розкажи запитання. З'єднай лінією складові частини задачі з їх назвами. Обведи числові дані у кружок та поясни, що вони означають. (Число 6 означає скільки книжок було на першій полиці. Число 3 означає скільки книжок на другій полиці). Мені відомо, що на першій полиці було 6 книжок, а на другій полиці було 3 книжки. Запишемо це у рядок через клітинку. Яке число є шуканим? (На скільки менше книжок на другій полиці, ніж на першій?) Треба дізнатися на скільки менше на другій полиці, ніж на першій. Запишемо знак запитання через клітинку.

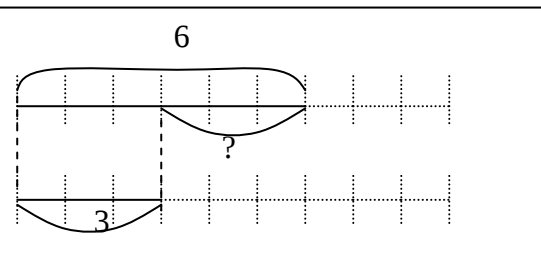
Виконуємо схематичний рисунок. Як позначити, що на першій полиці 6 книжок? Креслимо відрізок, довжиною у 6 одиничних відрізків. Як позначити, що на другій полиці 3 книжки? Креслимо відрізок, довжиною у 3 одиничні відрізки, нижче під першим відрізком, тому що ми повинні показати різницю між цими числами. Показуємо стільки ж, і частину першого відрізка, яка лишається праворуч, позначаємо знаком запитання.

За схематичним рисунком пояснюємо, що означає кожний відрізок. Верхній відрізок, означає скільки книжок на першій полиці – 6. Нижній відрізок позначає скільки книжок на другій полиці – 3. Відрізок, позначений знаком запитання, означає на скільки менше книжок на другій полиці, ніж на першій.

Пояснюємо розв'язання. Для того, щоб дізнатися на скільки одне число більше або менше за інше число, треба від більшого числа відняти менше число. Тому задачу будемо розв'язувати дією віднімання.

Розв'язуємо: $6 - 3 = 3$ – записуємо розв'язання у другому рядку.

Повтори запитання. Дай відповідь на запитання задачі. Відповідаю: на 3 книжки менше на другій полиці, ніж на першій. Записуємо це число у третьому рядку.



6	3	?		
6	-	3	=	3
				3

Мені відомо...
 Треба дізнатися...
 Складаю схему...
 Пояснюю розв'язання
 Розв'язую ...
 Відповідаю...

РОЗВ'ЯЗАННЯ

ВІДПОВІДЬ

На даному етапі особливе місце займає словесне пояснення вибору арифметичної дії. Отже, *дія вибору арифметичної дії засвоюється в формі зовнішнього мовлення.*

Дії виділення умови і запитання, числових даних і шуканого були сформовані на етапі ознайомлення, а дія складання схематичного рисунка і перехід від схематичної інтерпретації до математичного запису почала опрацьовуватися на етапі підготовки і набула подальшого засвоєння під час ознайомлення. Отже, майже усі складові дії, виконання яких передбачено пам'яткою № 1 для розв'язання задачі, засвоєні дітьми на попередньому етапі. *Метою даного етапу є засвоєння саме порядку роботи над задачею з опорою на текст пам'ятки.* Треба зазначити, що робота над задачею проводиться фронтально – вчитель ставить запитання, а учні на них відповідають. Запитання вчителя конструюються так, що вони відтворюють завдання пам'ятки №1. Тут здійснюється *етап матеріалізованої дії засвоєння порядку роботи над задачею* – дітям пропонується текст пам'ятки, щоб відповідаючи на запитання вчителя, вони починали речення із відповідного завдання пам'ятки.

У багатьох школах учні в 1-му класі виконують короткий запис задачі, але це викликає в них певні труднощі. Справа в тому, що складанню короткого запису слід спеціально навчати дітей. Розглянемо методику **навчання першокласників складання короткого запису.**

Спочатку учням пропонуються задачі у вигляді тексту разом з коротким записом задачі, а розв'язання задачі відбувається за пам'яткою № 1. Наприклад:

Про що або про кого говориться в задачі? Це ключові слова. Розглянь короткий запис задачі. Що в ньому записується? Як позначається запитання?

1) У бабусі **4 качки** і **3 гусей**. Скільки **всього** птахів у бабусі?

Качки - 4 шт.	} ?
Гуси - 3 шт.	

- Розкажи всю задачу. Розкажи умову задачі. Яке запитання задачі?

- Поясни, що означають числові дані задачі.

Що означає число 4? Що означає число 3? Що означає шукане число?

- Про кого говориться в задачі? В задачі говориться про качок та гусей. Качки і гуси – це ключові слова задачі.

- Розгляньте у тексті задачі вони виділені червоним кольором. Ці слова записані у короткому записі задачі одне під одним – у стовпчик.

- Чи відомо нам скільки качок у бабусі? Відомо, 4. Розгляньте, де у тексті задачі стоїть це числове дане, розгляньте де у короткому записі записано це числове дане. *Відповідне числове дане записується поряд з ключовим словом.*

- Чи відомо скільки гусей в бабусі? Відомо 3. Де у тексті задачі записано це числове дане? Де у короткому записі записано це числове дане?

- Яке запитання задачі? Запитання задачі містить слово „всього”, для позначення цього слова є спеціальний знак – *фігурна дужка*. Отже фігурна дужка позначає слово „всього”. Запитується „скільки всього”, тому біля носика фігурної дужки ставлять знак запитання.

- За коротким записом поясни числа задачі. Що означає число 4? Що означає число 3? Яке число є шуканим?

Основним видом завдань є розв'язування задач. На цьому етапі *уміння визначати об'єкт (об'єкти) задачі* набуває подальшого засвоєння у *формі голосного мовлення*: учні пересказують задачу, з'ясовують, про що в ній говориться, і виділяють об'єкт або об'єкти задачі. Нагадаємо, що об'єктом задачі може бути: предмет, явище, подія, процес. З об'єктом задачі пов'язані ключові слова, при чому ключовими словами можуть бути діючі особи (наприклад, Сашко і Микола). Якщо в сюжеті задачі відбуваються якісь дії з об'єктом задачі, то ключовими словами будуть характеристики цієї події (наприклад: було, витратили, залишилось). Для визначення ключових слів ми пропонуємо наступну пам'ятку:

Пам'ятка

- 1) Про що розповідається в задачі?
- 2) Чи є в задачі кілька діючих осіб? Це ключові слова!

Або

- 3) Що відбувається по сюжету задачі? Що було спочатку? Що зробили потім? Що сталося нарешті? Це ключові слова!

При визначенні ключових слів діти спираються на поданий (готовий) короткий запис задачі і вчать їх відшукувати в тексті задачі: підкреслюють ключові слова і обводять кружком числові дані, які відповідають цим ключовим словам, з'ясовують, яке число є шуканим і якому ключовому слову воно відповідає. Далі за карткою з друкованою основою (де подано частину короткого запису – записані у стовпчик ключові слова) діти розглядають, як розташовуються ключові слова у короткому записі, і відповідно кожного з них записують числові дані або знак запитання, якщо це число є шуканим. Вчитель повідомляє, що отримано *короткий запис задачі (здійснюється етап попереднього ознайомлення з дією)*. Наприклад:

2. Закінчи складання короткого запису. Розв'яжи задачі.

Задача.

В класі було 5 дівчинок і 4 хлопчика. На скільки більше дівчинок, ніж хлопчиків було в класі?

Дівчинки -	 На ?
Хлопчики -	

Короткий запис задачі (в даному разі схематичний) є репрезентативною моделлю задачі, і його складання передбачає дії кодування тексту задачі. У короткому записі в явному вигляді подані всі істотні ознаки даної задачі, числові дані і зв'язки між ними. Далі передбачається виконання дії перекодування і складання іншої, більш абстрактної, моделі – схематичного рисунка. Але спочатку, ми вчимо дітей за коротким записом пояснювати числа задачі і що означає шукане. Числові значення позначаються відповідними відрізками, учні пояснюють, що означає кожний відрізок і який з відрізків є шуканим. На основі вже сформованої дії переходу від схематичного рисунка до запису математичного виразу, а також обґрунтовуючи вибір арифметичної дії словесно,

учні записують вираз і знаходять його значення (*дія обґрунтування вибору арифметичної дії виконується у формі голосного мовлення*). Незважаючи на те, що вводиться поняття короткого запису, діти ще продовжують записувати задачу у три рядки і працюють над задачею за пам'яткою № 1.

На цьому етапі учні опрацьовують *дію розв'язання простих задач за пам'яткою № 1 у формі голосного мовлення*, промовляючи по пам'яті кожний крок, і поступово переходять до самостійного розв'язання задач, пояснюючи власні дії про себе (*етап „зовнішнього мовлення про себе”*). Подальші вправи у розв'язанні задач призводять до того, що дія максимально скорочується і автоматизується, учень вже не зупиняється на окремих етапах цього процесу і не пояснює кожний крок розв'язання (*етап виконання дії в розумовому плані*). Зрозуміло, що не всі діти одночасно переходять на певний етап засвоєння дії, слабші учні довше затримуються на перших етапах засвоєння, а у дітей з високою навчуваністю скорочення і автоматизація дії відбувається швидше, про це свідчить швидкість виконання завдань.

Описаним вище способом було здійснено попереднє ознайомлення з дією складання короткого запису. Для виконання цієї дії в матеріалізованій формі дітям потрібно надати можливі зразки коротких записів, тому учні знайомляться з опорними схемами простих задач, які будуть застосовуватись у якості матеріальних опор при самостійному складанні короткого запису до задачі. Ця дія передбачає визначення ключових слів, числових даних та шуканого і знання певних символів позначення окремих слів.

В методиці роботи над задачею на цьому етапі відбуваються наступні зміни: учні повинні самостійно, спираючись на надану пам'ятку, визначити ключові слова, знайти опорну схему задачі і записати ключові слова у потрібній опорній схемі; далі визначити числові дані і записати їх в опорній схемі, відповідно ключовим словам; звернути увагу, як позначено на короткому записі шукане; за коротким записом пояснити, що означає кожне число (*дія складання короткого запису виконується в матеріалізованій формі*). Далі йде робота за звичайним планом. Треба зазначити, що не кожну задачу слід пропонувати учням для розв'язання, можна обмежитися лише аналізом тексту задачі, результатом якого буде короткий запис або короткий запис і схематичний малюнок.

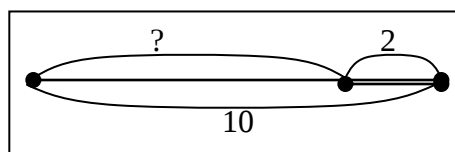
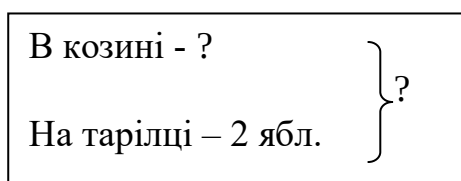
При переході до етапу *„голосного мовлення”*, учні повинні пояснити власні кроки із самостійного складання короткого запису задачі: пояснити, які слова є ключовими, як їх слід записати; визначити опорну схему даної задачі, біля яких слів слід записати певні числові дані, як позначити шукане; пояснити за коротким записом, що означають числові дані й шукане.

Нова форма запису задачі. Після того, як учні усвідомили процес складання короткого запису задачі, змінюється форма запису – задача записується не в три рядки, як це було раніше, а виконується стандартний запис: записується слово „Задача”, під цим словом зліва записується короткий запис, праворуч від нього виконується схематичний рисунок. В наступному вільному рядку в центрі записується слово „Розв'язання”, під яким ліворуч –

рівність, а нижче слово „відповідь” і записується речення, яке є відповіддю на запитання задачі.

Наприклад, розглянемо методику роботи над задачею на знаходження невідомого доданка: „ В корзині і на тарілці разом 10 яблук. На тарілці 2 яблука. Скільки яблук в козині?”

Розкажіть всю задачу. Розкажіть умову задачі. Виділіть числові дані. Розкажіть запитання задачі. Яке число є шуканим. Запишіть в зошитах посередині рядку слово “Задача”. Складемо короткий запис задачі. Знайдіть її опорну схему. Які ключові слова можна виділити? (В корзині, на тарілці). Чи відомо, скільки яблук лежить в корзині? (Ні). Тому напроти цього ключового слова поставимо знак запитання. Чи відомо, скільки яблук на тарілці? (Так, 2). Запишемо це напроти цього ключового слова. Що ще відомо із умови задачі? (Всього 10 яблук і в корзині, і на тарілці). Як це показати на короткому записі? (Треба поставити фігурну дужку і за нею число 10).



- За коротким записом поясніть числа задачі. Що означає число 10? (Число 10 означає, скільки яблук всього і в корзині і на тарілці). Що означає число 2? (Число 2 означає, скільки яблук на тарілці). Яке число є шуканим? (Число, яке означає, скільки яблук в корзині).
- Виконаємо схематичний рисунок. Накресліть відрізок, що позначає скільки яблук у козині і поставте над ним знак запитання. Покажіть за допомогою відрізка, що яблука ще лежать на тарілці. Що треба написати над ним? Покажіть відрізок, який позначає всі яблука. Запишіть під ним відповідне число.
- Перекладіть цю задачу на мову математики. (Число 10 – це сума; число 2 – це другий доданок; треба знайти перший доданок).
- Згадайте правило, за яким можна знайти невідомий доданок. (Якщо із суми двох чисел відняти один доданок, то залишиться інший доданок. Або: щоб знайти невідомий доданок, треба із суми відняти відомий доданок).
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією віднімання).
- Запишіть посередині рядка слово “Розв’язання”, відступіть 1 клітинку вниз, і з лівого краю рядку запишіть рівність. ($10 - 2 = 8$ (шт.)).
- Відступіть 1 клітинку вниз, і з лівого краю рядку запишіть слово “Відповідь”, поставте за ним двокрапку, і після неї напишіть відповідь, починаючи зі знайденого числа. (Відповідь: 8 яблук в козині).
- Зверніть увагу на те, як ми оформили запис задачі у зошиті. Ми написали слова “Задача”, “Розв’язання” і “Відповідь”; ми склали короткий запис задачі і написали повну відповідь на запитання задачі.

На цьому етапі дія складання короткого запису набуває подальшого засвоєння у формі голосного мовлення. Зрозуміло, що учні з високою

научуваністю можуть самостійно складати короткий запис задачі, не промовляючи кожний крок цієї дії (етап „зовнішнього мовлення про себе”).

Задачі на знаходження невідомого зменшуваного, невідомого від’ємника

Підготовча робота. На цьому етапі треба актуалізувати знання компонентів та результату дії віднімання; уміння розв’язувати задачі на знаходження остачі (різниці). А також, на етапі підготовчої роботи діти повинні познайомитися з правилами знаходження невідомого зменшуваного або від’ємника і навчитися знаходити невідомий компонент. Досягти розуміння цього правила усіма учнями можливо, якщо застосовувати схематичний рисунок відношення віднімання: цілий відрізок – це зменшуване, від нього вилучили частину – від’ємник і залишається – остача (різниця). Таким чином, учні наочно бачать, що зменшуване складається із остачі та від’ємника: щоб знайти ціле, слід додати його частини – і формулюють правило знаходження невідомого зменшуваного. На цьому ж рисунку діти показують зменшуване, вилучають з нього різницю і впевнюються, що залишається від’ємник; і таким чином формулюють правило знаходження невідомого від’ємника. Далі сформульовані правила засвоюються через виконання завдань на знаходження невідомих компонентів.

Також на етапі підготовчої роботи розв’язуються прості задачі на знаходження остачі, зміст цих задач перекладається на мову математики: визначається, яке число є зменшуваним, яке – від’ємником, а яке – остачею.

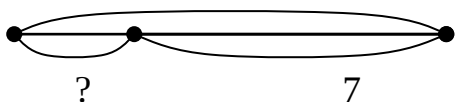
Ознайомлення з задачами на знаходження невідомого зменшуваного та невідомого від’ємника. Поняття „обернена задача”. Після розв’язання задачі на знаходження остачі учні виписують числа задачі у рядок і пояснюють числові дані й шукане число на мові математики. Наприклад:

Під берізкою росло 9 грибочків. 7 грибочків зрізали. Скільки грибочків залишилося?

Про що розповідається в задачі? Що відбувалося з грибами? Які ключові слова можна виділити? Запишіть ключові слова у стовпчик. Чи відомо скільки було грибочків? Запишіть. Чи відомо скільки зрізали грибочків? Запишіть. Про що запитується в задачі? Поставте знак запитання. Покажіть опорну схему задачі. Яка це задача? Це задача на знаходження різниці.

За коротким записом пояснюємо числа задачі. Що означає число 9? Як позначити відрізком, що було 9 грибків? Що означає число 7? Як показати на схематичному кресленні, що 7 грибків зрізали? Яке число є шуканим? Покажіть відрізок, що йому відповідає на схематичному рисунку.

9



Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? Дією віднімання, тому що залишилось менше, ніж було, а менше число

Або залишилось 9 без 7; 9 без знаходимо дією віднімання.

Розв’язуємо задачу: $9 - 7 = \underline{\quad}$,

Відповідаємо: 2 грибка залишилось під березою.

Пояснимо, що означають числа задачі:

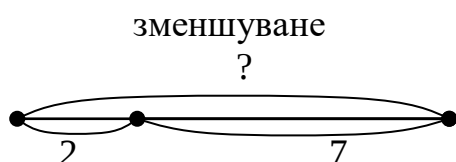
Що позначає число 9? (Число 9 позначає скільки грибків було). Як воно називається „на мові математики”? (Це зменшуване.) Що позначає число 7? (Число 7 позначає, скільки грибків зрізали). Як воно називається „на мові математики”? (Це від’ємник). Що позначає число 2? (Число 2 позначає скільки грибків залишилось.) Як воно називається „на мові математики”? (Це різниця).

Складемо задачу, в якій шуканим буде зменшуване число 9.

Після того, як зрізали 7 грибочків, під берізкою залишилося 2 грибочка. Скільки грибочків було під берізкою?

Які зміни у короткому записі попередньої задачі треба зробити? Треба число 9, замінити знаком запитання, а замість знака запитання, що стоїть біля слова „залишилось” поставити число 2. Що означає знак запитання? Що означає число 7? Що означає число 2?

Які зміни треба виконати у схематичному кресленні? Треба цілий відрізок, який позначає скільки було – зменшуване позначити знаком запитання, а відрізок який позначає скільки залишилось – різницю позначити дужкою з числом 2.



Якою арифметичною дією будемо розв’язувати задачу? Дією додавання бо в цій задачі треба знайти скільки було – зменшуване, а щоб знайти невідоме зменшуване треба до різниці додати від’ємник.

значення різниці від’ємник

Або, було більше, ніж залишилось, а більше число знаходять дією додавання.

Розв’язуємо $2 + 7 = 9$ (шт.).

Відповідаємо: 9 грибків було під березою. Ми одержали те число, яке було дано в першій задачі!

Порівняй цю задачу з попередньою. Чим цікаві ці задачі? (В цих задачах одна й та сама ситуація – росли грибки під березою. Одній й ті самі ключові слова: було, зрізали, залишилось. Одній й ті самі числа: 9, 7, 2. Але в першій задачі шуканим було число 2, а у другій – число 9). Те, що було відоме в попередній задачі, стало невідомо в даній задачі і навпаки! Такі задачі називаються оберненими задачами! Якщо в задачах описаний один й той самий сюжет, які містять одній й ті самі числа, але шуканим стає те, що було дано, а даним стає шукане, то такі **задачі є оберненими**.

Якою дією ми розв’язали першу задачу? (Дією віднімання). А другу? (Дією додавання). Чому першу задачу ми розв’язали дією віднімання, а другу – додавання? (Тому що в першій задачі ми шукали різницю, а у другій – зменшуване).

Особлива увага приділяється обґрунтуванню вибору арифметичної дії: при першому способі застосовується правило знаходження невідомого зменшуваного, а при другому – спираємося на те, що шукане число більше за дане. Після розв’язання задачі на знаходження невідомого зменшуваного діти

порівнюють ці дві задачі і доходять висновку: те, що було відомим в першій задачі, стало невідомим у другій задачі, а те, що було невідомим – стало відомим. Вчитель повідомляє, що такі задачі називаються оберненими, здійснюється *етап попереднього ознайомлення з дією складання і розв'язування обернених задач*.

Далі пропонується скласти ще одну обернену задачу так, щоб невідомим був від'ємник. Наприклад:

Під берізкою росло 9 грибочків. Після того, як кілька грибочків зрізали, під берізкою залишилося 2 грибочки. Скільки грибочків зрізали?

Над цією задачею працюємо аналогічно попередній. Після розв'язання задач учні порівнюють усі три задачі і з'ясовують, чому дві задачі розв'язуються дією віднімання, а одна – дією додавання. Учням надаються опорні схеми трійки взаємно обернених задач на знаходження остачі, на знаходження зменшуваного, на знаходження від'ємника, і здійснюється подальше засвоєння поняття про співвідношення віднімання: усі три задачі містять одні й ті самі ключові слова – „було – залишилось”, слово „було” відповідає зменшуваному, слово „зрізали” відповідає від'ємнику, слово „залишилось” – різниці; в залежності від того, який компонент є шуканим й вибирається арифметична дія. Отже, *дія визначення слів-ознак окремих видів співвідношень* набуває подальшого засвоєння у *формі матеріалізованої дії*.

На цьому етапі розпочинається опрацювання *дії порівняння задач, математична структура яких схожа на дану, встановлення, як відмінність між ними впливає на розв'язання задач* (етап *попереднього ознайомлення з дією*).

Під час подальшої роботи над простими задачами у 2-4-му класі, уміння у виконанні зазначених дій вдосконалюються при розв'язуванні задач нових видів. Також діти вчаться визначати числові дані, які потрібні для відповіді на запитання задачі; складати і розв'язувати обернені задачі; встановлювати відповідність шуканого числа області своїх значень, що зроблено під час прикидки очікуваного результату; порівнювати задачі схожих математичних структур.

ТЕМА 3. МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРОСТИХ ЗАДАЧ У 2-МУ КЛАСІ.

3.1. Формування умінь розв'язувати прості задачі в 2-му класі

На початку навчального року слід узагальнити і систематизувати знання дітей про задачі. Учні повторюють істотні ознаки поняття „задача” на прикладі завдань на порівняння текстів маленького оповідання та задачі, завдань з парадоксальними даними, завдань, в яких умова не пов'язана із запитанням, завдань на постановку запитання до даної умови, на зміну запитання, так щоб при відповіді на нього потрібно було виконати певну арифметичну дію. Діти розв'язують прості задачі перших семи видів (міркування за пам'яткою № 1, запис розв'язання за новою формою), користуючись опорними схемами називають види задач, а також на основі опорних схем класифікують задачі за арифметичною дією, якою вони розв'язуються, – називають види задач, які розв'язуються дією додавання та які розв'язуються дією віднімання.

У зв'язку з тим, що до 2-го класу молодші школярі оволоділи навичками читання та письма, у структуру процесу розв'язування задач вводяться новий елемент, а саме складання короткого запису задачі. Крім того, з метою підготовки до введення складених задач, учні засвоюють мовні конструкції, які відповідають аналітичним міркуванням. Ці фактори визначають новий порядок роботи над простою задачею – за пам'яткою № 2. Отже, ця пам'ятка передбачає виконання наступних дій: уявлення, про що розповідається в задачі (виділення об'єкта та сюжету); складання короткого запису і пояснення за ним чисел задачі; визначення того, які числові дані потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі; запису розв'язання; запису відповіді.

Усі дії, крім визначення числових даних, які потрібні для відповіді на запитання задачі, вже засвоєні дітьми на попередньому етапі навчання. Тому на опорних схемах та при розв'язанні задач учні перед обґрунтуванням вибору дії, визначають, які числові дані їм потрібні, щоб відповісти на запитання задачі. Бесіда будується наступним чином:

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: перше - ... та друге - ...).
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією ... Тому, що...)

Отже, відбувається *попереднє ознайомлення з дією визначення числових даних, які потрібні для відповіді на запитання задачі.*

При розв'язанні наступних задач учні перед обґрунтуванням вибору дії, застосовуючи надані мовні конструкції, визначають, які числові дані потрібні для відповіді на запитання задачі, і вчать зображати це схематично – кружками. Наприклад:

У підготовчій групі дитячого садка було: Купили ще 4 поливальниці і 3 відерця.
Скільки стало відерця? Скільки стало поливальниць?



Уважно розглянь малюнок, що ти бачиш? (Ми бачимо відерці та поливальниці). Скільки відерець? Скільки поливальниць? (Відерець 7 штук, поливальниць 5 штук).

Прочитай речення, яке пояснює, що це за відерці та поливальниці. (У підготовчій групі дитячого садка було...). Продовжуй речення. (У підготовчій групі дитячого садка було 7 відерець та 5 поливальниць).

Прочитай речення, яке розповідає, що сталося потім. (Купили ще 4 поливальниці і 3 відерця).

Розкажи про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається про те, що було 7 відерець та 5 поливальниць, купили ще 4 поливальниці і 3 відерця).

Прочитай, про що запитується в задачі. (Скільки стало відерець? Скільки стало поливальниць?) Що тут незвичайного? (В задачі два запитання). Чи можна відразу відповісти на два запитання? (Ні, не можна). Тому відповімо спочатку на перше запитання, а потім на друге запитання.

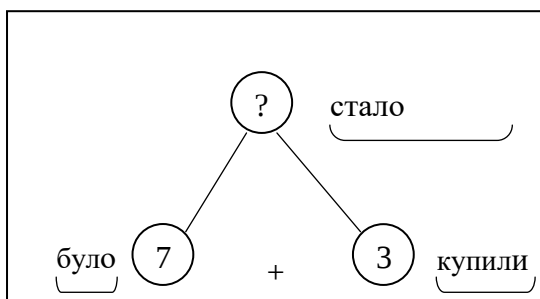
Яке перше запитання? (Скільки стало відерець?).

Ця задача цікава тим, що тут є чотири числові значення, а для відповіді на запитання треба два числових значення, тому слід спочатку обміркувати, які з них слід вибрати... Для відповіді на запитання “Скільки стало відерець?” слід взяти числа, які стосуються кількості відерець.

Що потрібно знати, для того щоб дізнатися “Скільки стало відерець?” (Для того, щоб відповісти на це запитання, треба знати скільки відерець було (7) та скільки відерець купили (3).)

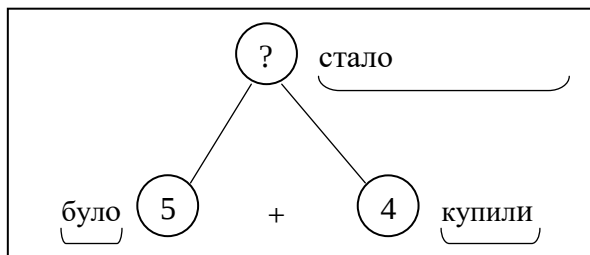
Проілюструємо це в таблиці (вставляємо картки з словами, цифрами та знаком арифметичної дії):

Якою дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання, тому що відерець стало більше.) Запишемо розв'язок.



Повтори друге запитання. (Скільки стало поливальниць?) Що потрібно знати, щоб на нього відповісти? – відповідай за пам'яткою. (Потрібно знати два числових значення:

I – скільки було поливальниць (5) та II – скільки купили поливальниць (4).) Проілюструємо це в таблиці (вставляємо картки з словами, цифрами та знаком арифметичної дії). Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання, тому що поливальниць стало більше.)



Запиши розв'язання і відповідь.

Розв'язання

1) $7 + 3 = 10$ (в.)

2) $5 + 4 = 9$ (п.)

Відповідь: 10 віdereць і 9 поливальниць стало.

Отже, дія визначення числових даних, які потрібні для відповіді на запитання задачі, набуває подальшого засвоєння в матеріалізованій формі. Для свідомого визначення числових даних, які потрібні для відповіді на запитання задачі, корисні завдання із зайвими числовими даними та числовими даними, яких бракує.

З поняттям про обернену задачу діти вже знайомі (в 1-му класі задачі на знаходження невідомого зменшуваного та невідомого від'ємника вводилися як обернені до задач на знаходження остачі (різниці)), тому дія складання обернених задач здійснюється в матеріалізованій формі: після розв'язання прямої задачі учні виписують числа задачі і пояснюють, що вони означають; потім одне з числових даних прикривається (замінюється) знаком запитання і учні складають задачу, так щоб шуканим було число, яке позначено знаком запитання – це перша обернена задача; далі, прикриваючи (замінюючи) знаком запитання друге числове дане, діти складають другу обернену задачу. При цьому учні з'ясовують, що обернених задач буде стільки, скільки числових даних в прямій задачі. В простих задачах (в стандартному вигляді) є двоє числових даних, тому до простої задачі можна скласти дві обернені задачі. Діти порівнюють математичні структури задач і визначають їх вид та доходять висновку, що спільним, наприклад, у трійки взаємно обернених задач на знаходження остачі - на знаходження невідомого зменшуваного - невідомого від'ємника або на знаходження суми – на знаходження першого доданка – на знаходження другого доданка або на різницеве порівняння – на збільшення числа на кілька одиниць – на зменшення числа на кілька одиниць, є слова-ознаки. Ці слова визначають вид співвідношення відповідно віднімання або додавання або різницевого порівняння. В залежності від того, який член співвідношення є шуканим, вибирається і арифметична дія, за допомогою якої розв'язується задача. Таким чином, здійснюється попереднє ознайомлення з дією встановлення виду співвідношення. Крім того, на основі порівняння опорних схем трійок взаємно обернених задач: на знаходження суми, першого доданка, другого доданка або на знаходження остачі, на знаходження зменшуваного та на знаходження від'ємника, відбувається опрацювання дії порівняння задач схожих математичних структур, встановлення відмінності між ними і дослідження її впливу на розв'язання задачі в матеріалізованій формі.

Новий порядок роботи над задачами за пам'яткою № 2. Здійснюється попереднє ознайомлення з дією розв'язання простих задач за пам'яткою № 2.

Всі дії, виконання яких передбачає ця пам'ятка, вже засвоєні або знаходяться в процесі формування (а саме – вибір числових даних). Тому достатньо вчителю пояснити учням, що відтепер над задачею будемо працювати за новою пам'яткою, і запропонувати учням прочитати текст пам'ятки і з'ясувати, чи все їм зрозуміло, чи вміють вони виконувати усі завдання цієї пам'ятки.

Пам'ятка №2

1. Прочитай задачу та уяви про що в ній ідеться. Про що ідеться в задачі?
2. Виділи ключові слова та відповідні їм числові дані; яке число є шуканим? Склади короткий запис задачі.
3. За коротким записом поясни числові дані задачі та запитання. Зроби схематичний малюнок.
4. Повтори запитання задачі. Що потрібно знати, щоб на нього відповісти? Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі?
5. Запиши розв'язок задачі.
6. Запиши відповідь.
7. Перевір розв'язок: склади і розв'яжи обернену задачу.

Отже, всі задачі розв'язуються за пам'яткою №2: запитання учителя будуються на підставі пунктів пам'ятки, а учні слідкують за текстом пам'ятки (*засвоєння дії роботи над задачею за пам'яткою № 2 в матеріалізованій формі*). Внаслідок такої роботи можна очікувати, що здійсниться мимовільне запам'ятовування тексту пам'ятки, без прикладання спеціальних зусиль з боку учнів. Схематичний малюнок до задачі складається в разі потреби у ньому або за вимогою учителя. Самостійна робота над задачею здійснюється також за пам'яткою №2 з безпосереднім використанням тексту пам'ятки.

На цьому етапі відбувається подальше засвоєння *дії визначення числових даних, які потрібні для відповіді на запитання задачі, яка опрацьовується у формі голосного мовлення*.

Розглянемо приклад методики роботи над задачею за пам'яткою №2.

У господарки було 13 морквин, 3 морквини вона віддала козеняті. Скільки морквин залишилося?

Про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається про морквини: було 13 морквин, віддали 3 морквини; запитується, скільки залишилося морквин).

Виділи ключові слова та склади короткий запис задачі. Які слова розкривають ситуацію, описану в задачі? (Було, віддали, залишилося). Запишемо їх. Чи відомо, скільки морквин було? (Було – 13 морквин.) Чи знаємо ми із умови задачі, скільки віддали морквин? (Знаємо, віддали – 3 морквини). Чи відомо, скільки морквин залишилося? (Ні не відомо, поставимо знак запитання – це є запитання задачі.)

Було – 13 м. Віддали – 3 м. Залишилося -?

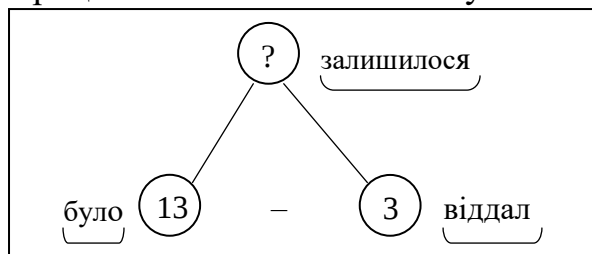
За коротким записом поясни числові дані задачі та запитання. Що позначає число 13? (Число 13

позначає, скільки було морквин.) Що позначає число 3? (Число 3 позначає скільки віддали морквин.) Яке запитання задачі? (Скільки залишилося морквин?)

Повтори запитання задачі. Що потрібно знати, щоб на нього відповісти? (Потрібно знати два числових значення: I – скільки було морквин (13) та II – скільки віддали морквин (3).)

Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (На запитання задачі відповімо дією віднімання, тому що залишилося менше, ніж було.)

Процес аналізу ілюструємо схемою:



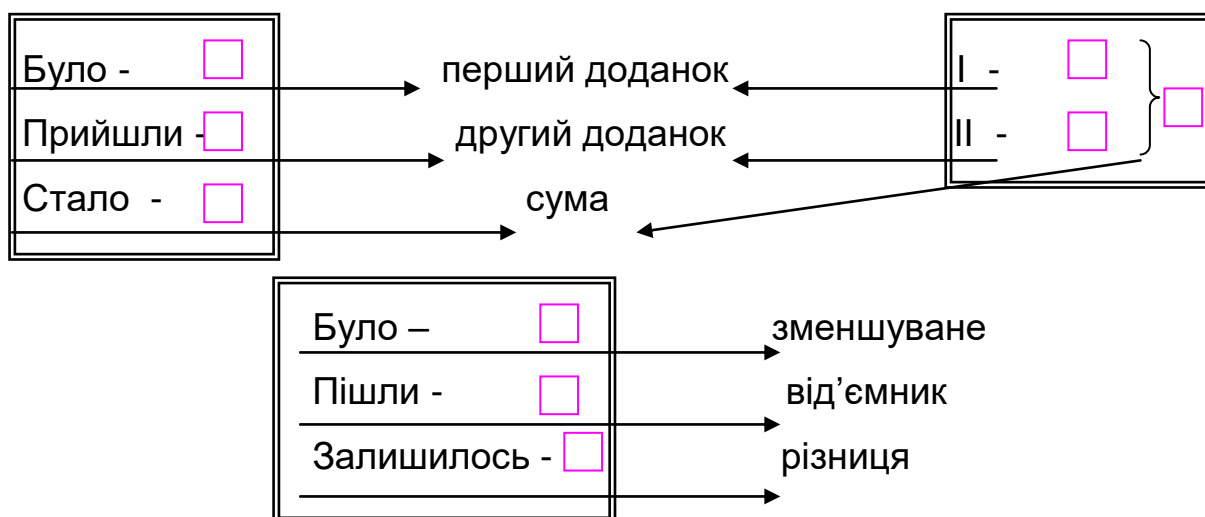
- *Запиши розв'язання задачі.*

(Розв'язання: $13 - 3 = 10$ (м.))

Запиши відповідь. (Відповідь: 10 морквин залишилося.)

Згідно пропозиціям Л.М.Фрідмана молодших школярів корисно познайомити із словами-ознаками окремих видів співвідношень і, виходячи з цього, з вибором арифметичної дії, за допомогою якої розв'язується задача. **Співвідношення додавання і віднімання. „Переклад” задач на мову математики.** На основі розгляду опорних схем трійок взаємно обернених задач на співвідношення додавання (віднімання) учні встановлюють, що в них однакові слова-ознаки: було – стало, після того, як щось додали, або всього і є перше та друге число (було – залишилося, після того, як щось витратили). Відрізняються вони шуканим: в одній задачі невідомо, скільки стало, в другій – скільки було, а в третій – скільки додали (різні шукані: скільки залишилося, скільки було, скільки витратили). Усі три задачі містять співвідношення додавання (віднімання), але шуканими є різні члени співвідношення.

Далі ці задачі „перекладаються” на мову математики, тобто визначають яким компонентам відповідають певні слова (рис. 6).



Мал. 6. Відповідність ключових слів задач компонентам співвідношення додавання та віднімання

Таким чином, дія визначення виду співвідношення та визначення слів-ознак окремих видів співвідношень засвоюється в матеріалізованій формі.

Учні визначають, якою арифметичною дією вони відповідатимуть на запитання задачі, якщо шуканими будуть різні компоненти співвідношення додавання (віднімання).

У подальшому, учням пропонуються завдання на визначення виду співвідношення в задачах. При розв'язанні цих завдань учні міркують вголос, отже, дії визначення виду співвідношення та визначення слів-ознак окремих видів співвідношень засвоюються у формі голосного мовлення.

Співвідношення різницевого порівняння. В аналогічний спосіб йде робота над засвоєнням співвідношення різницевого порівняння. Слова-ознаки співвідношення різницевого порівняння – „на” „більше” чи „менше”. Якщо шуканим є число, яке позначає на скільки одне число більше чи менше за друге число, то його знаходять за правилом: щоб дізнатися на скільки одне число більше чи менше від другого, треба від більшого числа відняти менше число. Якщо шукане число на кілька одиниць більше за дане, того знаходять дією додавання. Якщо число на кілька одиниць менше даного, то його знаходять дією віднімання.

3.1. Види простих задач у 2-му класі і методика роботи над ними

Задачі на знаходження суми трьох доданків

Задача на знаходження суми трьох доданків вводиться на основі порівняння із задачею на знаходження суми двох доданків. Учні пропонується розв'язати задачу на знаходження суми двох доданків, а потім порівняти її з наступною задачею – задачею на знаходження суми трьох доданків. Наприклад:

1) В 2–А класі 4 відмінника, в 2–Б класі 6 відмінників. Скільки всього відмінників в цих класах?

2) В 2–А класі 4 відмінника, в 2–Б класі 6 відмінників, а в 2–В 5 відмінників. Скільки всього відмінників в цих класах?

При порівнянні учні встановлюють відмінні ознаки і виконують зміни у короткому записі і схематичному рисунку першої задачі. Далі з'ясовується, як ця відмінність вплине на розв'язання задачі: для відповіді на запитання задачі потрібно не два, а три числових значення. Учні дається опорна схема задач на знаходження суми трьох доданків, і вони переходять до розв'язання задач цього виду, в тому числі й задач, які вимагають переформулювання запитання. Такий методичний підхід має на меті ще й опрацювання у матеріалізованій формі дії порівняння задач схожих математичних структур, встановлення відмінності між ними і дослідження її впливу на розв'язання задачі.

На цьому етапі вдосконалюється уміння у виконанні дії вибору числових даних для відповіді на запитання задачі, ця дія виконується у формі голосного мовлення.

З метою підготовки до введення задач на конкретний зміст добутку, серед задач на знаходження суми трьох доданків можна пропонувати дітям задачі на знаходження суми однакових доданків, з обов'язковим аналізом виразу до задачі.

Задачі на знаходження третього числа за сумою двох даних чисел

На етапі *підготовчої роботи* до ознайомлення з цим видом простих задач учням пропонуються завдання типу: на столі лежать 2 трикутники і 3 круги, намалюйте в зошиті стільки квадратів, скільки трикутників і кругів разом. Тут учні повинні усвідомити, що для того, щоб дізнатися, скільки слід намалювати квадратів, треба міркувати так: квадратів стільки, скільки трикутників і кругів разом; трикутників і кругів разом 2 та 3, тобто 5; тому квадратів теж 5. Або учні можуть діяти практично: покласти на парті трикутники і круги у рядок, а під ними покласти квадрати так, щоб кожному трикутнику і кожному кругу відповідав тільки один квадрат, тобто учні складають пари. Але після такої практичної роботи вчитель разом з учнями відтворює вголос міркування.

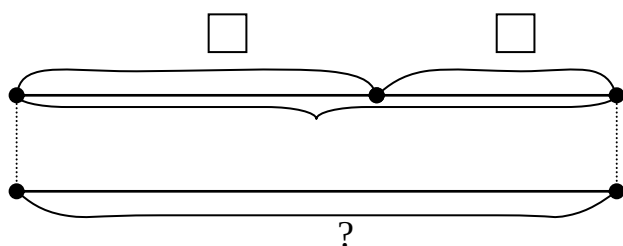
Ознайомлення. Після ґрунтовної підготовчої роботи учням пропонується задача на знаходження третього числа за сумою двох даних, яку учні розв'язують під керівництвом учителя. Особливість полягає тут у тому, що під час аналізу розв'язання з'ясовується, що для відповіді на запитання задачі потрібно знати: скільки всього ... та те, що шукане число складає стільки ж; відповісти на запитання задачі відразу ми не можемо, тому що не знаємо скільки всього...; щоб дізнатися скільки всього, треба знати два числових значення: перше – ... та друге ...; відповімо на запитання задачі дією додавання.

Приклад роботи над задачами цього виду поданий у додатку А (задача 1).

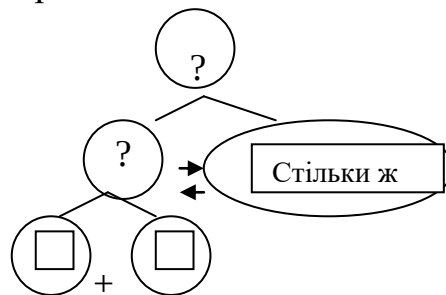
З метою усвідомлення істотних особливостей задач даної математичної структури пропонуємо учням для розв'язання пари задач: задачі на знаходження суми і задачі на знаходження третього числа за сумою двох даних чисел, а також пропонується виконати зміни в задачі на знаходження третього числа по сумі двох даних, так щоб одержати задачу на знаходження суми. Наприклад:

- | | |
|---|--|
| <p>1) Для годування кролів на фермі приготували 7 кг моркви, 3 кг буряків. Скільки всього кілограмів овочів приготували для годування кролів?</p> | <p>2) Для годування кролів на фермі приготували 7 кг моркви, 3 кг буряків, а капусти стільки, скільки моркви і буряків разом. Скільки кілограмів капусти приготували для годування кролів?</p> |
|---|--|

Аналіз умови



Аналіз розв'язання



В результаті усвідомлення істотних ознак задач цього виду учні будуть змозі виконати завдання на постановку запитання до даної умови і отримати задачу на знаходження третього числа за сумою двох даних чисел.

На цьому етапі вдосконалюється уміння у виконанні дії *вибору числових даних для відповіді на запитання задачі* – вона виконується у формі *голосного мовлення*. Дії *порівняння задач схожих математичних структур, встановлення відмінності між ними і дослідження її впливу на розв'язання задачі* - у формі *голосного мовлення*.

Задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, що сформульовані у непрякій формі

На етапі *підготовки* до ознайомлення з задачами даного виду, які сформульовані в непрякій формі розв'язуються задачі на різницеве порівняння з двома запитаннями, наприклад: “У класі 13 хлопчиків та 16 дівчат. На скільки більше дівчат, ніж хлопчиків? На скільки менше хлопчиків, ніж дівчат?”. Після розв'язання цієї задачі учні роблять висновок: “Дівчат на стільки більше, ніж хлопчиків, на скільки менше хлопчиків, ніж дівчат.” І узагальнюють його: “на скільки одне число $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ за друге число, на стільки ж друге число $\frac{\text{менше}}{\text{більше}}$ за перше.” Також корисними є вправи на розв'язання задач даного виду, які сформульовані в прямій формі.

Ознайомлення відбувається на основі перетворення задачі, що сформульована в прямій формі, у задачу, в якій зв'язок між числами сформульований в непрякій формі. Наприклад,

“З першої ділянки зібрали 54 кг моркви, а з другої – на 12 кг більше. Скільки кілограмів моркви зібрали з другої ділянки?”. Розв'язавши цю задачу учні встановлюють, що тут знайшли число, яке на 12 більше за 54, виконавши додавання. Звертаємо увагу учнів на те, якщо знайдене число на 12 більше за число 54, то число 54 на 12 менше за знайдене число.

Цю задачу можна перетворити в задачу, сформульовану в непрякій формі: „З першої ділянки зібрали 54 кг моркви, це на 12 кг менше, ніж з другої ділянки. Скільки кілограмів моркви зібрали з другої ділянки?” Учні порівнюють зміст обох задач і встановлюють, що вони відрізняються лише тим, що в першій задачі говорилося про те, що з другої ділянки зібрали на 12 кг більше, а в даній задачі сказано, що з першої зібрали 54 кг, а це на 12 кг менше, ніж з другої ділянки. Тобто в першій задачі дається числове значення маси

моркви, яку зібрали з першої ділянки, а числове значення маси моркви, яку зібрали з другої ділянки, невідоме, але говориться, що з неї зібрали на 12 кг більше, ніж з першої. У другій задачі також дано числове значення маси моркви, яку зібрали з першої ділянки, і зовсім нічого не дано стосовно маси моркви, яку зібрали з другої ділянки; тим часом про масу моркви, яку зібрали з першої ділянки, додатково розповідається, що це на 12 кг менше, ніж з другої ділянки. Ці дві задачі відрізняються своєю структурою (мал. 7).

I -
II - ?, на більше

I - , це на менше
II - ?

Пряма форма

Непряма форма

Мал. 7. Опорні схеми задач на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, що сформульовані у прямій та у непрякій формі

У першій задачі до кожного випадку (I чи II) подані числові значення, а в другій задачі – до першого випадку пропонуються два числових значення, а до другого – жодного (здійснюється в матеріалізований формі опрацювання дії порівняння задач схожих математичних структур, встановлення відмінності між ними і дослідження її впливу на розв'язання задачі).

Розв'язуючи отриману задачу, слід запитати “Більше чи менше кілограмів моркви зібрали з другої ділянки?”, “На скільки більше кілограмів моркви зібрали з другої ділянки, ніж з першої?”, “Якою дією знаходимо більше число?”. Таким чином, учні встановлюють, що тут треба знайти число, яке теж на 12 більше за 54: з першої ділянки зібрали на 12 кг менше, ніж з другої, тому з другої ділянки зібрали на 12 кг більше, ніж з першої; це означає, що для розв'язання задачі треба виконати дію додавання.

Порівнюючи розв'язання обох задач, доходимо висновку, що вони мають однакове розв'язання. Тобто основним є визначення: яке число ми знаходимо – більше чи менше, що обумовлює вибір арифметичної дії.

Зазначимо, що з метою попередження помилок корисно пропонувати учням саме пари задач у прямій та непрякій формі та проводити порівняльний аналіз їх умов та розв'язань. Крім того, завдання на зіставлення задач корисні з точки зору формування дії порівняння задач схожих математичних структур, встановлення відмінності між ними і дослідження її впливу на розв'язання задачі (дія виконується у формі голосного мовлення).

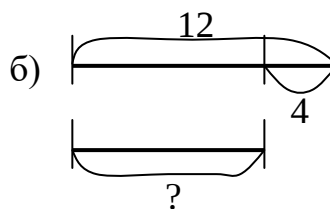
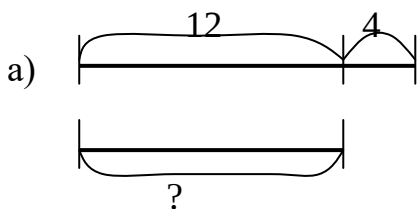
Так, учням пропонується пара задач: задача на збільшення (зменшення) числа на кілька одиниць, що сформульована в прямій формі, та аналогічна задача, що сформульована у непрякій формі, і дві схеми; діти повинні вибрати схему за текстом кожної задачі. Вони з'ясовують, що обом задачам відповідає одна й та схема, незважаючи на різницю у формулюванні умов.

Наприклад: Чим схожі тексти задач? Чим відрізняються?

1) На першій полиці 12 книжок. Це на 4 книжки більше, ніж на другій полиці. Скільки книжок на другій полиці?

2) На першій полиці 12 книжок. На другій полиці на 4 книжки менше, ніж на першій. Скільки книжок на другій полиці?

Вибери для кожної задачі схематичний малюнок:



Далі подаються для розв’язання пари задач, розв’язки яких порівнюються і учні встановлюють їх відмінність: в першій зв’язок між числами (різницеве відношення чисел) сформульований прямо, а в другій – непрямо. Таким чином, учні усвідомлюють, що не завжди з словом “менше” треба пов’язувати дію віднімання, а з словом “більше” – додавання. Тому при виборі арифметичної дії в задачах даного виду слід міркувати так:

1. *Встановити, яке число слід знайти - більше чи менше.*
2. *На цій підставі обрати арифметичну дію.*

На цьому етапі опрацьовується у формі зовнішнього мовлення дія вибору арифметичної дії при розв’язанні задачі.

Задачі на конкретний зміст дії множення і ділення

Підготовча робота. Традиційно задачі на конкретний зміст дії множення і на конкретний зміст дії ділення на рівні частини і на вміщення вивчаються окремо, послідовно одна за одною. Дія множення розуміється як додавання однакових доданків. А дію ділення на вміщення можна розглядати як віднімання однакових чисел доки не одержимо нуль. Познайомивши учнів з цими теоретичними положеннями ми озброюємо учнів методом знаходження результатів арифметичних дій множення і ділення, навіть тоді, коли вони ще не знають таблиць множення і ділення, способів позатабличного множення і ділення.

Тому ми змінили традиційний порядок вивчення цих задач і, виходячи з теорії укрупнення дидактичних одиниць при навчанні математики П. М. Ерднієва, пропонуємо вивчати ці задачі **за двома циклами:**

1. *Задачі на конкретний зміст дії множення і ділення на вміщення.*
2. *Задачі на конкретний зміст дії ділення на рівні частини та ділення на вміщення.*

Цей підхід надає можливість розв’язувати задачі на конкретний зміст арифметичних дій множення і ділення на вміщення не притримуючись вивчення відповідних таблиць множення і ділення [93].

На етапі *підготовчої роботи* до ознайомлення з задачами на конкретний зміст дії множення пропонуємо учням задачі на знаходження суми однакових доданків, на складання задач за даним виразом – сумою однакових доданків, на складання задач за малюнком, на перерахування великої кількості предметів, способом групування. Розв'язуючи завдання на перерахунок великої кількості предметів учні переконуються, що рахувати їх дуже довго. Тоді вчитель розбиває їх на п'ятірки, зрозуміло що п'ятірками рахувати легше. Таким чином учні усвідомлюють роль групової лічби, засвоюють цю техніку, розв'язують завдання на знаходження суми однакових доданків. Практична вагомість групової лічби показується на прикладах із життя: лічба вишень по три ($3+3+3=9$), лічба грошей п'ятикопійочними монетами ($5+5+5+5=20$), лічба паличок із яких складено чотирикутники ($4+4+4+4+4=20$). Далі пропонуємо учням порахувати двійками, трійками, четвірками, п'ятірками тощо. З цією метою застосовуємо стрічку чисел від 1 до 100, в кожній клітинці якої записані числа, по порядку. Саме за допомогою цієї стрічки учні рахують групами: вся стрічка перегинається на смужки по певній кількості клітинок і читаються всі числа на кінцях риски.

Окрему групу підготовчих завдань до введення дії множення складають завдання на обчислення суми однакових доданків. Увага при виконанні завдань звертається на те, що доданки однакові, і визначається число однакових доданків. Розв'язок записуємо так:

$$\frac{4+4+4+4+4}{5 \text{ разів}} = 20$$

Застосовуючи запис такої форми, розв'язуємо задачі на знаходження суми трьох, чотирьох і більше однакових доданків.

Під час *підготовчої роботи* до ознайомлення з дією ділення на вміщення учні виконують практичні завдання типу:

„12 зошитів роздали учням по 4 зошити. Скільки учнів отримали зошити?”

- По скільки зошитів повинні отримати учні? (По 4 зошити). Візьміть 4 зошити і дайте першому учню. Якщо ми віддаємо зошити, то зошитів лишається більше чи менше? Якою арифметичною дією дізнаємось скільки зошитів залишилось, якщо ми віддали 4 зошити? Дією віднімання, запишемо це : $12 - 4$

- Чи всі зошити ми роздали?

- Візьміть ще 4 зошити і дайте другому учню. Продовжимо записувати вираз: $12 - 4 - 4$

- Чи всі зошити роздали? (Ні, не всі). Візьміть ще 4 зошити і дайте ще одному учню. Запишемо: $12 - 4 - 4 - 4$.

- Чи всі зошити ми роздали? Запишемо це : $12 - 4 - 4 - 4 = 0$.

Скільки учнів отримали зошити? (3 учня отримали зошити.) Учні буде стільки, скільки в 12 зошитах вміщується по 4 зошити. Запишемо це:

$$\frac{12 - 4 - 4 - 4}{3 \text{ рази}} = 0$$

Читаємо так: в 12 вміщується по 4 три рази. Отже, 3 учні отримали зошити.

Особливе місце займає на етапі підготовчої роботи розв'язання задач, аналогічних розглянутим, причому, учні переходять від практичних дій до малюнків, а від них до схематичного рисунка і записують розв'язання задачі у вигляді різниці, яку інтерпретують певним чином.

На етапі підготовчої роботи до введення дій множення і ділення, учні вчаться ілюструвати додавання однакових доданків та віднімання однакових чисел, доки не отримаємо нуль, у вигляді схематичного рисунка. Отже, на цьому етапі здійснюється подальше опрацювання дії *складання схематичного малюнку та інтерпретування відрізків як деякої величини у формі голосного мовлення*.

Ознайомлення із задачами на конкретний зміст дії множення відбувається під час ознайомлення з цією дією. Ми пропонуємо учням для порівняння пару задач: обидві задачі на знаходження суми, але перша задача на знаходження суми неоднакових доданків, а друга – на знаходження суми рівних доданків. Наприклад:

1) На трьох тарілках лежать
пиріжки: на першій 4 пиріжка, на
другій – 3 пиріжка, а на третій – 5
пиріжків. Скільки всього пиріжків
лежить на трьох тарілках?

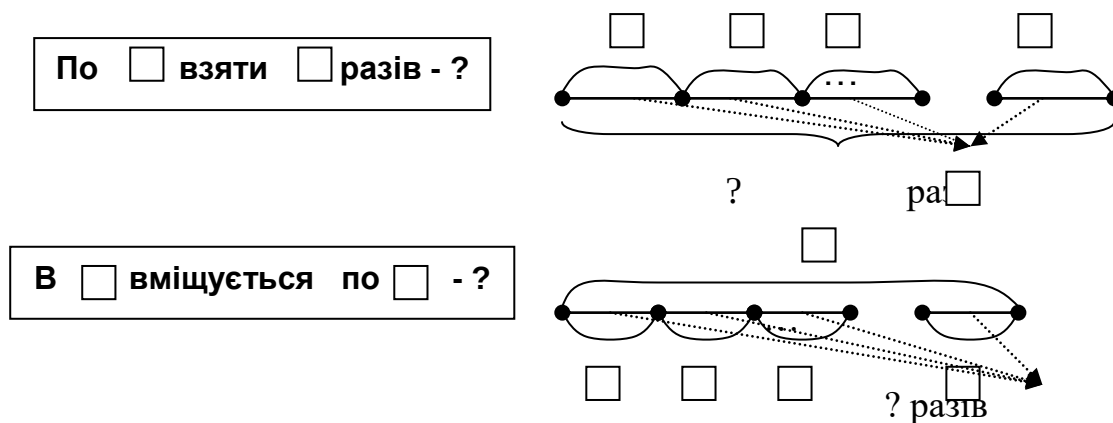
2) На трьох тарілках лежать
пиріжки по 4 пиріжка на кожній
тарілці. Скільки всього пиріжків
лежить на трьох тарілках?

Порівнявши розв'язання цих задач, учні доходять висновку, що вираз, який є розв'язанням другої задачі являє собою суму однакових доданків, а першої – суму неоднакових доданків. Для усвідомлення відмінності між двома цими сумами вчитель пропонує учням записати по кілька прикладів до кожного виду сум. Отже, в окрему групу виділяються суми однакових доданків. Після чого вчитель повідомляє, що суму однакових доданків можна замінити новою арифметичною дією – множенням. Вводиться знак дії множення, і учні вчаться замінювати суму рівних доданків дією множення і читати записані вирази.

Аналогічно, для **ознайомлення з дією ділення на вміщення** пропонується задача, яку діти на етапі підготовчої роботи розв'язували відніманням, після її розв'язання учням повідомляється, що віднімання однакових чисел, доки не одержимо нуль, можна замінити дією ділення. Діти виконують вправи на заміну віднімання діленням і читають записані рівності.

Далі задачі цих видів розв'язуються двома способами: додаванням і множенням або відніманням і діленням. До прямої задачі, наприклад на конкретний зміст дії множення (знаходження суми однакових доданків) складається і розв'язується обернена задача на конкретний зміст дії ділення на вміщення.

На даному етапі вводяться слова-ознаки співвідношення переходу від меншої одиниці лічби або вимірювання до більшої (по ... взяти ... разів) та співвідношення розбиття цілого на рівні частини (... розділили по...).



Мал.8. Опорні схеми і схематичні рисунки задач на конкретний зміст дії множення і ділення на вміщення

Якщо в задачі говориться про те, що щось $\frac{\text{взяли}}{\text{розсипали, розрізали, розклали...}}$ по ... , то треба виконати дію $\frac{\text{множення}}{\text{ділення}}$.

Засвоєння дії *виділення слів-ознак окремих видів співвідношень* йде від *матеріалізованої* форми, коли діти підкреслюють в тексті задачі слова-ознаки до промовляння їх вголос, після переказу задачі. Отже, ця дія набуває подальшого засвоєння у *формі голосного мовлення*. На основі виділених слів-ознак вибирається арифметична дія, за допомогою якої розв'язується задача, тому дія *обґрунтування вибору арифметичної дії* засвоюється у *формі голосного мовлення*.

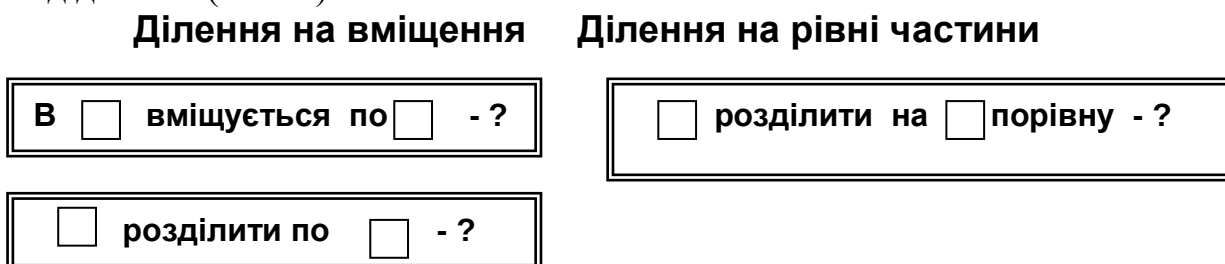
Задачі на конкретний зміст дії ділення на рівні частини вводяться на основі порівняння пари задач: перша задача на ділення на вміщення, а друга на ділення на рівні частини. Наприклад:

1) У Наталки 12 цукерок. Вона роздала ці цукерки по 3 кожній подрузі. Скільки подруг отримали цукерки?

2) У Наталки 12 цукерок. Вона роздала ці цукерки порівну трьом подругам. По скільки цукерок отримала кожна подруга?

Учням пропонується розв'язати задачу, яку вони вже вміють розв'язувати (ділення на вміщення), а для відповіді на запитання другої задачі зробити малюнок і зобразити на ньому ці дії. Відповідь на запитання задачі отримано і вчитель показує запис розв'язання, звертаючи увагу, що ця задача теж розв'язується дією ділення, але ділення на рівні частини.

Далі порівнюються опорні схеми таких задач і слова-ознаки, які визначають вид ділення (мал. 9).



Мал.9. Опорні схеми задач на конкретний зміст дії ділення

Таким чином, дія виділення слів-ознак окремих видів співвідношень опрацьовуються у формі голосного мовлення, а дія порівняння задач схожих математичних структур, встановлення відмінності між ними і дослідження її впливу на розв'язання задачі в матеріалізованій формі.

Якщо в задачі говориться про те, що щось розклали, розрізали, розсипали...

по... , то треба виконати дію ділення на вміщення .
порівню **на рівні частини**

Відтепер учням пропонуються для розв'язання трійки взаємно обернених задач: задача на конкретний зміст дії множення, на конкретний зміст дії ділення на вміщення та на конкретний зміст дії ділення на рівні частини. Або учні розв'язують пряму задачу і складають до неї дві обернені задачі. Отже, дія складання обернених задач набуває подальшого засвоєння у формі голосного мовлення.

Прості задачі на збільшення або зменшення числа у кілька разів

На етапі *підготовчої роботи* до введення задач даного виду необхідно актуалізувати конкретний зміст дії множення і ділення, конкретний зміст відношень „більше на кілька одиниць”, „менше на кілька одиниць”. А також, через спеціальні вправи підвести учнів до усвідомлення конкретного змісту виразів “більше в” та “менше в”. З цією метою учням пропонується покласти у рядок три кружечки, а під ними два рази по три кружечки; з'ясовується, де кружків більше, скільки разів у нижньому рядку поклали по стільки кружків, скільки в першому. При цьому вчитель повідомляє, що в нижньому рядку кружечків в 2 рази більше, ніж в першому. Далі ставиться запитання „Де кружечків менше?”. Діти пояснюють, що в першому рядку лише один раз по 3 кружечки, а в другому – два рази, у першому рядку у 2 рази менше кружечків, ніж в другому. Наступна вправа передбачає практичні дії з вимогою покласти ліворуч 2 квадрати, а праворуч у 4 рази більше. Діти відповідають, що треба зробити, щоб отримати в 4 рази більше, ніж 2: треба по 2 квадрати взяти 4 рази, про що дізнаємося дією множення ($2 \cdot 4 = 8$), і кладуть праворуч 8 квадратів. В результаті такої роботи маємо висновок: для того, щоб дізнатися про число, яке у кілька разів більше за дане, треба дане число помножити на число, яке показує, у скільки разів шукане більше за дане. Або: про число, яке у кілька разів більше даного, дізнаємося дією множення. Аналогічно працюємо над зменшенням числа у кілька разів.

На етапі підготовки розв'язуються завдання на знаходження числа, яке у кілька разів (або на кілька одиниць) більше чи менше за дане число. На підставі розв'язання таких задач робиться узагальнення: „Більше число знаходимо дією додавання або множення. Додаємо тоді, коли число більше даного **на кілька одиниць**. Множимо тоді, коли число більше даного **у кілька разів**”; “Менше число знаходимо дією віднімання або ділення. Віднімаємо тоді, коли число

менше даного **на** кілька **одиниць**. Ділимо тоді, коли число менше даного **у** кілька **разів**.” Таким чином, засвоюються слова-ознаки співвідношення кратного порівняння: „більше (менше) у кілька разів”, а *дія виділення слів-ознак окремих видів співвідношень* засвоюється в *формі голосного мовлення*.

Від практичних дій учні переходять до схематичного зображення відношення „більше (менше) у кілька разів”. Ці завдання мають на меті усвідомлення учнями особливостей схематичного зображення даного відношення і подальшого формування в них *дії складати схематичний малюнок в формі голосного мовлення*.

Після засвоєння відношень „більше у кілька разів”, „менше у кілька разів” відбувається **ознайомлення** із задачами даного виду на основі розв’язання пари задач: перша задача на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, а друга задача на збільшення або зменшення числа у кілька разів (здійснюється у *матеріалізованій формі* формування дії *порівняння задач схожих математичних структур, встановлення відмінності між ними і дослідження її впливу на розв’язання задачі*). Наприклад:

- 1) У Сашка 8 марок, а у Толі на 4 марки більше. Скільки марок у Толі?
- 2) У Сашка 8 марок, а у Толі в 4 рази більше. Скільки марок у Толі?

Перед розв’язанням учні порівнюють задачі, встановлюють їх відмінність і з’ясовують, як ця відмінність вплине на короткий запис задачі, на схематичний рисунок та на розв’язання задачі. Ця відмінність впливає на вибір арифметичної дії: перша задача розв’язується дією додавання, а друга – дією множення. Отже *дія обґрунтування вибору арифметичної дії* набуває подальшого засвоєння у *формі голосного мовлення*.

При ознайомленні з даним видом простих задач опорні схеми задач на збільшення або зменшення числа у кілька разів подаються у порівнянні з опорними схемами задач на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць.

В результаті порівняння відповідних опорних схем, учні встановлюють їх подібність, тому складання короткого запису задач розглянутого виду не викликає в них труднощів. *Дія складання короткого запису* набуває подальшого засвоєння у *формі „зовнішнього мовлення про себе”*.

Задачі на збільшення (зменшення) числа <u>на</u> кілька одиниць	Задачі на збільшення (зменшення) числа <u>у</u> кілька разів
I – II – ?, на більше → + I – II – ?, на менше → -	I – II – ?, в р. більше → * I – II – ?, в р. менше → :

Прості задачі на кратне порівняння

Методикою введення нового виду задач передбачено *підготовчу роботу*, метою якої є засвоєння правила: щоб знайти, у скільки разів одне число більше або менше від іншого числа, треба більше число поділити на менше число.

Правила кратного порівняння можна також ввести на підставі додаткових завдань після розв'язання задач на збільшення або зменшення числа у декілька разів. Наприклад, після розв'язання задачі “Маса індики 15 кг, а гуски – в 3 рази менше. Яка маса гуски?”, можна запропонувати додаткові запитання:

- Яка маса індики?(15 кг). Яка маса гуски? (5 кг).
- Маса якої птиці менша?(Менша маса гуски). У скільки разів маса гуски менша, ніж маса індики?(У 3 рази).
- Маса якої птиці більша? (Більша маса індики). У скільки разів маса індики більша маси гуски? (У стільки ж, у 3 рази).
- Як ви про це дізналися? (В умові задачі, яку ми розв'язали сказано, що маса гуски в 3 рази менша, ніж маса індики).
- Як можна про це дізнатися обчисленням? Яку дію слід виконати між числами 15 та 5, щоб отримати 3? (Про це можна дізнатися дією ділення: $15 : 5 = 3$). Що ми зробили, щоб дізнатися, у скільки разів одне число більше другого? (Ми більше число поділили на менше). Який висновок можна зробити про те, як знайти, у скільки разів одне число більше, ніж друге число? (Щоб знайти, у скільки разів одне число більше другого, треба більше число поділити на менше).

Аналогічно отримуємо висновок: щоб знайти у скільки разів одне число менше другого, треба більше число поділити на менше.

Кратне порівняння слід вводити, зіставляючи з різницеvim порівнянням (на цьому етапі здійснюється засвоєння у *матеріалізованій формі дії порівняння задач схожих математичних структур, встановлення відмінності між ними і дослідження її впливу на розв'язання задачі*). Учні визначають, які слова-ознаки визначають дію віднімання (на скільки більше (менше)), а які – дію ділення (у

скільки разів більше(менше)). Таким чином, працюємо над формуванням дії виділення слів-ознак співвідношення кратного порівняння (*етап голосного мовлення*).

На ступені підготовчої роботи опрацьовуємо дію складання схематичного рисунка до співвідношення кратного порівняння, тому *дія складання схематичного рисунка* набуває подальшого опрацювання у *формі голосного мовлення*.

При *ознайомленні із задачами на кратне порівняння* можна застосувати два методичні підходи. Перший полягає у розв'язанні задачі на збільшення або зменшення числа у кілька разів і складання оберненої задачі на кратне порівняння. Ми реалізуємо інший варіант, який полягає у порівнянні пари задач: на різницеве порівняння та на кратне порівняння. Наприклад:

1) Довжина кімнати 6 м, а вітальні 3 м. На скільки метрів довжина кімнати більша за довжину вітальні? На скільки метрів довжина вітальні менша за довжину кімнати?

2) Довжина кімнати 6 м, а вітальні 3 м. У скільки разів довжина кімнати більша за довжину вітальні? У скільки разів довжина вітальні менша за довжину кімнати?

Порівнюючи ці задачі, учні встановлюють, що вони відрізняються запитаннями, а саме, в першій задачі запитується „**На** скільки більше (менше)?”, а в другій „**У** скільки разів більше (менше)?”. З'ясовуємо, як ця відмінність вплине на короткий запис другої задачі, її схематичний рисунок та розв'язання. Виділені слова-ознаки визначають вибір арифметичної дії, тому перша задача розв'язується дією віднімання, а друга – дією ділення. Таким чином, здійснюється подальше засвоєння у *формі голосного мовлення* дії *обґрунтування вибору арифметичної дії*.

При закріпленні цих задач учням пропонують в тексті задачі підкреслити слова, які допоможуть вибрати опорну схему задачі і арифметичну дії при її розв'язанні, таким чином *дія виділення слів-ознак співвідношення кратного порівняння* формується у *матеріалізованій формі*.

Задачі на різницеве порівняння 1 - II - ↻ на ? → -	Задачі на кратне порівняння 1 - II - ↻ у ? → :
--	---

Пропозиція завдань на складання і розв'язання обернених задач до задачі на кратне порівняння має на меті подальше опрацювання у *формі голосного мовлення* дії *порівняння задач схожих математичних структур, встановлення відмінності між ними і дослідження її впливу на розв'язання задачі*.

ТЕМА 4. МЕТОДИКА ОЗНАЙОМЛЕННЯ З ПОНЯТТЯМ «СКЛАДЕНА ЗАДАЧА». МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СКЛАДЕНИХ ЗАДАЧ В 2-МУ КЛАСІ.

Формування загального уміння розв'язувати складені задачі відбувається за етапами:

- I етап – підготовча робота до введення поняття „складена задача”;
- II етап – ознайомлення з поняттям „складена задача” та процесом її розв'язування;
- III етап – формування загального уміння розв'язувати будь-які складені задачі.

4.1. Підготовча робота

На *етапі підготовчої роботи* у дітей формуються уявлення:

- про те, що за двома певними числовими даними можна відповісти на кілька запитань (постановка запитань до даної умови, вибір запитання до даної умови);
- про те, що різні задачі можуть мати однакові розв'язання (завдання на складання задач, розв'язанням яких є певний вираз);
- про неможливість відповісти на запитання задачі, якщо числових даних бракує (розв'язання задач з недостатньою кількістю числових даних);
- про необхідність вибору числових даних для відповіді на запитання задачі (розв'язання задач із зайвими числовими даними);
- про існування задач, на запитання яких не можна відповісти одразу (постановка додаткового запитання до задач із зайвими числовими даними, об'єднання двох послідовних простих задач, відповідь на друге запитання при розв'язанні задач з двома запитаннями);
- про існування задач, що складаються з двох простих задач, які пов'язані за змістом (при розв'язанні двох послідовних простих задач);
- про те, що аналіз може складатися з двох циклів – кожний з яких відповідає певній з двох простих задач (при розв'язанні задач з зайвими числовими даними, при розв'язанні двох послідовних простих задач, при розв'язанні задач із двома запитаннями).

Постановка запитання до даної умови. Метою цих завдань є навчання учнів ставити запитання до даної умови, на яке можна відповісти за числовими даними, що в ній містяться; закріплення мовних конструкцій: “Для відповіді на запитання задачі потрібно знати два числові значення... На запитання задачі відповімо арифметичною дією ...”; навчання знаходження спільного і відмінного в текстах задач.

При розв'язанні завдань цього виду проводиться подальша робота над структурою задачі – щоб одержати задачі діти повинні поставити до даної умови запитання, яке пов'язано з нею. При цьому вони впевнюються, що до однієї і тієї самої умови можна поставити кілька запитань. Отже, учні

опиняються перед необхідністю визначення запитання, на яке можна відповісти за двома числовими даними. Наприклад: постав запитання до даної умови:

- 1) В каструлі 5 л молока, а в бідоні 9 л молока.
- 2) В їдальні на сніданок витратили 7 кг картоплі, а на обід 9 кг картоплі.

Виділи числові дані. Про що можна дізнатися за цими числовими даними? Склади задачу, в якій це число буде шуканим. Про що ще можна дізнатися за цими числовими даними. Розкажи задачу, в якій це число буде шуканим. Чим схожі ці задачі? Чим вони відрізняються? Що треба знати, щоб дізнатися “Скільки всього ...?” Що треба знати, щоб дізнатися “На скільки більше (менше)...?” Що цікавого ти помітив? (Для відповіді на обидва запитання треба знати одні й ті ж самі числові дані). Чому? (Тому що в задачах однакові умови.) Умови однакові, але запитання різні! Значить і розв’язки будуть різні! Чим будуть відрізнятися розв’язання? (На запитання першої задачі відповімо дією додавання, а на запитання другої задачі відповімо дією віднімання). Чому? (Тому, що в цих задачах задані різні співвідношення – співвідношення додавання та співвідношення різницевого порівняння).

Корисними є завдання на вибір запитання до даної умови або на вибір умови до даного запитання. Наприклад:

Подумай, які з даних запитань можна поставити до даної умови? „У білочки було 17 горішків. Вона з’їла 5 горішків вранці, а в обід ще 2 горішки.”

- 1) Скільки всього горішків з’їла білочка?
 - 2) На скільки більше горішків з’їла білочка вранці, ніж в обід?
 - 3) На скільки менше горішків з’їла білочка в обід, ніж вранці?
 - 4) Скільки грибочків з’їла білочка?
 - 5) Скільки горішків залишилося в білочки?
2. Підбери умову до даного запитання: Скільки всього дітей займаються танцями?
- 1) Танцями займаються 24 дитини. З них 13 хлопчиків.
 - 2) Танцями займаються хлопчики і дівчинки. Хлопчиків на 5 менше, ніж дівчинок.
 - 3) Танцями займаються 12 хлопчиків і 13 дівчинок.
 - 4) Танцями займаються 7 хлопчиків, а дівчинок на 2 більше.
 - 5) Танцями займаються 11 хлопчиків, а дівчинок на 4 менше.

При виконанні таких завдань ми продовжуємо працювати над засвоєнням дій виділення умови і запитання задачі, числових даних і шуканого, виділення слів-ознак окремих видів співвідношень, виділення виду співвідношення.

Складання задач з даними числами, які розв’язуються арифметичними діями додавання і віднімання, або складання задач, розв’язком яких є даний вираз. Мета – розвиток варіативності мислення: учні впевнюються, що однією й тією ж арифметичною дією над даними числами можна розв’язати багато задач, які відтворюють різноманітні життєві ситуації; діти вчаться визначати значення числових даних та підбирати запитання, відповідь на яке знаходять певною арифметичною дією. На цьому етапі відбувається подальше

навчання школярів порівнювання задач; закріплюються мовні конструкції: “Для відповіді на запитання задачі потрібно знати два числові значення... На запитання задачі відповімо арифметичною дією ...”.

Задачі, що складені школярами, порівнюються між собою, і вони впевнюються, що в них є спільними лише числові дані, а умови та запитання – різні. Таким чином, розв’язком різних задач може бути один й той самий вираз.

При складанні задачі за даним виразом учням пропонується перевірити себе і встановити, чи всі з поданих запитань вони використали при складанні задач. Наприклад:

Склади задачі, розв’язання яких записується виразом: $12 + 6$. Перевір себе: чи є в тебе задачі, у яких запитується:

- 1) Скільки всього ... ?
- 2) Скільки стало ... ?
- 3) Скільки ... , якщо на 6 більше, ніж ... ?
- 4) Скільки було ... ?

Які числові дані повинні міститися в умові задачі? Яке число є шуканим: більше чи менше? Чому? Постав запитання так, щоб шукане було більшим числом. Яка ситуація повинна описуватися в задачі з таким запитанням? Яким членом і якого співвідношення повинно бути шукане, щоб його знаходили дією додавання? Покажи опорну схему цієї задачі. Розкажи задачу. Яке ще запитання можна поставити, щоб шукане було більшим числом?... Порівняй ці задачі.

Також корисними є завдання на постановку запитання до даної умови, на яке можна відповісти за поданим числовим виразом. Наприклад:

У Наталки 8 шоколадних цукерок і 7 карамелей. Подумай, на які запитання ти відповіси за даними виразами: $8 + 7$ $8 - 7$.

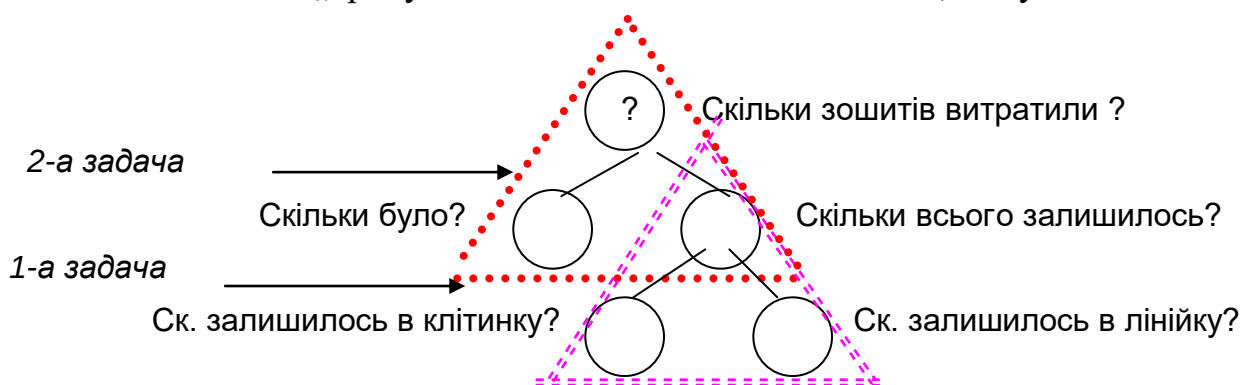
Так само, як і в попередніх завданнях, ми продовжуємо формувати дії, що були засвоєні учнями при навчанні розв’язування простих задач.

Задачі із зайвими числовими даними. Під час розв’язання задач із зайвими числовими даними відбувається навчання вибору числових даних, які необхідні для відповіді на запитання задачі. Діти впевнюються, що не всі числові дані використано у розв’язанні задачі, тому вчитель пропонує поставити додаткове запитання, на яке можна відповісти, використавши зайве дане та отриманий розв’язок. Формулюється задача з даною умовою, але з новим запитанням, поєднуються схеми аналізу розв’язання при відповіді на два запитання. Отже, з’являється схема аналізу, яка складається з двох циклів і учням пропонується повторити міркування за цією схемою. Таким чином, здійснюється формування прийому розумової дії – аналізу, та уміння аналізувати при пошуку розв’язування задачі, коли аналіз складається з двох циклів (*етап попереднього ознайомлення з дією аналізу - міркування від запитання задачі до числових даних*). Також на цьому етапі продовжується формування уміння порівнювати задачі і решта дій, що були сформовані у процесі навчання розв’язання простих задач. Наприклад:

Наталці мама купила 27 зошитів. Наприкінці навчальної чверті в неї залишилося 2 зошити у лінійку та 5 зошитів у клітинку. Скільки всього зошитів залишилося в Наталки?

Яке число не брало участь у розв'язанні задачі? Що воно означає? Яке повинно бути запитання, щоб число 27 брало участь у розв'язанні задачі? Склади задачу з числом, яке ми знайшли при розв'язанні задачі та числом 27. Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання цієї задачі?

Постав запитання до даної умови, щоб число 27 приймало участь у розв'язанні задачі. Чи можна відразу відповісти на запитання цієї задачі? Чому? Прокоментуй міркування за схемою аналізу. Зверни увагу, схема аналізу складається з двох „трикутників” – циклів. Як ти вважаєш, чому?



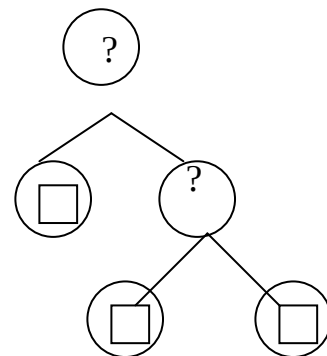
Мал. 16.Картка з друкованою основою, на якій подано схему аналізу

Задачі, в яких бракує числових даних. Метою розв'язання задач з недостатньою кількістю числових даних є формування у дітей уявлення про те, що не завжди можна відповісти на запитання задачі через відсутність числового даного. Це числове дане можна дібрати, але тоді учні отримують різні розв'язки, тому слід добирати додаткову умову, за якою дізнаємось про потрібне число. Далі учні поєднують умову даної задачі й додаткову умову і формулюють задачу, а вчитель поєднує схеми аналізу в одну, яка містить два цикли. Таким чином, на даному етапі продовжуємо вчити учнів аналізувати розв'язування задачі, коли аналіз складається з двох циклів (*етап попереднього ознайомлення з дією аналізу – міркування від запитання задачі до числових даних*) і застосовуємо уміння, які були сформовані у навчанні розв'язування простих задач Наприклад:

На клумбі розцвіло 15 квітів. Для букету зрізали ☐ квітки. Скільки квіток залишилося?

Розкажи умову. Розкажи запитання. Що цікавого ти помітив? (В умові не дістає числового даного). Залишилося більше чи менше, ніж було? (Менше). Задай додаткову умову. Про що ми дізнаємося спочатку?

Що треба знати, щоб відповісти на це запитання? Про що ми дізнаємося потім? Що треба знати, щоб відповісти на це запитання? Розкажи задачу з додатковою умовою. Чи можна відповісти відразу на її запитання? Чому? Розкажи її розв'язання за схемою:



Мал. 17.Картка з друкованою основою, на якій подано схему аналізу

Послідовне розв'язання двох простих задач. При послідовному розв'язанні простих задач, таких що друга задача є продовженням першої, здійснюється формування у дітей уявлення про складену задачу як таку, що містить дві або більше прості задачі. Діти вчаться складати задачу із двох пов'язаних між собою простих задач. Наприклад:

1. У дівчинки було 8 олівців. Вона купила ще 4 олівці. Скільки олівців стало у дівчинки?
2. У дівчинки олівців. Вона подарувала подрузі 6 олівців. Скільки олівців в неї залишилося?

Після розв'язання пари простих задач, учні встановлюють, що відповісти на запитання другої задачі неможливо, не відповівши на запитання першої задачі; вчитель радить поєднати ці дві задачі в одну та за поданою схемою аналізу, яка містить два цикли, пропонує учням пояснити міркування (*дія аналізу – міркування від числових даних до запитання – опрацьовується в матеріалізованій формі*). На схемі аналізу виділяються трикутниками прості задачі, діти формулюють кожен з них і визначають їх порядок: перша проста задача – це задача, на запитання якої можна відповісти одразу; друга проста задача – це задача, на запитання якої не можна відповісти, не розв'язавши першу задачу (здійснюється *етап попереднього ознайомлення з діями розбиття задачі на прості та встановлення порядку простих задач, які складають складену задачу*).

Задачі з двома послідовними запитаннями. Мета – продовжувати формувати у дітей уявлення про те, що існують такі запитання до даної умови, відповісти на які одразу не можна; формувати уявлення про складену задачу, як таку, що складається з двох або більшого числа простих. Продовжувати формувати прийом аналізу у процесі пошуку розв'язання задачі. Наприклад:

В парку гуляло 6 дівчинок, а хлопчиків на 4 більше. Скільки хлопчиків гуляло в парку? Скільки всього дітей гуляло в парку?

Проаналізуй текст задачі. Що тут незвичайного? Чи можна відразу відповісти на обидва запитання? На яке запитання можна відповісти відразу? Чому? Що треба знати, щоб відповісти на перше запитання? Якою арифметичною дією на нього відповімо? На яке запитання ще треба відповісти? Що треба знати, щоб відповісти на друге запитання? Якою арифметичною дією на нього відповімо?

Після розв'язання таких задач учні з'ясовують, що відповіді на друге запитання задачі, не можливо не відповівши на перше запитання, – тому схеми аналізу, що стосуються відповідей на кожне запитання, поєднуються, і учні пояснюють міркування за поєднаною схемою. На цих завданнях опрацьовується *дія аналізу – міркування від запитання задачі до числових даних – у матеріалізованій формі*. Далі учні визначають, на яке запитання можна відповісти одразу? Це запитання першої простої задачі, її на поєднаній схемі показано трикутником. А на яке потім? Це запитання другої простої задачі, її теж показано на схемі трикутником. Отже, здійснюється попереднє ознайомлення з *діями розбиття складеної задачі на прості, та встановлення порядку простих задач*.

4.2. Ознайомлення із складеною задачею

Традиційно ознайомлення з поняттям „складена задача” здійснюється в 2-му класі на задачах на знаходження остачі, які містять просту задачу на знаходження суми і ці задачі пропонуються учням протягом майже усієї теми. Але учні запам'ятовують спосіб їх розв'язування і при розв'язанні нової задачі наслідують його, не вдаючись до розгорнутих міркувань. Для попередження цього, ознайомлення з поняттям „складена задача” та процесом її розв'язування слід проводити на різноманітних математичних структурах складених задач.

На етапі підготовчої роботи опрацьовувались мовні конструкції, які застосовуються при аналітичному пошуку розв'язування, учні побачили, як на схемі аналізу можна виділити прості задачі і спробували їх сформулювати. Всі ці уміння вдосконалюються на етапі ознайомлення і набувають подальшого засвоєння. Крім того, нами було виділено операційний склад загального уміння розв'язувати задачі арифметичними способами на матеріалі складених задач. Зрозуміло, що окремі складові дії цього уміння були сформовані в учнів під час формування загального уміння на матеріалі простих задач (1-4, 8₁, 8₃, 10). Тому, **метою етапу ознайомлення молодших школярів з поняттям „складена задача” є опрацювання трьох нових дій:**

- проведення аналітичного пошуку розв'язування задачі, під час якого слід вибрати пару числових даних для відповіді на певне запитання;
- виділення, спочатку на схемі аналізу, а потім словесне формулювання кожної простої задачі, із яких складається дана задача;
- складання плану розв'язування задачі.

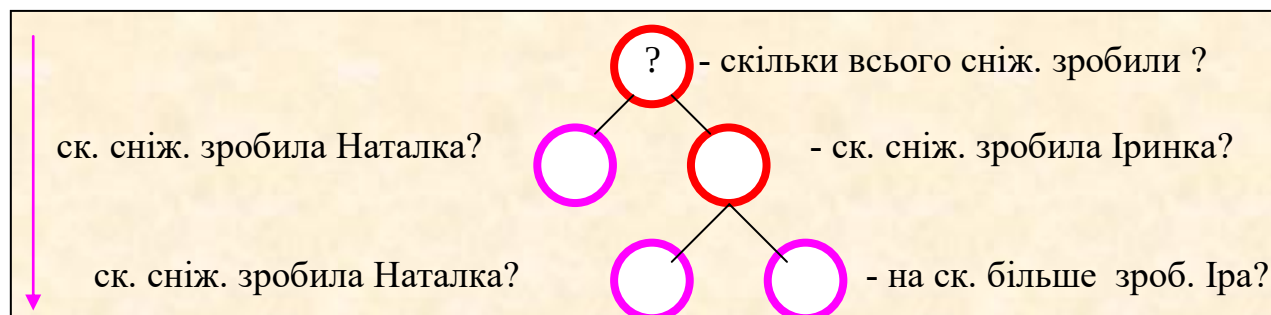
Істотним в організації діяльності учнів на даному етапі є її *спрямованість не на розв'язання кожної окремої задачі, а на оволодіння даним комплексом умінь*. Згідно з вимогами до процесу формування розумових дій (за Л.М.Фрідманом) кожна із складових дій загального уміння розв'язувати складені задачі повинна бути опрацьована окремо, причому формування певної дії має бути розтягненим у часі. Тому на етапі підготовчої роботи і здійснюється попереднє ознайомлення та опрацювання в матеріалізованій формі *дії аналізу – міркування від запитання задачі до числових даних*, а також попереднє ознайомлення з *розбиттям задачі на прості та визначенням порядку простих задач*.

Поняття „складена задача”. Ознайомлення з процесом розв’язання складених задач. На цьому етапі починається формування поняття про складену задачу як про задачу, що складається з кількох простих задач; про розв’язання складеної задачі як послідовне розв’язання простих задач, що вона містить. Крім того, тут певну увагу приділено формуванню уміння аналізувати текст задачі та проводити аналітичний пошук розв’язування задачі і розбиття складеної задачі на прості.

Поняття „складена задача” можна ввести на основі порівняння двох задач, перша з яких – задача з двома послідовними запитаннями, а друга – складена задача. Наприклад:

1) Наталка зробила 7 сніжинок, а Іринка на 5 сніжинок більше. Скільки сніжинок зробила Іринка? Скільки всього сніжинок зробили дівчата?	2) Наталка зробила 7 сніжинок, а Іринка на 5 сніжинок більше. Скільки всього сніжинок зробили дівчата?
---	--

Учні визначають, що обидва тексти – це задачі, але вони відрізняються тим, що перша задача містить два запитання, а друга – одне. Але ці задачі мають однакові умови і однакові запитання: друге запитання першої задачі таке саме, як запитання другої задачі. Вчитель пропонує з’ясувати, що необхідно знати, щоб відповісти на це запитання. Учні пояснюють міркування за поданою схемою аналізу, в якій слід вписати потрібні числові дані та проставити знаки арифметичний дій, за допомогою яких відповімо на певне запитання (мал. 18).



Мал. 18. Картка з друкованою основою, на якій подано схему аналізу

Таким чином, дія аналізу – міркування від запитання задачі до числових даних продовжує виконуватись у матеріалізованій формі. Вчитель вимагає від учнів показати трикутниками на схемі прості задачі і сформулювати їх показавши опорні схеми, та визначити послідовність простих задач (дія розбиття задачі на прості та визначення порядку простих задач відбувається в матеріалізованій формі). Після розбиття складеної задачі на прості дітям повідомляється, що на запитання першої простої задачі відповімо першою дією, а на запитання другої простої задачі – другою дією, таким чином складається план розв’язування задачі (попереднє ознайомлення з дією складання плану розв’язування задачі).

З метою формування поняття „складена задача” корисні завдання на порівняння пари задач, які мають однакові умови, але різні запитання. Наприклад:

1) Щоб прикрасити класну кімнату, учні принесли 8 червоних кульок, а зелених на 4 більше. Скільки зелених кульок принесли діти?	1) Щоб прикрасити класну кімнату, учні принесли 8 червоних кульок, а зелених на 4 більше. Скільки всього кульок принесли діти?
---	--

На запитання першої задачі можна відповісти одразу однією арифметичною дією, а на запитання другої задачі не можна відповісти, виконавши лише одну арифметичну дію. Учні порівнюють ці задачі, і перед ними ставиться запитання: „Чи матимуть ці задачі однакові розв’язання?”, „На яке запитання можна відповісти одразу?”. Після розв’язання простої задачі учні з’ясовують, які зміни треба виконати в короткому записі та схематичному рисунку першої задачі, щоб одержати короткий запис та схематичний рисунок другої задачі, пояснюють числа задачі. Таким чином, *дія складання короткого запису* набуває подальшого засвоєння і *переноситься в нову ситуацію – на складені задачі*. Подальші міркування йдуть від запитання другої задачі: „Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання другої задачі?”, і за поданою схемою аналізу, вставляючи (або записуючи) відповідні числові дані та знаки арифметичних дій, учні виконують *аналітичний пошук розв’язування в матеріалізованій формі*. На схемі аналізу учні показують трикутниками *прості задачі і визначають їх порядок* та формулюють їх (*виконання дії в матеріалізованій формі*), і, виходячи з порядку та запитань простих задач, перевіряють чи правильно сформульований план розв’язування задачі, що подано у готовому вигляді (*дія формулювання плану розв’язування задачі виконується в матеріалізованій формі*). Далі учні знайомляться із записом розв’язання задачі двома діями – за зразком учні записують розв’язання даної задачі і пояснюють кожну дію (*відбувається попереднє ознайомлення з діями запису розв’язання задачі і пояснення виконаних дій*).

Таким чином здійснюється *попереднє ознайомлення з поняттям „складена задача”*; учні впевнюються, що існують задачі, на запитання яких не можна відповісти одразу, однією арифметичною дією – такі задачі називаються складеними. Складені задачі складаються з кількох простих задач.

Для повноцінного засвоєння цього поняття слід пропонувати завдання на: підведення під поняття; вибір необхідних і достатніх ознак для розпізнавання об’єкта; виведення наслідків про належність або не належність предмета до поняття.

Вибір необхідних і достатніх ознак для розпізнавання складеної задачі

Орієнтуючись на зроблений висновок про те, що на запитання складеної задачі не можна відповісти одразу однією дією, пропонуємо учням завдання на вибір серед поданих задач складених. Ці завдання подаються не лише на даному етапі, а й у подальшому (коли учні вже навчаються самостійно розв’язувати складені задачі). Таким чином, формулюється істотна ознака

поняття „складена задача” – неможливість розв’язання однією арифметичною дією. Зазначимо, що ця ознака є необхідною взагалі, а достатньою для множини задач, що є розв’язними.

Наприклад: Серед запропонованих задач вибери і розв’яжи тільки складені задачі:

- 1) На дереві сиділо 7 горобців, а сорок на 8 більше. Скільки сорок сиділо на дереві?
- 2) На дереві сиділо 7 горобців, а сорок на 8 більше. Скільки всього птахів сиділо на дереві?

Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання першої задачі? Чи можна відразу відповісти на запитання першої задачі? Чому? Яка це задача? Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання другої задачі? Чи можна відразу відповісти на запитання другої задачі? Чому? Яка це задача? На яку ознаку слід орієнтуватися, щоб визначити вид задачі?

Підведення під поняття „складена задача”

Користуючись визначеною ознакою поняття „складена задача” – неможливістю її розв’язання однією арифметичною дією, учні виконують завдання на встановлення виду, до якого належать певні задачі, або на розпізнавання задач. Наприклад: До якого виду належать задачі? Чому?

- 1) Бабуся випекла 7 пиріжків з капустою і 9 пиріжків з вишнями. 12 пиріжками вона пригостила онуків. Скільки пиріжків залишилося в бабусі?
- 2) На святі у дитячому садку в хорі співало 5 дівчинок і 7 хлопчиків. Скільки дітей співало в хорі?
- 3) Столяр виготовив 14 стільців, а табуретів на 5 менше. Скільки виробів зробив столяр?

Виведення наслідків про належність або неналежність задачі до поняття „складена задача”

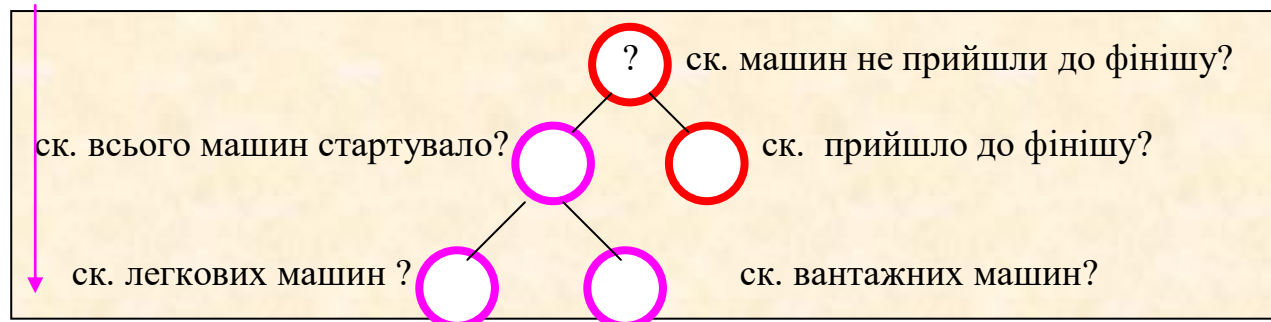
За допомогою запитань вчителя учні спонукаються до висновків:

- Якщо задача складена, то її не можна розв’язати однією арифметичною дією;
- Якщо задача проста, то її можна розв’язати однією арифметичною дією;
- Якщо задача складена, то для її розв’язання треба виконати не менш, ніж дві арифметичні дії;
- Якщо задача не проста, то вона складена.

Після того, як учні усвідомили відмінність складеної задачі від простої слід перейти до навчання процесу розв’язування складених задач. Згідно вимог до процесу формування розумових дій, що забезпечують високу ефективність навчання навичкам і вмінням, кожна дія з розв’язування складених задач повинна бути опрацьована окремо. Перейдемо до розгляду методики формування цих дій (операцій).

Формування уміння проводити аналітичний пошук розв'язування задачі. Спочатку дія аналізу – міркування від запитання задачі до числових даних формується в матеріалізованій формі (за допомогою карток з друкованою основою), але поступово переводимо її у форму голосного мовлення. У завданнях, що подані на картках з друкованою основою, поки ще подано схеми аналізу із записами про відповідні числові дані і шукані, але не всі учні читають їх – вони відповідають на запитання вчителя самостійно (форма голосного мовлення). Наведемо приклад картки з друкованою основою:

1. В автоперегонах стартувало 43 легкові машини і 21 вантажна машина. До фінішу прийшли 60 машин. Скільки машин не прийшло до фінішу?



Мал. 19. Схема аналізу, що подана на картці з друкованою основою

Треба зазначити, що для формування уміння виконувати аналітичний пошук розв'язування задачі повинні пропонуватися різноманітні математичні структури задач, з тим, щоб попередити формальний підхід, обмежити запам'ятовування способу розв'язування і ставити учнів, кожного разу, в умови свідомого вибору числових даних для відповіді на запитання задачі. Тому на даному етапі застосовуються задачі: на знаходження суми, які містять просту задачу на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць; на знаходження остачі, які містять просту задачу на знаходження суми; на знаходження суми, які містять просту задачу на знаходження суми; на різницеве порівняння, які містять просту задачу на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць.

За допомогою цих завдань продовжуємо формувати у матеріалізованій формі дії розбиття складеної задачі на прості та визначення порядку простих задач, при цьому ми спираємось на виділення трикутниками простих задач на схемі аналізу. Зазначимо, що дія формулювання плану розв'язування також виконується в матеріалізованій формі, спираючись на виділені трикутниками прості задачі та на пояснення вчителя: „Першою дією відповімо на запитання першої простої задачі. Назви запитання першої простої задачі. Про що дізнаємося першою дією? Другою дією відповімо на запитання другої простої задачі. Назви запитання другої простої задачі. Про що дізнаємося другою дією?”.

Далі учні вчаться виділяти прості задачі не лише на схемі аналізу розв'язування, а й на короткому записі задачі. Тепер задачі подаються у вигляді тексту без схематичного зображення аналізу розв'язування задачі. Діти самі промовляють словесні конструкції аналізу, складають схему аналізу і

коментують її. При формулюванні простих задач показуємо не їх опорні схеми, а виділяємо прямокутниками на короткому записі задачі (мал. 20).

Було - ?,	?, 2 кг і 9 кг
Витратила – 3 кг	
Залишилось - ?	

Мал. 20. Зразок показу простих задач на короткому записі складеної задачі

Таким чином дії розбиття складеної задачі на прості та визначення порядку простих задач починають засвоюватися у формі голосного мовлення.

Учням повідомляється, що при розв'язуванні складеної задачі визначають план розв'язування задачі, тому що складена задача містить в собі кілька простих задач і треба визначити послідовність відповіді на запитання цих простих задач. Таким чином, дія формулювання плану розв'язування задачі продовжує засвоюватися в матеріалізованій формі. Далі дітям подається пам'ятка № 3, в якій відображений порядок роботи над задачею.

Пам'ятка №3

1. Прочитай задачу та уяви про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі?
2. Виділи ключові слова та склади короткий запис задачі.
3. За коротким записом поясни числові дані задачі та запитання.
4. Повтори запитання задачі. Що потрібно знати, щоб на нього відповісти?
- Потрібно знати два числових значення: I - ... (, чи ☐ відомо) та II - ... (☐ , чи невідомо).

Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі?

- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі?

Можна

Не можна

- Чому не можна?
- Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання?
Потрібно знати два числових значення: I -(, чи ☐ відомо) та II - ... (, чи невідомо) ☐
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання задачі?
- Чи можна відразу відповісти на це запитання?
- Чому можна?
- Таким чином ми від запитання задачі перейшли до числових даних.
Аналіз закінчено.

5. Розбий задачу на прості. Сформулюй кожен просту задачу. Покажи опорні схеми до кожної.

6. Склади план розв'язування задачі. Про що ми дізнаємося 1-ю дією? Про що дізнаємося 2-ю дією?

→ 7. Запиши розв'язання задачі.

8. Запиши відповідь.

Учні читають завдання пам'ятки і встановлюють, які з них вони навчилися виконувати при розв'язанні простих задач, а які – при ознайомленні зі

складеною задачею. Особливу увагу приділено 4-му пункту пам'ятки: залежно від відповіді на його запитання, міркування йдуть різними шляхами – якщо на запитання задачі можна відповісти відразу, то задача проста, і ми переходимо до 7-го пункту; а якщо, не можна, то це складена задача, і слід послідовно виконати розпорядження пунктів 5 і 6. Починаючи з цього моменту, робота над усіма задачами проводиться за пам'яткою № 3, учні спочатку читають завдання пам'ятки, а потім їх виконують.

Наприклад:

Мама зірвала з одного куща 5 помідорів, а з другого 4. 6 помідорів вона віддала дітям. Скільки помідорів залишилося?

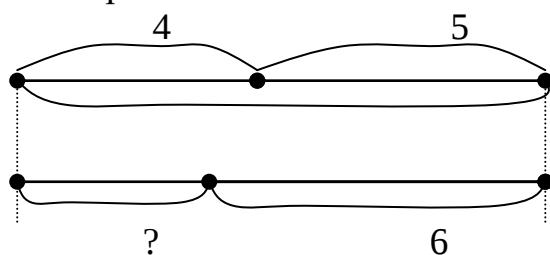
- Про що йде мова в задачі? (В задачі говориться про помідори. Спочатку мама зірвала помідори з одного куща – 5, і з другого куща – 4, потім вона віддала 6 помідорів дітям. Запитується скільки помідорів залишилося.)
- Проаналізуємо задачу. Розкажіть умову задачі. Розкажіть запитання задачі. Виділіть числові дані. Яке число є шуканим?
- Розглянемо короткий запис задачі (на дошці подається схематичний короткий запис). Прочитайте ключові слова. (Зірвала, віддала, залишилося). Чи відомо нам, скільки помідорів зірвала мама? (відомо, що мама зірвала 5 помідорів і ще 4 помідори) Чи знаємо ми скільки помідорів вона віддала дітям? (Відомо – 6 помідорів.) Яке запитання задачі? (Скільки помідорів залишилося у мами?).

Зірвала – ?, 5 п. і 4 п.
Віддала – 6 п.
Залишилося – ?

За коротким записом поясніть числові дані задачі. (Число 5 позначає, скільки помідорів зірвала мама з першого куща, число 4 позначає, скільки помідорів зірвала мама з другого куща, число 6 позначає, скільки

помідорів віддала мама дітям.) Про що запитується в задачі? (В задачі запитується скільки помідорів залишилося у мами).

- Покажіть опорну схему, яку нагадує ця задача. (Це опорна схема задачі на знаходження остачі).
- Зробіть схематичний малюнок:



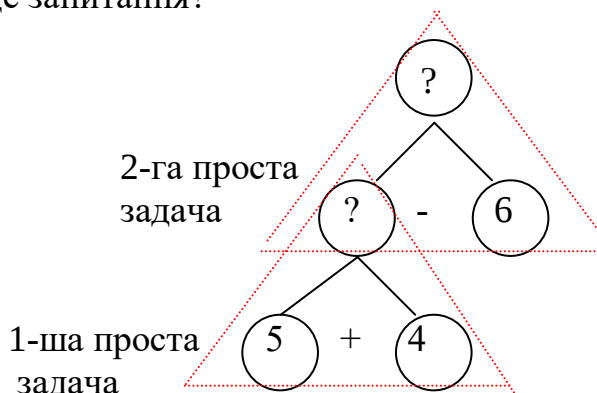
- За схематичним малюнком поясніть, що означає кожний відрізок.

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі “Скільки помідорів залишилося?” (Для того, щоб відповісти на запитання задачі треба знати два числові значення: I – скільки всього помідорів зірвала мама, поки ще не знаємо, та II – скільки помідорів вона віддала дітям, відомо – 6.)

- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією віднімання.) Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, не можна, тому що ми не знаємо скільки помідорів зірвала мама.)

- Що потрібно знати, щоб дізнатися скільки помідорів зірвала мама? (Треба знати два числові значення: I – скільки помідорів вона зірвала з першого куща, відомо – 5, та II – скільки помідорів вона зірвала з другого куща, відомо – 4). Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією додавання). Чи можна відразу відповісти на це запитання?

(Можна, тому що ми знаємо обидва числові дані). Ми перейшли від запитання задачі до числових даних, тому аналіз закінчено.



Розкладемо цю задачу на дві прості задачі.

- Сформулюйте першу просту задачу. (З першого куща мама зірвала 5 помідорів, а з другого 4 помідори. Скільки всього помідорів зірвала мама?)

Зірвала – ?, 5 п. і 4 п.

Віддала – 6 п.

Залишилося – ?

Покажемо її на короткому записі.

Зірвала – ?

Віддала – 6 п.

Залишилося – ?

Сформулюйте другу просту задачу (Мама зірвала всього ... помідорів, 6 помідорів вона віддала дітям. Скільки помідорів залишилося у мамі?) Покажемо її на короткому записі.

- Складемо план розв'язування задачі. Про що ми дізнаємося в першій простій задачі? (Ми дізнаємося скільки всього помідорів зірвала мама). Про що ми дізнаємося в другій простій задачі? (Скільки помідорів залишилося у мамі?)

- Запишіть розв'язання по діях з поясненням.

1) $5+4=9$ (п.) всього зірвала мама, 2) $9-6=3$ (п.) залишилося

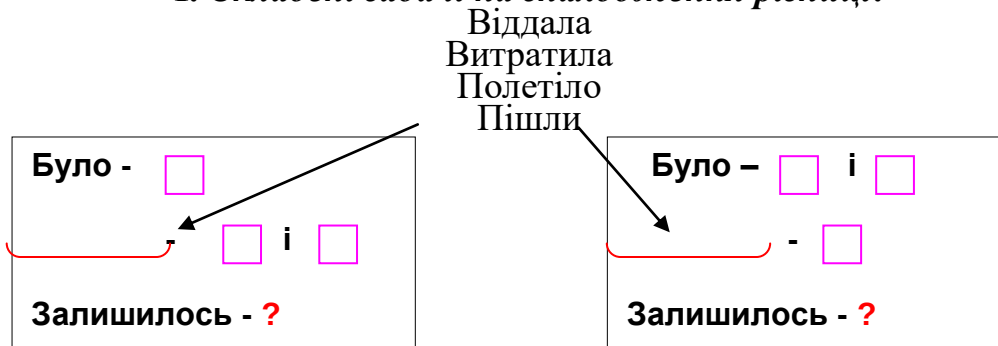
- Повторіть запитання задачі. Розкажіть відповідь на запитання задачі. (Відповідь: 3 помідора залишилося у мамі). Скільки числових даних в умові цієї задачі? З яких простих задач складається дана задача. Яка задача є першою? Скільки числових даних вона містить? Яка задача є другою? Що можна сказати про її числові дані?

Складені задачі на знаходження суми і остачі

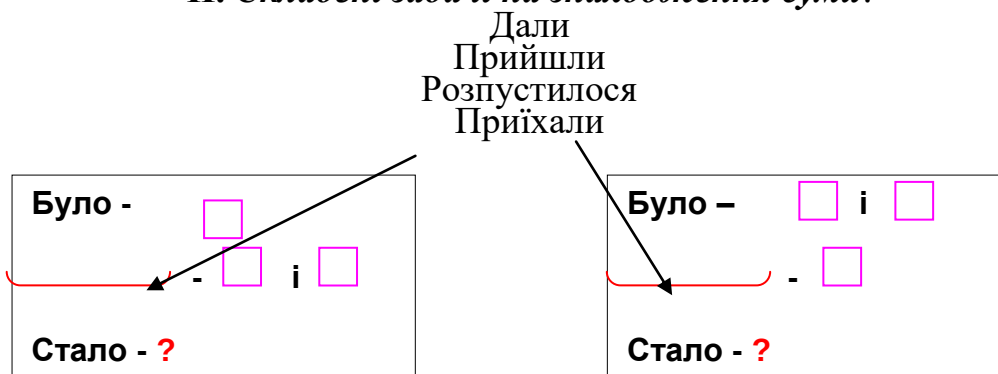
Основним видом завдань на цьому етапі є розв'язування задач. При цьому дія аналізу набуває подальшого опрацювання у формі голосного мовлення, а центральну увагу приділено виділенню простих задач і формулюванню плану розв'язування задачі – ці дії також продовжують засвоюватись у формі голосного мовлення.

Також учні розглядають опорні схеми складених задач на знаходження остачі або суми. Учні виділяють прості задачі на опорних схемах і порівнюють опорні схеми складених задач на знаходження остачі або суми, схожої математичної структури, визначаючи їх відмінність (перша проста задача на знаходження суми відповідає різним ключовим словам), на цій підставі вони складають задачі з даними числами і формулюють план розв'язування кожної складеної задачі.

I. Складені задачі на знаходження різниці:

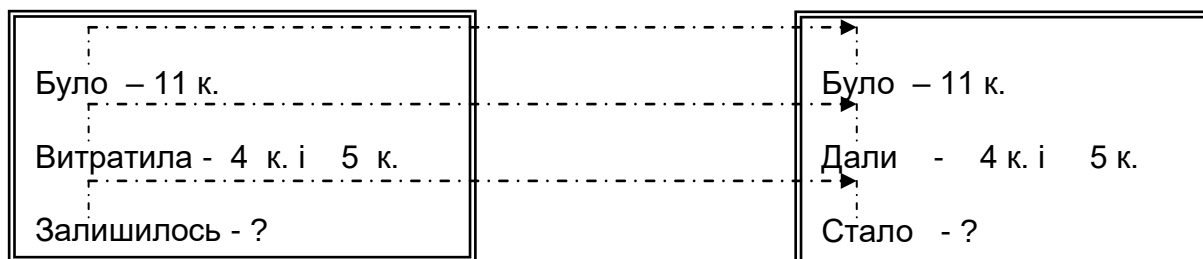


II. Складені задачі на знаходження суми:



Мал. 21. Опорні схеми складених задач на знаходження суми і остачі

Корисні також завдання на перетворення задачі на знаходження остачі у схожу задачу на знаходження суми (або складену задачу на знаходження суми перетворити у іншу задачу на знаходження суми) і, виділивши на короткому записі прості задачі, з'ясувати, як вплине ця зміна на план розв'язання задачі. Таким чином, здійснюється *попереднє ознайомлення з дією дослідження впливу зміни сюжету задачі на її розв'язання*. Наприклад:



- Не розв'язуючи задачу, скажіть, чим буде відрізнятися її розв'язання від розв'язання попередньої задачі? Чому? Від чого це залежить?

З метою засвоєння дії виділення простих задач, визначення їх порядку і формулювання плану розв'язування пропонуються також завдання на

складання складеної задачі з двох простих. Тут встановлюється зв'язок між кількістю дій, якими розв'язується задача, і кількістю простих задач, з яких вона складається.

4.3. Формування вмінь розв'язувати складені задачі

Формування загального уміння розв'язувати складені задачі пропонуємо здійснювати на різноманітних математичних структурах складених задач, не зосереджуючись на відпрацюванні розв'язання задачі певної структури. Істотним у методиці ознайомлення із задачами нової математичної структури є введення їх на основі порівняння з схожими простими задачами або на основі продовження сюжету простої задачі, або на основі зміни запитання простої задачі до даної умови, або на основі зміни умови або запитання складеної задачі відомої математичної структури. Таким чином, досліджується вплив цих змін на розв'язання задачі; задачі нової математичної структури співставляються з задачами вже відомими, що полегшує їх засвоєння (психологами доведено, що знання, які пропонуються у порівнянні з іншими, засвоюються міцніше). Крім того, застосовується й такий методичний прийом, коли задача нової структури подається без зіставлення з відомими структурами. У цьому випадку учні опиняються в умовах необхідності відтворення повного складу дій, які містить загальне уміння розв'язувати складені задачі.

Отже, якщо учень зустрічається з задачею, яку він не вміє розв'язувати, то він виконує поступово, одну за одною, дії, що складають загальне уміння. А якщо математична структура задачі дитині відома, то відразу після виконання короткого запису та (або) схематичного рисунка, вона розбиває задачу на прості і формулює план її розв'язування.

В другому класі ми формуємо наступні дії, що складають загальне уміння розв'язувати складені задачі: міркувати від запитання задачі до числових даних – аналіз; розбивати задачу на прості; встановлювати порядок простих задач; формулювати план розв'язування задачі; записувати розв'язання по діях з поясненням; складати вираз, який є розв'язанням задачі; переходити до розв'язання задачі іншим способом; досліджувати вплив зміни умови або запитання задачі на її розв'язання.

У третьому класі зосереджуємо увагу на опрацюванні дій: міркувати від числових даних до запитання – синтез; визначати істотні ознаки задачі та узагальнювати її математичну структуру; узагальнювати спосіб розв'язування задач даної математичної структури. Визначені дії ми формуємо на основі вивчених видів складених задач, а також задач нової математичної структури.

Як бачимо, усі основні дії, які дозволяють учневі самостійно розв'язувати складені задачі, формуються до 3-го класу (дії: міркувати від числових даних до запитання задачі, розбивати задачу на прості та встановлювати порядок простих задач, формулювати план розв'язування, записувати розв'язання по діях та виразом); у 3-му класі опрацьовується дія міркування від числових даних до запитання задачі, а уміння розв'язувати задачі набуває подальшого засвоєння, скорочується – учні від короткого запису задачі переходять до виділення простих задач і плану розв'язування задачі. На прикладі задачі на

знаходження невідомих трьох доданків за сумою трьох та сумами двох чисел здійснюється попереднє ознайомлення з діями визначення істотних ознак задач, узагальнення їх математичних структур та способу розв'язування; формування цих дій відбувається на задачах на знаходження суми або різниці чи кратне порівняння двох добутків або часток. Отже, усі складові загального уміння розв'язувати складені задачі формуються до **4-го класу**, тому у цей час увага зосереджується на формуванні умінь розв'язувати задачі окремих видів, а загальне уміння розв'язувати складені задачі набуває подальшого засвоєння на прикладі задач нових математичних структур і задач, які містять дроби. Розглянемо докладно методику формування вміння розв'язувати складені задачі по роках навчання.

4.4. Формування уміння розв'язувати складені задачі в 2-му класі

Тепер можна познайомити школярів із **записом розв'язування виразом**.

Наприклад: Софійка та Наталка прикрашали зачіску шпильками. У Софійки було 7 шпильок, а у Наталки на 4 шпильки більше. Скільки шпильок у Софійки та в Наталки разом?

Учні самостійно розв'язують задачу, міркуючи за пам'яткою № 3. Вони записують задачу коротко, виконують схематичний рисунок, зображають схематично аналітичні міркування, показують прості задачі на схемі й на короткому записі, складають план розв'язування про себе і записують розв'язання по діях з поясненням та відповідь на запитання задачі. Таким чином, *дії аналізу, розбиття складеної задачі на прості та визначення їх порядку, складання плану розв'язування задачі* виконуються у формі зовнішнього мовлення про себе.

Після розв'язання задачі учням пропонується розглянути запис розв'язання виразом: $7 + (7 + 4)$, визначити в ньому порядок виконання дій і співвіднести його з записом розв'язання по діях. Учні впевнюються, що це інша форма запису розв'язання задачі. Таким чином, відбувається *попереднє ознайомлення з дією запису розв'язання задачі виразом*. Щодо наступних задач, після їх розв'язання пропонується скористатися або схемою аналізу або схематичним рисунком або записом розв'язання по діях, виходячи з останньої дії, і записати вираз за поданою схемою, або вибрати вираз (*дія запису розв'язання виразом* засвоюється в *матеріалізованій формі*). Відтепер кожна задача записується двома способами: по діях і виразом.

Розв'язування задач двома способами. Задачі на знаходження суми і остачі, які містять просту задачу на знаходження суми. Учні пропонується задача, до якої вже поданий план розв'язування, але вчитель радить поки ще не звертати на нього увагу. Наприклад:

1. У шкільній їдальні було 16 л олії. На сніданок витратили 5 л олії, а на обід 8 л. Скільки літрів олії залишилося?

План розв'язування

- 1) Скільки літрів олії залишилося після сніданку?
- 2) Скільки літрів олії залишилося після обіду?

Діти розв'язують задачу, міркуючи за пам'яткою № 3: першою дією дізнаємось скільки всього літрів олії витратили на сніданок і на обід, другою дією дізнаємось скільки літрів олії залишилось. А потім вчитель пропонує прочитати поданий план і з'ясувати, чи так вони розв'язували задачу, з'ясовується, що не так. Діти виконують схематичний рисунок, який відповідає даному плану, і розв'язують задачу іншим способом. Таким чином здійснюється *попереднє ознайомлення з дією переходу до розв'язання задачі іншим способом*. При розв'язанні задач двома способами за поданими планами розв'язування або за поданими розв'язаннями, відбувається опрацювання у *матеріалізованій формі дії переходу до розв'язання задачі іншим способом*. Далі, учні під керівництвом вчителя розв'язують задачі двома, а далі й трьома способами (дія засвоюється в *формі голосного мовлення*). Слід зазначити, що при розв'язанні цих завдань учні встановлюють умови, за яких задача даної математичної структури має лише один спосіб розв'язання, а за яких – два способи, а за яких – три.

Задачі на знаходження суми і остачі, які містять просту задачу на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць.

Наприклад:

На клумбі росло 7 червоних троянд, а жовтих на 5 більше. Для букету зрізали 3 жовті троянди. Скільки троянд залишилось на клумбі?

При складанні короткого запису до задач цього виду діти мають труднощі: в задачі є два об'єкти, але події відбуваються лише з одним. Тому зосереджуємо увагу на навчанні складання короткого запису задачі. За допомогою спеціальної бесіди вчитель допомагає учням виділити об'єкт задачі, з яким відбуваються події, і визначити ключові слова та відповідні ним числові дані.

Про що розповідається в задачі? Які троянди росли на клумбі? Скільки було червоних? Чи відомо нам скільки росло жовтих? А що ми про них знаємо? Що означає, що жовтих троянд було на 5 більше, ніж червоних? (Це означає, що жовтих троянд було стільки ж, скільки й жовтих – 7 – та ще 5). Зроби схематичний малюнок. В чому полягає ситуація задачі? Що відбувалося? З якими трояндами відбувалися події? Про які троянди запитується в задачі? Які ключові слова можна виділити? Чи відомо, скільки було жовтих троянд? А що ми встановили? (Жовтих троянд було 7 та ще 5). Чи відомо скільки зрізали жовтих троянд? Запишемо це. Яке запитання задачі? Позначимо його на короткому записі. Розглянь, як склали короткий запис задачі:

Було - ?, 7 шт. та ще 5 шт.	або	Було - ?, на 5 шт. б., ніж 7 шт.
Зрізали – 3 шт.		Зрізали – 3 шт.
Залишилось - ?		Залишилось - ?

Складені задачі, які містять чотири ключових слова. Задачі цього виду вводяться на основі порівняння простої задачі та складеної, причому в складеній задачі події, що відбуваються з об'єктом задачі, продовжуються. Наприклад:

1) На льотному полі було 12 літаків. 4 літака полетіли. Скільки літаків залишилось?	2) На льотному полі було 12 літаків. 4 літаки полетіли, а 3 літаки прилетіли. Скільки літаків стало?
---	--

Учні спочатку розв'язують просту задачу, а далі, через зміни в короткому записі і схематичному рисунку, отримують короткий запис і схематичний рисунок другої задачі. Отже, складену задачу, яка містить чотири ключових слова, отримано за допомогою зміни ситуації задачі, що відображується в короткому записі та на схематичному рисунку. Порівнюючи ці наочні опори, учні встановлюють як ця зміна вплине на розв'язання задачі. Таким чином *дія дослідження задачі засобом зміни сюжету* набуває подальшого засвоєння у *матеріалізованій формі*.

Складені задачі на різницеве порівняння, які містять просту задачу на знаходження суми. Складання і розв'язання обернених задач. Складені задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, які містять просту задачу на знаходження суми. Ознайомлення з задачами цього виду здійснюється на основі порівняння пари задач: перша задача складається з двох задач на знаходження суми, а друга – задача на різницеве порівняння, в якій перша проста задача на знаходження суми. Наприклад:

1) В Андрія 9 марок з тваринами та 2 марки з містами світу. А у Сашка 8 марок. Скільки всього марок у Андрія і Сашка разом?	2) В Андрія 9 марок з тваринами та 2 марки з містами світу. А у Сашка 8 марок. На скільки менше марок у Сашка, ніж у Андрія?
---	--

Учні встановлюють, що ці задачі мають однакові умови, але різні запитання. Діти розв'язують першу задачу і вносять зміни у її короткий запис і схематичний рисунок, щоб одержати короткий запис і схематичний рисунок другої задачі. Далі встановлюється, як ця зміна вплине на розв'язання задачі – зміниться друга дія. Розв'язання другої задачі здійснюється за пам'яткою № 3. Після чого розв'язання порівнюються і з'ясовується, чому другі дії різні. Отже, *дія дослідження впливу зміни запитання задачі на її розв'язання* набуває подальшого засвоєння в *матеріалізованій формі*.

Після розв'язання задачі на різницеве порівняння пропонуємо учням скласти і розв'язати обернену задачу на збільшення (зменшення) числа на кілька одиниць. Таким чином, дія складання і розв'язання обернених задач набуває подальшого засвоєння.

9, 6, 8, ? – пряма задача. 9, 6, ?, 7 – перша обернена задача

Внесіть зміни в короткий запис. Розв'яжіть обернену задачу. Порівняйте короткі записи цих задач. Покажіть опорну схему прямої задачі. Покажіть опорну схему оберненої задачі.

I -		і		 на ?
II -				

I -		і	
II -	?, на		б. (м.)

Покажіть на опорній схемі прості задачі, з яких вона складається. Яка проста задача в них спільна? Якими простими задачами вони відрізняються? Як можна назвати ці складені задачі? Складіть задачі з числами 12, 45, 34, які мають дані опорні схеми. Чим будуть відрізнятися їх розв'язання?

Складені задачі на знаходження третього невідомого доданку.

Підготовкою до введення цих задач є розв'язання простих задач на знаходження невідомого доданка. Тому задачі цього виду вводяться на основі порівняння двох задач: перша – проста задача на знаходження невідомого доданка, а друга – складена задача на знаходження невідомого третього доданка, яка містить просту задачу на знаходження суми. Наприклад:

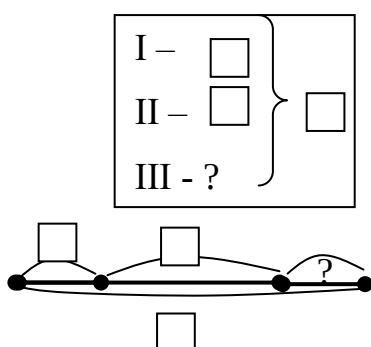
1) За альбом і ручку заплатили 20 гривень. Скільки коштує ручка, якщо альбом коштує 8 гривень?	2) За альбом, ручку та олівці заплатили 27 гривень. Альбом коштує 8 гривень, а ручка - 12 гривень. Скільки коштують олівці?
--	---

Порівнявши ці задачі, діти встановлюють, що в другій задачі продовжується ситуація першої задачі. Учні розв'язують першу задачу. А далі виконуються зміни у короткому записі та схематичному рисунку так, щоб одержати короткий запис і схематичний рисунок другої задачі. З'ясовується, як ці зміни вплинуть на розв'язання задачі, чи можна скористатися правилом знаходження невідомого доданка при розв'язанні другої задачі. Друга задача розв'язується за пам'яткою № 3, а після її розв'язання визначається, який компонент був невідомий в першій та другій задачі. Учні роблять висновок, що обидві задачі – на знаходження невідомого доданка, але перша задача проста, а друга – складена.

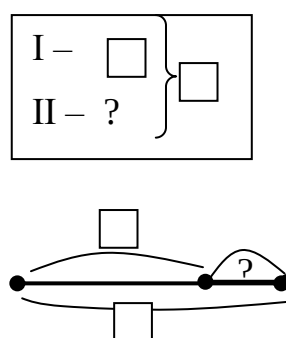
Така методика ознайомлення з новим видом задач дозволяє здійснити подальше формування у матеріалізованій формі дії дослідження впливу зміни сюжету задачі на її розв'язання. Треба зазначити, що ці задачі мають два способи розв'язування, тому дія переходу до іншого способу розв'язування задачі набуває подальшого засвоєння. Визначити цей спосіб можна, якщо по-іншому скласти схематичний малюнок до задачі.

Задачі на знаходження невідомого доданка

складена



проста



Мал. 22. Опорна схема та схематичний рисунок задач на знаходження невідомого доданка

Складені задачі, які містять дві прості задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць. Задача цього виду вводиться на основі продовження ситуації простої задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць. Наприклад:

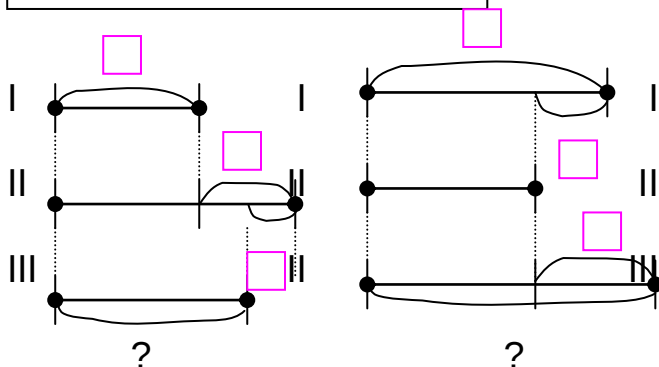
1) Мишко спіймав 8 окунів, а Сашко на 6 окунів більше. Скільки окунів спіймав Сашко?	2) Мишко спіймав 8 окунів, а Сашко на 6 окунів більше, ніж Мишко. Петро спіймав на 5 окунів більше, ніж Сашко. Скільки окунів спіймав Петро?
--	--

Так само, як і в попередніх випадках, учні досліджують вплив продовження ситуації задачі на короткий запис, схематичний рисунок, і, головне, на розв'язання задачі. *Дія дослідження впливу зміни сюжету задачі* продовжує засвоюватися в *матеріалізованій формі* або у *формі зовнішнього мовлення* (для тих учнів, які відразу після читання бачать ці зміни і можуть відразу пояснити, як вони вплинуть на розв'язання задачі).

Задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць

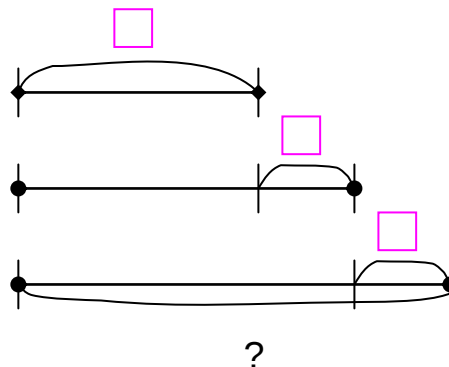
складена

I –
 II – ?, на б. (м.), чем I
 III – ?, на б. (м.), чем II



проста

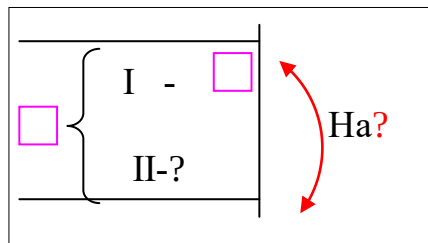
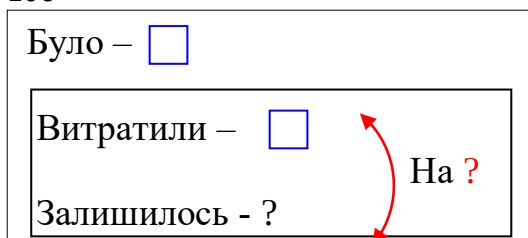
I –
 II – ?, на б. (м.)



Складені задачі на різницеve порівняння, які містять просту задачу на знаходження остачі або невідомого доданка. Наприклад: У класній бібліотеці було 56 книжок. 37 книжок видали учням для читання. На скільки більше книжок видали, ніж залишилося в бібліотеці?

Робота над задачами нової математичної структури здійснюється за пам'яткою № 3. Під керівництвом учителя учні поступово виконують усі складові дії загального уміння розв'язувати задачі, а тому ці дії засвоюються й далі.

На основі розгляду опорних схем та виділення на них простих задач учні знайомляться з новими математичними структурами задач на різницеve порівняння (мал. 23).



Мал. 23. Опорні схеми складених задач на різницеве порівняння

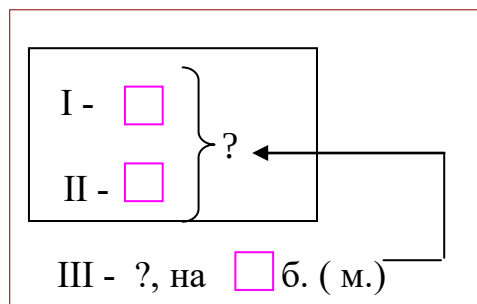
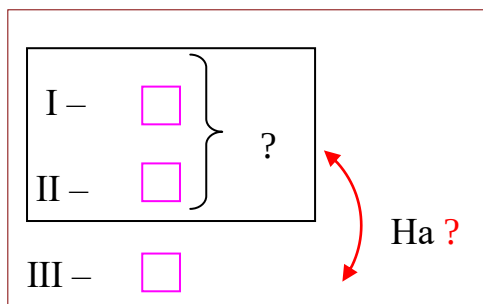
Учні самостійно складають задачі за поданими опорними схемами, розбивають їх на прості, визначаючи їх порядок, формулюють план розв'язування і записують розв'язання та відповідь. Отже, дії *розбиття складеної задачі на прості, визначення порядку простих задач та складання плану розв'язування* набувають подальшого засвоєння у формі зовнішнього мовлення про себе.

Складені задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, які містять просту задачу на знаходження суми та обернені до них складені задачі на різницеве порівняння. Наприклад:

Діти прикрашали класну кімнату до свята. Тетянка зробила 24 ліхтарика, Іринка – 25 ліхтариків, а Сашко – 59 ліхтариків.

Це задача? Що треба зробити, щоб отримати задачу? Чи можна поставити до цієї умови запитання: „На скільки більше зробив ліхтариків Сашко, ніж Тетянка та Іринка разом?”. Розв'яжи задачу міркуючи за пам'яткою № 3. Склади і розв'яжи обернену задачу, так щоб шуканим було число 59.

Математичні структури прямої та оберненої задач аналізуються, порівнюються, і досліджується вплив відмінності на розв'язання оберненої задачі. Це дає можливість на прикладі однієї задачі познайомити дітей з задачами на різницеве порівняння та на знаходження числа, яке на кілька одиниць більше чи менше за дане. Отже, продовжуємо формувати *уміння досліджувати вплив зміни умови задачі на її розв'язання у формі голосного мовлення*.



Мал. 24. Опорні схеми обернених задач, що містять відношення різницевого порівняння

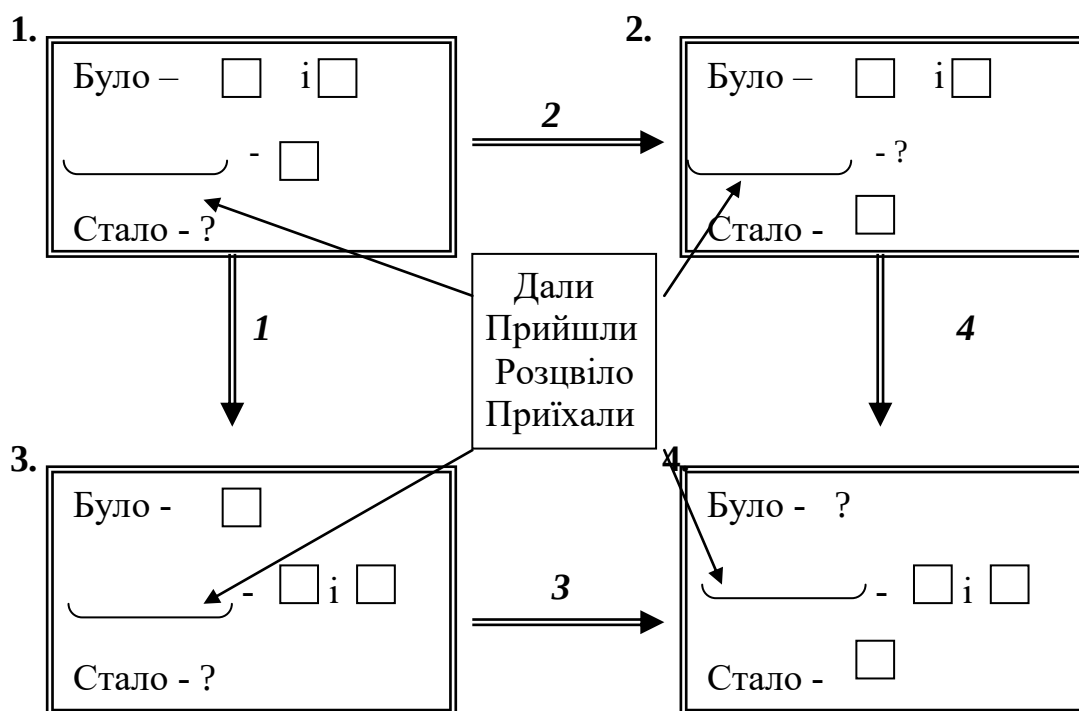
З яких простих задач складається кожна задача? Що в них спільного? Чим вони відрізняються? Як ця відмінність впливає на розв'язання задачі?

Складені задачі на знаходження невідомого доданка, які містять просту задачу на знаходження суми. Задачі цього виду вводяться на основі порівняння двох взаємно обернених задач, перша з яких містить дві прості задачі на знаходження суми. Наприклад:

1) В Андрія було 12 марок з тваринами і 14 марок з містами світу. Тато йому подарував 13 марок. Скільки марок стало в Андрія?	2) В Андрія було 12 марок з тваринами та 14 марок з містами світу. Після того, як тато подарував йому кілька марок, в нього стало 39 марок. Скільки марок подарував Андрію тато?
---	--

Розв'язання першої задачі не викликає у дітей труднощів, і вони можуть відразу виділити прості задачі, та сформулювавши план розв'язування, записати розв'язання та відповідь. Далі з'ясуємо, чим відрізняється друга задача від першої, і як ця зміна вплине на розв'язання задачі?

На даному етапі пропонуємо порівняти пари задач (по стрілочках) визначаючи спільне та відмінне.

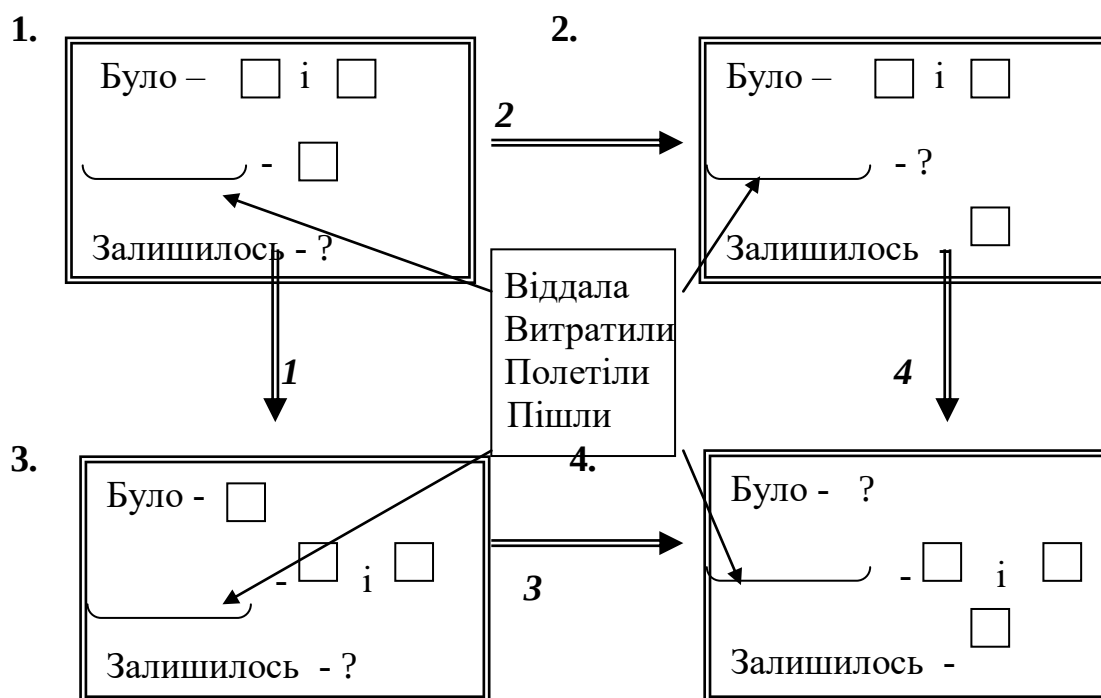


Мал. 25. Схема порівняння пар задач

Діти помічають, що задачі, з'єднані стрілочками 2 та 3, взаємообернені, а задачі, з'єднані стрілочкою 1, – задачі на знаходження суми, а стрілочкою 4 – задачі на знаходження невідомого доданка. Але спільним в усіх цих задач є наявність простої задачі на знаходження суми. Таким чином, дії складання і розв'язання обернених задач, порівняння задач і дослідження впливу зміни на розв'язання задачі набувають подальшого засвоєння.

Зазначимо, що ці задачі можна розв'язувати кількома способами, тому здійснюється опрацювання дії *переходу до розв'язання задачі іншим способом в формі „зовнішнього мовлення про себе”*.

Складені задачі на знаходження зменшуваного та від'ємника, які містять просту задачу на знаходження суми. Діти вже знайомі з математичними структурами задач на знаходження остачі, що містять просту задачу на знаходження суми (1 і 3). Ознайомлення з новим видом задач здійснюється за допомогою розв'язання прямої відповідної задачі й складання та розв'язування оберненої задачі або на знаходження невідомого від'ємника (2), або на знаходження зменшуваного (4). Крім того, після порівняння задачних формулювань та розв'язування прямих й обернених задач, корисно спів ставити математичні їхні структури, визначити відмінності й встановити, як ця відмінність впливає на розв'язання (мал. 26). Діти роблять аналогічні висновки, що й при порівнянні задач на знаходження суми та на знаходження невідомого доданка.



Мал. 26.Схема порівняння пар задач

Крім того, на матеріалі задач цього виду доцільно продовжувати роботу із навчання учнів запису розв'язання задачі виразом. Наприклад:

1. Після того, як в автобус увійшли 7 чоловіків та 5 жінок, в автобусі стало їхати 25 осіб. Скільки осіб їхало в автобусі спочатку?

Розв'яжи задачу, міркуючи за пам'яткою № 3. Склади схему аналізу.

- Уважно розглянь схему аналізу. Подумай, як скласти вираз до цієї задачі?
- Якщо тобі важко скористатися схемою аналізу, скористайся схематичним малюнком задачі.
- Якщо тобі важко, то поглянь на розв'язання. Прочитай останню дію. Що означають числа? Яке число не дано за умовою задачі? Як ми про нього дізналися? Замість цього числа слід записати цей вираз. Число 25 дано за умовою задачі? Якщо так, то запиши його на відповідному місті. Число 12 дано за умовою задачі? А як ми його знайшли? Напиши на відповідному місті вираз та візьми його у дужки.

- Склади вираз за схемою:

Ти записав розв'язання задачі виразом. Простав в ньому порядок дій і обчисли його значення.

2. У великій фруктовій вазі лежали червоні і жовті яблука. Після того, як з'їли 6 червоних і 5 зелених яблук, в вазі залишилося ще 8 яблук. Скільки яблук було в вазі?

Розв'яжи задачу. Склади вираз за схемою:

3. Мама випекла 8 пиріжків з вишнями та 7 пиріжків з яблуками. Після того, як Михайлик з'їв кілька пиріжків, залишилося ще 9. Скільки пиріжків з'їв Михайлик?

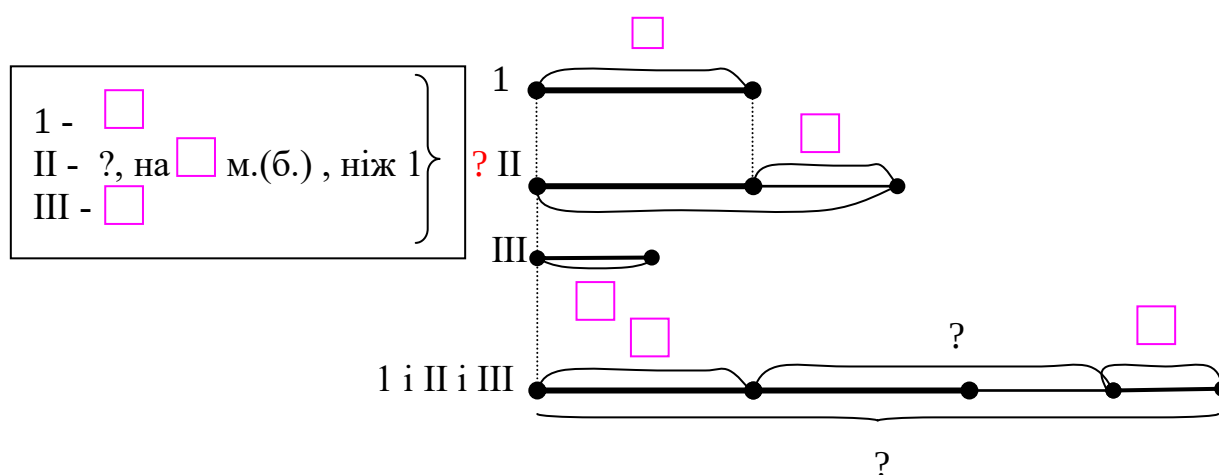
Розв'яжи задачу. Склади вираз за схемою:

Задачі на знаходження суми трьох доданків, які містять просту задачу на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць. Задачі нової математичної структури вводяться на основі порівняння простої задачі на знаходження суми трьох доданків і складеної задачі на знаходження суми трьох доданків, яка містить просту задачу на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць. Наприклад:

1) У Марійки 8 цукерок, у Віті 7, а у Сашка 9 цукерок. Скільки всього цукерок у дітей?	2) У Марійки 8 цукерок, у Віті на 4 цукерки більше, ніж у Марійки. У Сашка 9 цукерок. Скільки всього цукерок у дітей?
--	---

При порівнянні цих задач встановлюється спільність і відмінність. Діти розв'язують першу задачу, а далі виконують зміни в короткому записі і схематичному рисунку, так щоб одержати короткий запис і схематичний рисунок другої задачі. З'ясовується, як ця зміна вплине на розв'язання другої задачі. Таким чином, дія дослідження впливу зміни умови задачі на її розв'язання набуває подальшого засвоєння у формі голосного мовлення.

Учні розглядають опорну схему задач нової математичної структури, виділяють на ній прості задачі і формулюють план розв'язування.

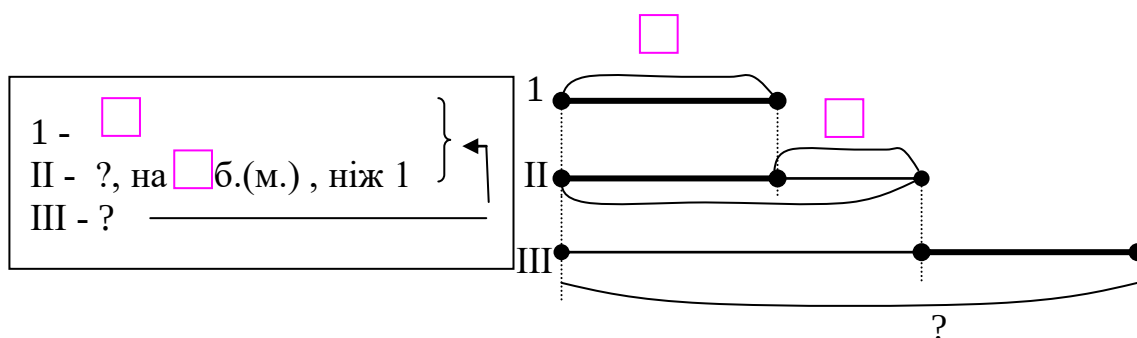


Мал. 28. Опорна схема та схематичний рисунок задачі на знаходження суми трьох доданків, що містить просту задачу на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць

Складені задачі на знаходження третього числа по сумі двох даних, які містять просту задачу на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць. Ознайомлення зі складеними задачами цього виду відбувається аналогічно введенню задач на знаходження суми трьох доданків, які містять просту задачу на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць. Наприклад:

1) Першого дня туристи пройшли 12 км, а другого 9 км. Третього дня вони подолали стільки, скільки за перші два дні разом. Скільки кілометрів подолали туристи третього дня?	2) Першого дня туристи пройшли 12 км, а другого на 3 км менше. Третього дня вони подолали стільки, скільки за перші два дні разом. Скільки кілометрів подолали туристи третього дня?
---	--

Але на цьому етапі дія дослідження впливу зміни умови задачі на її розв'язання формується в формі „зовнішнього мовлення про себе” - учні відразу встановлюють відмінність цих задач і, не розв'язуючи першої задачі, визначають вплив зміни на розв'язання другої.

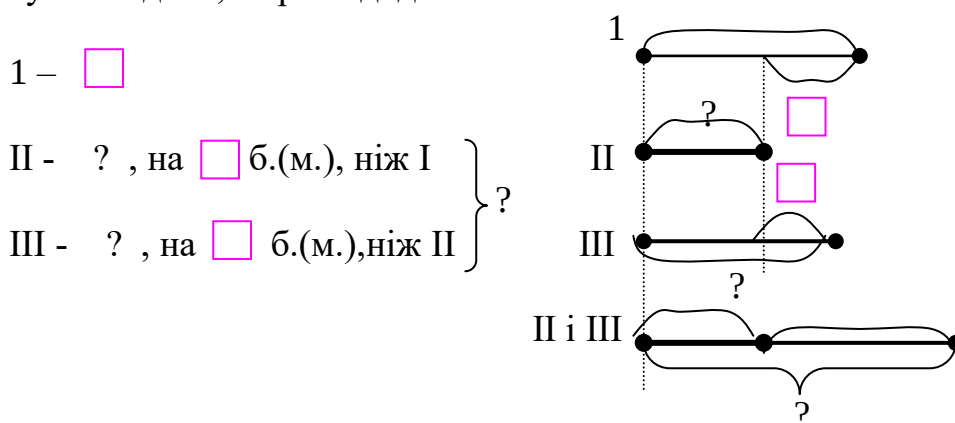


Мал. 29. Опорна схема та схематичний рисунок задачі на знаходження третього числа по сумі двох даних, яка містить просту задачу на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць

Задачі на знаходження суми, які містять дві задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць. Ці задачі ми пропонуємо для розв'язання без допоміжних задач, хоча можна було б застосувати й реалізований нами у багатьох випадках методичний прийом – порівняння двох задач, перша з яких має відому структуру (задача на знаходження суми трьох доданків, яка містить збільшення або зменшення числа на кілька одиниць), а друга дещо ускладнена (задача на знаходження суми двох доданків, яка містить дві прості задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць). Оскільки тут відмінність полягає не лише у застосуванні другої простої задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, а ще й у зміні суми трьох доданків на суму двох доданків, то ми обмежилися поданням задачі нової математичної структури і розв'язанням її за пам'яткою № 3. Наприклад: У причалі стояло 12 скутерів, а яхт на 7 менше, ніж скутерів, а катерів – на 8 більше, ніж яхт. Скільки яхт та катерів стояло у причалі?

Вважаємо таку роботу корисною, тому що учні ще раз повертаються до розгорнутих міркувань при розв'язанні складених задач, отже, усі складові дії загального уміння розв'язувати складені задачі й далі засвоюються.

Ускладнення задач даної математичної структури йде засобом знаходження суми не двох, а трьох доданків.



Мал. 30. Опорна схема та схематичний рисунок задачі на знаходження суми, що містить дві задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць

Сформульовані у непрямій формі задачі на дворазове збільшення або зменшення числа на кілька одиниць. На етапі підготовчої роботи розв'язуються прості задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, але сформульовані у непрямій формі. Саме уміння розв'язувати такі прості задачі є основою для розв'язання відповідних складених задач. Задача нової математичної структури пропонується у порівнянні з відповідною складеною задачею, яка містить дві прості задачі на збільшення числа на кілька одиниць, що сформульовані у прямій формі. Наприклад:

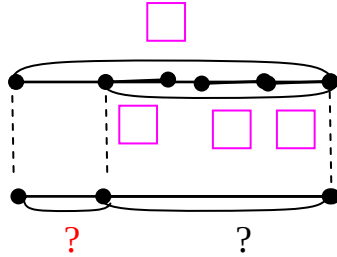
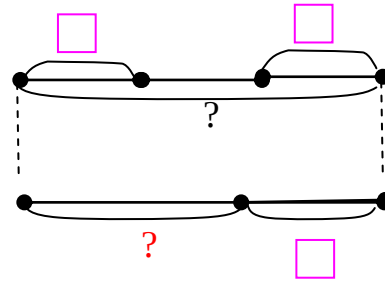
1) Композитор Моцарт написав першу оперу у 10 років, а Гайдн на 4 роки пізніше Моцарта, а Прокоф'єв – на рік раніше Моцарта. У скільки років написав першу оперу Прокоф'єв?	2) Композитор Гайдн написав першу оперу в 14 років, що на 4 роки пізніше, ніж Моцарт, а Прокоф'єв на 1 рік раніше Моцарта. У скільки років написав першу оперу Прокоф'єв?
---	---

Учні встановлюють відмінність, але ця відмінність не вплине на розв'язання другої задачі. Таким чином, продовжуємо формувати дію дослідження впливу зміни умови задачі на її розв'язання у формі „зовнішнього мовлення про себе”.

Задачі на знаходження остачі, які містять задачу на конкретний зміст дії множення. На етапі підготовчої роботи до ознайомлення з задачами цієї математичної структури актуалізується уміння розв'язувати прості задачі на конкретний зміст дії множення. Задача нової математичної структури вводиться без допоміжної задачі, одразу, і пропонується розглянути опорну схему таких задач. Наприклад:

1. Для шкільного свята мама купила 4 пакета соку по 2 л в кожному. Діти випили 7 л соку. Скільки літрів соку залишилося?
2. Бабуся надоїла від корови 16 л молока. Частину молока вона розлила у 6 банок по 2 л в кожному. Скільки літрів молока залишилося у бабусі?

Було - ?, по взяти разів
 Витратили -
 Залишилось - ?



Було -
 Витратили - ?, по взяти разів
 Залишилось - ?

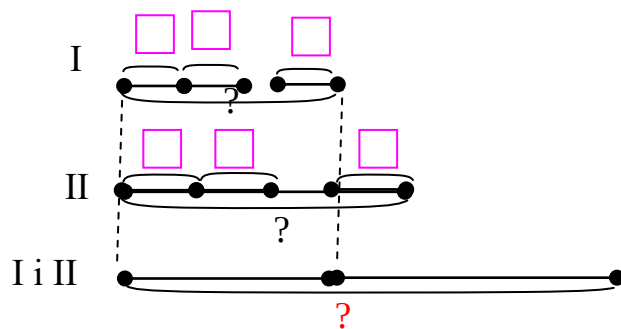
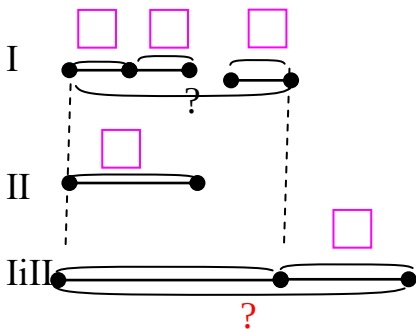
Мал. 31. Опорні схеми та схематичні рисунки задач на знаходження остачі, що містять просту задачу на конкретний зміст дії множення

Опорні схеми (мал. 31) у наступній роботі над задачами є зразками коротких записів, з яких учні обирають потрібний. Задачі розв'язуються за пам'яткою № 3, учні виконують повний аналіз. Отже, всі складові дії загального уміння розв'язувати задачі набувають подальшого засвоєння. Звертаємо увагу на прикидку очікуваного результату: у відповіді повинні отримати менше число, тому що залишилося менше, ніж було, та на встановлення відповідності між знайденим числом та числовими даними задачі.

Задачі на знаходження суми, які містять задачу на конкретний зміст дії множення або дві прості задачі на конкретний зміст добутку. Робота над задачами на знаходження суми, які містять просту задачу на конкретний зміст добутку, проводиться аналогічно.

1 - ?, по взяти разів
 II - } ?

1 - ?, по взяти разів
 II - ?, по взяти разів } ?



Мал. 32. Опорні схеми та схематичні рисунки задач на знаходження суми, які містять прості задачі на конкретний зміст множення.

А задачі на знаходження суми, які містять дві прості задачі на конкретний зміст добутку, вводяться як ускладнення ситуації попередньої задачі. Наприклад:

1. Кравчиня пошила 6 платтів, витрачаючи по 2 м на кожне, і пальто, на яке вона витратила 3 м тканини. Скільки всього метрів тканини витратила кравчиня?
2. Кравчиня пошила 6 платтів, витрачаючи по 2 м на кожне, та 2 пальто, витрачаючи по 3 м на кожне. Скільки всього метрів тканини витратила кравчиня?

Також задачі на знаходження суми, які містять слова ознаки „було - стало”, вводяться як зміна ситуації відповідної задачі на знаходження остачі („було – залишилося”). Наприклад:

1) У Іринки було 5 купюр по 2 гривні. Вона купила коробку цукерок за 7 гривень. Скільки грошей залишилося в Іринки?	2) В Іринки було 5 купюр по 2 гривні. Тато дав їй ще 7 гривень. Скільки грошей стало в Іринки?
---	--

Таким чином, учні ставляться в умови необхідності *дослідження впливу цієї зміни на розв’язання задачі*, тому ця дія набуває подальшого засвоєння в *формі „зовнішнього мовлення про себе”*.

Задачі на знаходження остачі, які містять задачу на конкретний зміст дії ділення. Робота над задачами цього виду проводиться аналогічно попереднім: подаються опорні схеми, якими учні користуються для розв’язання задач, вибираючи потрібну. Задачі, які містять просту задачу на ділення на вміщення, подаються у порівнянні з задачами, які містять просту задачу на ділення на рівні частини, досліджується вплив цієї зміни на розв’язання задачі. Наприклад:

1) До шкільної їдальні привезли 27 л молока в трилітрових бутлях. На сніданок витратили 7 бутлів молока. Скільки бутлів молока залишилося?	2) До шкільної їдальні привезли 27 л соку в 9 бутлях порівну в кожному. Для приготування млинців з бутля відлили 2 л молока. Скільки літрів молока залишилось в бутлі?
Було - ?, у вміщується по Витратили – Залишилось - ?	Було в 1 - ?, розділили на порівну Витратили – Залишилось - ?

Мал. 33. Опорні схеми задач на знаходження остачі, які містять просту задачу на конкретний зміст дії ділення

Задачі на різницеве порівняння, які містять дві прості задачі на конкретний зміст добутку. Вводяться у порівнянні з відповідними задачами на знаходження суми. Наприклад:

1) Софійка розв’язала три стовпчики прикладів по 7 прикладів у кожному. А Оленка розв’язала чотири стовпчики прикладів по 5 прикладів у	2) Софійка розв’язала три стовпчики прикладів по 7 прикладів у кожному. А Оленка розв’язала чотири стовпчики прикладів по 5 прикладів у
---	---

кожному. Скільки всього прикладів розв'язали дівчата?	кожному. На скільки більше прикладів розв'язала Софійка, ніж Оленка?
---	--

Встановивши відмінність цих задач, учні досліджують вплив цієї зміни на розв'язання другої задачі, формують план її розв'язування і записують його. Дія дослідження впливу зміни запитання задачі набуває подальшого засвоєння.

Задачі на різницеве порівняння, які містять дві прості задачі на конкретний зміст ділення (частки). Задача нової математичної структури вводиться одразу, без порівняння з відомими задачами, і розв'язується за пам'яткою № 3. Наприклад:

I - ?, розділили на порівну	на ?
II -	

У двох однакових каструлях 10 л молока, а в банці 3 л. На скільки літрів молока більше в одній каструлі, ніж у банці?

Але задача на різницеве порівняння, яка містить дві прості задачі на конкретний зміст частки, вводиться у порівнянні з задачею, яка містить лише одну просту задачу на знаходження частки:

1) Один чабан настриг з 3 овець 18 кг вовни, порівну з кожної, а інший з однієї вівці настриг 7 кг вовни. Хто настриг з однієї вівці більше вовни і на скільки?	2) Один чабан настриг з 3 овець 18 кг вовни, порівну з кожної, а інший з 4 овець – 28 кг вовни, порівну з кожної. Хто настриг з однієї вівці більше шерсті і на скільки?
---	--

Учні розв'язують першу задачу, працюючи за пам'яткою № 3, потім порівнюють другу задачу з першою, встановлюють, що змінилося, і з'ясовують, як ця зміна вплине на розв'язання задачі. Після чого формулюється план розв'язування другої задачі, записується її розв'язання та відповідь.

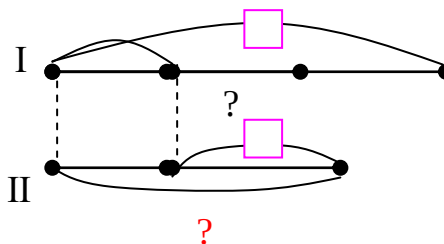
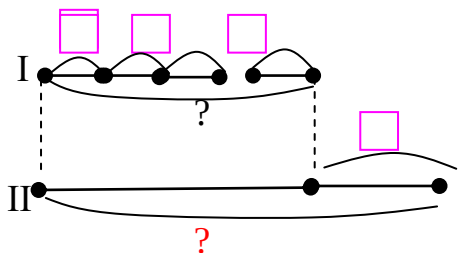
Задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, що містять просту задачу на конкретний зміст дії множення. Задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, що містять просту задачу на конкретний зміст дії ділення (частки). Подаються опорні схеми цих задач, якими учні користуються для складання коротких записів при розв'язанні задач за пам'яткою № 3.

1. У ларьок привезли 4 ящика помідорів по 9 кг у кожному, а огірків на 7 кг менше, ніж помідорів. Скільки кілограмів огірків привезли в магазин?

2. На три плаття кравчиня витратила 6 м тканини, а на один костюм витрачається на 1 м тканини більше, ніж на одне плаття. Скільки метрів тканини необхідно на костюм?

I - ?, по взяти зів
 II - , на .(б.)

I - , розділили на порівну
 II - , на б.(м.)



Мал. 34. Опорні схеми та схематичні рисунки задач на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, що містять просту задачу на конкретний зміст дії множення або ділення

Складені задачі на знаходження частки, які містять просту задачу на конкретний зміст суми. Задача нової математичної структури подається у порівнянні з простою задачею на знаходження суми. Наприклад:

1) Першого дня мати зробила 11 л соку, а другого 10 л соку. Скільки всього літрів соку зробила матуся за два дні?	2) Першого дня мати зробила 11 л соку, а другого 10 л соку. Весь сік вона розлила в трилітрові банки. Скільки отримала банок із соком матуся?
---	---

Зіставивши ці задачі, діти впевнюються, що складена задача є продовженням простої задачі. І далі досліджується вплив цієї зміни на розв'язання задачі: додається ще одна арифметична дія, і це дія ділення. Таким чином, діти, які одразу помічають цю відмінність і висловлюють припущення, як вона вплине на розв'язання складеної задачі, виконують у *внутрішньому плані* дію дослідження впливу зміни умови задачі на її розв'язання.

Далі діти складають і розв'язують обернену задачу, в якій шуканим буде число 3: Першого дня мати зробила 11 л соку, а другого 10 л соку. Весь сік вона розлила в 7 банок порівну у кожну. Скільки літрів соку у кожній банці?

Після розв'язування цієї задачі діти порівнюють короткі записи (опорні схеми) та розв'язання прямої та оберненої задачі і досліджують вплив зміни шуканого на розв'язання (мал. 35).

I - }
 II - } ?, розділили на порівну

I - }
 II - } ?, вміщується по - ?

Мал. 35. Опорні схеми задач на конкретний зміст дії ділення, які містять просту задачу на знаходження суми

Складені задачі на знаходження суми, які містять просту задачу збільшення або зменшення числа у кілька разів. Задачі на різницеве порівняння, які містять просту задачу на збільшення або зменшення числа у кілька разів. Вводяться аналогічно: пропонуються для порівняння дві задачі –

проста задача на збільшення або зменшення числа у кілька разів та складена задача нової математичної структури. Наприклад:

1) Сашко посадив 4 дерева, а тато в 3 рази більше. Скільки дерев посадив Сашко?	2) Сашко посадив 4 дерева, а тато в 3 рази більше. Скільки всього дерев посадили Сашко і тато?
---	--

Діти визначають, що складена задача є продовженням простої, тому для її розв'язання потрібно буде виконати ще одну дію – і це дія додавання, тому що в задачі запитуються „скільки всього?”.

Задача аналогічної математичної структури на різницеве порівняння подається після розв'язання задачі на знаходження суми:

Порівняй задачу з попередньою: Сашко посадив 4 дерева, а тато в 3 рази більше. На скільки менше дерев посадив Сашко, ніж тато?

Учні визначають, що змінилося запитання і ця зміна вплине на другу дію – друга дія зміниться і буде дією віднімання, тому що запитуються „На скільки більше чи менше?”.

Складені задачі, які містять дві прості задачі на збільшення або зменшення числа у кілька разів. Задачі нової структури вводяться у порівняння із складеними задачами, які містять дві прості задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць. Наприклад:

1) Сашко посадив 4 дерева, а тато на 3 дерева більше. Мама посадила на 2 дерева менше, ніж тато. Скільки дерев посадила мама?	2) Сашко посадив 4 дерева, а тато в 3 рази більше. Мама посадила в 2 рази менше, ніж тато. Скільки дерев посадила мама?
---	---

Учні з'ясовують, що задачі відрізняються умовами, а саме – в першій задачі було задано два співвідношення різницевого порівняння, а в цій два співвідношення кратного порівняння. Тому зміняться арифметичні дії, але план розв'язування лишиться тим самим.

Задачі на знаходження суми, які містять дві прості задачі на збільшення або зменшення числа у кілька разів. Вводяться у порівнянні з задачами попередньої математичної структури. Наприклад:

1) Сашко посадив 4 дерева, а тато в 3 рази більше. Мама посадила в 2 рази менше, ніж тато. Скільки дерев посадила мама?	2) Сашко посадив 4 дерева, а тато в 3 рази більше. Мама посадила в 2 рази менше, ніж тато. Скільки всього дерев посадили?
---	---

При цьому виявляється, що задачі мають однакові умови, але різні запитання, причому друга задача є продовженням першої. Тому ця зміна викликає необхідність виконання ще однієї арифметичної дії – додавання (запитуються „Скільки всього?”).

Складені задачі на кратне порівняння, які містять дві прості задачі на конкретний зміст добутку. Задачі подаються у порівнянні зі складеною задачею на різницеве порівняння, яка містить дві прості задачі на конкретний зміст добутку. Наприклад:

1) У Миколи 4 купюри по 10 гривень, а в Іринки 4 купюри по 2 гривні. На скільки менше грошей в Іринки, ніж у Миколи?	1) У Миколи 4 купюри по 10 гривень, а в Іринки 4 купюри по 2 гривні. У скільки разів менше грошей в Іринки, ніж у Миколи?
--	---

Учні встановлюють, що ці задачі відрізняються лише запитаннями – в першій задачі запитується „На скільки більше чи менше?” і ми відповідаємо на це запитання дією віднімання, а в другій – „У скільки разів більше менше?” і ми відповідаємо на це запитання дією ділення. Отже будуть різні останні дії.

Задачі на кратне порівняння, які містять першу просту задачу на конкретний зміст дії ділення, а другу – на конкретний зміст остачі. Застосовується підхід аналогічний до попереднього. Учням пропонується пара задач: перша – складена задача на різницеве порівняння, яка містить першу просту задачу на конкретний зміст дії ділення, а другу на знаходження остачі; інша задача – задача на кратне порівняння аналогічної математичної структури. Наприклад:

1) В магазині 16 кг цукру розсипали у пакети по 2 кг в кожний. 6 пакетів продали. На скільки менше пакетів залишилось, ніж продали?	2) В магазині 16 кг цукру розсипали у пакети по 2 кг в кожний. 6 пакетів продали. У скільки разів менше пакетів залишилось, ніж продали?
---	--

Після розв’язання першої задачі, порівнявши другу задачу з першою, і визначивши їх відмінність, діти встановлюють, як ця зміна вплине на розв’язання задачі; та виконують зміни у розв’язанні попередньої задачі.

Складені задачі на знаходження невідомого доданка, які містять просту задачу на конкретний зміст дії множення. Складені задачі на знаходження невідомого доданка, які містять просту задачу на конкретний зміст дії ділення. Застосовується метод зміни умови задачі і дослідження впливу цієї зміни на розв’язання задачі. Учням пропонується проста задача на знаходження невідомого доданка, яка порівнюється з задачею даної математичної структури. Наприклад:

1) Тарас за три дні повинен розв’язати 32 приклади. Скільки прикладів він розв’язав в третій день, якщо за два дні він розв’язав 18 прикладів.	2) Тарас за три дні повинен розв’язати 32 приклади. Скільки прикладів він розв’язав в третій день, якщо перші два дні він розв’язував по 9 прикладів?
--	---

Діти встановлюють, що другу задачу отримано засобом надання додаткової умови, а тому ця зміна викличе необхідність виконання ще однієї арифметичної дії.

Складені задачі на знаходження невідомого зменшуваного або від'ємника, які містять просту задачу на конкретний зміст дії множення. Складені задачі на знаходження невідомого зменшуваного або від'ємника, які містять просту задачу на конкретний зміст дії ділення. Застосовується аналогічний підхід попередньому. Дітям пропонується пара задач: перша – проста задача на знаходження зменшуваного (або від'ємника), а друга – складена задача з тим самим запитанням, але із ускладненою умовою. Наприклад:

1) Садівник обкопав 16 дерев і йому залишилось ще обкопати 18 дерев. Скільки дерев він повинен був обкопати?	2) Садівник обкопав 2 рядки по 8 дерев в кожному і йому ще залишилось обкопати 18 дерев. Скільки дерев він повинен був обкопати?
1) До їдальні привезли 35 л олії. Через тиждень залишилось 28 л олії. Скільки літрів олії витратили за тиждень?	2) До їдальні привезли 7 п'яти літрових каністр олії. Через тиждень залишилось 28 л олії. Скільки літрів олії витратили за тиждень?
1) В бутлі було 3 л соку. Після того, як з бутля відлили кілька літрів в ньому залишилось ще 1 л. Скільки літрів соку відлили з бутля?	2) Мама купила 12 л соку в 4 бутлях порівну в кожному. Після того, як з бутля відлили кілька літрів в ньому залишилось ще 1 л. Скільки літрів соку відлили з бутля?

Після розв'язання першої задачі, порівнявши другу задачу з першою, і визначивши їх відмінність, діти встановлюють, як ця зміна вплине на розв'язання задачі.

Незважаючи на різноманіття видів складених задач, на матеріалі яких здійснюється формування загального уміння розв'язувати задачі, до обов'язкового мінімуму 2-го класу входять лише задачі, що розв'язуються двома арифметичними діями першого ступеню.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ В 3 – 4-МУ КЛАСІ

ТЕМА 5. МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРОСТИХ ЗАДАЧ В 3-МУ ТА 4-МУ КЛАСІ.

5.1. Формування умінь розв'язувати прості задачі в 3-му класі

При ознайомленні з простими задачами, що містять пропорційні величини, учні опрацьовують дії, що відповідають аналізу задачної ситуації (виділяти величини, що містяться в задачі, виділяти ключові слова і виділяти числові значення відповідних величин; записувати задачу у вигляді таблиці); прикидки очікуваного результату на основі знання характеру зміни однієї величини від зміни другої величини при сталій третій величині і її перевірки.

Прості задачі, що містять пропорційні величини

Задачі з пропорційними величинами вводяться тоді, коли учні вже добре засвоїли конкретний зміст дій множення і ділення. Але, вони стикаються з певними труднощами, щоразу зустрічаючись з новими величинами. Виходячи з цього, вважаємо за необхідне проводити спеціальну роботу з ознайомлення школярів з пропорційними величинами.

Отже, знайомимо учнів з групами пропорційних величин:

- маса одного предмета, кількість предметів, загальна маса,
- об'єм однієї посудини, кількість посудин, загальний об'єм,
- довжина одного відрізу, кількість відрізів, загальна довжина,
- ціна товару, кількість товару, вартість,
- продуктивність праці, час роботи, загальний виробіток;
- витрата на один виріб, кількість виробів, загальна витрата, та зв'язками між ними.

Ці групи пропорційних величин вводимо за планом:

1. Ознайомлення з термінами: “загальна маса”, “загальна довжина”, “загальний об'єм”. Прямо пропорційна залежність між величинами; знаходження загального значення величини.
2. Обернено-пропорційна залежність між величинами. Знаходження значення величини однієї одиниці виміру та знаходження кількості за відомими двома значеннями.
3. Прості задачі з пропорційними величинами.
4. Зміна загальної величини в залежності від зміни іншої величини (величини однієї одиниці або кількості) при сталій третій величині (кількості або величини однієї одиниці).
5. Зміна кількості в залежності від зміни величини однієї одиниці при сталій загальній величині. Зміна кількості в залежності від зміни загальної величини при сталій величині однієї одиниці.

6. Зміна величини однієї одиниці в залежності від зміни загальної величини при сталій кількості. Зміна величини однієї одиниці в залежності від зміни кількості при сталій загальній величині.

7. Ознайомлення з величинами: вартість, ціна одного предмету, кількість предметів.

8. Задачі з величинами: вартість, ціна, кількість. Зміна однієї величини в залежності від іншої при однаковій третій величині.

9. Величини: продуктивність праці, час роботи, загальний виробіток.

10. Ознайомлення з іншими пропорційними величинами.

Ознайомлення з пропорційними величинами здійснюється через розв'язування простих задач. Наприклад:

Мама купила на базарі 2 кг огірків, 1 кг помідорів та 3 кг картоплі. Знайдіть масу всіх овочів.

Зробіть схематичний рисунок і покажіть масу усіх овочів. Як можна дізнатися про масу всіх овочів? (Слід додати: $2 + 1 + 3 = 6$ (кг) - всього овочів купила мама). Масу всіх овочів можна назвати “загальна маса овочів”.

Мама купила 3 пачки солі по 1 кг кожна, знайдіть загальну масу солі.

Зробіть схематичний рисунок. Порівняйте ці задачі? Чим вони схожі? (В обох задачах йдеться про масу декількох предметів і треба знайти загальну масу). Чим вони відрізняються? (В першій задачі говориться про предмети, що мають різну масу, а в другій – про предмети, що мають однакову масу). Як можна знайти загальну масу однакових предметів – однакових пачок солі? (Щоб визначити загальну масу солі можна додати: $1 + 1 + 1 = 3$ (кг) – загальна маса солі; але тут маємо суму однакових доданків, а в математиці суму однакових доданків називають множенням, тому цю задачу можна розв'язати дією множення: $1 \cdot 3 = 3$ (кг) – загальна маса солі).

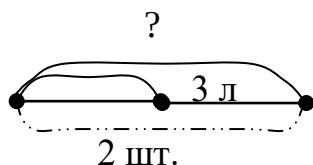
Уважно розгляньте останню рівність. Що означає число 1? (Маса однієї пачки солі). Що означає число 3? (Скільки купили пачок солі). Як це можна інакше сказати? “Скільки предметів?” – це кількість предметів. Виходячи з цього, розкажіть правило про те, як дізнатися про загальну масу декількох однакових предметів. (Щоб знайти загальну масу декількох однакових предметів, треба масу одного предмету помножити на кількість предметів).

У аналогічний спосіб здійснюється ознайомлення з величинами „загальна довжина” та „загальний об'єм”. Таким чином, здійснюється етап попереднього ознайомлення з дією виділення величин, що містяться в задачі. Аналізуючи розв'язки, виводимо правила знаходження числового значення загальної величини за двома відомими числовими значеннями інших величин.

Загальна	маса довжина об'єм	=	маса довжина об'єм	1	·	кількість
----------	---	---	---	---	---	-----------

Мал. 10. Правило знаходження загальної величини

Застосовуючи це правило учні розв'язують задачі, в яких подано вимогу знайти загальну величину і до яких наведений схематичний рисунок. Наприклад:



У двох бутлях по 3 л соку. Знайдіть загальний об'єм соку.

Також пропонуються завдання на переформулювання запитання задачі так, що в ньому було явно вказано значення якої величини слід знайти:

Порівняй задачу з попередніми. Переформулюй запитання задачі.

Батько приніс дві сітки по 4 кг картоплі. Скільки всього кілограмів картоплі приніс батько?

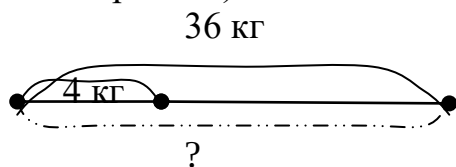
Після розв'язування задачі пропонуємо учням додаткові запитання: „Що станеться із загальною масою картоплі, якщо кількість сіток збільшиться? Зменшиться?”.

Школярам радимо не розв'язуючи задачі змінити числові значення величин, так, щоб у відповіді отримати більше (менше) число:

1. Мама купила 4 пакети соку по 2 літри в кожному. Скільки всього літрів соку купила мама?
2. Для виготовлення закладок дівчинка відрізала від стрічки 5 разів по 2 дм. Скільки всього дециметрів відрізала від стрічки дівчинка?
3. Восьмеро школярів збирали полуницю, при чому кожний із них назбирав по 2 кг полуниці. Скільки всього кілограмів полуниці назбирили школярі?

Таким чином, спочатку вводяться правила знаходження загальних величин (маси, довжини, об'єму), і лише після цього, на основі правил знаходження невідомих множників вводяться правила знаходження величини однієї одиниці та правила знаходження кількості. Учні вчаться застосовувати ці правила при розв'язуванні задач. Наприклад:

Числове значення якої величини є шуканим? Як знайти невідому величину (згадай правило)?



В супермаркеті розфасували 36 кг цукру по пакетах по 4 кг у кожний. Скільки отримали пакетів з цукром?

Далі учні вчаться у задачах виділяти певну групу величин, з'ясовувати якими числовими даними вони подані і значення якої величини є шуканим, записувати задачу коротко в формі таблиці і актуалізувати правило знаходження шуканої величини та застосовувати його для розв'язання задачі. На цьому етапі пропонуються задачі з трьома групами пропорційних величин (маса одного предмета, кількість предметів, загальна маса; об'єм однієї посудини, кількість посудин, загальний об'єм; довжина одного відрізу, кількість відрізів, загальна довжина). Розв'язуючи задачі на знаходження

загальної величини або на знаходження величини однієї одиниці або на знаходження значення кількості з опорою на наочне подання відповідних правил або груп величин, учні опрацьовують у *матеріалізованій формі* дію *виділення величин*, що містяться в задачі.

При розв'язанні задач на знаходження однієї з трьох величин учням спочатку подаються зразки коротких записів у формі таблиці, а потім вони складають короткий запис самостійно, на основі знання груп пропорційних величин та володіючи загальним підходом до їх визначення:

1) на основі найменувань, що стоять поряд з числами задачі, визначити, про яку величину йде мова в задачі: якщо в задачі є іменоване число, подане у кілограмах, грамах, тонах тощо, то в задачі йдеться про масу; якщо іменоване число подано у сантиметрах, метрах, дециметрах тощо – то йде мова про довжину; якщо іменоване число подано у літрах – то йде мова про об'єм;

2) згадати групу пропорційних величин, що пов'язана із масою, або довжиною, або об'ємом.

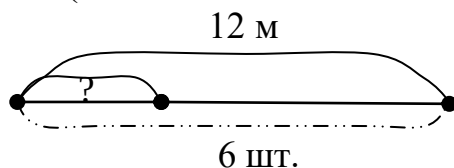
Таким чином, здійснюється опрацювання у *матеріалізованій формі* дії *складання короткого запису задачі у вигляді таблиці*. Після того, як діти поступово відходять від застосування зразків, а самостійно вголос промовляють усі міркування по виділенню величин та запису числових значень цих величин в таблиці, дія *складання короткого запису у вигляді таблиці* набуває подальшого засвоєння в *формі голосного мовлення*. Після розв'язання достатньої кількості задач з пропорційними величинами, ця дія поступово згортається, і учень, прочитавши задачу, відразу визначає групу пропорційних величин, яка міститься в даній задачі і записує числові значення цих величин в таблиці (*етап „зовнішнього мовлення про себе”*), а якщо учень відразу після читання задачі без додаткових пояснень записує короткий запис у вигляді таблиці, то це свідчить про те, що дія перейшла у *внутрішній план*.

Широко застосовується складання і розв'язання трійок взаємно *обернених задач* з даною групою пропорційних величин (*етап „зовнішнього мовлення про себе”*).

Розглянемо методику роботи над задачею:

Теслярі розпиляли колоду довжиною 12 метрів на 6 рівних частин. Яка довжина кожної частини?

- Прочитайте задачу та уявіть, про що в ній говориться? (В задачі говориться про те, що теслярі розрізали колоду довжиною 12 метрів на 6 рівних частин).
- Яке запитання задачі? (Яка довжина кожної частини?).



- Як ви думаєте, які величини можна виділити в задачі? (Можна виділити довжину всієї колоди, тобто його загальну довжину, і на скільки частин його розрізали, тобто – кількість частин).

- Яке запитання задачі? (Яка довжина кожної частини – тобто довжина 1 частини).
- Давайте запишемо умову задачі за допомогою таблиці і з використанням виділених величин.

Загальна довжина	Довжина 1 частини	Кількість частин
12 м	?	6 шт.

- По короткому запису поясніть числа задачі.
- Що означає число 6? (Означає кількість частин на які розрізали колоду).
- Що означає число 12? (Означає загальну довжину колоди, виражену в метрах).
- Яке запитання задачі? (Яка довжина 1 частини?)
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Нам потрібно знати два числові значення: загальну довжину колоди, відомо – 12 метрів та кількість частин, на які розрізали колоду, відомо – 6 частин).
- Якою дією відповімо на запитання задачі? (Дією ділення).
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Так) Чому? (Тому що відомі обидва числові значення).
- Запишемо розв’язання. Як слід міркувати, щоб 12 поділити на 6? (12 поділити на 6 – це означає знайти таке число, яке при множенні на 6 дає 12. Це число 2, тому що $2 \cdot 6 = 12$). $12 : 6 = 2$ (м).

Запишемо відповідь

Відповідь: 2 метра довжина 1 частини колоди.

- Значення якої величини ми знайшли в цій задачі? Розкажіть правило, як знайти довжину 1 частини. Як ви його вивели? (На підставі розв’язання цієї задачі). А як можна міркувати не спираючись на розв’язок цієї задачі? Чому дорівнює загальна довжина? (Загальна довжина – дорівнює добутку довжини 1 частини і кількості частин. Тобто загальна довжина – це добуток, довжина 1 частини – це 1 множник, кількість частин – це 2 множник).

Загальна довжина	=	довжина 1 предмету	·	кількість
Добуток	=	1 множник	·	2 множник

Мал. 11. Правило знаходження загальної довжини

- Як на підставі взаємозв’язку між добутком і множником вивести це правило для знаходження довжини 1 частини? (Якщо добуток – загальну довжину поділити на другий множник – кількість, то отримаємо перший множник – довжину 1 предмету). Розкажіть правило, як знайти довжину 1 предмету.
- Розкажіть правило, як знайти кількість предметів.
- Випишіть числа даної задачі: 12, 2, 6. Поясніть, що означають ці числа.
- Складіть обернену задачу так, щоб невідомою була кількість частин. Розв’яжіть цю задачу.

- Складіть обернену задачу так, щоб невідомою була загальна довжина. Розв'яжіть цю задачу.

Потім обговорюється питання про прямо пропорційну залежність загальної величини від зміни однієї з двох інших величин при сталій третій та обернено пропорційну залежність величини однієї одиниці від зміни кількості при сталій загальній величині (*етап попереднього ознайомлення з дією прикидки значення шуканої величини*). Спираючись на наочне подання виведених правил знаходження загальної величини, величини однієї одиниці і кількості, дітям пропонуються завдання на зміну числового даного задачі так, щоб відповідь збільшилася або зменшилася (*дія прикидки значення шуканої величини засвоюється в матеріалізованій формі*).

Наприклад, розглянемо зміну кількості в залежності від зміни величини однієї одиниці при сталій загальній величині.

- Уявіть собі, що 24 кг борошна спочатку розсипали у пакети по 3 кг кожний, а потім таку ж масу розсипали у пакети по 4 кг кожний. В якому випадку отримали більшу кількість пакетів борошна? В якому – меншу?
- Якщо маса 1 предмету збільшиться (зменшиться), то що стане з кількістю предметів (при однаковій загальній масі)?

Знайдіть підтвердження висновку у таблиці. Уважно розгляньте три випадки таблиці. Значення якої величини не змінюється? Значення якої величини змінюється? Це змінна величина. Значення якої величини треба відшукати? Знайдіть кількість предметів у кожному випадку.

Загальна маса (кг)	Маса 1 предмета (кг)	Кількість предметів (шт.)
12 кг	2 кг	? шт.
12 кг	3 кг	? шт.
12 кг	4кг	? шт.

- Розгляньте отримані результати. В якому випадку кількість найбільша? Найменша? Чому? Яка існує залежність між кількістю та масою 1 предмету при однаковій загальній масі?

Далі учні виконують аналогічні завдання з іншими групами пропорційних величин.

Після ознайомлення з групами пропорційних величин, які пов'язані з масою, довжиною та об'ємом, водиться наступна група величин: **вартість, ціна, кількість**. На підставі порівняння відомих трьох груп величин, учні встановлюють, що в кожній групі є загальна величина, величина однієї одиниці та кількість. Вчитель повідомляє, що якщо об'єктом задачі є процес купівлі або продажу, то вона містить величини: вартість, ціну і кількість товару. Далі йде пояснення, що вартість – це кількість грошей, яку сплачують за всю покупку, а ціна – це вартість однієї речі. Таким чином, уся покупка характеризується вартістю або загальною вартістю – кількістю грошей, що заплачено за неї; також ціною – вартістю однієї речі – кількістю грошей за одну річ; та кількістю речей. Учні порівнюють цю групу величин з кожною з трьох розглянутих

раніше груп та визначають, що спільним є наявність загальної величини (вартість, загальна маса, загальна довжина, загальний об'єм), величини однієї одиниці (ціна, маса одного предмета, довжина одного відрізу, об'єм однієї посудини) та кількість. Далі згадується, що загальна величина – це добуток величини однієї одиниці і кількості і робимо висновок про знаходження вартості покупки. На основі правила знаходження невідомого множника, з правила знаходження вартості отримуємо правила знаходження ціни і кількості. Це можна зробити наступним чином:

1. Склади задачі з числами: ?, 5, 9, з кожною групою величин.

- Якою дією знаходять загальне значення величини? Чому? Чи можна такою самою дією знайти загальну вартість покупки? Сформулюйте це правило.

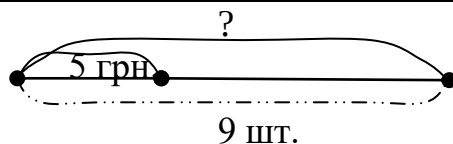
Щоб знайти загальну вартість, треба ціну помножити на кількість.

$$\text{загальна вартість} = \text{ціна} \cdot \text{кількість}$$

2. Склади задачу з цими ж числами, але про покупку.

Запиши її коротко в формі таблиці.

Загальна вартість (грн.)	Ціна – вартість 1 речі (грн.)	Кількість речей (шт.)
? грн.	5 грн.	9 шт.



- За коротким записом поясніть числа задачі. Як запитання задачі?

- Більше чи менше число за 5 отримаємо у відповіді? Чому?

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: I – ціну (5 грн.) та II – кількість (9 шт.)). Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією множення). Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Так, нам відомі обидва числові значення).

- Запишіть розв'язання задачі: $5 \cdot 9 = 54$ (грн.) Запишіть відповідь: 54 гривень – вартість покупки. Таким чином, ми розглянули чотири основних правила на знаходження загального значення величини. Розкажіть їх. Які правила можна з них отримати і на підставі чого? Чи є щось спільне у знаходженні величини (маси, довжини, об'єму) 1 одиниці? (Так, щоб знайти величину (масу довжину об'єм) 1 предмету треба загальне значення (маси, довжини, об'єму) поділити на кількість).

- Чи можна так само знайти вартість 1 предмету – ціну? Розкажіть правило.

Щоб знайти ціну, треба загальну вартість поділити на кількість.

$$\text{ціна} = \text{загальна вартість} : \text{кількість}$$

- Чи є щось спільне у знаходженні кількості? (Так, щоб знайти кількість треба загальне значення величини (маси, довжини, об'єму) поділити на

значення величини (маси, довжини, об'єму) 1 предмету). Як можна знайти кількість предметів, що купили? Сформулюйте правило.

Щоб знайти кількість, треба загальну вартість поділити на ціну.
кількість = загальна вартість : ціна

Учні розв'язують задачі на знаходження вартості або ціни або кількості. Далі можна розглянути питання про зміну вартості в залежності від зміни кількості або ціни; про зміну ціни в залежності від зміни вартості або кількості; про зміну кількості в залежності від зміни вартості або ціни.

Величини: *загальний виробіток, продуктивність праці та час роботи* вводимо на основі порівняння двох задач, в яких дуже схожа ситуація (йде мова про кравчиню), але в одній містяться величини однієї з відомих груп (загальна довжина (витрата) тканини, довжина (витрата) тканини на один виріб, кількість виробів), а в другій – описується процес роботи, тому міститься нова група величин – загальний виробіток, продуктивність праці і час роботи:

1) Кравчиня пошила 8 наборів серветок, витрачаючи на кожний набір по 3 м тканини. Скільки всього тканини втратила на серветки кравчиня?

2) Кравчиня кожної години шиє по 4 набори серветок. Скільки наборів серветок пошиє кравчиня за 3 години роботи?

Над другою задачею працюємо аналогічно, і виділяємо групу величин, яку поки ще називаємо відповідно їх смислу: загальна кількість виробів, кількість виробів за 1 годину і час роботи. Далі учитель повідомляє, що загальна кількість виробів називається загальним виробітком, кількість виробів за одиницю часу – продуктивністю праці. Отже, учні знайомляться з новою групою пропорційних величин: загальний виробіток, продуктивність праці і час роботи. Після розв'язання другої задачі, діти „включають” нову групу величин до узагальненої таблиці пропорційних величин (мал. 12).

Школярі формулюють правила знаходження загального виробітку, продуктивності праці і часу роботи. Закріплення цих правил здійснюється при розв'язанні задач, які описують роботу різних виконавців: друкарки, робітника, насоса тощо, а також при складанні і розв'язуванні задач за поданими схематичними рисунками. Широко застосовуємо спосіб перевірки правильності розв'язання задачі на основі складання і розв'язання обернених задач.



Мал. 12. Групи пропорційних величин. Взаємозв'язок між величинами

Крім поданих груп пропорційних величин, задачі містять ще й інші групи пропорційних величин. Методикою роботи над задачами з пропорційними величинами передбачено під час ознайомлення зі змістом задачі і аналізу умови проводити спеціальну роботу по виділенню величин, які містить задача. Наприклад, розглянемо методику роботи над задачею:

Щоб отримати 1 кг заліза, треба 3 кг залізної руди. Скільки кілограмів заліза отримаємо із 18 кг руди?

- Прочитайте задачу та уявіть, про що в ній говориться. Про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається про виготовлення заліза із залізної руди: беруть залізну руду і з неї виплавляють залізо. Не із всієї залізної руди дістають залізо, а тільки із частини, тому що під час переробки залізної руди отримують не тільки залізо, але й інші продукти. Відомо: для того, щоб отримати 1 кг заліза потрібно витратити 3 кг залізної руди. Запитується, скільки кілограмів заліза отримаємо із 18 кг залізної руди).

- Які величини містяться в задачі? 3 кг – це значення якої величини? (В кілограмах вимірюється маса, тому 3 кг – це маса залізної руди, яку потрібно витратити на 1 кг заліза.) 18 кг – це значення якої величини? (В кг вимірюється маса, тому 18 кг – це маса залізної руди). Щоб відрізнити ці величини, домовимося 18 кг називати загальною масою залізної руди.

- Про що запитується в задачі? (В задачі запитується “Скільки кілограмів заліза отримають?”). Яка величина вимірюється в кілограмах? (Маса). Тому про яку величину запитується? (Про масу заліза).

Таким чином, ми виділили величини: загальна маса залізної руди, маса залізної руди на 1 кг заліза, маса заліза.

У подібних задачах загальною величиною буде величина вихідного продукту, величиною однієї одиниці – величина вихідного продукту на одиницю нового продукту, і третьою є величина нового продукту.

Отже, на підставі простих задач з пропорційними величинами навчаємо школярів виділяти величини задачі, записувати такі задачі коротко у вигляді таблиці, пояснювати числові дані і запитання відповідно до виділених величин, встановлювати зв'язок між шуканою величиною і даними в задачі величинами. Та частина узагальненої пам'ятки, що стосується аналізу змісту задачі доповнюється новим пунктом:

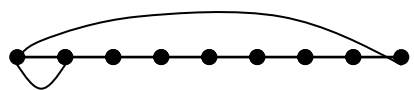
1. Прочитай задачу і уяви про що в ній говориться;
2. Виділи величини, про які йдеться в задачі; виділи ключові слова;
3. Запиши задачу коротко в формі таблиці;
4. За коротким записом поясни числа задачі; яка величина є шуканою.
5. Визнач зв'язок шуканої величини з даними величинами.

Прості задачі на знаходження частини від числа та числа за числовим значенням його частини

Для засвоєння задач даного виду в учнів повинно бути сформоване поняття про частини, про спосіб отримання частин, про кількість частин в цілому. Безпосередньою *підготовкою* до введення задач цього виду є засвоєння учнями *правила знаходження частини від числа*, яке вводиться на основі уявлень учнів про частини та знань про отримання частин. Учням пропонується накреслити відрізок, наприклад, довжиною 12 см, показати четверту частину цього відрізка, пояснюючи цей процес: четверта частина – це одна з чотирьох рівних частин цілого, тому щоб отримати чверть, треба довжину цілого відрізка 12 см поділити на 4 рівні частини, показати одну таку частину і назвати її довжину. Потім вчитель радить виміряти довжину однієї четвертої частини відрізка і повідомляє, що ми знайшли величину однієї чверті від 12 см. Учні з'ясовують, якою арифметичною дією знаходять чверть від 12 см, і формулюють правило знаходження частини від числа. Далі правило знаходження частини від числа застосовується при розв'язанні завдань, і лише після його засвоєння учням пропонуються сюжетні задачі на знаходження частини від числа і показується схематичний короткий запис. Наприклад:

В магазин привезли 56 кг огірків. До обіду продали $\frac{1}{8}$ всіх огірків. Скільки кілограмів огірків продали до обіду?

- Що означає число 56? (Масу усіх огірків, що привезли).
- Що означає число $\frac{1}{8}$? (Яку частину огірків продали до обіду). Що означає знаменник 8? (Що усі 56 кг огірків поділили на 8 рівних частин.) Що означає чисельник 1? (Що 1 таку частину продали до обіду). Що в цій задачі грає роль цілого? (56 кг огірків). Ціле в математиці позначається, як 1. Запишемо це.
- Що треба знайти в цій задачі? (Треба знайти $\frac{1}{8}$ від 56 кг).
- Як знайти частину від числа?

1 – 56 	1 – 56 кг $\frac{1}{8}$ – ? кг	Розв'язання $56 : 8 = 7$ (кг) Відповідь: 7 кг огірків продали до обіду.
---	---	---

$\frac{1}{8}$ – ?

Правило знаходження числа за числовим значенням його частини вводиться аналогічно. Учням пропонується накреслити відрізок довжиною 3 см і повідомляється, що це чверть цілого відрізка, треба знайти довжину цього відрізка. Спираючись на уявлення учнів про частини, а саме про кількість рівних частин в цілому: для отримання цілого учні пропонують послідовно накреслити чотири таких відрізки, тобто по 3 см взяти 4 рази. З'ясовується,

якою арифметичною дією дізнаємося про величину цілого відрізка, і формулюється правило знаходження цілого за числовим значенням його частини. Після засвоєння правила на конкретних прикладах діти розв'язують сюжетні задачі на знаходження цілого за значенням його частини. Наприклад:

Дівчинка прочитала 12 сторінок, що складає $\frac{1}{5}$ книги. Скільки сторінок містить ціла книга?

- Що означає число 12? (Скільки сторінок прочитала дівчинка). Що ще означає число 12? (Величину $\frac{1}{5}$ книги). Що означає число $\frac{1}{5}$? (Яку частину книги прочитала дівчинка).

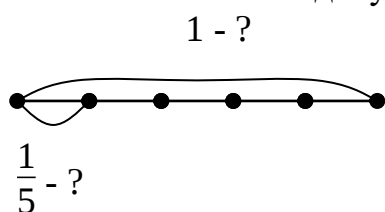
- Що означає знаменник 5? (На скільки рівних частин поділили цілу книгу).

- Що означає чисельник 1? (Скільки таких частин прочитала дівчинка).

- Що треба знайти в цій задачі? (Величину цілої книги).

- Як в математиці позначається ціле? (1)

- Запишемо задачу коротко:



1 - ? стор.
$\frac{1}{5}$ - 12 стор.

Розв'язання

$$12 \cdot 5 = 60 \text{ (стор.)}$$

Відповідь: 60 сторінок в книзі.

- Що треба знайти в цій задачі? (Треба знайти число за величиною його частини.)

- Як знайти число за величиною його частини?

При розв'язанні задач із застосуванням схематичного рисунка відбувається засвоєння обґрунтування вибору дії в матеріалізованій формі. При переході до застосування відповідного правила ця дія переходить у форму голосного мовлення. Після розв'язання певної кількості задач обґрунтування вибору арифметичної дії набуває подальшого засвоєння у формі „зовнішнього мовлення про себе”, а далі переходить у внутрішній план.

Дія прикидки відповіді: виходячи із ситуації задачі визначати, більше чи менше шукане число за одне з даних, набуває подальшого засвоєння у формі *голосного мовлення*. Перед розв'язанням задачі учні міркують так: частина менша за ціле, тому в задачі будемо шукати менше число або ціле більше за його частину, тому в задачі будемо шукати більше число. Зрозуміло, що такі пояснення виконуються при розв'язанні достатньої кількості задач, після чого міркування згортаються і дія переходить в форму „зовнішнього мовлення про себе”, а потім у „внутрішній план”.

5.2. Формування уміння розв'язувати прості задачі в 4-му класі

Прості задачі з величинами: швидкість, відстань і час

Задачі даного виду містять функціональний зв'язок між величинами: відстань, швидкість та час. У третьому класі були розглянуті задачі з пропорційними величинами: вартість, ціна, кількість; загальна маса, маса одного предмета, кількість предметів; загальна довжина, довжина одного відрізу, кількість відрізів; загальний об'єм, об'єм однієї посудини, кількість посудин; загальний виробіток, продуктивність праці, час роботи тощо. Отже, прості задачі з величинами: відстань, швидкість і час – мають ту саму математичну структуру, що й і будь-які прості задачі на знаходження однієї величини за відомими значеннями двох пов'язаних з нею величин. З цього випливає, що задачі з величинами відстань, швидкість і час, можна розглядати, як і задачі з будь-якими пропорційними величинами, а також порівнювати їх з задачами з іншими величинами.

Особливе місце в *підготовчій роботі* повинно займати розв'язування простих задач на функціональну залежність величин, в тому числі задач на знаходження величини „однієї одиниці”. Під час розв'язування таких задач актуалізуємо знання про взаємозв'язок між пропорційними величинами.

На етапі підготовчої роботи у молодших школярів формується уявлення про швидкість як про відстань, що проходить тіло, яке рухається рівномірно, за одиницю часу. Діти вже знайомі з величинами: час та відстань. Чули вони й слово „швидкість”. Але, перед тим, як перейти до розгляду залежності між відстанню, швидкістю та часом при рівномірному русі, поняття про швидкість руху треба ввести.

Спостерігаючи за рухом кількох тіл, учні помітили, що:

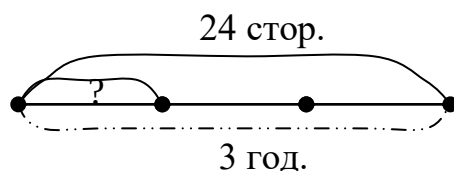
- за один і той самий час два тіла можуть пройти різну відстань;
- одну й ту саму відстань два тіла можуть подолати за різний час.

Чому так відбувається? Учні можуть відповісти, виходячи з власного життєвого досвіду: „Тому що у цих тіл різні швидкості!”. Що таке швидкість? На це запитання діти навряд чи дадуть чітку відповідь... Поняття про швидкість вводиться на задачі, яка розв'язується на основі конкретного змісту дії ділення на рівні частини. Але спочатку пропонуємо допоміжну задачу з відомою групою величин на знаходження продуктивності праці з тими самими числами. Наприклад:

Задача 1. За 3 години друкарка надрукувала 24 сторінки, друкуючи рівну кількість сторінок кожної години. Скільки сторінок друкувала друкарка за кожну годину?

- Схематично проілюструємо умову задачі: накреслимо відрізок, який позначає загальний виробіток – 24 стор. Друкарка надрукувала ці сторінки за 3 години, друкуючи однакову кількість сторінок кожної години, тому 24 сторінки поділимо на 3 рівні частини ; кожна частина ілюструє кількість сторінок, яку друкувала друкарка за 1 годину (продуктивність праці).

-



Загальний виробіток (стор.)	Продуктивність праці. Кількість сторінок за 1 годину.	Час роботи (год.)
24 стор.	? стор.	3 год.

Розв'язання

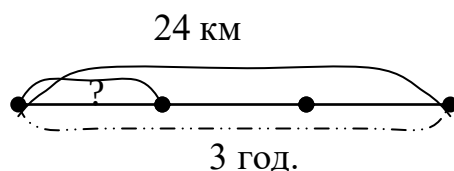
$$24 : 3 = 8 \text{ (стор.)}$$

Відповідь: 8 сторінок друкувала друкарка за 1 годину.

Задача 2. За 3 години хлопчик проїхав на велосипеді 24 км, кожного часу проїжджаючи однакову відстань. Скільки кілометрів проїздив хлопчик за кожну годину?

Учні порівнюють ці задачі і встановлюють їх відмінність. Вчитель пропонує виконати зміни у короткому записі задачі і схематичному рисунку.

Загальна відстань (км)	Відстань за 1 годину (км)	Час руху (год.)
24 км	? км	3 год.



Розв'язання „нової” задачі не викликає труднощів у дітей, і вчитель повідомляє, що в цій задачі знайшли відстань, що подолато тіло за одиницю часу, тобто швидкість тіла. На основі аналізу розв'язання учні виводять **правило знаходження швидкості руху тіла**: щоб знайти швидкість тіла, треба відстань поділити на час руху. Встановлюється, що швидкість – це теж величина однієї одиниці, і це правило вноситься до загального банку правил знаходження величини однієї одиниці.

Далі йде робота по закріпленню фізичного змісту швидкості:

- Що означає, що: равлик повзе зі швидкістю $6 \frac{\text{м}}{\text{год}}$? (Швидкість равлика $6 \frac{\text{м}}{\text{год}}$ означає, що за кожну годину равлик проповзає по 6 м); літак летить зі швидкістю $950 \frac{\text{км}}{\text{год}}$? (Швидкість літака $950 \frac{\text{км}}{\text{год}}$ означає, що за кожну годину літак пролітає по 950 км.)
- Чому дорівнює швидкість руху : пішоходу , якщо він проходить по 5 км за 1 годину? ($5 \frac{\text{км}}{\text{год}}$); меч-риби, якщо вона щогодини пропливає по 100 км? ($100 \frac{\text{км}}{\text{год}}$); бджоли, якщо вона за кожну секунду пролітає по 7 м? ($7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$).

Для закріплення правила знаходження швидкості тіла розв'язуються сюжетні задачі на знаходження швидкості при рівномірному русі. Спочатку ці задачі містять два запитання, наприклад: „Скільки метрів долав бігун за одну секунду? З якою швидкістю біг бігун?”, а потім – з одним запитанням.

Корисно розглянути *залежність швидкості від зміни відстані або часу*. Учням пропонуються пари задач, аналізуючи розв'язки яких діти роблять відповідні висновки про прямо пропорційну залежність між швидкістю та відстанню (при сталому часі) та обернено пропорційну залежність між швидкістю та часом при сталій відстані. Наприклад, для усвідомлення залежності швидкості від зміни відстані учням пропонуються для порівняння пари задач:

- 1) Пішохід за 4 години пройшов 20 км. Знайдіть швидкість пішоходу.
- 2) Лижник за 4 години подолав 60 км. Знайдіть швидкість лижника.

Після розв'язання і порівняння цих двох задач пропонуємо учням запитання:

Чия швидкість більша? (Лижника). Чому швидкість лижника більша за швидкість пішоходу? (Швидкість лижника більша, тому що він за один й той самий час, що й пішохід, подолав більшу відстань). Який висновок можна зробити про залежність між швидкістю і шляхом? (Чим більша швидкість, тим більший шлях долає тіло за один й той самий час). Отже, швидкість і відстань змінюється в однаковому напрямі, якщо час залишається сталим. Як зміниться відстань, якщо швидкість збільшиться? Зменшиться? Як зміниться швидкість, якщо відстань збільшиться? Зменшиться?

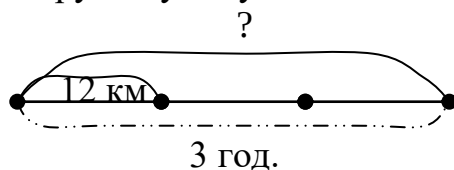
На матеріалі задачі, яка розв'язується на основі конкретного змісту дії множення, вводиться **правило знаходження відстані** за відомими швидкістю і часом, а правило знаходження часу – на основі задачі на конкретний зміст дії ділення на вміщення. На основі аналізу розв'язань цих задач формулюються відповідні правила, які засвоюються при розв'язанні спеціальних завдань.

Задача. Лижник був у дорозі 3 години, рухаючись зі швидкістю $12 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Яку відстань пройшов лижник?

- Про що розповідається в задачі? (Про рух лижника. Відомо, що він йшов зі швидкістю $12 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Це означає, що за кожную годину лижник проходив по 12 км. Відомий час руху лижника 3 год.).

- Яку відстань пройшов лижник за першу годину? (12 км). За другу годину? (12 км). За третю годину? (12 км).

- Схематично проілюструємо умову задачі.



- Запишемо задачу коротко у формі таблиці:

Загальна відстань (км)	Швидкість ($\frac{\text{км}}{\text{год}}$)	Час руху (год.)
? км	$12 \frac{\text{км}}{\text{год}}$	3 год.

- Якою дією дізнаємося про загальну відстань, яку подолав велосипедист за 3 години? (Дією множення, треба по 12 км взяти 3 рази).

Розв'язання
 $12 \cdot 3 = 36 \text{ (км)}.$

Відповідь: 36 км подолав лижник за 3 години.

- Звернемося до розв'язання задачі. Що означає число 12? (Це швидкість лижника.) Що означає число 3? (Це час руху). Що ми знайшли в задачі? (Відстань). Як ми знайшли відстань? (Ми швидкість помножили на час). Зробіть висновок про те, як знайти відстань.

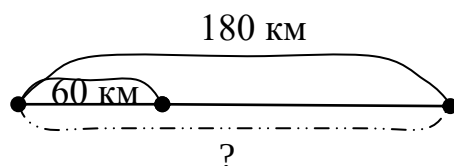
Задача. Пасажир проїхав автобусом 180 км. Швидкість автобуса

$60 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Скільки часу їхав пасажир автобусом?

- Про що розповідається в задачі? (Про рух автобуса. Відомо, що автобус проїхав 180 км зі швидкістю $60 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. Це означає, що за кожну годину автобус проїжджав по 60 км. Треба знайти час руху)

- Яку відстань проїхав автобус за першу годину? (60 км). Чи всю відстань він подолав? (Ні). За другу годину? (60 км). Чи всю відстань він подолав? За третю годину? (60 км). Чи всю відстань він подолав? (Так).

- Отже, автобус витратив на рух стільки годин, скільки в 180 км міститься по 60 км.



- Запишемо задачу коротко у формі таблиці:

Загальна відстань (км)	Швидкість ($\frac{\text{км}}{\text{год}}$)	Час руху (год.)
180 км	$60 \frac{\text{км}}{\text{год}}$	? год.

- Якою дією дізнаємося про час руху автобуса? (Годин буде стільки, скільки разів міститься в 180 км по 60 км, щоб це дізнатися треба 180 км поділити по 60 км).

Розв'язання

$180 : 60 = 3 \text{ рази}$ – тому автобус був у дорозі 3 години.

Відповідь: 3 години пасажир їхав автобусом.

- Звернемося до розв'язання задачі. Що означає число 180? (Це відстань, яку проїхав автобус). Що означає число 60? (Це швидкість автобуса). Що ми

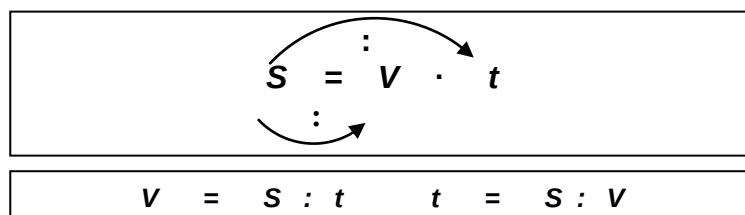
знайшли в задачі? (Час). Як ми знайшли час? (Ми відстань поділили на швидкість). Зробіть висновок про те, як знайти час.

Під час формування умінь розв'язувати задачі на знаходження відстані, швидкості й часу ми пропонуємо *узагальнити спосіб одержання формули швидкості і часу з формули відстані* на основі правила знаходження невідомого множника, який закріплюється при розв'язанні трійок взаємно обернених задач (дія складання і розв'язування обернених задач виконується у внутрішньому плані).

- Як знайти відстань? Що в цьому запису є добутком? Першим множником? Другим множником?

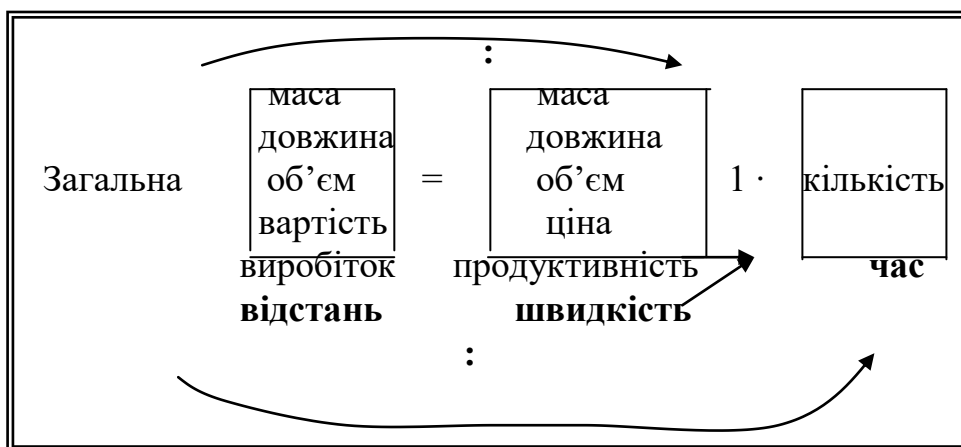
Відстань	=	Швидкість	·	Час
Добуток	=	1 множник	·	2 множник

Як знайти перший множник – швидкість? Як знайти другий множник – час?



Мал. 13. Взаємозв'язок правил знаходження відстані, швидкості і часу

- Співвіднесемо правила знаходження відстані, швидкості та часу, з правилами знаходження інших груп пропорційних величин:



Мал. 14. Правило знаходження загальної величини

Функціональний зв'язок між величинами відстань, швидкість і час вводиться на основі порівняння пар задач, які відрізняються лише значенням однієї з трьох величин. Встановивши відмінність цих задач і розв'язавши їх, діти визначають як ця зміна вплинула на розв'язання задачі, та роблять висновки про вид залежностей між двома величинами при сталій третій величині. Таким

чином, при роботі над задачами з величинами відстань, швидкість і час ми продовжуємо формувати у молодших школярів у формі зовнішнього мовлення дії прикидки значення шуканої величини та встановлення відповідності шуканого числа області своїх значень.

Наприклад, розглянемо зміну часу в залежності від зміни швидкості при сталій відстані:

1) За скільки годин проїде відстань 720 км „Мерседес”, якщо їхатиме зі швидкістю $180 \frac{\text{км}}{\text{год}}$?

2) За скільки годин проїде відстань 720 км „Лада”, якщо їхатиме зі швидкістю $90 \frac{\text{км}}{\text{год}}$?

- Що в них спільного? (Однакова відстань – 720 км.)

- Чим вони відрізняються? (Різна швидкість: швидкість „Мерседесу” – $180 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, а швидкість „Лади” – $90 \frac{\text{км}}{\text{год}}$).

- Як ви вважаєте, яка машина витратить на дорогу менше часу? Чому? (Менше часу витратить „Мерседес”, тому що одну й ту саму відстань (720 км) він долає з більшою швидкістю. Час і швидкість змінюються в протилежних напрямках!)

- Розв’яжіть задачі і перевірте власне передбачення.

- Порівняйте швидкості. У скільки разів більше швидкість „Мерседесу”?

- Порівняйте час руху. У скільки разів час руху „Мерседесу” менше?

- Який висновок можна зробити? (Якщо швидкість збільшити в 2 рази, то час, навпаки, зменшиться в 2 рази).

- Як ви вважаєте, як зміниться час, якщо швидкість зменшити в 2 рази? (Час, навпаки, збільшиться в 2 рази).

Прості задачі на час: знаходження тривалості події, знаходження часу початку або часу закінчення події

Задачі на час містять три компоненти: час початку події, тривалість події і час закінчення події. Ці задачі записуються коротко в формі таблиці (див. мал. 15):

Час початку події	Тривалість події	Час закінчення події

Мал. 15. Опорна схема задач на час

☐ - числове дане або шукане

Ці задачі розв’язуються на основі застосування **правил**:

2) щоб знайти час закінчення події, треба до часу початку події додати тривалість події;

3) щоб знайти тривалість події, треба від часу закінчення події відняти час початку події;

- 4) щоб знайти час початку події, треба від часу закінчення події відняти тривалість події.

Пропонуємо учням після розв'язання задачі складати і розв'язувати ще дві обернені задачі. Такі задачі не становлять труднощів для молодших школярів і розв'язуються на основі вже сформованих дій, що складають загальне уміння розв'язувати задачі. Наприклад:

Уроки в школі починаються о 8 год. Тривалість уроків 4 год. У скільки годин закінчуються заняття?

Час початку події	Тривалість події	Час закінчення події
8 год.	4 год.	?

- Що означає число 8? (Час початку занять у школі).
- Що означає число 4? (Тривалість уроків).
- Яке запитання в задачі? (У скільки годин закінчуються заняття?)
- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: час, коли починаються заняття, відомо – 8 год., та скільки годин тривають заняття, відомо – 4 год.).
- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання).
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Так, відомі обидва числові значення).

Розв'язання: $8 + 4 = 12$ (год.)

Відповідь: о 12 годині закінчуються заняття.

Складаємо обернені задачі.

8 , 4 , 12 - пряма задача.

8 , 4 , 12. – 1-ша обернена задача.

Уроки в школі тривають 4 години і закінчуються о 12 годині. О котрій годині розпочинаються заняття в школі?

Розв'язання: $12 - 4 = 8$ год.

Відповідь: о 8 годині розпочинаються заняття.

8, 4 , 12 – 2-га обернена задача.

Уроки в школі розпочинаються о 8 –й годині і закінчуються о 12-й годині. Скільки годин тривають заняття в школі?

Розв'язання: $12 - 8 = 4$ (год.)

Відповідь: 4 години тривають заняття в школі.

Таким чином, ми розглянули послідовність формування уміння розв'язувати прості задачі в початковій школі. Як бачимо, усі дії, що складають загальне уміння на матеріалі простих задач, формуються в основному в 1-му та 2-му класах, і набувають подальшого засвоєння в 3-му та 4-му класах. Повноцінне уміння розв'язувати прості задачі є фундаментом формування уміння розв'язувати складені задачі.

Завдання для самоперевірки:

1. На якому задачному матеріалі відбувається формування загального вміння розв'язувати задачі?

2. На якому задачному матеріалі відбувається формування окремих вмінь розв'язувати задачі?

3. В чому полягає зміст підготовчого етапу до ознайомлення першокласників з поняттям „задача”?

4. На яких видах задач відбувається ознайомлення першокласників з поняттям „задача”?

5. Скласти методику роботи над задачею за пам'яткою №1:

У Миколи було 8 олівців. 3 олівця від подарував сестрі. Скільки олівців залишилось у Миколи?

Вінні-Пух з'їв 8 банок меду, а Карлсон 3. Хто з них з'їв більше банок меду і на скільки?

Фрекен Бок випекла 8 плюшок і 3 пиріжка. Скільки всього плюшок і пиріжків випекла Фрекен Бок?

У вогнища на привалі сиділо 8 хлопчиків, а дівчинок на 3 більше. Скільки дівчинок сиділо біля вогнища на привалі?

У Поліни було 8 шпильок. Скільки шпильок стало у Поліни, після того як мама їй купила ще 3 шпильки?

6. Скласти методику роботи над задачами за пам'яткою № 2

1) Для виготовлення 1 кг крохмалю потрібно 6 кг картоплі. Скільки кілограмів крохмалю отримаємо з 30 кг картоплі?

2) 56 ц помідорів фермер перевозить з поля. Скільки рейсів він повинен зробити, якщо на машину він навантажує по 8 ц?

3) Господарка купила 27 кг помідорів. $\frac{1}{3}$ усіх помідорів вона засолила. Скільки кілограмів помідорів засолила господарка?

4) Вінні-Пух пройшов 8 м, це складає $\frac{1}{7}$ частину шляху від будиночка Вінні-Пуха до будиночка П'яточка. Яка відстань між будиночками Вінні-Пуха та П'яточка?

5) Столяр виготовив 56 табуретів за 4 дні. По скільки табуретів виготовляв столяр щодня?

6) За який час машина, яка їде зі швидкістю $80 \frac{\text{км}}{\text{год}}$ проїде відстань 240 км?

7) Перерва розпочалася о 9 год. 15 хв. і тривала 10 хв. Коли закінчилася перерва?

ТЕМА 6. МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СКЛАДЕНИХ ЗАДАЧ В 3-МУ КЛАСІ.

Формування уміння розв'язувати складені задачі в 3-му класі

На початку навчального року слід провести спеціальну роботу з узагальнення поняття „складена задача” та окремих видів складених задач.

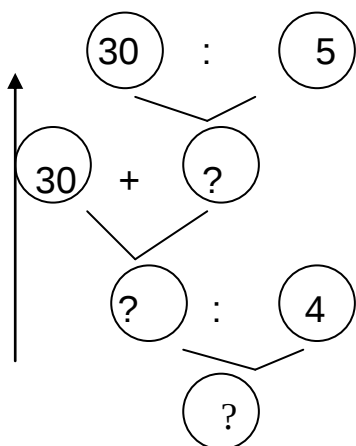
В 2-му класі діти в процесі пошуку розв'язування задачі виконували аналітичні міркування. Тепер можна перейти до навчання **міркування від числових даних до запитання задачі – синтезу**.

Учням пропонується для розв'язання задача нової математичної структури на збільшення або зменшення числа у кілька разів, яка містить першу просту задачу на збільшення або зменшення числа у кілька разів і другу просту задачу на знаходження суми:

На дослідній ділянці у господарстві посіяли 30 кг пшениці, жита – в 5 разів менше, ніж пшениці, а гречки в 4 рази менше, ніж пшениці та жита разом. Скільки посіяли гречки?

Учні виконують повний аналіз і розбивають задачі на прості. Вчитель показує інший спосіб міркування – від числових даних до запитання задачі – синтез:

- Знаючи, що посіяли 30 кг пшениці, а жита в 5 разів менше, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Про масу жита). Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією ділення).
- Знаючи, що пшениці посіяли 30 кг і знаючи скільки посіяли жита, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Скільки всього посіяли жита і пшениці разом.) Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією додавання).



- Знаючи скільки всього посіяли пшениці і жита разом та знаючи, що гречки посіяли в 4 рази менше, ніж пшениці і жита разом, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Скільки посіяли гречки). Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією ділення). Отже, ми від числових даних, перейшли до запитання задачі. Ми здійснили синтез.

Порівняйте аналіз і синтез. Чим вони відрізняються? (Напрямами міркування. При аналізі ми міркуємо від запитання до числових даних, то при синтезі, навпаки, – від числових даних до запитання.)

Таким чином відбувається *попереднє ознайомлення з дією міркування від числових даних до запитання задачі*. До наступних задач учні отримують картки з незаповненими схемами синтезу, в яких вони повинні вставити числові

дані та знаки арифметичних дій, дія міркування від числових даних до запитання задачі формується в матеріалізованій формі. Поступово учні запам'ятовують словесні конструкції, які застосовуються при синтезі, і ця дія набуває подальшого засвоєння у формі голосного мовлення. Зауважимо, що при розв'язанні задач учні також можуть міркувати від запитання задачі до числових даних. Діти самостійно обирають спосіб міркувань. Але, як свідчить практика, при розв'язанні задач в три та більше дій учні застосовують переважно синтез.

Складені задачі на знаходження трьох невідомих доданків за сумами двох та сумою трьох чисел.

На етапі підготовчої роботи актуалізується вміння розв'язувати прості задачі на знаходження невідомого доданка та вміння розв'язувати складені задачі на знаходження невідомого третього доданка.

Ознайомлення з обговорюваним видом задач можна провести наступним чином. Розглядаємо дві послідовні задачі на знаходження невідомого доданку, а далі з них утворюється складена задача на знаходження невідомого третього числа, на підставі перетворення якої отримується задача нового виду. Наприклад:

1. Сума двох чисел дорівнює 72. Знайдіть другий доданок, якщо перший доданок 24.
2. Сума двох чисел (II та III) дорівнює 76. Знайдіть третє число, якщо друге число 48.
3. Сума трьох чисел 100. Знайдіть третє число, якщо перше число 24, а друге число 48.
4. Сума першого та другого числа 72. Сума другого та третього числа 76. Знайдіть третє число, якщо перше число 24.
5. Сума трьох чисел 100. Знайдіть кожне число, якщо сума першого та другого числа 72, другого та третього числа – 76.

Для того, щоб діти усвідомили спосіб розв'язування задачі на знаходження трьох чисел за трьома сумами, пропонуємо порівнювати одержану задачу з попередніми, визначати що потрібно зробити, щоб отримати одну з попередніх задач, яка розв'язується дуже просто. Отже, визначається спосіб розв'язування задач даної математичної структури.

Для усвідомлення істотних ознак задач цього виду і узагальнення способу їх розв'язування учням пропонується завдання на складання задачі з тими ж самими числами, але з іншою ситуацією, наприклад: про ціну плаття, костюма та штанів. Учні записують задачу коротко, пояснюють числа задачі і складають план розв'язування задачі. Вчитель запитує “Чи треба розв'язувати цю задачу? Може розв'язання вже записане на дошці? Чому ці задачі мають однакові розв'язання?” Учні з'ясовують, що обидві задачі містять однакові числа і мають однакову структуру короткого запису, а значить і склад з простих задач, тому вони мають однакові розв'язання. Школярі „виправляють” лише пояснення до арифметичних дій.

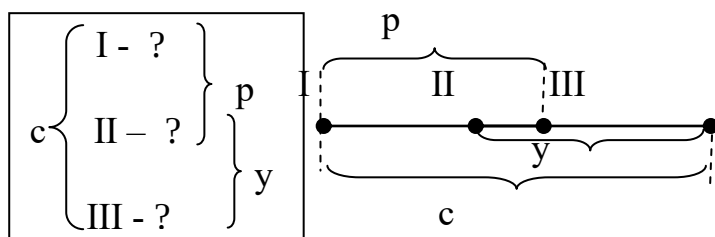
Далі вчитель пропонує задачу про ціну костюма, плаття та штанів з іншими числами, і учні виконують зміни в короткому записі попередньої задачі, щоб одержати короткий запис даної задачі. Діти помічають, що обидві задачі мають однакові ключові слова, так само дані три суми (але різні числові значення), задачі мають однакову математичну структуру. Далі досліджується, як ця зміна вплине на розв'язання – розв'язання зміниться, тому що числові дані інші, а план розв'язування – не зміниться, тому що ця задача має таку саму структуру, склад з простих задач. Школярі пояснюють план розв'язування і роблять висновок: якщо в запитання задачі входить слово “кожний”, то вона містить кілька шуканих чисел. Якщо в задачі три шуканих числа треба знайти за трьома сумами, то вона розв'язуватиметься так:

1) із суми трьох чисел віднімемо суму першого та другого числа, отримаємо третє число;

2) із суми трьох чисел віднімемо суму другого та третього числа, отримаємо перше число;

3) із суми першого та другого числа віднімемо перше число, отримаємо друге число; або із суми другого та третього числа віднімемо третє число, отримаємо друге число.

Таким чином узагальнюється математична структура задач даного виду і формулюється узагальнений план розв'язування (мал. 36). На матеріалі цих задач ми здійснили *попереднє ознайомлення з діями визначення істотних ознак задачі та узагальнення її математичної структури та узагальнення способу розв'язання задач даного виду*. Наступне опрацювання зазначених дій відбуватиметься на матеріалі задач з пропорційними величинами.



Розв'язання

$(c - y)$ – перше число

$(c - p)$ – третє число

$p - (c - y)$ – друге число

або

$y - (c - p)$ – друге число

Мал. 36. Опорна схема, схематичний рисунок та спосіб розв'язання задач на знаходження трьох чисел за сумами двох та сумою трьох доданків

Потім діти на підставі істотних ознак вчаться впізнавати задачі даного виду і застосовувати для них узагальнений спосіб розв'язування.

На етапі формування умінь розв'язувати задачі на знаходження трьох доданків за трьома сумами учні складають короткий запис задачі, “впізнають” її, розказують план розв'язування задачі, записують розв'язання і відповідь до задачі, виконують перевірку правильності розв'язання, додаючи знайдені числові значення трьох шуканих величин, і якщо отримують числове дане суми трьох чисел, то роблять висновок про правильність розв'язання задачі. На цьому ступені пропонуються різноманітні види завдань:

1) Запиши задачу коротко і зроби схематичний малюнок. Встанови, до якого виду вона належить. Згадай спосіб розв'язання таких задач. Розв'яжи задачу і зроби перевірку.

2) Зроби схематичний малюнок і поясни, про що дізнаємося, обчисливши значення даних виразів.

3) Оціни правильність розв'язання задачі, якщо є помилки, то виправи їх.

4) Постав запитання до даної умови і розв'яжи одержану задачу.

5) На які із запропонованих запитань можна відповісти за даною умовою?

6) До даного запитання добери умову з поданих.

7) Зміни запитання задачі так, щоб задача розв'язувалась двома діями.

8) Вибери з поданих числові дані і розв'яжи задачу.

9) Розв'яжи задачу і порівняй цю задачу з наступною (оберненою).

Складені задачі, що містять частини.

Пропонуємо учням різноманітні математичні структури складених задач, які містять частини:

- задачі на знаходження остачі, які містять задачу на знаходження частини від числа (Наприклад: З дослідної ділянки зібрали 100 кг картоплі. П'яту частину відібрали для посадки на наступну весну, а решту здали в їдальню. Скільки кілограмів картоплі здали в їдальню?);

- задачі на знаходження суми, які містять дві прості задачі на знаходження частини від числа (Наприклад: В шкільному саду 60 дерев. $\frac{1}{3}$ дерев – яблуні і $\frac{1}{4}$ – груші. Скільки в саду яблунь і груш разом?);

- задачі на конкретний зміст дії ділення, що містять просту задачу на знаходження частини від числа (Наприклад: В парку 96 дерев. Третю частину цих дерев складають клени та липи. Скільки кленів і лип в парку окремо, якщо їх там порівну?);

- задачі на збільшення числа на кілька одиниць, які містять просту задачу на знаходження частини від числа (Наприклад: Школярі запланували зробити для лісопарку 36 годівниць для птахів, а зробили на третину більше. Скільки годівниць зробили школярі?);

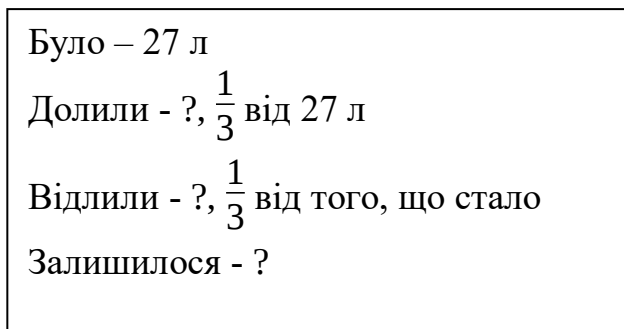
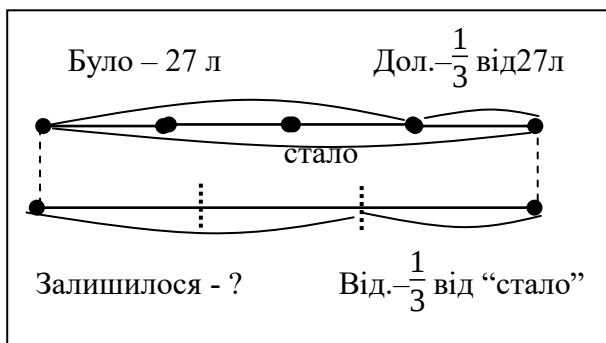
- задачі на знаходження остачі, які містять дві прості задачі на знаходження частини від числа та задачу на знаходження суми (Наприклад: В бочці 27 л води. Спочатку в бочку долили третю частину того, що в ній було, а потім відлили третину того, що в ній стало. Скільки літрів води залишилося в бочці?);

- задачі на знаходження частини від числа, які містять просту задачу на знаходження числа, яке у кілька разів більше чи менше за дане, та просту задачу на знаходження суми (Наприклад: В перший день виставку відвідали 120 школярів, а в другий – в 3 рази більше. Учні третіх класів складали $\frac{1}{6}$ частину усіх відвідувачів. Скільки третьокласників відвідало виставку?).

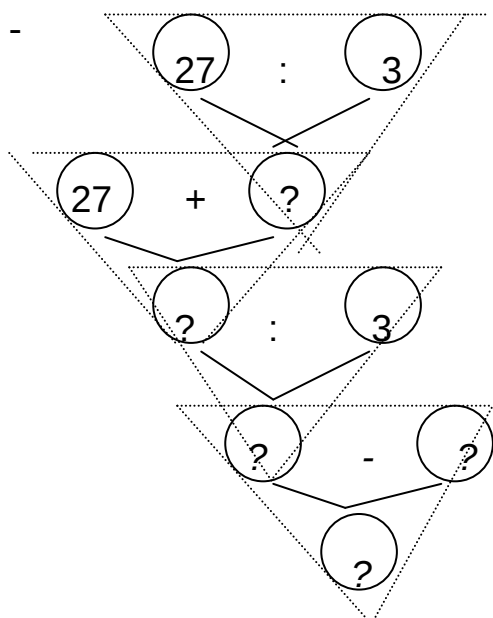
Робота над задачами йде за пам'яткою № 3, тобто усі складові дії загального уміння розв'язувати задачі набувають подальшого засвоєння. Наприклад:

В бочці 27 л води. Спочатку в бочку долили третю частину того, що в ній було, а потім відлили третину того, що в ній стало. Скільки літрів води залишилося в бочці?

- Прочитайте задачу та уявіть про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі? (Про воду).
- Що з нею відбувалося? (Вода була в бочці. Потім воду спочатку долили в бочку, потім з неї відлили. І після цього в бочці ще залишилася вода).
- Які ключові слова виділимо в задачі? (Було, долили, відлили, залишилося).
- Складіть короткий запис до задачі.
- За коротким записом поясніть числа задачі. (Число 27 означає, скільки літрів води було спочатку в бочці. Число $\frac{1}{3}$ означає яку частину від того, що було долили. Знаменник цього дробу означає, що всю воду, що була в бочці, розділили на три рівні частини. Чисельник цього дробу позначає, що долили одну таку частину. Число $\frac{1}{3}$ означає яку частину від того, що стало в бочці, відлили. Знаменник цього дробу означає, що всю воду, що стала в бочці, розділили на три рівні частини. Чисельник цього дробу позначає, що відлили одну таку частину).
- Яке запитання задачі? (Скільки літрів води залишилося в бочці?)
- Зробіть схематичний малюнок.



- Проведемо синтетичні міркування – від числових даних до запитання задачі.
- Знаючи, що було 27 л води і знаючи, що третину від цього числа долили, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Скільки літрів води долили). Якою дією? (Дією ділення: щоб знайти частину від числа, треба це число поділити на кількість частин в ньому).
- Знаючи, що в бочці було 27 л води, і знаючи, скільки літрів долили, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними?



- (Скільки літрів води стало в бочці). Якою арифметичною дією? (Дією додавання).

- Знаючи, скільки літрів води стало в бочці, і знаючи що третю частину від того, що стало відлили, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Скільки літрів води відлили з бочки.) Якою арифметичною дією? (Дією ділення).

- Знаючи, скільки літрів води стало в бочці та скільки літрів води відлили, про що ми можемо дізнатися за цими числовими даними? (Скільки літрів води залишилося в бочці).

Якою арифметичною дією? (Дією віднімання).

- Отже ми від числових даних задачі перейшли до її запитання. Синтез закінчено. Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією скільки літрів води долили в бочку. Другою дією дізнаємося скільки літрів води стало в бочці. Третьою дією дізнаємося, скільки літрів води відлили з бочки. Четвертою дією дізнаємося скільки літрів води залишилося в бочці.)

- Запишіть розв'язання і відповідь.

Розв'язання.

1) $27 : 3 = 9$ (л) – долили;

2) $27 + 9 = 36$ (л) – стало;

3) $36 : 3 = 12$ (л) – відлили;

4) $36 - 12 = 24$ (л) – стало.

Відповідь: 24 л води стало в бочці.

ТЕМА 7. МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СКЛАДЕНИХ ЗАДАЧ В 4-МУ КЛАСІ.

7.1. Формування вміння розв'язувати складені задачі в 4-му класі

У третьому класі ми сформували дію міркування від числових даних до запитання задачі – синтез і почали формувати дії визначення істотних ознак задач та узагальнення їх математичної структури та способу розв'язування, які набули подальшого засвоєння під час роботи над задачами з пропорційними величинами в 3-му класі. Таким чином, до четвертого класу всі складові дії загального вміння розв'язувати складені задачі практично мають бути засвоєні, тому на цьому етапі зосереджено увагу на формуванні вмінь розв'язувати задачі певних видів. Водночас на задачах, які містять дроби, і на інших задачах першої групи відбувається подальше вдосконалення загального вміння. Розглядаючи методику роботи над складеними задачами першої групи в 4-му класі, обмежимося лише розглядом складених задач, які містять дроби.

Задачі, які містять знаходження дробу від числа:

- задачі на знаходження дробу від відомого числа (Наприклад: Урок триває 45 хвилин $\frac{3}{5}$ уроку учні писали самостійну роботу. Скільки часу вона тривала?);

Складені задачі, які містять знаходження дробу від відомого числа

- задачі на знаходження остачі, які містять знаходження дробу від відомого числа (Наприклад: В Оленки 14 гривень. На сніданок вона витратила $\frac{3}{7}$ грошей, що в неї були. Скільки коштував сніданок? Скільки грошей в неї залишилося?);

- задачі на знаходження остачі, в яких треба двічі знаходити дріб від відомого числа (Наприклад: У куску тканини було 96 метрів. На скатертини витратили $\frac{3}{8}$ цього куску, а на серветки – $\frac{5}{12}$ куску. Скільки метрів тканини залишилося у куску?);

- задачі на знаходження суми, в яких треба двічі знаходити дріб від відомого числа (Наприклад: У магазині було 720 кг рису. За перший день продали $\frac{2}{9}$, а за другий $\frac{3}{5}$ всього рису. Скільки кілограмів рису продали за два дні?);

- задачі на знаходження невідомого доданка, які містять знаходження дробу від відомого числа (Наприклад: На будівництво доставили 24000 штук цегли. Бій склав $\frac{2}{8}$ усієї цегли. Скільки було цілих цеглин?);

- задачі на знаходження невідомого доданка, в яких треба двічі знаходити дріб від відомого числа (Наприклад: Рибалки спіймали 240 т риби. Окуні

становили $\frac{5}{24}$ всієї риби, судаки – $\frac{7}{12}$ всієї риби, а решта були коропчуки.

Скільки було коропчуків?;

- задачі на збільшення або зменшення числа у кілька разів, які містять знаходження дробу від відомого числа (Наприклад: Розмелювали 3 т 600 кг пшениці. $\frac{4}{5}$ усієї пшениці становило борошно, манки було у 40 разів менше, решта – висівки. Скільки одержали манних крупів?);

- задачі на різницеве порівняння, в яких треба двічі знаходити дріб від відомого числа (Наприклад: Мама відрізала Олі $\frac{7}{10}$ м стрічки, а Лесі $\frac{4}{5}$ м. У кого з дівчаток коротша смужка і на скільки?);

- задачі на знаходження частки, які містять знаходження дробу від відомого числа (Наприклад: Іа-Іа випік до дня народження 46 пиріжків. $\frac{3}{23}$ усіх пиріжків він з'їв сам, а решту розклав порівну на 4 тарілки. Скільки пиріжків на кожній тарілці?);

- задачі, в яких треба знайти число, яке на дріб від даного числа більше чи менше (Наприклад: Буратіно вирішив купити для папи Карло новий будинок за 420 сольдо. Але поки він накопичував гроші, ціна будинку збільшилася на $\frac{2}{7}$. Скільки зараз повинен заплатити Буратіно за цей будинок? Скільки грошей треба йому додатково?).

Складені задачі, які містять знаходження дробу від невідомого числа

- задачі на знаходження суми, в яких треба двічі знаходити дріб від числа, в тому числі й від невідомого (Наприклад: При розмелюванні пшениці на борошно маса чистого борошна становить $\frac{9}{10}$ маси пшениці. Після випікання хліба припічка дорівнює $\frac{4}{10}$ маси борошна. Скільки хліба одержали з 5 тонн пшениці?);

- задачі на знаходження дробу від невідомого числа, яка містить знаходження дробу від даного числа (Наприклад: Вихід вершків з молока становить $\frac{4}{25}$ маси молока, а вихід масла з вершків – $\frac{2}{9}$ маси вершків. Скільки масла можна одержати з 9 т молока?);

- задачі на знаходження невідомого доданка, в яких перша проста задача на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, друга – на знаходження площі прямокутника, третя – на знаходження дробу від невідомого числа (Наприклад: Довжина садиби 100 м, а ширина на 60 м менше. $\frac{3}{8}$ площі садиби займають будівлі, двір і сад, а решту – город. Яку площу займає город?);

- задачі на знаходження дробу від решти, які містять просту задачу на знаходження остачі (Наприклад: Фермер виростив і зібрав 1445 ц картоплі. 245 ц він залишив для годівлі тварин, а $\frac{5}{6}$ решти продав на базарі. Скільки центнерів картоплі продав фермер?);

- задачі на знаходження дробу від решти, які містять знаходження дробу від відомого числа та задачу на знаходження остачі (Наприклад: У майстерні було 2826 м тканини. $\frac{4}{9}$ тканини витратили на пошиття жіночих костюмів. На

пошиття чоловічих костюмів витратили $\frac{4}{5}$ решти тканини. Скільки пішло на чоловічі костюми?);

- задачі на знаходження дробу від решти, які містять просту задачу на знаходження площі прямокутника і просту задачу на знаходження остачі (Наприклад: Розміри пришкільної ділянки, що має форму прямокутника, 125 м і 350 м. 14950 м² займає сад, а $\frac{2}{3}$ решти площі відведено для дослідних ділянок. Знайди площу дослідних ділянок);

- задачі на знаходження дробу від решти, які містять просту задачу на конкретний зміст дії множення та просту задачу на знаходження остачі (Наприклад: Для школи завезли 1750 зошитів у пачках. 6 пачок, по 50 зошитів у кожній пачці, виділили для учнів початкових класів. $\frac{9}{10}$ решти зошитів продали учням старших класів. Скільки зошитів продали учням старших класів?).

Задачі, які містять знаходження числа за його дробом:

- задачі на знаходження числа за його дробом (Наприклад: В кіоск привезли 240 зошитів в клітинку, це становило $\frac{2}{6}$ усіх зошитів. Скільки зошитів привезли в кіоск?);

- задачі на знаходження остачі, які містять знаходження числа за його дробом (Наприклад: Хлопчик прочитав 160 сторінок, що складає $\frac{4}{9}$ всієї книги. Скільки сторінок йому залишилося прочитати?);

- задачі на різницеве порівняння, які містять знаходження числа за його дробом (Наприклад: Тривалість життя лева 35 років, що складає $\frac{7}{10}$ життя ведмедя. На скільки років довше може жити ведмідь, ніж лев?);

- задачі, в яких треба кілька разів знаходити число за його дробом (Наприклад: Зріст Сашка 120 см, що складає $\frac{5}{6}$ росту Тараса. А зріст Оленки складає $\frac{3}{4}$ зросту Тараса. Який ріст у кожної дитини?).

Система завдань і методика роботи над складеними задачами, що містять дробі, подані в роботі автора [104;105]. Розглянемо приклад роботи над задачею, що містить знаходження дробу від числа:

Площа дослідного поля становила 84000 м². Частину цього поля у вигляді прямокутної ділянки зі сторонами 320 м і 100 м засіяно гречкою. $\frac{3}{4}$ решти поля засіяно просом. Яку площу засіяно просом?

- За коротким записом поясніть числа задачі. Що означає число 8400? Число 320? Число 100?

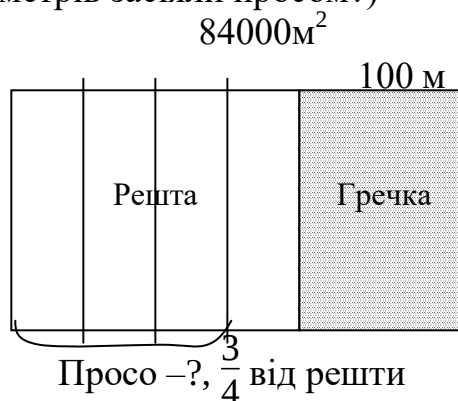
- Що означає число $\frac{3}{4}$? (Яку частину від решти засіяли просом).

- Що означає знаменник 4? (На скільки рівних частин поділили решту поля).

- Що означає чисельник 3? (Що 3 такі частини засіяли просом).

- Яке запитання задачі? (Скільки кв. метрів засіяли просом?)

Площа всього поля – 84000 м ² Площа гречки - ?, $\begin{matrix} \nearrow a = 320 \text{ м} \\ \searrow b = 100 \text{ м} \end{matrix}$ Площа проса - ? , $\frac{3}{4}$ від решти.
--



- Що треба знати, щоб на нього відповісти? (Треба знати два числові значення: I – площу решти, невідомо, та II – яку частину становить від решти просо, відомо $\frac{3}{4}$).

- Як відповімо на запитання задачі? (Розділимо на знаменник і помножимо на чисельник).

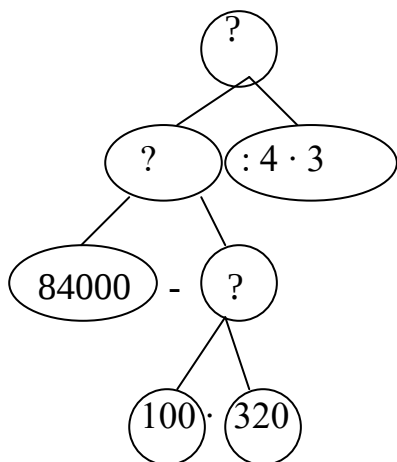
- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо площу решти).

- Що треба знати. Щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: I – загальну площу ділянки, відомо 84000 м²; та II – площу гречки, не відомо).

- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією віднімання).

- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, ми не знаємо, площу гречки).

- Що треба знати, щоб про це дізнатися? (Треба знати два числові значення: I – довжину ділянки гречки, відомо, 100 м; та II – ширину, відомо 320 м).



- Як відповімо на це запитання? (Дією множення).

- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Так). Аналіз закінчено.

- Складіть план розв'язування задачі. (Першою дією дізнаємось про площу гречки. Другою – дізнаємось про величину решти площі. Третьою дією дізнаємось про площу проса).

- Запишіть розв'язання по діях і виразом.

- 1) $320 \cdot 100 = 32000 \text{ (м}^2\text{)}$ – площа гречки
 - 2) $84000 - 32000 = 52000 \text{ (м}^2\text{)}$ – площа решти
 - 3) $52000 : 4 \cdot 3 = 39000 \text{ (м}^2\text{)}$ – площа проса.
- $(84000 - 320 \cdot 100) : 4 \cdot 3 = 39000 \text{ (м}^2\text{)}$
- Відповідь: 39000 м^2 засіяно просом.

Таким чином, ми розглянули підготовчу роботу до введення поняття „складена задача”, ознайомлення з цим поняттям та формування умінь розв'язувати складені задачі в 2-му, 3-му та 4-му класах.

7.2. Методика формування загального умінь на матеріалі задач з пропорційними величинами на знаходження суми або різниці чи кратне порівняння двох добутків або часток

Зміст і методика підготовчої роботи

На етапі підготовчої роботи до введення цих задач ми пропонуємо актуалізувати у молодших школярів умінь розв'язувати прості задачі з пропорційними величинами та перенести їх на задачі з пропорційними величинами на дві дії, що містять різницеве чи кратне відношення. Основну увагу при розв'язуванні задач зазначених видів слід приділити вдосконаленню умінь виділяти величини, що містяться в задачі (що було сформовано на матеріалі простих задач), формуванню умінь виділяти дискретні (допоміжні) величини задачі та їх числові значення, записувати задачу коротко в формі таблиці. Паралельно йде подальше опрацювання умінь зображати значення величини у вигляді довжини відрізка, інтерпретувати довжину відрізка як деяку величину, виражати один відрізок через інші, складати схематичний рисунок до задачі.

Актуалізація знань про пропорційні величини та вмінь розв'язувати прості задачі з пропорційними величинами. Пропонуємо учням згадати

основні величини, які вони знають, і пов'язані з ними групи пропорційних величин. Встановлюємо зв'язок пропорційних величин та узагальнюємо окремі правила.

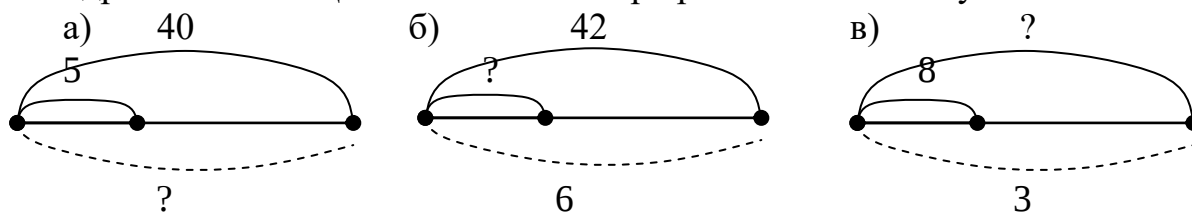
Перед розв'язанням задач діти визначають, які пропорційні величини містяться в задачі та їх числові значення, записують задачу коротко в формі таблиці, роблять схематичний малюнок, і лише після цього розв'язують задачу. Перевіркою правильності розв'язання є складання і розв'язування обернених задач. Далі подаються завдання на складання задачі за даним схематичним рисунком. Метою цих завдань є актуалізація різноманітних груп пропорційних величин, їх взаємозв'язків, а також актуалізація умінь виконання табличної форми короткого запису задач, що містять пропорційні величини і схематичного рисунка.

Наприклад:

1. Визнач, які пропорційні величини містяться в задачі та їх числові значення. Запиши задачу коротко. Зроби схематичний малюнок. Розв'яжи задачу. Склади і розв'яжи обернені задачі.

- 1) 27 л соку розлили по 3 л у кожен банку. Скільки отримали банок із соком.
- 2) Кравчиня пошила 4 халати, витрачаючи на кожний халат по 2 м тканини. Скільки всього метрів тканини витратила на халати кравчиня?
- 3) 36 кг винограду розклали порівну у 4 ящики. Скільки кілограмів винограду в 1 ящику?

2. Склади задачу з кожною групою пропорційних величин за схематичним кресленням. Порівняй тексти задач. Що в них спільного? Чим вони відрізняються? Що можна сказати про розв'язання? Чому?



3. Визнач, які пропорційні величини містяться в задачі та їх числові значення. Запиши задачу коротко. Зроби схематичний малюнок. Розв'яжи задачу. Склади і розв'яжи обернені задачі.

- 1) З 42 кг картоплі виготовили 7 кг крохмалю. Скільки кілограмів картоплі треба на виготовлення 1 кг крохмалю?
- 2) З 12 кг соняшникового насіння намагаються отримати олію. Скільки літрів олії отримають, якщо для виготовлення 1 л олії потрібно 2 кг насіння.
- 3) Скільки кілограмів залізної руди потрібно для виготовлення 7 кг заліза, якщо на виготовлення 1 кг заліза вистачають 3 кг залізної руди.

- З чого виготовляють зазначений продукт? Яка величина є загальною?
- В яких одиницях вимірюється величина зазначеного продукту? Про яку величину йде мова? Яка величина пов'язує загальну величину з цією величиною? Яку групу пропорційних величин містить ця задача? Назви значення кожної величини.

Вдосконалення уміння виділяти величини, що містяться в задачі та числові значення відповідних величин, записувати задачу коротко у вигляді таблиці. Уміння виділяти величини, що містяться в задачі, та записувати задачу коротко у вигляді таблиці було сформовано у формі „зовнішнього мовлення про себе” на матеріалі простих задач. Тому на задачах з пропорційними величинами це уміння повинно набути розумової форми, і для цього ми пропонуємо спеціальну роботу над складеними **задачами, які містять відношення різницевого або кратного порівняння.**

Задачі, які містять різницеве відношення, – це перші складені задачі з пропорційними величинами, тому їх введення вимагає спеціально продуманої системи навчальних задач. Спочатку учням пропонуються дві підготовчі прості задачі, з яких далі складається задача нового виду. Наприклад:

1. Запиши коротко кожен задачу і зроби схематичний рисунок.

1) Один тесляр може зробити за день 4 табуретки, а другий на 1 табуретку менше. Скільки табуреток за день може зробити другий тесляр?

2) Другий тесляр за день виготовляє табуре□к. Скільки табуреток він виготовить за 3 дні?

- Чим відрізняються короткі записи цих задач? В якій формі записується коротко перша задача? Друга задача?

2. Порівняй задачу з попередніми. Що цікавого ти помітив?

Один тесляр може зробити за день 4 табуретки, а другий на 1 табуретку менше. Скільки табуреток другий тесляр виготовить за 3 дні?

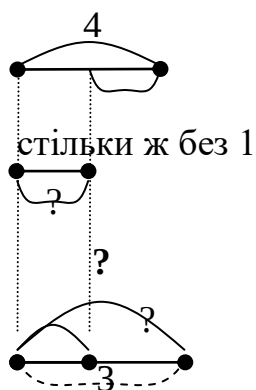
На матеріалі задач цього виду діти вперше зустрічаються з тим, що в задачі є кілька об'єктів – ключових слів і три пропорційні величини. Вчитель повідомляє їм, що в цьому випадку задача записується коротко в формі таблиці, яка містить три рядки, два з них для ключових слів, та чотирьох стовпчиків, три з них для трьох пропорційних величин. Далі в тексті задачі виділяються числові значення окремих величин і з'ясовується, до якого об'єкта (ключового слова) вони відносяться, і усе це записується в таблиці на відповідних місцях.

	Загальний виробіток	Продуктивність праці	Час роботи
I		4 шт	
II	?	?, на 1 шт.м.	3 год.

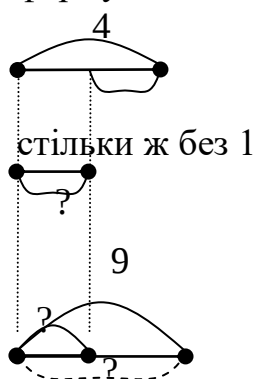
За готовим коротким записом школярі пояснюють числа задачі і промовляють назви дискретних величин (наприклад, загальний виробіток другого тесляра, час роботи другого тесляра, продуктивність праці другого тесляра тощо).

Далі здійснюється аналітичний пошук розв'язування, розбиття задачі на прості та формулювання плану розв'язування, запис розв'язання за діями або виразом і запис відповіді.

Перевірити правильність розв'язання вчитель радить шляхом складання і розв'язування оберненої задачі. Учні складають обернену задачу, вносять відповідні зміни у короткий запис прямої задачі,



розбивають її на прості і порівнюють склад з простих задач оберненої та прямої задач; досліджують, як ця зміна вплине на розв'язання оберненої задачі, формулюють план її розв'язування.



	Загальний виробіток	Продуктивність праці	Час роботи
1		4 шт	
II	9 шт.	?, на 1 шт. м.	?

	Загальний виробіток	Продуктивність праці	Час роботи
1		4 шт.	
II	9	?, на 1 шт. м.	?

Отже, за допомогою складання і розв'язання обернених задач учні знайомляться з можливими математичними структурами задач, які містять різницеве відношення (мал. 37).

а)

	Загальний ...	... 1	кількість час
I		☐	
II	?	?, на б.(м.) ☐	☐

б)

	Загальний ...	... 1	кількість час
I		☐	
II	☐	?, на б.(м.) ☐	?

в)

	Загальний ...	... 1	кількість час
I		☐	
		На?	
II	☐	?	☐

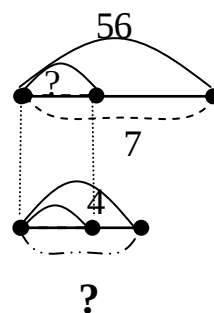
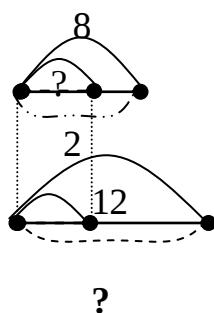
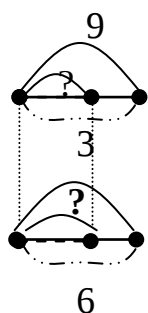
Мал. 37. Опорні схеми задач, що містять відношення різницевого порівняння

Учні складають задачі за поданими короткими записами і розв'язують їх усно. Далі у коротких записах змінюється відношення різницевого порівняння на відношення кратного порівняння, і учням пропонується встановити, що змінилося, та з'ясувати, як ця зміна вплине на розв'язання задачі. Таким чином, перетворюючи математичні структури задач, які містять різницеве відношення, у відповідні структури задач, які містять кратне відношення, учні знайомляться з задачами дещо іншої математичної структури – задачами з пропорційними величинами, які містять кратне відношення.

Потім іде робота над задачами, які містять кратне відношення. Школярі виділяють ключові слова та величини задачі, записують її коротко, розглядають поданий схематичний рисунок, розбивають задачу на підзадачі (прості задачі) і формулюють план розв'язування, після чого записують розв'язання. Дітям пропонується додаткове завдання: змінити умову або запитання задачі так, щоб змінилася перша або друга дія на задану. Таким чином здійснюється перетворення задачі, яка містить кратне відношення у відповідну задачу, яка містить різницеве відношення. Крім того, перевірка правильності розв'язання задачі здійснюється шляхом складання і розв'язання обернених задач.

Наприклад:

Визнач ключові слова. Виділи величини, які містяться в задачі. Запиши задачу коротко в формі таблиці. Розглянь схематичне креслення. Розбий задачу на підзадачі і покажи їх на короткому записі. Розв'яжи задачу. Випиши числа задачі і поясни їх значення. Складі і розв'яжи можливі обернені задачі.



1. Маса індика 9 кг, а маса гуски у 3 рази менше. Знайди масу 6 таких самих індиків. Зміни умову задачу так, щоб перша дія була дією віднімання.	2. Батько обкопав за годину 8 дерев, а син у 2 рази менше. За скільки годин обкопає син 12 дерев? Зміни умову задачі так, щоб перша дія було дією множення.	3. На 7 комплектів постільної білизни швачка витратила 56 м полотна, а на скатертину – 4 м. У скільки разів більше полотна витратила швачка на 1 комплект постільної білизни, ніж на скатертину? Зміни запитання задачі так, щоб друга дія була дією віднімання.
--	---	--

Отже, уміння виділяти величини, які містяться в задачі, виділяти ключові слова і відповідні числові значення дискретних величин, записувати задачу у

вигляді таблиці, складати схематичний рисунок задачі набуває подальшого засвоєння у розумовій формі.

Задачі, що містять знаходження суми двох добутків та обернені до них

На матеріалі задач цього виду здійснюється формування умінь визначати істотні ознаки задачі та узагальнювати її математичну структуру; узагальнювати спосіб розв'язування задач даної математичної структури.

Попереднє ознайомлення з дією визначення істотних ознак задачі та узагальнення її математичної структури було здійснено в 3-му класі при ознайомленні з задачами на знаходження трьох чисел за сумами двох та трьох доданків. Продовжити цю роботу слід при введенні задач на знаходження суми двох добутків.

Ознайомлення з задачами даного виду здійснюється шляхом розв'язання системи навчальних задач: учням пропонуються дві прості задачі з пропорційними величинами на знаходження загальної величини, а потім вони поєднуються в одну складену задачу нового виду – на знаходження суми двох добутків. Наприклад:

1. Розв'яжи дві прості задачі. Чи пов'язані вони між собою?

1) В магазин привезли 7 ящиків білого винограду по 8 кг в кожному. Скільки кілограмів білого винограду привезли до магазину?

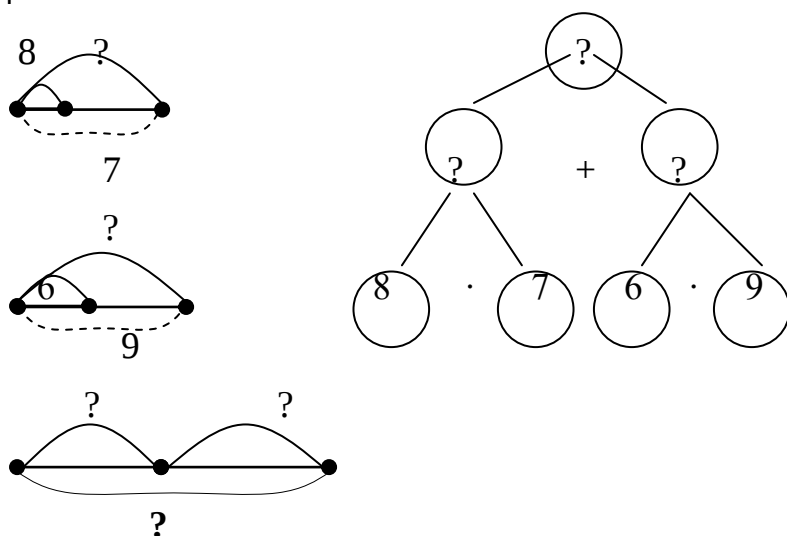
2) В магазин привезли 9 ящиків чорного винограду по 6 кг в кожному ящику. Скільки кілограмів чорного винограду привезли до магазину?

2. Порівняй задачу з попередніми. Що цікавого ти помітив?

В магазин привезли 7 ящиків білого винограду по 8 кг в кожному та 9 ящиків чорного винограду по 6 кг в кожному ящику. Скільки всього кілограмів винограду привезли до магазину?

	Загальна маса (кг)	Маса 1 ящика (кг)	Кількість ящиків (шт.)
1	?	8 кг	7 шт.
	}		?
II	?	6 кг	9 шт.

Робота над задачею здійснюється за пам'яткою № 3 – учні визначають об'єкти задачі (ключові слова), величини, які містяться в задачі, значення цих величин і записують задачу коротко; після пояснення чисел задачі складається



схематичний рисунок. Якщо після проведеної роботи учні можуть відразу перейти до розбиття задачі на підзадачі, то складається план розв'язування і діти переходять до його запису; в іншому разі учні виконують аналітичний або синтетичний пошук розв'язування задачі і

лише після цього розбивають задачу на підзадачі і так далі.

Робота над задачею після її розв'язання передбачає її дослідження шляхом зміни величин задачі або числових даних з метою формування умінь узагальнювати математичну структуру задачі і спосіб її розв'язування. Пропонуємо учням розглянути короткий запис аналогічної задачі, яка містить ті самі числові дані, але інші величини, і визначити, як ця зміна вплине на розв'язання задачі.

	Вартість (грн.)	Ціна (грн.)	Кількість (шт.)
Л.	?	8 грн.	7 шт.
	}	?	
М.	?	6 грн.	9 шт.

Учні впевнюються, що її розв'язувати немає необхідності: розв'язання ми вже маємо, лишилося лише змінити пояснення.

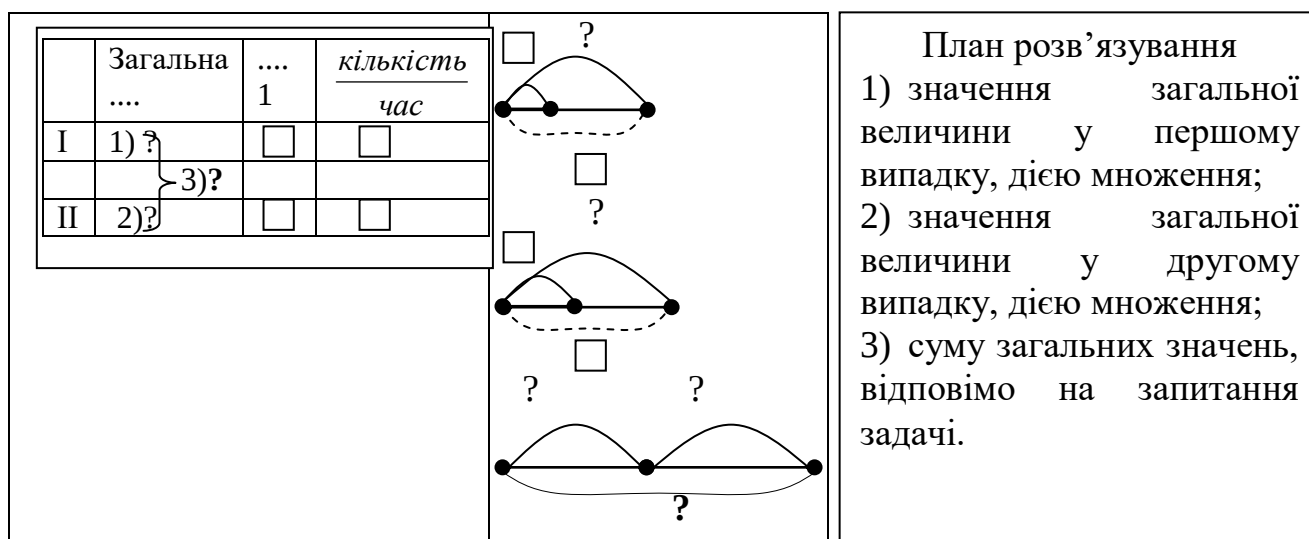
Потім учням пропонується короткий запис аналогічної задачі з тими самими величинами, що й попередня, але з іншими числовими даними і дослідити, як ця зміна вплине на план розв'язування задачі.

	Вартість (грн.)	Ціна (грн.)	Кількість (шт.)
Л.	?	9 грн.	5 шт.
	}	?	
М.	?	4 грн.	7 шт.

Школярі з'ясовують, що ця зміна вимагає змінити відповідні числа у арифметичних діях, а пояснення залишити тими самими.

Але і в першому, і в другому випадках загальний план розв'язування задачі не змінюється. Отже, зміна величин задачі та зміна числових даних при заданих зв'язках між ними не впливають на спосіб розв'язування задачі: першою дією знаходимо значення загальної величини у першому випадку (дією множення), другою дією знаходимо значення загальної величини у другому випадку (дією

множення), а третьою дією знаходимо суму значень загальних величин у двох випадках (дією додавання). Учні визначають істотні ознаки задач даної математичної структури та формулюють узагальнений план розв'язування (мал. 38).



Мал. 38. Опорна схема та план розв'язування задач на знаходження суми двох добутків

Істотні ознаки задач даної математичної структури:

- 1) для першого випадку відомі значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;
- 2) для другого випадку відомі значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;
- 3) шуканим є сума загальних значень величин для обох випадків.

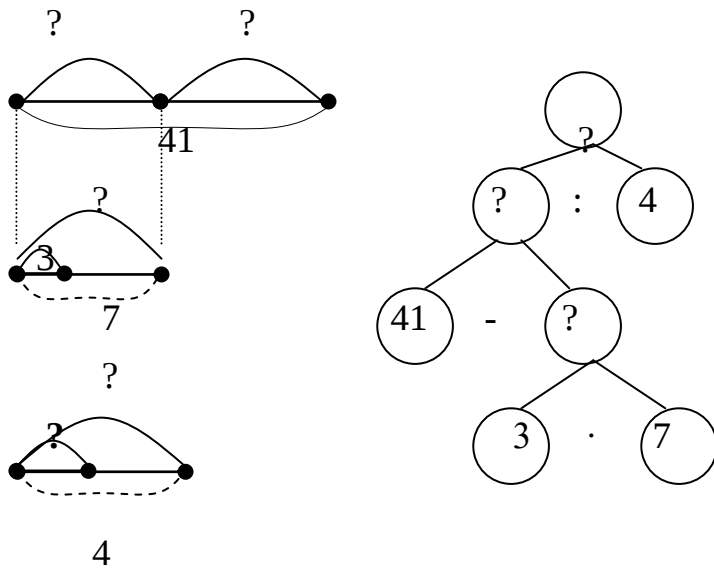
Далі учні застосовують узагальнений план при розв'язуванні задач на знаходження суми двох добутків, а також *складають і розв'язують чотири обернені задачі* – дві на знаходження величини однієї одиниці (в першому або в другому випадках) та дві – на знаходження кількості або часу (в першому або в другому випадках). Наприклад:

Пряма задача. Хлопчик купив 7 олівців по 3 гривні за кожний та 4 ручки по 5 гривень. Скільки грошей заплатив хлопчик за всю покупку?

Перша обернена задача. Хлопчик купив 7 олівців по 3 грн. за кожний та 4 ручки. Скільки грошей коштувала ручка, якщо за всю покупку хлопчик заплатив 41 грн.?

	Вартість (грн.)	Ціна (грн.)	Кількість (шт.)
Олівці	?	3 грн.	7 шт.
	} 41 грн.		
Ручки		?	4 шт.

Робота над за-дачею
будується за
пам'яткою №3.



Першою дією дізнаємося про вартість олівців. Покажемо це на короткому записі. Другою дією дізнаємося про вартість ручок. Покажемо це на короткому записі. Третьою дією дізнаємося про ціну ручки. Покажемо це на короткому записі.

	Вартість (грн.)	Ціна (грн.)	Кількість (шт.)
1)	?	3 грн.	7 шт.
	} 41 грн.		
2)	?	3) ?	4 шт.

Друга обернена задача. Хлопчик купив 7 олівців та 4 ручки по 5 грн. за кожен. Скільки коштує олівець, якщо за всю покупку він заплатив 41 грн.?

Складаємо короткий запис цієї задачі. Показуємо прості задачі на короткому записі і розказуємо план розв'язування задачі.

	Вартість (грн.)	Ціна (грн.)	Кількість (шт.)
2)	?	3) ?	7 шт.
	} 41 грн.		
1)	?	5 грн.	4 шт.

Порівнявши першу та другу обернені задачі, встановлюємо, що в обох задачах шуканою є ціна, але в першій – ціна ручок, а в другій – ціна олівців. Тому, першою дією дізнаємося про вартість в одному випадку; другою дією дізнаємося про вартість в іншому випадку; третьою дією відповімо на запитання задачі і дізнаємося про ціну.

Далі учням пропонується розглянути таблицю і встановити, що змінилося і що залишилося без змін; дослідити як ця зміна вплине на розв'язання задачі.

	Загальний виробіток (шт.)	Продуктивність праці (шт. за 1 год.)	Час (год.)
2)	?	3) ?	7 год.
	} 41 шт.		
1)	?	5 шт.	4 год.

(Власно розв'язання не зміниться, але пояснення слід поправити. Загальний план розв'язування не змінюється).

Аналогічне завдання ставиться і до наступної таблиці:

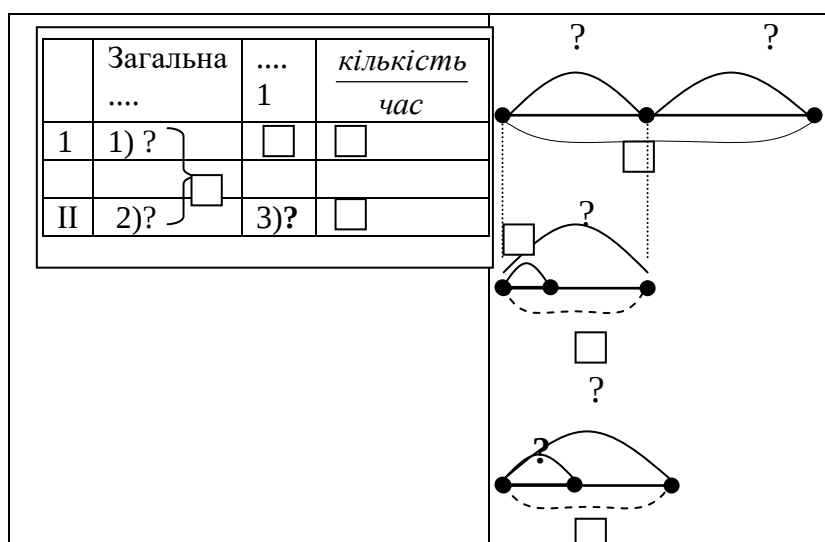
Загальний виробіток (шт..)	Продуктивність праці (шт.. за 1 год.)	Час (год.)
2) ?	3) ?	6 год.
70 шт.		
1) ?	8 шт.	5 год.

(План розв'язування, арифметичні дії не зміняться, але слід замінити відповідні числа).

Порівнявши короткі записи та плани розв'язування першої та другої обернених задач, учня розглядають, як узагальнили їх математичну структуру і плани розв'язування (мал. 39).

Істотні ознаки обернених задач на знаходження величини однієї одиниці:

- 1) Для одного з випадків дані значення двох величин: величини 1 одиниці та кількості або часу;
- 2) Для іншого випадку дано лише кількість або час, а значення величини 1 одиниці є шуканим;
- 3) Дано значення суми двох загальних величин.



План розв'язування

- 1) значення загальної величини в одному з випадків, дією множення;
- 2) значення загальної величини в іншому випадку, дією віднімання;
- 3) значення величини 1 одиниці, відповімо на запитання задачі, дією д
- 4) ділення.

Мал. 39. Опорна схема та план розв'язування обернених задач на знаходження суми двох добутків, в яких шуканою є величина однієї одиниці

Аналогічно працюємо над наступними оберненими задачами:

Третя обернена задача. Хлопчик купив олівці по 3 грн. за кожний та 4 ручки по 5 грн. за кожну ручку. Скільки олівців купив хлопчик, якщо за всю покупку він заплатив 41 грн.?

Четверта обернена задача. Хлопчик купив 7 олівців по 3 грн. за кожний та 4 ручки. Скільки грошей коштувала ручка, якщо за всю покупку хлопчик заплатив 41 грн.?

Істотні ознаки обернених задач на знаходження суми двох добутків, в яких шуканою є кількість або час:

- 1) для одного з випадків дані значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;
- 2) для іншого випадку дано лише значення величини однієї одиниці, а кількість або час є шуканим;
- 3) дано значення суми двох загальних величин.

	Загальна	 1	<u>кількість</u> час
I	?	☐	☐
		☐	
II	?	☐	?

План розв'язування

- 1) значення загальної величини в одному з випадків, дією множення;
- 2) значення загальної величини в іншому випадку, дією віднімання;
- 3) значення величини однієї одиниці, відповімо на запитання задачі, дією ділення.

Мал. 40. Опорна схема та план розв'язування обернених задач на знаходження суми двох добутків, в яких шуканою є кількість або час

На наступному етапі на основі порівняння між собою узагальненої математичної структури і плану розв'язування прямої задачі та обернених задач, можна узагальнити математичну структуру таких задач, визначаючи їх істотні ознаки, та сформулювати узагальнений план розв'язування (мал.41).

	Загальна	 1	<u>кількість</u> час
I	?	<i>a</i>	<i>в</i>
II	?	<i>с</i>	<i>к</i>

План розв'язування

- 1) значення загальної величини в одному з випадків;
- 2) значення загальної величини в іншому випадку;
- 3) відповімо на запитання задачі.

Мал.41 Опорна схема задач на знаходження суми двох добутків та обернених до них
або *a*, або *в*, або *с*, або *к*, або *p* – шукане число.

Істотні ознаки задач даної математичної структури:

1) для одного з випадків дані значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;

2) для іншого випадку дано або значення двох величин – величини однієї одиниці та кількості або однієї з них, тоді інша є шуканою;

3) сума значень загальних величин є шуканою або її значення дано.

Треба зазначити, що учням пропонуються узагальнені таблиці, істотні ознаки задач даної математичної структури та узагальнені плани розв'язування задач у готовому вигляді; від них вимагається їх розглянути, звернути увагу на узагальнені формулювання. Таким чином здійснюється *етап попереднього ознайомлення з дією визначення істотних ознак задачі та узагальнення її математичної структури та з дією узагальнення способу розв'язування задачі даної математичної структури*.

Засвоєння цих дій у матеріалізованій формі відбувається під час ознайомлення з задачами на різницеве порівняння двох добутоків та оберненими до них задачами.

Задачі на різницеве порівняння двох добутоків та обернені до них

Задачі нової математичної структури вводяться на основі перетворення задачі на знаходження суми двох добутоків у задачу на різницеве порівняння двох добутоків. Наприклад: Коню на день потрібно 8 кг вівса і 4 кг сіна. Скільки кілограмів вівса та сіна потрібно коню на тиждень?

Після розв'язання задачі відомого виду (на знаходження суми двох добутоків) учням пропонується змінити запитання так, щоб остання дія стала дією віднімання. Наприклад: Коню на день потрібно 8 кг вівса і 4 кг сіна. На скільки більше вівса, ніж сіна потрібно коню на тиждень?

Діти вносять зміни у короткий запис попередньої задачі, а також у схематичний рисунок, і після цього розбивають її на підзадачі та формулюють кожен, складають план розв'язування і записують його. Далі йде робота з узагальнення математичної структури задачі та способу її розв'язування на основі зміни величин задачі та числових даних. На відміну від попереднього етапу, учні вже самі обирають групу пропорційних величин, замінюють назви у відповідних стовпчиках таблиці і вносять відповідні корективи у розв'язання задач, а також роблять висновки щодо плану розв'язування задач, що містять однієї й ті самі величини, але різні числові дані (це здійснюється на картках з друкованою основою, де вже подана таблиця з даними числами але без відповідних величин – мал. 42).

Самостійно порівнявши короткі записи розглянутих задач, діти складають узагальнену таблицю і на її основі формулюють істотні ознаки задач даної математичної структури. Порівнявши плани розв'язування цих задач, складають узагальнений план розв'язування (мал. 43).

			
	?	8	7
	на ?		
	?	4	7

Розв'язання:

1) $8 \cdot 7 = 56$ _____

2) $4 \cdot 7 = 28$ _____

3) $56 - 28 = 28$ _____

Відповідь: _____

			
	?		
	на ?		
	?		

Розв'язання:

1) $_ \cdot _ = _$

2) $_ \cdot _ = _$

3) $_ - _ = _$

Відповідь: _____

Мал. 42. Зразок карток з друкованою основою

	Загальна	 1	кількість час
I	?	☐	☐
	на ?		
II	?	☐	☐

План розв'язування

1) значення загальної величини у першому випадку, дією множення;

2) значення загальної величини у другому випадку, дією множення;

3) різницю загальних значень, відповімо на запитання задачі.

Мал. 43. Опорна схема та план розв'язування задач на різницеве порівняння двох добутків

Істотні ознаки задач на різницеве порівняння двох добутків:

- 1) для першого випадку відомі значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;
- 2) для другого випадку відомі значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;
- 3) шуканим є різниця загальних значень величин для обох випадків.

Можна запропонувати порівняти короткі записи та плани розв'язування задач на знаходження суми двох добутків та на різницеве порівняння двох добутків і з'ясувати що в них спільного та чим вони відрізняються, результатом такої роботи є узагальнений план розв'язування.

На наступному етапі учням пропонується розв'язати задачу на різницеве порівняння двох добутків, користуючись узагальненим планом, та скласти і розв'язати чотири обернені задачі. Наприклад:

Пряма задача. Майстер за годину виготовляє 6 деталей, а учень – 2 деталі. Майстер працював повний робочий день – 8 годин, а учень – 4 години. На скільки менше деталей за день зробив учень, ніж майстер?

Перша обернена задача. Майстер працював повний робочий день – 8 годин, а учень – 4 години. Учень виготовив на 40 деталей менше, ніж майстер. Скільки деталей за годину роботи виготовляв учень, якщо майстер за годину виготовляє 6 деталей?

Друга обернена задача. Майстер працював повний робочий день – 8 годин, а учень – 4 години. Учень виготовив на 40 деталей менше, ніж майстер. Скільки деталей за годину роботи виготовляв майстер, якщо учень за годину виготовляє 2 деталі?

Порівнявши першу і другу обернені задачі на знаходження величини однієї одиниці і узагальнивши їх математичну структуру, визначаємо їх істотні ознаки та плани розв'язування (мал.44).

	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	?	☐	☐
II	?, на ☐ б.(м.)	?	☐

План розв'язування

- 1) значення загальної величини в одному з випадків, дією множення;
- 2) значення загальної величини в іншому випадку, дією додавання або віднімання;
- 3) значення величини однієї одиниці, відповімо на запитання задачі, дією ділення.

Мал. 44. Опорна схема та план розв'язування обернених задач на різницеве порівняння двох добутків, в яких шуканою є величина однієї одиниці

Істотні ознаки задач даної математичної структури:

- 1) для одного з випадків дані значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;
- 2) для іншого випадку дано лише кількість або час, а значення величини однієї одиниці є шуканим;
- 3) дано значення різниці двох загальних величин.

Можна порівняти розглянуту обернену задачу до задачі на різницеве порівняння двох добутків з відповідною оберненою задачею на знаходження суми двох добутків і узагальнити їх математичні структури, істотні ознаки та план розв'язання.

Третя обернена задача. Майстер за годину виготовляє 6 деталей, а учень – 2 деталі. Учень виготовив на 40 деталей менше, ніж майстер. Скільки годин працював майстер, якщо учень працював 4 години?

Четверта обернена задача. Майстер за годину виготовляє 6 деталей, а учень – 2 деталі. Учень виготовив на 40 деталей менше, ніж майстер. Скільки годин працював учень, якщо майстер працював 8 годин?

Робота над оберненими задачами здійснюється за пам'яткою №3. Після розв'язання, порівнявши дві обернені задачі до задач на різницеве порівняння двох добутків на знаходження часу або кількості, узагальнюємо їх математичну структуру та план розв'язування (мал. 45).

	Загальна	 1	кількість час
I	?	☐	☐
II	?, на ☐ б.(м.)	☐	?

План розв'язування

- 1) значення загальної величини в одному з випадків, дією мно-ження;
- 2) значення загальної величини в іншому випадку, дією дода-вання або віднімання;
- 3) значення величини кількості або часу, відповімо на запитання задачі, дією ділення.

Мал. 45. Опорна схема та план розв'язування обернених задач на різницеве порівняння двох добутків, в яких шуканою є кількість або час

Істотні ознаки задач даної математичної структури:

- 1) для одного з випадків дані значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;
- 2) для іншого випадку дано лише значення величини однієї одиниці, а кількість або час є шуканим;
- 3) дано значення різниці двох загальних величин.

Далі можна порівняти обернені задачі на знаходження кількості або часу до задач на різницеве порівняння двох добутків та на знаходження суми двох добутків, узагальнюємо їх математичну структуру.

У подальшому навчанні можна здійснити узагальнення на більш високому рівні – узагальнити математичну структуру та план розв'язування задач на різницеве порівняння двох добутків та обернених до них (мал. 46).

	Загальна	 1	кількість час
I	?	<i>a</i>	<i>в</i>
II	?, на <i>p</i> б.(м.)	<i>c</i>	<i>к</i>

План розв'язування

- 1) значення загальної величини в одному з випадків;
- 2) значення загальної величини в іншому випадку;
- 3) відповімо на запитання задачі.

Мал. 46. Опорна схема та план розв'язання задач на різницеве порівняння двох добутків та обернених до них

Або *a*, або *в*, або *c*, або *к*, або *p* – шукане число.

Істотні ознаки задач даної математичної структури:

- 1) для одного з випадків дані значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;
- 2) для іншого випадку дано або значення двох величин – величини однієї одиниці та кількості або однієї з них, тоді інша є шуканою;
- 3) різниця значень загальних величин є шуканою або її значення дано.

Можна здійснити узагальнення вищого порядку – запропонувати учням узагальнити математичні структури задач на знаходження суми або різницеве порівняння двох добутків та обернених до них і плани їх розв'язування.

Таким чином, на матеріалі задач на різницеве порівняння двох добутків та обернених до них відбувається *формування у матеріалізованій формі дії визначення істотних ознак задачі та узагальнення її математичної структури та дії узагальнення способу розв'язування задачі певної математичної структури*. Подальше опрацювання цієї дії у формі голосного мовлення відбувається на задачах на кратне порівняння двох добутків.

Задачі на кратне порівняння двох добутків та обернені до них

Задачі на кратне порівняння двох добутків вводяться на основі зміни запитання до задачі на різницеве порівняння двох добутків і дослідження впливу цієї зміни на розв'язання задачі. Наприклад: Дві кози дали по 6 л молока, а три корови – по 8 л молока. Чи від кіз чи від корів надоїли більше молока і на скільки?

	Загальний об'єм молока (л)	Об'єм молока від 1 тварин и (л)	Кіль- кість тва- рин (шт.)
К.	?	6 л	2 шт.
	на ?		
Кор.	?	8 л	3 шт.

Розв'язання

- 1) $6 \cdot 2 = 12$ (л) загальний об'єм молока від кіз;
- 2) $8 \cdot 3 = 24$ (л) загальний об'єм молока від корів;
- 3) $24 - 12 = 12$ (л) на стільки більше молока надоїли від корів, ніж від кіз

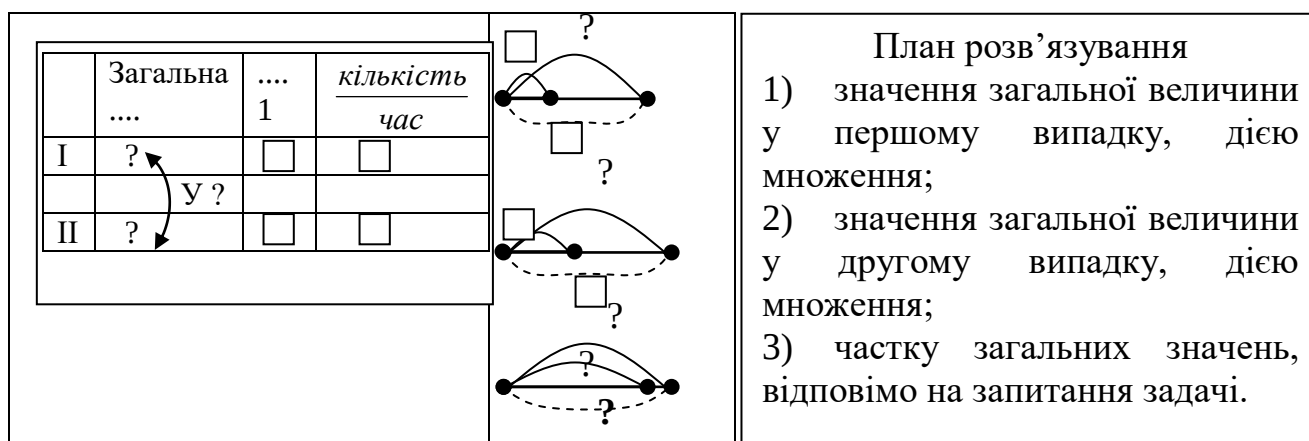
Змінимо запитання задачі: „У скільки разів більше молока надоїли від корів, ніж від кіз?”. Як ця зміна вплине на розв’язання задачі?

Отримавши задачу на кратне порівняння двох добутків і розв’язавши її, діти далі вивчають математичну структуру, змінюючи величини або числові дані задачі. Отримані задачі промовляються вголос, і школярі з’ясовують вплив цих змін на розв’язання задачі та план розв’язування. Далі можна узагальнити математичну структуру та план розв’язування задач на кратне порівняння двох добутків (мал. 47).

Істотні ознаки задач на кратне порівняння двох добутків:

- 1) для першого випадку відомі значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;
- 2) для другого випадку відомі значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;
- 3) шуканим є частка загальних значень величин для обох випадків.

Можна підвести учнів до узагальнення більш високого порядку – на основі порівняння узагальнити математичні структури задач на різницеve та кратне порівняння та плани їх розв’язування. Більш високий ступінь узагальнення усіх трьох видів математичних структур задач за їх істотними ознаками подано на малюнку 48.



Мал. 47. Опорна схема та план розв’язування задач на кратне порівняння двох добутків

Задача на знаходження суми двох добутків			
	Загальна	 1	кількість час
I	?	☐	☐
	?	☐	☐
II	?	☐	☐

Задачі на різницеве порівняння двох добутків			
	Загальна	 1	кількість час
I	?	☐	☐
	на ?	☐	☐
II	?	☐	☐

Задачі на кратне порівняння двох добутків			
	Загальна	 1	кількість час
I	?	☐	☐
	у ?	☐	☐
II	?	☐	☐

План розв'язування

- 1) значення загальної величини у першому випадку, дією множення;
- 2) значення загальної величини у другому випадку, дією множення;
- 3) $\frac{\text{сума}}{\text{різниця.або.частка}}$ загальних значень, відповімо на запитання задачі.

Мал. 48. Опорні схеми та план розв'язування задач на знаходження

суми
різницевої.чи.кратного.порівняння двох добутків

Істотні ознаки задач на знаходження $\frac{\text{сума}}{\text{різницевої.чи.кратного.порівняння}}$ двох добутків:

1) для першого випадку відомі значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;

2) для другого випадку відомі значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;

3) шуканим є $\frac{\text{сума}}{\text{різниця.чи.частка}}$ загальних значень величин для обох випадків.

Подальша робота над задачами на кратне порівняння двох добутків зводиться до складання і розв'язання обернених задач, порівняння двох

обернених задач на знаходження величини однієї одиниці вимірювання чи лічби. Можна узагальнити відповідні математичні структури обернених задач на знаходження суми двох добутків, різниці чи кратне порівняння двох добутків (мал. 49).

Істотні ознаки задач даних математичних структур:

1) для одного з випадків дані значення двох величин: величини однієї одиниці та кількості або часу;

2) для іншого випадку дано лише кількість або час, а значення величини однієї одиниці є шуканим;

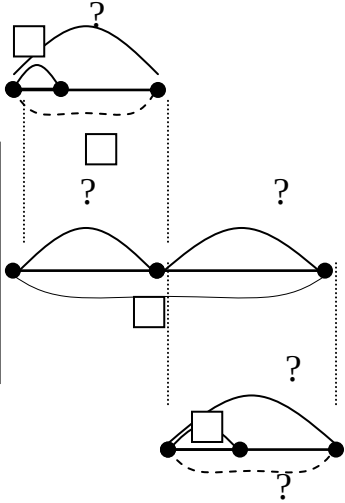
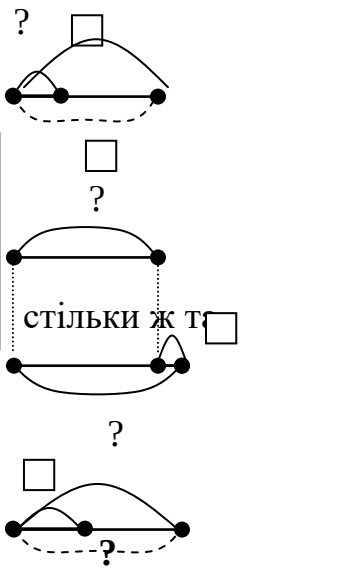
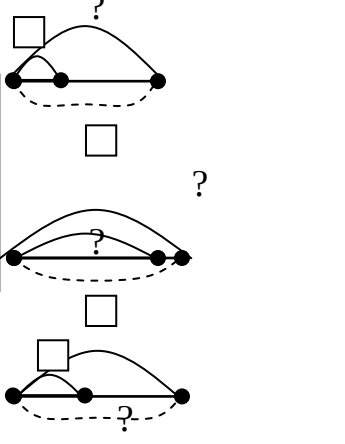
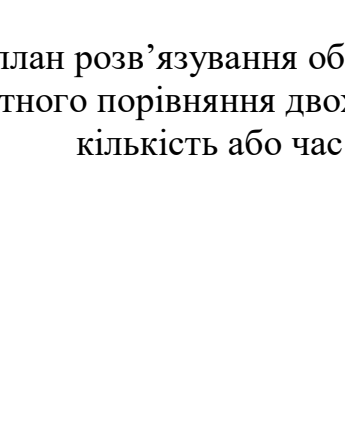
3) дано значення $\frac{\text{суми}}{\text{різниці, або, чи, кратного, відношення}}$ двох загальних величин.

При порівнянні двох обернених задач на знаходження кількості до задач на кратне порівняння двох добутків, узагальнюємо їх математичні структури та плани розв'язування. При узагальненні можна піти далі, порівнявши математичні структури обернених задач на знаходження кількості або часу для задач на знаходження суми двох добутків, на різниці чи кратне порівняння двох добутків (мал. 50).

При порівнянні прямої та обернених задач на кратне порівняння двох добутків здійснюється узагальнення задач даної математичної структури за їх істотними ознаками та формулюється загальний план розв'язування. І, нарешті, можна порівняти узагальнені математичні структури усіх трьох видів задач та сформулювати узагальнений план розв'язування (мал. 51).

Обернені задачі до задач на знаходження суми двох добутків					План розв'язування 1) значення загальної величини в одному з випадків, дією множення; 2) значення загальної величини в іншому випадку, дією $\frac{\text{додавання}}{\text{множення}}$ або $\frac{\text{віднімання}}{\text{ділення}}$; 3) значення величини однієї одиниці, відповімо на запитання задачі, дією ділення.
	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$		
I	1) ?	☐	☐		
II	2) ?	3) ?	☐		
Обернені задачі на різницеве порівняння двох добутків					
	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$		
I	?	☐	☐		
II	?, на ☐ б.(м.)	?	☐		
Обернені задачі на кратне порівняння двох добутків					
	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$		
I	?	☐	☐		
II	?, у ☐ р. б.(м.)	?	☐		

Мал. 49. Опорні схеми та план розв'язування обернених задач на знаходження суми різницевого чи кратного порівняння двох добутків, в яких шуканою є величина однієї одиниці

Обернені задачі до задач на знаходження суми двох добутоків					
	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$		
I	1) ?	☐	☐		
II	2)?	☐	3)?		
					
					
Обернені задачі на різницеve порівняння двох добутоків					
	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$		
I	1) ?	☐	☐		
II	2)?, на ☐ б.(м.)	☐	3)?		
Обернені задачі на кратне порівняння двох добутоків					
	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$		
I	1) ?	☐	☐		
II	2)?, у ☐ р. б.(м.)	☐	3)?		

План розв'язування

- 1) значення загальної величини в одному з випадків, дією множення;
- 2) значення загальної величини в іншому випадку, дією $\frac{\text{додавання}}{\text{множення}}$ або $\frac{\text{віднімання}}{\text{ділення}}$;
- 3) значення величини кількості або часу, відповімо на запитання задачі, дією ділення.

Мал. 50.Опорні схеми та план розв'язування обернених задач на знаходження суми/різницевого чи кратного порівняння двох добутоків, в яких шуканою є кількість або час

Задачі на знаходження суми Задачі на різницеве/кратне порівняння
двох добутоків та обернені до них

	Загальна	 1	<u>кількість</u> час
I	?	a	b
		p	
II	?	c	k

	Загальна	 1	<u>кількість</u> час
I	?	a	b
II	?, на/у p б.(м.)	c	k

План розв'язування

- 1) значення загальної величини в одному з випадків;
- 2) значення загальної величини в іншому випадку;
- 3) відповімо на запитання задачі.

Мал. 51. Опорні схеми задач на знаходження

суми
різницевої чи кратного порівняння — двох добутоків та обернених до них

Або a або b або c або k або p – шукане число.

Таким чином, згідно з описаною методикою відбувається формування дії визначення істотних ознак математичної структури задачі та її узагальнення, і дії узагальнення способу розв'язування у формі голосного мовлення. Зрозуміло, що не усі діти одночасно засвоюють ці дії у певній формі; їх подальше опрацювання здійснюється на матеріалі задач на знаходження суми або різницевого чи кратного порівняння двох часток.

Задачі на знаходження суми або різницевого чи кратного порівняння двох часток (кількості або часу)

Задачі на знаходження суми двох часток вводяться на основі порівняння з задачами на знаходження суми двох добутоків і з'ясування впливу зміни тексту задачі на її розв'язання. Отже, учням пропонується перша задача на знаходження суми двох добутоків, а друга задача – на знаходження суми двох значень кількості або часу. Наприклад:

1) Господарка привезла на базар 4 великих ящика помідорів по 9 кг у кожному і 8 маленьких ящиків по 4 кг у кожному. Скільки всього кілограмів помідорів привезла господарка на базар?	2) Господарка привезла на базар 36 кг помідорів у великих ящиках по 9 кг у кожному та 32 кг у маленьких ящиках по 4 кг у кожному. Скільки всього ящиків з помідорами привезла на базар господарка?
---	--

Учні визначають, що змінюються перші дві дії – множення змінюється на ділення, а третя дія лишається додаванням. Записавши вираз і прочитавши його учні з'ясовують назву задач цієї математичної структури – задачі на знаходження суми двох часток.

Подальша робота відбувається шляхом зміни запитання другої задачі і отримання третьої задачі на різницеве порівняння двох часток. Наприклад:

3) Господарка привезла на базар 36 кг помідорів у великих ящиках по 9 кг у кожному та 32 кг у маленьких ящиках по 4 кг у кожному. На скільки більше маленьких ящиків з помідорами, ніж великих привезла на базар господарка?

Досліджується вплив зміни запитання на розв'язання задачі: змінилася третя дія – дія додавання замінюється дією віднімання. Ще раз змінюємо запитання третьої задачі і отримуємо четверту задачу на кратне порівняння двох часток. Наприклад:

4) Господарка привезла на базар 36 кг помідорів у великих ящиках по 9 кг у кожному та 32 кг у маленьких ящиках по 4 кг у кожному. У скільки разів більше маленьких ящиків, ніж великих привезла на базар господарка?

Вивчаємо вплив цієї зміни на розв'язання задачі: змінюється остання дія – дія віднімання замінюється на дію ділення. Порівнявши усі задачі (2,3,4) та їх розв'язання, діти узагальнюють математичну структуру таких задач на основі визначення істотних ознак і план їх розв'язування (мал. 52).

Істотні ознаки задач даних математичних структур:

1) для першого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та величини однієї одиниці виміру чи рахунку;

2) для другого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та величини однієї одиниці виміру чи рахунку;

3) шуканим є $\frac{\text{сума}}{\text{різницею, чи, кратне, відношення}}$ значень кількості або часу для обох випадків.

До кожної задачі складаємо і розв'язуємо обернені задачі і здійснюємо узагальнення більш високого порядку, наприклад,

Задачі на знаходження суми двох часток			
	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I			?
			?
II			?

Задачі на різницеве порівняння двох часток

	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	☐	☐	?
			На ?
II	☐	☐	?

План розв'язування

- 1) кількість або час в одному випадку, дією ділення;
- 2) кількість або час в іншому випадку, дією ділення;
- 3) $\frac{\text{суми}}{\text{різницевого.чи.кратне.відношення}}$ двох числових значень кількості або часу.

Задачі на кратне порівняння двох часток

	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	☐	☐	?
			у?
II	☐	☐	?

Мал. 52. Опорні схеми та план розв'язування задач на знаходження

$\frac{\text{суми}}{\text{різницевого.чи.кратного.порівняння}}$ двох часток

порівнявши обернені задачі на знаходження $\frac{\text{суми}}{\text{різницевого.чи.кратного.порівняння}}$ двох часток, в яких шуканою є величина однієї одиниці, узагальнюємо їх математичні структури та плани розв'язування (див. мал. 53).

Істотні ознаки задач даних математичних структур:

- 1) для одного з випадків дані значення двох величин: загальної величини та величини однієї одиниці виміру чи лічби;
- 2) для іншого випадку дано лише значення загальної величини, а значення величини однієї одиниці є шуканим;

3) дано значення $\frac{\text{суми}}{\text{різничевого чи кратного відношення}}$ відношення кількостей або часу в обох випадках.

Таким чином, нами запропонована робота із перетворення задач однієї математичної структури в іншу, із порівняння аналогічних математичних структур задач, визначення їх спільних істотних ознак та узагальнення планів розв'язування. Під час цієї роботи можна очікувати, що в деяких учнів дія *визначення істотних ознак та узагальнення математичної структури задачі та дія узагальнення способу розв'язування задачі* набуває подальшого засвоєння в формі зовнішнього мовлення про себе. Решта учнів засвоює ці дії в формі голосного мовлення на матеріалі задач на знаходження суми або різничевого чи кратного порівняння двох часток (значень величини однієї одиниці виміру чи лічби).

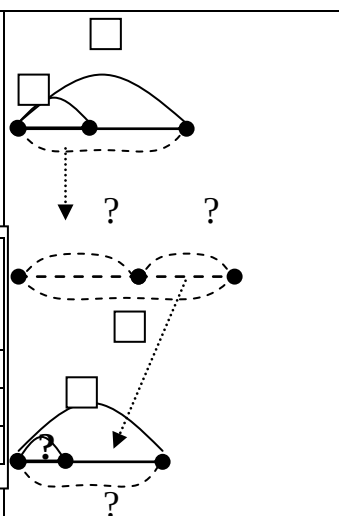
Задачі на знаходження суми або різничевого чи кратного порівняння двох часток (значень величини однієї одиниці виміру або лічби)

Методика аналогічна описаній вище. Учням пропонуються дві задачі: перша – на різничеве порівняння двох кількостей, а друга – на різничеве порівняння значень величин однієї одиниці. Наприклад:

1) Господарка від кіз наділи 10 л молока по 5 л від кожної, а від корів 30 л молока, по 10 л від кожної. На скільки більше корів, ніж кіз подоїла господарка?	2) Від двох кіз наділи 10 л молока, а від трьох корів – 30 л молока. Коза чи корова дає молока більше і на скільки?
---	---

Обернені задачі до задач на знаходження суми двох часток

	Загальна	 1	кількість час
I			?
II		?	?



План розв'язування

- 1) кількість або час в одному випадку;
- 2) кількість або час в іншому випадку;
- 3) величину однієї одиниці вимірювання чи рахунку, відповімо на запитання задачі.

Обернені задачі до задач на різницеве порівняння двох часток

	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	☐	☐	?
II	☐	?	?, на ☐ б.(м.)

Обернені задачі до задач на кратне порівняння двох часток

	Загальна	 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	☐	☐	?
II	☐	?	?, у ☐ р. б.(м.)

Мал. 53. Опорна схема та план розв'язування обернених задач на знаходження суми

різницевою чи кратного порівняння двох часток, в яких шуканою є величина однієї одиниці

Учні записують обидві задачі коротко, розв'язують першу задачу і порівнюють другу задачу з першою. Визначають відмінності другої задачі від першої, і з'ясовують як ці відмінності впливають на розв'язання другої задачі: в цій задачі так само слід знайти різницеве відношення двох часток, але це інші частки, арифметичні дії та їх порядок у розв'язанні не змінюється, але змінюється їх зміст.

Подальше перетворення другої задачі йде шляхом зміни її запитання, і отримання задачі на кратне порівняння двох часток (величин однієї одиниці), а потім й на знаходження суми двох часток (величин однієї одиниці).

3) Від двох кіз надоїли 10 л молока, а від трьох корів – 30 л молока. Коза чи корова дає молока більше і у скільки разів більше?

4) Від двох кіз надоїли 10 л молока, а від трьох корів – 30 л молока. Скільки літрів молока надоїли від корови і кози разом?

Порівнявши математичні структури та розв'язання 2 – 4 задач, узагальнюємо їх математичні структури та план розв'язування (мал. 54).

Істотні ознаки задач даних математичних структур:

1) для першого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та кількості або часу;

2) для другого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та кількості або часу;

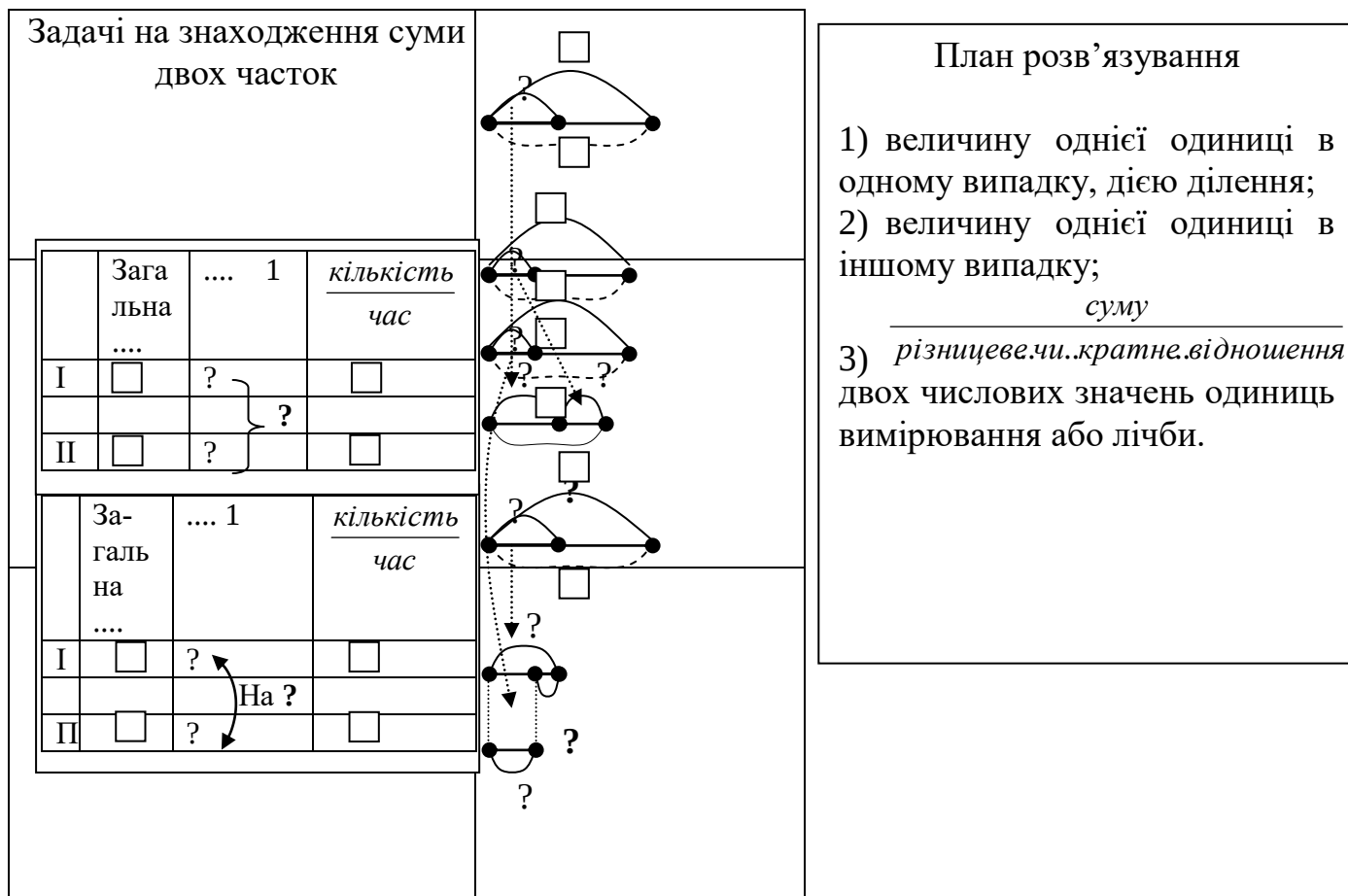
3) шуканим є $\frac{\text{сума}}{\text{різниче.чи.кратне.відношення}}$ значень величин однієї одиниці вимірювання або лічби для обох випадків.

Далі складаємо і розв'язуємо обернені задачі до кожної з трьох задач. Результати узагальнення математичних структур і планів розв'язування задач, обернених до задач на різниче порівняння двох часток, на знаходження загальної величини подано на малюнку 55.

Істотні ознаки задач даних математичних структур:

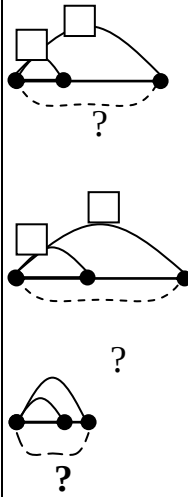
1) для одного з випадків дані значення двох величин: загальної величини та кількості або часу;

2) для іншого випадку дано лише значення кількості або часу, а значення загальної величини є шуканим;



Задачі на кратне порівняння двох часток

	Загальна	 1	кількість час
I	☐	?	☐
		у?	
II	☐	?	☐

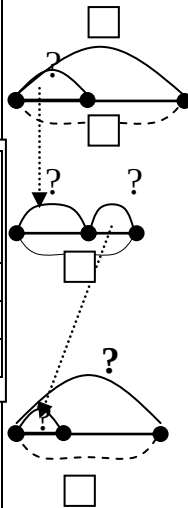


Мал. 54. Опорні схеми та план розв'язування задач на знаходження суми

різницевою чи кратного порівняння двох часток (величин однієї одиниці)

Обернені задачі до задач на знаходження суми двох часток

	Загальна	 1	кількість час
I	☐	?	☐
		}	☐
II	?	?	☐

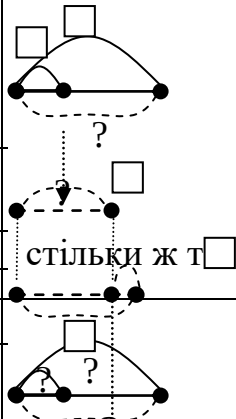


План розв'язування

- 1) Значення величини однієї одиниці в одному випадку;
- 2) Значення величини однієї одиниці в іншому випадку;
- 3) Значення загальної величини, відповімо на запитання задачі.

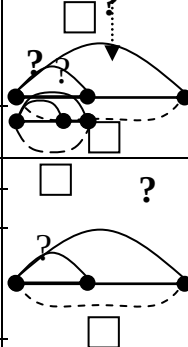
Обернені задачі до задач на різницеве порівняння двох часток

	Загальна	 1	кількість час
I	☐	?	☐
II	?	?, на б.(м.)	☐



Обернені задачі до задач на кратне порівняння двох часток

	Загальна	 1	кількість час
I	☐	?	☐
II	?	?, у р. б.(м.)	☐



Мал. 55. Опорні схеми обернених задач на знаходження суми

різницевою чи кратного порівняння двох часток, в якій шуканою є загальна величина

3) дано значення $\frac{\text{суми}}{\text{різничево\..чи\..кратного\..відношення}}$ відношення значень величини однієї одиниці або вимірювання в обох випадках.

Треба зазначити, що існує можливість подальшого порівняння та узагальнення усіх обернених задач до розглянутих трьох видів задач. Розглянемо їх *спільні істотні ознаки*:

1) для одного з випадків дано значення двох величин: загальної величини та кількості або часу.

2) для другого випадку дано лише одне з значень цих величин, а інше є шуканим.

3) дано значення $\frac{\text{суми}}{\text{різничево\..чи\..кратного\..відношення}}$ значень величини однієї одиниці вимірювання або лічби в обох випадках.

Тому усі вони мають спільний **план розв'язування**:

Першою дією дізнаємося про значення величини однієї одиниці вимірювання або лічби в одному з випадків.

Другою дією дізнаємося про значення величини однієї одиниці вимірювання або лічби в іншому випадку.

Третьою дією відповімо на запитання задачі.

Можна узагальнити *спільні ознаки прямих і обернених задач на знаходження суми або різничево чи кратне порівняння двох часток*:

1) для одного з випадків дано значення двох величин.

2) для другого випадку дано лише одне з значень цих величин, а інше є шуканим або для другого випадку також дані два значення цих величин.

3) дано значення $\frac{\text{суми}}{\text{різничево\..чи\..кратного\..відношення}}$ значень третьої величини або це значення є шуканим.

Такі задачі розв'язуються за планом: першою дією дізнаємося про значення третьої величини в одному з випадків; другою дією дізнаємося про значення третьої величини в іншому випадку; третьою дією відповімо на запитання задачі.

Завдання для самоперевірки:

1. Розкрити зміст підготовчого етапу до ознайомлення першокласників з поняттям „задача”.

2. Розкрити методику ознайомлення першокласників з поняттям „задача” та процесом розв’язування задач.

3. Скласти методику роботи над задачею за пам’яткою №1:

У Миколи було 8 олівців. 3 олівця він подарував сестрі. Скільки олівців залишилось у Миколи?

Вінні-Пух з’їв 8 банок меду, а Карлсон 3. Хто з них з’їв більше банок меду і на скільки?

Фрекен Бок випекла 8 плюшок і 3 пиріжка. Скільки всього плюшок і пиріжків випекла Фрекен Бок?

У вогнища на привалі сиділо 8 хлопчиків, а дівчинок на 3 більше. Скільки дівчинок сиділо біля вогнища на привалі?

У Поліни було 8 шпильок. Скільки шпильок стало у Поліни, після того як мама їй купила ще 3 шпильки?

4. В чому полягає відмінність у роботі над простими задачами в 1-му та 2-му і наступних класах?

5. Скласти методику роботи над простими задачами за пам’яткою №2:

1) Після того, як від сувої відрізали 7 м тканини, то в ньому залишилося 2 м тканини. Скільки метрів тканини було в сувої спочатку?

2) В одному сувої 17 м тканини, а в другому 9 м. У скільки разів тканини менше у другому сувої, ніж в першому?

3) В першому сувої 12 м тканини, а в другому у 2 рази менше. Скільки метрів тканини в другому сувої?

4) У двох сувоях разом залишилося 10 м тканини. Скільки метрів тканини залишилося в другому сувої, якщо в першому сувої залишилося 7 м тканини?

5) Скільки метрів тканини у п’яти однакових сувоях, якщо у кожному по 9 м?

6) У сувої було 27 м тканини. Скільком покупцям відрізали від цієї сувої по 3 м тканини, якщо від сувої нічого не залишилося?

6. Розкрити зміст і методику підготовчої роботи до введення поняття „складена задача”.

7. Розкрити методику ознайомлення учнів 2-го класу з поняттям „складена задача”.

8. Скласти методику роботи над складеними задачами у 2-му класі:

1) У кравчині було в одному сувої 12 м тканини, а у другому 15 м тканини. Вона витратила на пошиття платтів 14 м тканини. Скільки метрів тканини залишилося в кравчині?

2) В перший день майстерня відремонтувала 12 пар взуття, а другого дня на 5 пар менше, ніж першого. Скільки пар взуття відремонтувала майстерня третього дня, якщо у третій день відремонтували на 7 пар більше, ніж у другий день?

3) У Наталки було 26 зошитів. Вона списала 9 зошитів, а потім мама їй купила 12 зошитів. Скільки зошитів стало у Наталки?

4) У шкільну їдальню привезли 8 трилітрових банок соку. На сніданок витратили 22 л соку. Скільки літрів соку залишилося?

5) В магазині 18 кг цукру розсипали у пакети по 2 кг у кожний. До обіду продали 7 пакетів. Скільки пакетів залишилося?

9. Чим відрізняється методика роботи над складеними задачами у наступних класах?

10. Скласти методику роботи над задачами:

1) Трьом покупцям від сувої відрізали по 9 м тканини, після чого в ньому залишилося 27 м. Скільки метрів тканини було в сувої?

2) Садівники посадили 80 дерев. 44 дерева вони посадили уздовж тротуару, а решту – в парку, в 4 ряди, порівну в кожному. Скільки дерев було в кожному ряду?

3) У хлопчика 5 монет по 3 копійки і 4 монети по 5 копійок. Скільки всього копійок у хлопчика?

4) У їдальню завезли картоплю, буряки і моркву, всього 990 кг. Моркви було 80 кг, буряків 420 кг. На скільки кілограмів більше завезли картоплі, ніж буряків?

5) Один оператор за 8 год набирає на комп'ютері 32 сторінки тексту. Інший оператор за цей самий час набирає 40 сторінок. Який оператор набере за 1 год. більше сторінок і на скільки?

6) У магазин привезли 3 сувої шовку, по 18 м у кожному, і 2 однакових сувої сатину. Разом шовку і сатину привезли 104 м. Скільки метрів сатину в одному сувої?

11. Визначити істотні ознаки задач на знаходження суми двох добутоків. За яким узагальненим планом вони розв'язуються?

12. Визначити істотні ознаки обернених задач на знаходження суми двох добутоків. За яким узагальненим планом вони розв'язуються?

13. Визначити істотні ознаки задач на різницеве порівняння двох добутоків. За яким узагальненим планом вони розв'язуються?

14. Визначити істотні ознаки обернених задач на різницеве порівняння двох добутоків. За яким узагальненим планом вони розв'язуються?

МЕТОДИЧНИЙ БЛОК ДИСЦИПЛІНИ

ПЛАНІ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ ТА ЗАВДАННЯ ДО НИХ

Тема 1. Методика формування вмінь розв'язування простих задач в 1-му класі.

1. Підготувати доповіді з прикладами завдань до наступних тем :

- Зміст і методика підготовчого етапу до введення поняття про задачу.
- Методика ознайомлення першокласників з поняттям «задача».
- Методика формування поняття про задачу та процес її розв'язування.

2. Розробіть методику роботи над окремими видами простих задач 1-го класу:

- задачі на знаходження суми;
- задачі на знаходження різниці;
- задачі на знаходження невідомого доданка;
- задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць;
- задачі на різницеве порівняння;
- задачі на знаходження невідомого зменшуваного;
- задачі на знаходження невідомого від'ємника.

3. Сплануйте систему завдань щодо навчання учнів складання короткого запису задачі.

4. Змодельуйте фрагмент уроку щодо ознайомлення учнів із поняттям про обернену задачу.

Тема 2. Методика формування вмінь розв'язування простих задач в 2-му класі.

1. Розробіть методику роботи над простими задачами в 2-му класі:

- Задачі на знаходження суми трьох доданків.
- Задачі на знаходження третього числа по сумі двох даних чисел.
- Задачі на конкретний зміст дії множення.
- Задачі на конкретний зміст дії ділення.
- Задачі на кратне порівняння.
- Задачі на збільшення або зменшення числа у кілька разів.

2. Розробіть і обґрунтуйте диференційовану роботу на уроці над простими задачами (вид задачі обирайте самостійно).

Тема 3. Методика ознайомлення з поняттям «складена задача».

Методика формування вмінь розв'язування складених задач в 2-му класі.

1. Підготуйте доповіді, що включають фрагменти уроків з прикладами завдань з коментуванням:

- 1) Зміст і методика підготовчої роботи до введення задач на дві дії:
 - Постановка запитання до даної умови;
 - Складання задачі за виразом;

- Розв'язання двох послідовних простих задач;
- Задачі із зайвими числовими даними;
- Задачі з числовими даними, яких бракує.
- Задачі з двома запитаннями;

2) Ознайомлення із поняттям складена задача та процесом її розв'язування.

3). Формування поняття про складену задачу:

- Підведення під поняття „складена задача”;
- Виведення наслідків з того, що задача складена.

2. Розробіть методику роботи над окремими видами складених задач 2-го класу.

3. Змодельуйте декілька фрагменти уроків до наступних тем:

- Розв'язування задач двома способами;
- Навчання запису розв'язання виразом;
- Складання та розв'язування обернених задач

Тема 4. «Методика формування поняття про частини величини. Методика формування вмінь розв'язування задач, що містять частини»

1. Розробіть фрагмент уроку щодо навчання учнів окремих питань теми, підготувати необхідний дидактичний матеріал, презентацію, скласти методику роботи над цими завданнями:

- Практична робота із одержання частин величини.
- Порівняння частин.
- Знаходження частини від числа.
- Знаходження числа за величиною його частини.

2. Розробіть методику роботи над окремими видами складених задач, що містять частини: задачі, що містять знаходження частини від відомого числа; задачі, що містять знаходження частини від невідомого числа (3 клас)

Тема 5. «Методика формування поняття про дробі . Методика формування вмінь розв'язування задач, що містять дробі»

1. Розробіть фрагмент уроку щодо навчання учнів окремих питань теми, підготувати необхідний дидактичний матеріал, презентацію, скласти методику роботи над цими завданнями:

- Одержання дробів.
- Читання та запис дробів.
- Порівняння дробів з однаковими знаменниками або однаковими чисельниками.
- Знаходження дроби від числа.
- Знаходження числа за величиною його дроби.
- Знаходження дроби, який одне число становить від іншого.

2. Розробіть методику роботи над окремими видами складених задач, що містять дробі: на знаходження дроби від відомого числа; на знаходження дроби від невідомого числа (4 клас)

Тема 6. «Методика формування вмінь розв'язування простих задач в 3-му та 4-му класі»

1. Розробіть фрагмент уроку щодо навчання учнів окремих питань теми, підготувати необхідний дидактичний матеріал, презентацію, скласти методику роботи над цими завданнями:

- Задачі, що містять три взаємопов'язані величини: загальна довжина, довжина одного відрізу, кількість відрізів;
- Задачі, що містять три взаємопов'язані величини: загальна маса, маса одного предмета, кількість предметів;
- Задачі, що містять три взаємопов'язані величини: загальний об'єм, об'єм однієї посудини, кількість посудин;
- Задачі, що містять три взаємопов'язані величини: вартість, ціна, кількість,
- Задачі, що містять три взаємопов'язані величини: загальний виробіток, продуктивність праці, час роботи;
- Задачі, що містять три взаємопов'язані величини: швидкість, відстань та час.
- Задачі на обчислення площі прямокутника та квадрата та обернені до них.

Тема 7. «Методика формування вмінь розв'язування складених задач в 3-му класі»,

1. Розробіть фрагмент уроку щодо навчання учнів окремих питань теми, підготувати необхідний дидактичний матеріал, презентацію, скласти методику роботи над цими завданнями:

- Задачі на знаходження суми двох добутків та обернені до них.
- Задачі на знаходження різницевого порівняння двох добутків та обернені до них.
- Задачі на знаходження кратного порівняння двох добутків та обернені до них.

Тема 8. «Методика формування вмінь розв'язування складених задач в 4-му класі»

1. Розробіть фрагмент уроку щодо навчання учнів окремих питань теми, підготувати необхідний дидактичний матеріал, презентацію, скласти методику роботи над цими завданнями:

- Задачі на знаходження четвертого пропорційного.
- Задачі на подвійне зведення до одиниці.
- Задачі на пропорційне ділення.
- Задачі на знаходження невідомих за двома різницями.
- Задачі на спільну роботу.
- Задачі на одночасний рух в різних та в одному напрямку.

САМОСТІЙНА РОБОТА ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ

1. Побудова початкового курсу математики. Цілі і завдання навчання математики в початковій школі. Організація навчання математики в початковій школі. Сучасні навчальні технології у навчанні математики в початковій школі. *Проаналізувати мету та очікуванні результати математичної освітньої галузі. Порівняйте змістові лінії за Типовими освітніми програмами НУШ 1 і НУШ 2.*
2. Сучасний урок математики в початковій школі. *Скласти пам'ятку «Підготовка вчителя до уроку математики».*
3. Методика актуалізації та систематизації знань першокласників на початку навчального року. *Дослідити різні методичні підходи до вивчення окремих питань підготовчого (дочислового) періоду;*
4. Методика навчання нумерації чисел першого десятку. *Дослідити різні методичні підходи до формування понять натурального числа та нуля; методику написання цифр.*
5. Методика формування обчислювальних навичок додавання і віднімання в межах 10. *Визначити особливості проведення уроків з вивчення теми «Додавання та віднімання в межах. 10» за різними методичними системами .*
6. Методика навчання нумерації чисел першої сотні. *Розробити різні варіанти математичних диктантів з теми «Нумерація чисел 21–100»*
7. Методика формування обчислювальних навичок додавання і віднімання в межах 100. *Визначити особливості проведення уроків з вивчення теми «Додавання та віднімання в межах 100 з переходом через десяток» за різними методичними системами .*
8. Методика формування обчислювальних навичок табличного множення та ділення. *Дослідити різні методичні підходи щодо ознайомлення учнів з арифметичними діями множення та ділення.*
9. Загальні питання методики навчання розв'язування задач в початковій школі. *Розкрити зміст кожного з етапів процесу розв'язування як простої, так і складеної сюжетної задачі.*
10. Методика формування вмінь розв'язування простих задач в 1-му класі. *Дослідити різні методичні підходи до ознайомлення учнів з поняттям «задача»*
11. Методика формування вмінь розв'язування простих задач в 2-му класі. *Розробити методику роботи над простими задачами 2 класу за пам'яткою №2 (на вибір).*
12. Методика ознайомлення з поняттям «складена задача». Методика формування вмінь розв'язування складених задач в 2-му класі. *Дослідити різні методичні підходи до ознайомлення учнів з поняттям «складена задача».*

- 13.Методика формування поняття про частини величини. Методика формування вмінь розв'язування задач, що містять частини. *Розробити методику роботи над складеними задачами, що містять частини для 3-го класу за пам'яткою №3 (на вибір).*
- 14.Методика формування поняття про дроби . Методика формування вмінь розв'язування задач, що містять дроби. *Розробити методику роботи над складеними задачами, що містять частини для 3-го класу за пам'яткою №3 (на вибір).*
- 15.Методика навчання нумерації чисел в межах 1000. *Розкрити відмінності між усною та письмовою нумерації чисел в межах 1000, навести приклади завдань.*
- 16.Методика формування обчислювальних навичок додавання і віднімання в межах 1000. *Визначити систему усних прийомів обчислення та методику ознайомлення молодших школярів із письмовим прийомом додавання та віднімання трицифрових чисел.*
- 17.Методика формування обчислювальних навичок позатабличного множення та ділення. *Дослідити послідовність вивчення прийомів позатабличного множення та ділення у 3-му класі.*
- 18.Методика навчання нумерації багатоцифрових чисел. *Дослідити особливості різних методичних підходів до вивчення нумерації багатоцифрових чисел.*
- 19.Методика формування обчислювальних навичок додавання і віднімання, множення і ділення у межах багатоцифрових чисел. *Проаналізувати методику ознайомлення учнів 4-го класу із письмовим множенням та діленням на одно-, дво- і трицифрові числа, виявити можливі труднощі.*
- 20.Методика формування вмінь розв'язування простих задач в 3-му та 4-му класі. *Розробити методику роботи над простими задачами 3 або 4 класу за пам'яткою №2 (на вибір).*
- 21.Методика формування вмінь розв'язування складених задач в 3-му класі. *Розробити методику роботи над складеними задачами 3 класу за пам'яткою №3 (на вибір).*
- 22.Методика формування вмінь розв'язування складених задач в 4-му класі. *Розробити методику роботи над складеними задачами 3 класу за пам'яткою №3 (на вибір).*
- 23.Методика алгебраїчної пропедевтики в початковій школі. *Визначити послідовність вивчення алгебраїчного матеріалу з 1 по 4 клас за одним із підручників математики, рекомендованого МОН.*
- 24.Методика геометричної пропедевтики в початковій школі. *Визначити послідовність вивчення алгебраїчного матеріалу з 1 по 4 клас за одним із підручників математики, рекомендованого МОН.*
- 25.Методика навчання основних величин: довжини, маси, об'єму; площі фігури; часу та його вимірювання. *Визначити послідовність вивчення однієї з величин (на вибір) з 1 по 4 клас за одним із підручників математики, рекомендованого МОН.*

КРИТЕРІЇ ТА ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ

Критерії оцінювання за різними видами роботи

Вид роботи	Бали	Критерії
Практичні завдання	0 балів	Здобувач відтворює незначну частину навчального матеріалу, має поверхові уявлення про предмет вивчення, неаргументовано висловлює думку. Використовує необхідні інформаційно-методичні матеріали, виконує практичне завдання за умови сторонньої допомоги.
	1 бал	Знання здобувача є достатньо повними, він самостійно застосовує відповідний навчальний матеріал, виконуючи практичні завдання; аналізує, робить висновки. Відповідь повна, логічна, обґрунтована, але припускається неточностей. Здобувач самостійно використовує необхідні інформаційно-методичні матеріали виконуючи практичні завдання. Виконане завдання у цілому відповідає вимогам, хоча має незначні огріхи.
	2 бали	Здобувач володіє міцними знаннями, оперує ними при виконанні практичних завдань. Самостійно використовує необхідні інформаційно-методичні матеріали виконуючи практичне завдання. Не припускається помилок при його виконанні. Здобувач виступає експертом практичного завдання, що виконали однокурсники.
Самостійна робота	0 балів	Здобувач розпізнає деякі об'єкти вивчення та визначає їх на побутовому рівні, може описувати деякі об'єкти вивчення; має фрагментарні уявлення з предмета вивчення; виконує елементарні прийоми практичних завдань.
	1 бал	Здобувач знає окремі факти, що стосуються навчального матеріалу; виявляє здатність елементарно висловлювати думку; самостійно та за допомогою викладача може виконувати частину практичних завдань; знає послідовність виконання завдання; практичні завдання містять багато суттєвих відхилень від установлених вимог, при їх виконанні потребує систематичної допомоги викладача.
	2 бали	Здобувач самостійно і логічно відтворює фактичний і теоретичний матеріал та наводить приклади; володіє навчальним матеріалом і використовує набуті знання, уміння у стандартних ситуаціях; самостійно виконує практичні завдання відповідно до методичних рекомендацій; практичні завдання мають окремі помилки; користується необхідними навчально-методичними матеріалами.
	3 бали	Здобувач володіє глибокими знаннями, демонструє відповідні компетентності, використовує їх у нестандартних ситуаціях, самостійно працює з інформацією у відповідності до поставлених завдань; систематизує та узагальнює навчальний матеріал; самостійно користується додатковими джерелами інформації; без помилок виконує та аналізує практичні завдання.
Контрольна робота	0-1	Здобувач не менше ніж на 50% контрольних завдань надав правильну відповідь
	2-4	Здобувач на 51% - 70% контрольних завдань надав правильну відповідь
	5-7	Здобувач на 71% - 90% контрольних завдань надав правильну відповідь
	8-10	Здобувач на 91% - 100% контрольних завдань надав правильну відповідь

Індивідуальне навчально-дослідне завдання (доповідь)	0	Завдання не виконано
	1 – 3	Доповідь має компелятивний характер; висловлювання не відповідає (за змістом і формою) вимогам. Презентацію виконано формально, стандартним стилем, без творчості. Захист невпевнений.
	4 – 6	Зміст доповіді відповідає заявленій темі, проте тема розкрита частково. Наведені дані і факти обґрунтовують чи ілюструють сформульовані тези частково (не більше 3 зауважень). Достовірність інформації у доповіді має зауваження щодо двох вимог з трьох (точності, обґрунтованості, наявності посилань на джерела первинної інформації). Робота характеризується змістовою цілісністю, зв'язністю і послідовністю викладу, допущено не більше 1 логічної помилки. Композиційна структура промови витримана. Недоліки спостерігаються під час аргументації основних положень, встановленні причинно-наслідкових зв'язків. Здобувач переважно дотримується лексичних, граматичних, стилістичних норм усного мовлення, проте припускається помилок різного характеру. Здобувач почуває себе скуто, невпевнено і напружено. Ефективність промови невисока через відсутність контакту з аудиторією, недоцільне використання прийомів зацікавлення і утримання уваги слухачів, добір недостатньої кількості аргументів, небагатий арсенал лінгвістичних та екстралінгвістичних засобів. Мультимедійна презентація значною мірою не відповідає вимогам: відсутній титульний слайд, список використаних джерел, відсутнє логічне завершення презентації у вигляді висновків, змістовного узагальнення. Створено так званий «реферат з малюнками», тобто використано слайди з текстовою інформацією, переписаною з підручників, посібників, інтернету, замість формулювання тез чи ключових, опорних слів та фраз. Порушення вимог щодо дизайну презентації: відсутність стильової єдності в оформленні всіх слайдів презентації; невідповідність кольору фону та тексту; невдалий вибір кольорової гами, використання в дизайні більше 3-х базових кольорів; використання шрифтів, що утруднюють сприйняття тексту; відсутність відступів від краю слайду (поля). Наявність граматичних помилок.
	7 – 9	Зміст доповіді відповідає заявленій темі, проте тема розкрита не повно / наявні фрагменти, які не відповідають темі. Наведені дані і факти обґрунтовують чи ілюструють сформульовані тези частково (не більше 2 зауважень). Достовірність інформації у доповіді має зауваження щодо однієї з вимог (точності, обґрунтованості, наявності посилань на джерела первинної інформації). Здобувач демонструє сформованість умінь і навичок правильного (не більше 2 помилок) і переконливого мовлення, володіє навичками доцільної побудови промови, аргументованого доведення тез, проте відтворює завчений текст, не враховуючи особливості усного мовлення, обмежено послуговується ораторськими прийомами зацікавлення і утримання уваги слухачів, втрачає контакт з аудиторією. Засоби виразності використовуються не завжди доцільно. Під час виступу здобувач почувається достатньо впевнено. Не дотримано всіх вимог до створення мультимедійної презентації: спостерігається незначна інформаційна надмірність тексту презентації, чи/та перевантаженість ілюстративним матеріалом. Ілюстрації та графічні елементи органічно доповнюють текст, проте є незначні недоліки дизайну презентації.

	10	Зміст доповіді відповідає заявленій темі. Здобувач глибоко, повно й обґрунтовано розглядає предмет дослідження, посилається на джерела первинної інформації, подає узагальнення альтернативних теоретичних підходів в межах досліджуваної проблеми. Наведені дані й факти адекватно обґрунтовують чи ілюструють тези доповіді. Текст характеризується цілісністю та композиційною грамотністю. Використано достатній обсяг високоякісних інформаційних джерел. Здобувач демонструє вміння будувати розгорнутий монолог з фахової проблематики, логічно, правильно, точно, етично й емоційно висловлювати думку відповідно до змісту, умов комунікації й адресата, застосовуючи основні закони риторики і прагнучи при цьому виробити індивідуальний стиль. Студент володіє технікою і культурою мовлення, демонструє слухачам процес зародження і розвитку думки, використовує цитування, прийоми драматизації виступу, вдало імпровізує. Доповідь викликала велике зацікавлення й жваве обговорення у студентському середовищі, наявні позитивні коментарі. Навчальна презентація виконана з дотриманням усіх вимог: наявні усі структурні елементи; інформацію ретельно структуровано, представлено лаконічно, максимально інформативно, дотримано принципів науковості, послідовності у відборі текстового матеріалу; гармонійний дизайн; дотримано правил використання шрифтів, кольорового поєднання, стильової єдності оформлення; ілюстрації відповідають змісту презентації; дотримано норм літературної мови. Презентація вповні ілюструє й унаочнює доповідь.
--	----	---

Критерії оцінювання підсумкового контролю (залік)

Для навчальної дисципліни «Методика навчання математики» за навчальним планом у 6 семестрі передбачено підсумковий контроль у формі заліку. Кількість балів, необхідних для заліку (не менше 60), студент отримує під час участі у практичних заняттях, виконання всіх видів самостійної роботи

Критерії оцінювання підсумкового контролю (екзамен)

Для навчальної дисципліни «Методика навчання математики» навчальним планом у 7 семестрі передбачено підсумковий контроль у формі екзамену, відводиться 20 балів. Здобувач може скласти екзамен, якщо кількість отриманих впродовж вивчення дисципліни балів не менше 40. Оцінка за екзамен не може бути меншою за кількість накопичених ним балів. Накопичені здобувачем бали під час вивчення навчальної дисципліни не анулюються, а сумуються.

Бали	Критерії
0 балів	Відповіді на запитання відсутні.
1-5 балів	Відповіді на запитання неповні, невпевнені. Практично зорієнтовані завдання розв'язані частково, наявні грубі помилки.
6-10 балів	Здобувач повною мірою не володіє необхідною термінологією, утруднюється при формулюванні висновків. Завдання розв'язані частково.
11-15 балів	Відповіді на запитання загалом правильні, проте наявні окремі помилки. Здобувач намагається робити висновки. Практично зорієнтовані завдання розв'язані частково з незначними недоліками.

16-20 балів	Здобувач володіє навчальним матеріалом, уміє розмірковувати, робити власні висновки. Відповіді на запитання повні, обґрунтовані, логічно побудовані, практичні завдання розв'язані правильно.
-------------	---

Критерії оцінювання за всіма видами контролю

Сума балів	Критерії оцінки
Відмінно (90 – 100 A)	Здобувач вільно володіє навчальним матеріалом і науково-понятійним апаратом методики навчання математики в початковій школі як науки на підставі вивченої основної та додаткової літератури, аналізу інформації з різних джерел, використовуючи для цього сучасні інформаційно-комунікативні технології. Має міцні знання про: нормативні документи, які регламентують навчання математики в початковій школі, про варіативні методичні системи, що реалізовані у чинних підручниках, знання методики формування певних математичних уявлень і понять, формування певних математичних вмінь та навичок; основні принципи, прийоми, методи і форми організації навчання математики; контролю та оцінювання навчальної діяльності учнів початкової школи. Творчо вирішує типові методичні проблеми, пов'язані з професійною діяльністю вчителя початкової школи на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу. Вміє аналізувати, моделювати уроки математики в початковій школі, скласти календарний план і володіє термінологією за фахом. Здобувач проявляє здатність навчатися й оволодівати сучасними знаннями; здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел; вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми; здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово; здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів); здатність виявляти навички міжособистісної взаємодії; здатність до використання інформаційних і комунікаційних технологій.
Добре (82-89 B)	Здобувач володіє навчальним матеріалом і основними науково-понятійними категоріями методики навчання математики в початковій школі як науки на підставі вивченої основної та додаткової літератури, аналізу інформації з різних джерел, використовуючи для цього сучасні інформаційно-комунікативні технології. Має знання про: нормативні документи, які регламентують навчання математики в початковій школі, про варіативні методичні системи, що реалізовані у чинних підручниках, знання методики формування певних математичних уявлень і понять, формування певних математичних вмінь та навичок; основні принципи, прийоми, методи і форми організації навчання математики; контролю та оцінювання навчальної діяльності учнів початкової школи. Вирішує типові методичні проблеми, пов'язані з професійною діяльністю вчителя початкової школи у навчанні учнів математики на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу. Вміє аналізувати, моделювати уроки математики в початковій школі, скласти календарний план. Володіє термінологією за фахом. Здобувач демонструє здатність навчатися й оволодівати сучасними знаннями; здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел; вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми; здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово; здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів); здатність виявляти навички міжособистісної взаємодії; здатність до використання інформаційних і комунікаційних технологій.
Добре (74-81 C)	Здобувач володіє певним обсягом навчального матеріалу і основними науково-понятійними категоріями методики навчання математики у початковій школі як науки на підставі вивченої основної та додаткової літератури, аналізу інформації з різних джерел, використовуючи для цього сучасні інформаційно-комунікативні технології. Здатний аналізувати навчальний матеріал, але не має достатніх знань

	та вмінь для формулювання висновків, допускає несуттєві неточності. Має достатні знання про: нормативні документи, які регламентують навчання математики в початковій школі, про варіативні методичні системи, що реалізовані у чинних підручниках, знання методики формування певних математичних уявлень і понять, формування певних математичних вмінь та навичок; основні принципи, прийоми, методи і форми організації навчання математики; контролю та оцінювання навчальної діяльності учнів початкової школи. Вирішує типові методичні проблеми, пов'язані з професійною діяльністю вчителя початкової школи у навчанні учнів математики, але розв'язання не повне, не досконале. Аналіз уроки математики не вирізняється повнотою; при моделюванні уроків математики не використовує ефективні методи, форми й засоби навчання; студент складає календарний план і володіє термінологією за фахом. Здобувач не в повній мірі проявляє здатність навчатися й оволодівати сучасними знаннями; здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел; однак на достатньому рівні демонструє вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми; здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово; здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів); здатність виявляти навички міжособистісної взаємодії; здатність до використання інформаційних і комунікаційних технологій.
Задовільно (64-73 D)	Здобувач частково володіє навчальним матеріалом і основними науково-понятійними категоріями методики навчання математики в початковій школі. Має задовільні знання про: нормативні документи, які регламентують навчання математики в початковій школі, про варіативні методичні системи, що реалізовані у чинних підручниках, знання методики формування певних математичних уявлень і понять, формування певних математичних вмінь та навичок; основні принципи, прийоми, методи і форми організації навчання математики; контролю та оцінювання навчальної діяльності учнів початкової школи. Допускає помилки при вирішенні типових методичних проблем, пов'язаних з професійною діяльністю вчителя початкової школи у навчанні математики. Аналіз уроків математики вирізняється поверховістю, при моделюванні уроків математики в початковій школі використовує окремі шаблони, не реалізує взаємозв'язків елементів змісту. Демонструє вміння складати календарне планування і використання термінології за фахом на задовільному рівні. Здобувач частково проявляє здатність навчатися й оволодівати сучасними знаннями; здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел; вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми; здатність до використання інформаційних і комунікаційних технологій, однак на достатньому рівні демонструє здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово; здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів); здатність виявляти навички міжособистісної взаємодії.
Задовільно (60-63 E)	Здобувач має епізодичні знання про основні науково-понятійні категорії методики навчання математики в початковій школі. Допускає помилки при вирішенні типових методичних проблем, пов'язаних з професійною діяльністю вчителя початкової школи у навчанні математики. Утруднюється в аналізі, моделюванні уроків математики в початковій школі. Лише в окремих випадках демонструє вміння планування вивчення учнями навчального змісту. Допускає помилки при використанні термінології за фахом. Здобувач лише в окремих випадках проявляє здатність навчатися й оволодівати сучасними знаннями; здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел; вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми; здатність до використання інформаційних і комунікаційних технологій, однак на достатньому рівні демонструє здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і

	письмово; здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів); здатність виявляти навички міжособистісної взаємодії.
Незадовільно (35-59 FX)	Здобувач не володіє навчальним матеріалом, не демонструє знання про методiku навчання математики у початковій школі; не може визначити основні принципи, методи і форми організації навчання математики. Не демонструє навичок пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел. Не вміє правильно обирати методи і прийоми навчання математики відповідно до методичної ситуації. Не вміє працювати з документацією професійного характеру і не володіє термінологією за фахом. Здобувач не проявляє здатність навчатися й оволодівати сучасними знаннями; здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел; вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми; здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово; здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів); здатність виявляти навички міжособистісної взаємодії; здатність до використання інформаційних і комунікаційних технологій. Здобувач допускається до повторного складання заліку

Засоби діагностування результатів навчання

Оцінювання: індивідуальне усне опитування, контрольні роботи, тестування, перевірка виконання практичних завдань, презентація результатів самостійної роботи, колективна співбесіда, залік, екзамен.

Демонстрування результатів навчання: дискусія, усні доповіді, робота в команді, рольова гра, тренінг, презентація результатів самостійної роботи.

Шкала оцінювання за всіма видами контролю (залік):

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
90–100	A	зараховано
82–89	B	зараховано
74–81	C	
64–73	D	
60–63	E	зараховано
35–59	FX	незараховано з можливістю повторного складання
0–34	F	незараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

Шкала оцінювання за всіма видами контролю (екзамен):

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
90–100	A	відмінно
82–89	B	добре
74–81	C	
64–73	D	
60–63	E	задовільно
35–59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання
0–34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

Методи навчання

У процесі викладання навчальної дисципліни для організації та активізації навчально-пізнавальної діяльності магістрантів передбачено застосування активних і інтерактивних освітніх методів, серед яких: проблемна лекція, лекція-презентація, робота в малих групах, робота з довідковими, інформаційно-методичними джерелами, практично зорієнтовані вправи, презентація результатів виконаних практичних завдань.

Методичне забезпечення

Робоча програма навчальної дисципліни «Методика навчання математики», силабус, плани-конспекти лекцій, мультимедійні презентації лекцій, лекції зі звуковим коментарем, відеозаписи вебінарів, рекомендована література та інформаційні ресурси, матеріали для проведення контрольних робіт.

Забезпечення навчання осіб з особливими освітніми потребами

Метою інклюзивного навчання в Університеті Ушинського є забезпечення рівного доступу до якісної освіти особам з особливими освітніми потребами шляхом організації їхнього навчання на основі застосування особистісно-орієнтованих методів навчання з урахуванням їх індивідуальних особливостей.

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. Скворцова С.О., Онопрієнко О.В. Нова українська школа: методика навчання математики у 1–2 класах закладів загальної середньої освіти на засадах інтегративного і компетентнісного підходів: навч.-метод. посіб. Харків: Вид-во «Ранок», 2019. 352 с.
2. Скворцова С. О. Нова українська школа: методика навчання математики у 3–4 класах закладів загальної середньої освіти на засадах інтегративного і компетентнісного підходів: навч.-метод. посіб. Харків: Вид-во «Ранок», 2020. 320 с.
3. Гаєвець Я. С. Методичні рекомендації для практичних занять та самостійної роботи студентів з навчальної дисципліни «Методика викладання математичної освітньої галузі» Частина I (3 курс) для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 013 Початкова освіта денної та заочної форм навчання. Одеса: Університет Ушинського, 2022. 29 с.

Допоміжна література

1. Гаєвець Я.С. Математична компетентність здобувачів початкової освіти. Актуальні питання природничо-математичної освіти: збірник наукових праць. Суми, 2022. Випуск 2 (20). С. 83–88.
2. Гаєвець Я.С. Наступність між дошкільною і початковою освітою: нормативно-правовий аспект. Педагогіка партнерства в умовах модернізації дошкільної освіти: теорія та практика: збірник тез Всеукраїнської науково-практичної конференції (23 листопада 2021 р., м. Одеса). Умань: Візаві, 2021. С. 105-111.
3. Гаєвець Я.С. Формування математичної компетентності молодших школярів в умовах Нової української школи. Педагогічна наука і освіта у сучасному вимірі: проблеми та перспективи розвитку: Матеріали IV Всеукраїнської науково-практичної конференції (20 травня 2022 р.) / за заг.ред. В. В. Ягоднікової. Одеса: видавець Букаєв Вадим Вікторович, 2022. С. 138-141.
4. Державний стандарт початкової загальної освіти. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/688-2019-%D0%BF#Text>
5. Концепція реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа (НУШ)» на період до 2029 роки. URL: <https://www.kmu.gov.ua/ua/npas/249613934>
6. Підручники математики для 1 – 4 класів. URL: <https://imzo.gov.ua/pidruchniki/elektronni-versiyi-pidruchnikiv/>
7. Професійний стандарт “Вчитель початкових класів”. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v1143732-18>
8. Скворцова С.О. Навчання математики в початковій школі за концепцією НУШ. Діяльнісний підхід у початковій освіті в реаліях сьогодення: виклики та перспективи освітньої реформи : матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. Черкаси : Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького, 2024. 229 с. С.162-165 .(0,21 друк арк.)

<https://drive.google.com/file/d/1wgHh7RFnabNwNeLqz5dGesTLYK3rBN4J/view>

9. Скворцова С.О. Навчання математики з точки зору вікових особливостей когнітивних процесів молодших школярів. Науковий вісник Миколаївського національного університету імені В.О. Сухомлинського. Педагогічні науки: збірник наукових праць / за ред. проф. Т. Степанової. №2 (57), Миколаїв: МНУ імені В.О. Сухомлинського, 2017. С. 423-431.

10. Скворцова С.О., Гаєвець Я.С. Нормативні засади навчання математики у початковій школі за концепцією НУШ. Науково-методичні засади формування математичної компетентності здобувачів середньої освіти: монографія / ДЗ «ПНПУ ім. К. Ушинського»; за ред. К. В. Недялкової. Одеса: Видавець ФОП Бойчук, 2021. С. 11 – 38.

11. Скворцова С.О., Онопрієнко О.В. Освітня програма «Методика формування математичної компетентності учнів початкової школи» як ресурс професійного розвитку вчителів. NEW INCEPTION : науковий журнал / Національний університет «Чернігівський колегіум» імені Т. Г. Шевченка ; голов. ред. С. І. Стрілець. – Чернігів, 2024. – № 1-2 (15-16) С. 13-26. <https://newinception.com.ua/index.php/newinception/issue/current>

12. Скворцова С.О., Онопрієнко О.В., Бріцкан Т.Г. Навчання математики в початковій школі з урахуванням особливостей дітей цифрового покоління. Проблеми сучасного підручника : зб. наук. праць / ред. кол.; голов. ред. О.М.Топузов. К.: Педагогічна думка, 2020. Вип. 25. С. 160 – 181.

13. Скворцова, С., & Гаєвець, Я. (2025). Організаційно-педагогічні умови підготовки майбутніх учителів до навчання учнів математики. NEW INCEPTION: науковий журнал / Національний університет «Чернігівський колегіум» імені Т. Г. Шевченка ; голов. ред. С. І. Стрілець. – Чернігів, 2025. – № 1-2 (19-20). – С. 13-34.

14. Типові освітні програми. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-pochatkovoyi-shkoli>

Інформаційні ресурси в інтернеті

1. Офіційний сайт Міністерства науки і освіти: <http://www.mon.gov.ua>

2. Бібліотека ПНПУ ім. К.Д.Ушинського: <http://dspace.pdpu.edu.ua/>.

3. Електронна бібліотека НАПН України: <http://lib.iitta.gov.ua/>

4. Наукова електронна бібліотека: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>

Освітній портал «Освіта.UA»: <http://osvita.ua>

Освітній портал zmist.op.ua: https://zmist.op.ua/courses/internet-resursi-dlya-stvorenniya-navchalnogo-ta-igrovogo-kontentu-z-matematiki/?fbclid=IwAR1pZPkWeBK9-FDUOjvFb_U4KyQ63fpFGv5Qtg_we6HHLaEie4-V0f_BqFc

«Освітній портал» - все про освіту України: <http://www.osvita.org.ua>

Українська педагогіка: <http://ukped.com>

Портал освітян України «Педрада»: <http://pedrada.com.ua>

5. Сайт Міністерства освіти та науки України з новими правовими документами, які регламентують діяльність сучасної національної школи

<https://www.ed-era.com/>

ДОДАТКИ

Додаток А

Приклади роботи над задачами

1. Біля ставка росло 9 верб, 2 осики, а вільх стільки, скільки верб і осик разом. Скільки вільх росло біля ставка?

I. Ознайомлення з умовою задачі. Аналіз умови.

Прочитай задачу та уяви, про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається про верби, осики і вільхи. Росло 9 верб, 2 осики, а вільх стільки, скільки верб і осик разом. Запитується: скільки росло вільх?)

Розкажи задачу. Розкажи умову. Розкажи запитання. Виділи числові дані. Що вони означають? (Число 9 означає, що росло 9 верб; число 2 означає росло 2 осики). Яке число є шуканим? (Шуканим є число вільх).

Виділи ключові слова та склади короткий запис задачі. (Ключові слова: верби, осики, вільхи.) Запишемо ключові слова у стовпчик. Чи відомо нам, скільки росло верб? (Відомо – 9). Запишемо це поряд з словом “Верб”. Чи знаємо ми із умови, скільки росло осик? (Знаємо – 2). Запишемо це поряд з словом “Осики”. Чи відомо, скільки було вільх? (Ні не відомо). А що нам відомо із умови задачі про вільхи? (Вільх було стільки, скільки верб і осик разом). Як це позначимо у короткому запису? Якщо говориться “разом”, то ми це позначаємо фігурною дужкою, тобто те що стосується верб і осик ми повинні об’єднати фігурною дужкою, і посередині записати що це число дорівнює числу вільх. Тому короткий запис буде такий:

Верб – 9 шт.	} Вільх – ?	- За коротким записом поясни числові дані задачі та запитання. Що позначає число 9? (Число 9 позначає, скільки росло верб).
Осики – 2 шт.		

Що позначає число 2? (Число 2 позначає, скільки росло осик). Що позначає фігурна дужка? (Фігурна дужка позначає, що вільх стільки, скільки верб і осик разом). Яке запитання задачі? (Скільки росло вільх?)

- Яким співвідношенням пов’язані числа в задачі? (Тут є слово-ознака „всього”, тому тут задано співвідношення об’єднання частин у ціле – співвідношення додавання. Проміжним невідомим є сума, яку знаходять дією додавання. Крім того, вільх стільки, скільки верб і осик разом, тому тут є ще співвідношення рівності).

- Зробимо схематичний малюнок. Скільки верб росло біля ставка? Як показати, що біля ставка росло 9 верб?



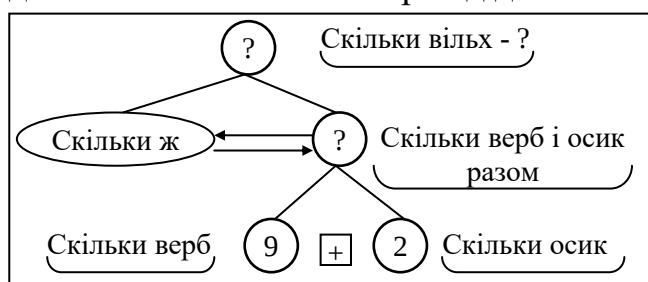
Скільки осикросло? Як це показати: треба об'єднувати чи виключати? Скільки вільхросло біля ставка? (Стільки ж, скільки верб і осик разом). Як це показати на схемі? (Треба нижче накреслити

відрізок такої ж довжини, що й відрізок, який показує скільки верб і осик разом).

II. Пошук розв'язування задачі

Повтори запитання задачі. Що потрібно знати, щоб на нього відповісти?

(Потрібно знати: I – що вільх було стільки, скільки верб і осик разом, та II – скільки верб і осик разом (поки не знаємо).) Тут дія не виконується, але здійснюється логічний перехід до запитання “Скільки верб і осик разом?”



- Що потрібно знати, щоб на нього відповісти? (Потрібно знати два числових значення: I – скільки верб (9) та II – скільки осик (2).)

- Якою арифметичною дією відповімо на запитання? (Відповімо

дією додавання.)

III. Запис розв'язання і відповіді

- *Запиши розв'язання задачі.* (Розв'язок: $9+2=11$ (шт.) – стільки ж вільх).

- *Запиши відповідь.* (Відповідь: 11 вільхросло).

2. Кравчиня за годину шиє 24 мішки для посилок, а її учениця 17 мішків. Скільки мішків для посилок пошиють разом кравчиня і учениця за 2 години?”

I. Ознайомлення з умовою задачі. Аналіз умови

Прочитайте задачу та уявіть про що в ній говориться. Про що розповідається в задачі? (В задачі розповідається про мішки, які шиє кравчиня і її учениця. В задачі говориться скільки мішків шиє за годину кравчиня і її учениця окремо. А запитується, скільки мішків пошиють кравчиня і її учениця за 2 години разом. За одну годину кравчиня шиє 24 мішки, а її учениця за одну годину шиє 17 мішків. Скільки мішків пошиють разом кравчиня і її учениця за 2 години?). Запитання передбачає, що кравчиня і її учениця працювали 2 години.

Розкажіть всю задачу. Розкажіть умову. Розкажіть запитання. Виділіть і поясніть числові дані задачі. Яке число є шуканим?

Запишемо задачу коротко, для цього виділимо ключові слова. Які ключові слова можна виділити? (Кравчиня, учениця.) Запишемо їх у стовпчик. Чи відомо скільки мішків пошила кравчиня за 2 години? (Ні, не відомо, але ми знаємо, що за годину вона пошила 24 мішки. Тому за 2 години кравчиня всього

пошиє стільки мішків, скільки буде, якщо по 24 мішки взяти 2 рази.) Запишемо це, замість виразу “стільки, скільки” у короткому запису поставимо дві стрілочки. Чи відомо скільки мішків пошиє учениця за дві години? (Ні, не відомо. Але ми знаємо, що вона шиє за одну годину 17 мішків, тому за 2 години вона всього пошиє стільки мішків, скільки буде якщо по 17 мішків взяти 2 рази.) Запишемо це, позначаючи вираз “стільки, скільки” двома стрілочками. Яке запитання задачі? Як його позначити на короткому запису? (В задачі запитується, скільки всього пошили мішків за 2 години кравчиня і учениця разом. Так як, в задачі запитується скільки мішків пошили разом кравчиня і учениця, тому слід поставити фігурну дужку із знаком запитання).

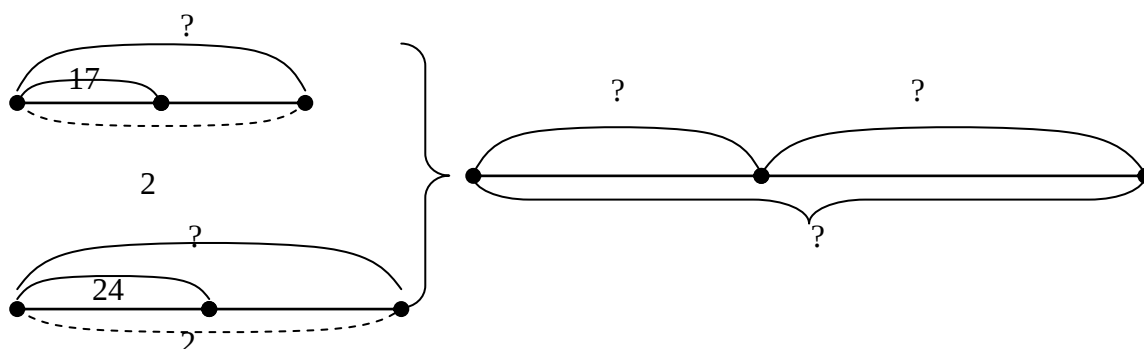
Кравчиня - ?, по 24 м. взяти 2 рази	} ?
Учениця - ?, по 17 м. взяти 2 рази	

За коротким записом поясніть числові дані задачі. (Число 24 означає кількість мішків, що шиє

кравчиня за 1 годину. Число 2 позначає, скільки годин працювала кравчиня. Кравчиня пошила всього мішків стільки, скільки буде, якщо по 24 мішки взяти 2 рази. Число 17 означає, скільки мішків шиє учениця. Число 2 означає, скільки годин працювала учениця. Учениця всього пошила стільки мішків, скільки буде якщо по 17 взяти 2 рази. Фігурна дужка означає, скільки мішків всього пошили за дві години кравчиня і учениця разом).

Які співвідношення задані в задачі? (В задачі є два співвідношення залежності між значеннями пропорційних величин: загальний виробіток, продуктивність праці і час роботи, причому невідомими є значення загальної величини; та одне співвідношення додавання. Або в задачі є два співвідношення переходу від меншої одиниці вимірювання до більшої та одне співвідношення додавання).

Виконаємо схематичний рисунок:



II. Пошук розв’язування задачі

Яке запитання задачі? (Скільки мішків пошиють разом кравчиня і учениця за дві години?)

Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? (Треба знати два числові значення: I – скільки всього мішків за 2 години пошиє кравчиня, невідомо, та II – скільки всього мішків за 2 години пошиє учениця, невідомо.) Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? (Дією додавання).

Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? (Ні, не можна, тому що ми не знаємо, скільки всього мішків пошиє кравчиня і не знаємо скільки всього мішків пошиє учениця).

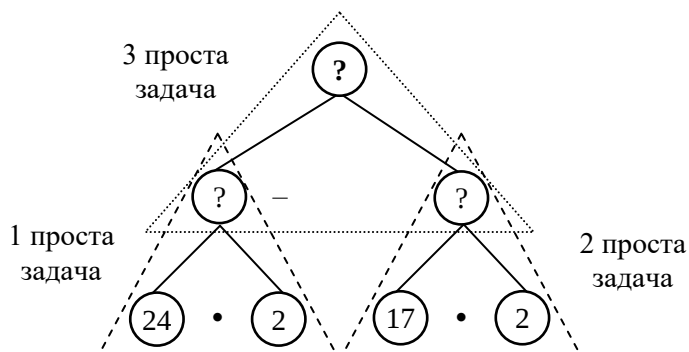
Що треба знати, щоб відповісти на запитання “Скільки всього мішків за 2 години пошиє кравчиня? (Треба знати два числові значення: I – скільки мішків шиє кравчиня за 1 годину, відомо – 24, та II – скільки разів слід взяти по 24, тобто скільки годин вона працювала, відомо – 2.) Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення, тому що по 24 взято 2 рази).

Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Можна, тому що ми знаємо обидва числові значення).

Чи закінчено аналіз? (Ні, тому що ми поки ще не можемо відповісти на запитання задачі). Чому ми поки ще не можемо відповісти на запитання задачі? (Тому, що ми не знаємо, скільки всього мішків за 2 години шиє учениця).

Що треба знати, щоб відповісти на це запитання? (Треба знати два числові значення: I – скільки мішків шиє учениця за 1 годину, відомо – 17, та II – скільки разів слід взяти по 17, тобто скільки годин працювала учениця, відомо – 2.) Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? (Дією множення, тому що по 17 взято 2 рази).

Чи можна відразу відповісти на це запитання? (Можна, тому що ми знаємо обидва числові значення.) Тепер ми можемо відповісти на запитання задачі? (Можемо, тому що ми від запитання перейшли до числових даних, аналіз закінчено).



Розіб'ємо цю задачу на прості. Як ви вважаєте скільки буде простих задач? (Буде три прості задачі, тому що на схемі три запитання.) Покажемо на схемі кожен просту задачу. Сформулюйте кожен просту задачу та покажіть опорні схеми до них.

(1 проста задача: “Кравчиня за годину шиє 24 мішки для посилок. Скільки мішків для посилок вона пошиє за 2 години?” 2 проста задача: “Учениця за годину шиє 17 мішків для посилок. Скільки мішків для посилок вона пошиє за 2 години?”. 3 проста задача: “Кравчиня шиє за 2 години мішків для посилок, а учениця за 2 години шиє мішків для посилок. Скільки мішків для посилок пошиють разом кравчиня і учениця за 2 години?”).

Якщо задача складається із трьох простих задач, тоді план розв'язування буде складатися із трьох дій. Про що ми дізнаємося першою дією? (Першою дією ми відповімо на запитання першої простої задачі, тому ми дізнаємося скільки мішків пошиє кравчиня за 2 години). Про що ми дізнаємося другою дією? (Другою дією ми відповімо на запитання другої простої задачі, тому ми

дізнаємося скільки мішків пошиє учениця за 2 години). Про що ми дізнаємося третьою дією? (Третьою дією ми відповімо на запитання третьої простої задачі і дізнаємося скільки мішків пошиють разом кравчиня і учениця за 2 години).

III. Запишемо розв'язання і відповіді

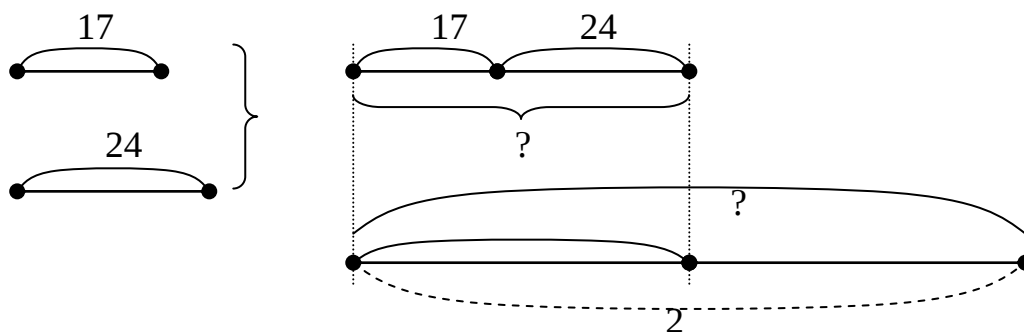
Запишемо розв'язання:

- 1) $24 \cdot 2 = 48$ (м) пошиє кравчиня за 2 год.
- 2) $17 \cdot 2 = 34$ (м) пошиє учениця за 2 год.
- 3) $48 + 34 = 82$ (м) пошиють разом кравчиня і учениця за 2 год.

Запишімо відповідь. (Відповідь: 82 мішки пошиють разом кравчиня і учениця за 2 години).

IV. Робота над задачею після її розв'язання

Розв'яжіть задачу іншим способом. Що означає відрізок, що позначений дужкою з числом 24? Що означає відрізок, що позначений дужкою з числом 17? Що означає відрізок, який є об'єднанням цих відрізків?



Або знаходження іншого способу розв'язування спрямовується додатковим запитанням: Скільки мішків пошиють кравчиня і учениця за 1 годину?

Запишемо розв'язання:

- 1) $24 + 17 = 41$ (м) пошиють кравчиня і учениця за 1 год.
- 2) $41 \cdot 2 = 82$ (м) пошиють разом кравчиня і учениця за 2 год.

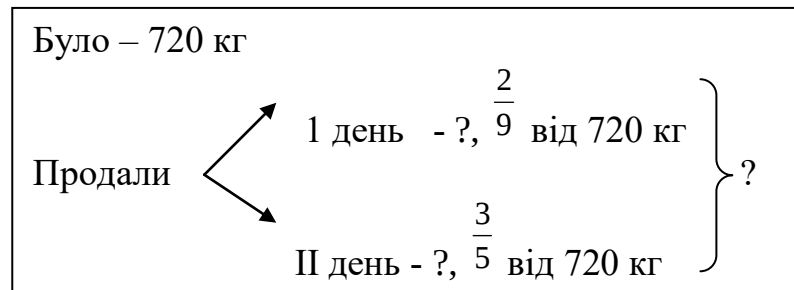
Додаток Б

Картки з диференційованою дозою допомоги учням при розв'язуванні задач

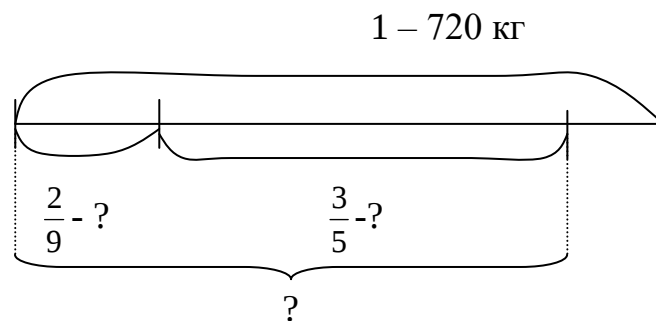
Задача. У магазині було 720 кг рису. За перший день продали $\frac{2}{9}$, а за другий $\frac{3}{5}$ всього рису. Скільки кілограмів рису продали за два дні?

1 варіант

1. Розглянь короткий запис задачі.

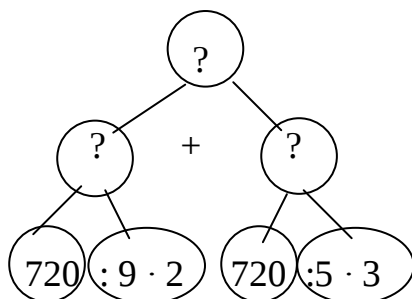


2. Розглянь схему:



- обведи відрізок, що позначає масу рису, що продали у перший день; як про це дізнатися?
- обведи відрізок, що позначає масу рису, що продали у другий день; як про це дізнатися?
- обведи відрізок, що позначає масу рису, що продали за два дні; як про це дізнатися?

1. Розглянь схему аналізу:



- Склади план розв'язування задачі.
4. Запиши розв'язання по діях з поясненням.
 5. Запиши відповідь.
 6. Перевір себе!

Розв'язання

- 1) $720 : 9 \cdot 2 = 160$ (кг) рису продали в 1 день;
- 2) $720 : 5 \cdot 3 = 432$ (кг) рису продали в II день;
- 3) $160 + 432 = 592$ (кг) рису продали в 1 та II день.

Відповідь: 592 кг рису продали за два дні.

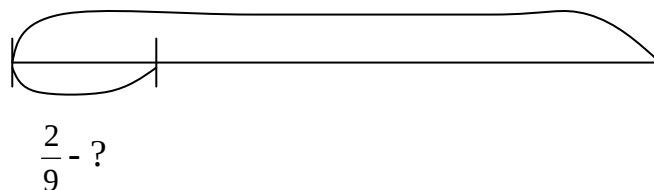
Додаткове завдання.

Дізнайся скільки кілограмів рису залишилося?

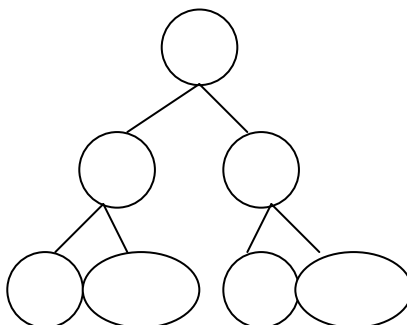
II варіант

1. Запиши задачу коротко.
2. Добудуй схему:

1 – 720 кг



3. Заповни схему аналізу:



4. Склади план розв'язування задачі.
5. Запиши розв'язання по діях з поясненням.
6. Запиши розв'язання виразом. Перевір себе:
 $170 : 9 \cdot 2 + 720 : 5 \cdot 3 = 592$ (кг)

7. Перевір себе! Відповідь: 592 кг.

Додаткове завдання.

Постав додаткове запитання, щоб задача розв'язувалась чотирма діями.

III варіант

1. Склади схему задачі.
2. Розв'яжи задачу. Запиши розв'язання виразом.
3. Перевір себе! Відповідь: 592 кг.

Додаткове завдання.

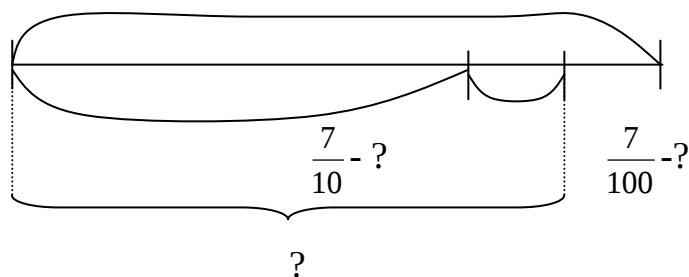
4. Розв'яжи задачу з цією самою умовою, але із запитанням: „Скільки кілограмів рису залишилося?”

Задача. Кроль за день з'їдає 3 кг 500 г продуктів, з них трава становить $\frac{7}{10}$, а зерно - $\frac{7}{100}$ всіх продуктів. Скільки разом трави и зерна з'їдає кріль за день?

1 варіант

1. Розглянь схему:

1 – 3 кг 500 г



- обведи відрізок, який позначає скільки трави з'їдає кроль, як про це дізнатися? Обчисли це.
- обведи відрізок, який позначає скільки зерна з'їдає кроль, як про це дізнатися? Обчисли це.
- обведи відрізок, який позначає скільки трави і зерна з'їдає кроль, як про це дізнатися? Обчисли це.

2. За схемою склади план розв'язування задачі.

3. Перевір себе! Відповідь: 2695 кг = 2 т 695 кг.

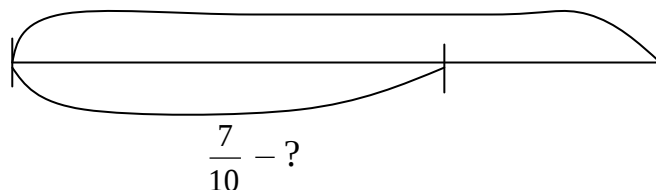
Додаткове завдання.

Дізнайся про масу решти продуктів.

II варіант

1. Добудуй схему:

1 – 3 кг 500 г



2. За схемою склади план розв'язування задачі.

3. Запиши розв'язання по діях з поясненням.

4. Перевір себе! Відповідь: 2695 кг = 2 т 695 кг.

Додаткове завдання

Постав додаткове запитання, щоб задача розв'язувалась чотирма діями.

III варіант

1. Склади схему задачі.

2. Розв'яжи задачу. Запиши розв'язання виразом.

3. Перевір себе! Відповідь: 2695 г = 2 кг 695 г.

Додаткове завдання

4. Розв'яжи задачу з цією самою умовою, але із запитанням: „Скільки грамів складає решта продуктів?”

5. Порівняй цю задачу з попередньою. Чи це така сама за структурою задача? Розкажи план розв'язання таких задач.

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Програма навчальної дисципліни	6
2. Теоретичний блок дисципліни	12
3. Методичний блок дисципліни	179
4. Критерії та шкала оцінювання	184
5. Рекомендовані джерела інформації	191
6. Додатки	193