

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ДЕРЖАВНИЙ ЗАКЛАД
«ПІВДЕННОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ К. ДУШИНСЬКОГО»**

Факультет початкового навчання

Кафедра математики і методики її навчання

ЗАДОРІНА О. М., ГАСВЕЦЬ Я. С.

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ ТА ОРГАНІЗАЦІЇ
САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ
«МАТЕМАТИКА»**

Для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
спеціальності 013 Початкова освіта

Одеса
2024

УДК: 378:37.011.3-051:373.3:51(072)

*Рекомендовано до друку вченою радою Державного закладу
«Південноукраїнський національний педагогічний університет
імені К.Д. Ушинського»
протокол № 12 від 28 березня 2024 р.*

Рецензенти:

Балакірева Вікторія Анатоліївна – доктор педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри педагогічних технологій початкової освіти Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського»;

Грамастик Надія Василівна – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри дошкільної та початкової освіти, заступник декана педагогічного факультету Ізмаїльського державного гуманітарного університету

Задоріна О. М., Гаєвець Я. С. Методичні рекомендації до практичних занять та організації самостійної роботи з навчальної дисципліни «Математика» для здобувачів за першим (бакалаврським) рівнем вищої освіти спеціальності 013 Початкова освіта, Одеса: Університет Ушинського, 2024. 54 с.

Методичні рекомендації укладені відповідно до освітньо-професійних програм: «Початкова освіта. Практична психологія», «Початкова освіта. Англійська мова», «Початкова освіта. Логопедія» та робочої програми навчальної дисципліни «Математика» для підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти галузі знань 01 Освіта, спеціальності 013 Початкова освіта денної та заочної форм навчання.

Рекомендації розроблені для ознайомлення здобувачів освіти зі структурою та змістом навчальної дисципліни, завданнями для планування, підготовки та проведення практичних занять, а також завданнями для самостійного опрацювання. Матеріали посібника можуть бути використані в освітньому процесі закладів вищої освіти з метою якісного виконання практичних робіт, самостійної та індивідуально-дослідницької роботи з навчальної дисципліни «Математика», що забезпечить професійну підготовку майбутніх учителів початкової школи.

ЗМІСТ

Вступ	4
Змістовий модуль 1. Основи теорії множин.	
<i>Тема 1. Множини. Числові множини.</i>	8
<i>Тема 2. Операції над множинами.</i>	13
<i>Тема 3. Декартів добуток множин.</i>	16
<i>Тема 4. Відповідність і відношення.</i>	18
Змістовий модуль 2. Елементи математичної логіки.	
<i>Тема 5. Висловлення. Логічні операції над висловленнями.</i>	23
<i>Тема 6. Логічні основи шкільного курсу математики.</i>	27
Змістовий модуль 3. Елементи комбінаторики.	
<i>Тема 7. Теоретичні основи комбінаторики. Розв'язування комбінаторних задач.</i>	34
<i>Тема 8. Розв'язування комбінаторних задач.</i>	36
Змістовий модуль 4. Елементи геометрії. Величини.	
<i>Тема 9. Система геометричних понять шкільного курсу геометрії.</i>	39
<i>Тема 10. Поняття величини. Довжина відрізка. Площа фігури.</i>	42
Індивідуальні навчально-дослідні завдання.	46
Критерії та шкала оцінювання	47
Рекомендовані джерела інформації.	52

ВСТУП

Навчальна дисципліна «Математика» є складовою частиною професійної підготовки майбутніх учителів початкової школи. Засвоєння означеної дисципліни дасть можливість здобувачам вищої освіти опанувати концептуальні підходи до побудови арифметики цілих невід'ємних чисел, теорії множин, розвитку поняття числа, математичної логіки, системи однорідних адитивно-скалярних величин, властивостей і ознак геометричних фігур. Матеріали даного курсу створюють можливості для наукового та фундаментального глибокого розкриття методичних підходів до навчання окремих питань початкового курсу математики.

Мета навчальної дисципліни: формування у майбутніх учителів початкової школи здатності до застосування математичних знань і умінь, що утворюють світоглядну, теоретичну та операційно-діяльнісну основу вивчення математичної освітньої галузі.

Очікувані програмні результати навчання:

ПРН 2. Управляти складною професійною діяльністю та проєктами в умовах початкової школи, виробляти та ухвалювати рішення в непередбачуваних робочих та навчальних контекстах

ПРН 7. Планувати й здійснювати освітній процес з урахуванням вікових та індивідуальних особливостей молодших школярів, забезпечувати розвиток пізнавальної діяльності учнів, формувати в них мотивацію до навчання.

ПРН 8. Організовувати конструктивну та партнерську взаємодію з учасниками освітнього процесу початкової школи, використовувати практики самозбереження психічного здоров'я, усвідомленого емоційного реагування.

ПРН 9. Планувати та організовувати освітній процес у початковій школі, позаурочні й позашкільні заняття та заходи, використовуючи різні організаційні форми навчання та типи занять, із дотриманням принципу науковості та вимог нормативних документів початкової школи.

ПРН 10. Використовувати в освітній практиці різні прийоми формувального, поточного і підсумкового оцінювання навчальних досягнень здобувачів початкової освіти, прийоми диференційованого оцінювання дітей з особливими освітніми потребами..

ПРН 12. Застосовувати методи та прийоми навчання, інновації, міжпредметні зв'язки та інтегрувати зміст різних освітніх галузей в стандартних і нестандартних ситуаціях професійної діяльності в початковій школі, оцінювати результативність їх застосування.

ПРН 13. Організовувати освітній простір з дотриманням принципів універсального дизайну, безпечно, проєктувати навчальні осередки у класі спільно з молодшими школярами з урахуванням їхніх вікових особливостей, інтересів і потреб, забезпечувати дотримання вимог безпеки життєдіяльності, санітарії та гігієни, створювати психологічно комфортні умови освітнього процесу.

ПРН 14. Забезпечувати індивідуальний і диференційований розвиток здобувачів початкової освіти з особливими освітніми потребами відповідно до їхніх можливостей.

Очікувані результати вивчення дисципліни

знати:

- концептуальні підходи до побудови арифметики невід'ємних цілих чисел та розвитку поняття числа, систем числення, положення теорії подільності; основи побудови систем однорідних адитивно-скалярних величин, способів та інструментів їх вимірювання;

- основні алгебраїчні поняття і правила оперування одночленами, многочленами і дробово-раціональними виразами, залежності між виразами за змінними;

- властивості й ознаки багатокутників, многогранників і круглих фігур; види відображення площини та їх застосування; основні характеристики визначних кривих і поверхонь;

- теоретичні основи булевих алгебр (теорія множин, математична логіка); способи визначення понять і вимог до їх коректності; види математичних тверджень і способи їх обґрунтування; основні схеми правильних і правдоподібних міркувань; сутність типових логічних помилок та причин їх появи;

-теоретичні засади основ комбінаторики, правило суми та правило добутку, основні методи розв'язування найпростіших комбінаторних задач;

- концептуальну сутність тотожних перетворень у математиці; основні закони і правила тотожних перетворень математичних виразів, геометричних фігур, математичних речень тощо.

вміти:

- розв'язувати математичні задачі на з'ясування числових залежностей, подільності виразів, знаходження обчислюваних (вимірювальних) процедур, встановлення типів відношень між виразами;

- розв'язувати математичні задачі на тотожні перетворення, виконання операцій з алгебраїчними виразами, встановлення елементарними методами мінімального (максимального) значень функції на проміжку;

- розв'язувати задачі на побудови, розрізування і складання фігур, покриття площини трикутниками та іншими фігурами; побудови розгортки фігур;

- застосовувати теоретико-множинні і логічні операції при розв'язанні математичних задач, побудові висловлювань і доведенні тверджень; користуватися комбінаторними поняттями, правилами й формулами; послуговуватися правилами виводу (висновку) й основними схемами правильних міркувань при обґрунтуванні математичних тверджень; конструювати логічно коректні математичні речення; встановлювати істинність або хибність тверджень, логічні помилки;

- визначати кількість комбінацій, робити перебір варіантів, розв'язувати комбінаторні задачі ;

- виконувати тотожні перетворення математичних виразів, математичних речень, геометричних фігур при розв'язанні математичних задач.

Унаслідок досягнення результатів навчання здобувачі вищої освіти в контексті змісту навчальної дисципліни мають опанувати такі **компетентності:**

Загальні компетентності (ЗК):

ЗК-3. Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.

ЗК-4. Здатність працювати в команді.

ЗК-8. Здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів).

ЗК-1. Здатність навчатися й оволодівати сучасними знаннями.

ЗК-2. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності (СК)

СК-3. Здатність до інтеграції та реалізації предметних знань як основи змісту освітніх галузей Державного стандарту початкової освіти: мовно-літературної, математичної, природничої, технологічної, інформатичної, соціальної і здоров'язберезувальної, громадянської та історичної, мистецької, фізкультурної.

СК-4. Здатність управляти власними емоційними станами, налагоджувати конструктивну та партнерську взаємодію з учасниками освітнього процесу, формувати мотивацію здобувачів початкової освіти до навчання та організовувати їхню пізнавальну діяльність.

СК-6. Здатність до організації освітнього процесу в початковій школі з урахуванням вікових та індивідуальних особливостей молодших школярів, розвитку в них критичного мислення та формування ціннісних орієнтацій.

СК-12. Здатність доносити до фахівців і нефахівців інформацію, ідеї, проблеми, рішення, власний досвід та аргументувати їх на засадах партнерської взаємодії в умовах початкової школи

Відповідно до Положення про організацію освітнього процесу у Державному закладі «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського» видами навчальних занять з дисципліни «Математика» є лекції, практичні, семінарські заняття, консультації, які можуть проводитися з використанням різних методів аудиторної роботи, зокрема:

– семінар – це форма групового навчального заняття, під час якої відбувається колективне обговорення наукової проблеми;

– обговорення – це форма групового навчального заняття, під час якої в кожній групі обговорюються різні аспекти запропонованої теми та фіксуються

наробки у формі опорних схем, після завершення роботи групи обмінюються напрацюваннями;

- ділова гра – ефективний метод активного навчання, в ході якого відбувається імітація професійної діяльності, розвиваються творчі здібності майбутніх вчителів;

- майстер-клас – ефективна форма передачі знань і умінь, обміну досвідом під час проведення навчального заняття, яка заснована на практичних діях показу і демонстрації творчого вирішення певного пізнавального та проблемного педагогічного завдання.

- розв’язування практичних завдань – форма навчального заняття, при якій викладач організовує детальний розгляд студентами окремих теоретичних положень навчальної дисципліни та формуються вміння і навички їх практичного застосування шляхом індивідуального виконання студентом відповідно сформульованих завдань.

Організація самостійної роботи з дисципліни «Математика» здобувачів першого (бакалаврського) рівня освіти відбувається згідно Положення про організацію самостійної роботи студентів Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського» (наказ від 26 червня 2020 року № 139), розробленого на підставі Закону України «Про вищу освіту», Положення про організацію освітнього процесу у Державному закладі «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського», Правил внутрішнього розпорядку Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського», Статуту Університету Ушинського.

Самостійна робота студентів з дисципліни «Математика» є основним засобом засвоєння навчального матеріалу у вільний від аудиторних занять час і охоплює опрацювання навчального матеріалу, виконання індивідуальних завдань, науково-дослідну роботу тощо.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ МНОЖИН

Тема 1. Множини. Числові множини.

Історичні відомості про виникнення теорії множин. Поняття про множину. Способи задання множин. Порожня множина. Відношення між множинами: рівність, переріз, виключення та включення. Поняття про підмножину. Діаграми Ейлера-Венна. Скінченні та нескінченні множини.

Множина натуральних чисел. Порядкові і кількісні натуральні числа. Нуль. Протилежні числа. Множина цілих чисел. Звичайні та десяткові дроби. Множина раціональних чисел. Множина ірраціональних чисел. Множина дійсних чисел. Співвідношення між числовими множинами. Короткі історичні відомості про виникнення понять цілого, раціонального і дійсного чисел.

Семінар-практикум «Множини. Числові множини»

Участь у колективному обговоренні з динамічним зворотнім зв'язком:

1. Як Ви розумієте поняття «множина», «підмножина»? Як позначаємо ці поняття?
2. Які способи задання множини Ви знаєте?
3. Що таке порожня множина?
4. Перерахуйте види відношень між множинами, наведіть приклади.
5. Що таке скінченні та нескінченні множини?
6. Сутність множини натуральних, цілих, раціональних, дійсних чисел.
7. Співвідношення між числовими множинами.

Задачі для розв'язування

1. Які назви використовують для означення:
 - 1) множини тварин;
 - 2) множини військовослужбовців?
2. Як називають множину всіх:
 - а) артистів, що працюють в одному театрі;
 - б) точок земної поверхні рівновіддалених від одного з полюсів;
 - в) точок земної поверхні рівновіддалених від обох полюсів?

3. Серед заданих множин вказати рівні:

$$\begin{array}{lll} A = \{1, 3, 6\}; & B = \{3, 6, 9\}; & C = \{9, 6, 3\}; \\ D = \{3, 2, 6\}; & E = \{2, 3, 6\}; & F = \{3, 6, 9\}; \\ K = \{3, 6, 2\}. & & \end{array}$$

4. Серед даних множин вказати порожні:

A – множина прямокутників з нерівними протилежними сторонами;

B – множина прямокутників з нерівними діагоналями;

C – множина трикутників, медіани яких перетинаються в різних точках;

D – множина цілих коренів рівняння $2x^2 + 5x - 12 = 0$.

5. а) Задати переліком елементів множину натуральних чисел – дільників числа 36;

б) чи можна задати переліком елементів множину натуральних чисел, які кратні 36?

в) задайте дві попередні множини за допомогою характеристичних властивостей їх елементів.

6. Серед даних множин вказати скінченні і нескінченні.

1) множина простих чисел;

2) множина парних чисел;

3) множина студентів університету;

4) множина розв'язків нерівності $x^2 - 9x + 20 < 0$;

5) множина теорем, доведених у підручнику з геометрії для 7 – 11 кл.;

6) множина цілих дільників числа 144;

7) множина точок прямої;

8) множина цілих чисел, які діляться на 3;

9) множина коренів рівняння $x^2 + 1 = 0$.

7. Нехай $M = \{\{3\}\}$. Який із записів правильний:

1) $\{3\} \in M$;

2) $\{3\} \subset M$?

8. Назвати власні підмножини множини:

- 1) паралелограмів;
- 2) трикутників;
- 3) натуральних чисел.

9. Відомо, що $A \subset B$ і $a \in A$.

Які з тверджень істинні: 1) $a \in B$; 2) $a \notin B$?

10. Відомо, що $A \subset B$ і $v \in B$. Що можна сказати про істинність тверджень:

- 1) $v \in A$;
- 2) $v \notin A$?

11. Задати числову множину описом характеристичної властивості елементів:

- а) $(3; 8)$;
- б) $(-\infty; -3]$;
- в) $[-8; +\infty)$;
- г) $(-\infty; -7]$;
- д) $[-5, 2; +\infty)$;
- е) $(2, 7; +\infty)$;
- є) $[0; 7, 8)$;
- ж) $(-4; 8]$.

12. Встановити у якому відношенні знаходяться множини A і B , якщо $A = \{a, b, c, d\}$, а множина B така:

- а) $B = \{k, l, m\}$; б) $B = \{b, c, e, f, k\}$; в) $B = \{d, f, c, b, a\}$;
- г) $B = \{b, d\}$.

13. В якому випадку множини C і D перетинаються:

- а) C – множина парних одноцифрових чисел,
 D – множина непарних одноцифрових чисел;
- б) C – множина парних одноцифрових чисел,
 D – множина чисел, кратних 3;
- в) C – множина прямокутних трикутників,
 D – множина рівнобедрених трикутників;
- г) C – множина прямокутників з рівними сторонами,

D – множина квадратів?

14. Зобразити за допомогою кругів Ейлера множини P і Q , якщо P – множина рівнобедрених трикутників, а Q є множиною:

- а) гострокутних трикутників;
- б) прямокутних трикутників;
- в) рівносторонніх трикутників.

15. Дано множину $C = \{213, 45, 324, 732, 136\}$. Записати підмножину множини C , що складається із чисел, які:

- а) діляться на 3;
- б) діляться на 9;
- в) не діляться на 4;
- г) діляться на 5.

16. A – множина прямокутників, D – множина квадратів. Довести, що множина D є підмножиною множини A та зобразити дані множини за допомогою кругів Ейлера.

17. A – множина паралелограмів, B – множина прямокутників, C – множина квадратів. Довести, що $A \subset B$ і $B \subset C$. Зобразити дані множини за допомогою кругів Ейлера.

Завдання для самостійного опрацювання

1. Дано множину $M = \{k, l, m\}$. Записати всі її:

- а) одноелементні підмножини;
- б) двоелементні підмножини;
- в) трьохелементні підмножини.

Приєднайте до отриманих підмножин порожню множину. Скільки всього підмножин отримали?

2. Записати всі підмножини множини $K = \{p, r, s, t\}$. Скільки їх вийшло?

3. Скільки елементів у множині, яка має 32 підмножини? 128 підмножин?

4. Чи існує така множина, яка:

- а) має всього 80 підмножин?

б) не має жодної підмножини?

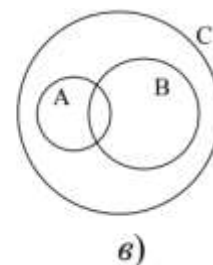
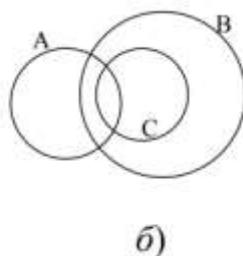
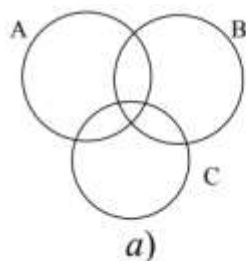
5. Відомо, що N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел. Довести, що висловлення $Z \subset N$ хибне.

6. Зобразити за допомогою кругів Ейлера, що $N \subset Z$ і $Z \subset Q$. Чи правильно, що $Q \subset R$?

7. A – множина натуральних чисел, менших 20; B, C, D і E – підмножини множини A , такі, що B складається з чисел, кратних 6, C – із чисел, кратних 2, D – із чисел, кратних 3, E – із чисел, кратних 2 і 3 одночасно. Перерахувати елементи множин B, C, D і E і вказати серед них рівні множини.

8. M – множина натуральних розв’язків нерівності $2 \leq x < 7$, K – множина натуральних розв’язків нерівності $1 < x \leq 6$. Які з наступних висловлень істинні: а) $M \subset K$; б) $K \subset M$; в) $M = K$?

9. A – множина двоцифрових чисел; B – множина парних натуральних чисел; C – множина натуральних чисел, кратних 4. В якому із випадків, зображених на малюнку, зображені дані множини? Навести приклади множин A, B і C , якщо їх зображення таке як на рис. в).



10. Довести, що $A = B$, якщо:

а) A – множина двоцифрових чисел, кратних 9, B – множина двоцифрових чисел, сума цифр яких кратна 9;

б) A – множина натуральних чисел, запис яких закінчується нулем, B – множина натуральних чисел, кратних 10.

Тема 2. Операції над множинами.

Операції перерізу і об'єднання множин. Властивості операцій над множинами. Число елементів у об'єднанні кількох скінченних множин.

Операція різниці множин та її властивості. Доповнення, як окремий випадок операції різниці множин. Універсальна множина. Застосування об'єднання та доповнення множин до теоретико-множинного тлумачення дій додавання та віднімання

Семінар-практикум «Операції над множинами»

Участь у колективному обговоренні з динамічним зворотнім зв'язком:

1. Що розуміють під операцією над об'єктами, операцією у множині? Навести приклади.
2. Означення об'єднання двох і більше множин та зображення їх за допомогою кругів Ейлера.
3. Означення перерізу двох і більше множин та зображення їх за допомогою кругів Ейлера.
4. Різниця 2-х множин та зображення її за допомогою кругів Ейлера.
5. Доповнення підмножини до множини та зображення її за допомогою кругів Ейлера.
6. Доповнення множини та зображення її за допомогою кругів Ейлера.
(Відповіді на питання 2 – 4 супроводжувати виконанням операцій над множинами: $A = \{-4, -2, -1, 0, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{-3, -2, -1, 3, 6, 8, 9\}$).
7. Число елементів в об'єднанні 2-х множин.
8. Число елементів в об'єднанні 2-х множин, що не перетинаються.
9. Закони операцій над множинами.
10. Поняття про числову множину. Основні числові множини.
11. Основні підмножини множини дійсних чисел.

Задачі для розв'язування

1. Визначити в якому значенні вживається сполучник „або” в наведених нижче твердженнях („нероздільному” – хоча б одне з двох; „роздільному” – тільки одне з двох; „те ж саме, що й”):

- 1) фігура є квадратом або правильним чотирикутником;
- 2) засідання старостату факультету відбудеться 20 або 21 вересня;
- 3) два кути з відповідно паралельними сторонами рівні або сума їх дорівнює 180° ;
- 4) тварина обов'язково відноситься до класу ссавців або земноводних;
- 5) чотирикутник є ромбом або квадратом.

2. Нехай $x \in A \cap B$. Які з наступних тверджень істинні:

- 1) $x \in A$ і $x \notin B$;
- 2) $x \notin A$ і $x \in B$;
- 3) $x \in A$;
- 4) $x \in B$?
- 5) $x \in A$ і $x \in B$.

3. M – множина учнів класу, X – множина хлопців класу, S – множина спортсменів класу, B – множина відмінників класу. $X \cap S \cap B \neq \emptyset$. Зобразити M , X , S , B за допомогою кругів Ейлера. Відзначити штриховими лініями множини: $\bar{Y} = B \cup (X \cap S)$ та $Z = X \cap (S \setminus B)$ і задати їх за допомогою характеристичних властивостей елементів. Які з тверджень істинні:

- а) $y \in Y$, якщо y – учень даного класу, який є хлопцем і спортсменом, але не навчається на „відмінно”;
- б) $z \in Z$, якщо Z – учень даного класу, який не є хлопцем, але займається спортом?

4. Користуючись зображенням числових множин на координатній прямій, виконати вказані операції над множинами:

- 1) $(A \cap B) \setminus (C \cup D)$,
- 2) $(A \cup B) \cap (C \setminus D)$,
- 3) $(A \setminus B) \cup (C \cap D)$;

Якщо:

- а) $A = (-3; 7]$, $B = (-\infty; 10)$, $C = (-1; 4)$, $D = [1; 5)$;

б) $A = (-\infty; 6), B = [2; +\infty), C = (3; 5), D = [1; 8)$.

5. Користуючись зображенням числових множин на координатній прямій, знайти: $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A, \bar{A}, \bar{B}$, якщо:

1) $A = \{x \in R \mid (x+1)(x-1)(x-5) = 0\},$

$B = \{x \in R \mid -1 \leq x < 5\};$

2) $A = \{x \in R \mid (x+4)(x-1)(x-4) = 0\},$

$B = \{x \in R \mid -2 < x < 6\};$

3) $A = \{x \in R \mid (x+5)(x+2)(x-1) = 0\},$

$B = \{x \in R \mid -5 \leq x < 0\};$

4) $A = \{x \in R \mid (x+2)(x-3)(x-6) = 0\},$

$B = \{x \in R \mid -4 < x \leq 1\}.$

6. Розв'язати системи нерівностей:

1)
$$\begin{cases} 2x - 3 \geq 3x - 1, \\ x^2 - x - 20 < 0; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x^2 - 6x + 9 \geq 0, \\ x^2 - 2x - 8 > 0. \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x^2 + 2x + 9 < 0, \\ 1 - 2x \geq 11; \end{cases}$$

Завдання для самостійного опрацювання.

1. Користуючись зображенням числових множин на координатній прямій, знайти:

$A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A, \bar{A}, \bar{B}$, якщо
 $A = \{x \in R \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$ і $B = \{x \in R \mid x^2 - 7x + 10 = 0\}.$

2. Знайти:

1) $(A \setminus B) \cap (C \cup D),$

2) $(A \cup B) \setminus (C \cap D),$

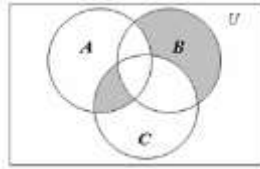
3) $(A \cap B) \cup (C \setminus D),$ якщо

а) $A = (-2; 5], B = (3; +\infty), C = (2; 10), D = [6; 12);$

б) $A = (-3; 7), B = (-\infty; 2), C = (3; 7), D = [4; 9).$

3. Розв'язати систему нерівностей:
$$\begin{cases} x^2 - 6x + 9 > 0, \\ 6x + 1 > 2x + 5. \end{cases}$$

4. Опишіть множину, яка відповідає затемненій частині діаграми Ейлера:



5. На діаграмі Ейлера для трьох множин – А, В, С – зазначити точки, які належать до множини $R = ((A \cup B) \setminus C) \cap \bar{A}$.

Тема 3. Декартів добуток множин

Впорядкована пара. Властивості декартова множення. Число елементів в декартовому добутку скінченних множин. Застосування декартового добутку до теоретико-множинного тлумачення дії множення.

Семінар-практикум «Декартів добуток множин»

Участь у колективному обговоренні з динамічним зворотнім зв'язком:

1. Що таке впорядкована пара?
2. Опишіть властивості декартова множення.
3. Яке число елементів в декартовому добутку скінченних множин?
4. Схарактеризуйте застосування декартового добутку до теоретико-множинного тлумачення дії множення.

Задачі для розв'язування

1. Скільки букв у слові „математика”? Записати множину букв слова „математика”. Записати кортеж букв цього слова.
2. Дано множини $A = \{1, 2, 3\}$ і $B = \{a, в, с\}$. Вказати серед наведених нижче множин ті, які є підмножинами декартового добутку множин А і В:

- 1) $M_1 = \{(1, a), (2, в), (3, в)\};$
- 2) $M_2 = \{(1, a), (1, в), (2, a), (2, в), (в, 2)\};$
- 3) $M_3 = \{(2, в), (3, в), (4, a), (3, с)\};$
- 4) $M_4 = \{(1, a), (1, в), (1, с), (2, a), (2, в), (2, с), (3, a), (3, в), (3, с)\};$
- 5) $M_5 = \{(3, a), (3, в), (3, с), (5, с)\};$
- 6) $M_6 = \emptyset.$

Котра з них рівна $A \times B$?

3. Знайти $A \times B$ і $B \times A$ та зобразити їх на координатній площині, якщо:

1) $A = \{1, 2, 3\}$ і $B = \{2, 3\}$;

2) $A = \{1, 2, 3\}$ і $B = A$;

3) $A = \{1, 2, 3\}$ і $B = \emptyset$;

4) $A = \{1, 2, 3\}$ і $B = \mathbb{R}$.

4. Зобразити $A \times B$ і $B \times A$ на координатній площині, якщо:

1) $A = (-\infty; 5]$, $B = [-2; 6)$;

2) $A = \mathbb{R}$, $B = (-3; 8]$;

3) $A = (-5; 8)$, $B = [-3; 7)$.

5. На координатній площині побудовано пряму, яка паралельна осі Oy і проходить через точку $P(-3; 1)$. Встановити, зображенням декартового добутку яких 2-х числових множин, є ця пряма?

6. Встановити декартовий добуток, яких двох числових множин, зобразиться на координатній площині півплощиною з межею, що паралельна одній з координатних прямих? Розглянути інші випадки і описати.

7. Побудувати прямокутник з вершинами $A(-3; 5)$, $B(3; 8)$, $C(7; 5)$, $D(7; 8)$. Задати множину точок прямокутника $ABCD$ у вигляді декартового добутку множин X і Y .

Завдання для самостійного опрацювання.

1. Записати всі двоцифрові числа, цифри десятків яких, належать множині $A = \{4, 5, 6\}$, а цифри одиниць – множині $B = \{3, 7\}$.

2. Перерахуйте елементи, які належать множині $X \times Y$, якщо:

а) $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{k, l\}$; б) $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{d\}$;

в) $X = \{a, b, c\}$, $Y = X$; г) $X = \{a, b, c\}$, $Y = \emptyset$.

3. Відомо, що $A \times B = \{(2, 3), (2, 5), (2, 6), (3, 3), (3, 5), (3, 6)\}$.

Встановити, з яких елементів складаються множина A і множина B .

4. Зобразити на координатній площині $A \times B$ і $B \times A$, якщо:

а) $A = (1; 7]$, $B = [2; 6)$;

б) $A = \mathbb{R}$, $B = (-3; 3]$;

в) $A = (-3; 2)$, $B = \mathbb{R}$.

5. Встановити, декартів добуток яких двох множин зображений на координатній площині у вигляді прямих кутів, що утворюються при перетині координатних осей.

6. На координатній площині побудувати пряму, паралельну осі OX , що проходить через точку $P(-2, 3)$. Встановіть, декартів добуток яких двох множин зображений на координатній площині у вигляді цієї прямої.

7. Записати множину букв слова „паралелограм”. Записати кортеж букв, що входять до цього слова. Яка довжина цього кортежу?

8. Скільки цифр у записі числа 178 877? Скільки різних цифр у записі цього числа? Дайте відповіді на дані запитання і переформулюйте їх, використовуючи поняття множини і кортежу.

Тема 4. Відповідність і відношення.

Відповідність між елементами двох множин та однієї множини. Наочні способи завдання відповідностей. Образи і прообрази елементів і множин. Рівносильні (рівно потужні) множини. Зчисленні множини. Поняття про розбиття множини на підмножини, які попарно не перетинаються (розбиття множини на класи). Відношення еквівалентності й розбиття множин на класи. Означення натурального числа з позицій теорії множин. Позиційні й непозиційні системи числення.

Семінар-практикум «Відповідності і відношення»

Участь у колективному обговоренні з динамічним зворотнім зв'язком:

1. Що таке відповідність між елементами двох множин та однієї множини.
2. Які наочні способи завдання відповідностей?
3. Відношення між елементами двох множин та його основні характеристики.
4. Поняття про граф відношення між елементами двох множин.
5. Точковий графік відношення між елементами двох числових множин.

6. Способи задання відношень.
7. Операції над відношеннями.
8. Протилежне відношення.
9. Обернене відношення.
10. Що таке рівносильні (рівно потужні) множини?
11. Що таке зчисленні множини?
12. Що таке відношення еквівалентності й розбиття множин на класи?
13. У чому сутність означення натурального числа з позицій теорії множин?
14. Схарактеризуйте позиційні й непозиційні системи числення.

Задачі для розв'язування

1. Дано множину $X = \{2, 3, 4, 5\}$. Знайдіть Декартів квадрат X^2 і выпишіть ті підмножини декартового квадрата, які задають відношення:

а) „менше”; б) „більше”; в) „рівно”.

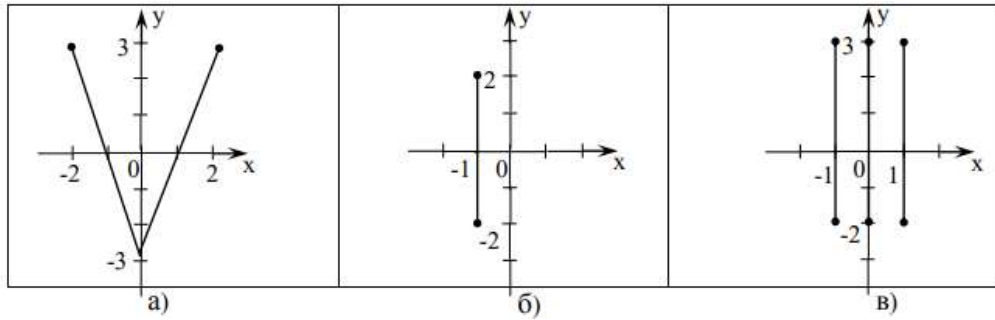
2. Відношення – „число x кратне числу y ” задане між елементами множин $X = \{135, 0, 264, 122\}$ і $Y = \{3, 4, 5, 9\}$, причому $x \in X, y \in Y$. Побудувати граф відношення ρ . Задати це відношення графіком (множиною пар). Вказати його область значень і визначення, та повний образ і повний прообраз підкреслених елементів. Знайти $\bar{\rho}$ і ρ^{-1} .

3. Побудуйте точковий графік відношення ρ , вкажіть його область визначення і множину значень, якщо відношення задано за допомогою таблиці:

-4	-3	-3	-3	-2	-2	-2	-1
2	1	2	3	1	2	3	2

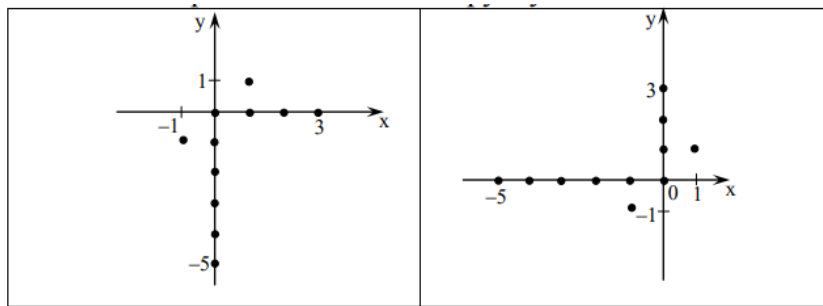
Вкажіть повний образ елемента -2 і повний прообраз елемента 2 .

4. Точкові графіки відношень P, T і M , що задані на множині дійсних чисел, зображені на рисунку. Вкажіть область визначення і множину значень кожного з цих відношень.

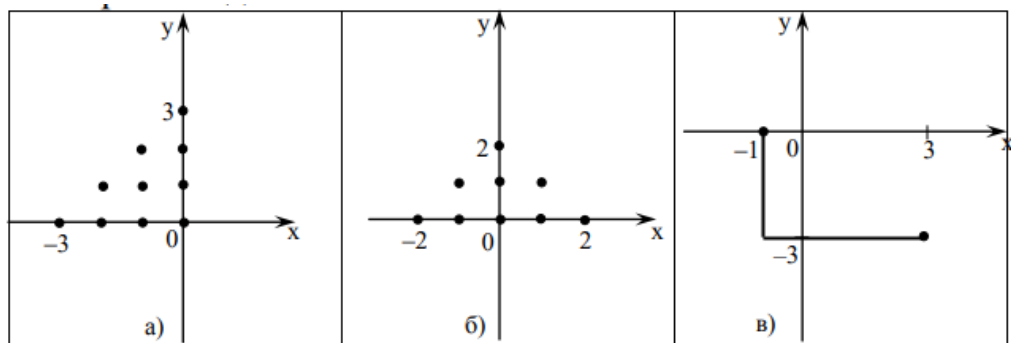


5. Множина $T = \{(1, 0), (2, 0), (3, 0), (4, 0)\}$ є графіком відношення між елементами множин $X = \{1, 2, 3, 4\}$ і $Y = \{0, 1\}$. Задайте відношення T^{-1} , обернене відношенню T , і побудуйте на одному малюнку точкові графіки відношень T і T^{-1} . Чи симетричні вони відносно бісектриси першого і третього координатних кутів?

6. Дано точкові графіки відношень P і K . Чи можна стверджувати, що відношення P і K взаємнообернені? Відповідь обґрунтуйте.



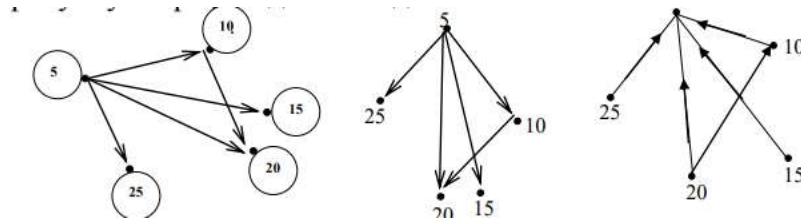
7. Відношення P , T і M задані за допомогою точкових графіків. Побудуйте точкові графіки відношень, обернених даним.



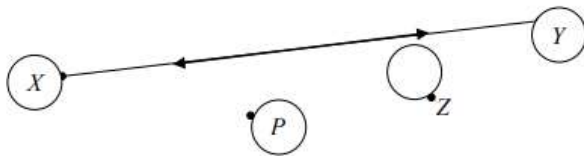
8. Скільки різних відношень існує між елементами множин A і B , якщо $|A|=4$; $|B|=5$, не враховуючи порожнього і того що збігається з $A \times B$?

9. Відношення “бути дільником” задано на множині $A = \{5; 10; 15; 20; 25\}$. Сформулювати властивість рефлексивності цього відношення. Чи

транзитивне це відношення? Який із графів, зображених на рисунку є графом даного відношення?



10. Довести, що відношення, граф якого зображений на рисунку, рефлексивне, симетричне, транзитивне .



11. На множині $X = \{0, 1, 2, 3\}$ задано відношення

$$\rho = \{(0, 0), (1; 1), (2; 2), (3; 3), (0; 1), (1; 0), (2; 3), (3; 2)\} \text{ і}$$

$$\varphi = \{(0; 0), (1; 1), (2; 2), (3; 3), (1; 3), (3; 1), (3; 2), (2; 3)\}.$$

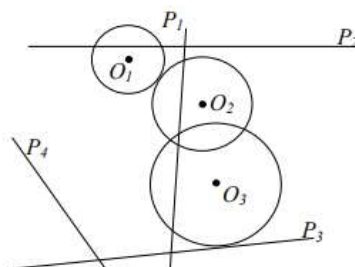
Яке з цих відношень є відношенням еквівалентності?

Завдання для самостійного опрацювання

1. Дано множини $A = \{1, 3\}$ і $B = \{2, 5\}$. Перерахувати елементи декартового добутку даних множин та випишіть усі підмножини цієї множини. Яка з отриманих підмножин задає відношення:

а) „менше”, б) „більше”, в) „більше або дорівнює”, г) „бути дільником”?

2. X – множина прямих, Y – множина кіл. Записати усі пари елементів даних множин, які знаходяться у відношенні „пряма x перетинає коло y ”. Навести приклади інших відношень, які можуть розглядатись між множинами прямих і кіл.



3. Побудувати графік відношення „більше в 2 рази”, заданого на множині X , якщо: а) $X = \{-4, -2, -1, 0, 1, 2, 4\}$; б) $X = [-4; 4]$.

4. Вибрати серед відношень ті, за допомогою яких можна впорядкувати множину студентів групи

1) "бути старшим (за віком)",

2) "відвідувати один і той же гурток художньої самодіяльності",

3) "бути не вищим (за зростом)".

5. Записати класи еквівалентності, що визначаються відношенням ρ , заданим на множині $X = \{a, b, c, p\}$, якщо:

а) $\rho = \{(a, a), (b, b), (c, c), (p, p), (a, b), (b, a), (b, c), (c, b), (a, c), (c, a)\}$;

б) $\rho = \{(a, a), (b, b), (c, c), (p, p), (a, b), (b, a), (c, p), (p, c)\}$.

6. На множині $X = \{a, b, c, p\}$ задано відношення M . Чи є воно відношенням порядку, якщо:

а) $M = \{(a, b), (a, c), (a, p), (b, c), (p, b)\}$;

б) $M = \{(a, a), (b, b), (c, c), (p, p), (a, b), (b, c), (a, c)\}$;

в) $M = \{(a, b), (a, c), (a, p)\}$?

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ ЛОГІКИ

Тема 5. Висловлення. Логічні операції над висловленнями.

Поняття висловлення і поняття предиката. Логічні операції: заперечення, кон'юнкція, диз'юнкція, імплікація та еквіваленція двох висловлень. Таблиці істинності. Тотожно-істинні формули (логічні закони).

Вирішення практичних завдань «Висловлення. Логічні операції над висловленнями»

Участь у колективному обговоренні з динамічним зворотнім зв'язком:

1. Як одержує людина знання про оточуючий світ? Логіка і математична логіка.
2. Поняття про думку і твердження. Основні види математичних тверджень.
3. Висловлення, приклади висловлень. Висловлення в початковому курсі математики. Логічне значення висловлень.
4. Пропозиційні зв'язки і квантори. Логічні сталі.
5. Прості і складені висловлення.
6. Заперечення висловлення. Операція заперечення висловлення.
7. Кон'юнкція 2-х і більше висловлень. Операція кон'юнкції двох висловлень.
8. Диз'юнкція 2-х і більше висловлень. Операція диз'юнкції двох висловлень.
9. Імплікація 2-х висловлень. Операція імплікації двох висловлень.
10. Еквіваленція 2-х висловлень. Операція еквіваленції двох висловлень.
11. Індуктивне означення формули логіки висловлень.
12. Таблиця істинності формули логіки висловлень та кількість її рядків.

Задачі для розв'язування

1. Які з даних тверджень є висловленнями? Для висловлень встановити їх логічне значення:

- 1) 168 кратно 9;
- 2) 15 кратно 3, але не кратно 4;
- 3) $x^2 < 9$;
- 4) кожне дійсне число задовольняє нерівність $x^2 \geq 0$;
- 5) чи існує дійсне число, яке більше 3 але менше $\sqrt{10}$?
- 6) існує дійсне число, більше 3 але менше $\sqrt{10}$;
- 7) ця задача легка;
- 8) $\lg 1 = 0$;
- 9) існує найбільше просте число;
- 10) $\pi \approx 3,14$;
- 11) рівняння $x^3 + 7x + 1 = 0$ має хоч один дійсний корінь;
- 12) $x^3 + 7x + 1 = 0$;
- 13) кожне парне число більше 2 є сумою 2-х простих чисел;
- 14) розкрийте підручник на с. 23;
- 15) учитель сказав: «розкрийте підручник на с. 23»;
- 16) усі дійсні числа задовольняють нерівність $x^2 < 9$;
- 17) вкажіть помилку в твердженні: «Для кожного числа x справджується рівність $\sqrt{x^2} = x$ »;
- 18) для кожного дійсного числа x виконується рівність $\sqrt{x^2} = x$;
- 19) $\sqrt{x^2} = x$;
- 20) хай живе математика;
- 21) якщо $3 < 2$, то $3^2 < 2^2$.

2. Сформулюйте заперечення даних висловлень і вкажіть що істинно: дане висловлення чи його заперечення:

- а) сума цифр числа 73 дорівнює 11;
- б) число 3 є коренем рівняння $(x - 3)(x + 2) = 0$.

3. Для даних пар висловлень встановіть їх логічні значення і вкажіть які із них є запереченням одне одного.

- 1) А: «Усі трикутники є рівнобедреними»;

В: «Усі трикутники не є рівнобедреними»;

2) А: «У цій книзі більше 100 с.»;

В: «У цій книзі не більше 100 с.»

4. Запереченням якого висловлення є таке висловлення:

1) «неправильно, що сьогодні не навчальний день»;

2) «неправильно, що v – непарне число».

5. Чи можна визначити логічне значення висловлення p , якщо відомо, що:

1) $(p \wedge q)^* = 1$;

2) $(p \wedge q)^* = 0$;

3) $(p \wedge q)^* = 0$ і $(q)^* = 1$;

4) $(p \wedge q)^* = 0$ і $(q)^* = 0$?

6. Встановити логічну структуру висловлень і знайти їх логічне значення:

1) $60 \geq 60$;

2) $25 < 35 < 45$;

3) число 5 натуральне, або не натуральне;

4) $7 < 3$ або $7 \geq 3$;

5) $7 < 3$ і $7 \geq 3$.

7. Встановіть логічне значення наступних еквіваленцій:

1) число 21 ділиться на 3 тоді і тільки тоді, коли сума цифр цього числа ділиться на 3;

2) 2 більше 5 тоді і тільки тоді, коли $2 + 3 = 5$;

3) $\{1, 6\} = \{1, 3, 5\}$ тоді і тільки тоді, коли $1 \in \{1, 3, 5\}$ і $6 \in \{1, 3, 5\}$

8. Встановити логічну структуру даних висловлень і знайти їх логічне значення:

1) якщо $\pi < 3$, то $\pi^2 < 3^2$;

2) якщо $7 > 6$, то $7 \geq 6$;

3) $198 \div 11$ і 18 але не кратне 7;

4) $96 \div 48$ тоді і тільки тоді, коли $96 \div 8$ і $96 \div 6$;

5) неправильно, що хоч одне із чисел 21, 51, 91 є простим.

9. Побудувати таблицю істинності для формул:

1) $\overline{\overline{p}} \vee q \leftrightarrow p \vee \overline{r}$;

2) $p \rightarrow \overline{\overline{q \vee r}}$;

3) $p \wedge \overline{q} \rightarrow p \vee \overline{r}$;

4) $(p \leftrightarrow \overline{q}) \wedge ((p \vee r) \rightarrow q)$.

10. Хлопчик вирішив у неділю закінчити читання книги, сходити в музей або в кіно, а якщо буде гарна погода – піти викупатися. В якому випадку можна сказати, що зобов'язання хлопчика не виконано?

Завдання для самостійного опрацювання.

1. Знайти значення істинності даних висловлень:

а) $|3 - 5| = |3| - |5|$;

б) $\sqrt{16} = -4$;

в) $3,7 \in N$;

г) $-4\frac{1}{3} \in R$;

д) об'єднанням множин $A = \{a, b, c\}$ і $B = \{c, d\}$ є множина $C = \{a, b, d\}$;

е) $\{9, 12, 14, 17\} = \{17, 9, 12, 14\}$;

ж) $2^3 > 3^2$.

2. Вказати, серед нижче запропонованих тверджень, висловлення та поясніть свою відповідь:

а) 2 – натуральне число;

б) добуток чисел 2 і 7 дорівнює 15;

в) $2^{32} > 3^{12}$;

г) $x = 11$ є розв'язком нерівності $2x - 1 > 5$;

д) різниця чисел x і 3 дорівнює 7;

е) прями паралельні;

ж) графік функції $y = x^2$ симетричний відносно вісі ординат.

3. З'ясувати, у яких випадках можна встановити значення істинності висловлення В:

а) $A \wedge B$ – „1”;

в) $A \wedge B$ – „0”;

д) $A \wedge B$ – „0”, A – „1”;

б) $A \vee B$ – „1”;

г) $A \vee B$ – „0”;

е) $A \vee B$ – „1”, A – „0”?

4. Позначте прості висловлення буквами та запишіть наступні висловлення за допомогою символів логіки висловлень:

а) у паралелограмі ABCD кут А прямий, а діагоналі взаємно перпендикулярні;

б) трикутник ABC є прямокутним або гострокутним?

5. Дано висловлення:

A: „Сьогодні температура повітря нижча 0°C ”;

B: „Сьогодні ясно”;

C: „Я піду кататися на лижах”

D: „Я піду кататися на ковзанах”.

Сформулюйте висловлення, які мають структуру: а) $A \wedge B$;

б) $A \wedge D$; в) $C \vee D$; г) $A \wedge (C \vee D)$;

д) $A \wedge B \wedge (C \vee D)$.

6. Пояснити, чому висловлення кожної із нижче перерахованих пар не є запереченням одне одного:

а) A: „чотирикутник CDEF – паралелограм” і B: „чотирикутник CDEF – трапеція”;

б) C: „кут A гострий” і D: „кут A тупий”.

7. Побудувати заперечення наступних висловлень і вкажіть, що є істинним – саме висловлення чи його заперечення:

а) число 27 кратне 7;

б) $3 + 6 = 9$;

в) $38 > 44$;

г) $7 \leq 7$.

Тема 6. Логічні основи шкільного курсу математики

Поняття про аксіоматичний метод у математиці і його реалізація у шкільному курсі математики. Способи означення математичних понять. Способи обґрунтування математичних тверджень та формул. Поняття про математичні твердження. Аксіоми та теореми. Теорема як логічне слідування предикатів. Побудова теореми.

Вирішення практичних завдань «Логічні основи шкільного курсу математики»

Участь у колективному обговоренні з динамічним зворотнім зв'язком:

1. Що таке аксіоматичний метод у математиці і його реалізація у шкільному курсі математики.
2. Схарактеризуйте способи означення математичних понять.
3. Схарактеризуйте способи обґрунтування математичних тверджень та формул.
4. Що таке математичні твердження?
5. У чому сутність аксіом і теорем?

Задачі для розв'язування

1. Встановити логічні структури і значення висловлень:
 - 1) деякі натуральні числа кратні 3;
 - 2) усі натуральні числа додатні;
 - 3) усі натуральні числа невід'ємні;
 - 4) існує раціональне число, квадрат якого дорівнює 2.
 - 5) усі раціональні числа є додатними;
 - 6) операція множення натуральних чисел комутативна;
 - 7) операція множення раціональних чисел асоціативна;
 - 8) не існує найбільшого натурального числа;
 - 9) кожне квадратне рівняння має розв'язок у множині дійсних чисел;
 - 10) деякі прямокутники є ромбами.
2. Висловлення, яке записане в символічній формі, сформулювати словами і встановити його логічне значення:
 - 1) $\forall a, v \in N: a + v = v + a;$
 - 2) $\forall a, v \in N \exists c \in N: av = c;$
 - 3) $\exists a \in N \forall v \in N: a \leq v;$
 - 4) $\forall a, v \in R \exists x \in R: ax = v;$
 - 5) $\forall a, v \in N \exists x \in N: a + x = v;$
 - 6) $\forall a, v \in Z \exists x \in Z: a + x = v.$

3. Для кожної пари предикатів вкажіть, який предикат логічно випливає з якого. Зобразити відношення між їх множинами істинності за допомогою кругів Ейлера.

1) $P(x)$ – «число x – додатне»;

$Q(x)$ – «число x – натуральне»; $M = \mathbb{R}$.

2) $P(x)$ – «чотирикутник x – квадрат»;

$Q(x)$ – «чотирикутник x – ромб»;

M – множина чотирикутників.

3) $P(x, y)$ – « x і y – родичі»;

$Q(x, y)$ – « x і y – брати»;

M – множина людей.

4) $P(x)$ – «місто x знаходиться в Італії»;

$Q(x)$ – «місто x знаходиться в Європі»;

M – множина міст світу.

5) $P(x, y)$ – «кути x і y вертикальні»;

$Q(x, y)$ – «кути x і y рівні»;

M – множина кутів.

6) $P(x, y)$ – «прямі x і y – паралельні»;

$Q(x, y)$ – «прямі x і y лежать в одній площині»;

M – множина прямих простору.

4. Визначити, які твердження є істинними:

1) число x – додатне, отже воно натуральне;

2) $x < 2$, отже $x < 6$;

3) x кратне 7, отже x кратне 14;

4) різниця чисел a і b – від'ємна, отже $a < b$;

5) сума цифр запису числа ділиться на 3, отже число кратне 3;

6) трикутник ABC рівнобедрений, отже він рівносторонній;

7) чотирикутник a – прямокутник, отже в ньому є хоча б один прямиий

кут.

5. Дано предикати.

1) $A(x, y)$ – «точки X і Y рівновіддалені від початку координат»;
 $B(x, y)$ – « X і Y належать колу з центром у початку координат»;
 M – множина точок координатної площини.

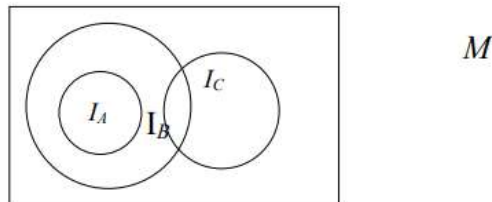
2) $A(x, y)$ – «трикутники x і y рівні»;
 $B(x, y)$ – «трикутники x і y мають рівні площі»;
 M – множина трикутників.

4) $A(x)$ – « $x - (x - 7) = 0$ »;
 $B(x)$ – « $x(x - 3) + 2 = 2(x + 1), x \in \mathbb{R}$ »;

Вказати у яких випадках:

- а) предикат B логічно слідує з предиката A ;
- б) предикат A логічно слідує з предиката B ;
- в) предикати A і B рівносильні.

6. На малюнку зображені множини істинності предикатів $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$ заданих на множині M .



Які з тверджень мають місце:

- 1) Предикат $C(x)$ логічно випливає з предиката $A(x)$;
- 2) $A(x) \not\vdash B(x)$;
- 3) Висловлення $\forall x \in M: B(x) \rightarrow C(x)$ – істинне;
- 4) Висловлення $\forall x \in M: A(x) \rightarrow B(x)$ – істинне;
- 5) Висловлення $\forall x \in M: B(x) \rightarrow A(x)$ – істинне

7. Для заданих предикатів, визначених на множині \mathbb{R} , встановити чи слідує один предикат з іншого:

- 1) $x^2 + x - 6 = 0$ і $(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$;
- 2) $x - 1 = 0$ і $(x - 2)(x - 5) = 0$;
- 3) $x^2 + 5x - 6 = 0$ і $x + 1 = x + 1$;
- 4) $x^4 = 16$ і $x^2 = 2$

8. На множині \mathbb{Z} задано предикати $P(x)$ – „12 ділиться на x ” і $Q(x)$ – „36 ділиться на x ”.

- 1) довести, що $Q(x)$ логічно випливає із $P(x)$.
- 2) сформулюйте твердження у вигляді „якщо ..., то ...”.
- 3) сформулюйте твердження за допомогою слова „достатньо”.
- 4) сформулюйте твердження за допомогою слова „необхідно”.
- 5) сформулюйте твердження в термінах „для всіх” або його синонімах.

9. Які з тверджень є істинними:

- 1) Присутність на всіх заняттях з математики є достатнім для успішного складання екзамену з математики.
- 2) Наявність паспорта чи документа, що його замінює, необхідно для придбання білета на літак.
- 3) Досягнення 18-річного віку необхідно для участі у виборах.
- 4) Наявність документа про середню освіту достатньо для вступу в університет.
- 5) Наявність документа про середню освіту необхідно для вступу в університет?

10. Замість крапок поставити у речення один із 3-ох виразів „необхідно”, „достатньо” або „необхідно і достатньо”, щоб утворити істинне висловлення. Відповідь обґрунтувати.

- 1) Для того, щоб трикутник був рівностороннім, ... , щоб він був гострокутнім.
- 2) Для того, щоб натуральне число ділилося на 6, ... , щоб воно ділилося на 3.
- 3) Для того, щоб добуток двох дійсних чисел дорівнював 0, ..., щоб обидва множники дорівнювали 0.
- 4) Для того, щоб добуток 2-х чисел дорівнював 0, ... , щоб один із множників дорівнював 0.
- 5) Для того, щоб сума 2-х натуральних чисел ділилася на третє число, ... , щоб обидва доданки ділилися на це число.

б) Для того, щоб натуральне число ділилося на добуток двох натуральних чисел, ... , щоб воно ділилося на кожен із множників.

11. Користуючись логічною і математичною символікою, довести рівність множин:

$$(A \setminus B) \cup (A \cap C) = A \setminus (B \setminus C).$$

Завдання для самостійного опрацювання

1. На множині $X = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ задані предикати $A(x)$: „ x ділиться на 4” і $B(x)$: „ x ділиться 2”.

а) Знайдіть значення істинності висловлень $A(a)$ і $B(a)$ при кожному із значень $a \in X$.

б) На основі відповідей, отриманих у пункті а), з’ясуйте чи істинне висловлення „Із $A(x)$ логічно слідує $B(x)$ ”. Якщо так, то запишіть це, використовуючи символ \models .

в) Чи можна стверджувати, що висловлення „Із $B(x)$ логічно слідує $A(x)$ ” істинне? Чому?

2. На множині R задані предикати $E(x)$: „ $x - 2 = 0$ ” і $F(x)$: „ $x^2 - 4 = 0$ ”.

а) Знайти множину істинності цих предикатів.

б) Визначити, у якому відношенні знаходяться множини I_E і I_F .

в) Чи можна стверджувати, що $F(x)$ логічно слідує із $E(x)$ на множині R ? Якщо так, то зробіть відповідний запис.

3. Визначити, які із наступних висловлень істинні, а які хибні:

а) $x + 3 = 0 \models x^2 - 9 = 0$;

б) $x^2 = 4 \models x = 2$;

в) $(x - 1)(x - 2) = 0 \models (x - 1)(x - 2)(x + 3) = 0$;

г) $x < 3 \models x < 7$;

д) $x > 4 \models x > 2$.

4. Знайти множини істинності предикатів $A(x)$: „ x ділиться на 3” і $B(x)$: „Сума цифр у записі числа x кратна 3”, заданих на множині $X = \{3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 15\}$, та визначте, у якому відношенні вони знаходяться. Чи будуть предикати $A(x)$ і $B(x)$ рівносильні на множині X ?

5. На множині Z задані предикати $E(x)$: „ x – дільник 4” і $F(x)$: „ x – дільник 12”. Доведіть, що $F(x)$ логічно слідує із $E(x)$. Сформулювати висловлення $E(x) \not\vdash F(x)$ за допомогою терміна: 1) „достатньо”; 2) „необхідно”.

6. Замість крапок вставити терміни „необхідно”, „достатньо” або „необхідно і достатньо” так, щоб утворилося істинне висловлення:

а) для того, щоб сума двох натуральних чисел була більше 20, ... , щоб хоча б один із доданків був більше 10;

б) для того, щоб різниця двох чисел була парною, ... , щоб обидва компоненти віднімання були парними;

в) для того, щоб віднімання було виконано на множині натуральних чисел, ... , щоб зменшуване було більше від’ємника;

г) для того, щоб сума двох чисел дорівнювала другому доданку, ... , щоб перший доданок дорівнював нулю;

д) для того, щоб $ab = 0$, ... , щоб $a = 0$; е) для того, щоб сума двох чисел ділилась на 5, ... , щоб кожний доданок ділився на 5;

ж) для того, щоб число ділилось на 24, ... , щоб воно ділилось на 4;

з) для того, щоб число було кратне 5, ... , щоб воно було кратне 10;

и) для того, щоб $5a$ дорівнювало нулю, ... , щоб $a = 0$.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ

Тема 7. Теоретичні основи комбінаторики. Розв'язування комбінаторних задач

Поняття комбінаторної задачі. Правила комбінаторики суми та добутку. Поняття факторіалу. Сполуки без повторень: перестановки, розміщення та комбінації. Дерево варіантів. Формули для обчислення кількості перестановок, розміщень та комбінацій без повторень. Сполуки з повтореннями.

Семінар-практикум «Теоретичні основи комбінаторики»

Участь у колективному обговоренні з динамічним зворотнім зв'язком:

1. Що таке комбінаторна задача?
2. Схарактеризувати правила комбінаторики суми та добутку.
3. Що таке факторіал?
4. Види сполуки без повторень: перестановки, розміщення та комбінації.
5. У яких випадках можна використовувати дерево варіантів?

Задачі для розв'язування

1. Скількома способами можна вибрати один фрукт з 5 яблук і 4 груш, що лежать у вазі? Скількома способами можна вибрати пару фруктів: одне яблуко і одну грушу? Якщо один такий вибір зроблено, то скількома способами можна зробити наступний вибір такої пари фруктів?
2. Скільки чисел, менших 8000, можна записати за допомогою цифр 5, 7 і 9? Скільки серед них існує таких, в запису яких цифри не повторюються?
3. Скільки можна записати різних парних (непарних) п'ятицифрових чисел за допомогою цифр десяткової системи числення, якщо:
 - а) цифри в запису числа повторюються;
 - б) цифри в запису числа не повторюються.

4. Одному з учнів було дано завдання написати замітку у газету про стан успішності його класу за перший семестр. Він узяв журнал і виписав такі відомості про всіх 40 учнів класу:

25 учнів навчаються на 8 та вище з української мови;

28 учнів навчаються на 8 та вище з математики;

31 учень навчаються на 8 та вище з фізики;

22 учні навчаються на 8 та вище з математики і фізики;

16 учнів навчаються на 8 та вище з математики і української мови;

16 учнів навчаються на 8 та вище з фізики і української мови;

12 учнів навчаються на 8 та вище з усіх навчальних дисциплін.

Прочитавши замітку, редактор газети сказав учневі, що він помилився при підрахунках. Пояснити, чому подані відомості неправильні.

5. Скласти алгоритм розв'язування задачі “Сума двох чисел дорівнює a , а їх різниця – b . Знайти ці числа”.

6. Скласти алгоритм додавання 2-х багатоцифрових чисел у стовпчик.

Завдання для самостійного опрацювання.

1. Скласти алгоритм переходу вулиці в дозволеному місці, де відсутні світлофори.

2. Скласти алгоритм розв'язування квадратного рівняння.

3. Скільки є шестицифрових чисел, записаних різними цифрами, першою цифрою яких є число 5?

4. Скільки наборів букв можна скласти із усіх букв слова “математика”?

5. Скількома способами можна вибрати одну книгу з 10 написаних українською і 7 англійською мовою? Скількома способами з даних книг можна вибрати 2 книги: одну написану українською, а другу англійською мовами?

Тема 8. Розв'язування комбінаторних задач

Правила вибору виду сполуки. Розв'язування вправ на перетворення формул комбінаторики. Розв'язування практично зорієнтованих комбінаторних задач.

Семінар-практикум «Розв'язування комбінаторних задач»

Участь у колективному обговоренні з динамічним зворотнім зв'язком:

1. Які задачі називаються комбінаторними?
2. Який розділ математики називається комбінаторикою?
3. Сформулювати правило суми.
4. Сформулювати правило добутку.
5. Алгоритм та його властивості. Приклади алгоритмів.

Задачі для розв'язування

1. Скільки можна записати різних п'ятицифрових чисел за допомогою цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 і 6, якщо:
 - а) цифри в запису числа можуть повторюватися?
 - б) цифри в запису числа не повторюються?
2. Скільки можна записати різних чотирицифрових чисел за допомогою всіх цифр десяткової системи числення, якщо:
 - а) цифри в запису числа не повторюються?
 - б) цифри в запису числа можуть повторюватися?
3. Скільки можна записати різних парних чотирицифрових чисел за допомогою всіх цифр десяткової системи числення, якщо:
 - а) цифри в запису числа не повторюються?
 - б) цифри в запису числа можуть повторюватися?
4. На вершину гори ведуть п'ять доріг. Скількома способами турист може піднятися на гору і спуститися з неї, якщо:
 - а) підняття і спуск можуть проходити по одній і тій же дорозі?
 - б) підняття і спуск проходять різними дорогами?

5. В зеленому куточку класу є 4 вазони тюльпанів і 5 вазонів гвоздик. Скількома способами можна вибрати по 67 одному із вазонів? Якщо такий вибір зроблено, то скількома способами його можна зробити ще раз?

6. Скільки можна записати різних непарних чотирицифрових чисел за допомогою усіх цифр десяткової системи числення, якщо:

а) цифри в запису числа можуть повторюватися?

б) цифри в запису числа не повторюються?

7. Є шість пар рукавичок різного розміру. Скількома способами можна вибрати одну рукавичку на ліву руку, а другу на праву? Скількома способами можна вибрати одну рукавичку на ліву руку, а другу на праву так, щоб вони були різного розміру?

8. Є три екземпляри підручника алгебри, сім екземплярів підручника геометрії і п'ять підручників історії. Скількома способами можна вибрати один із цих підручників? Скількома способами з них можна вибрати по одному підручнику?

9. Є 12 слів чоловічого роду, дев'ять слів жіночого і 10 слів середнього роду. Скількома способами можна вибрати одне з даних слів? Скількома способами можна вибрати по одному слову кожного роду?

10. Скільки можна записати різних непарних п'ятицифрових чисел за допомогою всіх цифр десяткової системи числення, якщо:

а) цифри в запису числа не повторюються?

б) цифри в запису можуть повторюватися?

Завдання для самостійного опрацювання.

1. Скільки у десятковій системі числення є чотирицифрових чисел, що діляться на 5? Скільки серед них таких, у запису яких цифри не повторюються?

2. Скількома способами можна пошити двокольоровий прапор зі смужками однакової ширини, якщо є матеріал восьми різних кольорів?

3. Скільки різних двоцифрових чисел можна скласти, використовуючи цифри 1, 2, 3, 4, 5, 6 якщо цифри:
- 1) повторюються;
 - 2) не повторюються?
4. Скільки трицифрових чисел можна скласти з цифр від 0 до 5, якщо:
- 1) цифри не повторюються;
 - 2) отримане число має бути непарним;
 - 3) число має бути кратним 5.
5. Дитині подарували набір з 10 цифр та 26 букв. Скількома способами можна скласти набір із:
- 1) двох букв **або** двох цифр;
 - 2) двох букв **і** двох цифр.
6. Розклад одного дня містить 6 уроків. Визначити кількість таких розкладів привиборі із 11 дисциплін.
7. Скількома способами можна вибрати двох чергових із групи 17 чоловік?
8. У ящику є 10 деталей. Скількома способами можна вибрати 3 деталі?
9. На пошті в продажу є 5 різних конвертів, 6 різних марок та 7 вітальних листівок. Скількома способами можна купити комплект, що містить конверт, марку та листівку?
10. В олімпійській збірній займаються танцями 7 юнаків і 9 дівчат. Скількома способами можна вибрати одну пару для участі в олімпіаді?

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 4. ЕЛЕМЕНТИ ГЕОМЕТРІЇ. ВЕЛИЧИНИ

Тема 9. Система геометричних понять шкільного курсу геометрії

Аксиоматика шкільного курсу геометрії. Система геометричних понять, що вивчаються в початковій школі. Геометричні фігури, їх означення, властивості, ознаки на прикладі трикутників, паралелограма (прямокутника, квадрата).

Основні геометричні побудови циркулем і лінійкою. Побудова трикутника і прямокутника (квадрата). Побудова правильних багатокутників. Загальні відомості про многогранники. Правильні многогранники, їх класифікація. Зображення многогранників на площині. Загальні відомості про тіла обертання /циліндр, конус, кулю. Зображення тіл обертання.

Вирішення практичних завдань «Система геометричних понять шкільного курсу геометрії»

Участь у колективному обговоренні з динамічним зворотнім зв'язком.

1. Розкрийте зміст аксиоматики шкільного курсу геометрії.
2. Схарактеризуйте систему геометричних понять, що вивчаються в початковій школі.
3. Схарактеризуйте геометричні фігури, їх означення, властивості, ознаки на прикладі трикутників, паралелограма (прямокутника, квадрата).
4. Схарактеризуйте загальні відомості про многогранники. Правильні многогранники, їх класифікація.
5. Схарактеризуйте загальні відомості про тіла обертання /циліндр, конус, кулю.

Задачі для розв'язування

1. Що можна сказати про розміщення точок А, В і С, для яких $AB + AC = CB$?
2. Як розміщені точки А, В і С, якщо:
 - 1) $AB = 11\text{ см}$, $BC = 8\text{ см}$ і $AC = 19\text{ см}$;

- 2) $AB = 11\text{ см}$, $BC = 5\text{ см}$ і $AC = 6\text{ см}$;
- 3) $AB = 11\text{ см}$, $AC = 7\text{ см}$ і $BC = 18\text{ см}$;
- 4) $AB = 11\text{ см}$, $BC = 8\text{ см}$ і $AC = 20\text{ см}$;
- 5) $AB = 11\text{ см}$, $BC = 8\text{ см}$ і $AC = 15\text{ см}$?

3. Відрізок AB поділено точками K , C , N , E на рівні відрізки. Скільки утворилося відрізків?

4. Скільки прямих можуть перетинати відрізок у точці C під прямим кутом?

5. Зовнішній кут трикутника 140° , один із внутрішніх кутів дорівнює 55° . Знайти інші кути трикутника.

6. Чи можуть сторони трикутника бути пропорційні числам 6 , 5 і 1 ?

7. Точки A , B , C і D прямої розміщені так, що $AB = 1,5\text{ м}$, $BC = 0,25\text{ м}$, $CD = 0,75\text{ м}$. Знайти довжини відрізків AB , BC і CD , якщо за одиничний відрізок взяти: 1) відрізок AB ; 2) відрізок BC .

8. Довжину стола виміряли спочатку в сантиметрах, а потім у дециметрах. У першому випадку 145 одержали число на 108 більше, ніж у другому випадку. Знайти довжину стола.

9. Якими одиницями доцільно вимірювати:

- 1) довжину стола;
- 2) довжину класної кімнати;
- 3) довжину клітинки в зошиті;
- 4) довжину шляху від Києва до Одеси?

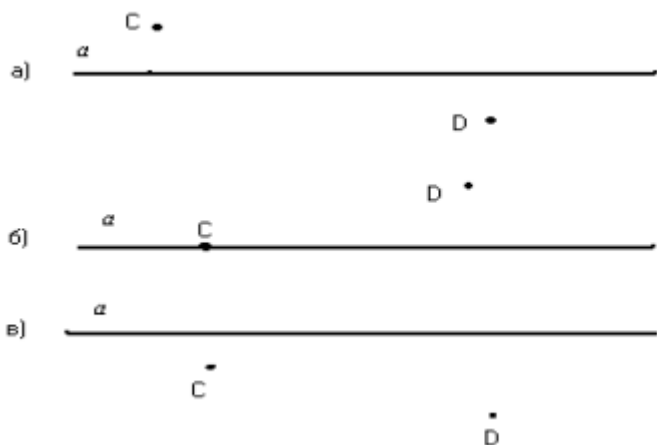
10. На відрізок AB вибрано точку K так, що довжина відрізка AK втричі більша за довжину відрізка BK , який дорівнює 12 см . Знайдіть довжину відрізка AB .

Завдання для самостійного опрацювання.

1. Дано 5 точок, три з яких лежать по один бік від прямої, а дві інші – по інший бік. Дві довільні точки з'єднуються відрізком. Скільки всього є відрізків? Скільки серед них перетинають пряму?

2. Незамкненою ламаною лінією сполучено 7 точок. Скільки ланок має ламана?

3. Говорять, що відрізок перетинається з прямою, якщо вони мають лише одну спільну точку, яка є внутрішньою точкою відрізка. Чи можна провести відрізок CD, який би перетинав пряму a у випадках а), б), в)?



4. Як потрібно розмістити три прямі на площині, щоб при їх перетині утворилося найбільша кількість відрізків?

5. Точка A належить прямій a . Чи може ця точка належати іншим прямим площини?

6. Чи будуть істинними твердження:

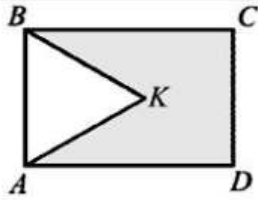
1) через будь-які дві різні точки площини завжди можна провести пряму і тільки одну;

2) через будь-які дві різні точки площини завжди можна провести лише одну ламану;

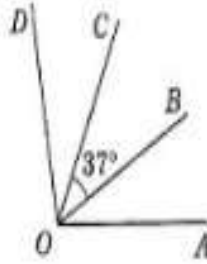
3) через будь-які дві різні точки площини можна провести безліч ліній?

7. Один із суміжних кутів дорівнює 60° . Яка величина кута, що доповнює його до прямого?

8. На рисунку зображено рівносторонній трикутник ABK і прямокутник $ABCD$, периметри яких відповідно дорівнюють 12 см і 20 см. Знайдіть периметр п'ятикутника $AKBCD$.



9. Знайдіть кут AOD, якщо OB – бісектриса кута AOC, OC – бісектриса кута BOD.



10. Точки M, N, L лежать на одній прямій. Знайдіть довжину відрізка MN, якщо $ML = 5,4$ см, $NL = 8,3$ см. Скільки розв'язків має задача?

Тема 10. Поняття величини. Довжина відрізка. Площа фігури

Відображення властивостей реального світу через поняття величини. Поняття величини. Адитивно-скалярні величини, їх основні властивості. Поняття про вимірювання величин.

Поняття довжини відрізка. Основні властивості довжини. Вимірювання довжини відрізка. Стандартні одиниці довжини, відношення між ними.

Поняття площі плоскої фігури, властивості площі. Способи вимірювання площі фігури. Рівно великість і рівно складеність многокутників. Площа прямокутника, паралелограма, трикутника. Стандартні одиниці вимірювання площі фігури, відношення між ними. Площа поверхні тіла. Бічна і повна поверхня прямокутного паралелепіпеда (куба).

Маса тіла, вимірювання маси тіла. Одиниці вимірювання маси тіла, відношення між ними. Швидкість, час, шлях, залежність між ними, одиниці швидкості.

Вирішення практичних завдань «Поняття величини. Довжина відрізка.

Площа фігури»

Участь у колективному обговоренні з динамічним зворотнім зв'язком.

1. Яким чином властивості реального світу відображаються через поняття величини?
2. Що таке величина?
3. Що таке адитивно-скалярні величини? Їх основні властивості. Поняття про вимірювання величин.
4. Розкрийте зміст поняття довжини відрізка. Основні властивості довжини. Вимірювання довжини відрізка. Стандартні одиниці довжини, відношення між ними.
5. Розкрийте зміст поняття площі плоскої фігури, властивості площі. Способи вимірювання площі фігури. Рівно великість і рівно складеність многокутників. Площа прямокутника, паралелограма, трикутника.
6. Розкрийте зміст поняття маса тіла, вимірювання маси тіла. Одиниці вимірювання маси тіла, відношення між ними.

Задачі для розв'язування

1. Точки А, В, С і D прямої розміщені так, що $AB = 1,5$ м, $BC = 0,25$ м, $CD = 0,75$ м. Знайти довжини відрізків АВ, ВС і CD, якщо за одиничний відрізок взяти: 1) відрізок АВ; 2) відрізок ВС.
2. Чи завжди прямокутники, в яких рівні площі, рівні між собою?
3. Чи збільшиться периметр квадрата в 2 рази, якщо в 2 рази збільшити довжину його сторони?
4. Знайти співвідношення між довжинами сторін прямокутника і квадрата, периметри яких рівні.
5. З п'яти прямокутників скласти квадрат площею 16 см^2 . Яка довжина кожного прямокутника, коли відомо, що ширина кожного з них дорівнює 1 см?
6. Які з тверджень істинні:
 - 1) квадрати з рівними периметрами рівні;

- 2) квадрати з рівними площами рівні;
- 3) прямокутники з рівними периметрами рівні;
- 4) прямокутники з рівними площами рівні?

7. Знайти площу прямокутника, якщо відомо, що одна з його сторін 3 см, а периметр дорівнює 30 см.

8. Якщо квадратний метр розрізати на квадратні сантиметри і скласти одержані квадратні сантиметри в одну смужку сантиметрової ширини, то якої довжини буде смужка?

9. Якими натуральними числами можуть бути довжини сторін прямокутника, якщо його площа дорівнює 24 см^2 ?

10. Скільки треба взяти квадратів із стороною 2 см, щоб скласти квадрат із стороною 6 см?

Завдання для самостійного опрацювання.

1. Куб, ребро якого дорівнює 20 см, розрізали на кубики з ребром 1 см. Чому дорівнює площа поверхні кубиків? У скільки разів площа поверхні даного куба менша від площі поверхні кубиків?

2. Розміри прямокутного паралелепіпеда 5; 4; 3 см. На скільки збільшиться об'єм паралелепіпеда, якщо кожний з його вимірів збільшити на 2 см?

3. Дерев'яний брусок довжиною 84 см, шириною 54 см і товщиною 2 см має масу 420 г. Яку масу має другий брусок такого самого матеріалу, якщо він в $1\frac{1}{7}$ разів довший, на 5 мм товщий, а ширина становить 0,8 ширини першого?

4. Стіна ванної кімнати облицьована білими 150 квадратними плитками зі стороною, яка дорівнює 15 см. Довжина ванної кімнати 2,1 м, ширина – 1,8 м. Плитка укладена до висоти 1,65 м. Двері ванної кімнати мають ширину 75 см. Вартість усіх плиток 39 грн 19 коп. Скільки коштує одна плитка?

5. Площа квадрата дорівнює 64 см^2 . Знайти сторони прямокутника, що мають таку ж саму площу.

6. Знайти сторони прямокутника, якщо його периметр 30 см, а площа – 36 см².

7. Дано куб, довжина ребра якого дорівнює 4 см. Весь куб зафарбувати в червоний колір. Розрізати його в думці на кубики з довжиною ребра 1 см. Скільки буде кубиків? У скількох кубиків буде зафарбовано три грані?

8. Дано квадрат, площа якого дорівнює 36 см². Яку довжину матиме сторона квадрата, площа якого дорівнює четвертій частині площі даного квадрата?

9. Площа повної поверхні дванадцятикутної призми дорівнює 400, а площа її бічної поверхні – 340. Знайдіть площу її нижньої основи.

10. Як зміниться площа бічної поверхні циліндра та його об'єм, якщо:
- а) висоту циліндра збільшити в 3 рази;
 - б) радіус циліндра зменшити в 4 рази?

ІНДИВІДУАЛЬНІ НАВЧАЛЬНО-ДОСЛІДНІ ЗАВДАННЯ

Теми ІНДЗ (на вибір)

1. Короткі історичні відомості про виникнення понять цілого, раціонального і дійсного чисел.
2. Застосування об'єднання та доповнення множин до теоретико-множинного тлумачення дій додавання та віднімання.
3. Застосування декартового добутку до теоретико-множинного тлумачення дії множення.
4. Позиційні й непозиційні системи числення.
5. Поняття про аксіоматичний метод у математиці і його реалізація у шкільному курсі математики.
6. Поняття комбінаторної задачі. Правила комбінаторики суми та добутку.
7. Аксіоматика шкільного курсу геометрії.
8. Геометричні фігури, їх означення, властивості, ознаки на прикладі трикутників, паралелограма (прямокутника, квадрата).
9. Загальні відомості про тіла обертання /циліндр, конус, кулю.
10. Адитивно-скалярні величини, їх основні властивості.

КРИТЕРІЇ ТА ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ

Критерії оцінювання за різними видами роботи

Вид роботи	Бали	Критерії
Практичні заняття	0	Здобувач не бере участі в практичному занятті, є лише спостерігачем.
	1	Здобувач самостійно розв'язує запропоновані завдання, дає відповідь на поставлені теоретичні запитання, припускаючись невеликих помилок. Знання здобувача є достатньо повними; він самостійно застосовує відповідний навчальний матеріал, виконуючи практичні завдання; аналізує, робить висновки.
	2	Здобувач аргументовано дає відповідь на поставлені запитання, самостійно виконує запропоновані завдання, володіє міцними знаннями і вільно оперує ними при виконанні практичних завдань.
Самостійна робота	0	Здобувач має фрагментарні уявлення з предмета вивчення; не може виконати елементарні завдання.
	1	Здобувач здатен самостійно опанувати запропонований матеріал і виконати завдання прикладного змісту; виявляє здатність елементарно висловлювати думку; знає послідовність виконання завдання; при виконанні самостійної роботи потребує допомоги викладача.
	2	Здобувач впевнено і аргументовано відтворює матеріал самостійного опрацювання, вільно їм володіє і вміє його застосувати при розробці системи навчальних завдань.
Контрольна робота	0-5	Здобувач не менше ніж на 50% контрольних завдань надав правильну відповідь – початковий рівень знань
	5-6	Здобувач на 51% - 70% контрольних завдань надав правильну відповідь – середній рівень знань
	7-8	Здобувач на 71% - 90% контрольних завдань надав правильну відповідь – достатній рівень знань
	9-10	Здобувач на 91% - 100% контрольних завдань надав правильну відповідь – високий рівень знань
ІНДЗ (доповідь)	0-2	Зміст тез доповіді відповідає предмету дисципліни, має загальний реферативний характер, демонструє несамостійність у розв'язанні завдань, текст не визначає ключову практичну проблему і не відповідає структурі доповіді.
	3-5	Зміст тез доповіді відповідає предмету дисципліни, має описовий характер, містить поняття, має граматично не вичитаний текст, не визначає ключову практичну проблему.
	6-8	Зміст тез доповіді відповідає предмету дисципліни, демонструє переважно академічність, містить аналітику і узагальнення, має неінформативні посилання, оперує поняттями, визначає ключову практичну проблему.
	9-10	Зміст тез доповіді відповідає предмету дисципліни характеризує сучасний інноваційний дискурс і відповідає практиці впровадження інновацій в освіті; робота носить самостійний характер, містить авторську аналітику і узагальнення, прямі і непрямі цитування з посиланнями на основне джерело, включає оперування поняттями, містить актуальні приклади розв'язаних завдань інноваційної освітянської практики.

Критерії оцінювання підсумкового контролю (залік)

Для навчальної дисципліни «Математика» навчальним планом передбачено підсумковий контроль у формі заліку. Кількість балів, необхідних для заліку (не менше 60), студент отримує під час участі у практичних заняттях, виконання всіх видів самостійної роботи

Критерії оцінювання за всіма видами контролю

Сума балів	Критерії оцінки
Відмінно (90 – 100 А)	<p>Здобувач чітко знає концептуальні підходи до побудови арифметики невід’ємних цілих чисел та розвитку поняття числа, систем числення, положення теорії подільності; основи побудови систем однорідних адитивно-скалярних величин, способів та інструментів їх вимірювання; основні алгебраїчні поняття і правила оперування одночленами, многочленами і дробово-раціональними виразами, залежності між виразами за змінними; знає властивості й ознаки многокутників, многогранників і круглих фігур; види відображення площини та їх застосування; основні характеристики визначних кривих і поверхонь; знає теоретичні основи булевих алгебр (теорія множин, математична логіка); способи визначення понять і вимог до їх коректності; види математичних тверджень і способи їх обґрунтування; основні схеми правильних і правдоподібних міркувань; сутність типових логічних помилок та причин їх появи; знає концептуальну сутність тотожних перетворень у математиці тощо.</p> <p>Здобувач уміє розв’язувати математичні задачі на з’ясування числових залежностей, подільності виразів, знаходження обчислюваних (вимірювальних) процедур, встановлення типів відношень між виразами; вміє розв’язувати математичні задачі на тотожні перетворення; розв’язувати задачі на побудову, розрізування і складання фігур; вміє застосовувати теоретико-множинні і логічні операції; користуватися комбінаторними поняттями, правилами й формулами; послуговуватися правилами виводу (висновку) й основними схемами правильних міркувань; конструювати логічно коректні математичні р</p> <p>е Здатний до пошуку, оброблення та аналізу, систематизації й узагальнення інформації, зокрема професійно-педагогічної з різних джерел; виявляти, ставити та вирішувати проблеми, зокрема, в процесі професійно-педагогічної діяльності; приймати обґрунтовані рішення, працювати автономно.</p>
Добре (82-89 В)	<p>Здобувач знає концептуальні підходи до побудови арифметики невід’ємних цілих чисел та розвитку поняття числа, систем числення, положення теорії подільності; основи побудови систем однорідних адитивно-скалярних величин, способів та інструментів їх вимірювання; основні алгебраїчні поняття і правила оперування одночленами, многочленами і дробово-раціональними виразами; властивості й ознаки многокутників, многогранників і круглих фігур; види відображення площини та їх застосування; теоретичні основи булевих алгебр (теорія множин, математична логіка); способи визначення понять і вимог до їх коректності; види математичних тверджень і способи їх обґрунтування; основні схеми правильних і правдоподібних міркувань; сутність типових логічних помилок та причин їх появи; концептуальну сутність тотожних перетворень у математиці тощо.</p> <p>Здобувач уміє розв’язувати математичні задачі на з’ясування числових залежностей, подільності виразів, знаходження обчислюваних (вимірювальних) процедур, встановлення типів відношень між виразами; вміє розв’язувати</p>

	<p>математичні задачі на тотожні перетворення; розв'язувати задачі на побудови, розрізування і складання фігур; застосовувати теоретико-множинні і логічні операції при розв'язанні математичних задач, побудові висловлювань і доведенні тверджень; користуватися комбінаторними поняттями, правилами й формулами; послуговуватися правилами виводу (висновку) й основними схемами правильних міркувань при обґрунтуванні математичних тверджень; конструювати логічно коректні математичні речення; встановлювати істинність або хибність тверджень, логічні помилки; вміє виконувати тотожні п</p> <p>е Здатний певною мірою до пошуку, оброблення та аналізу, систематизації й узагальнення інформації, зокрема професійно-педагогічної з різних джерел; виявляти, ставити та вирішувати проблеми, зокрема, в процесі професійно-педагогічної діяльності; приймати обґрунтовані рішення, працювати автономно.</p>
<p>Добре (74-81 C)</p>	<p>Здобувач загалом знає концептуальні підходи до побудови арифметики невід'ємних цілих чисел та розвитку поняття числа, систем числення, положення теорії подільності; основи побудови систем однорідних адитивно-скалярних величин, способів та інструментів їх вимірювання; основні алгебраїчні поняття і правила оперування одночленами, многочленами і дробово-раціональними виразами; знає властивості й ознаки многокутників, многогранників і круглих тіл; теоретичні основи булевих алгебр (теорія множин, математична логіка); способи визначення понять і вимог до їх коректності; види математичних тверджень і способи їх обґрунтування; сутність тотожних перетворень.</p> <p>Здобувач уміє лише у типових ситуаціях розв'язувати математичні задачі на з'ясування числових залежностей, подільності виразів; вміє розв'язувати математичні задачі на тотожні перетворення, виконання операцій з алгебраїчними виразами; вміє розв'язувати задачі на побудови, розрізування і складання фігур; уміє застосовувати теоретико-множинні і логічні операції при розв'язанні математичних задач, побудові висловлювань і доведенні тверджень; користуватися комбінаторними поняттями, правилами й формулами; послуговуватися правилами виводу (висновку) й основними схемами правильних міркувань при обґрунтуванні математичних тверджень; конструювати логічно коректні математичні речення; встановлювати істинність або хибність тверджень, логічні помилки; вміє виконувати тотожні перетворення математичних виразів.</p> <p>Здатний, з окремими огріхами, здійснювати пошук, оброблення та аналіз, систематизації й узагальнення інформації, зокрема професійно-педагогічної з різних джерел; виявляти, ставити та вирішувати проблеми, зокрема, в процесі професійно-педагогічної діяльності. Не завжди приймає обґрунтовані рішення.</p>
<p>Задовільн о (64-73 D)</p>	<p>Здобувач виявляє базові знання про концептуальні підходи до побудови арифметики невід'ємних цілих чисел та розвитку поняття числа, систем числення, положення теорії подільності; основні алгебраїчні поняття і правила оперування одночленами, многочленами і дробово-раціональними виразами; властивості й ознаки многокутників, многогранників і круглих тіл; теоретичні основи булевих алгебр (теорія множин, математична логіка); способи визначення понять і вимог до їх коректності; види математичних тверджень і способи їх обґрунтування.</p> <p>Здобувач володіє фрагментарними уміньми розв'язувати математичні задачі на з'ясування числових залежностей, подільності виразів; розв'язувати математичні задачі на тотожні перетворення; розв'язувати задачі на побудови, розрізування і складання фігур; застосовувати теоретико-множинні і логічні операції при розв'язанні математичних задач; користуватися комбінаторними</p>

	<p>поняттями, правилами й формулами; послуговуватися правилами виводу (висновку) й основними схемами правильних міркувань при обґрунтуванні математичних тверджень.</p> <p>Під час усних та письмових відповідей викладає навчальний матеріал фрагментарно, поверхово, недостатньо розкриває зміст теоретичних питань та практичних завдань.</p> <p>Здатний, з суттєвими недоліками, здійснювати пошук, оброблення та аналіз, систематизації й узагальнення інформації, зокрема професійно-педагогічної з різних джерел; виявляти, ставити та вирішувати проблеми, зокрема, в процесі професійно-педагогічної діяльності. Часто приймає невважені рішення.</p>
<p>Задовільно (60-63 E)</p>	<p>Здобувач частково володіє навчальним матеріалом, виявляє базові знання про концептуальні підходи до побудови арифметики невід’ємних цілих чисел та розвитку поняття числа, систем числення, положення теорії подільності; основні алгебраїчні поняття і правила оперування одночленами, многочленами і дробово-раціональними виразами; властивості й ознаки многокутників, многогранників і круглих фігур; теоретичні основи булевих алгебр (теорія множин, математична логіка); способи визначення понять і вимог до їх коректності.</p> <p>Здобувач уміє з помилками розв’язувати математичні задачі на з’ясування числових залежностей, подільності виразів; розв’язувати прості математичні задачі на тотожні перетворення; розв’язувати не складні задачі на побудову, розрізування і складання фігур; застосовувати теоретико-множинні і логічні операції при розв’язанні математичних задач у простих випадках. Фрагментарно (без аргументації та обґрунтування) викладає навчальний матеріал під час відповідей, недостатньо розкриває зміст теоретичних питань та практичних завдань, допускає при цьому суттєві неточності.</p> <p>Здатний здійснювати пошук, оброблення та аналіз, систематизації й узагальнення інформації, зокрема професійно-педагогічної з різних джерел лише у простих ситуація; частково виявляти, ставити та вирішувати проблеми, зокрема, в процесі професійно-педагогічної діяльності.</p>
<p>Незадовільно (35-59 FX)</p>	<p>Здобувач не володіє навчальним матеріалом, не може викласти зміст більшості питань теми програми під час усних та письмових відповідей, допускає при цьому суттєві помилки. Виявляє фрагментарні, неточні знання про концептуальні підходи до побудови арифметики невід’ємних цілих чисел та розвитку поняття числа, систем числення; про основні алгебраїчні поняття і правила; про властивості й ознаки многокутників, многогранників і круглих фігур; про теоретичні основи булевих алгебр (теорія множин, математична логіка); способи визначення понять і вимог до їх коректності.</p> <p>Здобувач не уміє розв’язувати математичні задачі на з’ясування числових залежностей, подільності виразів; на побудову, розрізування і складання фігур; застосовувати теоретико-множинні і логічні операції при розв’язанні математичних задач.</p> <p>Не здатний здійснювати пошук, оброблення та аналіз, систематизації й узагальнення інформації, зокрема професійно-педагогічної з різних джерел; виявляти, ставити та вирішувати проблеми, зокрема, в процесі професійно-педагогічної діяльності.</p> <p>Здобувач допускається до повторного складання заліку.</p>

Розподіл балів, які отримують здобувачі за результатами поточного і підсумкового контролю

Поточний контроль (практичні заняття, самостійна робота)			ІНДЗ	Сума
Теми	Бали	Разом		
Тема 1	0–9	0–90	10	0–100
Тема 2	0–9			
Тема 3	0–9			
Тема 4	0–9			
Тема 5	0–9			
Тема 6	0–9			
Тема 7	0–9			
Тема 8	0–9			
Тема 9	0–9			
Тема 10	0–9			

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основна література

1. Гібалова Н.В., Карапузова Н.Д., Ржеко В.А. Математика: навч. посібник. ПНПУ ім. В.Г. Короленка. Вид. 2-ге, перероб. Полтава: ТОВ «АСМІ», 2017. 357 с.
2. Довгей Ж.І., Лучко В.С., Мироник В.І. Теоретичні основи математики для студентів напрямку «Початкова освіта» заочної форми навчання: навчальний посібник. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2019. – 172 с.
3. Іонова О. М., Титаренко Л. І., Масюк О. М., Білецька С. А. Математика: Множини та операції над ними. Навчально-методичний посібник – Харків, 2022. – 36 с.
4. Ліба О.М. ТОМ з методикою навчання освітньої галузі «Математика»: Частина 1. Конспект лекцій для студентів денної форми навчання спеціальності 013 «Початкова освіта» ОС «Молодший бакалавр», 2020. – 66 с.
5. Ліба О.М. ТОМ з методикою навчання освітньої галузі «Математика»: Частина 2. Конспект лекцій для студентів денної форми навчання спеціальності 013 «Початкова освіта» ОС «Молодший бакалавр», 2021. – 40 с.
6. Левшин М. М., Лодатко Є. О. Математика: навч. посібник для напряму підготовки 6.010102 «Початкова освіта» пед. навч. закладів : у 3 ч. Ч. І. за заг. ред. Є. О. Лодатка. Тернопіль : Навчальна книга. Богдан, 2019. 264 с.
7. Левшин М. М., Лодатко Є. О. Математика: навч. посібник для напряму підготовки 6.010102 «Початкова освіта» пед. навч. закладів: у 3 ч. Ч. II. за заг. ред. Є. О. Лодатка. Тернопіль: Навчальна книга. Богдан, 2020. 224 с.
8. Шкільняк С.С. Основи математичної логіки: навчальний посібник. К.: НУБіП України, 2020. 102 с.

Допоміжна література

1. Гаєвець Я.С., Яковлева О.М., Каплун В.М. Розвиток числової лінії в курсі математики закладів загальної середньої освіти. Фізико-математична освіта. 2020. Випуск 1(23). С. 164-170.<https://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/publ/1-1-0-613>
2. Гаєвець Я.С., Гордєєва М.А. Формування поняття про час на уроках математики в початковій школі. Інноваційні наукові дослідження у галузі педагогіки та психології: Матеріали Міжнар. наук.-практ. конф. м. Запоріжжя, 7-8 лютого 2020 р. – Запоріжжя: Класичний приватний університет, 2020. – Ч. II. – 128 с.
3. Концепція реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа (НУШ)» на період до 2029 роки. URL: <https://www.kmu.gov.ua/ua/npas/249613934>
4. Державний стандарт початкової загальної освіти. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/688-2019-%D0%BF#Text>
5. Типові освітні програми. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-pochatkovoyi-shkoli>
6. Професійний стандарт “Вчитель початкових класів”. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v1143732-18>
7. Скворцова С.О., Гаєвець Я.С. Нормативні засади навчання математики у початковій школі за концепцією НУШ. Науково-методичні засади формування математичної компетентності здобувачів середньої освіти: монографія / ДЗ «ПНПУ ім. К. Ушинського»; за ред. К. В. Недялкової. Одеса: Видавець ФОП Бойчук, 2021. С. 11 – 38.

Інформаційні ресурси в інтернеті

1. Офіційний сайт Міністерства науки і освіти: <http://www.mon.gov.ua>
2. Бібліотека ПНПУ ім. К.Д.Ушинського: <http://dspace.pdpu.edu.ua/>.
3. Електронна бібліотека НАПН України: <http://lib.iitta.gov.ua/>
4. Освітні сайти:

Наукова електронна бібліотека: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>

Освітній портал «Освіта.UA»: <http://osvita.ua>

Освітній портал [zmist.op.ua](https://zmist.op.ua/courses/internet-resursi-dlya-stvorenniya-navchalnogo-ta-igrovogo-kontentu-z-matematiki/?fbclid=IwAR1pZPkWeBK9-FDUOjvFb_U4KyQ63fpFGv5Qtg_we6HHLaEie4-V0f_BqFc): https://zmist.op.ua/courses/internet-resursi-dlya-stvorenniya-navchalnogo-ta-igrovogo-kontentu-z-matematiki/?fbclid=IwAR1pZPkWeBK9-FDUOjvFb_U4KyQ63fpFGv5Qtg_we6HHLaEie4-V0f_BqFc

«Освітній портал» - все про освіту України: <http://www.osvita.org.ua>

Українська педагогіка: <http://ukped.com>

Портал освітян України «Педрода»: <http://pedrada.com.ua>

5. Сайт Міністерства освіти та науки України з новими правовими документами, які регламентують діяльність сучасної національної школи

<https://www.ed-era.com/>