

Shkatulyak ДЕРЖАВНИЙ ЗАКЛАД «ПІВДЕННОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені К. Д. УШИНСЬКОГО»

Кафедра прикладної математики та інформатики

ІНТЕГРОВАНІ КЕЙС-УРОКИ

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
спеціальності 014 Середня освіта (Інформатика)

ОДЕСА 2025

УДК: 378.147+004.8

Рекомендовано до друку вченою радою
Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет
імені К. Д. Ушинського»
протокол від «25» січня 2025 року №

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гоцульскій В. Я. – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри фізики та астрономії Одеського національного університету імені І. І. Мечникова

Іовчев С. І. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізики, математики та астрономії Одеського національного морського університету

Укладач:

Шкатуляк Н. М. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики та інформатики

Навчальний посібник до навчальної дисципліни «Інформатика» / укладач Н. М. Шкатуляк – Одеса, Університет Ушинського, 2025. 36 с.

Навчальний посібник присвячений впровадженню у навчальний процес з інформатики інноваційної технології навчання – інтегрованих кейс-уроків, за якої практичне явище чи процес розглядається інтегровано, з різних сторін, з точки зору різних освітніх галузей знань, з використанням інформаційних комп'ютерних засобів. Навчальний посібник має на меті допомогти студентам засвоїти теоретичний матеріал та знайти підходи до розв'язування прикладних практичних задач та завдань підвищеної складності за допомогою кейс-навчання у зв'язку з орієнтацією освіти на формування компетентностей, умінь і навичок розумової і практичної діяльності, на розвиток здатності до навчання протягом життя, обробки величезного потоку інформації, здатності критично мислити, вибирати оптимальне рішення в різних ситуаціях.

У навчальному посібнику описано методики застосування кейс-технології при підготовці здобувачів освіти, запропоновано інтегральні кейс-уроки, в яких представлені розгортки до них і задачі прикладної спрямованості.

Рекомендовано для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 014 Середня освіта (Інформатика) з метою закріплення, поглиблення й узагальнення знань, одержаних під час навчання. Посібник розрахований не тільки на студентів, але й на викладачів ЗВО, вчителів середніх загальноосвітніх навчальних закладів, а також на самоосвіту.

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1. ЗАГАЛЬНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ. ІНТЕГРОВАНІ KEYС-УРОКИ	8
2. ІНТЕГРОВАНІЙ KEYС-УРОК «ЄГИПЕТСЬКІ ПІРАМІДИ»	10
2.1. ІСТОРІЯ	14
3.2. ФІЗИКА. ІСТОРІЯ ФІЗИКИ	17
3.3. ГЕОЛОГІЯ, АРХІОЛОГІЯ. ЩО ТАКЕ РАДІОВУГЛЕЦЕВИЙ АНАЛІЗ?	20
3.4. ЩО ТАКЕ РАДІОВУГЛЕЦЕВЕ ДАТУВАННЯ ?	21
3.5. ХІМІЯ. ОСНОВНІ ПРИНЦИПИ РАДІОВУГЛЕЦЕВОГО АНАЛІЗУ	2
3.6. АЛГЕБРА. ПОКАЗНИКОВА, ЛОГАРИФМІЧНА, СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЇ	26
3.7. ГЕОМЕТРІЯ. ПІРАМІДИ.	28
3.8. ПИТАННЯ ДО KEYС-УРОКУ «ЄГИПЕТСЬКІ ПІРАМІДИ»	30
4. ІНТЕГРОВАНІЙ KEYС-УРОК «УЛЮБЛЕНЕ МІСТО»	32
4.1. ІСТОРІЯ ОДЕСИ. ОДЕСЬКІ КАТАКОМБИ	43
4.2. ЕКОЛОГІЧНИЙ СТАН МІСТА	47
4.3. ПИТАННЯ ДО KEYС-УРОКУ «УЛЮБЛЕНЕ МІСТО»	55
5. ІНТЕГРОВАНІЙ KEYС-УРОК «СТОУНХЕНДЖ»	56
5.1. ПИТАННЯ ДО KEYС-УРОКУ «СТОУНХЕНДЖ»	60
6. ІНТЕГРОВАНІЙ KEYС-УРОК «ВІДНОВЛЮВАНА ЕНЕРГЕТИКА»	60
6.1. ЕКОНОМІКА	65
6.2. ФІЗИКА	66
6.3. МАТЕМАТИКА	70
6.3. ПИТАННЯ ДО KEYС-УРОКУ «ВІДНОВЛЮВАНА ЕНЕРГЕТИКА»	78
7. ІНТЕГРОВАНІЙ KEYС-УРОК «СТАТИСТИКА»	79
7.1. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ	84
7.2. ІНФОРМАТИКА	94

	4
7.3. ПИТАННЯ ДО КЕЙС-УРОКУ «СТАТИСТИКА»	99
8. ІНТЕГРОВАНІЙ КЕЙС-УРОК «ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ»	101
8.1. ЕКОНОМІКА	106
8.2. ФІЗИКА	106
8.3. МАТЕМАТИКА	107
8.4. ПИТАННЯ ДО КЕЙС-УРОКУ «ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ»	107
9. ВИСНОВКИ	108
10. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	109

ВСТУП

Одним з актуальних завдань сучасної вищої освіти є імплементація у навчальний процес ефективних практико-орієнтованих інноваційних освітніх технологій, як це зазначено у проєкті «Стратегії сталого розвитку України до 2030 року» [1].

У 2018 році Україна першою серед близько 90 країн та економік, що представляють три чверті населення світу, взяла участь у міжнародному дослідженні якості освіти PISA-2018 [2]. Результати дослідження показали, що досягнення українських учнів школи з читання, математики та природничих наук відповідають базовому рівню. Україна вдруге взяла участь у дослідженні якості освіти PISA-2022 в умовах війни, що викликало захоплення міжнародних організації освіти [3]. Основні інтереси дослідження у 2022 році були застережені на креативному мисленню учнів [3]. Завдання тестового типу мали на меті показати, як учасники дослідження сприймають математику в реальному житті та можуть використовувати свої математичні знання для успішного розв'язання практичних завдань. У національному звіті перераховані типові проблеми, з якими стикалися українські школярі під час виконання тестів. Наприклад, учням було важко обґрунтовувати свої відповіді, виявляти закономірності та робити висновки. Як наслідок, відповіді були майже виключно обчисленнями. Крім того, проблеми виникали при виконанні таких завдань, як обчислення відсотків, визначення ймовірності настання явища та моделювання прийняття рішень.

Останнім часом у підготовці студентів закладів вищої освіти зменшилась кількість аудиторних навчальних годин за рахунок відповідного збільшення часу, відведеного на самостійну підготовку.

Розширення обсягу самостійної роботи у навчальних планах дозволяє удосконалювати практичні навички учнів та наблизити академічне навчання до майбутньої професійної діяльності. Самостійна навчальна праця є основним ресурсом вдосконалення творчого потенціалу здобувачів вищої освіти та покращення якості підготовки спеціалістів.

Серед інноваційних методів навчання важливе місце займає кейс-технологія (case-study) (від англійського case – випадок, ситуація, case-study – повчальний випадок, вивчення ситуацій), заснована на аналізі конкретних ситуацій. Метод кейсів народився у далекі пройдешні часи 19 століття у США для навчання здобувачів освіти в галузі бізнесу та юридичного права [4] й поступово отримав поширення у навчанні інших дисциплін як у середній, так і вищої освіти. Використання кейс-технологій у навчанні було і є актуальним питанням сучасної освіти.

В даний час метод кейсів швидко розвивається й використовується у навчанні не тільки бізнесу та юриспруденції, але й у викладанні математики [5 -7], фізики [8, 9], хімії [10 - 13], біології [14, 15], інформатики [16, 17], історії [18], літератури [19], іноземних мов [20, 21], мистецтва [22] тощо. У науко-методичній літературі є багато розроблених кейсів різного виду та типів з різних дисциплін. Незважаючи на свою ефективність, ця технологія залишається недостатньо вивченою і рідко застосовується у підготовці студентів, включаючи майбутніх учителів інформатики та природничих наук. Впровадження кейс-технології обумовлено орієнтацією освіти на формування компетенцій, розвиток критичного мислення та здатності приймати оптимальні рішення у різних ситуаціях.

В останні часи набуває популярності використання більш складна технологія використання кейсів – інтегровані кейс-уроки (ІКУ), приклади яких можна знайти за посиланням [23], але більшість з них платні.

У навчальному посібнику доводиться необхідність використання кейс-технології у вищих навчальних закладах. Описано етапи роботи з кейсами: аналіз

ситуації, робота в групах, презентація результатів, обговорення та рефлексія. Наведено приклади завдань та інтегрованих кейс-уроків, призначених для студентів бакалаврату за спеціальністю «014 Середня освіта (Інформатика)». Включено необхідні поняття, формули, приклади розв'язання задач та рекомендована література.

Навчальний посібник призначений для аудиторної та самостійної роботи з навчальної дисципліни «Інформатика» та «ІКТ в освіті» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності «014 Середня освіта (Інформатика)».

Представлено поняття, формули і довідкові значення величин, необхідні для розв'язання завдань, приклади розв'язання завдань, розкрито теми розгорток кейс-інтегрованих уроків, рекомендована література.

2. ЗАГАЛЬНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ. ІНТЕГРОВАНІ КЕЙС-УРОКИ

Кейс-уроки використовують у вигляді певної кількості кольорових слайдів, які містять, як текстовий, так і ілюстративний матеріал, представлений у захоплюючій формі, що сприяє доброму сприйняттю інформації та практичному використанню. В кейсах вивчаються різні сторони людської діяльності, розглядаються різні природні явища, різні науки. Все це сприяє розвитку асоціативної пам'яті, логіки, уяви і причинно-наслідкових зв'язків, що дозволяє розвивати різнобічні здібності.

Інтегрований кейс-урок присвячується вивченню певного явища чи предмету, але інтегровано, з різних сторін, з погляду інших наук чи галузей знань. Вивчення матеріалу здійснюється шляхом створення розгорток окремих відповідей на питання, пов'язаних з основною темою (рис. 1) [23] та супроводжується інформацією з Інтернету.

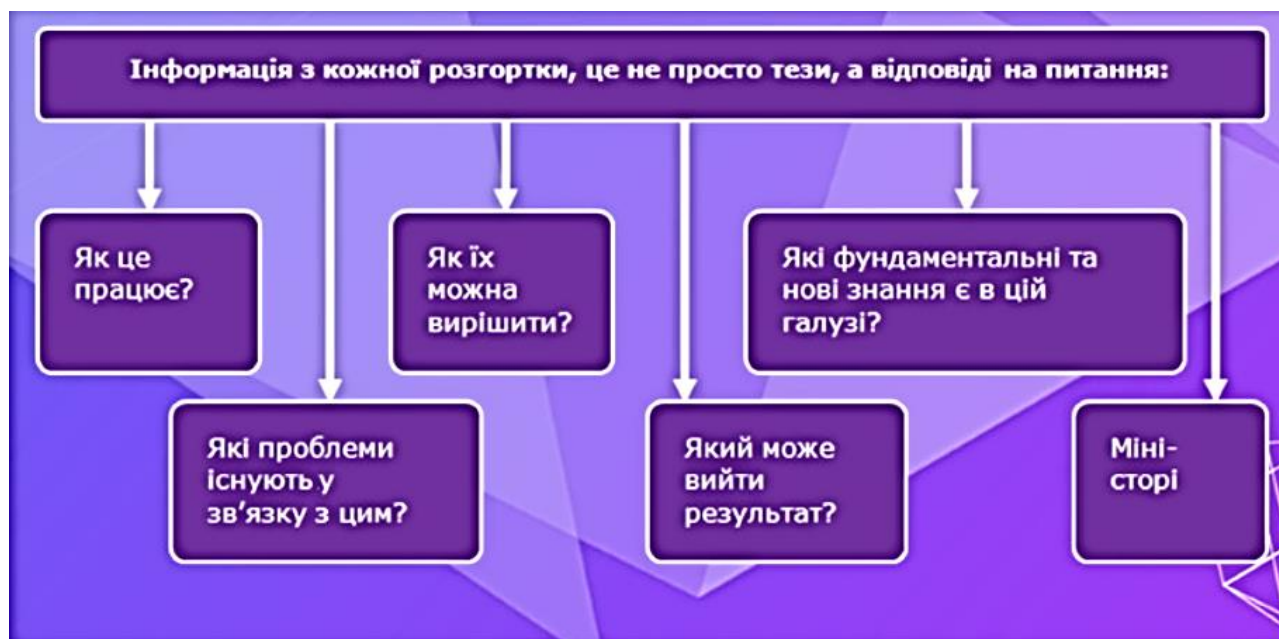


Рис. 1. Інформація кожної розгортки

Кейс-уроки об'єднують в собі різні навчальні предмети та галузі знань. Наприклад, кейс-урок «Смартфон – моє все!» має такі розгортки: *фізика, хімія,*

бізнес, інтернет, математика, інформатика, мода, кінематограф, інтелект, особистісне зростання [23].

Тема кейс-уроку розкривається на предметні розгортки із шкільних та позашкільних галузей знань.

Кожна розгортка містить не тільки цікаву інформацію, що наповнює фундаментальні знання практичним сенсом, але й запитання для дискусій, завдання для закріплення знань, набуття навичок та компетенцій.

Проведення інтегрованого кейс-уроку може здійснюватися у формі перевернутого уроку, коли учні завчасно отримують завдання підготувати інформацію за розгортками, що відповідають темі інтегрованого кейс-уроку, як це буде показано нижче.

Педагогами вивчався ефект від кейс-уроків. Це дослідження можна представити на рис. 2 [23].



Рис. 2. Ефект від кейс – уроків.

1. Інтегрований кейс-урок «Єгипетські піраміди»

У 1922 р. внаслідок тривалих пошуків англійський археолог Говард Картер знайшов гробницю Тутанхамона. Поховання складалося з кількох приміщень, заповнених коштовними речами. Серед них – золотий трон Тутанхамона, оздоблений малюнками й пишно інкрустований. У поховальній камері було знайдено велику скриню, покриту листовим золотом. Усередині три менші скрині. В останній був кам'яний саркофаг з трьома вкритими золотом трунами. У найменшій труні, виготовленій із золота, покоїлася мумія Тутанхамона. Обличчя закривала майстерно виконана золота маска (рис. 3). Мумію прикрашено амулетами, намистом, підвісками, браслетами, перснями.



Рис. 3. Золота маска Тутанхамона

Задача 1. Обчисліть, скільки років недоторканою пролежала в саркофазі мумія Тутанхамона, якщо 18-літній фараон помер 1324 р. до н. е. Коли народився цей давньоєгипетський правитель?

Розв'язання. Для обчислення років, протягом яких мумія Тутанхамона пролежала в саркофазі, потрібно врахувати, що рік його смерті визначається в роках до нашої ери. (Пояснюємо, що відлік часу в історії, прийнятий у країнах, де головною релігією є християнство, ведеться від Різдва Христового. Усі події, які

сталися після Різдва Христового (після Р.Х.), називають подіями нашої ери. Усе, що сталося до народження Ісуса Христа, вважається подіями до нашої ери й записується скорочено – до Р. Х. або до н.е. Рік напередодні народження Ісуса Христа називають першим роком до н.е.).

Для обчислення років, протягом яких мумія Тутанхамона пролежала в саркофазі, потрібно врахувати, що рік його смерті визначається в роках до нашої ери. Тому потрібно до року його смерті додати рік відкриття гробниці, тобто:

$$1922 + 1324 = 3246 \text{ р.}$$

Для обчислення народження фараона Тутанхамона потрібно вік фараона додати до року смерті:

$$1324 + 18 = 1342 \text{ р. до н.е.}$$

Отже, Тутанхамон народився приблизно в 1342 р. до н.е.

Відповідь: Мумія Тутанхамона пролежала в саркофазі 3246 років, Тутанхамон народився приблизно у 1342 р. до н.е.

Задача 2. За допомогою прискорювального мас-спектрометра (рис. 4) у 2008 році визначили, що відношення $\frac{N_0}{N} = 1,265$ (N_0 - кількість радіонуклідів радіовуглецю в момент загибелі живого організму, N – кількість його у час датування).



Рис. 4. Прискорювальний мас-спектрометр

У методі прискорювального мас-спектрометру вміст вуглецю 14 вимірюється безпосередньо щодо присутніх вуглецю 12 та вуглецю 13. Метод підраховує не бета-частинки, а кількість атомів вуглецю, присутніх у зразку, та частку ізотопів. Цей метод радіовуглецевого датування вважається найбільш точним способом вимірювання вмісту радіовуглецю в речовині.

Визначити датування гробниці Тутанхамона, якщо період піврозпаду радіоактивного Карбону-14 становить 5700 років.

Розв'язання. За законом радіоактивного розпаду:

$$\frac{N_0}{N} = e^{\frac{t}{T}}$$

$$e^{\frac{t+2008}{5700}} = 1,795$$

$$\frac{t + 2008}{5700} = \ln 1,795$$

$$t = 5700 \cdot \ln 1,795 - 2008$$

$$t = 5700 \cdot 0,5846 - 2008 = 1324 \text{ (р. до н.е.)}$$

Відповідь: Датування гробниці фараона Тутанхамона 1324 р. до н.е.

Задача 3. Визначить відношення $\frac{N_0}{N}$ при проведенні радіовуглецевого аналізу за допомогою прискорювального мас-спектрометру, якщо аналіз проводили би у 2020 році, у 2030 році.

Розв'язання. Визначимо відношення $\frac{N_0}{N}$ за допомогою програми MS Excel. Для цього представимо закон радіоактивного розпаду у вигляді

$$\frac{N_0}{N} = e^{\frac{t_1+t_2}{T}},$$

де N_0 - вихідна кількість радіоактивних ядер у час $t = 0$, N - кількість радіоактивних ядер у час $t = (t_1 + t_2)$, t_1 - датування гробниці фараона Тутанхамона (~ 1324 р. до н.е.), t_2 - час, коли проводиться радіовуглецевий аналіз, T - період піврозпаду.

Сформуємо таблицю в Excel з вихідними параметрами. Для цього:

1. Підготуємо у таблиці діапазон змінних t_2 та $\frac{N_0}{N}$ ($1925 < t_2 < 2030$, $h=5$) (рис.4).
2. В комірку B4 введемо формулу: $=\text{EXP}(\$E\$2+A5)/\$F\2 .
3. Застосуємо автозаповнення для всіх комірок таблиці.
4. Виділимо дані таблиці і побудуємо графік функції, застосувавши тип діаграми – *Точкова* (рис. 5.).

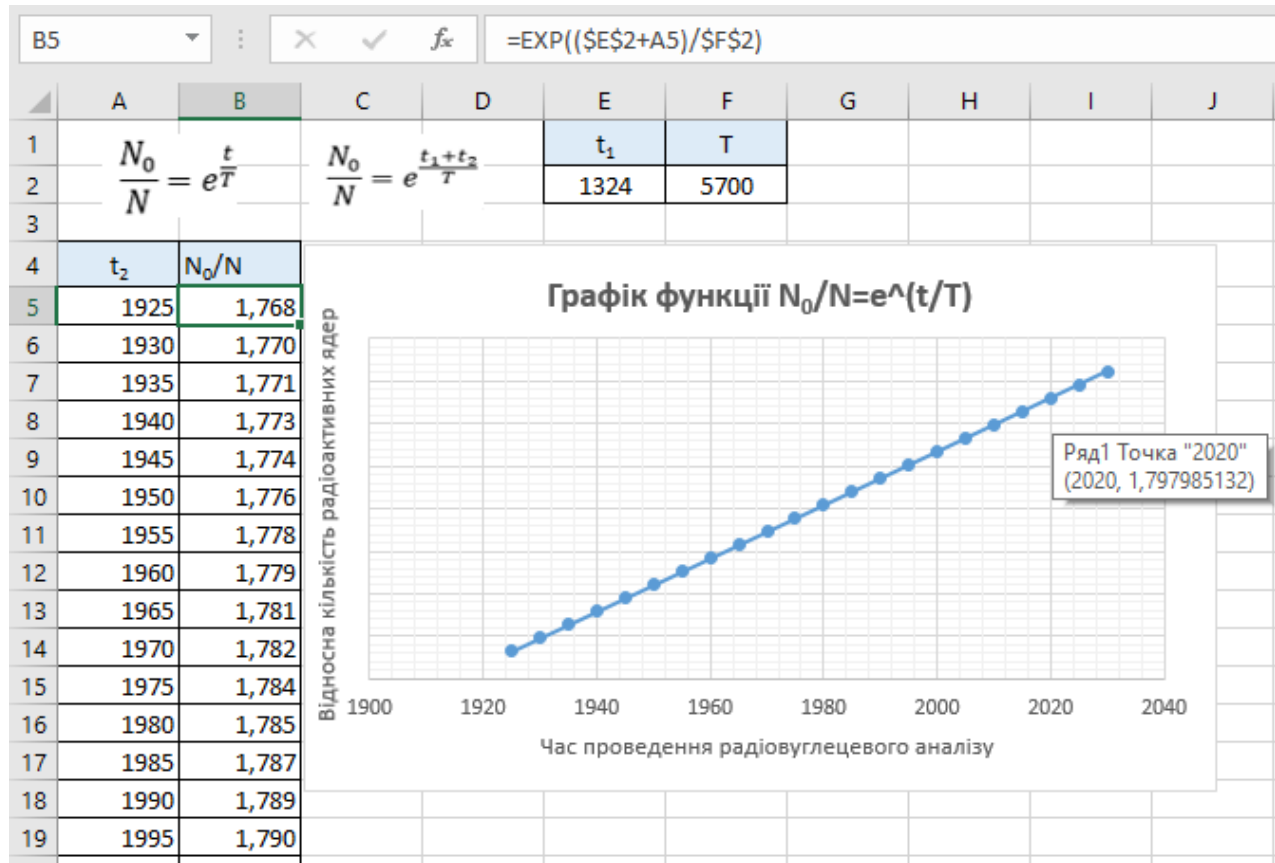


Рис. 5. Визначення відношення радіоактивних ядер вуглецю за допомогою програми MS Excel

Як видно з діаграми відношення радіоактивних ядер вуглецю при проведенні аналізу у 2020 році дорівнює 1,798, а у 2030 році - 1,8068.

Відповідь: Відношення радіоактивних ядер вуглецю $\frac{N_0}{N}$ при проведенні аналізу у 2020 році дорівнює 1,8037, а у 2030 році - 1,8011.

В кейсі можна виділити 6 розгортки.

3.1. ІСТОРІЯ

Стародавні єгиптяни вірили, що після смерті на них чекає потойбічне життя. Дуже важливим був вид поховання. Лише фараони та найзаможніша знать могли збудувати для себе та своєї сім'ї гробниці (рис. 6). Прості люди ховали померлих у ямах, викопаних у пустелі.



Рис. 6. Єгипетські піраміди

Стародавні єгиптяни вважали, тіло мертвого мало бути збережене для потойбічного життя. Це відбувалося завдяки процесу муміфікації, або бальзамування. Муміфікація — процес створення мумії з тіла померлої людини.



Рис. 7. Процес бальзамування тіла померлого

Єгипетські піраміди – це єдине з давніх Семи чудес світу, яке дійшло до наших днів. Вони були побудовані не рабами, а звичайними людьми, в знак поклоніння правлячому фараону, при чому сама служба на будівництві була справою суто добровільною.

Піраміда Хеопса має квадратну будову, у цей час довжини сторін рівняються: північна — 230,25 м, південна — 230,4, східна — 230,38, західна — 230,35 м. Периметр піраміди — приблизно 1 км. Площа піраміди — 5,4 га. Її висота — 146,6 м. Об'єм піраміди — більше 2 500 000 м³. У всіх деталях Великої піраміди збережені (золоті) пропорції, як це видно на зображенні (рис. 8).



Рис. 8. Рожева піраміда Снофру

Це не можна пояснити простою випадковістю. Периметр піраміди, розділений на подвоєну висоту, дає число «Пі» з точністю до 0,01, а висота піраміди Хеопса становить одну мільярдну відстані від Землі до Сонця. Якщо провести горизонтальну лінію через центр Землі до перетинання з окружністю, потім накреслити лінії із крапок перетинання нагору до центра Місяця, а із центра Місяця обернено на Землю, то це будуть точні пропорції піраміди Хеопса.

Найбільші піраміди Стародавнього Єгипту

Піраміди	Датування	Місце знаходження	Розмір	Особливості
Хуфу (Хеопса)	~2589-2566 до н.е.	Гіза	230 м, h=146 м	Хеопса, Велика піраміда
Хафра (Хафрена)	~2558-2532 до н.е.	Гіза	210 м, h=143 м	
Джосер	~2630-2612 до н.е.	Саккара	121 м, h=109 м	Ступінчата
Снофру	~2612-2589 до н.е.	Дахшур	219 м, h=105 м	Рожева
Снофру	~2612-2589 до н.е.	Дахшур	189 м, h=105 м	Ламана
Снофру	~2612-2589 до н.е.	Мейдум	144 м, h=94 м	Ламана

Піраміда Хеопса була побудована в місці з дивним геометричним розташуванням 30-й паралелі від екватора і на меридіані, що розділяє на дві рівні частини всі ділянки планети, що виступили з води. Піраміда перетинає вищу точку, тут вона розділяє дельту Нілу з дуже великою точністю, перетинаючись із діагоналлю. Такі точні космогонічні розрахунки могла знати лише високорозвинена цивілізація.

Разом з фараонами єгиптяни ховали речі, в яких вони, на їхню думку, мали б потребу після смерті, слуг, тварин і незліченні скарби.

Як бачимо, датування пірамід належить до періоду ~2612 – 2532 р. до н.е. ((27 — сер. 26 століть до н.е.). Яким чином сучасні вчені змогли визначити датування цих пірамід, роки життя фараонів?

Вчені визначала датування різними методами.

«В першу чергу ми датуємо піраміди за їх становищем у розвитку єгипетської архітектури та матеріальної культури протягом 3000 років. Таким чином, ми не маємо справу з якоюсь однією точкою фактичного знання у самій Гізі. Ми маємо

справу в основному з усією єгиптологією та єгипетською археологією», — пояснив Марк Ленер, археолог із Східного інституту Чиказького університету та Гарвардського семітського музею.

Серед способів визначення віку пірамід – вивчення кераміки. Все, що знайшли в Гізі, схоже на кераміку часів царів, які збудували піраміди в період Стародавнього царства.

Вивчався і рослинний матеріал, і насіння, знайдені в гробницях фараонів, з датуванням якої наука не має жодних сумнівів. А радіовуглецеве датування, що з'явилося, дало можливість з більшою точністю визначити вік пірамід на аналізі всього знайденого в них.

Ідею радіоізотопного датування запропонував Ернест Резерфорд у 1905 році, через 9 років після відкриття радіоактивності Анрі Беккерелем.

3.2. ФІЗИКА. ІСТОРІЯ ФІЗИКИ

1 березня 1896 року французький фізик А. Беккерель виявив по почорнінню фотопластинки вивільнення сіллу урану невидимого проміння сильної проникливої здатності. Далі він з'ясував, що металічному урану теж притаманна випромінювальна здатність. Потім ця властивість була відкрита німецьким фізиком Г. Шмідтом у торію. У 1898 році інші французькі учені Марія Складовська-Кюрі та П'єр Кюрі виділили з уранового мінералу два нові хімічні елементи, що були радіоактивними у більшій мірі, ніж уран і торій. Так були відкриті полоній та радій. Марія Складовська-Кюрі запропонувала назвати відкрите явище радіоактивністю.

В 1907, Бертрам Болтвуд, радіохімік з Єльського університету, опублікував перші визначення віку деяких геологічних зразків. У наступні роки відбувався інтенсивний розвиток ядерної фізики та вдосконалення технологій, завдяки чому до середини ХХ століття була досягнута прийнятна точність радіоізотопних датувань. Цьому особливо сприяло винайдення мас-спектрометра. В 1949 році Віллард Ліббі

розробив радіовуглецевий аналіз та продемонстрував його придатність на зразках дерева відомого віку (в інтервалі 1400 — 4600 років), за що в 1960 році отримав Нобелівську премію з хімії.

Для ліпшого розуміння радіовуглецевого аналізу згадаємо поняття та історію відкриття радіоактивності.

Радіоактивність (від латинського radio – випромінюю, radius – промінь, activus – дієвий) – самовільний (спонтанний) процес перетворення нестійкого ізотопу у інший ізотоп цього ж чи іншого хімічного елемента, що супроводжується випромінюванням електронів, позитронів, нейтронів, γ -квантів чи α -частинок. Суть цього явища полягає у самовільній зміні енергії, заряду чи маси або всіх цих змін одночасно у атомного ядра, що знаходиться в основному чи збудженому стані. Синонімами терміну радіоактивність є радіоактивний розпад, радіоактивний поділ (ділення) ядра.

Швидкість радіоактивного розпаду ядра – це постійна величина, яка залежить лише від загальної кількості радіоактивних атомів (N) та їх природи, і не пов'язана з хімічним складом сполуки, в яку входить радіонуклід, та її агрегатним станом:

$$dN / dt = \lambda N, \quad (1)$$

де dN – зміна кількості атомів за час dt, λ – коефіцієнт, що характеризує природу радіонукліду. Проінтегрувавши рівняння (1), отримуємо

$$\ln N = -\lambda \tau + \text{const}. \quad (2)$$

За початкових умов, коли кількість радіонуклідів складає N_0 , а $t = 0$:

$$\ln (N/ N_0) = -\lambda \tau, \quad (3)$$

звідки

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \tau}. \quad (4)$$

Рівняння (4) називають законом радіоактивного розпаду

Проте швидкість радіоактивного розпаду рідко використовується для порівняння інтенсивності розпаду радіонуклідів різних типів. Більш поширеною величиною є період напіврозпаду. Період напіврозпаду $T_{1/2}$ (середній час життя

радіоактивного ізотопу) – час, протягом якого розпадається половина початкової кількості атомів даного радіонукліду.

Якщо у рівняння (3) підставити $N = 1/2 N_0$, то отримаємо

$$\ln 2 = \lambda T_{1/2} \quad (5)$$

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,69 / \lambda \quad (6).$$

На практиці період напіврозпаду визначають, вимірюючи радіоактивність як кількість розпадів за секунду у різні проміжки часу.

До радіоактивних ізотопів належать ті, час життя яких перевищує 10^{-12} с. Чіткої верхньої межі значення періоду напіврозпаду, яка б відділяла радіоактивні ізотопи від стабільних, не існує, хоча з логічних міркувань її можна було б встановити на рівні 10^{14} - 10^{16} р.

Розрізняють наступні типи радіоактивного розпаду атомних ядер:

- α -розпад;
- β -розпад;
- γ -розпад;
- К-захоплення;
- нейтронний розпад;
- спонтанне ділення ядра.

Ядра хімічних елементів, які здатні до самовільного розпаду, називаються радіоактивними ізотопами або радіонуклідами.

У 1903 році за відкриття радіоактивності А. Беккерелю та подружжю Кюрі була присуджена Нобелівська премія по фізиці. Всього ж за роботи, пов'язані з дослідженням та застосуванням радіоактивності, було присуджено понад 10 Нобелівських премій (Е. Фермі, Е. Резерфорду, Ф. і І. Жоліо-Кюрі, Д. Хевіші, О. Гану, Е. Макміланн і Г. Сіборгу, У. Ліббі та іншим).

Серед легких природних радіонуклідів найбільш важливими є тритій і ^{14}C , які широко використовуються у наукових дослідженнях та для датування віку археологічних знахідок.

3.3. ГЕОЛОГІЯ, АРХІОЛОГІЯ. ЩО ТАКЕ РАДІОВУГЛЕЦЕВИЙ АНАЛІЗ?

Сьогодні ми поговоримо про радіовуглецевий аналіз. Можна довго сперечатися (і швидше за все марно, оскільки у кожного своя правда та свої критерії) про те, що є головним відкриттям ХХ-го століття: політ у космос, транзистор, комп'ютер, інтернет чи ядерна бомба. Продовжуйте список самі. Але є ще один пункт, який також може поборотися за пальму першості як одне з найзначніших відкриттів минулого століття. *Це радіовуглецевий аналіз. Або радіовуглецеве датування, що ближче до істини.* Від слова "дата", хоча як ми побачимо, ні про яку точність до року, а тим більше до дня, і мови бути не може. Науковий метод, про який ми розповімо нижче, став воістину революційним для археологів, розслідувачів минулого, всіх, хто за своєю професією, заглиблюється в історію. Але не було раніше інструменту. Який би дозволив рушити на тисячі років тому. Вивчати історію за допомогою ... радіоактивного ізотопу. Яке незвичайне поєднання двох наук, ви не знаходите? Як кажуть образно – фізики та лірики...

Наш сьогоднішній "герой": вуглець – 14. Оце так. Навіть чотирнадцятий. Саме завдяки йому проводяться дослідження подій минулих століть та тисячоліть у гідрології, геофізиці, геології, океанографії, палеокліматології та інших науках.

Що таке радіовуглецевий аналіз ?

Власне великими мазками, тезове, ми вже дали підведення до відповіді це питання. Але будемо просуватися далі в розумінні радіовуглецевого аналізу, а саме як вуглець-14 допоможе нам дізнатися вік стародавніх об'єктів, що складаються з різних речовин, які були відзначені або датовані радіовуглецем: гілки, насіння, кістки, залишки висохлої крові, шкіра, волосся людей, вовна тварин, деревне

вугілля, деревина, торф, озерний бруд, ґрунт, глиняний посуд, пилок, настінні розписи, корали, смоли, тканини, папір або пергамент.

Вуглець-14 ($C-14$) – це слаборадіоактивний ізотоп вуглецю. Також відомий як радіовуглець і це ізотопний хронометр.

Датування за допомогою радіовуглецю можливе за широким спектром органічних і деяких неорганічних матеріалів, але не застосовується, наприклад, до металів. Забігаючи трохи вперед і дамо пояснення цьому – тому що метали не вбирають гази, саме газоподібний оксид радіовуглецю.

Цікаво, що радуовуглецевий аналіз можна застосувати навіть для деяких полімерів, багатомірів, пластмас. Основна умова незмінна – матеріал повинен містити вуглець-14.

3.4. ЩО ТАКЕ РАДІОВУГЛЕЦЕВЕ ДАТУВАННЯ ?

Це метод, що дозволяє об'єктивно визначити вік матеріалів на основі вуглецю. Для цього потрібно виміряти кількість вуглецю-14, що є в зразку, і порівняти його з еталонним стандартом, прийнятим на міжнародному рівні.

3.5. ХІМІЯ. ОСНОВНІ ПРИНЦИПИ РАДІОВУГЛЕЦЕВОГО АНАЛІЗУ

Для елементів таблиці Менделєєва, у яких один і той же номер, існують ізотопи, які відрізняються різними масовими числами. Це призводить до того, що вони можуть радикально відрізнятися за своїми фізичними (бути газами, рідинами або у твердому вигляді) та хімічними властивостями. Деякі з них можуть бути радіоактивними, тобто є джерелом іонізуючого випромінювання.

1. Радіовуглець (вуглець 14) — ізотоп вуглецю, нестабільний та слаборадіоактивний, має атомний номер 6 та масове число 14. Є й інші ізотопи вуглецю. Наприклад 12 та 13.

2. Співвідношення вмісту в природі між цими ізотопами є вкрай нерівномірним. Особливо якщо це стосується С-14, про який сьогодні йде мова. Якщо С-12 становить 98,9%, С-13 – 1,1%, то все, що залишилося (а це 10^{-10} , тобто практично нічого !) це і є С-14.

Ізотопи С-12 та С-13 стабільні. А ось С-14 утворюється у верхніх шарах атмосфери (після того, як атоми азоту-14 стикаються з нейтронами космічних променів), окислюється при взаємодії з атмосферним киснем і саме це оксид засвоюється рослинами та тваринами (рис. 9).

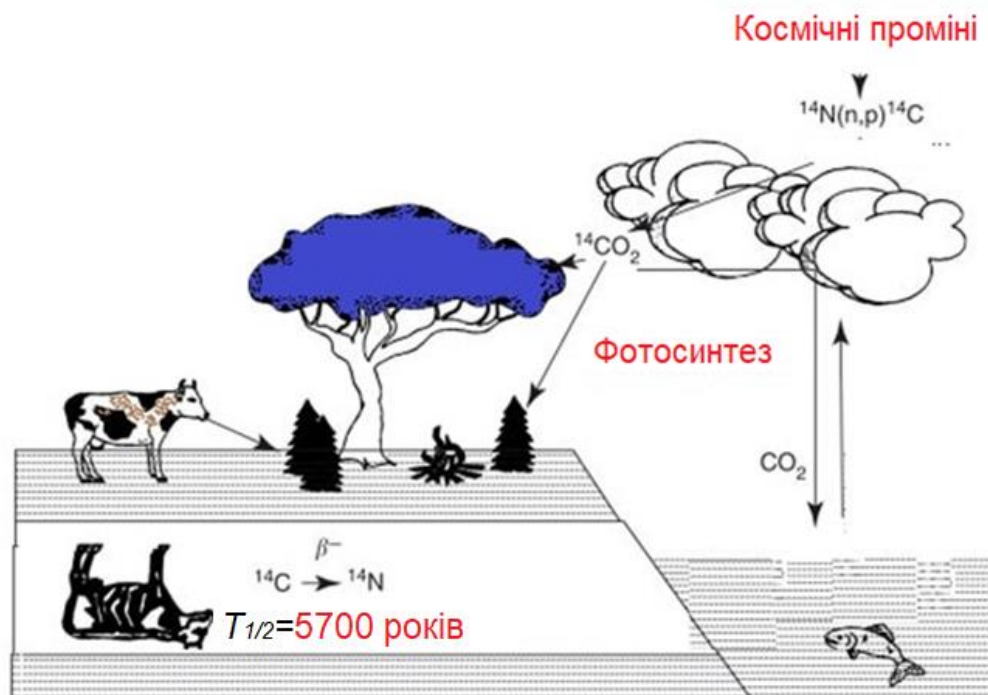


Рис. 9. До пояснення принципу радіовуглецевого аналізу

Ось і відповідь на запитання – а звідки цей вуглець С-14 береться у всіх організмах? А ось звідти. Він є скрізь. У всьому. Крім звичайно, речовин, які не здатні його засвоїти фізично. Як ми вже сказали, це, наприклад, метали.

Хоча, з іншого боку, здавалося б тверді мушлі равликів, підлягають визначенню віку радіовуглецевим методом, оскільки їх матеріал взаємодіє з радіовуглецем, включаючи його до свого складу.

Таким чином, можна сказати, що це самий вуглець – 14 буквально всюди ? Так і є. Він як повітря.

Рослини у процесі фотосинтезу засвоюють вуглець-14. А вони входять у харчовий ланцюжок людей та тварин.

Так що радіоактивний вуглець це своєрідна планетарна мітка.

Сьогодні соціальні мережі, рекламодавці таємно або явно збирають цифрові відбитки про кожну людину, яка хоч раз зайшла в інтернет. Це цифровий портрет. Інформація про всіх з нас вже оцифрована та збережена.

От такою ж тимчасовою міткою є і вміст радіовуглецю.

Оскільки С-14 безперервно бере участь у кругообігу вуглецю в природі, то поки істота жива, у неї стабільний вміст у тканинах, кістках, крові радіовуглецю. Ситуація змінюється зі смертю.

Вміст радіовуглецю починає зменшуватися. Чому? Тому що відбувається його розпад. Він же радіоактивний! Тобто його маса перетворюється на енергію. Це ще Ейнштейн відкрив у своїй знаменитій формулі. І радіоізотоп фізично зменшується у масі. Знаючи період радіоактивного розпаду, це раз і вихідний зміст змісту С-14 це два, можна визначити вік матеріалу або об'єкта.

Можна провести аналогію із геометрії. Якщо ми знаємо координати однієї точки (сьогодні) і рівняння прямої (закон розпаду радіоактивної речовини), можна знайти іншу точку (вік).

Радіовуглецевий аналіз – це, по суті, метод, призначений для вимірювання залишкової радіоактивності.

Однак не йдеться про те, що потрібно просто виміряти радіацію за допомогою відповідних приладів на основі іонізаційної камери та лічильника гейгера, для перевірки навколишнього радіаційного фону або рівня радіації продуктів харчування, будматеріалів тощо.

По-перше, ніякої небезпеки предмети давнини щодо визначення їх віку за допомогою радіовуглецевого аналізу, не представляють. Вони не фонують і не

можуть призвести до променевої хвороби (якщо, звичайно, вони не витягнуті з радіоактивного могильника).

По-друге, для визначення віку знадобиться спеціальна апаратура та стаціонарні лабораторні умови.

Існує три основні методи радіовуглецевого датування, тобто вимірювання вмісту вуглецю-14 у будь-якому даному зразку: газопорційний рахунок, рідинний сцинтиляційний рахунок та прискорювальна мас-спектрометрія.

До початку вуглецевого аналізу, матеріали, що тестуються, вимагають попередньої пробопідготовки, зокрема очищення від забруднень. Зазначимо, що кричущі помилки, які ставлять під сумнів метод, про які ми скажемо наприкінці, теж намагаються пояснити забрудненнями.

Газопорційний підрахунок	Традиційний метод радіометричного датування, при якому підраховуються бета-частинки (продукти розпаду радіовуглецю), що випускаються зразком, що тестується. На першому етапі зразок вуглець спочатку перетворюється на газоподібний діоксид, а потім проводиться вимірювання в газопорційному лічильнику.
Рідинний сцинтиляційний метод	Другий метод радіовуглецевого датування, який був затребуваний у середині минулого століття. Зразок попередньо готується до рідкої форми і до нього додається сцинтилятор, який виробляє спалах світла при взаємодії з бета-частинками. Місткість із зразком пропускають між двома фотомножниками, і тільки коли вони обидва реєструють спалах світла, проводиться підрахунок.
Прискорювальна мас-спектрометрія	У цьому методі вміст вуглецю 14 вимірюється безпосередньо щодо присутніх вуглецю 12 та вуглецю 13. Метод підраховує не бета-частинки, а кількість атомів вуглецю, присутніх у зразку, та частку ізотопів. Сучасний метод радіовуглецевого датування, який вважається найбільш точним способом вимірювання вмісту радіовуглецю в речовині.

А яка точність ?

Про жодні дні, місяці і навіть роки не йдеться.

Тривалість напіврозпаду радіоактивного вуглецю становить 5568 років при похибці ± 30 років.

Це менше, ніж такий самий показник джерела рентгенівського випромінювання – плутонію-239, що становить 24000 років. Але ми це згадали в частині того, що згідно із законами статистики та метрології, чим більший тимчасовий період, чим менша точність. Це втім стосується не тільки радіовуглецевого визначення часу, а й, наприклад, вимірювальних приладів – чим ширше вони мають діапазон, тим зазвичай вище похибка.

Отже, відхилення при вимірі віку за допомогою радіометричного аналізу може становити десятки років. І з цим доводиться миритися. Щось краще придумали? І на тому, як кажуть дякуємо. А комусь до речі, треба сказати це "дякуємо" ?

Історія виникнення методу.

Після закінчення Другої світової війни американський фізик-хімік Віллард Ліббі керував групою вчених, щоб розробити метод вимірювання активності радіовуглецю. Саме він увійшов в історію, як першовідкривач, який припустив, що нестабільний ізотоп вуглецю, званий радіовуглецем або вуглецем-14, може бути присутнім у будь-якій живій матерії. Ідеальна здогадка. Наукове передбачення. За це в 1960 році Вілларду Ліббі було присуджено Нобелівську премію з хімії на знак визнання його зусиль з вивчення радіовуглецевого датування.

Скандали та сумніви щодо радіовуглецевого аналізу

Так, за людськими мірками, напіврозпад 5,5 тис років це багато. Але для історії Землі це мить. Як секунда для нас.

У 2012-му році був скандал, коли результати радіовуглецевого аналізу показали (це було в Сінгапурі), що вік кісток динозаврів склав 22-39 тис. років, що явно не збігається з тим, що нам всі ці роки стверджували, що скам'янілим останкам багатотонних монстрів десятки мільйонів років!

Значить або динозаври за мірками історії Землі були ось-ось, зовсім поруч, буквально рукою подати по дорозі часу або радіоізотопний аналіз віку, як би це пом'якше сказати, обманює?

У пресу іноді потрапляють і дослідження часу утворення нафти, якій виявляється зовсім не мільйони років.

- Але повертаючись до динозаврів, є й інші незручні питання. Крім самих кісток, виявлено сліди тканин, у тому числі з яких навіть виділяють ДНК. А також зв'язки, кровоносні судини. Це неможливо, якби кісткам було 50-100 млн. років. За такий би період і пилу від них не залишилося б.
- Якщо знову повернутися до нашої теми, то навіть за 1 млн. років, враховуючи відносну швидкість розпаду С-14, цього самого вуглецю і зовсім не залишилося б у кістках динозаврів.

До речі, навіть Вікіпедія чітко говорить про те, що граничний вік для визначення радіовуглецевим аналізом становить 55000 років!

Так що далі дотягнутися до минулого і визначити вік матеріалів неможливо? Ну чому ж. Заради справедливості та повноти треба визнати, що існують й інші методи, які охоплюють набагато довші періоди – тривалістю у мільйони і навіть сотні мільйонів років. Наприклад вік гірських порід визначається ураново-свинцевим методом. Справжня знахідка для геологів. Тим паче, що похибка вбирається у 0,2 %. Метод принципово схожий - заснований на напіврозпаді урану, період якого становить 4,46 млрд. років. Цифра, між іншим порівнянна з часом утворення Землі.

3.6. АЛГЕБРА. ПОКАЗНИКОВА, ЛОГАРИФМІЧНА, СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЇ

Під час вивчення різних природних процесів, зокрема біологічних, фізичних та хімічних, найчастіше зустрічаються залежності між змінними величинами, які описуються показниковою або логарифмічною функціями з основою $a = e$.

Прикладами таких залежностей можуть бути залежності: $N = N_0 \cdot e^{k \tau}$, де N – кількість бактерій в будь-який час t , N_0 – початкова кількість бактерій в момент часу t_0 , k – константа швидкості розмноження бактерій, що визначається експериментально. Колонія клітин дріжджів розмножується також за експоненціальним законом. За таким законом плодилися кролики, які за короткий час заповнили Австралію.

Процеси новоутворення і розпаду математично можуть бути описані за допомогою залежності $P = P_0 e^{kt}$, де P – кількість новоутвореної речовини або речовини, що розпалася, в момент часу t , P_0 – початкова кількість речовини, k – стала, яка стосується конкретного випадку. За таким законом відбувається радіоактивний розпад, зменшення маси (чи концентрації) лікарського препарату в організмі людини за рахунок виведення його природним шляхом.

Крім цього, показникова функція характеризує зростання народонаселення, приріст деревини, залежність врожайності від кількості використаних органічних добрив, залежність швидкості реакції від температури (правило Вант-Гоффа):

$$v_{T_2} = v_{T_1} \gamma^{\frac{T_2 - T_1}{10}}$$

де v_{T_1}, v_{T_2} – швидкості реакції при температурах T_1, T_2 , γ – температурний коефіцієнт. За допомогою логарифмічної функції описується залежність ємності легенів V людини від її віку x у роках, яка визначена на проміжку часу від 10 до 100 років: $V(x) = \frac{110(\ln x - 2)}{x}$, де x – вік людини у роках; залежність маси ссавця W від числа споживаних ним калорій M на одиницю маси щодня: $\lg W = \frac{1,8 - \lg M}{0,225}$.

Деякі дослідники пропонують визначати вагу риби кубічною залежністю

$W = at^3$ та $W = bL^3$, де a, b – параметри, t – час, L – довжина риби.

Степенева залежність використовується також для визначення ступеня забруднення узбіччя доріг свинцем (у мг/м² за рік): $C = 0,012Ae^{-0,11k} + 0,37\sqrt[3]{A}$,

де A – інтенсивність руху (число транспортних засобів) за добу і k – відстань від краю дороги в метрах; максимальної кількості опадів I (у мм/рік) від їх тривалості (у роках) в деякій місцевості: $I = 13,1t^{-0,56}$ та ін.

3.7. ГЕОМЕТРІЯ. ПІРАМІДИ

Многогранник, одна грань якого — n -кутник, а решта граней — трикутники, що мають спільну вершину, називають n -кутною пірамідою.

Трикутники, які мають спільну вершину, називають бічними гранями піраміди, а саму спільну вершину — вершиною піраміди; n -кутник, про який ідеться в означенні, називають основою піраміди, а його сторони — ребрами основи піраміди; ребра, які не належать основі, називають бічними ребрами піраміди. Висотою піраміди називають

перпендикуляр, опущений із вершини піраміди на площину основи.

Піраміду називають правильною, якщо її основа — правильний многокутник і основа висоти піраміди є центром цього многокутника.

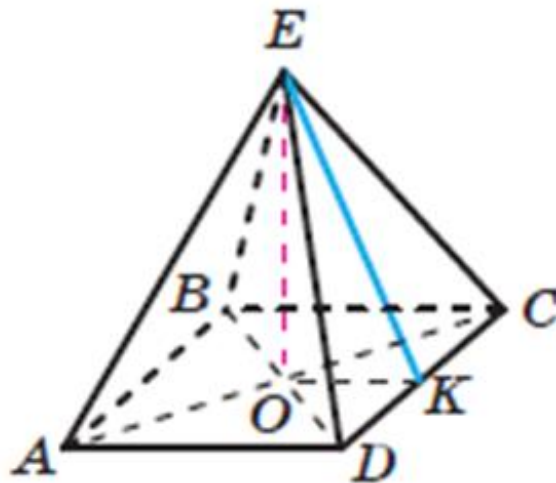


Рис. 10. Правильна піраміда

Усі бічні ребра правильної піраміди рівні, усі бічні грані правильної піраміди — рівні рівнобедрені трикутники.

Апофемою правильної піраміди називають висоту бічної грані, проведену з вершини піраміди.

Площею бічної поверхні піраміди називають суму площ усіх її бічних граней. Площа бічної поверхні правильної піраміди дорівнює половині добутку периметра її основи та апофеми:

$$S_{\text{б}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot d,$$

$P_{\text{осн}}$ - периметр основи піраміди, d – довжина апофеми правильної піраміди.

Повна поверхня піраміди дорівнює:

$$S_{\text{п}} = S_{\text{б}} + S_{\text{осн}},$$

де $S_{\text{п}}$ — площа поверхні піраміди, $S_{\text{б}}$ — площа бічної поверхні піраміди, $S_{\text{осн}}$ — площа основи піраміди.

Об'єм піраміди з висотою h і основою S , дорівнює:

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h$$

Задача 4 (Опис завдання). Піраміда Хеопса (Хуфу) — найбільша з-поміж єгипетських пірамід, єдине з «Семи чудес світу», яке зберіглося до наших днів (рис. 11).



Рис. 11. Піраміда Хеопса

Назва піраміди показана на рис. 12



Рис. 12. Назва піраміди давньоєгипетською мовою «Achet-Chufu» – «Обрій Хуфу».

Піраміда розташована на західному березі Нілу, у некрополі міста Гіза і є комплексом стародавніх пам'яток, які в часи єгипетських фараонів були частиною стародавнього міста Мемфіс (сьогодні частина Великого Каїру). За монументальністю й обробкою вона перевершує всі інші піраміди на території Єгипту. За геометрією споруда є пірамідою, в основі якої лежить квадрат зі стороною 233 м, а бічні грані є рівносторонніми трикутниками. Грані піраміди чітко зорієнтовані на чотири сторони світу. Піраміда, складена з 2,3 млн. кам'яних блоків загальною масою близько 7 млн. тон, висотою 146,6 м (що дорівнює висоті п'ятдесяти-поверхового хмарочосу).

Спочатку піраміда мала довжину сторони квадратної основи 233 м, і висоту 146,6 м. Внаслідок зняття облицювальних плит (давно поцуплених для повторного використання) і верхньої частини внутрішньої кладки вершини піраміди, а відчасті і через підйом рівня піску, ці величини складають 227,5 м і 137 м, довжина похилих граней — 173 м.

Завдання 4. Визначить об'єми і повні поверхні піраміди Хеопса.

Знайдіть середню масу одного кам'яного блоку піраміди Хеопса (у тоннах).

У скільки разів збільшиться об'єм правильної чотирикутної піраміди, якщо сторони основи піраміди збільшити в півтора рази?

3.8. ПИТАННЯ ДО КЕЙС-УРОКУ «ЄГИПЕТСЬКІ ПІРАМІДИ»

1. Що вам відомо про історію Давнього Єгипту?
2. В який час мешкали єгипетські фараони?
3. Що означає фраза «1324 р. до нашої ери»?

4. Яке відкриття було зроблено А. Беккерелем?
5. За що французькі учені Марія Складовська-Кюрі та П'єр Кюрі отримали Нобелівську премію з фізики?
6. Сформулюйте закон радіоактивного розпаду. Запишіть формулу.
7. Що таке період напіврозпаду?
8. Який коефіцієнт характеризує природу радіонукліду?
9. В яких одиницях вимірюється період напіврозпаду?
10. Які типи радіоактивного розпаду атомних ядер ви знаєте?
11. Що таке радіовуглецевий аналіз?
12. Що таке радіовуглецеве датування?
13. За допомогою якого приладу проводять радіовуглецеве датування?
14. Поясніть поняття «кругообігу вуглецю в природі».
15. Що таке метод залишкової радіоактивності?
16. Які ви знаєте методи радіовуглецевого датування?
17. Яка похибка радіовуглецевого датування?
18. Хто першим розробив метод вимірювання активності радіовуглецю?
19. За що Вілларду Ліббі було присуджено Нобелівську премію з хімії?
20. Які функції називають показниковими? Логарифмічними? Степеневими?
21. Показникова функція та її властивості.
22. Який многогранник називають пірамідою. Яку піраміду називають правильною? Дайте визначення висоти, ребр, граней апофеми піраміди
23. Чому дорівнює площа бічної поверхні правильної піраміди?
24. Чому дорівнює повна поверхня піраміди?
25. Чому дорівнює об'єм піраміди?

3. ІНТЕГРОВАНІЙ KEYС-УРОК «УЛЮБЛЕНЕ МІСТО»

Одеса – одно із найгарніших міст у світі. Її називають «Перлина Чорного моря», «Південна Пальміра», «Південна столиця», «Столиця гумору», «Одеса-мама».

У нашому зеленому місті багато парків та скверів; парк імені Т. Г. Шевченко, міський парк, сквер «Пале-Рояль», Стамбульський парк, Грецький парк, Дюковський парк та ін. Парк Шевченка, заснований у 1875 р., є головним парком міста. У парку багато зелені, чудових алей. Він найбільший за площею (приблизно 700 м - уздовж вул. Маразлієвської - на 900 м - уздовж моря), розташований над морем поблизу центру міста, має різноманітні культурні та розважальні об'єкти. У парку багато зелені, гарних алей. Над урвищем – частина карантинної стіни та вежа, що збереглися з часів Деволана. Широка головна алея веде від центральних (Сабанських) воріт повз стадіон, Олександрівську колону (на честь закладення парку імператором), обсерваторію до Ланжеронівської брами. Інша красива алея починається від Барятинської брами і йде вздовж кромки приморського плато. Найбільша споруда парку — стадіон, збудований у 1935 році.

Чисельність населення в Одесі станом на 1 січня 2022 року склала 1 010 537 осіб.

Задача 1. В м. Одесі за офіційними даними у 2018 році (разом з гостями міста) проживало 4210000 людей. Кожні 100 осіб за годину видихають 1 кг вуглекислого газу. Яку площу повинні займати парки в місті, щоб перетворити цей вуглекислий газ у процесі фотосинтезу на кисень, якщо відомо, що за 1 годину 1 га зелених насаджень поглинає 2 кг вуглекислого газу. (Зелені насадження в м. Одеса займають $54 \cdot 10^6 \text{ м}^2$, близько чверті всієї території міста). Одне з історичних місць м. Одеси – пам'ятник Дюку де Рішельє, який керував з 1803 по 1814 Новоросійським краєм і поклав основу добробуту Одеси, представлено на рис. 13. На рис. 14 представлено зображення Одеського театру опери та балету.



Рис. 13. Одеса. Пам'ятник Дюку.

Розв'язування завдання.

$$1. m = \frac{1 \cdot 421000}{100} = 4210 \text{ (кг)}$$

$$2. S = \frac{4210 \cdot 1}{2} = 2105 \text{ га, } 1 \text{ га} = 10^4 \text{ (м}^2\text{)}$$

Висновок: Для чистоти повітря достатньо зеленої зони в м. Одеса.



Рис. 14. Одеський оперний театр

Задача 2. Обчислити, скільки кубічних метрів повітря очистять від автомобільних вихлопних газів 30 каштанів, посаджених уздовж вулиці Розумовського м. Одеси, якщо одне дерево очищає зону довжиною 100 м, шириною 12 м, висотою 10м?

Задача 3. Скільки вуглекислого газу вбирають зелені насадження одеського парку площею 8,5 га і скільки при цьому буде виділено кисню, якщо один гектар зелених насаджень вбирає за добу 280 кг вуглекислого газу, виділяючи при цьому 220 кг кисню.

Розв'язання завдання:

$$m_{CO_2} = 280 \text{ кг} \cdot 8,5 = 2380 \text{ кг} \quad m_{O_2} = 220 \text{ кг} \cdot 8,5 = 1870 \text{ кг}$$

Відповідь: $m_{CO_2} = 2380 \text{ кг}$, $m_{O_2} = 1870 \text{ кг}$.

Одеса славиться своїми пляжами, їх тут багато, і берегова лінія від Ланжерона до Великого Фонтану є, по суті, одним суцільним міським пляжем.

Одеські пляжі - популярні місця відпочинку та лікування в Одесі на березі Чорного моря та лиманів.

Загальна довжина берегової лінії Одеси – 30 км. Протяжність пляжів від Чорноморки до Крижанівки – близько 20 км, площа – 42,65 га, у тому числі 23,7 га – штучні пляжі, наміті в рамках боротьби з зсувами ґрунту. Природні пляжі знаходяться лише в районах Лузанівки та Чорноморки. Довжина берегозахисних споруд – 13,5 км. Щорічно шторму вимивають із пляжів до 5 % піску.

Ланжерон — пляж у Приморському районі міста Одеси, в районі мису Ланжерон. Цей пляж - один з найкращих пляжів світу (27 місце) за версією «Golden Beach Award 2024».



Рис. 15. Арка Ланжерона на початку XX століття

Іноді влітку біля узбережжя Чорного моря спостерігається різке зниження температури морської води. Це з явищем, яке зветься апвелінг.

Апвелінгом в океанології називається явище підйому глибинних морських вод на поверхню. В силу різних причин поверхнева вода йде, і її місце займає зазвичай більш холодна глибинна вода.

Прибережний апвелінг виникає внаслідок згону поверхневих вод вітром і підйому на їхнє місце глибинних вод. Вітер, що дує під певним кутом з боку суші, відганяє масу води з поверхні від берега.

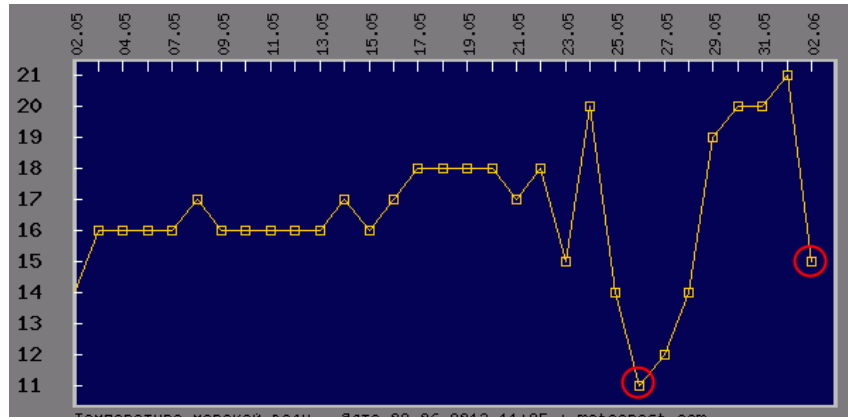
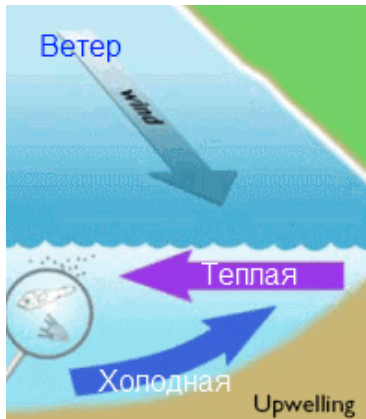


Рис. 16. Апвелінг

Якщо море дрібне, то цьому районі знизиться рівень води, зміниться глибина. Але якщо ухил дна поблизу берега досить крутий, то на зміну водам, що пішли, з глибин піднімається холодна придонна вода.

Зазвичай апвелінг виникає при сильному і тривалому вітрі, спрямованому приблизно паралельно березі, що знаходиться ліворуч від повітряного потоку або під невеликим кутом до нього. Випадки апвелінгу, викликаного вітрами з суші, нечисленні і спостерігаються, головним чином, у тих прибережних районах, де орографія місцевості сприяє виникненню таких вітрів.

Пляжі в Одесі місто здає приватним компаніям.

Задача 4. Пляжі як бізнес. 38 компаній орендують у міста 116 905,7 м² (11,6 га) площі берегової лінії під часні пляжі. У 2011 році здавання пляжів в оренду принесло місту 2 млн. грн., а у 2018 році – 8,6 млн. грн. Яка вартість оренди 1 м² пляжів у 2011 році? 2018 року?

У піску одеських пляжів мешкає 20 видів мікроскопічних грибів, 97 видів водоростей, 15 видів безхребетних (у тому числі черв'яки-нематоди, равлики, інфузорії та мікроскопічні акариформні кліщі).

Найбільшим, хоч і дуже рідкісним, мешканцем одеських схилів і пляжів є жовтобрюхий полоз - неотруйна змія, яка може досягати 2,5 метрів завдовжки. Іноді вона виповзає погрітися на пісок, лягаючи відпочиваючих. Не бийте її, вона занесена до Червоної книги!

У воді біля одеських пляжів можна зустріти 55 видів риб, зокрема акулукатрану. Рибалки ловлять різні види бичків.

На Одеських пляжах мешкають 15 видів безхребетних, зокрема інфузорії.

Задача 5. Інфузорії-туфельки (рис. 17) зазвичай розмножуються нестатевим шляхом — поділом надвоє.



Рис. 17 Інфузорія-туфелька

Ділення інфузорії у сприятливих умовах відбувається один — два рази на добу. Скільки інфузорій буде через 10 діб від 1 особі, якщо ділення відбувалось 1 раз на добу? Два рази на добу? Яке потомство може дати одна тварина за 10 діб, якщо кожна з них ділиться раз на добу? Два рази на добу?

Розв'язання. Ділення інфузорій відбувається за законом геометричної прогресії. Використовуючи формулу суми геометричної прогресії:

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, \quad b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, \quad b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

де b_1 – перший член геометричної прогресії, q – знаменник геометричної прогресії. Тоді

$$1. S_{10} = \frac{2(1-2^{10})}{1-2} = 2046 \text{ особин}$$

$$2. S_{10} = \frac{2(1-4^{10})}{1-4} = 699050 \text{ особин}$$

$$3. S_{10} = \frac{5(1-2^{10})}{1-2} = 51120 \text{ особин}$$

$$4. S_{10} = \frac{5(1-4^{10})}{1-4} = 1747625 \text{ особин.}$$

Розв'язувати цю задачу і добре її зрозуміти можна за допомогою програми MS Excel. Сформуємо таблицю в Excel з вихідними параметрами. Для цього:

1. Підготуємо у таблиці діапазон змінної n ($1 \leq n \leq 10$, $h=1$) (рис.17).
2. У комірку B2 введемо цифру 2.
3. У комірку B3 введемо формулу: $=B2*(\$D\$2^{(A3-1)})$.
4. Застосуємо автозаповнення для всіх комірок стовпчика B3 – B11.
5. У комірку C2 введемо формулу: $=(\$B\$2*(1-\$D\$2^{A2}))/(\$D\$2-1)$.
6. Застосуємо автозаповнення для всіх комірок стовпчика C2 – C11.
7. Виділимо дані таблиці і побудуємо графіки функцій, застосувавши тип діаграми – *Точкова* (рис. 18.).

На рис. 18 представлено розв'язання задачі при умові, що потомство дає одна тварина, яка ділиться раз на добу. З таблиці й графіку дуже добре видно, яка кількість інфузорій народжуються кожен добу. Можна одразу відповісти на питання, скільки бактерій з'явилося через ту чи іншу кількість діб. За допомогою

інструментів програми MS Excel можна прогнозувати, скільки одноклітинних тварин буде, наприклад, через місяць, пів року.

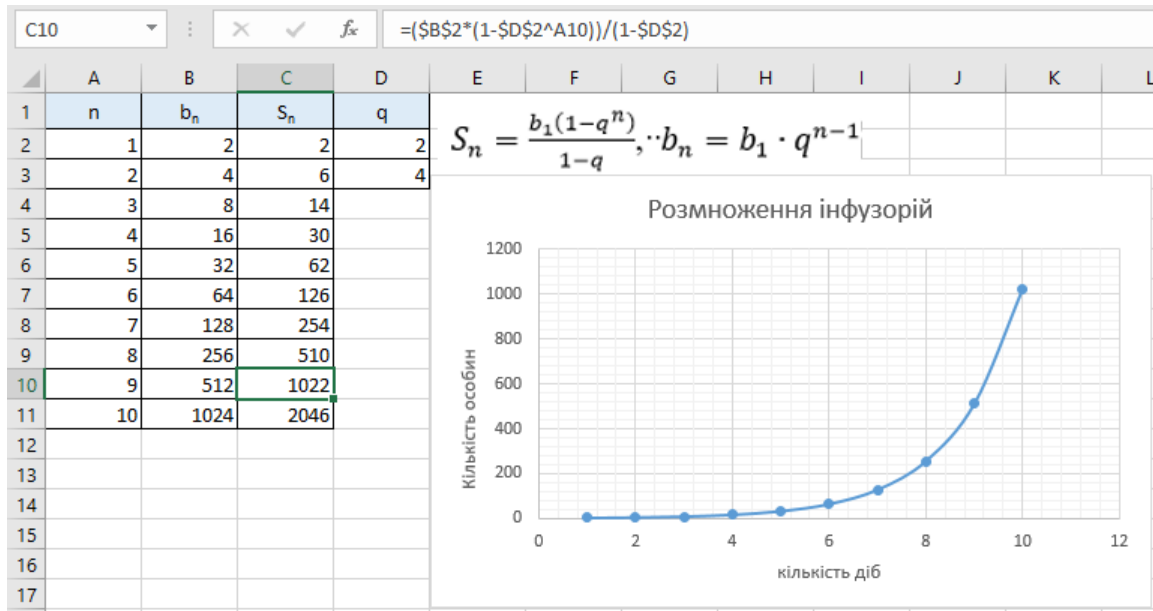


Рис. 18. Залежність розмноження інфузорій від кількості діб

При цьому ця програма дозволяє аналізувати від яких величин залежить зменшення, чи збільшення популяцій і за яким законом.

Розв'яжімо цю задачу засобами MS Excel.

Сформуємо таблицю в Excel за всіма вихідними параметрами.

1. Підготуємо у таблиці діапазон змінної n ($1 \leq n \leq 10, h=1$) (рис. 18).
2. Заповнюємо в таблиці комірки B2, C3, D3, E3 аналогічно сказаному вище за формулами для n -го члена геометричної прогресії, але з різними першими членами і знаменниками.
3. У комірки F3, G3, H3 I3 введемо формули для суми n -членів геометричної прогресії, але з різними першими членами і знаменниками.
4. За таблицями побудуємо графіки для аналізу задачі (рис. 19).

На рис. 20 представлено порівняльні діаграми, які сприяють аналізу даної задачі. Можна побудувати графіки залежності суми кількості потомства від кількості

діб, яким можна відразу відповісти на запитання: скільки бактерій з'явилося за ту чи іншу кількість діб.

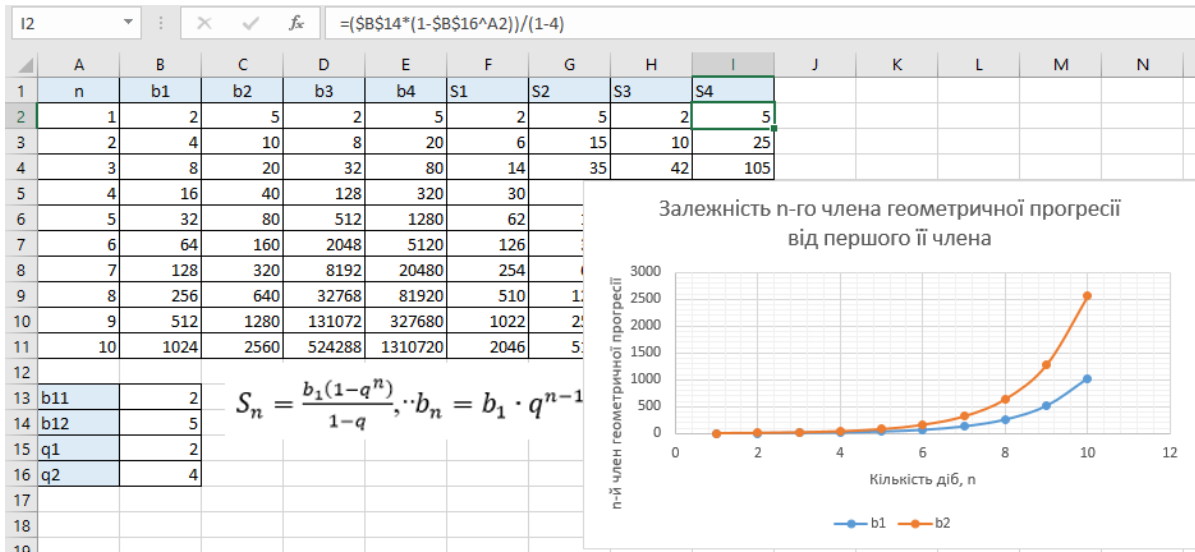


Рис. 20. Розмноження інфузорій від кількості діб в залежності від кількості особин, що розмножуються і кількості ділень на добу

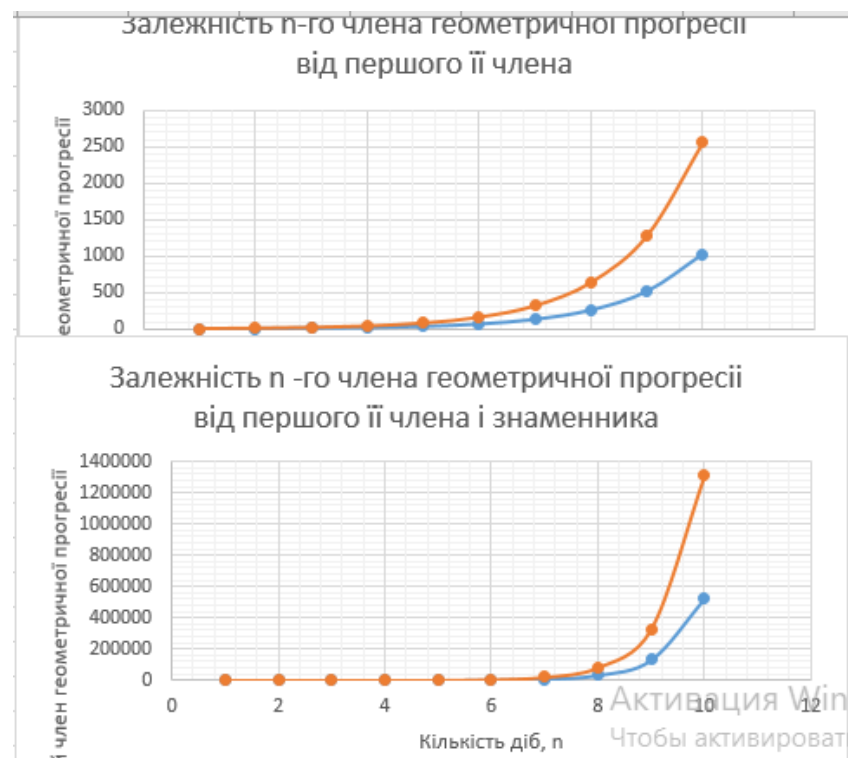


Рис. 21. Залежність кількості потомства інфузорій від кількості ділення на добу, та кількості материнських клітин

Задача 6. Яку частину берегової лінії складають пляжі Одеси? Скільки відсотків площі пляжів займають штучні пляжі?



Рис. 22. Одеський пляж



Рис. 21. Море біля Одеси

Розв'язання: Оскільки довжина берегової лінії 30 км, а протяжність пляжів 20 км, то пляжі Одеси складають $\frac{20}{30} \cdot 100\% = 67\%$ берегової лінії.

Штучні пляжі займають $\frac{23,7}{42,65} \cdot 100\% = 56\%$ від загальної площі пляжів.

Тему інтегрального кейс-уроку «Кохане місто» можна розкрити на предметні розгортки із шкільних та позашкільних галузей знань.

Ці теми можна запропонувати учням, для підготовки до інтегрального кейс-уроку (в форматі перевернутого уроку (Flipped Classroom)).

Перевернутий урок (англ. flipped classroom) — принцип навчання, яким основне засвоєння нового матеріалу учнями відбувається вдома, а час аудиторної роботи виділяється виконання завдань, вправ, проведення лабораторних і практичних досліджень, індивідуальні консультації вчителя. Принцип був запропонований у 2007 році у Вудландській школі в штаті Колорадо (США) двома вчителями природничих наук – Джонатаном Бергманом та Аароном Самсу. Вони почали створювати короткі відеоподкасти з матеріалами лекцій, які учні мають дивитися вдома. А уроки присвячувалися лабораторним роботам, а також відповідям на запитання від учнів. Частина концепції "Освіта 3.0".

Переваги методу:

- Учень отримує знання тоді, коли йому зручно, а не лише за умови появи на уроці. Це може бути відео, завантажене на смартфон або планшет, і аудіолекція, завантажена на плеєр.
- Учень засвоює матеріал у своєму темпі, може переглянути відео або прослухати аудіо стільки разів, скільки вважає за потрібне, зробити паузу для конспекту або просто сприйняття нової інформації.
- Формат індивідуальних консультацій з учителем допомагає дітям позбутися фрустрації та страху не зрозуміти новий матеріал. А також допомагає вчителю бачити прогрес та рівень розуміння кожного окремого учня.
- На уроках час не витрачається на виклад нового матеріалу, завдяки чому створюється більше можливостей для застосування знань.
- Методика не потребує спеціальних дорогих технічних пристроїв. Для роботи в рамках «перевернутого класу» може знадобитися звукозаписний пристрій (диктофон, мікрофон), камера або веб-камера, комп'ютер зі стандартним програмним забезпеченням.

Для інтегрального кейс-уроку «Кохане місто» можна запропонувати (за допомогою учнів) такі теми:

1. Історія міста;
2. Літературна Одеса;
3. Екологія;
4. Вчені Одеси;
5. Паркі та сквери Одеси;
6. Культурна Одеса;
7. Одеса - великий порт України;
8. Одеський гумор;
9. Кухня Одеси;
10. Таємниці підземної Одеси;
11. Таємниці Шкодової гори
12. Факти та міфи підземної Одеси та ін.



Рис. 23. Приморські сходи

4.1. ІСТОРІЯ ОДЕСИ. ОДЕСЬКІ КАТАКОМБИ

Одеські катакомби – мережа підземних ходів та лабіринтів під Одесою. Більшість катакомб (95–97%) — колишні каменоломні, з яких видобувався будівельний камінь — ракушняк — «понтичний» вапняк, що використовується для будівництва міста і, так звані «міни» (від англ. «mine» - підкоп, шахта). Проривали їх у двох випадках: для льохів та складських приміщень і як засіб відходів, втечі у разі складних ситуацій, численних в історії Одеси тривожні часи. Також в систему катакомб входять порожнини природного походження – карстові та дилатансійні печери. Нині довжина Одеських катакомб оцінюється приблизно 2,5 — 3 тис. км. У катакомбах цілий рік однаковий клімат - 14 градусів за вологості 90%. На рис. 24 показаний вхід до однієї з Одеських катакомб.

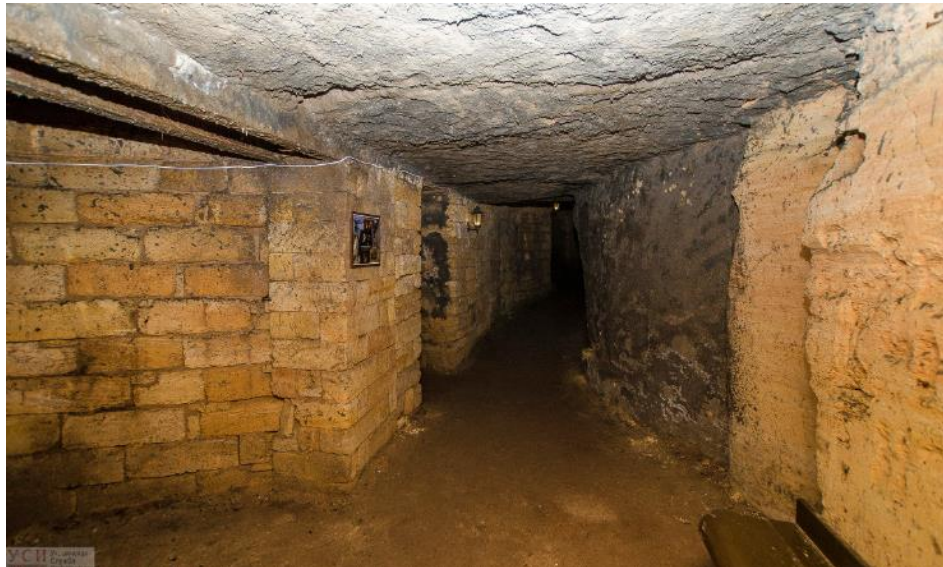


Рис. 24. В катакомбі Кантакузена. Одеса.

У різні часи катакомби займали важливе місце у житті одеситів. Так, у 18–19 століттях катакомби були перевалочними базами для контрабандистів, малинами для різних банд, в'язницею для жінок, проданих у рабство.

Протягом усього 19 століття катакомби служили житлом для багатьох найбідніших жителів міста. У них селилися і самі працівники каменоломень, і

рибалки, і найбільшніші переселенці, які могли собі дозволити іншого житла. Спочатку печерні житла тяглися обривами вздовж приморської лінії від мису Ланжерон у бік Малого Фонтану і далі. Потім вони почали псувати красу «фасаду міста», і перемістилися на береги Куяльницького та Хаджибейського лиманів. Виглядало це так. У вертикальному зрізі яру або балки 10-15 метрової висоти проривалися двері, за ними два-три невеликі приміщення, зсередини, вздовж зовнішньої стіни. До них зовні рубалися дірки-віконці.

Зовні рубалася в породі печурка. Її димар намагалися підняти над горизонтом степу — вздовж вертикалі яру. І так, уздовж усього схилу, причому іноді на 2-3 поверхи. Але тоді ще ліпили чахлі драбинки та балкончики. Жах, а не житло! На карті міста з'явилися справжні печерні міста. Вирубані у вапняковій скелі і з потребою всілякими навісами, містками, драбинками, вони нагадували швидше пташине, ніж людське житло. Останнє печерне місто в районі Хаджибеївського лиману існувало ще в 20-х роках минулого (20-го) сторіччя.

У революцію були місцем збирання підпільників, місцем для друкарні більшовицької газети. У роки війни в катакомбах Одеси ховалися партизанські та диверсійні загони.

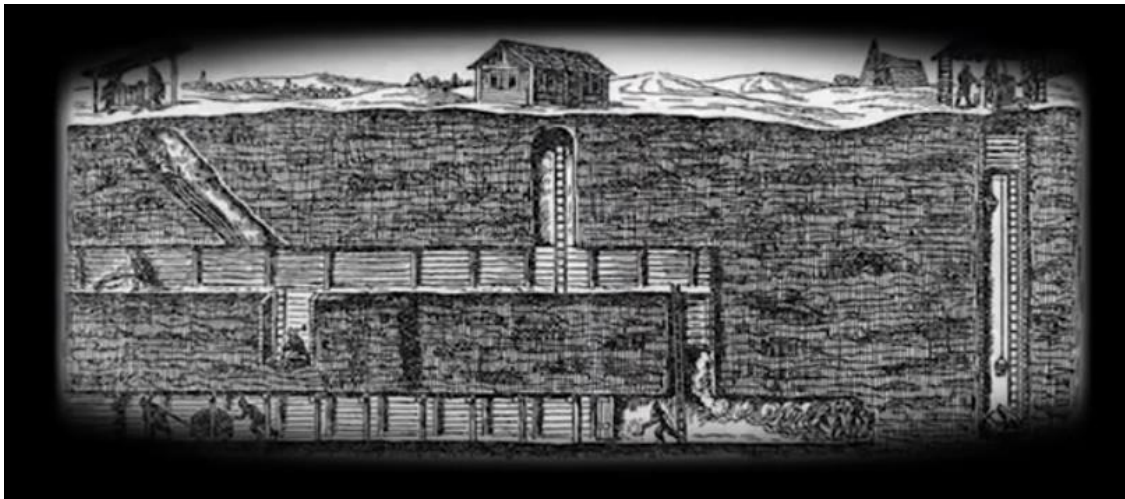


Рис. 25. Міни в одеських катакомбах

У повоєнні роки (роки холодної війни) систему катакомб використовували для будівництва протиатомних бункерів.

Одеські катакомби, безумовно, найвідоміші у світі. Їхня довжина досягає двох з половиною тисяч кілометрів. Для порівняння: протяжність Паризьких катакомб – 200-300, а Римських – п'ятсот кілометрів. Навіть приблизна топографія Одеського підземного лабіринту невідома. Одеські катакомби багатоярусні. Їхні галереї залягають на різній глибині від поверхні землі. По суті це ціле підземне місто, яке складається зі своєрідних проспектів, вулиць, провулків, глухих кутів, площ.

Як було сказано вище, в систему Одеських катакомб входять порожнини природного походження – карстові. Карстовими називають печери, які утворилися внаслідок розчинення водою гірських порід. У нашому регіоні такі підземелля з'явилися в так званий «післяпонтичний період» – приблизно 3,7 млн. років тому, коли море востаннє відступило і одеське узбережжя стало сушею. З'явилися печери через розчинення вапняку підземними водами. Деякі з карстових печер під Одесою завдовжки перевищують 1 км. Нові печери виявляють досі – наприклад, 2017 року спелеологи знайшли чергове карстове підземелля. Це найдавніші природні підземелля в Одесі. Саме тут знайшли останки доісторичних тварин.

Підземні споруди, карстові печери та катакомби давно привертають увагу вчених різних спеціальностей, у тому числі біологів.

В підземному царстві катакомб вчені вивчали печерну фауну, в тому числі троглобіонтну. Троглобіонти (від грец. trōglē - нора, печера і біонт), постійні жителі печер, тріщин гірських порід та інших подібних місць проживання. У 2014 році був виявлений перший в Одеських водних озерах водний троглобіонт - досить велике ракоподібне з довгими вусами (антенами).

Знайдений в одеських катакомбах вид (рис. 26) був описаний як новий для науки та названий на честь місця його знахідки (катакомби м. Одеси) *Synurella odessana* Sidorov, Kovtun, 2015. Типові екземпляри нового виду передані на зберігання до музею Зоологічного інституту АН України (м. Київ).



Рис. 26. Амфіподи *Synurella odessana* із затоплених водою Одеських катакомб

Сьогодні катакомби, як і раніше, таять масу таємниць і лише малі групи ентузіастів щільно вивчають цей загублений світ.

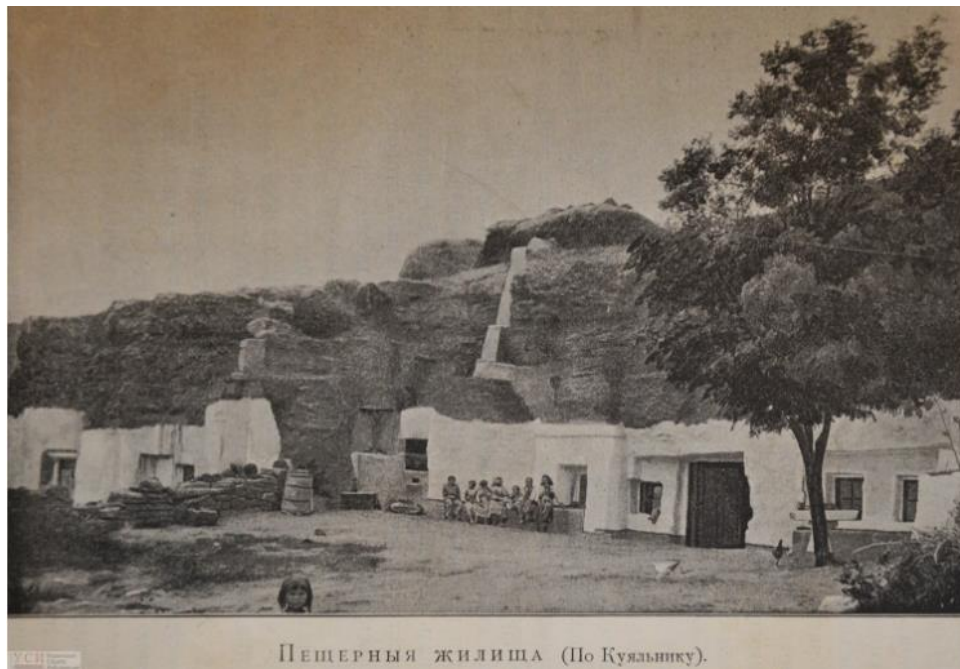


Рис. 27. Печерні житла на вході в катакомби

Задача 7. Визначте скільки відсотків протяжність Паризьких та Римських катакомб складають від Одеських.

Задача 8. До якої групи організмів належить *Synurella odessana*: еврибіонти чи стенобіонти? Чому?

Еврибіонти (від грец. *eurí* — «широкий» і грец. *bíon* — «живий») — організми, здатні існувати в широкому діапазоні природних умов довкілля та витримувати їх значні зміни.

Стенобіонти (від грец. *στενός* — «вузький» і грец. *bíon* — «живий») — тварини та рослини, здатні існувати лише за відносно постійних умов навколишнього середовища (температури, солоності, вологості, наявності певної їжі тощо).

Задача 9. Одеські печери – найдавніші підземелля міста. Їх вік – близько 4 мільйонів років. Це карстові печери, вони утворилися шляхом розчинення підземними водами понтіческого вапняку уздовж існуючих ще раніше тріщин. В Одесі нараховано близько 70 природних печер загальною довжиною до 9 км. З 1963 карстова печера Заповідна та прилеглі до неї давні гірничі виробки в товщі вапняків охороняються як геологічна пам'ятка природи. Велику наукову цінність становлять знайдені тут залишки пліоценової фауни.

Визначить відношення $\frac{N_0}{N}$ при проведенні радіовуглецевого аналізу залишок фауни в карстовій печері Заповідна за допомогою прискорювального мас-спектрометра, якщо аналіз проводили би у 2020 році, у 2030 році (період піврозпаду радіоактивного вуглецю 5700 років). Яку частину від загальної довжини катакомб складають карстові печери?

4.2. ЕКОЛОГІЧНИЙ СТАН МІСТА.

Одеса є великим портом України та має два портові міста-супутники — Чорноморськ (на Сухому лимані) та Південне (на Григорівському лимані). Цей портовий вузол простягається вздовж Чорноморського узбережжя на 60 км та створює досить напружені екологічні умови для морської екосистеми регіону. Забруднення морського середовища відбувається через викиди в море неочищених

або недостатньо очищених стічних вод Одеси, а також забрудненого поверхневого стоку з міської території. Є загроза дії небезпечних виробництв у зоні Одеської затоки. У випадку розливу аміаку аміакозовів і потрапляння його в атмосферу, зона небезпечного для життя ураження охопить увесь берег Одеси, починаючи з міста Південне, включаючи саму Одесу, Крижанівку, Фонтанку, Нову Дофінівку. Після закінчення будівництва терміналу для нафти на 40 мільйонів тонн, з технологічною платформою на відстані 20 км від берега у випадку катастрофи можуть утворюватися смертельно-небезпечні території у радіусі 7,5 км; помірно небезпечний регіон у радіусі 12,5 км.

Забрудненню атмосфери та утворенню значної кількості стічних вод сприяють промислові об'єкти машинобудування, хімії та нафтохімії, перероблювання риби та сільгосппродукції. 75% сумарного викиду забруднювачів в атмосферу дає автомобільний транспорт та, частково, морські судна, особливо влітку. Очисні споруди Одеси перевантажені та застарілі. Досить часто відбуваються розриви каналізації, і в море потрапляє велика кількість забруднених стічних вод. Практично після кожної зливи одеські пляжі закриваються для купання через небезпечний санітарний стан морського середовища на узбережжі. Річки Дунай, Дніпро та Дністер разом узяті виносять у море за рік близько 100 тисяч тон фосфатів, до 1 мільйону тон нітратів та понад 2 мільйонів тон органічних речовин. Через окислення органічних речовин у воді зникає кисень. Вміст небезпечної для здоров'я бактеріальної мікрофлори у морській воді перевищує норми в сотні тисяч разів.

З 1965 по 1980 роки з метою запобігання зсувів уздовж берегової лінії було збудовано споруди від зсувів — хвилеломи та буни. Ці споруди не тільки відокремили пляжну зону від моря, туди вивели труби дренажних систем, якими скидають щорічно до 20 млн м³ прісної води. Унаслідок цього морська вода на узбережжі опрісніла настільки, що більшість морських тварин-біофільтраторів загинуло. Окрім того, споруди порушили природний водообмін, і пляжні місця для купань практично перетворилися на стічні канами, де купатися та бути на березі

небезпечно через засівання піску небезпечними бактеріями. В одному літрі морської води було виявлено понад 250 тис. клітин кишкової палички, а максимальна кількість бактерій в одному літрі морської води на популярному пляжі Аркадія досягала 2,4 мільйона клітин.

Задача 10. При додаванні в бактеріальне середовище анти-бактеріальний агент викликає зменшення популяції бактерій. Її початкова чисельність $p(0) = 10^6$. Після додавання агенту популяція нараховує $p(t) = p(0) \cdot 2^{t/3}$ бактерій. Який час необхідний для того, щоб популяція зменшилась до 10^3 особин?

Задача 11. Ступінь забруднення узбіччя доріг свинцем (у мг/м^2 за рік) обчислюється за формулою:

$$C = 0,012Ae^{-0,11k} + 0,37\sqrt[3]{A}, \quad (5)$$

де A – інтенсивність руху (число транспортних засобів) за добу і k – відстань від краю дороги в метрах.

Знайдіть залежність між величинами C і k для доріг, якими проїжджає відповідно

1000 і 3000 транспортних засобів за добу. Границею безпеки вважається ступінь забрудненості 10 мг/м^2 свинцю на рік.

На якій відстані від краю дороги починається безпечна зона в кожному з цих випадків? У скільки разів в кожному з даних випадків забрудненість полотна дороги перевищує допустиму норму?

Розв'язання. Визначимо залежність між величинами C і k для доріг, якими проїжджає відповідно 1000 і 3000 транспортних засобів за добу за допомогою програми MS Excel.

Сформуємо таблицю в Excel з вихідними параметрами. Для цього:

2. Підготуємо у таблиці діапазон змінних k , C_1 і C_2 ($0 < k < 20$, $h=1$) (рис.16).
3. У комірку B4 введемо формулу: $=0,012*\$G\$*EXP(-0,11*A4)+0,37*(\$G\$2^(1/3))$.
4. Застосуємо автозаповнення для всіх комірок стовпчика B4 – B20.

5. У комірку C4 введемо формулу: $=0,012*\$H\$*EXP(-0,11*A4)+0,37*(\$H\$2^(1/3))$.
6. Застосуємо автозаповнення для всіх комірок стовпчика C4 – C20.
7. Виділимо дані таблиці і побудуємо графіки функцій, застосувавши тип діаграми – *Точкова* (рис. 28.).

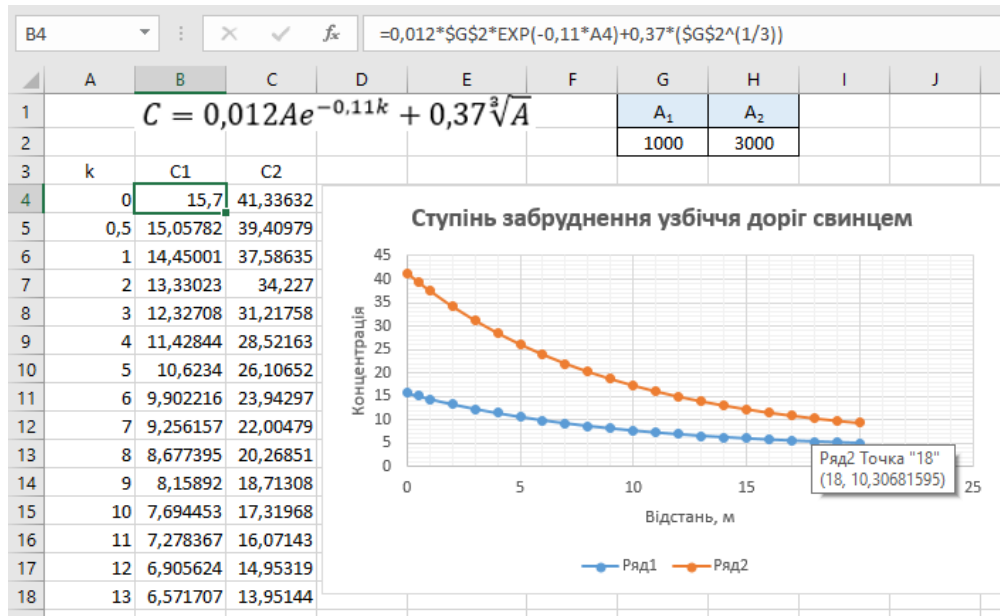


Рис. 28. Ступінь забруднення узбіччя доріг свинцем

Як бачимо, за допомогою програми MS Excel дуже легко відповісти на запитання завдання. З діаграми випливає, що безпечна зона від краю дороги для доріг якими проїжджає 1000 транспортних засобів за добу знаходиться на відстані > 5 м, а для доріг якими проїжджає 3000 транспортних засобів за добу знаходиться на відстані > 18 м. Можна знайти більш точні значення відстані від дороги. Для цього знайдемо відстань k з формули (5):

$$k = -\left(\ln \frac{(C - 0,37 \cdot \sqrt[3]{A})}{0,012 \cdot A}\right) / 0,11. \quad (6)$$

Підставивши у формулу (6) спочатку $A=1000$, а потім $A=3000$, отримаємо значення відстані до безпечної зони від дороги: $k_1=5,86$ м, $k_2=18,51$ м, як це впливає з рис. 29.

=-(LN(((10-0,37*(1000^(1/3)))/(0,012*1000)))/0,11)					
D	E	F	G	H	
		5,857791	18,57923		

Рис. 29. Визначення точних значень безпечної відстані від дороги

Значення C_1 і C_2 в точці $k = 0$ дають нам значення концентрації забруднення на самій дорозі. Ці значення дорівнюють 15,7 та 41,3 мг/м² на рік. Звідси отримаємо відповідь на запитання, у скільки разів забрудненість полотна дороги перевищує допустиму норму: $15,7/10=1,57$ і $41,3/10=4,13$ відповідно.

Відповідь: $5k_1=5,86$ м, $k_2=18,51$ м, у 1,57 раз, у 4,13рази.

Задача 12. Розмноження деякого виду бактерій відбувається за законом

$y = y_0 \cdot e^{kt}$, де y_0 – маса початкової кількості бактерій, y – маса бактерій в момент часу t . Дослідним шляхом встановлено, що з 5 г цих бактерій, розміщених у відповідному живильному середовищі, через 8 годин було одержано 140 г. Протягом якого часу кількість таких бактерій подвоюється?

Вирішимо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 140 = 5 \cdot e^{8k} \\ 10 = 5 \cdot e^{tk} \end{cases}$$

З першого рівняння системи знайдемо значення k :

$$e^{8k} = 140/5 = 28, \text{ звідси } 8k = \ln 28, k = 0,4165.$$

Підставивши в друге рівняння системи значення k , отримаємо:

$$t = \frac{\ln 2}{0,4165} = 1,66 \text{ год.}$$

Відповідь: Кількість бактерій подвоюється за 1,66 годин.

Можна дати розв'язати таке завдання:

Задача 13. Розмноження бактерій відбувається за законом $N = N_0 \cdot e^{k\tau}$, де N – число бактерій в момент часу τ , N_0 – початкове число бактерій, k – стала. Якщо початкове число бактерій 1000 і кожні півгодини відбувається збільшення їх чисельності на 20 %, то скільки їх буде через 24 години ?

Індекс якості повітря (англ. *Air quality index*, AQI) - значення, яке використовується урядовими установами, щоб донести до громадськості рівень забруднення повітря у цей час. Якщо індекс збільшиться, значна частина населення зіткнеться з серйозними наслідками для здоров'я. У різних країнах є свої показники якості повітря відповідно до різних національних стандартів.

Індекс базується на п'ятих критеріях забруднювальних речовин, які регулюються в рамках закону «Про чистоту повітря»: озон, тверді частинки, оксид вуглецю, діоксид сірки і діоксид азоту. Охороною навколишнього середовища встановлено національні стандарти якості навколишнього повітря для кожного з цих забруднювачів задля охорони громадського здоров'я.

Індекс якості повітря— один із показників забрудненості довкілля, що розраховується на основі вмісту в одиниці об'єму повітря кількох (у класичному варіанті — шести) типів забруднювальних компонентів:

1. Зважених часток діаметром 2,5 нанометра.
2. Зважених часток діаметром 10,0 нанометра.
3. Озону (O₃).
4. Діоксиду азоту (NO₂).
5. Діоксиду сірки (SO₂).
6. Чадного газу (CO).

Індекс якості повітря є кусково-лінійною функцією від концентрації забруднення. Для перетворення концентрації індексу використовується таке рівняння:

$$I = \frac{I_{higt} - I_{low}}{C_{higt} - C_{low}} (C - C_{low}) + I_{low}$$

де I – індекс повітря,

C – концентрація забруднювальної речовини,

C_{low} – концентрація зупинки, $\leq C$,

C_{higt} - концентрація зупинки, $\geq C$,

I_{higt} – точка зупинки індексу, що відповідає C_{higt} ,

I_{low} - точка зупинки індексу, що відповідає C_{low} .

Таблиці точок зупинок (таблиці для всіх типів забруднення можна взяти з Internet):

$PM_{2,5}, \mu g/m^3$	$PM_{10}, \mu g/m^3$	AQI	AQI
$C_{higt} - C_{low}$	$C_{higt} - C_{low}$	$I_{higt} - I_{low}$	Категорія
0,0-12,0	0,0-54,0	0-50	Добрий
12,1-35,4	55,0-154,0	51-100	Задовільний
35,5-55,4	155,0-254,0	101-360	Шкідливий для групи ризику
55,5-150,4	255,0-354,0	361-649	Шкідливий
150,5-250,4	365,0-424,0	650-1249	Дуже шкідливий
250,5-350,4	425,0-504,0	1250-1649	Небезпечний
350,5-500,4	505,0-604,0	1650-2049	

Рис. 30. Таблиці точок зупинок

Як повідомили в Укргідрометцентрі 1.04.2024 р. хвиля тепла із західного Середземномор'я, яка принесла нам аномально високі температури повітря в останні дні, захопила ще пилюку із Сахари.

На 1.04.2024 р. концентрація $PM_{2,5}$ перевищувала норму в 15 разів.

Завдання. 1. Провести дослідження індексу якості повітря в Одесі протягом семи днів.

Проведено дослідження індексу якості повітря в Одесі протягом семи днів. Аналіз дослідження і розрахунки проводились за допомогою програми MS Excel. Нижче приведена таблиця дослідження.

	$PM_{2,5}, \mu g/m^3$	$PM_{10}, \mu g/m^3$		AQI	AQI
10.04.24	7	13		29,2	Добрий
11.04.24	15	19		57	Задовільний
12.04.24	18	23		63,4	Задовільний
13.04.24	12	20		50	Добрий
14.04.24	11	15		45,8	Добрий
15.04.24	10	18		41,6	Добрий
16.04.24	14	23		54,9	Задовільний

Рис. 31. Дослідження індексу якості повітря в Одесі

З метою аналізу індексу якості повітря протягом семи днів, було складено діаграму. Дана діаграма була складена відповідно до результатів, отриманих при обчисленні індексу якості повітря. Окрім цього, діаграма (рис. 32) дозволяє візуалізувати результати в зручній формі, що сприяє розумінню тенденції якості повітря, порівнюючи рівень забруднення повітря.

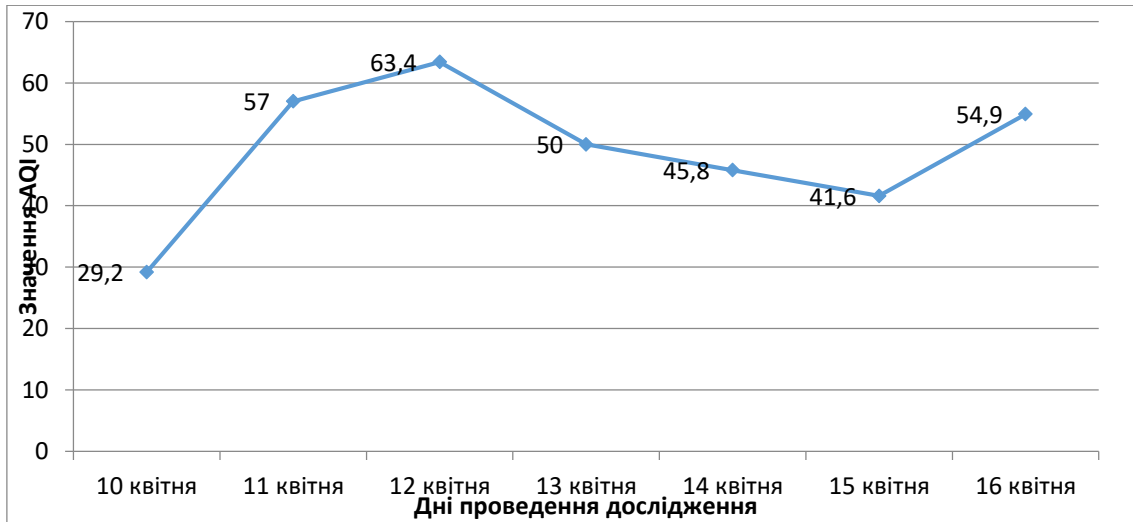


Рис. 32. Діаграма Дослідження індексу якості повітря в Одесі

Індекс якості повітря є важливою мірою для оцінки того, наскільки повітря, яким людина дихає, безпечне. Цей індекс вказує на рівень забруднення повітря різними шкідливими речовинами, такими як тверді речовини ($PM_{2,5}$ та PM_{10}), оксиди азоту (NO_2), сірковий діоксид (SO_2) та інші. При наявності в повітрі великої кількості вищезазначених речовин може викликати дискомфорт при диханні, респіраторні захворювання, проблеми з легенями, алергії тощо. Дослідження індексу якості повітря дозволяє відстежувати рівень забруднення повітря в реальному часі та вживати заходи для забезпечення нормальної якості повітря. Такими заходами є: обмеження викидів забруднюючих речовин, введення штрафу за недотримання екологічних норм, інформування суспільства про рівень забруднення повітря для того, аби люди проводили менше часу на вулиці. Отже, розуміння того, як оцінюється якість повітря, є важливим для всіх, з метою уникнення потенційних ризиків для власного здоров'я.

Висновки:

За результатами дослідження можна зробити висновок, що якість повітря у досліджуваному регіоні була переважно доброю (GOOD) або помірною (MODERATE) протягом більшості днів з 18.04 по 23.04. Тривалість періодів з низькою якістю повітря була мінімальною, що свідчить про загалом задовільну екологічну ситуацію в області.

4.3.ПИТАННЯ ДО КЕЙС-УРОКУ «УЛЮБЛЕНЕ МІСТО»

1. Які парки Одеси ви знаєте?
2. Який парк Одеси ваш улюблений?
3. Яким пляжам Одеси ви надаєте перевагу для відпочинку?
4. Чи правильно, на вашу думку, віддавати пляжі в оренду компаніям?
5. Які тварини мешкають на пляжах Одеси?
6. Дайте визначення поняттям арифметичної і геометричної прогресії.
7. Чому дорівнює n -й член арифметичної прогресії?
8. Чому дорівнює n -й член геометричної прогресії?
9. Чому дорівнює сума n -й членів арифметичної прогресії?
10. Чому дорівнює сума n -й членів геометричної прогресії?
11. Як заповнити в таблиці рядок послідовністю з членів арифметичної прогресії в MS Excel за допомогою інструменту «прогресія»?
12. Як заповнити в таблиці рядок послідовністю з членів геометричної прогресії в MS Excel за допомогою інструменту «прогресія»?
13. Як побудувати графік функції в MS Excel?
14. Як провести аналіз залежності функції від аргументу в MS Excel?
15. Як можна прогнозувати за допомогою діаграм MS Excel?
16. Що таке формат перевернутого уроку?
17. Що ви знаєте про одеські катакомби?
18. Що таке карстові печери?

19. Чи живуть в катакомбах тварини? Які?
20. Чи можна визначити час, в який мешкали на місті карстових печер доісторичних тварини, знайдені в одеських катакомбах за допомогою вуглецевого аналізу?
21. Що таке AQI?
22. Як провести дослідження індексу якості повітря?

4. ІНТЕГРОВАНІЙ КЕЙС-УРОК «СТОУНХЕНДЖ»

Гігантська споруда Стоунхендж – «кам'яна» загадка в центрі Європи, як назвав цей дивовижний монумент один із дослідників доктор Уїлмор Тревер.

Стоунхендж побудували приблизно 4,5 тисячі років тому – майже в ту саму епоху, що й великі єгипетські піраміди. Але на віміну від пірамід, його призначення лишається невідомим.



Рис. 33. Стоунхендж

Перші дослідники пов'язували будівництво Стоунхенджа з друїдами, розкопки, проте відсунули час створення Стоунхенджа до новокам'яного та бронзового віків. Сучасне датування елементів Стоунхенджа засноване на радіовуглецевому методі.

Після проведення розкопок вчені дійшли висновку, що всього в Стоунхенджі було поховано близько 240 осіб, які перед похованням кремували. При цьому археологи вважають, що найімовірніше тут ховали представників місцевої еліти чи правлячої династії.

У березні 1996 року суспільство «Англійська спадщина» опублікувало результати ретельного дворічного вивчення Стоунхенджа із застосуванням новітніх методів математичного аналізу та найсучаснішою методикою радіовуглецевих проб, що дає точність до 80 років. На підставі цього новітнього дослідження споруди Стоунхенджа були датовані приблизно 2965 до Різдва Христового ($\pm 2\%$), тобто виявилось що вони старші, ніж показували попередні виміри.

Британські археологи виявили в Уельсі майданчик зі слідами колись встановленої на ньому кам'яної споруди, кільця, яке за розмірами і обрисами збігається зі знаменитим Стоунхенджем. Дослідники не виключають, що цю споруду могли розібрати, перевезти до Стоунхенджу і там заново змонтувати. Майданчик Ваун-Маун на пагорбах Преселі у валлійському графстві Пембрукшир відділяють 240 кілометрів від Стоунхенджу.

Вуглецевий аналіз підтвердив, що комплексу у Ваун-Маун приблизно 5400 років. Таким чином, якщо гіпотеза є правильною, споруда простояла на цьому майданчику приблизно дев'ять століть.

Археологічні знахідки підтверджують, що в епоху неоліту район Преслі був щільно заселеним.

Версію про переселення давніх людей з Уелсу в сучасне графство Вілтшир, де розташований Стоунхендж, підтверджують аналізи ДНК останків із стародавніх поховань.

Причини такої міграції невідомі, як і ті, чи побудували Стоунхендж цілком із матеріалу Ваун-Маун, або для нього додатково доставляли камінь із інших місцевостей Уельсу.

Багато сучасних істориків і археологів погоджуються, що кілька різних племен здійснили свій внесок у архітектуру Стоунгенджу, і кожне виконувало різний етап його будівництва. Кістки, знаряддя праці та інші артефакти, знайдені на цьому місці, підтверджують цю гіпотезу. Стоунгендж слугував як місцем здійснення обрядів, так і місцем поховань знаті та символом зв'язку з предками, а також місцем лікувань через віру в цілющі властивості його «блакитних» каменів.

У 1960-х роках астроном Джеральд Гокінс припустив, що мегаліти використовувалися як астрономічний календар, а різні точки споруди відповідають астрономічним явищам, таким як сонцестояння, рівнодення та затемнення.

Проте його призначення лишається невідомим.

Завдання 1. Вуглецевий аналіз, зроблений у 1996 році за допомогою прискорювального мас-спектрометра показав, що відношення кількості радіоактивного вуглецю $\frac{N_0}{N} = 2.2$.

Визначити датування Стоунхенджа, якщо період піврозпаду радіоактивного Карбону-14 становить 5700 років.

Розв'язання. За законом радіоактивного розпаду:

$$\frac{N_0}{N} = e^{\frac{t}{T}}$$

$$e^{\frac{t+1996}{5700}} = 2,2$$

$$\frac{t + 1996}{5700} = \ln 2,2$$

$$t = 5700 \cdot \ln 2,2 - 1996$$

$$t = 5700 \cdot 0,788 - 1996 = 2498 \text{ (р. до н.е.)}$$

Відповідь: Датування Стоунхенджа 2498 р. до н.е.

Завдання 2. Визначить відношення $\frac{N_0}{N}$ на останках Стоунхенджа при проведенні радіовуглецевого аналізу за допомогою прискорювального мас-спектрометра, якщо аналіз проводили би у 1920 році, у 2050 році.

Розв'язання завдання: Визначимо відношення $\frac{N_0}{N}$ за допомогою програми MS Excel. Для цього представимо закон радіоактивного розпаду у вигляді

$$\frac{N_0}{N} = e^{\frac{t_1+t_2}{T}},$$

де N_0 - вихідна кількість радіоактивних ядер у час $t = 0$, N - кількість радіоактивних ядер у час $t = (t_1 + t_2)$, t_1 - датування Стоунхенджу, t_2 - час, коли проводиться радіовуглецевий аналіз, T - період піврозпаду.

Сформуємо таблицю в Excel з вихідними параметрами. Для цього:

1. Підготуємо у таблиці діапазон змінних t_2 та $\frac{N_0}{N}$ ($1925 < t_2 < 2030$, $h=5$) (рис.4).
2. В комірку B4 введемо формулу: =EXP(\$E\$2+A5)/\$F\$2).
3. Застосуємо автозаповнення для всіх комірок таблиці.
4. Виділимо дані таблиці і побудуємо графік функції, застосувавши тип діаграми – *Точкова* (рис. 34).

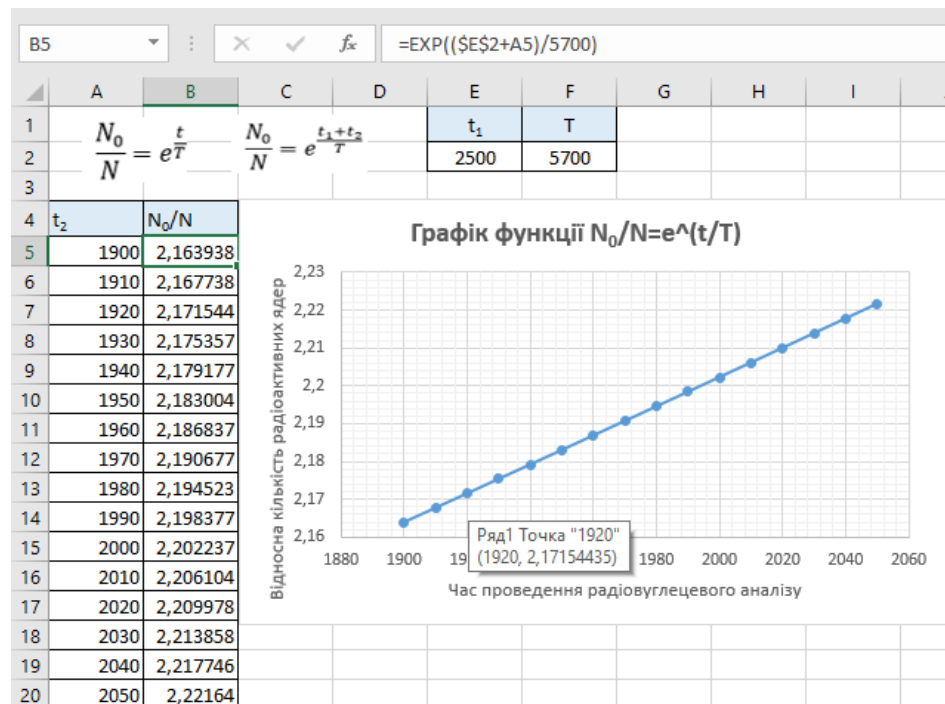


Рис. 34. Визначення відношення радіоактивних ядер вуглецю за допомогою програми MS Excel для завдання 2

Як видно з діаграми відношення $\frac{N_0}{N}$ у 1920 році дорівнювало би 2,172, а в 2030 – 2,222.

Відповідь: У 1920 році $\frac{N_0}{N} = 2,172$, у 2030 - $\frac{N_0}{N} = 2, 222$.

5.1. ПИТАННЯ ДО КЕЙС-УРОКУ «СТОУНХЕНДЖ»

1. Що таке Стоунхендж?
2. Де знаходиться Стоунхендж?
3. Яким методом визначили вік Стоунхенджа?
4. Які припущення існують про призначення Стоунхенджа?

6. ІНТЕГРОВАНІЙ КЕЙС-УРОК «ВІДНОВЛЮВАНА ЕНЕРГЕТИКА»

В червні 2024 р. Україна затвердила план з енергетики та клімату до 2030 року. Серед іншого він передбачає нарощування частки так званої "зеленої енергії" у генерації та споживанні (рис. 35).



Рис. 35 Види відновлюваної енергетики

Відновлювана енергетика - енергетична галузь, що спеціалізується на виробництві та використанні енергії з відновлюваних джерел енергії. До відновлюваних джерел енергії належать періодичні або сталі потоки енергії, що розповсюджуються в природі і обмежені лише стабільністю Землі як космопланетарного елемента: променева енергія Сонця, вітер, гідроенергія, природна теплова енергія, тощо. 2013 року близько 21 % світового енергоспоживання було забезпечене з відновлюваних джерел енергії. Станом на 2018 рік до 2040 року, заплановано до 40 % світової електроенергії виробляти із відновлюваних джерел, українські плани — збільшити відсоток із 4 % до 25 % до 2035 року. Розвиток відновлюваної енергетики має величезне значення з огляду на подальшу долю людства, оскільки горючі корисні копалини, що є основою виробництва енергії на початку XXI ст., мають обмежені запаси, які рано чи пізно буде вичерпано (рис. 36).

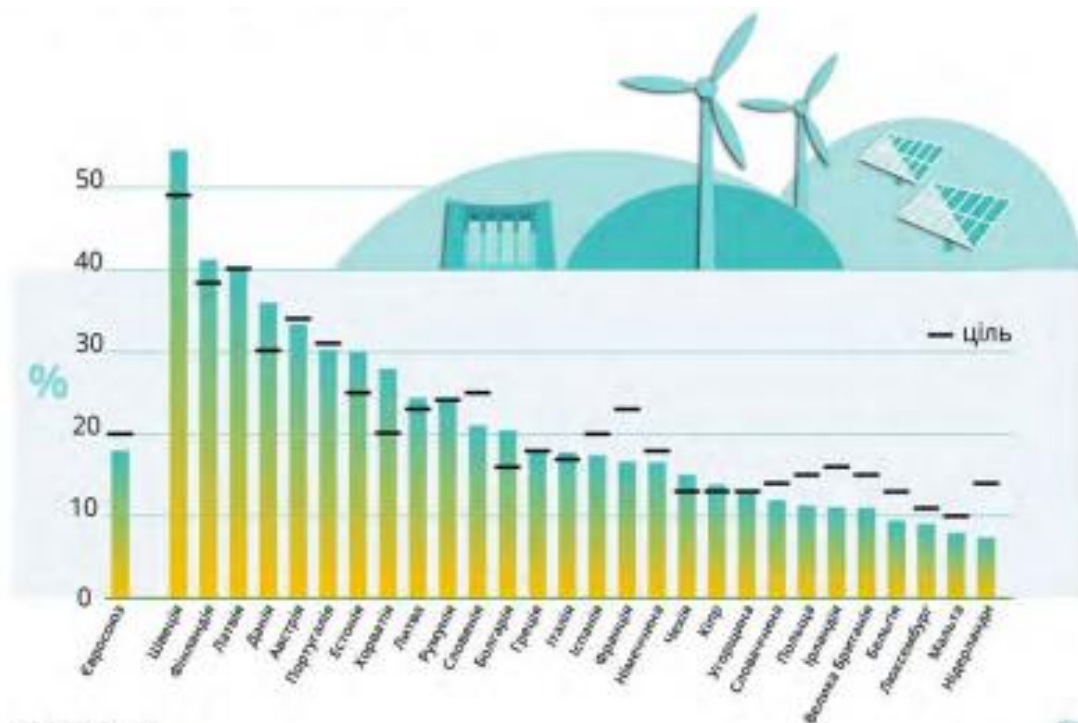


Рис. 36. Частка енергії з відновлюваних джерел у країнах ЄС

Одним із основних джерел відновлюваної енергії є сонце. Така енергія генерується шляхом перетворення сонячного світла на електрику за допомогою спеціальних панелей. В Україні, налічується до 1400 сонячних електростанцій. При цьому кількість домашніх оцінюється у понад 50 тисяч.

У вітровій енергетиці спеціальні турбіни вловлюють кінетичну енергію вітру і перетворюють її на електрику. Такі станції розміщуються у районах із високими швидкостями вітру. На сьогодні близько 70% потужностей знаходяться на тимчасово окупованих територіях Херсонської, Запорізької, Донецької та Луганської областей. Основні станції на підконтрольних територіях - у Миколаївській, Одеській та західних областях України.

У гідроенергетиці греблі та інша інфраструктура використовується для перетворення в електрику енергії поточної чи падаючої води (рис. 37). Основні станції знаходяться на каскадах двох великих річок - Дніпро та Дністер. Каховську ГЕС росіяни зруйнували у червні 2023-го, а цього року ракетними ударами серйозно зашкодили ДніпроГЕС.



Рис. 37. Гідроелектростанції

Лідерство у сфері "зеленого переходу" виявляє Європейський союз. Згідно з прийнятою в 2020 році стратегією European Green Deal ("Зелений пакт для Європи"),

Європа має стати першим кліматично нейтральним континентом до 2050-го. Тобто повністю припинити викиди, які б сприяли глобальному потеплінню.

Визначено й проміжні цілі до 2030 року:

- прискорена відмова від автомобілів із двигуном внутрішнього згоряння
- 40% частка відновлюваної енергії (на 2021-й це 20%, хоча показники відрізняються в різних країнах)
- висадка 3 млрд нових дерев
- запровадження податку на авіапаливо та спеціального "вуглецевого податку" на імпорту продукцію екологічно шкідливих виробництв.

Поновлювані джерела енергії повинні змінити економіку всієї планети. Місце постачальників нафти у глобальній торгівлі займуть виробники металів, необхідних для вітряків та сонячних панелей.

Боротьба із кліматичними змінами неможлива без чистої енергетики. Проте, щоб виробляти більше сонячних батарей, вітрових турбін та акумуляторів для електромобілів, людству потрібно більше специфічних ресурсів. У деяких випадках наростити виробництво буде нескладно – наприклад, кремнію, необхідного для сонячних батарей, на Землі у надлишку. Однак інші аспекти чистої енергетики потребують значного збільшення видобутку корисних копалин та зміни цепочки постачання.

На рисунку 38 представлено безпілотний літак із фотоелементами на крилах.



Рис. 38. Безпілотний літак із фотоелементами на крилах

Задача 1. Ще у 2010 році ЄС оголосив про загальну європейську енергетичну політику, в якій були позначені довгострокові цілі і заходи для забезпечення пріоритетів у боротьбі зі зміною клімату, зменшенням вразливості європейських країн до впливу зовнішніх факторів (залежність від імпорту вугілля) тощо. До переходу на відновлювані джерела енергії країни спонукають дві основні причини: бажання зменшити негативний вплив на довкілля та потреба зменшити енергетичну залежність від викопних ресурсів, якими багаті далеко не всі території. Країни ЄС ставлять собі цілі, щодо збільшення частки відновлюваної енергетики.

Користуючись діаграмою, визначте

А) скільки відсотків залишилося Польщі до досягнення цілі у частці енергії з відновлювальних джерел

а) Менше 5% б) Більше 5%;

Б) визначте відсоток країн, які вже досягли поставленої мети.

Задача 2. У Німеччині до 70 % витрат на «соляризацію» будинків, відшкодовує держава. Крім того, вона купує у власників «сонячних дахів» електрику за цінами, що значно перевищують ринкові. Тобто, коли вдень будинок виробляє енергії багато, а споживає мало, її надлишки йдуть в міську мережу і господар отримує 80 євроцентів за кожную здану кіловат-годину. А за нестачі купує електрику в тій же самій мережі, але вже по 20 центів за кіловат-годину. Будинок виробляє за добу 18 кВт.

Яку суму за місяць (28 днів) витратить/заробить власник будинку, якщо: 1) в робочі дні сім'я господаря витрачає 12 кВт на добу; 2) у вихідні витрати збільшуються і становлять 23 кВт на добу. Врахуйте, що держава викуповує надлишок енергії щомісяця.

Задача 3. Потік сонячного випромінювання, що проходить крізь площу 1 м^2 , розташовану перпендикулярно потоку випромінювання на відстані однієї астрономічної одиниці від центру Сонця (тобто зовні атмосфери Землі), дорівнює

1367 Вт/м² (сонячна стала). Через поглинання атмосферою Землі, максимальний потік сонячного випромінювання на рівні моря — 1020 Вт/м². Середньодобове значення потоку сонячного випромінювання як мінімум втричі менше (через зміни дня і ночі і зміни кута Сонця над обрієм). Взимку в помірних широтах, це значення удвічі менше. Ця кількість енергії з одиниці площі визначає можливості сонячної енергетики.

Яке з цих значень, на Вашу думку, може вказувати на середньорічний показник можливості використання сонячної енергетики в Україні, враховуючи помірний клімат: а) 50 Вт/м²; б) 100 Вт/м²; в) 200 Вт/м²; г) 300 Вт/м².

Задача 4. Сонячна електростанція потужністю 10 кВт виробить за рік 13000 кВт. Сім'я з 6 осіб проживає в будинку, який обладнано такою електростанцією, та споживає в середньому 940 кВт щомісяця. Чи вистачить виробленої енергії для потреб сім'ї? Обґрунтуйте.

Задача 5. Сонячна електростанція потужністю 10 кВт виробить за рік 13000 кВт за рік. Сім'я з 6 осіб проживає в будинку, який обладнано такою електростанцією, та споживає в середньому 940 кВт щомісяця. Скільки вони можуть заробити від продажу залишку (1 кВт година - 0,16 євроцентів)?

Задача 6. На даху будинку площею 90 м² планують розмістити сонячні батареї 1640 мм×995мм потужністю 275 Вт на рік. Власник планує отримати не менше 15 кВт за рік. Чи правильно проведено розрахунки і такої станції достатньо для запиту господаря? Відповідь обґрунтуйте.

Розгортки до теми «Відновлюваної енергетика»:

6.1. ЕКОНОМІКА

Можна запропонувати студентам, наприклад, зробити доповіді з презентаціями на теми: «Перспективи розвитку ринку відновлювальних джерел енергії в Україні з

урахуванням європейського досвіду», «Сучасний стан та виклики ринку відновлюваних джерел електроенергії в ЄС».

6.2. ФІЗИКА

Повторюються питання з фізики, які пов'язані з питанням енергії: Механічна робота. Кінетична і потенціальна енергія. Закон збереження енергії. Потужність.

На сучасній гідроелектростанції (ГЕС) маса води з великою швидкістю спрямовується на лопатки турбін. Вода тече через захисну сітку і регульований затвор сталевим трубопроводом до турбіни, над якою встановлений генератор. Механічна енергія води за допомогою турбіни передається генератору і там перетворюється на електричну. Після цього вода стікає в річку через тунель, що поступово розширюється, втрачаючи при цьому свою швидкість. За потужністю ГЕС поділяють на дрібні (із встановленою потужністю до 0,2 МВт), малі (до 2 МВт), середні (до 20 МВт) і великі (понад 20 МВт); за напором — на низьконапірні (напір до 10 м), середнього напору (до 100 м) і високонапірні (понад 100 м). В окремих випадках греблі високонапірних ГЕС досягають висоти 240 м. Вони зосереджують перед турбінами водну енергію, накопичуючи воду та піднімаючи її рівень. У турбіні вода змінює поступальний рух на обертальний, що передається ротору генератора електричного струму. На типових ГЕС коефіцієнт корисної дії нерідко досягає 60...70%, тобто 60...70% енергії спадної води перетворюється на електричну.

Першоджерелом енергії води є Сонце, що випаровує воду з океанів, морів і річок. Водяна пара конденсується у вигляді дощу, випадає у підвищених місцевостях і стікає вниз до моря. Гідроелектростанції будують на шляху цього стоку для перехоплення енергії руху води — енергії, яка в іншому випадку була б витрачена на перенесення відкладів до моря (рис. 39).

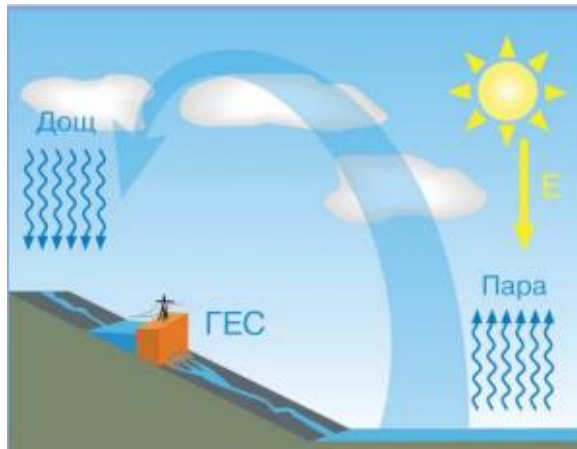


Рис. 39. Схема перетворення сонячної енергії в гравітаційну енергію води

Джерело енергії води оцінюється величиною доступної потужності, тобто енергії, що надходить за одиницю часу. При використанні води, що спадає з певної висоти доступна потужність пов'язана із гідравлічним перепадом висот, витратою води та швидкістю її руху. У випадку, коли вода тече із водосховища чи озера гідравлічним перепадом є різниця рівнів між дзеркалом водної поверхні верхнього накопичувача води та виходом турбіни і гідростатичний тиск у нижній частині, що спричиняється висотою стовпа води.

Потенціальна енергія E , що вивільняється при падінні тіла масою m висоти h в умовах гравітації з прискоренням вільного падіння g буде становити $E = mgh$.

ГЕС використовує енергію, що вивільняється під час контрольованого спаду води із певної висоти. Енергія, яка вивільняється за певний час t залежить від кількості води що пройшла за цей час.

$$\frac{E}{t} = \frac{m}{t} gh.$$

Зліва маємо вираз потужності. Виразивши відношення $\frac{m}{t}$ через витрату і густину води, отримаємо:

$$P = \rho Q gh,$$

де Q – об'ємна втрата води (об'єм, що протікає за одиницю часу), ρ – густина води.

Завдання 7. З греблі гідроелектростанції, ККД якої дорівнює 80%, а висота греблі – 30 м, щосекунди падає вода масою 15 т. Визначте корисну потужність, яку виробляє ГЕС.

Розв'язання. За визначенням ККД (η) визначається за формулою:

$$\eta = \frac{P_K}{P_B},$$

де P_K - корисна потужність, P_B - витрачена потужність.

Звідси $P_K = \eta \cdot P_B$

Відомо, що $P_B = \frac{A}{t} = \frac{mgh}{t},$

де m - маса води, g - прискорення вільного падіння, h - висота падіння, η - ККД.



Рис. 40. Дніпровська ГЕС, м. Запоріжжя

Звідси

$$P_K = \eta \cdot \frac{mgh}{t}.$$

Підставляючи дані в останню формулу, отримаємо:

$$P_K = 0,8 \cdot \frac{15 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 30}{1} = 3528 \cdot 10^3 (\text{Вт})$$

Відповідь: Корисна потужність гідроелектростанції дорівнює 3,5 МВт.

Завдання 8. Висота греблі ГЕС, з якої падає, дорівнює 275 м. Щосекунди через турбіну проходить 155 м^3 води. Визначте значення енергії, що витрачається в турбіні за 1 с? Чому дорівнює ККД турбіни, якщо її енергетична потужність 300 МВт?

Розв'язання. Використовуючи формули надані у попередньому завданні і відому формулу для густини речовини $\rho = \frac{m}{V}$, отримаємо:

$$\eta = \frac{P_k \cdot t}{\rho V g h},$$

Звідси

$$\eta = \frac{300 \cdot 10^6 \cdot 1}{10^3 \cdot 155 \cdot 9,8 \cdot 275} = 0,72$$

Відповідь: ККД турбіни дорівнює 72%.

Завдання 9. Кам'янське водосховище – це штучне водоймище площею 567 кв. км. Воно було створене у 1963-1964 роках під час будівництва Середньодніпровської ГЕС. Кам'янське водосховище займає площу розміром 567 км² і містить близько 2,45 км³ води, штучно піднятої за допомогою греблі на висоту 14 м. У Кам'янське водосховище впадають річки Ворскла, Псел. Обчисліть потенціальну енергію усієї піднятої в цьому водосховищі води, узявши за висоту підйому половину висоти греблі. Визначте кінетичну енергію води, що падає.

Які перетворення енергії відбуваються під час роботи гідроелектростанції?

Розв'язання. За законом збереження енергії у замкненій системі тіл, які взаємодіють тільки консервативними силами, повна механічна енергія залишається незмінною (зберігається), тобто сума потенціальної та кінетичної енергії є вилучиною сталою:

$$E_p + E_k = const.$$

Закон збереження повної механічної енергії передбачає перетворення кінетичної енергії на потенціальну й навпаки.

На висоті h швидкість падіння дорівнює 0 і кінетична енергія $E_k = \frac{mv^2}{2}$ теж дорівнює нулю. Але потенціальна енергія максимальна і дорівнює $E_p = mgh = \rho V g h$. Підставивши числові значення, отримаємо

$$E_p = 1000 \cdot 2,45 \cdot 10^9 \cdot 9,8 \cdot 7 = 171,5 \cdot 10^{12} \text{ Дж.}$$

За законом збереження енергії максимальна кінетична енергія дорівнює максимальній потенціальній енергії:

$$E_{kmax} = E_{pmax}.$$

Звідки отримаємо: $E_k = 171,5 \cdot 10^{12} \text{ Дж}$.

Відповідь: $E_p = E_k = 171,5 \cdot 10^{12} \text{ Дж}$.

Потенційна енергія води перетворюється у кінетичну енергію води (вода падає вниз з висоти греблі), яка передається на лопаті гідротурбіни (кінетична енергія обертання), яка приводить в дію гідрогенератор, що виробляє безпосередньо електроенергію (рис. 41).

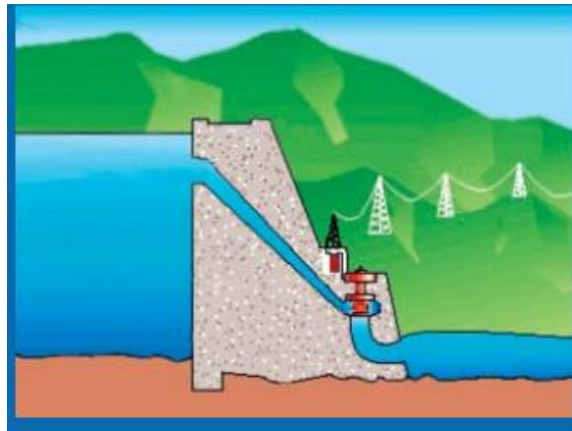


Рис. 41. Перетворення енергії

6.2. МАТЕМАТИКА

Формули, математичні моделі прикладних задач.

Дуже цікавий урок запропонував вчитель фізики Юхимчук О.Ф., який назвав «Передача й використання електричної енергії» [24].

Приведемо деякі викладки з цього уроку.

Учитель фізики презентує проект «Енергія – основа життя людства».

Енергія – не лише поняття, яке сьогодні найчастіше обговорюється. Крім свого основного фізичного змісту, воно має численні економічні, технічні, політичні й інші аспекти. Енергія є основою життя людського суспільства, і його прогресивний розвиток пов'язаний із безпосереднім зростанням енергоспоживання.

Протягом століть рівень використання джерел енергії був низьким – домашні тварини, сила власних м'язів, вітру, води. Час минає. Люди навчилися одержувати тепло (80-150 тисяч років тому), використовувати енергію води (запуск першого млина з колесом, що приводиться в рух водяним потоком, датується початком нашого літочислення).

1470 р. був спущений на воду перший великий чотирищогловий корабель, близько 1500 р. геніальний Леонардо да Вінчі запропонував дуже дотепну модель ткацького верстата і проект побудови літаючої машини. Науковий прогрес людства активізували роботи Ісаака Ньютона, Готфріда Лейбніца, Едварда Сомерсета, Джеймса Ватта, Роберта Фултона (перший пароплав). Для роботи всіх механізмів і машин потрібно було пальне, нові джерела енергії. Розвиток техніки потребував використання енергії на відстані від її джерела. Це і визначило популярність електричної енергії, яку легко передавати на великі відстані і використовувати з різною метою.

Учені прогнозують виснаження до кінця-середини наступного століття запасів нафти, природного газу й інших традиційних енергоресурсів, а також скорочення споживання вугілля через пов'язані з його спалюванням шкідливі викиди в атмосферу (твердого палива повинно вистачити на 300 років) і ядерного палива (якого вистачить не менше ніж на 1000 років)

Очевидно, що запаси енергії повинні забезпечувати не тільки земні потреби, а й потреби космічного будівництва, космічних польотів, освоєння Місяця, планет, астероїдів та інших космічних тіл. Світ сповнений енергії, яка може бути

використана для різних цілей. Джерелами енергії можуть бути люди і тварини, камені і рослини, паливо, дерева і повітря, ріки й озера. Спробуємо сьогодні розглянути схему передачі електроенергії споживачеві, способи використання цієї енергії та її перетворень.

IV. Викладення нового матеріалу

Слово вчителя

Виробляється електрична енергія на електростанціях в основному за допомогою індукційних генераторів. Тепер існують три основні типи електростанцій: теплові (ТЕС), гідроелектричні (ГЕС) і атомні (АЕС).

Розглянемо принципову схему передавання електроенергії від генератора до споживача (рис. 42) (на екрані мультимедійного проектора з'являється схема передачі електроенергії на відстань).

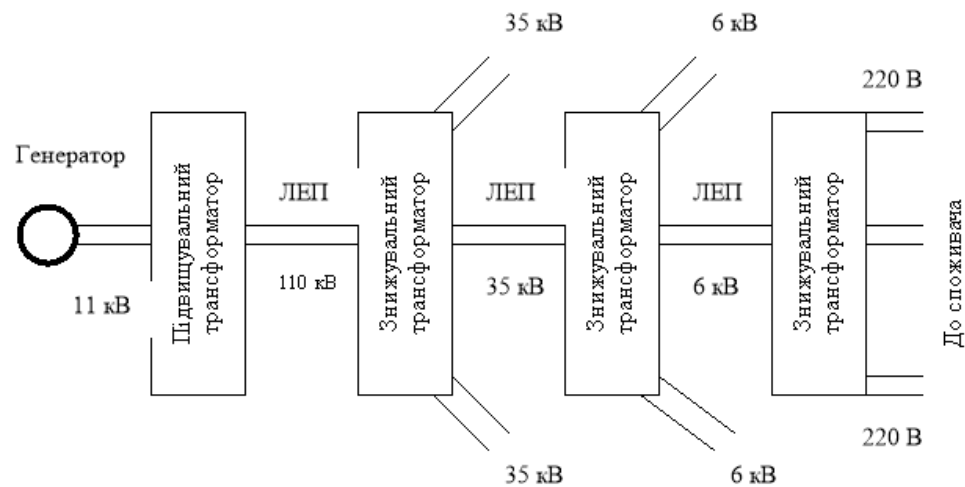


Рис. 42. Схема передачі електроенергії на відстань

Генератори потужних теплових, атомних або гідроелектростанцій виробляють змінний струм частотою 50 Гц і напругою порядку 11 кВ (ця напруга не повинна перевищувати 20 кВ, оскільки за більш високих напруг різко зростає вірогідність електричного пробоя ізоляції в обмотці генератора). З метою зниження втрат потужності під час передачі електроенергії цей струм за допомогою підвищувальних трансформаторів перетворюють у струм з напругою порядку 110 кВ і подають у лінії

передач (ЛЕП). Цими лініями струм надходить до місць споживання електроенергії, де за допомогою трансформаторів напруга знижується. Тут будують спеціальну трансформаторну підстанцію, на якій напруга звичайно знижується до 35 кВ. від неї електроенергія розподіляється по окремих районах споживання, в кожному з яких є своя трансформаторна підстанція, яка знижує напругу до 6 кВ. Від цих районних підстанцій енергія розподіляється між пунктами споживання (заводи, ферми, житлові будинки тощо). У кожному такому пункті є свій трансформатор, який знижує напругу до 220 В.

V. Ток-шоу «Яка енергія найкраща?»

Учнів класу розділяю на 2 групи за бажанням самих учнів: економісти та екологи. Один учень виступає у ролі телеведучого.

Телеведучий. Добрий день, шановні гості і глядачі програми. Розпочинаємо наше ток-шоу «Яка енергія найкраща?». Сьогодні уявити наше життя без електроенергії практично неможливо. Її споживання в нашій країні та у світі зростає настільки швидко, що відомі нині запаси палива виявляються вичерпаними за порівняно короткий час. Сьогодні не лише звернемо увагу на економічний бік виробництва електроенергії на ТЕС, ГЕС і АЕС, а й дослідимо екологічний аспект. Отже, розпочнемо із теплових електростанцій. Пропоную економістам розглянути загальний принцип роботи ТЕС та їх переваги.

Економіст 1. В Україні більшість електроенергії виробляється саме на ТЕС. На теплових електростанціях енергія, яка виділяється під час спалювання різних видів палива: вугілля, газу, нафти, торфу, горючих сланців, за допомогою електрогенераторів, що приводяться в обертання паровими і газовими турбінами або двигунами внутрішнього згоряння, перетворюється в електричну енергію.

Перевага ТЕС у тому, що вони можуть бути розміщені на будь-якій території, працюють практично на всіх видах мінерального палива і виробляють не лише електричну, а й внутрішню енергію (гарячу воду для опалення і водозабезпечення,

пару для технічних потреб). Таке комплексне вироблення електричної і внутрішньої енергії сприяє підвищенню коефіцієнта використання енергії палива до 60-70 %.

Телеведучий. Що можуть сказати екологи про теплові електростанції?

Еколог 1. Подальший розвиток теплоенергетики стримується тим, що ТЕС є одним із головних забруднювачів навколишнього середовища продуктами згоряння. Теплові електростанції дуже багато шкідливих речовин скидають в атмосферу. Сьогодні біосфера вже часто не в змозі самостійно справлятися з надмірним її забрудненням відходами виробництва. Про масштаби забруднення біосфери дають уявлення такі факти. В атмосферу планети щороку надходить понад 200 млн тонн окисів вуглецю, близько 150 млн тонн двоокису сірки, понад 50 млн тонн різних вуглеводів та понад 50 млн тонн окисів азоту. Крім того, викиди в атмосферу ще й мають високу температуру. Вони разом з іншими гарячими викидами поступово підвищують середньорічну температуру атмосфери та спричиняють парниковий ефект. За останнє століття середньорічна температура збільшилася на 0,5 градуса, а до середини наступного століття, за підрахунками вчених, , підніметься ще на 1,5 градуса. Це може привести до різкого збільшення площі пустель, підйому рівня Світового океану, затоплення берегів.

Телеведучий. Тепер перейдемо до розгляду гідроелектростанцій. Просимо до слова економістів.

Економіст 2. На гідроелектростанціях відбувається перетворення потенціальної енергії піднятої греблею води в електричну енергію. Ротори електрогенераторів приводяться в обертання гідравлічними турбінами. Потужність ГЕС залежить від створюваної греблею різниці рівнів води (напору) і від маси води, яка проходить через турбіни станції за секунду. ГЕС будують або на великих та не дуже швидких річках, або на швидких гірських річках. Електроенергія, яку виробляють на ГЕС, дешевша, ніж електроенергія, яку виробляють електростанції інших типів.

Телеведучий. Що можуть сказати екологи про вплив ГЕС на природу?

Еколог 2. Для будівництва ГЕС треба перекрити річку греблею, затопити великі площі чорнозему, який можна було б використати в сільському господарстві, відселити людей із тих сіл, що мають бути затоплені. При створенні штучних водосховищ котлован не бетонують, та часто-густо й дерева не викорчовують, а просто так затоплюють водою, аби швидше та дешевше. От і виходить, що вода в річках цвіте, і дерева гниють, погіршуючи стан питної води. Гине багато риби на мілководді в штучних водосховищах, особливо холодною зимою. Греблі не дають можливості йти риbam на нерест на звичні місця. Знову ж таки гнила риба погіршує стан питної води.

Телеведучий. Тепер перейдемо до розгляду атомних електростанцій. Просимо до слова економістів.

Економіст 3. В останні роки все більшу роль у електроенергетиці відіграють атомні електростанції. Принцип їх дії ґрунтується на використанні внутрішньої енергії, яка виділяється в ядерних реакторах внаслідок регульованої ядерної реакції поділу ядер Урану або Плутонію (*пояснює принцип вироблення електроенергії на АЕС на основі схеми, яка зображена на екрані проектора*).

На даний час атомна енергетика досягла бурхливого розвитку. Нині у світі налічується понад 1000 ядерних енергетичних установок. В Україні сьогодні працюють чотири потужні атомні електростанції – Запорізька, Південноукраїнська, Хмельницька і Рівненська. Атомна енергетика вважається економічно найвигіднішою та високотехнологічною. Атомні електростанції використовують набагато менше палива ніж ТЕС.

Телеведучий. А як же впливає робота атомних електростанцій на навколишнє середовище, навіть без аварій? Просимо до слова екологів.

Еколог 3. небезпека атомної енергетики чатує ще на стадії добування уранової руди й вилучення з неї урану та його збагачення. Усі ці процеси є надзвичайно згубними для живих організмів. Унаслідок ядерної реакції змінюється хімічний склад речовин, унаслідок чого в природі накопичуються вкрай небезпечні нові види

випромінювання. Надзвичайно великою проблемою є зберігання відпрацьованого ядерного палива, яке ще протягом століття, а іноді й тисячоліття несе небезпеку для оточуючого середовища. А про можливі аварії (а від них не застраховане жодне виробництво) вже й говорити нічого. На сьогодні відомо, що ліквідувати наслідки такої аварії на 100% неможливо. Так що стосовно дешевизни ядерної енергії можна сказати народним висловом: «Дешеве м'ясо собаки їдять».

Еколог 4. У ніч з 25-го на 26-те квітня о 1 год 23 хв 40 с над четвертим реактором Чорнобильської АЕС спалахнуло полум'я...

Жодна катастрофа ХХ століття не мала таких тяжких екологічних наслідків. Це трагедія глобального масштабу. Сильним радіоактивним забрудненням уражено 5 млн га території України (32 райони, 6 областей). У водах Дніпра, Прип'яті, Київського водосховища навіть через 6 років після аварії рівень радіації був у 10-100 разів вищий ніж до аварії. Вплив аварії на ЧАЕС на здоров'я людей дуже значний і буде проблемою не тільки для нас, а й для кількох наступних поколінь. Пропоную переглянути фрагмент відеофільму «Чорнобиль», з якого ви дізнаєтесь про долю містечка Прип'ять і про заходи щодо повної ліквідації радіаційної небезпеки на Чорнобильській АЕС. *(На екрані йде показ відеофільму).*

Отже, і ми з вами надіємося, що з жахом Чорнобиля буде покінчено.

Телеведучий. Дякую всім співрозмовникам. Хочу нагадати слова Григорія Медведєва: *«Всеомогутність і безсилля людини продемонстрував Чорнобиль. І застеріг: не захоплюйся своєю могутністю, людино, не жартуй з нею. Бо ти і причина, ти й наслідок».*

Слово вчителя. Не секрет, що джерела енергії, розглянуті нами, ще не один рік залишатимуться основними. Але сьогодні існує багато нетрадиційних джерел енергії, переваги яких як з екологічної, так і з економічної точки зору очевидні. Це енергія вітру, Сонця, морів та океанів, енергія внутрішнього тепла Землі. Багато чого можна сказати про ці джерела енергії, але це буде вашим домашнім завданням.

VI. Висновки

Учні висловлюються своєю особистою думкою про перспективи використання тих чи інших джерел енергії.

Підсумовуючи кейс-урок, складіть таблицю джерел енергії й проаналізуйте переваги та недоліки кожного з них (Рис. 43). Які з них безпечні для навколишнього середовища?.

Енергоджерело		Переваги	Недоліки
Повновловлювані	Сонце	Доступність	Нестабільність Висока вартість сонячних батарей
	Вітер	Доступність	Шум Великі площі, які займають вітрові електростанції
	Біомаса	Доступність Простота застосування	Необхідність транспортування біомаси Споживання води у виробництві біомаси
	Вода	Низька вартість води як сировини Низька вартість роботи з нею	Національні кордони Водосховища займають великі площі сільськогосподарських земель
Неповновловлювані	Вугілля	Стабільність Доступність	Забруднення довкілля Проблеми зберігання відходів
	Нафта	Висока технологічність Простота використання	Обмежений доступ Забруднення довкілля Небезпека виникнення пожеж
	Газ	Відносна безпека для довкілля Простота використання	Обмежений доступ Вибухонебезпечність Викиди CO ₂
	Ядерна енергія	Доступність Дешевизна Великі кількості	Забруднення довкілля Проблема захоронення відходів Ризик розповсюдження ядерної зброї Важкі наслідки нещасних випадків

Рис. 43. Джерела енергії

6.3. ПИТАННЯ ДО КЕЙС-УРОКУ «ВІДНОВЛЮВАНА ЕНЕРГЕТИКА»

1. Яку енергетику називають «відновлюваною»?
2. Чим відрізняється «відновлювана» енергетика від «зеленої»?

3. Види відновлюваної енергетики.
4. Назвіть приклади відновлюваної енергії.
5. Назвіть джерела відновлюваної енергетики.
6. До якої енергетики належить гідроенергетика?
7. Які гідроелектростанції ви знаєте?
8. У чому полягає загальна європейська енергетична політика?
9. Дайте визначення потужності. Фізичний зміст?
10. Що таке ККД? Напишіть формулу, за якою визначають ККД?
11. Що таке енер
12. Що таке потенціальна енергія? Від чого вона залежить? Які формули для потенціальної енергії ви знаєте?
13. Кінетична енергія? Формула кінетичної енергії? Від чого вона залежить?
14. Запишіть закон збереження енергії.
15. Які перетворення енергії відбуваються на гідроелектростанціях?
16. В яких одиницях вимірюється енергія? Потужність?
17. Які види енергії представлені на уроці вчителя фізики Юхимчука О.Ф.?
18. Чи відноситься ТЕС до відновлюваної енергетики? До зеленої енергетики?
19. Розкажіть про трагедію Чорнобиля.
20. Проаналізуйте таблицю на рис. 34. Які переваги і недоліки різних джерел енергії ви знаєте?

7. ІНТЕГРОВАНІЙ KEYС-УРОК «СТАТИСТИКА»

У публікації журналу «The Economist» «Україна виграє економічну війну проти Росії» зазначається, що економіці України вдалося перебудуватися, щоб орієнтуватися на військову реальність.

Так, прогноз Нацбанку щодо зростання ВВП на 4% у 2024 році та на 4,3% у 2025 році, валюта стабільна, а облікова ставка на близькому до мінімуму за 30 місяців рівні у 13,5%.

«Порівняйте це з Росією, де ставки невдовзі мають досягти 23%, щоб зупинити падіння рубля, банки виглядають тендітними, а ВВП має зрости лише на 0,5-1,5% у 2025 році», - зазначається у публікації.

За сьогоднішніми оцінками Світового банку, зростання в Україні сповільниться до 3,2% у 2024 році, що відображає такі проблеми, як скорочення енергетичних потужностей та зимові відключення електроенергії, які стримували зростання торгівлі та промислового виробництва. Незважаючи на ці перешкоди і атаки, що продовжуються, на інфраструктуру, економіка показала зростання.

Світовий банк прогнозує уповільнення зростання економіки України у 2025 році до 2,0%. Прогноз заснований на припущенні, що війна триватиме протягом усього року. У 2026 році очікується стійке відновлення на 7% за умови припинення активних бойових дій, підкріпленого інвестиціями у споживання та реконструкцію.

Задача 1. На рис. 44 представлена таблиця прогнозу змін ВВП по країнам Європи та Центральної Азії. За даними таблиці побудувати діаграму залежності ВВП від року для України, Росії та Білоруської республіки. Проаналізуйте діаграми.

Розв'язання. Для вирішення завдання скористаємось можливостями MS Excel.

Для цього сформуємо таблицю в Excel з даними, представленими в таблиці (рис. 45). Виділимо дані таблиці і побудуємо графік функції, застосувавши тип діаграми – *Точкова* (рис. 45).

TABLE 2.2.2 Europe and Central Asia country forecasts ¹

(Real GDP growth at market prices in percent, unless indicated otherwise)

Percentage-point differences from
June 2024 projections

	2022	2023	2024e	2025f	2026f	2024e	2025f	2026f
Albania	4.8	3.9	3.7	3.5	3.3	0.4	0.1	-0.2
Armenia	12.6	8.3	5.5	5.0	4.6	0.0	0.1	0.1
Azerbaijan	4.6	1.1	4.0	2.7	2.4	1.7	0.3	0.0
Belarus	-4.7	3.9	4.0	1.2	0.8	2.8	0.5	0.3
Bosnia and Herzegovina ²	4.2	2.1	2.8	3.2	3.9	0.2	-0.1	-0.1
Bulgaria	4.0	1.9	2.2	2.8	2.7	0.1	-0.3	0.0
Croatia	7.3	3.3	3.5	3.0	2.8	0.5	0.2	0.1
Georgia	11.0	7.5	9.0	6.0	5.0	3.8	1.0	0.0
Kazakhstan	3.2	5.1	4.0	4.7	3.5	0.6	0.0	-0.1
Kosovo	4.3	3.3	3.8	3.9	4.0	0.1	0.0	0.1
Kyrgyz Republic	9.0	6.2	5.8	4.5	4.5	1.3	0.3	0.5
Moldova	-4.6	0.7	2.8	3.9	4.5	0.6	0.0	0.0
Montenegro	6.4	6.3	3.4	3.5	3.2	0.0	0.7	0.2
North Macedonia	2.8	2.1	2.4	3.0	3.2	-0.1	0.1	0.2
Poland	5.3	0.1	3.0	3.4	3.2	0.0	0.0	0.0
Romania	4.0	2.4	1.3	2.1	2.6	-2.0	-1.7	-1.2
Russian Federation	-1.2	3.6	3.4	1.6	1.1	0.5	0.2	0.0
Serbia	2.6	3.8	3.9	4.2	4.2	0.4	0.4	0.2
Tajikistan	8.0	8.3	8.0	6.0	5.0	1.5	1.5	0.5
Türkiye	5.5	5.1	3.2	2.6	3.8	0.2	-1.0	-0.5
Ukraine	-28.8	5.3	3.2	2.0	7.0	0.0	-4.5	1.9
Uzbekistan	6.0	6.3	6.0	5.8	5.9	0.7	0.3	0.2

Рис. 44. Прогнози по країнам Європи та Центральної Азії

Як бачимо з діаграми, в Україні з 2023 року спостерігається збільшення ВВП, а через півроку спостерігається спад ВВП, а потім прогнозується збільшення ВВП, починаючи з 2025 року.

На рис. 45 представлена діаграма змін ВВП по Україні, Росії та Білорусі у вигляді «стовбчастої» діаграми.

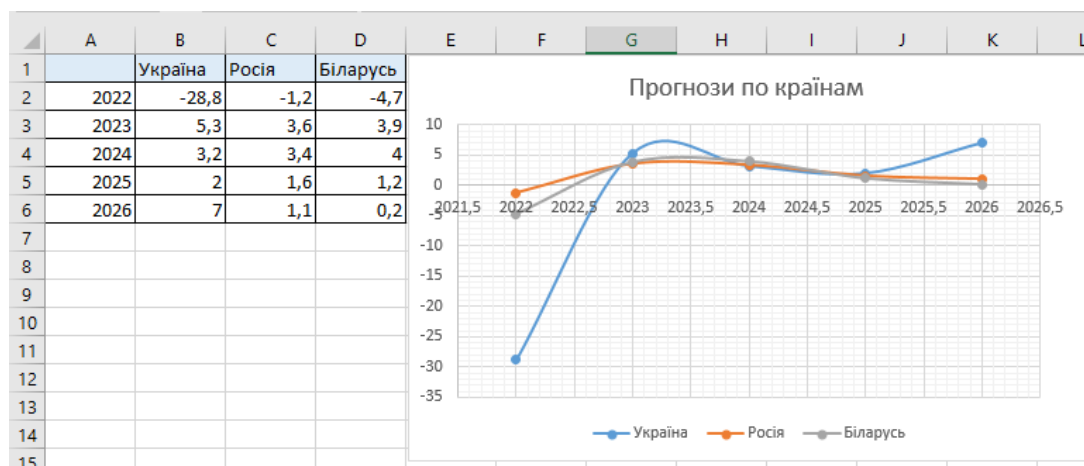


Рис. 45. Прогнози змін ВВП по Україні, Росії та Білорусі

Вона будується аналогічно точкової діаграми, але вибирається «Вставити стовпчасту діаграму або гістограму» (рис. 46).

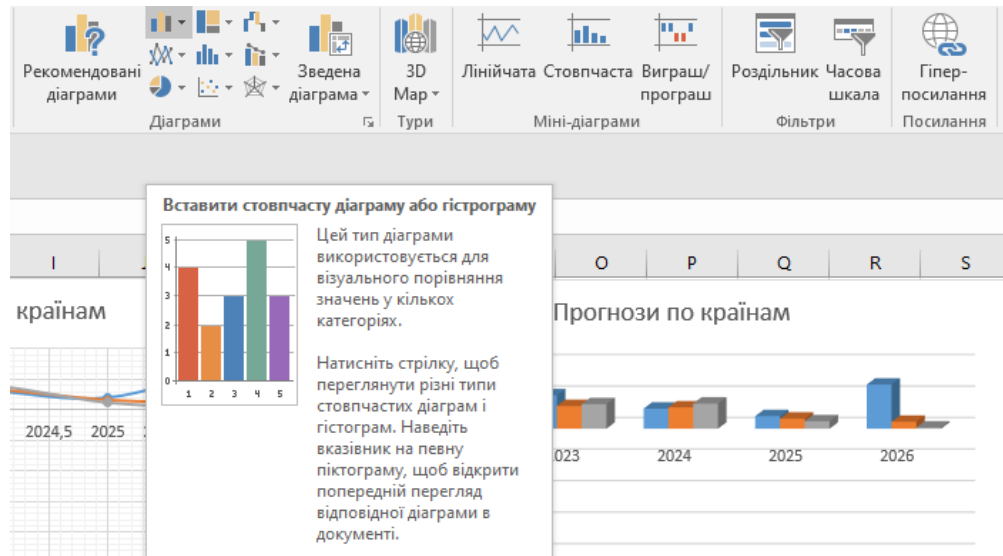


Рис 46. Вибір стовпчастої діаграми

На стовпчастій діаграмі дуже добре видно, як змінюється ВВП по країнам Україна, Росія і Білорусь по рокам (рис. 47).



Рис. 47. Прогнози по країнам Україна, Росія і Білорусь

У 2022 році спостерігається різке падіння економіки України, що пов'язується з початком страшної війни, яку розв'язала Росія на території нашої Батьківщини.

Але вже у 2023 році показники економічного розвитку збільшуються. А з 2025 року прогнозується збільшення ВВП без коливань.

Задача 2. Користуючись діаграмою (рис. 48), проаналізуйте, як змінювалась мінімальна заробітна плата в Україні.



Рис. 48. Зміна мінімальної заробітної плати в Україні

Коли здійснився найбільший стрибок зростання мінімальної заробітної плати? На скільки відсотків зросла мінімальна заробітна плата в Україні у 2021 році? Обчисліть середнє арифметичне мінімальної заробітної плати за 10 років.

На скільки відсотків зросте мінімальна заробітна плата в Україні у 2025 році від мінімальної заробітної плати в Україні у 2015 році?

Чи можна прогнозувати зміни мінімальна заробітна плата в Україні на 2026 рік? На 2030 рік? Як?

Задача 3. Користуючись таблицею середніх температур повітря в січні в деяких містах світу (рис. 49), обчисліть розмах, середнє значення, медіану та моду даної вибірки.

Місто	Темпера- тура, °С	Місто	Темпера- тура, °С
Амстердам	3	Москва	-10
Афіни	8	Найробі	27
Буенос-Айрес	23	Нью-Йорк	0
Гонконг	24	Ріо-де-Жанейро	30
Єрусалим	8	Рим	8
Київ	-6	Сінгапур	27
Монреаль	-11	Токіо	3

Рис. 49. Таблиця середніх температур повітря в січні в деяких містах світу

Задача 4. Користуючись таблицею вікового складу населення за даними Всеукраїнського перепису населення 2001 року (рис. 50), визначить яка вікова група визначала моду вікового складу населення України у 2001 році?

А) 0–9; Б) 10–19; В) 40–49; Г) 80 і старші.

Вік	Кількість постійного населення, тис. осіб
0–9	4533,3
10–19	7308,1
20–29	6891,6
30–39	6621,2
40–49	7298,7
50–59	5245,3
60–69	5522,2
70–79	3740,0
80 і старші	1060,8

Рис. 50. Віковий склад населення за даними Всеукраїнського перепису населення 2001 року

Проаналізуйте таблиці рис. 50 і рис. 51.

Вік	чисельність	Частка
0—14	6 119 900	14,9%
15—64	27 646 700	67,4%
>65	7 231 100	17,6%
Всього	40 997 700	100,00%

Рис. 51. . Віковий склад постійного населення станом на 1 січня 2022 року

Задача 5. Студентка протягом семестру отримала 45 оцінок, серед яких 7 п'ятірок, 22 четвірки та 16 трійок. Обчисліть середній бал студентки.

Завдання 5. На рис. 52 представлена діаграма розподілу населення світу за його частинами. Відомо, що на Землі проживають 8,09 млрд. людей. За даними діаграми розрахуйте, скільки людей живуть в різних частинах світу.

Населення України на 2024 рік оцінюється в 33,4 млн. осіб. Визначте, який відсоток складає населення України від населення Землі.

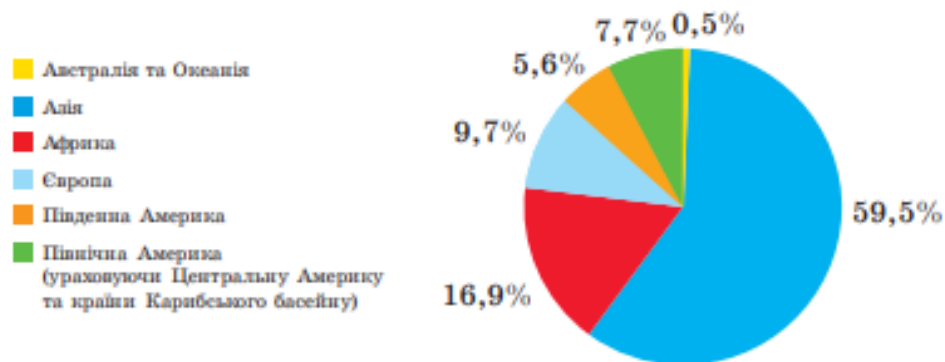


Рис. 52. Розподіл населення світу за його частинами.

Для будь-якого наукового дослідження необхідна математична статистика зокрема для педагогічного дослідження.

Задача 6. Порівняти досвід роботи за фахом до вступу у ВНЗ і успішність оволодіння спеціальними дисциплінами.

Введемо дві змінні: X (досвід роботи за фахом до вступу у ВНЗ) і Y (успішність оволодіння спеціальними дисциплінами). Вимірюємо їх у дихотомічній шкалі (шкали найменувань). Для визначення їх взаємозв'язку використаємо коефіцієнт кореляції Пірсона. Для зручності обрахувань слід скористатися спеціальною таблицею «сполучення» (рис. 53).

	Ознака X		Всього
Ознака Y	A	B	B
	C	D	D
Разом	C	D	N

Рис. 53 Загальна таблиця «сполучення»

Де A – кількість випадків, коли змінні X=0, Y=1;

B: X=Y=1;

C: X=Y=0;

D: X=1, Y=0.

Формула коефіцієнта кореляції Пірсона для дихотомічних даних:

$$\varphi = \frac{B \cdot C - A \cdot D}{\sqrt{(A + C) \cdot (B + D) \cdot (A + B) \cdot (C + D)}}$$

Таблиця даних до задачі 6

№ респондента	Змінна X	Змінна Y
1	0	0
2	1	1
3	0	1
4	0	0
5	1	1

6	1	0
7	0	0
8	1	1
9	0	0
10	0	1

Таблиця «сполучення» до задачі 6

Загальна таблиця «сполучення»

		Ознака X		Всього
Ознака Y				
Разом				

Підставимо у формулу дані таблиці 3, отримаємо:

$$\varphi = \frac{3 \cdot 4 - 2 \cdot 1}{\sqrt{(2 + 4) \cdot (3 + 1) \cdot (2 + 3) \cdot (4 + 1)}} = 0,41$$

Висновок: коефіцієнт кореляції Пірсона дорівнює 0,41. Це означає, що зв'язок між досвідом роботи студентів за фахом до вступу у ВНЗ і їх успішністю в оволодінні спеціальними дисциплінами є незначним.

Задача 7. Охарактеризуйте навчальні досягнення учнів 8 класу з англійської мови, якщо за результатами контрольної роботи отримано такі оцінки:

Бали	12	11	10	9	8	7	6	5	4
Кількість учнів	2	3	2	4	6	6	3	3	1

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i n_i}{n} = \frac{2 \cdot 12 + 3 \cdot 11 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 9 + 6 \cdot 8 + 6 \cdot 7 + 3 \cdot 6 + 3 \cdot 5 + 4}{30} = 8;$$

$$R = \frac{2 + 3 + 2 + 4 + 6 + 6}{30} \cdot 100\% = 76\%$$

Для інтегрованого кейс-уроку «Статистика» можна виділити такі розгортки:

«Елементи математичної статистики», «Математика», «Інформатика», «Економіка» тощо.

7.1. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

Статистика (від латин. status — стан) — це наука про отримання, оброблення й аналіз кількісних даних, які характеризують масові явища.

При аналізі багатьох педагогічних явищ важливу роль відіграють середні величини. У математичній статистиці є декілька видів середніх величин: середнє арифметичне, медіана, мода. Існує також показники коливання (міри розсіювання): варіаційний розмах, середнє квадратичне відхилення, середнє абсолютне відхилення, дисперсія тощо.

Середнє арифметичне вираховується як частина від поділу суми величин на їх число і вираховується за формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (1)$$

де $\bar{x}$ — середнє арифметичне; x_i — результати окремих спостережень;

$\sum x_i$ — сума результатів усіх спостережень.

При обрахуванні середнього арифметичного для згрупованих даних формула має вигляд:

$$\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_i n_i}{n_1 + n_2 + \dots + n_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i n_i}{n}$$

де n_i — частота для i -го значення ознаки.

Медіаною називається значення досліджуваної ознаки, зліва і справа від якої знаходиться однакова кількість елементів вибірки за шкалою, побудованою за зростанням чи зменшенням чисел (варіаційний ряд). Медіана ділить впорядкований

варіаційний ряд на дві рівні по чисельності групи.

Медіану визначають за формулою:

$$M = \frac{n_{max} - n_{min}}{2} + n_{min} \quad (2)$$

Показник якості (R) визначають за відсотковим відношенням кількості осіб, які мають достатній (n_d) та високий (n_v) рівні розвитку досліджуваної властивості, до загальної кількості осіб (N):

$$R = \frac{n_v + n_d}{N} \cdot 100\% \quad (3)$$

Модальною величиною, або Модою у статистиці називають значення ознаки, яке найчастіше зустрічається, і з яким найбільш вірогідно можна зустрітися в серії зареєстрованих спостережень.

У дискретному ряді мода (M_o) – це значення з найбільшою частотою.

Частота (q) – число випадків зустрічності, що припадають на кожну групу (варіанту). Варіанта (b) — числове значення ознаки, за якою групують дані. В інтервальному ряді (з рівними інтервалами) модальним є клас з найбільшим числом спостережень.

Дисперсією називають величину, що дорівнює середньому значенню квадрата відхилень окремих значень ознак від середньої арифметичної величини. Дисперсія (σ^2) вираховується за формулою:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2}{N-1} \quad (4)$$

Середнє квадратичне відхилення (σ) (стандартне відхилення) є корінь квадратний з дисперсії. Середнє квадратичне відхилення визначається за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2}{N-1}}. \quad (5)$$

Характеристикою коливання (варіації) ознаки, що є відносним показником, який визначають за відношенням середнього квадратичного відхилення (σ) до середнього арифметичного називають коефіцієнтом варіації (V_σ), який визначають за формулою:

Середнє квадратичне відхилення (σ) (стандартне відхилення) є корінь квадратний з дисперсії. Середнє квадратичне відхилення визначається за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2}{N-1}}. \quad (5)$$

Характеристикою коливання (варіації) ознаки, що є відносним показником, який визначають за відношенням середнього квадратичного відхилення (σ) до середнього арифметичного називають коефіцієнтом варіації (V_σ), який визначають за формулою:

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%. \quad (6)$$

Для того, щоб виявити, чи є збіг або відмінності отриманих експериментатором результатів випадковими, використовують статистичні методи, які дозволяють на основі даних, прийняти обґрунтовані висновки.

Виокремлюють різні типи гіпотез. Нульова гіпотеза H_0 побудована на припущенні, що відхилення у порівнюваних показниках X_E і X_K випадкове (різниця недостовірна і дорівнює 0), тобто $H_0 : X_E \leq X_K$. Альтернативна гіпотеза H_a побудована на припущенні, згідно з яким відхилення у порівнюваних показниках X_E і X_K значиме (невипадкове), що засвідчує ефективність моделі, альтернативної методики, тобто $H_a : X_E > X_K$.

Рівень значущості статистичного висновку позначають α — ймовірність здійснити похибку першого роду, коли за висновком відкинута правильну гіпотезу. У педагогічних дослідженнях використовують три рівні значущості статистичного висновку:

рівень ймовірності (P)	0,95 (95%)	0,98 (98%)	0,99 (99%)
рівень значущості (α)	0,05 (5%)	0,02 (2%)	0,01 (1%)

В педагогічних дослідженнях обмежуються значенням $\alpha \leq 0,05$,— тобто, допускається не більше, ніж 5% можливість помилки.

Алгоритм використання статистичних критеріїв (необхідної (достатньої) ознаки, на основі якої вибирають, класифікують чи оцінюють об'єкт) наступний.

Статистичні критерії поділяють на параметричні і непараметричні обумовлюється такою послідовністю дій: до початку і на завершення експерименту на основі отриманих результатів спостережень (характеристик членів експериментальної і контрольної груп) вираховується емпіричне значення критерію. Отримане число порівнюється з відомим (табличним) числом – критичним значенням критерію (Колмогорова-Смірнова, χ^2 (Хі-квадрат), Макномарі, Крамера-Уелча, Вілконсона-Манна-Уїтні, Фішера, Стюдента тощо). Якщо емпіричне значення критерію виявляється меншим або дорівнює критичному, то можна стверджувати, що характеристики експериментальної та контрольної груп співпадають – приймається нульова гіпотеза H_0 . Якщо емпіричне значення критерію виявляється більше критичного, то нульова гіпотеза не приймається, а приймається альтернативна гіпотеза – характеристики експериментальної та контрольної груп вважаються відмінними (різними) на заданому рівні значущості.

Односторонній t-критерій Стюдента дає змогу порівняти середні значення досліджуваної нормально розподіленої ознаки як для двох узятих з однієї генеральної сукупності вибірок, так і для вибірок, що репрезентують дві різні генеральні сукупності.

Для однакових вибірок (N осіб), розраховують при $\alpha=0,05$ на основі одержаних експериментальних даних фактичне значення (t_ϕ) t-критерію Стюдента:

$$t_\phi = \frac{\bar{x}_E - \bar{x}_K}{\sqrt{(\sigma_E^2 + \sigma_K^2)}} \cdot \sqrt{N} \quad (7)$$

Для різних вибірок:

$$t_\phi = \frac{\bar{x}_E - \bar{x}_K}{\sqrt{(n_E \cdot \sigma_E^2 + n_K \cdot \sigma_K^2)}} \cdot \sqrt{\frac{n_E \cdot n_K (n_E + n_K - 2)}{n_E + n_K}} \quad (8)$$

$\bar{x}_E, \bar{x}_K$ – середні арифметичні значення

σ_E^2, σ_K^2 – дисперсія

n_E, n_K – кількість осіб в експериментальних і контрольних групах.

Критичне значення (табличне) одностороннього критерію Стюдента знаходять

за таблицями критичних значень розподілу Стюдента [25] або в EXCEL за допомогою функції = T.INV.2T() (СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х()).

Синтаксис:

= T.INV.2T(ймовірність; ступені свободи)

- ймовірність – обов’язковий. Ймовірність відповідна t–розподілу Стюдента.
- ступені свободи - число ступенів свободи, що характеризує розподіл.

Наприклад, при $\alpha = 0,05$ $t_{кр}$, розраховане для груп з кількістю осіб $N = 25$, становить: $t_{0,95} = 2,06$.

Надійність інструментарію оброблення статистичних даних перевіряють за F-критерієм Фішера-Снедекора (якщо його значення засвідчує незначну різницю у дисперсіях показників, які порівнюються дослідником, то можна використовувати статистичні характеристики нульової гіпотези на основі t–критерію Стюдента).

Наприклад, ефективність впровадження педагогічної технології, методики вивчення дисципліни та ін. визначають, міркуючи так:

1) $t_{\phi} > 2,06$, підтверджується альтернативна гіпотеза, тобто відмінність у порівнюваних показниках вважають не випадковою, що при рівні значущості $\alpha = 0,05$ (5 %) одержані результати значущі з імовірністю 0,95 (95%);

2) $t_{\phi} < 2,06$, то підтверджується нульова гіпотеза, тобто відмінність у показниках вважають випадковою, одержані результати незначущі

F-критерій Фішера-Снедекора розраховують за формулою:

$$F_{\phi} = \frac{\sigma_E^2}{\sigma_K^2}, \quad (9)$$

де σ_E^2 – більша, σ_K^2 – менша з дисперсій генеральних сукупностей (при $\sigma_E^2 > \sigma_K^2$).

F-критерій залежить від кількості ступенів вільності (ν) і не залежить від інших параметрів. Ступені вільності для вибірок визначають за формулами:

$$\nu_E = n_E - 1; \nu_K = n_K - 1, \quad (10)$$

де n_E і n_K – обсяг вибірок.

$F_{кр}$ знаходять за таблицями значень розподілу Фішера-Снедекора або в EXCEL

за формулою: $F.INF() (=FOBP(\alpha; E; K))$.

Задача 8. За результатами навчання студентів експериментальних і контрольних груп, наведеними у таблиці , перевірте ефективність впровадження альтернативної (експериментальної) методики викладання.

№ п/п	Студент	Експериментальна група	Контрольна група
1	Андрієнко А.О.	21	15
2	Архіпов С.Г.	18	20
3	Афтонюк С.А.	12	15
4	Баглаєвська Л.Г.	20	15
5	Березенко О.Я.	25	15
6	Божок Т.Л.	15	16
7	Бондаренко Я.Б.	15	18
8	Бондарчук Т.Я.	18	20
9	Величко Є.В.	20	19
10	Волков В.Г.	23	15
11	Волчок Н.В.	22	22
12	Власенко П.М.	20	20
13	Горіна М.Д.	21	12
14	Демченко Н.Г.	25	10
15	Іванова А.А.	23	20
16	Коваленко В.І.	20	12
17	Ковальчук А.В.	25	20
18	Клевець О.І.	18	23
19	Краско В.В.	24	20
20	Плешко І.М.	25	20
21	Романчук І.Т.	23	18
22	Савчук О.В.	20	15
23	Стоянова М.Ю.	25	19
24	Ткачук О. Я.	15	16
25	Яковлева В.П.	18	22

$\bar{x}$	20,44	17,48
$R, \%$	84	58
σ^2	13,51	11,59
σ	3,68	3,40
V_σ	17,98	19,48
t-Стюдента	2,95 (значимо)	
F-Фішера	1,17 (не значимо)	
Висновок	Значимо	

Розв'язання. За формулою (1) визначаємо середній бал в експериментальній та контрольній групах:

$$\bar{x}_E = \frac{25 \cdot 5 + 24 \cdot 1 + 23 \cdot 3 + 22 \cdot 1 + 21 \cdot 2 + 20 \cdot 5 + 18 \cdot 4 + 15 \cdot 3 + 12 \cdot 1}{25} = 20,44$$

$$\bar{x}_K = \frac{23 \cdot 1 + 22 \cdot 2 + 20 \cdot 7 + 19 \cdot 2 + 18 \cdot 2 + 16 \cdot 2 + 15 \cdot 6 + 12 \cdot 2 + 10 \cdot 1}{25} = 17,48$$

За формулою (3) визначаємо якість знань:

$$R_E = \frac{5+1+3+1+2+5+4+3+1}{25} \cdot 100\% = 84\%;$$

$$R_K = \frac{1+2+7+2+2+2+6+2+1}{25} \cdot 100\% = 56\%$$

За формулою (4) розраховуємо дисперсію:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2}{N-1};$$

$$\sigma_E^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{x} - 20,44)^2}{24} = 13,51; \sigma_K^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{x} - 17,48)^2}{24} = 11,59;$$

Середнє квадратичне відхилення визначаємо за формулою (5):

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (20,44 - x_i)^2}{24}} = 3,68; \sigma_K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (17,48 - x_i)^2}{24}} = 3,40.$$

Визначимо коефіцієнт варіації за формулою (6):

$$V_{\sigma_E} = \frac{3,68}{20,44} \cdot 100\% = 17,98; V_{\sigma_K} = \frac{3,40}{17,48} \cdot 100\% = 19,48.$$

За формулою (7) на основі одержаних експериментальних даних для однакових

вибірок при $\alpha=0,05$ розрахуємо фактичне значення t-критерію Стюдента:

$$t_{\phi} = \frac{\bar{x}_E - \bar{x}_K}{\sqrt{(\sigma_E^2 + \sigma_K^2)}} \cdot \sqrt{N} = 2,95$$

За формулою (9) визначимо F-критерій Фішера-Снедекора:

$$F_{\phi} = \frac{\sigma_E^2}{\sigma_K^2} = 1,165$$

Для того, щоб зробити висновок необхідно порівняти фактичне значення t-критерію Стюдента з його критичним значенням.

В нашому випадку: $2,954 > 2,06$ ($t_{\phi} > t_{кр}$).

Порівнюємо значення критерію Фішера: $1,165 < 1,36$ ($F_{\phi} < F_{кр}$).

Тобто можна зробити висновок, що нова альтернативна методика викладання є ефективною.

7.2. ІНФОРМАТИКА

Значно скоротити тривалість часу і уникнути помилок в проведенні підрахунків можна з використанням спеціальних математичних програм (MatLab, MathCad, Mathematica та інші). Однією з доступних кожному і нескладною в користуванні є програма MS Excel [26, 27]. В цій програмі є статистичні функції за допомогою яких можна провести необхідні підрахунки.

Наприклад, для визначення середнього арифметичного значення потрібно відкрити програму MS Excel, сформувати таблицю (рис. 54) з вихідними параметрами: комірки (A1:B16). У комірці B17 (або в рядку формул записуємо знак =, потім у меню *Формули* вибираємо *Інші функції*, далі *Статичні*, в них – AVERAGE (середнє арифметичне).

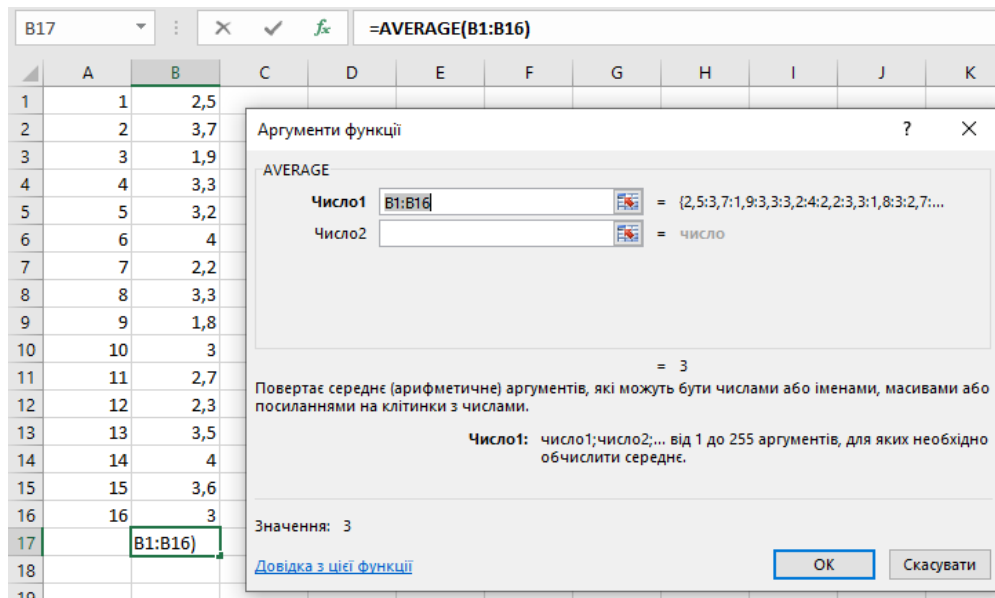


Рис. 54. визначення середнього арифметичного значення за допомогою MS Excel

У статистичних функціях MS Excel існує функція MEDIAN, за допомогою якої можна легко отримати результат обчислення (рис. 55):

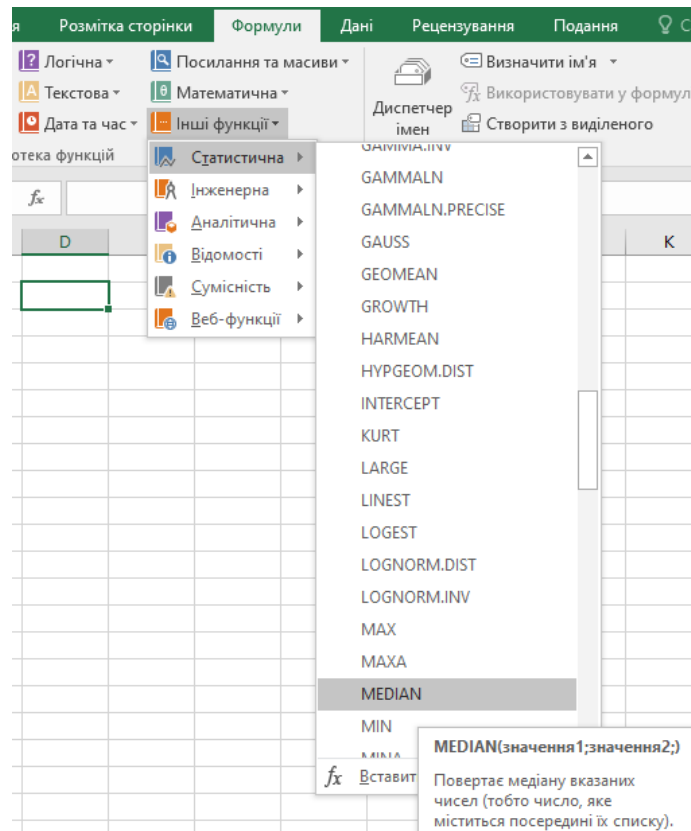
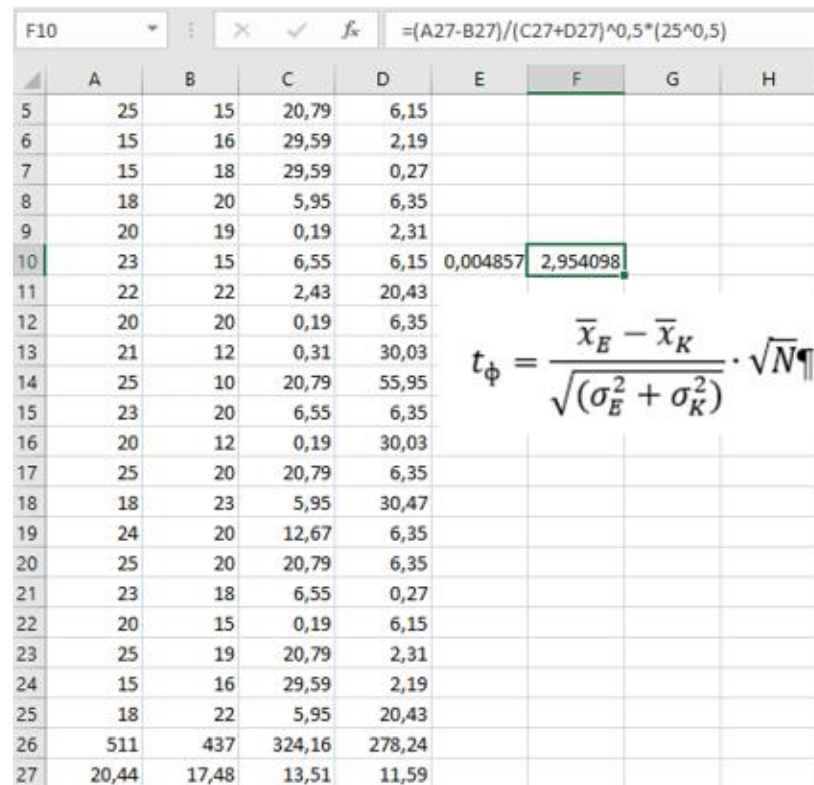


Рис. 55. Функція MEDIAN у MS Excel

Визначення фактичного критерію Стюдента за допомогою MS Excel здійснюється за допомогою набору формули $=(A27-B27)/(C27+D27)^{0,5}*(25^{0,5})$ (рис. 56).



	A	B	C	D	E	F	G	H
5	25	15	20,79	6,15				
6	15	16	29,59	2,19				
7	15	18	29,59	0,27				
8	18	20	5,95	6,35				
9	20	19	0,19	2,31				
10	23	15	6,55	6,15	0,004857	2,954098		
11	22	22	2,43	20,43				
12	20	20	0,19	6,35				
13	21	12	0,31	30,03				
14	25	10	20,79	55,95				
15	23	20	6,55	6,35				
16	20	12	0,19	30,03				
17	25	20	20,79	6,35				
18	18	23	5,95	30,47				
19	24	20	12,67	6,35				
20	25	20	20,79	6,35				
21	23	18	6,55	0,27				
22	20	15	0,19	6,15				
23	25	19	20,79	2,31				
24	15	16	29,59	2,19				
25	18	22	5,95	20,43				
26	511	437	324,16	278,24				
27	20,44	17,48	13,51	11,59				

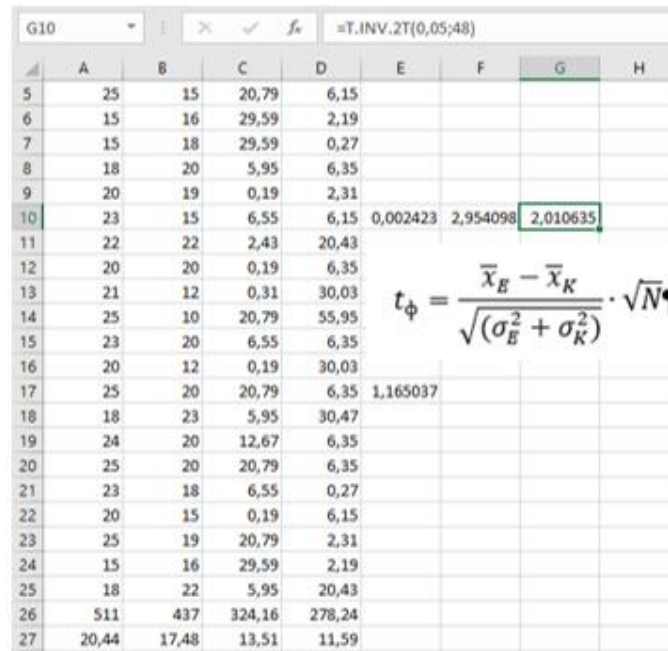
$$t_{\phi} = \frac{\bar{x}_E - \bar{x}_K}{\sqrt{(\sigma_E^2 + \sigma_K^2)}} \cdot \sqrt{N}$$

Рис. 56. Визначення фактичного критерію Стюдента

У комірках A27 і B27 знаходяться середні значення досягнень експериментальної та контрольної груп студентів.

У комірках C27 і D27 знаходяться значення дисперсій експериментальної та контрольної груп студентів.

Як було сказано вище критичні критерії Стюдента і Фішера можна отримати в MS Excel за допомогою функцій = T.INV.2T() (рис. 57) чи СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х()) і F.INF() (=ФОБР(α;E;K)) відповідно.



	A	B	C	D	E	F	G	H
5	25	15	20,79	6,15				
6	15	16	29,59	2,19				
7	15	18	29,59	0,27				
8	18	20	5,95	6,35				
9	20	19	0,19	2,31				
10	23	15	6,55	6,15	0,002423	2,954098	2,010635	
11	22	22	2,43	20,43				
12	20	20	0,19	6,35				
13	21	12	0,31	30,03				
14	25	10	20,79	55,95				
15	23	20	6,55	6,35				
16	20	12	0,19	30,03				
17	25	20	20,79	6,35	1,165037			
18	18	23	5,95	30,47				
19	24	20	12,67	6,35				
20	25	20	20,79	6,35				
21	23	18	6,55	0,27				
22	20	15	0,19	6,15				
23	25	19	20,79	2,31				
24	15	16	29,59	2,19				
25	18	22	5,95	20,43				
26	511	437	324,16	278,24				
27	20,44	17,48	13,51	11,59				

Рис. 57. Визначення критичного критерію Стюдента

Як видно з рис. 56 і рис. 57 за допомогою програми MS Excel отримано більш точне значення фактичного та критичного критерію Стюдента. Можна показати, що за допомогою цієї програми критерій Фішера теж буде визначений за порядком одиниць вказаних у програмі.

Задача. 9. За попереднім опитуванням 25 здобувачів вищої освіти, було з'ясовано кількість годин самостійної підготовки до іспиту (X) та їх оцінки після складання іспиту (Y). Знайдіть за двома змінними коефіцієнт кореляції Пірсона та лінійну регресію.

Розв'язок. Для швидшого та зручнішого виконання задачі було використаємо Microsoft Office Excel (рис.58).

Сформуємо таблицю в Excel з вихідними параметрами X та Y (рис. 58).

Визначимо середні значення та суми всіх отриманих значень, використовуючи статистичні функції Excel.

В комірку H21 введемо формулу: $=\text{CORREL}(A21:A40;B21:B40)$. В результаті отримали значення коефіцієнту Пірсона: $\varphi=0,883293$.

Розрахуємо коефіцієнту Пірсона за формулою

$$\varphi = \frac{n \cdot \sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{\sqrt{[n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] \cdot [n \cdot \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$

Для цього в комірку I20 вводимо формулу:=E41/SQRT(F41*G41). Порівняємо отримані коефіцієнти Пірсона. Як бачимо $\varphi = \varphi_1$.

I21	=E41/SQRT(F41*G41)								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
20	xi	yi	xi-xc	yi-yc	C*D	(xi-xc)^2	(yi-yc)^2	φ	φ1
21	36	50	8,6	11,65	100,19	73,96	135,7225	0,883293	0,883293
22	32	47	4,6	8,65	39,79	21,16	74,8225		
23	40	58	12,6	19,65	247,59	158,76	386,1225		
24	17	28	-10,4	-10,35	107,64	108,16	107,1225		
25	32	51	4,6	12,65	58,19	21,16	160,0225		
26	21	40	-6,4	1,65	-10,56	40,96	2,7225		
27	39	52	11,6	13,65	158,34	134,56	186,3225		
28	15	16	-12,4	-22,35	277,14	153,76	499,5225		
29	17	32	-10,4	-6,35	66,04	108,16	40,3225		
30	42	55	14,6	16,65	243,09	213,16	277,2225		
31	12	18	-15,4	-20,35	313,39	237,16	414,1225		
32	14	27	-13,4	-11,35	152,09	179,56	128,8225		
33	25	44	-2,4	5,65	-13,56	5,76	31,9225		
34	24	31	-3,4	-7,35	24,99	11,56	54,0225		
35	35	43	7,6	4,65	35,34	57,76	21,6225		
36	24	25	-3,4	-13,35	45,39	11,56	178,2225		
37	32	43	4,6	4,65	21,39	21,16	21,6225		
38	28	31	0,6	-7,35	-4,41	0,36	54,0225		
39	30	38	2,6	-0,35	-0,91	6,76	0,1225		
40	33	38	5,6	-0,35	-1,96	31,36	0,1225		

Рис. 58. До визначення коефіцієнта Пірсона

Відповідь: З'ясовано взаємозв'язок між залежною та незалежною змінною, а саме між кількістю годин витрачених на самостійну підготовку до іспиту та отриманих результатів після складання іспиту. Отже, чим більше годин студент витратив на підготовку до іспиту, тим більший балів отримав здобувач вищої освіти.

Задача. 10. Для даних x_i і y_i (рис. 59) знайти рівняння регресії.

Визначимо рівняння регресії $y = ax + b$.

Для цього знайдемо коефіцієнти цього рівняння a і b .

$$a = \frac{\varphi \cdot \sigma_y}{\sigma_x} = -6,0485; \quad b = \bar{y} - a\bar{x} = 147,32.$$

Для обчислення a за формулою, визначили стандартне відхилення двох змінних σ_x, σ_y , використовуючи статистичні функції Excel.

Отже рівняння регресії: $y = -6,0485x + 147,32$.

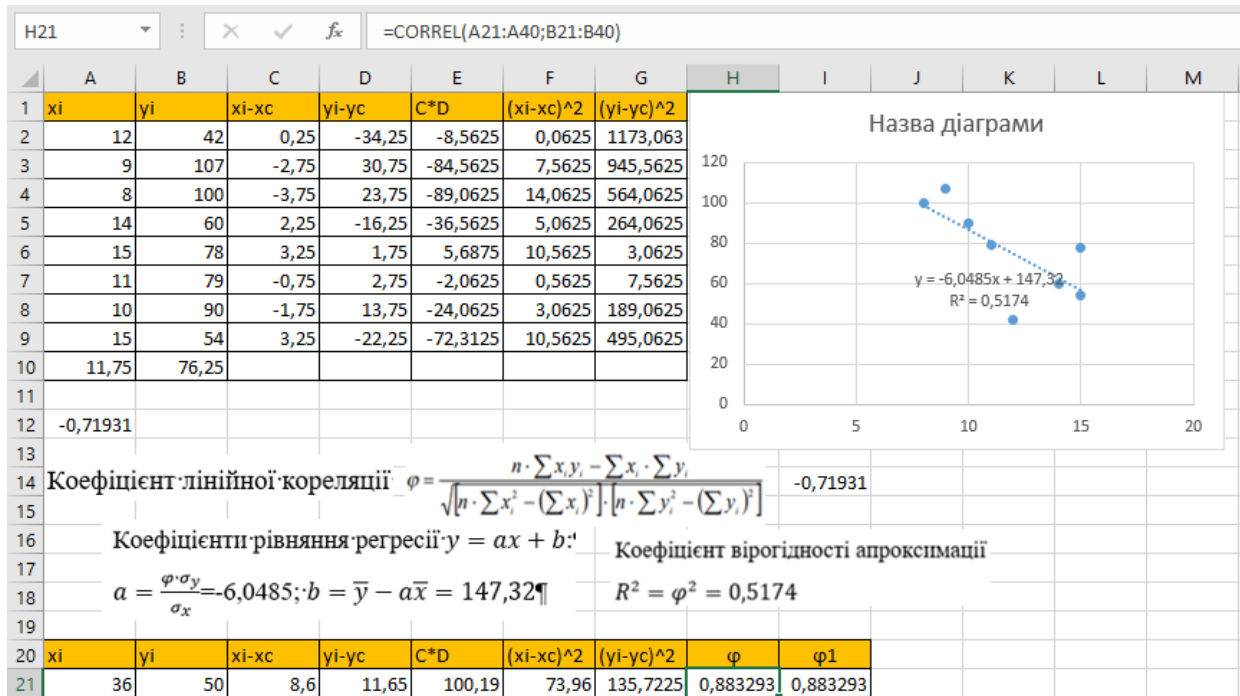


Рис. 59. Визначення рівняння регресії

На рис. 47 представлено рівняння регресії за даними задачі 10. Визначення рівняння регресії за формулами підтверджено інструментами Ехсе за допомогою побудованого точкового графіку з лінією тренду.

Отримано коефіцієнт вірогідності $R^2 = 0,5174$.

7.3. ПИТАННЯ ДО КЕЙС-УРОКУ «СТАТИСТИКА»

1. Що означає слово «статистика»?
2. Що називається середнім арифметичним величин?

3. Що називається медіаною?
4. Що називається модою?
5. Що таке варіаційний розмах?
6. Що таке середнє квадратичне відхилення?
7. Що таке середнє абсолютне відхилення?
8. Що таке дисперсія? Напишіть формулу.
9. Чому дорівнює показник якості R ?
10. Що таке варіаційний ряд?
11. Запишіть формулу середнього квадратичного відхилення.
12. Що таке коефіцієнт варіації? Характеристикою якої ознаки він є?
13. Що таке нульова гіпотеза?
14. Що таке альтернативна гіпотеза?
15. Що таке рівень значущості статистичного висновку позначають α ?
16. Якими значеннями α обмежуються в педагогічних дослідженнях?
17. Що таке t -критерій Стюдента?
18. Поясніть чим відрізняються фактичний критерій Стюдента від критичного.
19. За якою формулою в EXCEL можна знайти критерій Стюдента?
20. Що таке критерій Фішера-Снедекора?
21. За якою формулою в EXCEL можна знайти критерій Фішера-Снедекора?
22. Поясніть, як показати, що альтернативна методика ефективна.
23. Що таке лінійна кореляція?
24. Що таке коефіцієнт Пірсона? Формула?
25. Що таке рівняння регресії?
26. Що таке лінія тренду?
27. Як знайти коефіцієнти рівняння регресії?
28. Що таке коефіцієнт вірогідності R^2 ?

8. ІНТЕГРОВАНІЙ КЕЙС-УРОК «ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ»

Енергія надає людині важливі «послуги» у вигляді тепла для обігрівання і готування їжі, забезпечує роботу промисловості й транспорту. Для отримання цієї енергії необхідно паливо – нафта, газ, вугілля, ядерне паливо, дрова і інші первинні джерела (сонце, вітер, вода). Для того, щоб одержати цю енергію, необхідне спеціальне устаткування, наприклад, печі, турбіни, двигуни та ін.

Виробництво енергії, яку ми споживаємо, завдає значної шкоди рослинному і тваринному світові, довкіллю, здоров'ю людини (рис. 60).



Рис. 60. Схема трансформації енергії

Використовуючи різні джерела енергії та технології, досягають різного корисного ефекту, оскільки значна кількість первинної енергії витрачається марно через недосконалу конструкцію та низьку ефективність експлуатації обладнання. Для зменшення втрат енергії при її перетворенні й зниженні негативного впливу її

споживання на довкілля потрібно застосовувати передові знання з техніки, соціології та природничих наук.

Прагнучі поліпшити життєві умови і знизити вплив на навколишнє середовище, люди постійно шукають нові методи і технології, що дозволять ефективно використовувати енергію.

В роботі [8] автор пропонує провести практикум «Вимір витрати гарячої води і розрахунок енергії, необхідної для її нагрівання» (рис. 51).

Таблиця для заповнення вимірів		ВИМІР ВИТРАТИ ГАРЯЧОЇ ВОДИ		
		Душ	Кран 1	Кран 2
1	Скільки секунд знадобиться для того, щоб набрати 10 літрів води при нормальному використанні?	сек.	сек.	сек.
2	Розрахунок у літрах за хвилину Приклад: 40сек.: 60=0,66 хв. 10 л/0,66 хв.=15,15 (л/хв.)	л/хв.	л/хв.	л/хв.
3	Скільки хвилин на тиждень ви тримаєте кран відкритим?	хв./тиж.	хв./тиж.	хв./тиж.
4	Скільки літрів води ви використовуєте протягом тижня?	л/тиж.	л/тиж.	л/тиж.
5	Температура води до нагрівання? (Виміряйте температуру холодної води)	°C	°C	°C
6	Температура використаної вами гарячої води?	°C	°C	°C

ПІДРАХУЙТЕ ВИТРАТИ ГАРЯЧОЇ ВОДИ І РЕЗУЛЬТАТИ ПІСЛЯ ЗАПРОВАДЖЕННЯ ЗАХОДІВ (УСТАТКУВАННЯ, ЗМІНА ЗВИЧОК) З ЕКОНОМІЇ ВОДИ			
7	Споживання гарячої води до запровадження заходів щодо економії	л/тиж.	Вирахуйте передбачуване звичайне споживання води у вашій родині. Після обговорення заходів щодо заощадження намагайтеся виконувати деякі з них і підрахуйте результати економії.
8	Передбачуване споживання гарячої води після запровадження заходів щодо економії	л/тиж.	
9	Кількість заощадженої води	л/тиж.	

ПІДРАХУЙТЕ МОЖЛИВУ ЕКОНОМІЮ ЕНЕРГІЇ		
	Напишіть у цифрах	Приклади
10	Різниця температур у °C між холодною і гарячою водою	37°C (гаряча) - 7°C (холодна) = 30°(різниця)
11	Кількість заощадженої води	150 л.
12	Економія енергії протягом тижня у кВт/год. (літр x °C збільшення температури x 0,0011*)	150 л. x 30 °C x 0,0011 = 4.90кВт/год

Рис. 51. Практична робота «Вимір витрати гарячої води і розрахунок енергії, необхідної для її нагрівання»

Коефіцієнт 0,0011, використаний при підрахунках, базується на енергії для нагрівання 1 літра води на 1°C , 4200 Дж, переведений в кВт/год.

Українські норми, що визначають рівень споживання гарячої води, дуже високі гарячої води в квартиру є рівень споживання $7,5 \text{ л/м}^2$ води, що має температуру 55°C .

Задача 1. Скільки треба заплатити за користування електричною енергією на місяць (30 днів), якщо щодня протягом часу $\tau=12$ год горять чотири 220-ти вольтові лампочки, що споживають струм $I=0,45 \text{ А}$? Крім того, щодня кип'ятиться об'єм $V=3 \text{ л}$ води. Початкова температура води $t_0=10^{\circ}\text{C}$. Вартість 1 кВт·год енергії прийняти рівною 4,32 грн. К.к.д. нагрівача $\eta=80\%$.

Розв'язання. Кількість енергії споживане на добу лампочками, $w_1 = 4IU\tau$, а в місяць $W_1 = 30 \cdot w_1 = 120 IU\tau$. Кількість енергії необхідне для нагрівання води на добу $Q = C\rho V(t_k - t_0)$, при цьому витрачається енергія $W = c\tau\Delta T = c\rho V\Delta T$, а в місяць $W_2 = \frac{30c\rho V(t_k - t_0)}{\eta}$. Повна енергія, яка витрачається на місяць $W = W_1 + W_2$.

$$W = 30 \left(4IU\tau + \frac{c\rho V(t_k - t_0)}{\eta} \right).$$

За користування електроенергії необхідно заплатити

$$N = \frac{W \cdot n}{10^3 \cdot 3600}; N = \frac{30 \left(4IU\tau + \frac{c\rho V(t_k - t_0)}{\eta} \right) \cdot n}{10^3 \cdot 3600}; N = 666,8 \text{ грн}$$

Задача 2. Енергозберігаюча лампа на 100 Вт використовує за годину роботи 15 Вт, тоді як звичайна 100 Вт. Підрахуйте:

1. скільки електроенергії економить людина за місяць (30 днів) безперервної роботи енергозберігаючої лампочки по 12 годин в день?;
2. яка буде економія електроенергії та коштів за I квартал (січень – березень), якщо у квартирі 4 звичайних лампочки замінити на енергозберігаючі? Вартість 1 кВт·год-4,32 грн.

Розв'язання. Споживання електроенергії протягом місяця звичайною лампочкою: $100 \cdot 12 \cdot 30 = 36000 \text{ Вт}$;

Споживання електроенергії протягом місяця енергозберігаючою лампочкою:

$$15 \cdot 12 \cdot 30 = 5400 \text{ Вт};$$

Економія електроенергії протягом місяця: $36000 \text{ Вт} - 5400 \text{ Вт} = 30600 \text{ Вт}$

Економія електроенергії протягом I кварталу 4 енергозберігаючими лампочками: $30600 \text{ Вт} \cdot 12 = 367200 \text{ Вт} = 367,2 \text{ кВт}$

Економію коштів за I квартал 4 енергозберігаючими лампочками:

$$4,32 \text{ грн} \cdot 367,2 \text{ кВт} = 1586,3 \text{ грн}$$

Задача 3. Визначте, скільки електричної енергії витрачає ваша родина щодня протягом тижня. Результати представити у вигляді таблиці.

Задача 4. Сонячна електростанція потужністю 10 кВт виробить за рік 13000 кВт. Сім'я з 6 осіб проживає в будинку, який обладнано такою електростанцією, та споживає в середньому 940 кВт щомісяця. Чи вистачить виробленої енергії для потреб сім'ї? Обґрунтуйте.

Скільки вони можуть заробити від продажу залишку (вартість зеленого тарифу – 614,66 коп/кВт·год)?

Задача 5. Відвідайте магазин, що торгує холодильниками, і довідайтеся в продавця про середній термін роботи та рівень енергоспоживання різних моделей. Підрахуйте щорічну і загальну економію, виходячи з терміну експлуатації холодильника.

Задача 6. Виконайте практичну роботу «Енергетичний паспорт» нашої квартири (будинку)».

Для цього заповніть наступні таблиці (рис. 62).

Потужність приладу зазначена в його паспорті, або на самому приладі.

Витрачена енергія обчислюється за формулою:

$$E = \frac{N}{t},$$

де E - витрачена енергія, N – потужність, t – час.

Таблиця 1. Види і джерела енергії					
Вид енергії			Джерело		
Теплова енергія (для опалення)			Центральне опалення, власне джерело теплової енергії (газовий котел, піч, власна котельня)		
Теплова енергія (для готування їжі)			Електричні плити, газові плити		
Електрична			Електрична мережа, інше джерело		

Таблиця 2. Характеристики електроспоживачів					
№	Найменування	Кількість, шт	Сумарна потужність, кВт	Час роботи за добу, год.	Електроенергія, витрачена за добу, кВт.год
1	Жарівки				
2	Холодильники				
3	Електричні печі				
4	Пральні машини				
5	Телевізори				
6	Магнітофони				
7	Комп'ютери				
8	Електричні чайники				
9	Праски				
10	Інше устаткування				

Рис. 52. Практична робота «Енергетичний паспорт» нашої квартири (будинку)»

Використовуючи дані таблиці 3 розрахуйте, скільки вугілля, нафти, газу потрібно опалити для одержання електричної енергії, витраченої вашою родиною за добу, і скільки вуглекислого газу виділиться при цьому?

Таблиця 3.			
№	Вид палива	Питома теплота згоряння, кВт.год/ кг, кВт. год/ м ³ (для газу)	Питома кількість вуглекислого газу, м ³ /кг, м ³ /м ³ (для газу)
1	Вугілля	8,1	1,7
2	Нафта	12,8	1,5
3	Природний газ	11,4	1,2

Рис. 53. До практичної роботи «Енергетичний паспорт» нашої квартири (будинку)»

Для визначення маси витраченого палива й об'єму виділеного при цьому вуглекислого газу обчислюються за формулами:

для нафти і вугілля:

маса палива $m = \frac{E}{q},$

де q – питома теплота згорання;

об'єм вуглекислого газу $V = m \cdot \gamma,$

де γ – питома кількість вуглекислого газу;

для природного газу: $V = \frac{E}{q},$ де q – питома теплота згорання;

об'єм вуглекислого газу $V = m \cdot \gamma,$

де γ – питома кількість вуглекислого газу.

Розгортки до теми «Енергозбереження»:

8.1. ЕКОНОМІКА

Можна запропонувати студентам, наприклад, зробити доповіді з презентаціями на теми: «Перспективи розвитку ринку відновлювальних джерел енергії в Україні з урахуванням європейського досвіду», «Сучасний стан та виклики ринку відновлюваних джерел електроенергії в ЄС», «Рациональне використання ресурсів та енергії», «Можливості підвищення енергоефективності на прикладі своєї родини».

8.2. ФІЗИКА

Повторюються питання з фізики, які пов'язані з питанням енергії: Механічна робота. Кінетична і потенціальна енергія. Закон збереження енергії. Потужність. Одиниці енергії, потужності. Повторити матеріал, який стосується кількості теплоти (енергії) для нагрівання речовини масою m для нагрівання її на Δt градусів: $Q = cm\Delta = c\rho V(t_k - t_0)$, закон Джоуля-Ленца: $Q = IR^2\tau = IU\tau$, питома теплота згорання, густина.

8.3. МАТЕМАТИКА

Формули, математичні моделі прикладних задач.

8.4. ПИТАННЯ ДО КЕЙС-УРОКУ «ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ»

1. Для чого людині необхідна енергія?
2. Що потрібно для отримання енергії?
3. Як ви уявляєте трансформацію енергії?
4. Що таке енергія?
5. Які види енергії ви знаєте?
6. Закон збереження енергії.
7. Запишіть закон Джоуля-Ленца. Які фізичні величини описують цей закон?
8. Від чого залежить кількість теплоти при нагріванні речовини?
9. Що таке густина? Запишіть основну формулу.
10. Що таке питома теплота згорання? Фізичний зміст?
11. Що таке питома кількість газу?
12. Запишіть формулу згорання вугілля.
13. Що таке теплопровідність? Приведіть приклади.
14. Поясніть, чому повітря може використовуватися як ізолятор між склом, або в стінах.
15. Чому у лазні чи сауні ви можете знаходитися при температурі повітря 90°C , але вода з такою самою температурою ошпарить вас?
16. Поясніть Чому теплий одяг має сидіти на вас вільно, щоб сприяти збереження тепла?

9. ВИСНОВКИ

З вищесказаного випливає, що інтегрований кейс-урок, присвячений певної темі, охоплює знання з різних галузей знань (розгортки інтегрованих кейс-уроків), що розвиває кругозір учнів, активує їх інтерес до знань з різних предметів, показує потрібність цих знань, сприяє отриманню необхідних навиків та умінь для вирішення практичних задач. Це сприяє підвищенню ефективності засвоєння матеріалу.

При цьому змінюється роль вчителя, який стає наставником, консультантом, радником учня, що сприяє поліпшенню взаємовідношень учнів у колективі, вчителя та учнів.

Інтегровані кейс-уроки є ефективною і перспективною інноваційною технологією навчання.

75% вчителів відзначають, що кейс-уроки підвищують ефективність сприйняття матеріалу, підвищують інтерес дітей до навчання, їх залученість у вивчення та практичне застосування отриманих знань.

89% школярів відзначають, що кейс-уроки цікаві і більш захоплюючі, ніж звичайні уроки, тому що включають в себе: сучасні знання, багато дійсно цікавої інформації, ярко ілюстровані, розповідають зрозуміло навіть про найскладніше, не нудні, не схожі на звичайні уроки, дають можливість висловити свою думку, залучають до дискусії, розвивають фантазію та практичні навички.

Вченими-педагогами показано, що кейс-уроки багаторазово підвищують результативність освітнього процесу, так як дозволяють моделювати майбутнє доросле життя школярів і формувати у них позитивну мотивацію до освоєння матеріалу і отримання нової інформації та навчати моделям «як самим навчитися вчитися» надалі.

10. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Стратегія сталого розвитку України до 2030 року (проект). URL: <https://www.sd4ua.org/wp-content/uploads/2015/02/Strategiya-stalogo-rozvytku-Ukrayiny-do-2030-roku.pdf>
2. Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2018 / М. Мазорчук та ін. Київ: УЦОЯО, 2019. 439 с. PISA-2018, URL: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/12/PISA_2018_Report_UKR.pdf
3. Національний звіт за результатами міжнародного дослідження якості освіти PISA-2022 / Г. Бичко та ін. Київ: УЦОЯО, 2023. 395 с. URL: https://osvita.ua/doc/files/news/907/90712/PISA-2022_Nacionalnij_zvit_povnij.pdf
4. Research Resources: History of the Case Method at HBS. URL: <https://www.library.hbs.edu/case-method/case-method-research-resources>
5. Вітюк А. В., Нужна Н. В. Метод кейсів у навчанні вищої математики. Наукові записки Серія: Педагогічні науки. 2018, вип. 173. С. 86-91. URL: <https://cusu.edu.ua/images/download-files/naukovi-zapysky/173/19.pdf>
6. До уваги вчителів! Два кейси компетентнісних завдань з математики для 4-х пілотних класів. URL: <https://nus.org.ua/articles/do-uvagy-vchyteliv-dva-kejsy-kompetentnisnyh-zavdat-z-matematyky-dlya-4-h-pilotnyh-klasiv/>
7. Москаленко О. А., Москаленко Ю. Д., Коваленко Е. В. Ситуаційні задачі як продуктивна основа сучасної системи фахового становлення майбутнього вчителя математики. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології, 2016, № 2(56). С. 347-356. URL: <https://repository.sspu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/349aa7dc-9397-4a8e-9906-5f0b254c083b/content>
8. Збірка кейсів для деяких уроків фізики у 8 класі. URL: <https://vseosvita.ua/library/zbirka-keisiv-dlia-deiakykh-urokiv-fizyky-u-8-klasi-603465.html>

9. Матеріали обласної Інтернет-конференції «Використання кейс уроків для формування ключових компетентностей в освітньому закладі». Черкаси: ЧОПОППБ ЧОР. 2020. 115 с. URL:

<http://library.ippro.com.ua/attachments/article/531/використання%20кейс-уроків.pdf>

10. Бужанська М. В. Особливості впровадження кейс-методу в процес навчання хімії. Актуальні питання природничо-математичної освіти: збірник наукових праць. Суми: СумДУ імені А. С. Макаренка. 2022, Вип. 1 (19). С. 11–18. URL: <https://repository.sspu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/6e4f4007-4744-41e3-be1f-6440cccc11bc/content>

11. Використання кейс-вправ на уроках хімії. URL: <https://vseosvita.ua/library/vikoristanna-kejs-vprav-na-urokah-himii-235934.html>

12. Матеріали обласної Інтернет-конференції «Використання кейс уроків для формування ключових компетентностей в освітньому закладі». Черкаси: ЧОПОППБ ЧОР. 2020. 115 с. URL: <http://library.ippro.com.ua/attachments/article/531/використання%20кейс-уроків.pdf>

13. Трукавецька І.Я., Шапран Ю.П. Особливості використання кейс-методу в процесі підготовки майбутніх учителів природничих наук. Наукові інновації та передові технології. 2022, № 4 (6). С. 196-205. URL: <http://perspectives.pp.ua/index.php/nauka/article/view/1363>

14. Даць О.С. застосування кейс-технології на уроках біології. URL: <http://metodportal.com/node/88010>

15. М'ясоїд Г.І., Юсипіва Т.І., Зіміна І.В. Кейс-стаді в навчанні біології у 6-му класі: покращення освітнього середовища та мікроклімату кабінету біології. Освіта та розвиток обдарованої особистості. 2020, №4(79). С. 70-75. URL: <https://otr.iod.gov.ua/images/pdf/2020/4/13.pdf>

16. Желізняк Л. Д. Кейс-технологія збірка кейсів з інформатики. Інформатика в школі. 2013, №4 (52). С. 5-10. URL: <https://s3808c72d9cc38814.jimcontent.com>

17. Кейс-технологія на уроках інформатики. URL: <https://naurok.com.ua/keys-tehnologiya-na-urokah-informatiki-341861.html>
18. Годлевська Ю.С. Застосування методу кейсів у навчальному процесі на уроках історії України. Навчально-методичний посібник, 2019. URL: <https://vseosvita.ua/library/embed/01002sz5-6b6c.docx.html>
19. Кейс-метод на уроках літератури як спосіб формування життєвих компетентностей учнів. URL: <https://naurok.com.ua/metodichni-rekomendaci-keys-metod-na-urokah-literaturi-yak-sposib-formuvannya-zhittevih-kompetentnostey-uchniv-43936.html>
20. Впровадження Case - методу на уроках англійської мови в початковій школі. URL: <https://naurok.com.ua/posibnik-vprovadzhennya-case--metodu-na-urokah-angliysko-movi-v-pochatkovi-shkoli-52261.html>
21. Скачко О.В. Використання кейс-технології на уроках англійської мови. URL: <https://vseosvita.ua/library/vikoristanna-kejs-tehnologii-na-urokah-anglijskoi-movi-177852.html>
22. Золотарева Ю.С. Кейс-технології на уроках музичного мистецтва. URL: <https://vseosvita.ua/library/kejs-tekhnohii-na-urokakh-muzychnoho-mystetstva-684603.html>
23. Інтегровані Кейс-уроки. URL: <https://www.edufuture.biz/ua/>
24. Юхимчук О.Ф. План-конспект уроку з фізики в 11 класі на тему: Передача і використання електричної енергії. URL: <https://naurok.com.ua/urok-peredacha-i-vikoristannya-elektrichno-energi-67184.html>
25. Таблиця значень критерія Ст'юдента. URL: <https://repository.tdmu.edu.ua/bitstream/handle/1/10869/5002.jpg?sequence=1&isAllowed=y>
26. Шкатуляк Н.М., Усов В.В., Ткачук О.М. Міжпредметні зв'язки у розв'язку задач на екстремум. Наукові записки. Серія: Педагогічні науки. Кропивницький:

Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка, 2024, вип. 214. С. 371-376.

27. Шкатуляк Н.М., Усов В.В., Павловський В.В. Кейс-стаді как елемент адаптивного навчання. Наукові записки. Серія: Педагогічні науки. Кропивницький: Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка, 2024, вип. 216. С. 335-342.