ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

ДИШКО Олеся Леонідівна – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри фізичної культури КЗВО «Луцький педагогічний коледж» Волинської обласної ради.

Наукові інтереси: теорія і методика фізичного виховання, теоретичні і методичні засади готовності майбутніх вчителів фізичної культури до удосконалення професійної діяльності.

БОРБИЧ Наталія Віталіївна – кандидат педагогічних наук, старший викладач кафедри загальної педагогіки, психології та методики початкової освіти КЗВО «Луцький педагогічний коледж» Волинської обласної ради.

Наукові інтереси: формування у майбутніх учителів психолого-педагогічної компетентності на засадах гуманізму, науковості та академічної доброчесності.

ЯЦИК Тетяна Олегівна – викладач циклової комісії шкільної, дошкільної педагогіки, психології та методик КЗВО «Луцький педагогічний коледж» Волинської обласної ради.

Наукові інтереси: методика виховання дітей дошкільного віку, підготовка здобувачів освіти до формування пізнавальної активності дітей дошкільного віку.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

DYSHKO Olesia Leonidivna – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Physical Education Municipal Higher Educational Institution «Lutsk Pedagogical College» of the Volyn Regional Council.

Scientific interests: theory and methodology of physical education, theoretical and methodological principles of the readiness of future physical education teachers to improve their professional activities.

BORBYCH Natalia Vitaliivna – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Senior Lecturer, Department of General Pedagogy, Psychology and Methodology of Primary Education Municipal Higher Educational Institution «Lutsk Pedagogical College» of the Volyn Regional Council.

Scientific interests: formation of psychological and pedagogical competence in future teachers on the principles of humanism, scientificity, and academic integrity.

YATSIK Tetyana Olehivna – Teacher of the cyclical commission of school, preschool pedagogy, psychology and methods Municipal Higher Educational Institution «Lutsk Pedagogical College» of the Volyn Regional Council.

Scientific interests: methods of educating preschool children, preparing students for the formation of cognitive activity of preschool children.

Стаття надійшла до редакції 19.01.2025 р.

УДК 373:512
DOI: 10.36550/2415-7988-2025-1-217-113-120

ДРАГАНЮК Сергій Володимирович –
кандидат фізико-математичних наук,
старший викладач кафедри вищої математики і статистики Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського»
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7697-3480
e-mail: drahanyuk.sv@pdpu.edu.ua

СИНЮКОВА Олена Миколаївна –
кандидат фізико-математичних наук,
доцент, доцент кафедри вищої математики і статистики Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського»
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8340-6940
e-mail: olachepok@ukr.net

ЧЕНЬ ЦІНЬЛУН –
учитель природничих наук і математики молодшого рівня середньої школи Веньчжоу
ORCID: https://orcid.org/0009-0009-9323-938x
e-mail: chen.q@pdpu.edu.ua

ЩОДО ФОРМУВАННЯ УСВІДОМЛЕННЯ СУТНОСТІ КОНЦЕПЦІЇ ЗЛІЧЕНОЇ МНОЖИНИ У ЗМІСТОВОМУ НАПОВНЕННІ КУРСІВ МАТЕМАТИКИ ЗАКЛАДІВ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ

На даний час базові концепції теорії множин покладено у основу будь-якого розділу математики як науки, і, одночасно, у явному чи неявному вигляді – у основу будь-якого навчального курсу математики на будь-якому рівні освіти.

Зрозуміло, що серед усіх множин найпростішими з позиції сприйняття людиною є скінченні множини, вже тому, що у своїй практичній діяльності, у побуті, з іншими множинами людина не стискається. Прикладам таких множин у першу чергу й приділено увагу у курсах математики на рівні загальної середньої освіти. Але обмежитися розглядом лише скінченних множин у цих курсах не представляється можливим вже в силу того, що нескінченною є найпростіша числова множина, властивості якої у зазначених курсах опановують, – множина натуральних чисел, безліч точок містить евклідова пряма.

Концепція нескінченної множини, нескінченності, представляє собою складну абстракцію, сформовану людством протягом тисячоліть. Отже, усвідомлення специфічних властивостей нескінченних множин, опанування навичок оперування з нескінченними множинами у курсах математики закладів загальної середньої освіти не може не бути складним елементом навчання.

Серед нескінченних множин злічені множини є найпростішими, такими, що мають найменшу потужність. Це перші види нескінченних множин, з якими у процесі навчання зустрічаються здобувачі загальної середньої освіти. З'ясування доцільних шляхів *висвітлення сутності та основних властивостей злічених множин у курсах математики зазначеного рівня представляє собою нетривіальну задачу відповідної методики.*

Статтю присвячено з’ясуванню ролі і місця змістової лінії «Злічені множини» у сучасних курсах математики закладів загальної середньої освіти впродовж усього періоду навчання. Тут проаналізовано основні властивості злічених множин з позиції потенційних можливостей їх висвітлення у відповідних курсах математики. Зокрема, розглянуто математичні аспекти представлення злічених множин у різних розділах теорії числових систем, у міркуваннях згідно з принципом математичної індукції, у тому числі й при розв’язанні певних задач з курсів геометрії, у теорії послідовностей, у теорії періодичних функцій, у тригонометрії. При цьому наочно продемонстровано, як саме математична сутність питання обумовлює доцільну методику навчання.

Ключові слова: *математика, нескінченна множина, злічена множина, загальна середня освіта, змістова лінія, методика навчання.*

DRAHANYUK Sergey Volodimirovich –
candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer
at department of higher mathematics and statistics
of the State institution «South Ukranian
National Pedagogical University named after K. D. Ushinsky»
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7697-3480
e-mail: drahanyuk.sv@pdpu.edu.u
SINYUKOVA Olena Mukolaivna –
candidate of physical and mathematical sciences, docent,
associate professor at department of higher mathematics
and statistics of the State institution
«South Ukrainian National Pedagogical University
named after K. D. Ushinsky»
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8340-6940
e-mail: olachepok@ukr.net
CHEN QUIN LONG –
Junior high school stage, Science and math teachers, Wenzhou
ORCID: https://orcid.org/0009-0009-9323-938x
e-mail: chen.q@pdpu.edu.ua

ON FORMING COMPREHENSION OF THE ESSENCE OF THE CONCEPT OF A COUNTABLE SET IN THE CONTENT OF MATHEMATICAL COURSES OF INSTITUTIONS OF GENERAL SECONDARY EDUCATION

By nowadays the general concepts of the Set theory are assumed to be a basis of every part of Mathematics as a science, and, simultaneously, in implicit or in explicit form - a basis of every training course of Mathematics at any level of education.

It is quite clear that finite sets are the simplest ones from the point of view of their perception of a man anyway by the fact that in his practice, in his private life, a man does not deal with the other ones. Such sets are in the first place of attention in math courses at the level of general secondary education just therefore. But these courses cannot be limited by the consideration of the finite sets only already by the fact that there are infinite elements in the set of natural numbers, Euclidean line contains infinite number of points.

Concept of an infinite set, of infinity, is a complex abstraction formed by humanity for thousand years. Thus, comprehension of the specific properties of infinite sets, mastering skills of operating with infinite sets in math courses of institutions of general secondary education cannot be a simple element of training.

Countable sets are the simplest ones among the infinite sets, such of them that have the least possible potency. They are the first types of infinite sets that competitors of general secondary educations meet in the process of training. Determination the expedient ways of lightening the essence and main properties of countable sets in math courses of the indicated level represents non-trivial task of the corresponding methods of teaching.

The article is devoted to the specification the role and the place of the content line «Countable sets» in the modern math courses of institutions of general secondary education during the all period of training. Thus, there are examined the math aspects of representation of countable sets in different parts of the theory of Number systems, in reasoning according the method of math induction, in the process of solving some problems of Geometry also, in the theory of sequences, in the theory of periodic functions, in trigonometry. The way the mathematical essence of the subject determines the expedient methods of training is demonstrated clearly.

Key words: *mathematics, infinite set, countable set, general secondary education, content line, methods of teaching.*

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. На інтуїтивному рівні сприйняття, поняття про множину було присутнім у математиці завжди, воно формувалося як окреме поняття разом з формуванням математики як науки, розвитком математики як науки. Відповідний процес у цілому тривав кілька тисячоліть. На межі дев’ятнадцятого і двадцятого століть його наслідком стало усоблення теорії множин у окремий розділ математики. Невід’ємною складовою нового розділу стало поняття про потужність множини, сформувалася теорія кардинальних чисел, як чисел, що характеризують потужність множин і, у певному сенсі, представляють собою узагальненням невід’ємних цілих чисел [1, 11, 12, 15, 18, 19].

На даний час базові концепції теорії множин покладено у основу будь-якого розділу математики як науки, у явному чи неявному вигляді – у основу будь-якого навчального курсу математики на будь-якому рівні освіти [10, 14, 17, 19].

Зрозуміло, що серед усіх множин найпростішими з позиції сприйняття людиною є скінченні множини – у своїй практичній діяльності, у побуті, з іншими множинами людина не стикається. Прикладам таких множин у першу чергу й приділено увагу у курсах математики на рівні загальної середньої освіти. Але обмежитися розглядом виключно скінченних множин у цих курсах не представляється можливим вже в силу того, що нескінченною є найпростіша числова множина, властивості якої у зазначених курсах опановують, – множина натуральних чисел, безліч точок містить евклідова пряма.

Концепція нескінченної множини, нескінченності, представляє собою складну абстракцію, сформовану людством протягом тисячоліть. Отже, усвідомлення специфічних властивостей нескінченних множин, опанування навичок оперування з нескінченними множинами у курсах математики закладів загальної середньої освіти не може не бути складним елементом навчання [13].

Серед нескінченних множин злічені множини є найпростішими, такими, що мають найменшу потужність. Це перші види нескінченних множин, з якими у процесі навчання зустрічаються здобувачі загальної середньої освіти. З'ясування доцільних шляхів висвітлення сутності та основних властивостей злічених множин у курсах математики зазначеного рівня представляє собою нетривіальну задачу відповідної методики навчання.

Статтю присвячено з'ясуванню ролі і місця змістової лінії «Злічені множини» у сучасних курсах математики закладів загальної середньої освіти впродовж усього періоду навчання. Основну увагу при цьому приділено саме математичним аспектам її розвитку та розкриття. Якісний аналіз результатів розв'язання завдань з математики Національного мультипредметного тесту, досвід практичної роботи з абітурієнтами та тими студентами перших курсів закладів вищої освіти, які навчаються за спеціальністю «Середня освіта (Математика)» переконливо свідчить про **актуальність** обраної теми.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Поняття множини є основним неозначуваним поняттям усієї математики як науки про різні аксіоматичні теорії, у тому розумінні, що аксіоматична теорія множин складає теоретичний фундамент як загальної концепції аксіоматики і відповідної аксіоматичної теорії, так і кожної змістовної аксіоматичної теорії.

Модельні навчальні програми з алгебри для учнів 7-9 класів, об'єднані модельні навчальні програми з математики для учнів 7-9 класів закладів загальної середньої освіти у своєму змістовому наповненні для учнів восьмого класу містять окремий змістовий модуль, присвячений основам теорії множин ([2, 5], наприклад). Відповідний навчальний матеріал передбачає знайомство з сутністю концепції множини, стандартними операціями над множинами, базовими властивостями цих операцій, з поняттями скінченної та нескінченної множини, характеристичними ознаками таких множин, з поняттям про потужність множини, про потужність скінченної множини, з поняттям зліченої множини та множини потужності континуум. У якості прикладів, найчастіше, розглядають ті чи інші числові множини. Яскраві зразки представлення відповідного навчального матеріалу можна знайти у підручнику [7], розрахованому на поглиблений рівень навчання математики. Наявність подібного модуля саме у змістовому наповненні курсів математики восьмого класу представляється цілком логічним. Для учнів з'являється можливість узагальнити увесь свій попередній досвід роботи як зі скінченними, так і з нескінченними множинами, створюються передумови для подальшого опанування теорії послідовностей, загальної теорії дійсних функцій дійсного аргументу, зокрема, теорії тригонометричних функцій, стереометрії. При цьому, з позиції методики навчання, природним стає обговорення питань про те, як саме, під час попередніх років навчання, відбувалася відповідна пропедевтика, який саме попередній досвід оперування з множинами підлягає узагальненню у контенті курсів математики восьмого класу, як саме, у восьмому класі має сенс проводити таке узагальнення, чи є запропоновані при цьому умовиводи доступними для учнів, чи є достатньою відведена на подібне узагальнення кількість аудиторних навчальних годин, як саме опанований навчальний контент варто застосовуватися у подальшому. У підсумку, насправді, у сучасних курсах математики закладів загальної середньої освіти ми маємо цілісну змістовну лінію «Злічені множини», різні аспекти якої розглядаються не лише у контенті курсів математики восьмого класу, а впродовж усього періоду навчання.

Мета роботи полягає у з'ясуванні ролі та місця концепції зліченої множини у змістовому наповненні курсів математики закладів загальної середньої освіти, формулюванні пропозицій щодо доцільних напрямків вдосконалення як представленого теоретичного контенту, так і відповідної методики навчання.

Методи дослідження. Для обґрунтування сформульованих умовиводів було застосовано методи як теоретичного, так і практичного характеру. До теоретичних методів відноситься опрацювання та проведення необхідного аналізу визначених джерел інформації, здійснення теоретичних міркувань як дедуктивного, так й індуктивного характеру. Практичні методи передбачали з'ясування методичного супроводу для розв'язання задач, пов'язаних зі зліченими множинами із різних розділів курсів математики закладів загальної середньої освіти.

Виклад основного матеріалу дослідження. До стандартного змістового наповнення курсів математики закладів загальної середньої освіти входять базові властивості таких числових множин, як множина натуральних чисел, множина невід'ємних цілих чисел, множина цілих чисел, множина раціональних чисел, множина ірраціональних чисел та множина дійсних чисел. При поглибленому опануванні математики у старших класах закладів загальної середньої освіти знайомляться ще з основами теорії комплексних чисел. Усі зазначені числові множини є нескінченними, представляють собою складні математичні абстракції, створеними людством. В Україні, відповідно до сучасних навчальних програм з математики для закладів загальної середньої освіти [2, 5, 8, 9], послідовність опанування основних властивостей зазначених множин є традиційною, такою, що відповідає історичній послідовності формування цих понять у математиці [1, 11, 12].

Знайомство з множиною натуральних чисел розпочинається ще на рівні дошкільної освіти, продовжується впродовж здобування загальної середньої освіти, на фаховому, професійному, рівні може, продовжуватися й подалі, протягом усього життя. У напрямку більш чіткого, більш точного усвідомлення своєї не лише математичної, а й філософської сутності поняття про натуральне число надає, фактично, необмежені можливості для заглиблення [15, 19].

У буденному житті діти не мають і не можуть мати справ з нескінченністю. Отже, правильним з точки зору методики навчання є той факт, що спочатку їх знайомлять з натуральними числами у межах першого десятка, потім – у межах другого, потім – у межах першої сотні. Про нескінченну множину мова спочатку не йде. Одночасно, поняття про число 2, наприклад, формується як єдина спільна властивість таких множин, як «червоне і зелене яблука», «ліва та права руки людини», «стіл і стілець» і тому подібних, тобто, фактично, як певний клас еквівалентності за бінарним відношенням «мати однакову потужність» на множині усіх скінченних множин. Перехід, наприклад, від натурального числа 2 до натурального числа 3 демонструється і пояснюється за допомогою додавання до відповідної множини ще одного елементу. Отже, можна стверджувати, що у якості теоретичного підгрунтя таких міркувань виступає відомий варіант аксіоматики Паша множини натуральних чисел [17, 18]. Поняття про наступне і попереднє натуральне число, відношення «більше» та «менше» на множині натуральних чисел, кількість елементів множини, зрозуміло, що скінченної, вводяться вже за допомогою додавання. При цьому формується чітке усвідомлення того, що, якщо, наприклад, множина A містить 5 перших натуральних чисел – $A=\{1,2,3,4,5\}$ – і до цієї множини ми приєднуємо число 0, то утворена множина $A'=\{0,1,2,3,4,5\}$ містить вже більшу кількість чисел – 6. Формується усвідомлення характеристичної властивості скінченної множини, яка полягає у тому, що кожна власна підмножина скінченної множини містить меншу кількість елементів, ніж сама множина, між жодною власною підмножиною скінченної множини і самою множиною не існує взаємно однозначної відповідності.

На рівні початкової освіти проводиться пропедевтика, а у п’ятому класі вже починається формування поняття про нескінченність множини натуральних чисел як такої множини, до кожного елемента (числа) якої можна додати ще один елемент (число) і отримати інше натуральне число, більше за попереднє, натуральне число, наступне за даним, у випадку додавання першого натурального числа – одиниці – безпосередньо наступне за даним. Учні починають звикати до нескінченності, до зліченої нескінченності, за допомогою скінченної кількості скінченних наближень до неї, що, до того ж, у повній мірі відповідає історичному досвіду людства [13]. Одночасно, про усвідомлення того факту, що, наприклад, множини N і $\{0\}\cup N$ мають однакову потужність, тобто, у певному сенсі, однакову кількість елементів, мова на даному етапі навчання ще не йде.

У шостому класі, під час опанування теми «Подільність натуральних чисел», ситуація кардинально змінюється. З’являється означення подільності: за означенням, натуральне число n ділиться на натуральне число m, якщо існує таке натуральне число k, що $n=mk$. Зрозуміло, що наведена формула встановлює взаємно однозначну відповідність між множиною N усіх натуральних чисел $(k\in N)$ і її підмножиною – сукупністю усіх натуральних чисел n, які діляться на натуральне число m. Якщо $m\neq 1$, то така підмножина не співпадає з множиною N, є її власною підмножиною. І ось саме така характеристична властивість нескінченної множини як можливість її бієктивного відображення на власну підмножину на рівні буденного усвідомлення представляється цілком незрозумілою. Незрозумілою принаймні для учнів шостих класів закладів загальної середньої освіти. Мабуть, спочатку звикання, а вже потім осмислення вимагає той факт, що простих натуральних чисел також існує безліч і точно така сама «кількість» (множини мають однакову потужність), як і простих натуральних чисел, хоча кожне просте число є натуральним, але не навпаки. І складених натуральних чисел також існує безліч, за своєю потужністю – така сама безліч, як і простих натуральних чисел, як і усіх натуральних чисел, як і усіх парних натуральних чисел, усіх непарних натуральних чисел, і подалі, і тому подібно. В силу того, що кожна нескінченна підмножина зліченої множини є зліченою множиною, маємо безліч прикладів зліченних множин, при цьому безліч більшої потужності ніж потужність зліченої множини. Кожний підручник, фактично, пропонує власну міру заглибленості в усвідомлення сутності таких злічених множин, власну методику навчання ([3], наприклад). Зрозуміло, що одночасно розглядається така злічена множина, як $\{0\}\cup N$. Наприклад, множину непарних натуральних чисел ми визначаємо як множину натуральних чисел, які діляться на число 2 з остачею 1, тобто, мають вид $n=2k+1$, $k\in\{0\}\cup N$.

Наступною нескінченною множиною, яку розглядають у курсах математики закладів загальної середньої освіти, з множина нерівних між собою додатних звичайних дробів. Потім настає черга множини усіх цілих чисел, множини усіх раціональних чисел. Отже, переважна більшість числових множин, які опановують у стандартних курсах математики закладів загальної середньої освіти, опановують на найбільшому рівні заглиблення у їхню сутність, є саме зліченими множинами. Загальні властивості множин більшої потужності – множини ірраціональних чисел, множини дійсних чисел як об’єднання множин раціональних і ірраціональних чисел –

розглядаються, скоріше, на оглядовому рівні, на рівні аналогій.

Серед усіх злічених множин множину натуральних чисел вважають найпростішою, приймають за еталон зліченої множини. За будь-якого обраного варіанта своєї аксіоматики, аксіоматична теорія натуральних чисел дозволяє в усіх розділах математики, які використовують поняття натурального числа у якості базового елемента відповідної аксіоматичної теорії, обґрунтувати правильність міркувань за так званим методом математичної індукції або, як кажуть, згідно з принципом математичної індукції. Метод математичної індукції, фактично, представляє собою метод обґрунтування властивостей злічених множин, найпростіших множин серед множин нескінченних. Це зразок міркувань про нескінченність за допомогою послідовних скінченних наближень до неї.

Основна кількість міркувань, справедливість яких у курсах математики закладів загальної середньої освіти обґрунтовують за методом математичної індукції, відноситься безпосередньо до властивостей множини натуральних чисел. Так, доводять, наприклад, що 1) для кожного натурального числа n правильною є рівність $\sum_{p=1}^{n}(2p-1)^3 = n^2(2n^2-1)$; 2) для кожного натурального числа n, яке не є меншим за число 5 ($n \geq 5$), правильною є нерівність $2^n > n^2$; 3) для кожного натурального числа n число $3^{2n+2}-8n-9$ ділиться без остачі на число 64: $(3^{2n+2}-8n-9)\vdots 64$.

Незважаючи на те, що у стандартних сучасних курсах евклідової геометрії для закладів загальної середньої освіти вже такі основні неозначувані множини, як пряма і площина, розглядають як геометричні фігури, що містять безліч точок, переважна більшість навчального контенту цих курсів носить, конструктивний характер, оперує виключно зі скінченною кількістю геометричних фігур за допомогою скінченної кількості кроків міркувань.

Одночасно треба відзначити, що у значній кількості країн, зокрема, в Україні ([10]) та у Сполучених Штатах Америки ([16]), у якості теоретичного підґрунтя навчальних курсів евклідової геометрії для закладів загальної середньої освіти обрано такі аксіоматики евклідової геометрії, які у складі своїх неозначуваних множин містять допоміжну неозначувану множину R – множину усіх дійсних чисел, або певні такі підмножини множини R, що мають із нею однакову потужність. Множина R містить безліч елементів, має потужність континуум, тобто, більшу потужність, ніж потужність зліченої множини. Доцільність обрання подібної аксіоматики пояснюється міркуваннями методики навчання. Вважається, що таким чином досягається спрощення опанування учнями поняття безлічі саме у змістовому наповненні курсів евклідової геометрії – воно, фактично, переноситься до курсів алгебри, вважається, що так зрозуміліше. А чи насправді воно так, чи ні, ще покаже час. Можна лише стверджувати, що такий підхід не у повній мірі відповідає історичному шляху розвитку математики як науки.

Отже, у подібних курсах, множини потужності континуум з'являються, фактично, одразу, коли мова йде про кількість точок на прямій, на промені, на відрізку, на площині, на півплощині і подалі, у теорії вимірювання відрізків – коли мова йде про множину чисел, яким може дорівнювати довжина відрізка за умови обрання відповідної одиниці вимірювання, аналогічним чином – у теоріях вимірювання кутів, площ та об'ємів, тоді, коли вводяться поняття про числову вісь, прямокутну декартову системи координат на площині та у просторі, поняття про вектор.

Злічені множини головним чином розглядаються у геометричних задачах комбінаторного характеру, та під час обґрунтування загальних положень, які стосуються таких геометричних фігур, форми яких відповідають значенням усіх натуральних чисел, або усіх натуральних чисел, починаючи з певного номеру, наприклад, усіх n-кутників ($n \geq 3$), усіх правильних n-кутників ($n \geq 3$), усіх n-граних кутів ($n \geq 3$), усіх n-кутних призм ($n \geq 3$), n-кутних пірамід ($n \geq 3$) і подалі. При строгому обґрунтуванні необхідних міркувань, як правило, використовують метод математичної індукції.

У математиці послідовністю називають функцію натурального аргументу, тобто функцію, областю визначення якої є множина N усіх натуральних чисел. Згідно з наведеним означенням, злічені множини у теорії послідовностей фігурують відповідно до трьох позицій.

По-перше, область визначення відповідної функції N – множина усіх дійсних чисел – є зліченою множиною. Множина N має безліч злічених підмножин, ця безліч має потужність континууму. Кожна злічена підмножини множини N визначає певну підпослідовність заданої послідовності. Про властивості підпослідовностей даної послідовності у стандартних курсах математики закладів загальної середньої освіти мова йде під час розглядання поняття про границю послідовності та у контексті означення границі функції у точці «на мові послідовностей» або за Гейне [6].

Зрозуміло, що «кількість» членів послідовності співпадає з «кількістю» усіх натуральних чисел. (При цьому не повинно бути плутанини із «кількістю» різних значень членів послідовності). Тобто, множина усіх членів послідовності є зліченою множиною. Усвідомлення цього факту стає актуальним тоді, коли мова йде про різні способи задання послідовностей. Зрозуміло, що для кожної послідовності її область визначення – множина N усіх натуральних чисел – є наперед відомою. Послідовності не задано, якщо не задано необхідний закон відповідності. Цей закон відповідності задається так званою «формулою загального члена». Але є й інший спосіб задання послідовностей – рекурентний. У такому випадку задається числове значення першого або числові значення кількох перших членів послідовності та формула, яка визначає значення *n*-ого члена послідовності за значенням його попереднього, *(n-1)*-ого, члена, або за значеннями певних чи усіх попередніх членів, тобто, фактично, за принципом математичної індукції. Одночасно, принцип математичної індукції стверджує, що від рекурентного способу задання послідовності у будь-якому випадку можна перейти по її задання за допомогою формули загального члену. У стандартних курсах математики для закладів загальної середньої освіти ґрунтовно розглядаються лише дві числові послідовності – арифметична та геометрична прогресії. Відповідно до своїх означень, обидві послідовності задаються рекурентним способом. Визначення формул загальних членів цих послідовностей відбувається унаслідок доведення відповідних теорем [4, 19].

Окреме місце серед усіх послідовностей займають послідовності, множина значень яких є зліченою множиною. По відношенню до курсів математики закладів загальної середньої освіти – це, насамперед, строго монотонні послідовності. Арифметична прогресія, різниця якої не дорівнює нулю, геометрична прогресія, з додатним знаменником, який не дорівнює , є серед них. Послідовностями вказаного виду, безумовно, є й послідовності, шо містять строго монотонні підпослідовності.

Злічені множини відіграють окрему роль у теорії періодичних функцій. Зрозуміло, що, по відношенню до курсів математики закладів загальної середньої освіти, мова може йти лише про дійсні функції дійсного аргументу. По-перше, якщо функція є періодичною, тобто, має період, то вона, очевидно, має принаймні злічену кількість періодів. Якщо функція має найменший додатний період (головний період), то вона має злічену кількість періодів.

По-друге, якщо число y_0 належить множині значень *E(f)* періодичної функції *y=f(x)*, то множина $f^1(y_0)$, $f^{-1}(y_0)=\{x|x\in D(f), f(x)=y_0\}$, містить, принаймні, злічену кількість елементів.

По-третє, зрозуміло, що, якщо функція $y=f(x)$ є періодичною функцією з періодом *T* і число x_0 не належить її області визначення, то її області визначення не може належати і будь-яке число виду $x_0+T\cdot n$, де $n\in Z$, тобто, злічена кількість дійсних чисел. Звідси випливає, що жодна дійсна функція дійсного аргументу, до області визначення якої не входить лише скінченна кількість дійсних чисел, періодичною функцією бути не може. Так само, жодна дійсна функція дійсного аргументу, область визначення якої є обмеженою підмножиною множини дійсних чисел або обмеженою лише справа чи зліва, не може бути періодичною функцією. Звуження жодної дійсної функції дійсного аргументу, у тому числі й періодичної функції, на обмежену принаймні з одного боку підмножину множини дійсних чисел не може бути періодичною функцією. У курсах математики закладів загальної середньої освіти загальна схема дослідження функції передбачає й дослідження її на періодичність. Для переважної більшості елементарних функцій наведені вище міркування суттєвим чином спрощують реалізацію подібного етапу дослідження. Якщо область визначення певної функції *y=f(x)* представляє собою множину *R* усіх дійсних чисел за виключенням певної зліченої підмножини, то ця функція може бути періодичною лише у випадку, коли відстані між будь-якими двома сусідніми вилученими точками є однаковими, функція *y=f(x)* може бути лише такою, що має головний період, цей головний період може бути лише таким, що є кратним до цієї самої відстані між двома «сусідніми» вилученими точками. Подібні міркування спроможні суттєвим чином спростити обґрунтування як того самого факту, що функція є періодичною, так і пошук її головного періоду.

Основними періодичними функціями, які розглядаються у курсах математики закладів загальної середньої освіти, є так звані основні тригонометричні функції, функції, задані за допомогою формул $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=tgx$, $y=ctgx$, $y=\sec x$, $y=\cos ecx$. Кожна з цих функцій має головний період. Звідси випливає, що злічені множини, точніше, злічена множина *Z* усіх цілих чисел, є невід'ємною складовою тригонометрії взагалі і тих основ тригонометрії, що входять до контенту курсів математики закладів загальної середньої освіти, зокрема.

Висновки і перспективи подальших розвідок напряму. У підсумку, у статті обгрунтовано наявність змістової лінії «Злічені множини» у сучасних курсах математики закладів загальної середньої освіти та досліджені питання щодо її ролі і місця впродовж усього періоду навчання. Тут розглянуті математичні аспекти представлення злічених множин у відповідних розділах теорії числових систем, у міркуваннях згідно з принципом математичної індукції, у тому числі й при розв'язанні певних задач з курсів геометрії, у теорії послідовностей, у теорії періодичних функцій, у тригонометрії. Основну увагу приділено висвітленню того, як саме математична сутність питання обумовлює доцільну методику навчання. Зрозуміло, що об'єм статті дозволяє навести лише загальну характеристику окреслених питань. Їх детальна розробка вимагає створення відповідного навчального посібника.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Бевз В. Г. Історія математики, Харків: Основа, 2006, 176 с.

2. Василишин М. С., Миляник А. І., Працьовитий М. В., Простакова Ю. С., Шкільний О. В. Модельна навчальна програма «Математика. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти URL: https://mon.gov.ua/static-objects/

3. Істер О. С. Математика: підручник для 6 класу закладів загальної середньої освіти. Частина 1. Київ: Генеза, 2023. 210 с.

4. Істер О. С. Алгебра: підручник для 9 класу закладів загальної середньої освіти. 2-ге видання, перероблене. Київ: Генеза, 2022. 271 с.

5. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Пихтар М. П., Рубльов Б. В., Семенов В. В., Якір М. С. Алгебра. 7-9 класи. Модельна навчальна програма. URL:

https://osvita.ua/school/program/program-5-9/83194/

6. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В.Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу: проф. рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2018. 400 с.

7. Мерзляк А. Г., Полонський В.Б., Якір М. С. Алгебра: підруч. для 8 кл. з поглибленим вивченням математики у закладах загальної середньої освіти. 2-ге видання, перероблене. Харків: Гімназія, 2021. 383 с.

8. Навчальна програма з математики (алгебри і початків аналізу та геометрії) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/ navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv

9. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів для загальноосвітніх навчальних закладів (для класів з поглибленим вивченням математики) URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv

10. Синюкова Олена. Конструктивні аспекти евклідової геометрії: тексти лекцій. Одеса: Фенікс, 2022. 148 с.

11. Boyer, Carl Benjumin. A History of Mathematics. Reprint edition. Princeton University Press. 1985. 717 p.

12. Fauvel, J. & Gray, J. The History of Mathematics: A Reader, Red Globe Press. 1987. 628 p.

13. Huemer, M. Approaching Infinity. Palgrave Macmillan. 2016. 288 p.

14. Kunen, K. The Foundations of Mathematics (Studies in Logic: Mathematical Logic and Foundations). College Publications. 2009. 262 p.

15. Potter, Michael. Set Theory and Its Philosophy: A Critical Introduction. Clarendon Press. 2004. 360 p.

16. School Mathematics Study Group Postulates. URL: http//faculty.winthrop.edu/ pullanof / MATH 393/The SMSG Postulates.pdf.

17. Serovaisky, S. Architecture of Mathematics. USA, Chapman & Hall. 2022. 394 p.

18. Stoll Robert R. Set Theory and Logic (Dover Books of Mathematics). Dover Publications, Inc. New York. 2012. 753 p.

19. Warner Steve Dr. Set Theory for Beginners: A Rigorous Introduction to Sets, Relations, Functions, Induction, Ordinals, Cardinals, Martin's Axioms and Stationary Sets. Get 800. 2019. 208 p.

REFERENCES

1. Bevz, V. H. (2006). Istoriia matematyky [History of mathematics]. Kharkiv: Osnova, 2006. 176 s. [in Ukrainian]

2. Vasylyshyn, M. S., Mylianyk, A. I., Pratsovytyi, M. V., Prostakova, Yu. S., Shkolnyi, O. V. Modelna navchalna prohrama «Matematyka. 7–9 klasy» dlia zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Model curriculum "Mathematics. Grades 7–9" for secondary education institutions]. URL: https://mon.gov.ua/static-objects/ [in Ukrainian]

3. Ister, O. S. (2023). Matematyka: pidruchnyk dlia 6 klasu zakladiv zahalnoi serednoi osvity. Chastyna 1. [Mathematics: textbook for grade 6 of secondary education institutions. Part 1.] Kyiv: Heneza, 210 s. [in Ukrainian]

4. Ister, O. S. (2022). Alhebra: pidruchnyk dlia 9 klasu zakladiv zahalnoi serednoi osvity. 2-he vydannia, pereroblene [Algebra: a textbook for grade 9 of secondary education institutions. 2nd edition, revised.]. Kyiv: Heneza, 271 s. [in Ukrainian]

5. Merzliak, A. H., Nomirovskyi, D. A., Pykhtar, M. P., Rublov, B. V., Semenov, V. V., Yakir, M. S. Alhebra. 7-9 klasy. Modelna navchalna prohrama. [Algebra. Grades 7-9. Model curriculum.]. URL: https://osvita.ua/school/program/program-5-9/83194/ [in Ukrainian]

6. Merzliak, A. H., Nomirovskyi, D. A., Polonskyi, V.B., Yakir, M. S. (2018). Alhebra i pochatky analizu: prof. riven: pidruch. dlia 10 kl. zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Algebra and the beginnings of analysis: professional level: textbook for 10th grade of secondary education institutions]. Kharkiv: Himnaziia, 400 s. [in Ukrainian]

7. Merzliak, A. H., Polonskyi, V.B., Yakir, M. S. (2021). Alhebra: pidruch. dlia 8 kl. z pohlyblenym vyvchenniam matematyky u zakladakh zahalnoi serednoi osvity. 2-he vydannia, pereroblene [Algebra: textbook for 8th grade with advanced study of mathematics in secondary education institutions. 2nd edition, revised.] Kharkiv: Himnaziia, 383 s. [in Ukrainian]

8. Navchalna prohrama z matematyky (alhebry i pochatkiv analizu ta heometrii) dlia uchniv 10-11 klasiv zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv. Riven standartu [Curriculum for mathematics (algebra and beginnings of analysis and geometry) for students in grades 10-11 of secondary schools. Standard level.] URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/ navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv [in Ukrainian]

9. Navchalna prohrama z matematyky dlia uchniv 10-11 klasiv dlia zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv (dlia klasiv z pohlyblenym vyvchenniam matematyky) [Mathematics curriculum for students in grades 10-11 for general education institutions (for classes with in-depth study of mathematics)]. URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/ navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv[in Ukrainian]

10. Syniukova Olena. (2022). Konstruktyvni aspekty evklidovoi heometrii: teksty lektsii [Constructive aspects of Euclidean geometry: lecture texts]. Odesa: Feniks, 148 s.

11. Boyer, Carl Benjumin (1985). A History of Mathematics. Reprint edition. Princeton University Press. 717 p.

12. Fauvel, J. & Gray, J., (1987). The History of Mathematics: A Reader, Red Globe Press. 628 p.

13. Huemer, M. (2016). Approaching Infinity. Palgrave Macmillan. 288 p.

14. Kunen, K. (2009). The Foundations of Mathematics (Studies in Logic: Mathematical Logic and Foundations). College Publications. 262 p.

15. Potter, Michael (2004). Set Theory and Its Philosophy: A Critical Introduction. Clarendon Press. 360 p.

16. School Mathematics Study Group Postulates. URL: http//faculty.winthrop.edu/ pullanof / MATH 393/The SMSG Postulates.pdf.

17. Serovaisky, S. (2022). Architecture of Mathematics. USA, Chapman & Hall. 394 p.

18. Stoll Robert R. (2012). Set Theory and Logic (Dover Books of Mathematics). Dover Publications, Inc. New York. 753 p.

19. Warner Steve Dr. (2019). Set Theory for Beginners: A Rigorous Introduction to Sets, Relations, Functions, Induction, Ordinals, Cardinals, Martin's Axioms and Stationary Sets. Get 800. 208 p.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

ДРАГАНЮК Сергій Володимирович – кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри вищої математики і статистики Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського».

Наукові інтереси: теорія груп, методика навчання теорії множин і математичної логіки, алгебри і теорії чисел у закладах вищої освіти, методика навчання алгебри і геометрії у закладах загальної середньої освіти.

СИНЮКОВА Олена Миколаївна – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики і статистики Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського».

Наукові інтереси: ріманова геометрія та її узагальнення, методика навчання геометрії у закладах вищої освіти, методика навчання геометрії у закладах загальної середньої освіти.

ЧЕНЬ ЦІНЬЛУН – учитель природничих наук і математики молодшого рівня середньої школи, Веньчжоу, провінція Чжецзян, Китай.

Наукові інтереси: математика, методика навчання математики у закладах загальної середньої освіти.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

DRAHANYUK Sergey Volodimirovich – candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer at department of higher mathematics and statistics of the State institution «South Ukranian National Pedagogical University named after K. D. Ushinsky».

***Scientific interests**:* theory of groups, methods of teaching theory of sets and mathematical logic, algebra and number theory in higher school, methods of teaching algebra and geometry in secondary school.

SINYUKOVA Olena Mukolaivna – candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer, senior lecturer of department of higher mathematics and statistics of the State institution «South Ukrainian National Pedagogical University named after K. D. Ushinsky».

***Scientific interests**:* Riemannian geometry and its generalizations, methods of teaching geometry in higher school, methods of teaching geometry in secondary school.

CHEN QUIN LONG – Junior high school stage, Science and math teachers, Wenzhou, Zhejiang Province, China.

***Scientific interests**:* mathematics, methods of teaching mathematics at institutions of general secondary education.

Стаття надійшла до редакції 11.01.2025 р.

УДК 372.8.161.2.
DOI: 10.36550/2415-7988-2025-1-217-120-124

ЗАВІТРЕНКО Долорес Жораївна –
кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри педагогіки та спеціальної освіти
Центральноукраїнського державного
університету імені Володимира Винниченка
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2005-4810
e-mail: zavitrenkod@gmail.com
БЕРЕЗЕНКО Наталія Олегівна –
викладач кафедри іноземних мов
Донецького державного університету внутрішніх справ
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3333-8924
e-mail: nberezenko29@gmail.com
ЖИГОРА Ірина Валеріївна –
кандидат філологічних наук, доцент,
доцент кафедри дошкільної та початкової освіти
Центральноукраїнського державного університету
імені Володимира Винниченка
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5796-2062
e-mail: i.zhugora@gmail.com

ФОРМУВАННЯ КОМУНІКАТИВНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ СТУДЕНТІВ У СУЧАСНОМУ ЗАКЛАДІ ВИЩОЇ ОСВІТИ

У статті проаналізовано проблему формування комунікативної компетентності студентів у просторі вищої освіти. Визначено та обґрунтовано поняття «професійно-комунікативна компетентність студентів». Акцентовано увагу на сучасній взаємодії людини з іншими людьми та світом, яка стала надзвичайно інтенсивною з розширенням технічних можливостей обміну інформацією. Охарактеризовано основні чинники формування професійно-комунікативної компетентності здобувачів у сучасному закладі вищої освіти. Визначено види професійно-комунікативної компетентності та шляхи їх удосконалення за допомогою освітніх технологій і методів. Говорячи про комунікативну компетентність особистості, не слід обмежувати коло дослідження діагностикою знань і вмінь, комунікативних навичок, оскільки спілкування, пов'язане зі спрямованістю особистості, є компонентом мотиваційної сфери, що спонукає до формування світогляду, розвитку інтелекту, вибору ціннісних орієнтацій. Комунікативна компетентність містить такі поліфункціональні компоненти: активність у спілкуванні, емоційну реактивність, швидкість прийняття рішень (темперамент особистості), комунікативну впевненість, стійкість саморегуляції, комунікативну об'єктивність і суб'єктивність.

Аналіз наукових поглядів на формування комунікативної компетентності студентів дозволив визначити її спрямованість та поліфункціональність шляхом виявлення та обґрунтування основних чинників формування та принципів організації в сучасному закладі вищої освіти. Комунікативна компетентність студентів характеризується здатністю толерантно спілкуватися за допомогою вербальних і невербальних засобів мовлення, впливати на співрозмовника, будувати конструктивний діалог, вирішувати конфлікти та налаштовуватися на власну емоційну стабільність у співпраці з освітніми партнерами. Окреслено бар'єри, які ускладнюють процес розвитку успішної комунікативної компетентності студентів.

Ключові слова: *комунікативна компетентність, партнерство, практична підготовка, освітні технології, принципи формування мовленнєвих компетентностей.*