

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ЗАКЛАД «ПІВДЕННОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені К. Д. УШИНСЬКОГО»

Кафедра математики і методики її навчання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ДО ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНИХ, ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ ТА
ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ

«МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ»

для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти

Галузь знань 01 Освіта / Педагогіка

спеціальність 014.08 Середня освіта (Фізика)

Одеса 2024

УДК: 378.147(046)::37.016:51

*Рекомендовано до друку вченою радою Державного закладу
«Південноукраїнський національний педагогічний
університет імені К. Д. Ушинського»
протокол від «25» січня 2024 року № 8.*

Рецензенти:

Ордановська О. І. - доктор педагогічних наук, доцент кафедри інноваційних технологій та методики навчання природничих дисциплін Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського»

Мітельман І. М. – доцент кафедри методики викладання і змісту освіти КЗВО «Одеська академія неперервної освіти Одеської обласної ради», кандидат фізико-математичних наук, доцент, заслужений вчитель України

Укладачі:

Моторіна В. Г. – доктор педагогічних наук, професор, доцент кафедри математики і методики її навчання Державного закладу Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського

Папач О. І. – кандидат педагогічних наук, старший викладач кафедри математики і методики її навчання Державного закладу Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського

Методичні рекомендації до проведення практичних, семінарських занять та організації самостійної роботи з дисципліни «Методика навчання математики» для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти зі спеціальності 014 Середня освіта (Фізика) / укладачі В.Г.Моторіна, О. І. Папач. – Одеса, Університет Ушинського, 2024. 68 с.

Методичні рекомендації розроблено відповідно до Положення про організацію самостійної роботи студентів Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського» (наказ від 26 червня 2020 року № 139) і робочої програми дисципліни «Методика навчання математики». Методичні рекомендації містять: передмову, теми лекційних занять, плани практичних і лабораторних занять, завдання для самостійної роботи, перелік індивідуальних науково-дослідних завдань, додатки.

ЗМІСТ

ВСТУП	4-6
РОЗДІЛ 1. РОЗДІЛ 1. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ (ПРОФІЛЬНА ШКОЛА). Методика навчання логічної побудови стереометрії, паралельності та перпендикулярності прямих і площин у просторі (Змістовий модуль 1)	7-12
1.1. Теми лекційних занять	7-8
1.2. Плани практичних, семінарських занять і завдання для самостійної роботи	9-12
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ГРАНИЦЬ ФУНКЦІЙ, НЕПЕРЕРВНОСТІ, ПОХІДНОЇ ТА ІНТЕГРАЛІВ. Методика навчання комбінаторики, початкам теорії ймовірності та статистики (Змістовий модуль 2)	13-18
2.1. Теми лекційних занять.....	13-14
2.2 Плани практичних, семінарських занять і завдання для самостійної роботи	15-18
РОЗДІЛ 3. МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ В ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ. Цільові і змістові моделі навчальної дисципліни «ВИЩА МАТЕМАТИКА» у залежності від майбутньої спеціальності здобувачів вищої освіти(Змістовий модуль 3)	19-23
3.1. Теми лекційних занять.....	19-20
3.2. Плани практичних, семінарських занять і завдання для самостійної роботи	21-23
РОЗДІЛ 4. МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ В ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ. Процесуальні моделі навчальної дисципліни «ВИЩА ОСВІТА» в залежності від майбутньої спеціальності здобувачів вищої освіти (Змістовий модуль 4)	24-27
4.1. Теми лекційних занять.....	24
4.2. Плани практичних, семінарських занять і завдання для самостійної роботи	25-27
РОЗДІЛ 4. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ	28-29
ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ	29-35
ОРІЄНТОВНИЙ ПЕРЕЛІК ПРОЄКТІВ З МАТЕМАТИКИ, СПРЯМОВАНИХ НА ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТІ ПРОДУКТИВНОЇ ТВОРЧОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ	36-37
УРОК-ПРОЄКТ «ПРАВИЛЬНІ МНОГОГРАННИКИ».....	38-55
НАВЧАЛЬНИЙ ПРОЄКТ «ПОХІДНІ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ».....	56-61
КОНСПЕКТ УРОКУ НА ТЕМУ «ОБ'ЄМ ПІРАМИДИ ТА КОНУСА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ».....	62-66
РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА	67-68

ВСТУП

Предметом дисципліни «Методика навчання математики» для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти зі спеціальності 014 Середня освіта (Фізика) є освітній процес з математичних дисциплін в закладах загальної середньої освіти (профільна школа) та вищої освіти.

Мета навчання – формування у магістрантів комплексу уявлень про методичні особливості викладання навчальних дисциплін «Алгебра і початки аналізу», «Геометрія» та «Вища математика» у залежності від рівня навчання здобувачів загальної середньої освіти.

Очікувані результати навчання дисципліни

знати:

- основні категорії методики навчання математики в закладах загальної середньої (профільна школа) та вищої освіти;
- логіко-дидактичну побудову навчальних дисциплін «Алгебра і початки аналізу», «Геометрія» та «Вища математика», відповідно, в закладах загальної середньої та вищої освіти;
- специфіку методичного забезпечення навчальних дисциплін «Алгебра і початки аналізу», «Геометрія» та «Вища математика»;
- методичні особливості викладання конкретних тем цих навчальних дисциплін;
- особливості використання сучасних педагогічних та інформаційно-комунікативних технологій навчання математики в закладах загальної середньої (профільна школа) та вищої освіти;

уміти:

- порівнювати цільові, процесуальні і змістові моделі навчальних дисциплін «Алгебра і початки аналізу» та «Геометрія» у залежності від рівня навчання здобувачів загальної середньої освіти і дисципліни «Вища математика» у залежності від майбутньої спеціальності здобувачів вищої освіти;

- виконувати методичний аналіз основних тем дисциплін «Алгебра і початки аналізу», «Геометрія» і «Вища математика»;
- використовувати сучасні педагогічні та інформаційно-комунікативні технології у навчанні математики;
- проводити уроки з «Алгебри і початків аналізу» та «Геометрії» і практичні заняття з «Вищої математики», виконувати методичний аналіз цих занять;
- здійснювати об'єктивний контроль і оцінювання рівня навчальних досягнень здобувачів освіти з «Алгебри і початків аналізу», «Геометрії» і «Вищої математики».

Відповідно до Положення про організацію освітнього процесу у Державному закладі «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського» видами навчальних занять з дисципліни «Методика навчання математики» є лекції, практичні, семінарські заняття, консультації, які можуть проводитися з використанням різних методів аудиторної роботи, зокрема:

- семінар – це форма групового навчального заняття, під час якої відбувається колективне обговорення наукової проблеми;
- обговорення – це форма групового навчального заняття, під час якої в кожній групі обговорюються різні аспекти запропонованої теми та фіксуються наробки у формі опорних схем, після завершення роботи групи обмінюються напрацюваннями;
- ділова гра – ефективний метод активного навчання, в ході якого відбувається імітація професійної діяльності, розвиваються творчі здібності майбутніх вчителів;
- методичний аналіз теми – це метод навчального заняття, на якому здійснюється імітація діяльності вчителя щодо методичного аналізу теми; на занятті визначається тематичне планування, окреслюються основні завдання теми, методи її вивчення, особливості формування понять і уявлень, основні форми навчання;
- майстер-клас – ефективна форма передачі знань і умінь, обміну досвідом під час проведення навчального заняття, яка заснована на практичних діях показу і демонстрації творчого вирішення певного пізнавального та проблемного педагогічного завдання.

– розв’язування практичних завдань – форма навчального заняття, при якій викладач організовує детальний розгляд студентами окремих теоретичних положень навчальної дисципліни та формуються вміння і навички їх практичного застосування шляхом індивідуального виконання студентом відповідно сформульованих завдань.

Організація самостійної роботи з дисципліни «Методика навчання математики» здобувачів другого (магістерського) рівня освіти відбувається згідно Положення про організацію самостійної роботи студентів Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського» (наказ від 26 червня 2020 року № 139), розробленого на підставі Закону України «Про вищу освіту», Положення про організацію освітнього процесу у Державному закладі «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського», Правил внутрішнього розпорядку Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського», Статуту Університету Ушинського.

Самостійна робота студентів з дисципліни «Методика навчання математики» є основним засобом засвоєння навчального матеріалу у вільний від аудиторних занять час і охоплює опрацювання навчального матеріалу, виконання індивідуальних завдань, науково-дослідну роботу тощо.

Індивідуальне навчально-дослідне завдання з дисципліни «Методика навчання математики» спрямоване на створення тематичного портфоліо з навчально-методичним забезпеченням до відповідної теми та профілю класу, серед яких конспекти уроків, конспекти факультативних занять, опорні конспекти, диференційовані самостійні роботи, підбірки задач компетентнісного спрямування, низки презентацій тощо.

**РОЗДІЛ 1. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ЗАКЛАДАХ
ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ (ПРОФІЛЬНА ШКОЛА)
МЕТОДИКА НАВЧАННЯ ЛОГІЧНОЇ ПОБУДОВИ СТЕРЕОМЕТРІЇ,
ПАРАЛЕЛЬНОСТІ ТА ПЕРПЕДИКУЛЯРНОСТІ ПРЯМИХ І ПЛОЩИН
У ПРОСТОРИ (Змістовий модуль 1)**

1.1. Теми лекційних занять

Тема 1. Методичні особливості навчання основних категорій стереометрії, паралельності прямих і площин.

Методика навчання основним поняттям стереометрії, аксіомам та найпростішим наслідкам з них. Взаємне розміщення прямих у просторі. Паралельне проектування і його властивості. Зображення фігур у стереометрії. Означення та ознака паралельності прямої і площини, площин.

Методика формування в учнів вмінь розв'язувати задачі на доведення, конструктивні задачі (на побудову зображень геометричних тіл, побудову перерізів геометричних тіл), на доведення геометричних тверджень, на обчислення геометричних величин.

Тема 2. Методика вивчення тем «Перпендикулярність прямих, прямих і площин у просторі. Перпендикуляр і похила. Перпендикулярність площин.»

Методика навчання означенням та ознаки перпендикулярності прямих, прямих і площин та перпендикулярність площин у просторі. Методичні особливості теорема про три перпендикуляри. Методика введення та вивчення двогранного кута. Методика навчання вимірюванню відстаней у просторі: від точки до площини, від прямої до площини, між площинами. Методичні особливості вимірювання кутів у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами.

Методика формування в учнів вмінь розв'язувати задачі на доведення, конструктивні задачі на побудову зображень геометричних тіл, на доведення геометричних тверджень, на обчислення геометричних величин.

Тема 3. Многогранники та їх елементи. Методика вивчення тем «Площі поверхонь призми та піраміди», «Об'єм призми та піраміди».

Методика вивчення тем «Призма», «Піраміда». Методика введення формул об'ємів призми та піраміди та формування в учнів умінь їх застосовувати.

Методика формування в учнів вмінь розв'язувати задачі на доведення, конструктивні задачі на побудову зображень геометричних тіл, на доведення геометричних тверджень, на обчислення геометричних величин, площ поверхонь та об'ємів призми та піраміди.

Тема 4. Методика вивчення тіл обертання.

Методика вивчення тіл обертання: циліндра, конуса, кулі. Введення понять перерізи циліндра, конуса: осьові перерізи циліндра; перерізи циліндра площинами, паралельними основі. Переріз кулі площиною.

Методика формування в учнів вмінь розв'язувати задачі на доведення, конструктивні задачі на побудову зображень геометричних тіл, на доведення геометричних тверджень, на обчислення геометричних величин.

Тема 5. Методика вивчення тем «Площа поверхні, об'єми тіл обертання»

Методика навчання учнів обґрунтовувати формули площ поверхні циліндра, конуса, сфери, а також формул об'ємів циліндра, конуса і кулі. Методика формування в учнів умінь розв'язувати задачі з тем.

Методика формування в учнів вмінь розв'язувати задачі на доведення, конструктивні задачі на побудову зображень геометричних тіл, на доведення геометричних тверджень, на обчислення площ та об'ємів тіл обертання.

Тема 6. Методика вивчення теми «Координати та вектори в просторі».

Методика вивчення теми «Координати та вектори в просторі».

Методика формування в учнів вмінь розв'язувати задачі на знаходження відстані між двома точками та координат середини відрізка у просторі; знаходження координат векторів та дій над ними, їх скалярного добутку.

Методичні особливості застосування координатного та векторного методів для розв'язування задач з стереометрії та практика їх міжпредметного використання.

Плани практичних, семінарських занять і завдання для самостійної роботи

Тема 1. Методичні особливості навчання основних категорій стереометрії, паралельності прямих і площин.

1. Методика навчання основним поняттям стереометрії, аксіомам та найпростішим наслідкам з них. Взаємне розміщення прямих у просторі. Паралельне проектування і його властивості. Зображення фігур у стереометрії. Означення та ознака паралельності прямої і площини, площин.

2. Методика формування в учнів вмінь розв'язувати задачі на доведення, конструктивні задачі (на побудову зображень геометричних тіл, побудову перерізів геометричних тіл), на доведення геометричних тверджень, на обчислення геометричних величин.

Практичні заняття

1.1. Семінар «Основні категорії стереометрії. Паралельність прямих і площин у просторі. *Ділова гра* «Паралельність у просторі».»

Завдання для самостійної роботи

1. Ознайомитися з методичними особливості навчання основних категорій стереометрії, паралельності прямих і площин.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Дослідити специфіку математичної підготовки здобувачів освіти у закладах вищої освіти.

Тема 2. Методика вивчення тем «Перпендикулярність прямих, прямих і площин у просторі. Перпендикуляр і похила. Перпендикулярність площин.»

1. Методика навчання означенням та ознаки перпендикулярності прямих, прямих і площин та перпендикулярність площин у просторі. Методичні особливості теорема

про три перпендикуляри. Методика введення та вивчення двогранного кута. Методика навчання вимірюванню відстаней у просторі: від точки до площини, від прямої до площини, між площинами. Методичні особливості вимірювання кутів у просторі: між прямими, між прямою і площиною, між площинами.

2. Методика формування в учнів вмінь розв'язувати задачі на доведення, конструктивні задачі на побудову зображень геометричних тіл, на доведення геометричних тверджень, на обчислення геометричних величин.

Практичні заняття

2.1.,2.2. Семінар «Методика вивчення тем «Перпендикулярність прямих, прямих і площин у просторі. Перпендикуляр і похила. Перпендикулярність площин»»

Завдання для самостійної роботи

1. Ознайомитися з методикою вивчення тем «Перпендикулярність прямих, прямих і площин у просторі. Перпендикуляр і похила. Перпендикулярність площин».

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Здійснити методичний аналіз математичної підготовки здобувачів освіти у закладах вищої освіти морського транспорту.

Тема 3. Многогранники та їх елементи. Методика вивчення тем «Площі поверхонь призми та піраміди», «Об'єм призми та піраміди».

1. Методика вивчення тем «Призма», «Піраміда». Методика введення формул об'ємів призми та піраміди та формування в учнів умінь їх застосовувати.

2. Методика формування в учнів вмінь розв'язувати задачі на доведення, конструктивні задачі на побудову зображень геометричних тіл, на доведення геометричних тверджень, на обчислення геометричних величин, площ поверхонь та об'ємів призми та піраміди.

Практичні заняття

3.1.,3.2. Семінар «Специфіка математичної підготовки здобувачів освіти в закладах передвищої освіти у залежності від майбутньої спеціальності»

Завдання для самостійної роботи

1. Многогранники та їх елементи. Методика вивчення тем «Площі поверхонь призми та піраміди», «Об'єм призми та піраміди».

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

2. Здійснити методичний аналіз та специфіку математичної підготовки здобувачів освіти у політехнічних ЗВО.

Тема 4. Методика вивчення тіл обертання.

1. Методика вивчення тіл обертання: циліндра, конуса, кулі. Введення понять перерізи циліндра, конуса: осьові перерізи циліндра; перерізи циліндра площинами, паралельними основі. Переріз кулі площиною.

2. Методика формування в учнів вмій розв'язувати задачі на доведення, конструктивні задачі на побудову зображень геометричних тіл, на доведення геометричних тверджень, на обчислення геометричних величин.

Практичні заняття

4.1.,4.2. Тіла обертання. *Ділова гра* «Методика вивчення теми «Циліндр. Конус. Куля».

Завдання для самостійної роботи

1. Ознайомитися з методикою вивчення тіл обертання.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Ознайомитися зі змістовою структурою теми для різних рівнів навчання математики в профільній школі.

Тема 5. Методика вивчення тем «Площа поверхні, об'єми тіл обертання»

1. Методика навчання учнів обґрунтовувати формули площ поверхні циліндра, конуса, сфери, а також формул об'ємів циліндра, конуса і кулі. Методика формування в учнів умій розв'язувати задачі з тем.

2. Методика формування в учнів вмінь розв'язувати задачі на доведення, конструктивні задачі на побудову зображень геометричних тіл, на доведення геометричних тверджень, на обчислення площ та об'ємів тіл обертання.

Практичні заняття

5.1., 5.2. Семінар «Площі поверхонь та об'єми циліндра, конуса та кулі. Розв'язування практичних завдань.»

Завдання для самостійної роботи

2. Ознайомитися з методикою вивчення тем «Площа поверхні, об'єми тіл обертання».

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

3. Дослідити особливості методичного забезпечення дистанційного навчання математики в закладах передвищої та вищої освіти.

Тема 6. Методика вивчення теми «Координати та вектори в просторі».

1. Методика вивчення теми «Координати та вектори в просторі».

2. Методика формування в учнів вмінь розв'язувати задачі на знаходження відстані між двома точками та координат середини відрізка у просторі; знаходження координат векторів та дій над ними, їх скалярного добутку.

3. Методичні особливості застосування координатного та векторного методів для розв'язування задач з стереометрії та практика їх міжпредметного використання.

Практичні заняття

6.1. 6.2., Семінар «Специфіка математичної підготовки здобувачів освіти в закладах передвищої освіти у залежності від майбутньої спеціальності»

Завдання для самостійної роботи

1. Ознайомлення з методикою вивчення теми «Координати та вектори в просторі».

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Дослідити особливості технології STEM-освіти під час математичної підготовки здобувачів вищої освіти

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ГРАНИЦЬ ФУНКЦІЙ, НЕПЕРЕРВНОСТІ, ПОХІДНОЇ ТА ІНТЕГРАЛІВ. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ КОМБІНАТОРИКИ, ПОЧАТКАМ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТІ ТА СТАТИСТИКИ

(Змістовий модуль 2)

2.1. Теми лекційних занять

Тема 7. Методика вивчення степеневі функції в профільній школі.

Порівняння цільових, процесуальних і змістових аспектів вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.

Методика формування в учнів вмінь здійснювати тотожні перетворення ірраціональних виразів, розв'язувати ірраціональні рівняння і нерівності.

Тема 8. Методика навчання тригонометричних функцій в профільній школі.

Порівняння цільових, процесуальних і змістових аспектів вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.

Методика формування в учнів вмінь здійснювати тотожні перетворення тригонометричних виразів, розв'язувати тригонометричні рівняння і нерівності, системи тригонометричних рівнянь.

Тема 9. Методика навчання показникової і логарифмічної функцій в профільній школі.

Порівняння цільових, процесуальних і змістових аспектів вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.

Методика навчання учнів показникової та логарифмічної функцій, їх властивостей та графіків.

Методика формування в учнів вмінь здійснювати тотожні перетворення логарифмічних виразів, розв'язувати показникові та логарифмічні рівняння і нерівності.

Тема 10. Методика вивчення границь числової послідовності і границь функції.

Різні методичні підходи до вивчення границь у залежності від профілю навчання.

Методика вивчення неперервності та диференційованості функцій. Методика формування в учнів умінь розв'язувати вправи з теми.

Тема 11. Методика вивчення похідної. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їх графіків.

Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Правила диференціювання. Ознака сталості функції. Достатні умови зростання й спадання функції. Екстремуми функції. Методика формування в учнів умінь розв'язувати вправи на визначення монотонності функцій, їх екстремумів. Найбільше і найменше значення функції на проміжку.

Тема 12. Методика вивчення інтеграла і його застосувань.

Методичні особливості вивчення первісної та її властивостей. Визначений інтеграл, його геометричний зміст. Обчислення площ плоских фігур. Методика формування в учнів умінь розв'язувати вправи з теми.

Тема 13. Методика навчання елементам комбінаторики, початкам теорії ймовірності та елементам статистики.

Методика вивчення правила комбінаторики і основних видів сполук: перестановок, розміщень та комбінацій. Класичне визначення ймовірності випадкової події. Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку. Методика формування в учнів умінь розв'язувати вправи з теми.

2.2. Плани практичних, семінарських занять і завдання для самостійної роботи

Тема 7. Методика вивчення степеневі функції в профільній школі.

1. Порівняння цільових, процесуальних і змістових аспектів вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Методика формування в учнів вмінь здійснювати тотожні перетворення ірраціональних виразів, розв'язувати ірраціональні рівняння і нерівності.

Практичні заняття

7.1., 7.2. Степенева функція. *Розв'язування практичних завдань.*

Завдання для самостійної роботи

1. Особливості методики вивчення степеневі функції в профільній школі.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Особливості методики застосування технології «Інтелект-карти» під час математичної підготовки здобувачів вищої освіти.

Тема 8. Методика навчання тригонометричних функцій в профільній школі.

1. Порівняння цільових, процесуальних і змістових аспектів вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Методика формування в учнів вмінь здійснювати тотожні перетворення тригонометричних виразів, розв'язувати тригонометричні рівняння і нерівності, системи тригонометричних рівнянь.

Практичні заняття

8.1., 8.2. *Семінар.* Тригонометричні функції.

Завдання для самостійної роботи

1. Методичні особливості вивчення тригонометричних функцій в профільній школі.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Застосування проектної технології під час математичної підготовки здобувачів вищої освіти.

Тема 9. Методика навчання показникової і логарифмічної функцій в профільній школі.

1. Порівняння цільових, процесуальних і змістових аспектів вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Методика навчання учнів показникової та логарифмічної функцій, їх властивостей та графіків.
3. Методика формування в учнів вмінь здійснювати тотожні перетворення логарифмічних виразів, розв'язувати показникові та логарифмічні рівняння і нерівності.

Практичні заняття

9.1., 9.2. Показникова та логарифмічна функція. *Розв'язування практичних завдань.*

Завдання для самостійної роботи

1. Методичні особливості вивчення показникової та логарифмічної функцій в профільній школі.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Особливості методики застосування дослідницької технології під час математичної підготовки здобувачів вищої освіти

Тема 10. Методика вивчення границь числової послідовності і границь функції.

1. Різні методичні підходи до вивчення границь у залежності від профілю навчання.
2. Методика вивчення неперервності та диференційованості функцій. Методика формування в учнів умінь розв'язувати вправи з теми.

Практичні заняття

10.1., 10.2. Границя числової послідовності. Границя функції. Неперервні і розривні функції. *Розв'язування практичних завдань.*

Завдання для самостійної роботи

1. Специфічні особливості навчальної дисципліни «Вища математика»

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Особливості підготовки та організації тестування під час математичної підготовки здобувачів вищої освіти.

Тема 11. Методика вивчення похідної. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їх графіків.

1. Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Правила диференціювання. Ознака сталості функції. Достатні умови зростання й спадання функції. Екстремуми функції.

2. Методика формування в учнів умінь розв'язувати вправи на визначення монотонності функцій, їх екстремумів. Найбільше і найменше значення функції на проміжку.

Практичні заняття

11.1.,11.2. Методика вивчення похідної. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їх графіків. *Розв'язування практичних завдань.*

Завдання для самостійної роботи

1. Особливості методики вивчення похідної. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їх графіків.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Підготувати підбірку індивідуальних завдань високого рівня з теми.

Тема 12. Методика вивчення інтеграла і його застосувань.

1. Методичні особливості вивчення первісної та її властивостей. Визначений інтеграл, його геометричний зміст. Обчислення площ плоских фігур.

2. Методика формування в учнів умінь розв'язувати вправи з теми.

Практичні заняття

12.1., 12.2. Семінар «Методика вивчення поняття інтеграла». *Майстер клас «Застосування інтеграла».*

Завдання для самостійної роботи

2. Створіть конспект факультативного заняття до теми (профіль класу на вибір здобувача освіти).

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

2. Особливості методики вивчення інтеграла і його застосувань.

Тема 13. Методика навчання елементам комбінаторики, початкам теорії ймовірності та елементам статистики.

1. Методика вивчення правила комбінаторики і основних видів сполук: перестановок, розміщень та комбінацій. Класичне визначення ймовірності випадкової події.

2. Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку. Методика формування в учнів умінь розв'язувати вправи з теми.

Практичні заняття

13.1.,13.2. Семінар-модельовання на тему «Елементи комбінаторики. Методика вивчення початків теорії ймовірності, елементів статистики». *Розв'язування практичних завдань до теми*

Завдання для самостійної роботи

1. Методичні особливості вивчення елементів комбінаторики, початків теорії ймовірності та елементів статистики.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. На основі аналізу матеріалів ЗНО та НТМ презентуйте 10 завдань на статистику.

РОЗДІЛ 3. МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ В ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ.

ЦІЛЬОВІ І ЗМІСТОВІ МОДЕЛІ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «ВИЩА МАТЕМАТИКА» У ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД МАЙБУТНЬОЇ СПЕЦІАЛЬНОСТІ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ (Змістовий модуль 3)

3.1. Теми лекційних занять

Тема 14. Специфічні особливості навчальної дисципліни «Вища математика».

Навчальна дисципліна "Вища математика" в закладах вищої освіти у історичному аспекті. Основні категорії методики навчання математики в ЗВО.

Специфіка математичної підготовки здобувачів освіти в ЗВО у залежності від майбутньої спеціальності і порівняння цільових моделей навчальної дисципліни «Вища математика» Особливості змістових моделей навчальної дисципліни «Вища математика» для студентів медичних закладів вищої освіти. Змістові моделі навчальної дисципліни «Вища математика» для студентів технічних та економічних закладів вищої освіти.

Тема 15. Методика навчання лінійної і векторної алгебри та аналітичній геометрії.

Загальні методичні особливості навчання лінійної і векторної алгебри та аналітичній геометрії.

Методичні особливості вивчення матриць та визначників. Методика навчання розв'язуванню систем лінійних рівнянь. Методика навчання векторам та операціям над векторами. Методика вивчення рівнянь прямої та площини у просторі.

Тема 16. Методичний аналіз тем «Вступ до математичного аналізу» та «Диференціальне числення функцій однієї і багатьох змінних».

Місце і значення даних тем у вищій математики, її зв'язки з іншими темами. Базові поняття та твердження тем. Структура кожної теми.

Методика навчання студентів основних понять і тверджень тем (границі послідовності та функції; похідна функції однієї змінної та багатьох змінних;

властивості цих понять та ін.). Методика формування умінь знаходити границі, диференціювати функції однієї та багатьох змінних, досліджувати функцій за допомогою похідної та застосовувати похідну для розв'язування практично зорієнтованих задач.

Тема 17. Методичний аналіз тем «Невизначений інтеграл» та «Визначений інтеграл».

Місце і значення даних тем у вищій математики, її зв'язки з іншими темами. Базові поняття, твердження і структура кожної теми.

Методика навчання студентів основних понять і тверджень тем (невизначений та визначений інтеграл та їхні властивості; основні методи інтегрування). Методика формування умінь обчислювати інтеграл різних видів та застосовувати інтеграл для розв'язування практично зорієнтованих задач.

3.2. Плани практичних, семінарських занять і завдання для самостійної роботи

Тема 14. Специфічні особливості навчальної дисципліни «Вища математика».

1. Навчальна дисципліна "Вища математика" в закладах вищої освіти у історичному аспекті. Основні категорії методики навчання математики в ЗВО.
2. Специфіка математичної підготовки здобувачів освіти в ЗВО у залежності від майбутньої спеціальності і порівняння цільових моделей навчальної дисципліни «Вища математика» Особливості змістових моделей навчальної дисципліни «Вища математика» для студентів медичних закладів вищої освіти. Змістові моделі навчальної дисципліни «Вища математика» для студентів технічних та економічних закладів вищої освіти.

Практичні заняття

14.1. *Семінар* «Специфіка математичної підготовки здобувачів освіти в закладах вищої освіти у залежності від майбутньої спеціальності».

Завдання для самостійної роботи

1. Провідні форми, методи, прийоми і засоби навчання математики в ЗВО.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Доберіть приклади 2-х цільових моделей навчальної дисципліни «Вища математика», які значно відрізняються у залежності від майбутньої спеціальності здобувачів освіти, порівняйте їх і зробіть висновки.

Тема 15. Методика навчання лінійної і векторної алгебри та аналітичній геометрії.

1. Загальні методичні особливості навчання лінійної і векторної алгебри та аналітичній геометрії.

2. Методичні особливості вивчення матриць та визначників. Методика навчання розв'язуванню систем лінійних рівнянь. Методика навчання векторам та операціям над векторами. Методика вивчення рівнянь прямої та площини у просторі.

Практичні заняття

15.1., 15.2. *Розв'язування практичних завдань з теми «Методика навчання лінійної та векторної алгебри і аналітичної геометрії».*

Завдання для самостійної роботи

1. Особливості методики вивчення лінійної і векторної алгебри та аналітичній геометрії.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Розробити методичний аналіз за однієї з тем: «Системи лінійних рівнянь», «Вектори та операціям над векторами» або «Рівняння прямої та площини у просторі».

Тема 16. Методичний аналіз тем «Вступ до математичного аналізу» та «Диференціальне числення функцій однієї і багатьох змінних».

1. Місце і значення даних тем у вищій математики, її зв'язки з іншими темами. Базові поняття та твердження тем. Структура кожної теми.

2. Методика навчання студентів основних понять і тверджень тем (границі послідовності та функції; похідна функції однієї змінної та багатьох змінних; властивості цих понять та ін.). Методика формування умінь знаходити границі, диференціювати функції однієї та багатьох змінних, досліджувати функції за допомогою похідної та застосовувати похідну для розв'язування практично зорієнтованих задач.

Практичні заняття

16.1, 16.2. *Методичний аналіз тем «Вступ до математичного аналізу» та «Диференціальне числення функцій однієї і багатьох змінних».*

Завдання для самостійної роботи

1. Здійснити методичний аналіз теми «Диференціальне числення функцій однієї і багатьох змінних» для економічних ЗВО.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Зробити підбірку завдань до диференціального числення багатьох змінних, вказати способи їх розв'язання.

Тема 17. Методичний аналіз тем «Невизначений інтеграл» та «Визначений інтеграл».

1. Місце і значення даних тем у вищій математики, її зв'язки з іншими темами. Базові поняття, твердження і структура кожної теми.
2. Методика навчання студентів основних понять і тверджень тем (невизначений та визначений інтеграл та їхні властивості; основні методи інтегрування). Методика формування умінь обчислювати інтеграл різних видів та застосовувати інтеграл для розв'язування практично зорієнтованих задач.

Практичні заняття

- 17.1. Методичний аналіз тем «Невизначений інтеграл» та «Визначений інтеграл».

Завдання для самостійної роботи

1. Методичний аналіз тем «Невизначений інтеграл» та «Визначений інтеграл» для політехнічних ЗВО.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Розробити презентацію на тему «Методи інтегрування».

РОЗДІЛ 4. МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ В ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ.

ПРОЦЕСУАЛЬНІ МОДЕЛІ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «ВИЩА ОСВІТА» В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД МАЙБУТНЬОЇ СПЕЦІАЛЬНОСТІ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ (Змістовий модуль 4)

4.1. Теми лекційних занять

Тема 18. Провідні форми, методи, прийоми і засоби навчання математики. Сучасні технології навчання математики у закладах вищої освіти.

Загальні характеристики провідних форм навчання математики в ЗВО. Методи і прийоми навчання математики в ЗВО. Контроль навчальних досягнень студентів (модульні контрольні роботи, тестовий контроль).

Методичне забезпечення навчальної дисципліни «Вища математика» (програми, підручники та навчальні посібники, інтернет ресурси, методичні рекомендації, плани-конспекти лекцій та ін.).

Використання сучасних педагогічних та інформаційних технологій у навчанні математики в ЗВО (дослідницької, проектної, STEM-освіти, Web-квестів, Інтелект-карт та ін.).

Тема 19. Методика підготовки, проведення і аналізу лекцій з вищої математики.

Методичні характеристики класичної лекції з вищої математики. Методика застосування НІТ на лекціях. Методи і прийоми активізації студентів на лекціях. Етапи підготовки викладача до проведення лекцій з вищої математики.

Специфіка проведення лекцій з основних тем курсу «Вища математика». Схема методичного аналізу проведеної лекції.

Тема 20. Методика підготовки, проведення і аналізу практичних занять з вищої математики.

Методичні характеристики класичного практичного заняття з навчальної дисципліни «Вища математика». Методика застосування НІТ на практичних заняттях.

Методи і прийоми активізації студентів на практичних заняттях. Етапи підготовки викладача до проведення практичних занять з вищої математики.

Специфіка проведення практичних занять з основних тем курсу «Вища математика». Схема методичного аналізу проведеного практичного заняття.

4.2. Плани практичних, семінарських занять і завдання для самостійної роботи

Тема 18. Провідні форми, методи, прийоми і засоби навчання математики.

Сучасні технології навчання математики у закладах вищої освіти.

1. Загальні характеристики провідних форм навчання математики в ЗВО. Методи і прийоми навчання математики в ЗВО. Контроль навчальних досягнень студентів (модульні контрольні роботи, тестовий контроль).
2. Методичне забезпечення навчальної дисципліни «Вища математика» (програми, підручники та навчальні посібники, інтернет ресурси, методичні рекомендації, плани-конспекти лекцій та ін.).
3. Використання сучасних педагогічних та інформаційних технологій у навчанні математики в ЗВО (дослідницької, проектної, STEM-освіти, Web-квестів, Інтелект-карт та ін.).

Практичні заняття

18 .1. *Дискусія* «Сучасні технології навчання математики в закладах вищої освіти».

Завдання для самостійної роботи

1. Ознайомитися з провідними формами, методами, прийомами і засобами навчання математики в ЗВО

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Розробити власний набір форм, методів, прийомів і засобів навчання математики в ЗВО.

Тема 19. Методика підготовки, проведення і аналізу лекцій з вищої математики.

1. Методичні характеристики класичної лекції з вищої математики. Методика застосування НІТ на лекціях. Методи і прийоми активізації студентів на лекціях. Етапи підготовки викладача до проведення лекцій з вищої математики.
2. Специфіка проведення лекцій з основних тем курсу «Вища математика». Схема методичного аналізу проведеної лекції.

Практичні заняття

19 .1. Семінар на тему «Методика підготовки, проведення і аналізу лекцій з вищої математики».

Завдання для самостійної роботи

1. Ознайомитися з методиками підготовки, проведення і аналізу лекцій з вищої математики.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Розробити конспект лекції з вищої математики на вибрану здобувачем освіти тему.

Тема 20. Методика підготовки, проведення і аналізу практичних занять з вищої математики.

1. Методичні характеристики класичного практичного заняття з навчальної дисципліни «Вища математика». Методика застосування НІТ на практичних заняттях. Методи і прийоми активізації студентів на практичних заняттях. Етапи підготовки викладача до проведення практичних занять з вищої математики.
2. Специфіка проведення практичних занять з основних тем курсу «Вища математика». Схема методичного аналізу проведеного практичного заняття.

Практичні заняття

20.1. семінар на тему «Методика підготовки, проведення і аналізу практичних занять з вищої математики».

Завдання для самостійної роботи

1. Ознайомитися з методиками підготовки, проведення і аналізу практичних занять з вищої математики.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання

1. Розробити конспект практичного заняття з вищої математики на вибрану здобувачем освіти тему.

РОЗДІЛ 4. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Вид роботи	Бали	Критерії
Практичні завдання	0 балів	Здобувач не бере участі в практичному занятті, є лише спостерігачем.
	1 бал	Здобувач самостійно розв'язує запропоновані завдання, вміє аналізувати педагогічний, цифровий та методичний інструментарій, необхідний для проектування та моделювання уроку математики та математичних дисциплін в умовах НУШ, дає відповідь на поставлені теоретичні запитання, припускаючись невеликих помилок. Знання здобувача є достатньо повними; він самостійно застосовує відповідний навчальний матеріал, виконуючи практичні завдання; аналізує, робить висновки.
	2 бали	Здобувач бере активну участь у практичному занятті. Правильно підбирає педагогічний, цифровий та методичний інструментарій, необхідний для проектування та моделювання уроку математики та математичних дисциплін в умовах НУШ та обґрунтовує власний вибір, наводить доцільні приклади, спираючись на відповідні документи нормативно-правового характеру.
Самостійна робота	0 балів	Здобувач має фрагментарні уявлення з предмета вивчення; не може виконати елементарні завдання.
	1 бал	Здобувач здатен самостійно опанувати запропонований матеріал і виконати завдання прикладного змісту; виявляє здатність елементарно висловлювати думку; знає послідовність виконання завдання; при виконанні самостійної роботи потребує допомоги викладача.
	2 бали	Здобувач впевнено і аргументовано відтворює матеріал самостійного опрацювання, вільно їм володіє і вміє його застосувати при підготовці уроку.
Індивідуальне навчально-дослідне завдання (доповідь)	0 балів	Завдання не виконано; доповідь має компілятивний характер; висловлювання ні за змістом, ні за формою не відповідає вимогам. Презентація відсутня.
	1-2 бали	<p>Зміст доповіді відповідає заявленій темі, проте тема розкрита частково. Наведені дані і факти обґрунтовують чи ілюструють сформульовані тези лише частково. Достовірність інформації у доповіді має зауваження до точності, обґрунтованості, наявності посилань на джерела первинної інформації. Робота характеризується змістовою цілісністю, зв'язністю і послідовністю викладу, допущено не більше 1 логічної помилки. Здобувач веде себе скуто, невпевнено і напружено, має небагатий набір засобів утримання уваги слухачів.</p> <p>Мультимедійна презентація значною мірою не відповідає вимогам: відсутнє логічне завершення презентації. Слайди наповнені текстовою інформацією, однак не сформульовані тези, ключові чи опорні слова та фрази. Спостерігаються порушення вимог до дизайну презентації: невідповідність кольору і фону; використання шрифтів, що утруднюють</p>

		сприйняття тексту; наявність граматичних помилок.
3-4 бали		<p>Зміст доповіді відповідає заявленій темі, проте тема розкрита неповно, натомість наявні фрагменти, які не відповідають темі. Наведені дані і факти обґрунтовують чи ілюструють сформульовані тези частково (не більше 2 зауважень). До достовірності інформації у доповіді є зауваження. Здобувач володіє навичками доцільної побудови промови, однак відтворює підготовлений текст без врахування особливостей усного мовлення, може втрачати контроль з аудиторією.</p> <p>Не дотримано всіх вимог до створення мультимедійної презентації: спостерігається незначна надмірність тексту презентації, та/або перевантаженість ілюстративним матеріалом. Є незначні недоліки дизайну презентації.</p>
5 балів		<p>Зміст доповіді відповідає заявленій темі. Здобувач глибоко, повно й обґрунтовано розглядає предмет дослідження, подає узагальнення альтернативних теоретичних підходів в межах досліджуваної проблеми. Текст характеризується цілісністю та композиційною грамотністю. Використано достатній обсяг високо якісних інформаційних джерел. Здобувач демонструє вміння будувати розгорнутий монолог з фахової проблематики, логічно, правильно, точно, етично й емоційно висловлювати думку.</p> <p>Студент володіє технікою і культурою мовлення, використовує цитування, вдало імпровізує. Доповідь викликає велике зацікавлення й жваве обговорення у студентському середовищі, наявні позитивні коментарі. Навчальна презентація виконана з дотриманням усіх вимог. Презентація повністю ілюструє й унаочнює доповідь.</p>

ЗАПИТАННЯ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

1. Семінар «Основні категорії стереометрії. Методика вивчення теми «Паралельність у просторі».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Які утруднення можуть виникати у учнів під час ознайомлення з загальними положеннями стереометрії?
3. Чому при введенні понять паралельності прямої і площини доцільним є використання методу аналогії?
4. Чому при введенні поняття паралельність прямих у просторі варто пригадати означення паралельних прямих з планіметрії?
5. В чому на ваш погляд полягає специфіка завдань на засвоєння означуваних та неозначуваних понять, аксіом стереометрії та наслідків з них?
6. Які форми роботи вважаєте найбільш ефективними при вивченні даної теми?
7. Якою є роль задачного матеріалу для формування вмінь класифікувати взаємне розміщення прямих, встановлювати їх паралельність, зображати фігури в просторі? (навести приклади)

2. Семінар-конструювання конспектів уроків до теми «Перпендикулярність прямих, прямих і площин у просторі. Перпендикуляр і похила. Перпендикулярність площин».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Дайте методичну схему вивчення теми.
3. Який матеріал з планіметрії слід повторити для вдалого засвоєння теми?
4. Охарактеризуйте роль наочності при вивченні теми.

3. Круглий стіл на тему «Многогранники та їх елементи. Методика вивчення тем «Площі поверхонь призми та піраміди», «Об'єм призми та піраміди».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Дайте методичну схему побудови перерізів многогранників на прикладі куба.
3. Які засоби рекомендуєте використовувати для кращого усвідомлення означень і властивостей кожного многокутника?
4. Запропонуйте тему окремого уроку, який можна провести за технологією перевернутого класу.

4. Тіла обертання. Ділова гра «Методика вивчення теми «Циліндр. Конус. Куля».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Дайте методичну схему вивчення теми.
3. Надайте методичні рекомендації щодо зображення циліндрів, конусів, куль, позначення перетинів та кутів.

5. Круглий стіл «Специфіка математичної підготовки здобувачів освіти в ЗВО у залежності від майбутньої спеціальності».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Дайте методичну схему вивчення теми.
3. Дайте рекомендації щодо унаочнення теоретичного матеріалу теми.
4. Охарактеризуйте методику розв'язування задач на комбінацію геометричних тіл.

6. Дискусія на тему «Методика вивчення теми «Координати та вектори в просторі».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Дайте методичну схему вивчення теми.
3. В чому полягає суть координатного методів?

4. В чому полягає суть векторного методів?

7. Вирішення практичних завдань до теми «Методика вивчення степеневі функції в профільній школі».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.

2. Дайте алгоритм тотожних перетворень виразів, які містять корені n -го степеня.

3. Дайте алгоритм розв'язування ірраціональних рівнянь.

8. Вирішення практичних завдань до теми «Методика навчання тригонометричних функцій в профільній школі».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.

2. Дайте алгоритм побудови графіків тригонометричних функцій.

3. Дайте алгоритм ознайомлення учнів з правилом зведення кутів тригонометричних функцій до гострих.

4. Підготуйте опорний конспект до теми «Розв'язування тригонометричних рівнянь».

9. Вирішення практичних завдань до теми «Методика навчання показникової і логарифмічної функцій в профільній школі».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.

2. Дайте методичні рекомендації щодо розв'язання завдань, пов'язаних з властивостями показникової та логарифмічної функцій.

3. Підготуйте опорний конспект щодо розв'язування показникових рівнянь і нерівностей.

4. Підготуйте опорний конспект щодо розв'язування логарифмічних рівнянь і нерівностей.

10. Вирішення практичних завдань до теми «Границя числової послідовності. Границя функції. Неперервні і розривні функції».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Дайте методичні рекомендації щодо підбору завдань, пов'язаних з границями числової послідовності і границями функції та способами їх розв'язання.
3. Презентуйте типові завдання на неперервність та розриви функції і способи їх розв'язання.

11. Семінар-моделювання на тему «Методика вивчення похідної в шкільному. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їх графіків».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Дайте методичну схему вивчення теми.
3. Дайте алгоритм дослідження функції та побудови ескізу її графіка із застосуванням похідної.
4. Запропонуйте теми бінарних уроків з використанням теми «Похідна». Охарактеризуйте типові утруднення учнів при вивченні теми.

12. Семінар «Методика вивчення поняття інтеграла». *Майстер клас* «Застосування інтеграла».

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Дайте методичну схему вивчення теми.
3. Запропонуйте теми інтегрованих уроків з використанням теми «Первісна та її застосування».
4. Підготуйте довідниковий матеріал до теми.
5. Дайте алгоритм обчислення визначеного інтеграла на основі побудови графіків. Охарактеризуйте типові утруднення учнів при вивченні теми.

13. Семінар-моделювання на тему «Елементи комбінаторики. Методика вивчення початків теорії ймовірності, елементів статистики». *Розв'язування практичних завдань до теми*

1. Порівняйте цільові, процесуальні і змістові аспекти вивчення теми відповідно до різних рівнів навчання математики в профільній школі.
2. Дайте алгоритм розв'язування комбінаторних задач на використання правил множення і додавання.
3. Дайте методичні рекомендації щодо формування в учнів уявлень про основні поняття теорії ймовірностей.
4. Дайте методичні рекомендації щодо введення бінома Ньютона та обчислення біноміальних коефіцієнтів.
5. Дайте методичні рекомендації щодо розв'язання рівнянь з використанням формул комбінаторики.
6. Охарактеризуйте типові задачі з теорії ймовірностей.
7. Дайте методичну схему вивчення елементів математичної статистики.
8. Аргументуйте можливості формування наскрізного вміння критично мислити на навчальному матеріалі елементам статистики.

14. Семінар «Специфіка математичної підготовки здобувачів освіти в закладах вищої освіти у залежності від майбутньої спеціальності».

1. Доведіть, що математична підготовка здобувачі вищої освіти суттєво залежить від їхньої майбутньої спеціальності.
2. Наведіть приклади з робочих програм щодо змісту дисципліни «Вища математика» відповідно до профілю закладу передвищої та вищої освіти.

15. Розв'язування практичних завдань з теми «Методика навчання лінійної та векторної алгебри і аналітичної геометрії».

1. Які основні теми лінійної та векторної алгебри і аналітичної геометрії вивчають у закладах передвищої освіти на базі повної середньої освіти?
2. Методичний аналіз теми «Матриці та визначники».

16. Методичний аналіз тем «Вступ до математичного аналізу» та «Диференціальне числення функцій однієї і багатьох змінних».

1. Визначити особливості методичного аналізу теми «Вступ до математичного аналізу».
2. Визначити особливості методичного аналізу теми «Диференціальне числення функцій однієї і багатьох змінних».
3. Презентувати підбірку завдань до диференціального числення багатьох змінних і способи їх розв'язання.

17. Методичний аналіз тем «Невизначений інтеграл» та «Визначений інтеграл».

1. Особливості методичного аналізу теми «Невизначений інтеграл».
2. Особливості методичного аналізу теми «Визначений інтеграл».

18. Дискусія «Сучасні технології навчання математики в закладах вищої освіти».

1. Дослідіть, які сучасні педагогічні та інформаційні технології доцільно використовувати у навчанні математики в ЗВО?
2. Проаналізуйте, чи є перспективною дослідницька технологія у навчанні вищої математики? Привести приклади.
3. Оцініть перспективи STEM-освіти.

19. Майстер-клас «Методика підготовки, проведення і аналізу лекцій з вищої математики».

1. Створити план-конспект лекції на тему «Невизначений інтеграл».
2. Продемонструвати презентацію до лекції.
3. Здійснити аналіз представленої лекції.

20. Майстер-клас «Методика підготовки, проведення і аналізу практичних занять з вищої математики».

1. Створити план-конспект практичного заняття на тему «Невизначений інтеграл».
2. Продемонструвати презентацію до практичного заняття.
3. Підготувати дидактичні матеріали до тестування або самостійної роботи з теми практичного заняття за варіантами різних рівнів складності.
3. Зробити аналіз представленого практичного заняття.

ОРІЄНТОВНИЙ ПЕРЕЛІК ПРОЄКТІВ З МАТЕМАТИКИ, СПРЯМОВАНИХ НА ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТІ ПРОДУКТИВНОЇ ТВОРЧОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

	Навчальна тема	Теми проєктів для позакласної роботи				Теми проєктів, для включення до уроку
		Дослідницькі	Інформаційні	Творчі	Практичні	
Алгебра 10 клас	Степенева функція	«Чи може бути асимптотичною кривою гіпербола?», «Ірраціональності в архітектурі. Підковоподібні та стрічаті арки та купола»	«Побудова графіка уявно заданої функції на прикладі лемніскати Бернуллі»	«Ірраціональні числа в давнину і середні віки. Дійсні числа як нескінченні десяткові дроби в XVI-XVII ст.»	«Графік степеневі функції з модулями та його практичне застосування»	«Вкладені модулі», «Добування кубічного кореня та вгадування днів тижня за названими датами»
Геометрія 10 клас	Перпендикулярність прямих і площин	«7 способів доведення теореми Піфагора», «Наслідки теореми Піфагора в стереометрії»	«Симетрія в національних узорах»	«Літери в кубі», «Геометричні парадокси»	«Симетрія як основна гармонія у містобудуванні» (виставка плакатів робіт)	«Розв'язання практичних задач за допомогою побудови креслень геометричних тіл»
Алгебра 11 клас	Похідна та її застосування	«Застосування похідної до розв'язання стереометричних задач», «Застосування похідної до розв'язання рівнянь і нерівностей», «Похідна по комплексній змінній», «Часткова похідна»	«Елементи історизму у формуванні математичної термінології», «Додавання графіків функцій», «Жозеф Луї Лагранж (1736-1813)»	Бізнес план створення «Салону відеопрокату»	«Похідна як швидкість зміни функції»	«Прикладна спрямованість екстремальних задач», «Еластичність попиту та неперервний прибутковий потік»

Геометрія 11 клас	Многогранники	«Правильні многогранники в живій природі», «Для чого потрібні різноманітні геометрії?», «Нові способи вимірювання площ – формула прямокутників, формула трапеції та формула Симпсона»	«Тіла Пуансо та Архімедові тіла», «Вписані та описані многогранники», «Проблема Гольдбаха»	«Геометрія навколо нас», «Порівняльний аналіз задач на побудову многокутників та многогранників»	«Побудова на кресленні точки перетину прямої з поверхнями геометричних тіл», «Відповідність площі приміщення санітарно-гігієнічним нормам»	«Правильна піраміда і залежність між кутами»
Геометрія 11 клас	Об'єми і поверхні тіл обертання	«Пошук найменшої поверхні», «Конічні кільця і коди», «Чи можна визначити кількість води у двох різних сосудах з погляду?»	«Загадки еліпса», «Сума кутів трикутника без постулату Евкліда»	«Моделі до уроків стереометрії», «Збірник задач, на обчислення площ та об'ємів тіл обертання та многогранників з використанням красзнавчого матеріалу»	«Енергетична структура піраміди», «Розробка проекту одноповерхового замиського будиночка розміром 8м×10м»	«Вимірювальні роботи на місцевості в курсі геометрії»

УРОК-ПРОЕКТ

Тема. ПРАВИЛЬНІ МНОГОГРАННИКИ

Мета уроку: сформувати в учнів поняття про правильні многогранники; ознайомити з видами правильних многогранників: тетраедром, кубом, октаедром, додекаедром, ікосаедром; розвивати просторову уяву, логічне мислення, увагу, пам'ять, культуру математичного мовлення й записів; виховувати інтерес до математики, наполегливість, активність, працьовитість.

Очікувані результати: учні повинні розпізнавати п'ять видів правильних многогранників; розв'язувати найпростіші задачі на знаходження елементів правильних многогранників.

Основні поняття: правильний многогранник, правильний тетраедр, правильний гексаедр, правильний октаедр, правильний додекаедр, правильний ікосаедр.

Обладнання: підручник, моделі правильних многогранників, презентації учнів.

Тип уроку: засвоєння нових знань.

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

Учитель відповідає на запитання, які виникли в учнів під час виконання домашнього завдання.

III. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ

Бліцопитування

1. Який многокутник називається правильним?
2. Що називається тетраедром?
3. Який многокутник має всі грані у вигляді правильних чотирикутників?
4. Чому дорівнює сума плоских кутів при вершині куба?
5. Яким має бути натуральне число n , щоб існував правильний n -кутник?

IV. ФОРМУВАННЯ ТЕМИ, МЕТИ Й ЗАВДАНЬ УРОКУ; МОТИВАЦІЯ

НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Вступне слово вчителя

Кожний з нас знайомий з найпростішими просторовими математичними фігурами – многогранниками. З деякими з них ви почали знайомитись ще в дитинстві, граючись кубиками та збираючи конструктор. Найпоширеніша дитяча іграшка – кубик дає нам первинні знання про куб – один з видів правильних многогранників.

Жодне геометричне тіло не має такої довершеності та краси, як правильні многогранники. «Правильних многогранників так мало, написав колись Льюїс Керролл, – але цей скромний за кількістю загін зумів увійти в самі глибини різних наук». Льюїс Керролл – англійський письменник, математик, філософ та фотограф. Найбільш відомі його роботи – «Аліса в Країні чудес» і «Аліса в Задзеркаллі».

Сьогодні на уроці ми ознайомимося з поняттям правильних многогранників, їх видами та елементами. Знайдемо правильні многогранники у природі.

Властивості деяких многогранників, про які ви сьогодні дізнаєтеся, здавна привертала увагу філософів, священиків, архітекторів, ювелірів.

V. СПРИЙНЯТТЯ Й УСВІДОМЛЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

У курсі планіметрії ви познайомилися з правильними многокутниками. Многокутник називається правильним, якщо у нього всі сторони і всі кути рівні. Існує безліч правильних многокутників.

Опуклий многогранник називається правильним, якщо його грані є правильними многокутниками з однією й тією ж кількістю сторін, а в кожній вершині многогранника сходиться одне і те ж число ребер.

Існує п'ять типів правильних опуклих многогранників:

- правильний тетраедр;
- правильний гексаедр (куб);
- правильний октаедр;
- правильний додекаедр;
- правильний ікосаедр.

Назва многогранників складається з двох частин і у перекладі позначає кількість граней («тетра» – 4, «гекса» – 6, «окта» – 8, «додека» – 12, «ікоса» – 20, «едра» – грань).

А зараз кожній групі надається слово для представлення свого правильного многогранника. Також після виступу кожної групи ми будемо заповнювати наступну таблицю:

Назва правильного многогранника	Вид грані	Число сторін грані	Число граней, які сходяться в кожній вершині	Число граней	Число ребер	Число вершин
Тетраедр						
Гексаедр						
Октаедр						
Ікосаедр						
Додекаедр						

Учні демонструють свої презентації за групами відповідного правильного многогранника

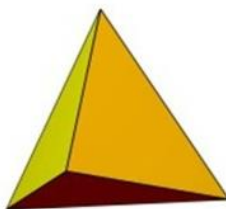
I група «Правильний тетраедр»

1-й учень демонструє модель.

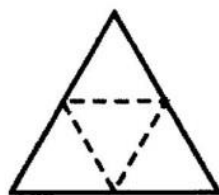
Правильним тетраедром називається многогранник, у якого всі грані – правильні трикутники і в кожній вершині сходиться 3 ребра. Крім того, тетраедр – це правильна піраміда, всі ребра якої рівні.

I група «Правильний тетраедр»

Модель



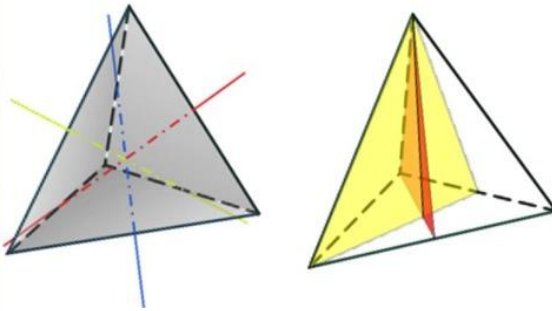
Розгортка



Демонструються слайди, підготовлені учнями.

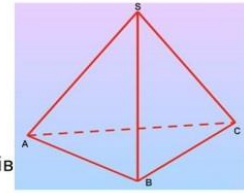
Правильний тетраедр

Має 3 осі симетрії, 6 площин симетрії

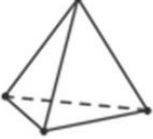


Правильний тетраедр

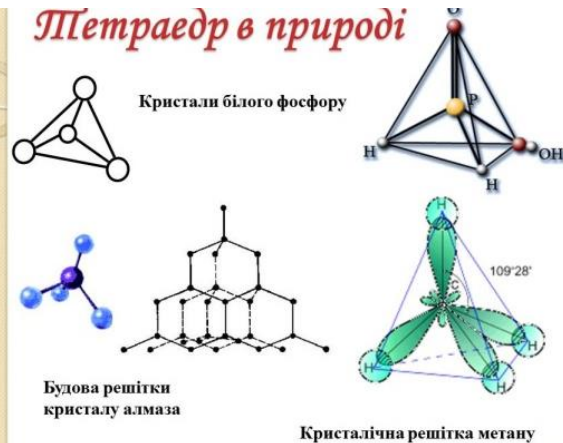
- ✓ Складається з чотирьох рівносторонніх трикутників;
- ✓ Кожна його вершина є вершиною трьох трикутників.
- Отже, сума плоских кутів при кожній вершині дорівнює 180° .



Правильний тетраедр

Зображення	Елементи
	Вершин – 4; Ребер – 6; Граней – 4
<p>Кількісні характеристики</p> $R = \frac{a}{4}\sqrt{6}$ $r = \frac{a\sqrt{6}}{12}$ $S = a^2\sqrt{3}$ $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$	

Тетраедр в природі



Учня наводять приклади тетраедра в природі, дають історичну довідку про правильні многогранники в природі та побуті.

Правильні многогранники в природі та побуті

Правильні многогранники – тетраедр, октаедр, гексаедр, додекаедр, ікосаедр – гармонійні витвори людської фантазії та природи.

У давнину їх називали космічними або платоновими тілами. Властивості правильних многогранників досліджували піфагорійці ще в VI ст. до н.е. Згідно з ученням піфагорійців правильні многогранники знаходяться в тісному зв'язку з навколишнім світом. Платон приписував природним стихіям форми правильних многогранників: Землі – куба, вогню – тетраедра, воді – ікосаедра, повітря – октаедра. Форму додекаедра, на думку Платона, Бог надав Всесвіту. На Сході в середні віки правильні многогранники так і називалися: тіло Землі, тіло Вогню тощо.

Краса і дивовижні властивості многогранників дивували не одне покоління математиків, філософів, природодослідників. У багатьох 51 музеях планети зберігаються дивні іграшки та різні предмети, які мають форми правильних многогранників. Так, у Єгипетській залі Британського музею зберігаються іграшки у формі ікосаедра. Вважають, що вони належать династії Птолемеїв. Розкопки в Монте Лоффа під Падуєю показали, що улюбленою іграшкою етруських дітей були додекаедри. А це було 2,5 тисячі років тому.

І в наш час є багато побутових дзеркал, календарів, вуличних ліхтарів тощо, які виготовляють у формі правильних многогранників.

А чи існують правильні многогранники в природі? Чи вони є лише витвором фантазії людини? Виявляється, і природа конструює свої структури, використовуючи форми правильних многогранників. Серед реальних кристалів виявлено форми тетраедра, гексаедра, додекаедра. Наприклад, у формі гексаедра можна виростити кам'яну сіль. Дослідження показали, що багато вірусів мають форму правильних многогранників. Усі так звані «сферичні віруси», у тому числі й небезпечний вірус поліомієліту, являють собою ікосаедри, а не сфери, як вважали раніше. З допомогою сучасних аналізів було досліджено вірус Тіріїа. Виявилось, що він також має форму ікосаедра. Чому віруси набувають форми саме правильних многогранників? Причина полягає в так званій екстремальній властивості правильних многогранників, тобто їх здатності обмежувати собою більший об'єм, ніж будь-яке інше тіло з такою самою кількістю граней. Або це те саме, що й мати найменшу поверхню серед усіх тіл, у яких однаковий об'єм і одна й та сама кількість сторін.

Тому вірус у формі ікосаедра досягає максимальної економії генетичної інформації.

II група «Правильний гексаедр»

1-й учень демонструє модель.

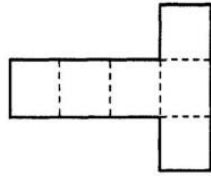
У куба всі грані – квадрати, у кожній вершині сходиться по три ребра. Куб – це прямокутний паралелепіпед, у якого всі ребра рівні.

II група «Правильний гексаедр»

Модель



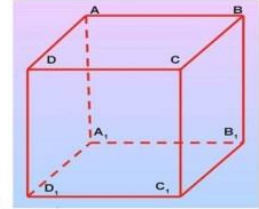
Розгортка



13

Правильний гексаедр

- ✓ Складений з шести квадратів;
- ✓ Кожна вершина куба є вершиною трьох квадратів.
- ✓ Отже, сума плоских кутів при кожній вершині рівна 270° .

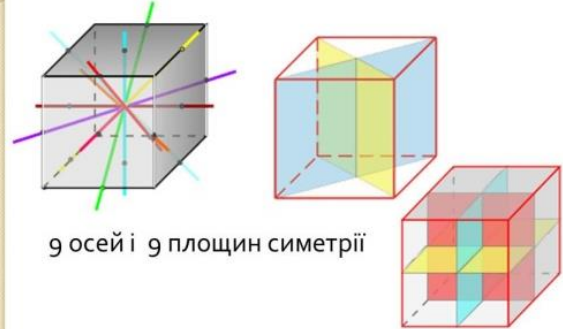


Правильний гексаедр

Зображення	Елементи
	Вершин – 8; Ребер – 12; Граней – 6
<p><i>Кількісні характеристики</i></p> $R = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ $r = \frac{a}{2}$ $S = 6a^2$ $V = a^3$	

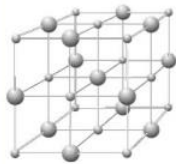
Правильний гексаедр

Центр симетрії – точка перетину діагоналей



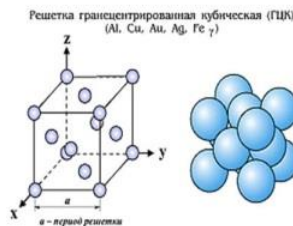
9 осей і 9 площин симетрії

Гексаедр (куб) в природі



Кристалічна
решітка повареної
солі

Форму куба мають
кристалічні решітки
багатьох металів



Учні наводять приклади кубу в природі, подають історичну довідку про гексаедр і корозію металів.

Гексаедр і корозія металів

Правильні многогранники не тільки зачаровують своєю привабливістю. Виявляється, що вони містять багато загадок, а найімовірніше, з їх допомогою можна розгадати багато загадок природи. Ось одна з них.

Хіміки добре знають, як відбувається корозія металів. Але з чого вона

починається, досі не розгадано. Професор Д. Уорбер, досліджуючи антикорозійні сплави сталі, висунув молекулярну теорію корозії. «Атоми металу, – пояснює вчений, – утворюють куб, кожна сторона якого містить по атому заліза. Якщо в центрі куба є ще один атом заліза, то вся «конструкція» легко піддається дії атомів кисню – головних ворогів металу. Якщо такого атома не виявляється в центрі куба, корозія майже не діє».

Знання геометрії корозії металів, можливо, в недалекому майбутньому допоможе металургам в одержанні нових нержавіючих сортів сталі.

III група «Правильний октаедр»

1-й учень демонструє модель.

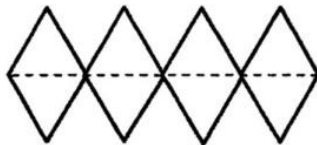
Октаедр – це правильний многогранник, у якого грані – правильні трикутники і в кожній вершині сходяться чотири ребра.

III група «Правильний октаедр»

Модель

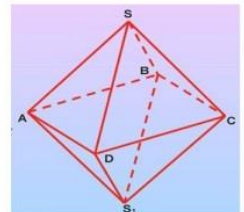


Розгортка



Правильний октаедр

- ✓ Складається з восьми рівносторонніх трикутників;
- ✓ Кожна вершина октаедра є вершиною чотирьох трикутників.
- Отже, сума плоских кутів при кожній вершині дорівнює 240° .

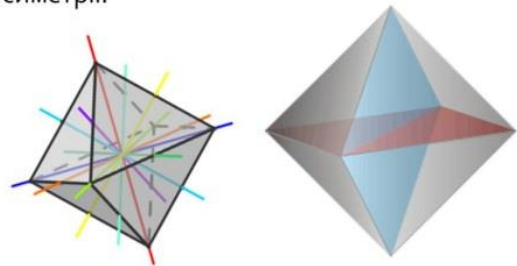


Правильний октаедр

Зображення	Елементи
	Вершин – 6; Ребер – 12; Граней - 8
<p><i>Кількісні характеристики</i></p> $R = \frac{a}{2}\sqrt{2}$ $r = \frac{a}{6}\sqrt{6}$ $S = 2a^2\sqrt{3}$ $V = \frac{a^3}{3}\sqrt{2}$	

Правильний октаедр

9 осей симетрії, 9 площин симетрії;
Центр симетрії – точка перетину осей симетрії.



Октаедр в природі



Кристали
алмаза

Вуглець С характеризується структурою октаедра



22

Учні наводять приклади октаедру в природі, подають історичну довідку про геометрію галактик.

Геометрія галактик

Ще молодим Кеплер пов'язував правильні многогранники з орбітами відомих на той час планет. Він міркував так: відомо шість планет, а правильних многогранників – п'ять. І проміжків між планетами – п'ять. Очевидно, це не випадковий збіг: між планетами і правильними многогранниками існує зв'язок. Цей зв'язок астроном зображав так: навколо сонця описував найбільшу кулю. По ній рухається Сатурн. У цю кулю вписував куб, а в нього знову кулю – орбіту Марса.

Між Марсом і Землею виявиться додекаедр, між Землею і Венерою – ікосаедр, а Венеру і Меркурій розділяє октаедр. Точних значень орбіт Кеплер не одержував. І взагалі його модель виявилася хибною. Кількість відкритих планет збільшилася, а кількість платонових тіл залишилася сталою. Тому Кеплер не зміг до кінця встановити зв'язок між правильними многогранниками і космічними тілами.

А ось яку гіпотезу висунули сучасні естонські математики й астрономи: «Всесвіт – це сукупність гігантських многогранників, утворених галактиками і супергалактиками». Вважалося, що космічна речовина, яку в побуті називають зірками, більш або менш рівномірно розподіляється в космосі. Доктор фізико-математичних наук Я. Ейнасто з Інституту астрофізики й фізики атмосфери Академії наук Естонії дійшов висновку, що галактики та їх скупчення розміщені в порядку, що нагадує бджолині стільники величезних розмірів – більше ніж 650 млн. світових років.

Стільники мають форми правильних многогранників. І чим ближче до місць

стикування їх частин, тим сильніше сконцентрована космічна речовина.

Сьогодні ця гіпотеза досліджується багатьма вченими. Можливо, в недалекому майбутньому комусь із нас пощастить її довести.

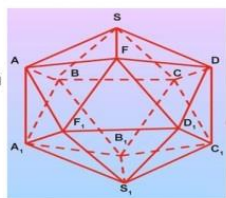
IV група «Правильний ікосаедр»

1-й учень демонструє модель.

Ікосаедр – правильний многогранник, грані якого – правильні трикутники і в кожній вершині сходиться по 5 ребер.

Правильний ікосаедр

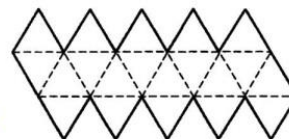
- ✓ Складається з двадцяти рівносторонніх трикутників;
- ✓ Кожна вершина ікосаедра є вершиною п'яти трикутників.
- ✓ Отже, сума плоских кутів при кожній вершині дорівнює 300° .



IV група «Правильний ікосаедр»

Модель

Розгортка



23

Правильний октаедр

Зображення



Елементи

Вершин – 6;
Ребер – 12;
Граней – 8

Кількісні характеристики

$$R = \frac{a}{2}\sqrt{2}$$

$$r = \frac{a}{6}\sqrt{6}$$

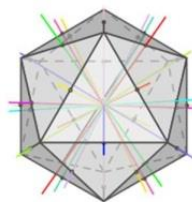
$$S = 2a^2\sqrt{3}$$

$$V = \frac{a^3}{3}\sqrt{2}$$

20

Правильний ікосаедр

15 осей і площин симетрії.



Учні наводять приклади ікосаедра в природі, подають історичну довідку про промені кристала Землі.

Ікосаедр в природі

- **Кристал бору має форму ікосаедра**

- **У біології** німецький біолог початку ХХ століття Еге Геккель дослідив, що одноклітинні організми – феоцарії, точно передають форму ікосаедра



- **У фізиці** капсиди багатьох вірусів (*наприклад*, бактеріофаги, мімовірус)

27

У променях кристала Землі

Ще у двадцятих роках ХХ ст. учений Кислицин висунув гіпотезу, згідно з якою Земля є гігантським многогранником-кристалом. Взагалі, Землю у вигляді кристала уявляли і до нього. Пальму першості слід віддати Піфагору, Платону та Архімеду. Деякі сучасні французькі вчені й сьогодні підтримують теорію додекаедричної форми Землі. Вони вважають цю форму закінченою. З цим не погоджувався Кислицин. Те, що у французів було «фінішем», він прийняв за «старт». За гіпотезою Кислицина, геосфера Землі піддається деформації і з геододекаедра переходить в геоікосаедр. Перехід з однієї кристалічної форми в іншу є повним.

Геододекаедр виявився вписаним у сітку ікосаедра. На думку Кислицина, у вузлах гігантської сітки знаходяться поклади корисних копалин. Так, ще у двадцятих роках завдяки своїй моделі Землі він передбачив 12 алмазоносних центрів, у тому числі 7 на території колишнього СРСР. З указаних Кислициним центрів не відкриті лише п'ять – це ті, що знаходяться на території країн, які не входять до колишнього СРСР.

Група сучасних учених-дослідників (В. Макаров, В. Морозов, Н. Гончаров) висунула нову гіпотезу ікосаедро-додекаедричної структури Землі, згідно з якою куля має форму і властивості кристала, що росте і впливає на розвиток усіх природних процесів, які відбуваються на планеті. За гіпотезою ікосаедро-додекаедричної системи Землі, ранні цивілізації виникли у вузлах ікосаедро-додекаедричної структури Землі,

а розломи – центри світових аномалій магнітного поля, серединно-океанічні хребти – центри високих і низьких атмосферних тисків, місця сейсмічної та вулканічної активності – розміщені вздовж ребер ікосаедра, а в окремих місцях паралельні їм.

Система ікосаедро-додекаедричної структури Землі, як вважають автори досліджень, може знайти ряд практичних застосувань у прогнозуванні покладів корисних копалин, атмосферних процесів тощо.

Так, з допомогою фотографування з космосу дешифровано гігантський розлом у Західному Пакистані, який тягнеться вздовж ребра ікосаедра.

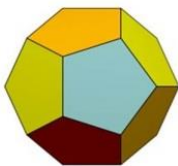
V група «Правильний додекаедр»

1-й учень демонструє модель.

Додекаедр – це такий правильний многогранник, грані якого – правильні п'ятикутники і в кожній вершині сходиться по 3 ребра.

V група «Правильний додекаедр»

Модель

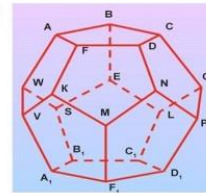


Розгортка



Правильний додекаедр

- ✓ Складається з дванадцяти правильних п'ятикутників;
- ✓ Кожна вершина додекаедра є вершиною трьох правильних п'ятикутників.
- ✓ Отже, сума плоских кутів при кожній вершині дорівнює 324° .



Правильний додекаедр

Зображення



Елементи

Вершин – 20;
Ребер – 30;
Граней – 12

Кількісні характеристики

$$R = \frac{a}{4} (1 + \sqrt{5}) \sqrt{3}$$

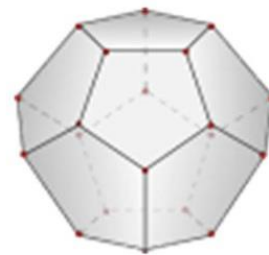
$$r = \frac{a \sqrt{10(25 + 11\sqrt{5})}}{20}$$

$$S = 3a^2 \sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})}$$

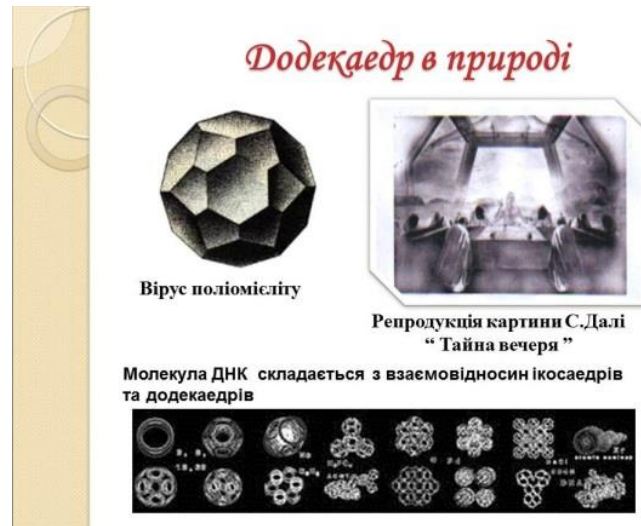
$$V = \frac{a^3 (15 + 7\sqrt{5})}{4}$$

Правильний додекаедр

15 площин симетрії.



Учні наводять приклади додекаедра в природі, подають історичну довідку про пам'ятник тим, хто не вірить у математику.



Пам'ятник тим, хто не вірить у математику

Розповідають, що одного разу до відомого математика А.М. Колмогорова звернулися будівельники однієї з гідроелектростанцій за порадою. Вони повідомили, що швидка течія не дає змоги перекрити русло річки звичайним способом. Тому будівельники хотіли знайти форму кам'яних брил, якими можна було б зупинити течію річки. Учені зробили розрахунки і встановили, що річку потрібно перекрити бетонними тетраедрами. Крім того, вони підраховали, що таких правильних тетраедрів повинно бути сім з половиною тисяч. Будівельники засумнівалися в правильності розрахунків математиків і, щоб уникнути помилки, спочатку подвоїли кількість пірамід, а потім добавили ще трохи зайвих і приготували аж тридцять п'ять тисяч пірамід. Кинули в річку сім з половиною тисяч, і цього було досить, щоб перекрити течію річки. А решта пірамід залишилися на березі як пам'ятник тим, хто не вірить у математику.

Робота в групах

Учні працюють у групах над складанням зведеної таблиці «Правильні многогранники» із подальшим коментарем біля дошки.

Оскільки існує п'ять видів правильних многогранників (див. рис. 1), то кожна з

п'яти груп отримує модель якогось із них і визначає:

- 1) вид грані;
- 2) число граней;
- 3) число вершин;
- 4) число ребер.

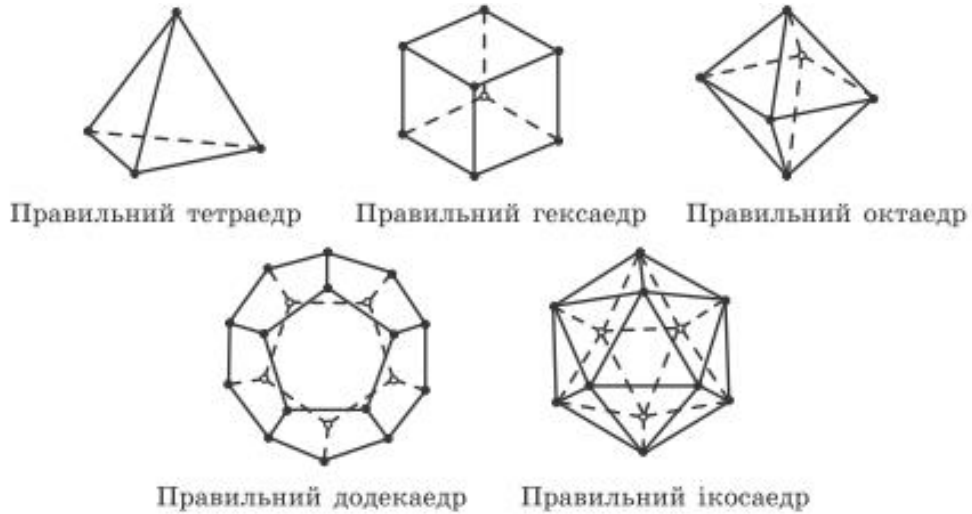


Рис. 1


Після невеликого дослідження учні колективно складають зведену таблицю:

Назва правильного многогранника	Вид грані	Число сторін грані	Число граней, які сходяться в кожній вершині	Число вершин	Число граней	Число ребер
Тетраедр	Правильний трикутник	3	3	4	4	6
Гексаедр	Правильний чотирикутник	4	3	8	6	12
Октаедр	Правильний трикутник	3	4	6	8	12
Ікосаедр	Правильний трикутник	3	5	12	20	30
Додекаедр	Правильний п'ятикутник	5	3	20	12	30

Учитель просить знайти число $(B + \Gamma - 2)$ у кожному з цих випадків і порівняти отриманий результат із числом ребер.

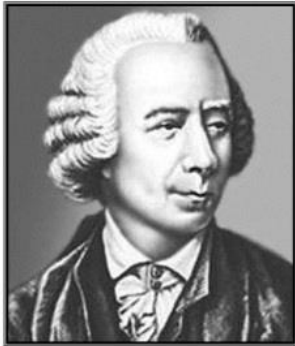
V – вершини, Γ – грані, P – ребра. Маємо: $V + \Gamma - 2 = P$.

Теорема Ейлера (Число вершин плюс число граней мінус число ребер дорівнює два).



Теорема Ейлера

Число вершин плюс число граней мінус число ребер дорівнює два

$$V + \Gamma - P = 2$$


Леонард Ейлер
(1707 – 1783 рр.)
німецький математик і фізик

34

Учитель наголошує



Гранями правильного многогранника можуть бути тільки правильні трикутники, чотирикутники або п'ятикутники.

Примітка. Обґрунтування цього факту може бути надано на розсуд учителя або всім учням, або тим, хто виявляє підвищену цікавість до математики (див. додатковий матеріал).

Додатковий матеріал

Обґрунтуємо твердження, що гранями правильного многогранника можуть бути лише трикутники, чотирикутники, п'ятикутники.

При $n \geq 6$ кут правильного n -кутника, як відомо, буде не меншим за 120° . Оскільки будь-який кут правильного многогранника має не менше трьох граней, то за умови $n \geq 6$ сума плоских кутів многогранного кута буде не меншою ніж $120^\circ \cdot 3 = 360^\circ$. Але цього не може бути, адже сума плоских кутів при одній вершині повинна бути меншою за 360° , інакше ніякий многогранний кут із цих многокутників скласти не вдасться.

Таким чином, вершина правильного многогранника може бути вершиною трьох, чотирьох або п'яти правильних трикутників, або трьох квадратів, або трьох правильних п'ятикутників.

Одним із найдивовижніших досягнень давньогрецької математики є відкриття у VI ст. до н.е. п'яти правильних многогранників. Піфагорійці приділяли особливу увагу правильним многогранникам, вважаючи їхньою «незаперечною» перевагою те, що їх п'ять. Платон,

наприклад, узагалі надавав усьому світу форму додекаедра.

Учення про правильні многогранники, яке викладене у XIII книзі Евкліда, є вінцем його «Начал». Учений дослідив п'ять правильних многогранників, а потім довів, що, крім цих п'яти тіл, інших правильних многогранників немає.

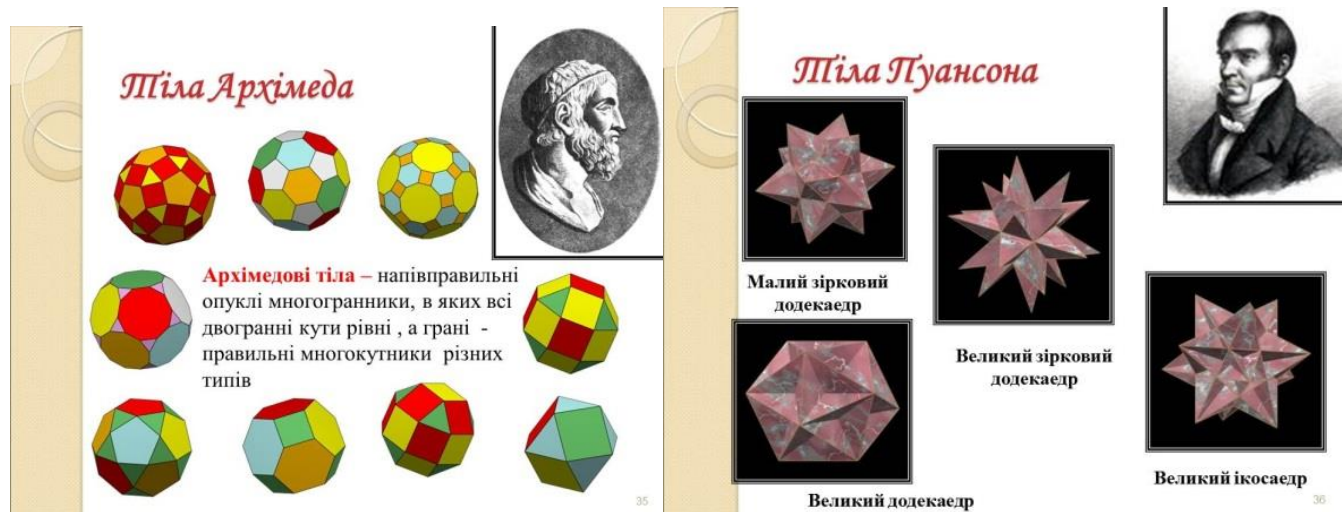
Интерес до правильних многогранників відродився в епоху Ренесансу.

Доведення теореми про єдиність п'яти правильних многогранників уперше ввів в елементарну геометрію А. Лежандр у 1794 р. На початку XIX ст. французький математик і механік Л. Пуансо відкрив існування чотирьох правильних зірчастих многогранників. У 1812 р. О. Коші довів, що інших правильних зірчастих многогранників не існує.

Слово учителя

У 13 книзі «Начал» Евкліда є доведення того факту, що існує всього п'ять видів правильних многогранників, але Архімеду належить відкриття 13-ти так званих напівправильних многогранників («архімедових тіл»), кожний з яких обмежений не однойменними правильними многокутниками і в яких рівні многогранні кути та однойменні многокутники, причому в кожній вершині сходиться одне й те саме число однакових граней. Кожне з таких тіл може бути вписане в сферу.

Самі прості з них можна отримати «зрізанням» кутів правильних многогранників площинами.



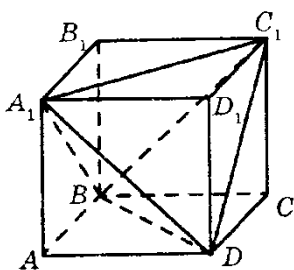
Серед інших видів многогранників велику естетичну та декоративну цінність представляють зірчасті многогранники – не опуклі многогранники, гранями яких є правильні многогранники (тіла Кеплера-Пуансона).

VI. ОСМИСЛЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

Коллективне розв'язування задач під керівництвом учителя

1. Знайдіть кут нахилу діагоналі куба до площини грані. (Відповідь: 45° .)

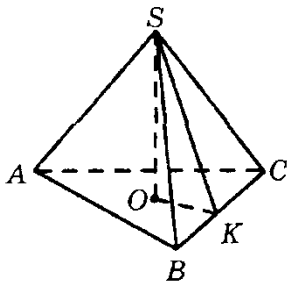
2. Доведіть, що кінці двох непаралельних діагоналей протилежних граней куба є вершинами тетраедра.



Доведення.

Нехай A_1C_1 та BD – дані непаралельні діагоналі протилежних граней куба (рис. 2). Оскільки $A_1C_1 = C_1D = C_1B = A_1B = A_1D = BD$ як діагоналі рівних квадратів, то многогранник, обмежений чотирма трикутниками з вершинами у точках D, A_1, B, C_1 , є правильним тетраедром.

3. Знайдіть двогранні кути правильного тетраедра.



Розв'язування.

Нехай $SABC$ – правильний тетраедр (рис. 3), $SO \perp (ABC)$. Проведемо $OK \perp BC$, тоді OK – проекція SK на площину основи і $SK \perp BC$ за теоремою про три перпендикуляри. Отже, кут SKO – лінійний кут двогранного кута при ребрі BC . $OK =$

r , де r – радіус вписаного кола. Нехай a – ребро тетраедра, тоді

$$\cos \angle SKO = \frac{OK}{SK} = \frac{\frac{a}{2\sqrt{3}}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{a \cdot 2}{2\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{1}{3}, \quad \cos \angle SKO \approx 72^\circ 32'$$

Очевидно, що двогранні кути при інших ребрах тетраедра такі ж за величиною. (Відповідь: $\approx 72^\circ 32'$.)

VII. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ

Бліцопитування

1. Перелічіть види правильних многогранників.
2. Чому правильні многогранники називаються також платоновими тілами?
3. Перелічіть властивості правильних многогранників.
4. Скільки чотиригранних кутів має октаедр?
5. Знайдіть суму плоских кутів при всіх вершинах ікосаедра.

Визначається найкраща підготовка в кількох номінаціях: «Краща модель», «Кращий слайд», «Краще пояснення», «Краща історична довідка».

Слово вчителя

Правильні многогранники існували на Землі задовго до появи на ній людини – кубу кам'яної солі, тетраедри сурм'янистого сірчаноокислого натрію, октаедри хромових квасців, ікосаедри бору і додекаедри радіолярію та мікроскопічних морських організмів. Але тільки геометр побачив у них порядок і систему задовго до того, як фізики проникли в таємницю будови речовини. Геометрія з її прозорою логікою, чіткістю побудов відкрила зовсім нове бачення правильних многогранників та їх нове застосування.

А зараз я хочу дізнатись вашу думку про урок.

1. Порівняйте свої знання на початку проекту і наприкінці.
2. Розвитку яких рис характеру сприяв проект (самостійності, спостережливості, відповідальності)?
3. Які пізнавальні процеси були задіяні під час проекту найбільше (мислення, пам'ять, увага, уява)?
4. Якого життєвого досвіду ви набули (володіти собою, захищати свої знання, бути впевненими в собі, поводити себе в незвичних умовах тощо)?

Чи отримали ви задоволення від власної праці? Чи вичерпали ви свої можливості? Чи є бажання повторити сьогоднішні відчуття?

Охарактеризуйте свій емоційний стан протягом проекту (хвилювались, боялись,

дивувались, зосереджувались) та наприкінці уроку (задоволені, виснажені, впевнені, раді, успішні).

VIII. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

(Середній та достатній рівень)

Задача 1. Площа поверхні правильного ікосаедра дорівнює 360 см^2 . Знайдіть площу однієї грані та ребро ікосаедра.

Задача 2. Виготовити модель правильного многогранника.

Задача 3. Знайдіть об'єм правильного тетраедра, площа поверхні якого дорівнює 12 дм^2 .

(Високий рівень)

Задача 1. Основою піраміди є грань куба, а вершиною – його центр. Знайдіть об'єм піраміди, якщо ребро куба дорівнює 3 см .

Задача 2. Під яким кутом з центра куба видно його ребро?

Навчальний проект «Похідна та її застосування»

Урок узагальнення та систематизації знань з алгебри і початків аналізу в 10 класі «Похідна та її застосування» має на меті складання опорного конспекту на уроці.

УРОК-ПРОЕКТ

Тема. ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ

МЕТА: Сформувати поняття похідної, з'ясувати її механічний та геометричний зміст; навчити учнів знаходити похідні функцій; розглянути застосування похідної до дослідження функцій і побудови їх графіків.

ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ

1. Задачі, які призводять до поняття похідної.
2. Приріст функції і приріст аргументу. Похідна функції, її механічний та геометричний зміст.

3. Диференціал функції. Неперервність і диференційованість функції.

4. Похідні елементарних функцій. Похідні суми, добутку, частки функцій.

Похідні складеної функції. Похідні вищих порядків.

5. Дослідження функції на монотонність. Теорема Лагранжа.

6. Екстремальні точки функції. Теорема Ферма.

7. Найбільше і найменше значення функції на відрізку.

8. Дослідження функції на опуклість. Точки перегину.

9. Дослідження функції за допомогою похідної та побудова графіків функції.

ОСНОВНІ ВИМОГИ:

Учні повинні знати:

- означення похідної функції в точці, її механічний та геометричний зміст;
- таблицю похідних елементарних функцій;
- правила обчислення похідних суми, добутку, частки двох функцій, похідної

складеної функції;

- умови монотонності функції;
- необхідну і достатню умови існування екстремуму функції.

Учні повинні вміти:

• знаходити похідні функцій, використовуючи правила диференціювання і таблицю похідних;

• розв'язувати задачі, пов'язані з геометричним та механічним змістом похідної та найбільшим і найменшим значенням функції;

• досліджувати властивості функцій і будувати їх графіки за допомогою похідної.

ПЛАН-КОНСПЕКТ УРОКУ

Тема уроку: Похідна

Тип уроку: урок узагальнення та систематизації знань

Мета уроку:

- перевірити знання основних понять теми (похідна функції в точці, її

механічний та геометричний зміст, кутовий коефіцієнт прямої), формул для знаходження похідних елементарних функцій та складеної функції, основних теорем (теореми про похідні суми, добутку, частки функцій); вдосконалити вміння учнів застосовувати правила, теореми та формули до розв'язання задач;

- розвинути фізико-математичне мислення учні;
- виховати уважність, зосередженість та наполегливість.

ХІД УРОКУ

I. Організаційний момент (привітання з учнями, перевірка присутніх, перевірка готовності до уроку)

II. Перевірка домашнього завдання (на дошці виписано відповіді до вправ).

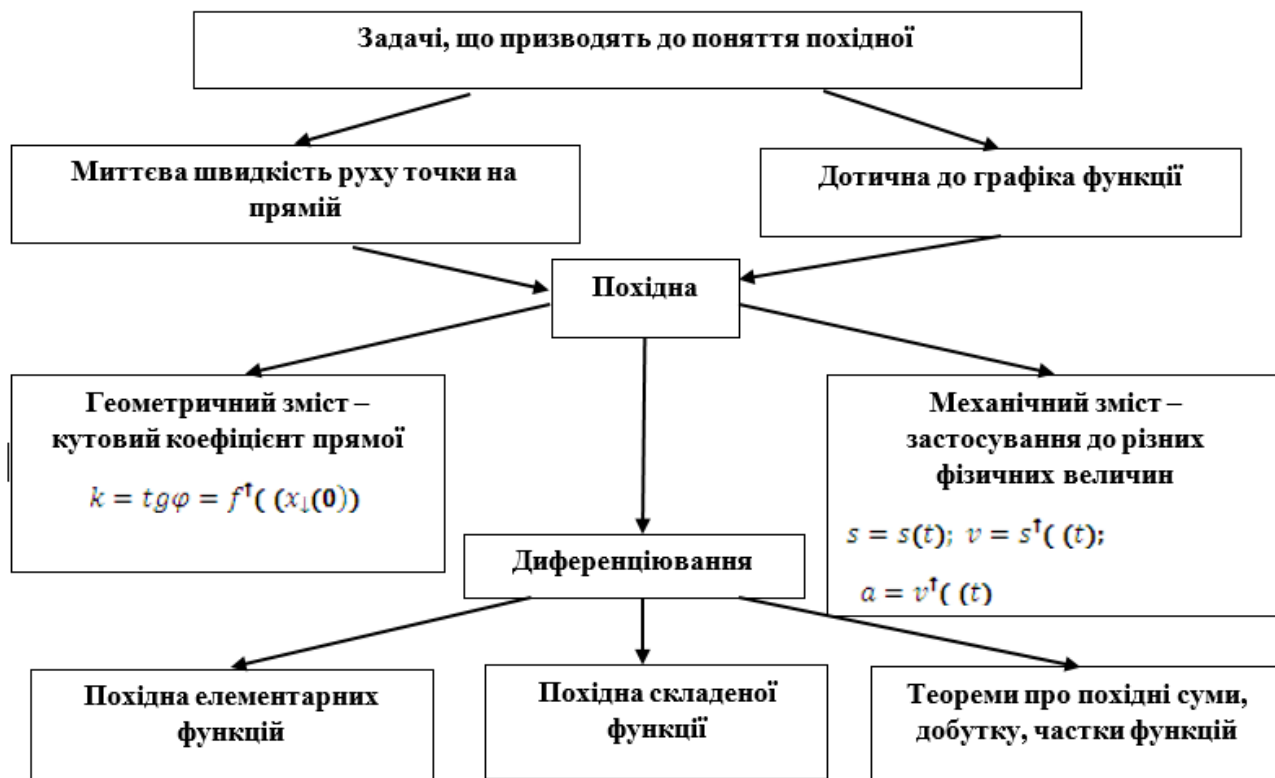
III. Повідомлення теми та мети уроку.

IV. Актуалізація опорних знань, їх узагальнення та систематизація (фронтальна робота з класом).

Відповідаючи на питання вчителя, учні складають опорну схему теоретичного матеріалу.

Питання до учнів

1. Що називається приростом аргументу і приростом функції?
2. Назвіть задачі, що призводять до поняття похідної.
3. Сформулюйте означення похідної функції у точці.
4. В чому полягає механічний та геометричний зміст похідної?
5. Як називається операція знаходження похідної?
6. За допомогою яких правил та формул можна обчислювати похідну?
7. Який зв'язок існує між неперервністю і диференційованістю функції?



V. Розв'язування задач і вправ.

1. Виконання усних вправ (фронтальна робота)

На дошці – таблицка. У лівому стовпчику записано функцію, у правому – її похідну. Вкажіть, в яких прикладах допущені помилки. Запишіть правильну відповідь.

№	Функція	Похідна	Правильна відповідь
1.	$f(x) = 3x^2 - 5x + 6$	$f'(x) = 5x - 5$	
2.	$f(x) = -2x^3 + 3\cos x$	$f'(x) = -6x^2 + 3\sin x$	
3.	$f(x) = \operatorname{ctg} 2x$	$f'(x) = \frac{1}{2\sin 2x}$	
4.	$f(x) = \sin^2 x$	$f'(x) = 2\sin x$	

2. Робота в групах (клас об'єднується в групи по рядах)

<i>I група</i>	<i>II група</i>	<i>III група</i>
1. Знайдіть значення x , для яких похідна функції дорівнює нулю		
$f(x) = \sin x - \frac{1}{2}x$	$f(x) = \sin^2 2x$	$f(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + \sin x$
2. Матеріальна точка рухається за законом... Знайдіть швидкість та прискорення в момент часу $t = 2$ с		
$S = 4t^3 + t^2 + 8$	$S = 3t^2 - 8t + 5$	$S = 8t^3 - 7t + 3$
3. Розв'яжіть рівняння $f'(x) = 0$, якщо...		
$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 5$	$f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$	$f(x) = \frac{1}{x} - x^3$
4. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $y = f(x)$ в точці з абсцисою x_0 , якщо		
$f(x) = x^2 + 3x, x_0 = 2$	$f(x) = x^3 - x, x_0 = -3$	$f(x) = \sqrt{2x - x^2}, x_0 = 1$
5. Розв'яжіть нерівність $f'(x) > 0$, якщо		
$f(x) = e^{2x} - x$	$f(x) = x \ln x$	$f(x) = e^x - 1$

3. Самостійна робота

<i>Варіант - I</i>		<i>Варіант - II</i>
Знайдіть похідні функцій 1) $y = \cos x + 1$ 2) $y = \frac{\sin x}{x}$ $y = \frac{2 \sin x}{2} \cos x$ 3) $y = \frac{x}{2}$ 4) $y = \frac{x}{\ln x}$	2 бали	Знайдіть похідні функцій 1) $y = 2 \sin x - 3x$ 2) $y = \frac{x}{\cos x}$ 3) $y = \cos^2 3x - \sin^2 3x$ 4) $y = e^x \sin x$
Кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $y = \sin x$ в точці $x = \frac{\pi}{4}$ дорівнює: 1) $\frac{1}{2}$, 2) $-\frac{1}{2}$, 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	2 бали	Кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $y = \cos x$ в точці $x = \frac{\pi}{6}$ дорівнює: 1) $\frac{1}{2}$, 2) $-\frac{1}{2}$, 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
Матеріальна точка рухається за законом $S(t) = 3t^2 - 2t + 4$ Знайдіть швидкість та прискорення в момент часу $t = 2$ с	2 бали	Матеріальна точка рухається за законом $S(t) = 4t^2 - 2t + 1$ Знайдіть швидкість та прискорення в момент часу $t = 4$ с
Знайдіть $f'(1)$, якщо $f(x) = \sqrt{x^2 - 8}$ 1) 1, 2) 2, 3) 3, 4) -1	2 бали	Знайдіть $f'(1)$, якщо $f(x) = \frac{4}{3x + 2}$ 1) -4, 2) -2, 3) -3, 4) 4
Знайдіть рівняння дотичної до графіка функції $y = f(x)$, яка паралельна до	2 бали	Знайдіть рівняння дотичної до графіка функції $y = f(x)$, яка паралельна до прямої

прямої $y = kx + b$ $f(x) = e^{5x+1}$ $y = 5x + 8$		$y = kx + b$ $f(x) = e^{3x-2}$ $y = 3x + 17$
--	--	--

VI. Домашнє завдання: розв'язати протилежний варіант.

VII. Підсумок уроку (оцінювання роботи учнів під кас уроку, оцінювання тестового завдання)

КОНСПЕКТ УРОКУ НА ТЕМУ «ОБ'ЄМ ПІРАМІДИ ТА КОНУСА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ»

Виконала студентка М52 Цикалюк В.І., 2023 р.

Мета:

навчальна: домогтися засвоєння формули для обчислення об'єму піраміди та конуса; сформувати вміння розв'язувати задачі, що передбачають застосування формули для обчислення «Об'єм піраміди та конуса»;

розвиваюча: формувати вміння аналізувати відповіді однокурсників, доводити власну точку зору; розвивати логічне мислення, культуру математичного мовлення, спостережливість, уважність, терпіння, уміння зосереджувати увагу;

виховна: виховати взаємоповагу в колективі, чуйне ставлення один до одного, вміння розуміти точку зору співрозмовника; виховувати культуру спілкування в колективі; прищепити інтерес до предмету.

Очікувані результати: учні повинні виявити інтерес до вивчення нової теми, компетентність під час розв'язування завдань.

Тип уроку: засвоєння нових знань і вмінь.

Вид уроку: практикум.

Обладнання: дошка, конспект уроку, кольорова крейда.

Хід уроку

1. Організаційний етап.

Привітання, створення сприятливих умов до проведення уроку,

позитивного настрою в класі.

На столі у кожного з вас картка самооцінювання. (Завчасно підготовлені та надруковані). Протягом уроку ви самостійно будете собі виставляти зароблені бали за виконану роботу й підведете підсумки власної активності наприкінці уроку.

2. Перевірка домашнього завдання.

- Хто не виконав домашнє завдання? Які виникли питання ?

- Математичний диктант.

Бічне ребро прямої призми дорівнює 8 см, а в основі лежить прямокутний трикутник з гіпотенузою 10 см і катетом 8 см.

Знайдіть:

- 1) довжину третього ребра основи;
- 2) площу основи;
- 3) радіус кола, описаного навколо основи призми;
- 4) площу бічної поверхні призми;
- 5) площу повної поверхні призми;
- 6) об'єм призми.

3. Мотивація уроку.

→ Уявіть собі, що ви фермер і вам необхідно визначити масу стогу сіна (густина сіна $0,03\text{г/см}^3$), яка має форму циліндра з конічним верхом.

Радіус основи стогу становить 2,5 м, а висота — 4 м, при чому його циліндрична частина дорівнює 2,2 м.

→ Очевидно, що для розв'язання цієї задачі необхідно вміти обчислювати об'єм циліндра й об'єм конуса. І якщо знаходження об'єму циліндра не становить труднощів, то об'єми конусів ви ще не знаходили. Сьогодні заповнимо цю прогалину в знаннях.

4. Актуалізація уроку.

Фронтальне опитування

4.1 Повторення теоретичного матеріалу. Дати відповіді на запитання :

- 1) Що таке піраміда?
- 2) Яку піраміду називають правильною?
- 3) Куди проектується вершина піраміди, якщо всі бічні ребра нахилені під одним кутом до площини основи?
- 4) Куди проектується вершина піраміди, якщо всі бічні грані нахилені під одним кутом до площини основи?
- 5) Як визначити кут між бічною гранню піраміди та площиною основи?
- 6) Що таке конус ?
- 7) Що називається твірною конуса?
- 8) Як нахилені твірні конуса до площини основи?
- 9) Яку геометричну фігуру утворює переріз конуса площиною, яка проходить через його вершину?
- 10) Як визначити кут між твірною та площиною основи конуса?

4.2 Усна вправа «Встановіть відповідність»

1) Площа квадрата, у якого відома сторона.	a) $S = \frac{d^2}{2}$
2) Площа трикутника, у якого відома сторона та проведена до неї висота.	b) $S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$
3) Площа трикутника, у якого відомі дві сторони і кут між ними.	c) $S = a^2$
4) Площа круга.	d) $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
5) Площа квадрата, у якого відома діагональ.	e) $S = \frac{1}{2}ab$

6) Площа трикутника, у якого відомо три сторони .	f) $S = \frac{1}{2}ah_a$
7) Площа прямокутного трикутника.	g) $S = \frac{1}{2}absin\gamma$
8) Площа рівностороннього трикутника.	h) $S = \pi r^2$

Відповідь: 1-с, 2-f, 3-g, 4-h, 5-a, 6-b, 7-e, 8-d.

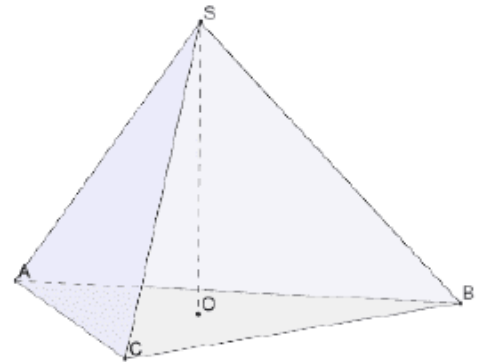
5. Вивчення нового матеріалу

5.1 Об'єм піраміди

Об'єм будь-якої піраміди дорівнює третині добутку площі її основи на висоту, тобто

$$V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}} h$$

де $S_{\text{осн}}$ — площа основи піраміди, h — її висота.



5.2 Об'єм конуса

Площа поверхні конуса складається з площі бічної поверхні конуса та площі основи (кола).

Площа бічної поверхні конуса обчислюється за формулою:

$$S(\text{бок.}) = \pi Rl$$

де R — радіус конуса, l — твірна конуса.

Площа основи конуса обчислюється за формулою:

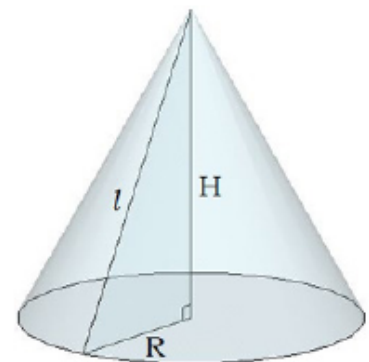
$$S(\text{осн.}) = S(\text{кола}) = \pi R^2$$

Площа повної поверхні конуса обчислюється за формулою:

$$S(\text{повн.}) = S(\text{біч.}) + S(\text{кола}) = \pi Rl + \pi R^2$$

Об'єм конуса обчислюють за формулою:

$$V = \frac{1}{3}hS(\text{осн.}) = \frac{\pi R^2 h}{3}$$



6. Застосування знань, умінь і навичок.

Приклад 1. (робота разом з учнем біля дошки) У правильній чотирикутній піраміді висота дорівнює 3 см, бічне ребро — 5 см. Знайдіть об'єм піраміди.

Приклад 2. (робота разом з учнем біля дошки) Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює H , а бічна грань утворює з основою кут α . Знайдіть об'єм піраміди.

Розв'язання:

Нехай $SABCD$ — правильна чотирикутна піраміда (див. малюнок), в якій $SO \perp (ABC)$, $SO = h$.

Проведемо $OK \perp DC$, за теоремою про три перпендикуляри маємо: $SK \perp CD$; отже, $\angle SKO = \alpha$.

Із $\triangle SKO$:

$$OK = OS \cdot \operatorname{ctg} \angle SKO = h \cdot \operatorname{ctg} \alpha.$$

Оскільки $AD = 2 \cdot OK$, то одержуємо: $AD = 2h \operatorname{ctg} \alpha$.

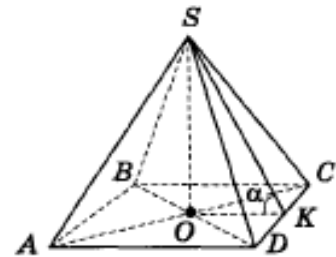
Тоді площа основи:

$$S_{\text{осн}} = AD^2 = 4h^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

Отже, шуканий об'єм

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot OS = \frac{1}{3} 4h^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot h = \frac{4}{3} h^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha$$

Відповідь. $\frac{4}{3} h^3 \operatorname{ctg}^2 \alpha$



Приклад 3. (робота разом з учнем біля дошки) Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює a , а бічне ребро утворює з площиною основи кут α . Знайдіть об'єм піраміди.

Розв'язання:

Нехай $SABC$ — правильна піраміда (див. малюнок), в якій $AB = BC = AC = a$; $SO \perp (ABC)$; $\angle SBO = \alpha$.

Площа основи:

$$S_{\text{осн}} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4},$$

OB — радіус кола, описаного навколо трикутника ABC , тому $OB = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

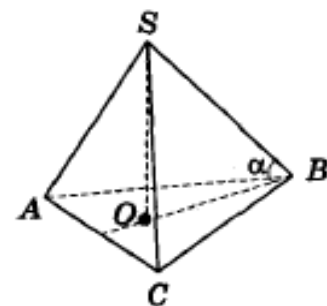
Далі із $\triangle SOB$:

$$SO = OB \cdot \operatorname{tg} \angle SBO = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Отже, шуканий об'єм V дорівнює:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot OS = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{a^3 \operatorname{tg} \alpha}{12}$$

Відповідь. $\frac{a^3 \operatorname{tg} \alpha}{12}$.



Приклад 4. (робота разом з учнем біля дошки) Висота і твірна конуса відносяться, як 35 : 37. Повна поверхня конуса дорівнює 588π см². Знайти об'єм конуса.

Розв'язання:

Позначимо висоту конуса: $H = 35x$, а твірну $L = 37x$.

Тоді радіус основи конуса:

$$R = \sqrt{L^2 - H^2} = \sqrt{(37x)^2 - (35x)^2} = 12x.$$

Повна поверхня конуса:

$S(\text{повн.}) = \pi Rl + \pi R^2 = \pi * 12x * 37x + \pi(12x)^2 = 588\pi x^2$,
і за умовою:

$$588\pi x^2 = 588\pi; \Rightarrow x = 1,$$

Тоді, $R = 12$ см, $H = 35$ см.

Отже, об'єм конуса:

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi * 144 * 35}{3} = 1680\pi (\text{см}^3).$$

Відповідь. 1680π см³.

Приклад 5. (робота разом з учнем біля дошки) Знайти об'єм конуса, якщо його осьовим перерізом правильний трикутник зі стороною 12 см.

Розв'язання:

Нехай $\triangle QAB$ – осьовий переріз конуса, $QA = QB = AB = 12$ см.

Тому радіус основи:

$$r = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6 (\text{см}).$$

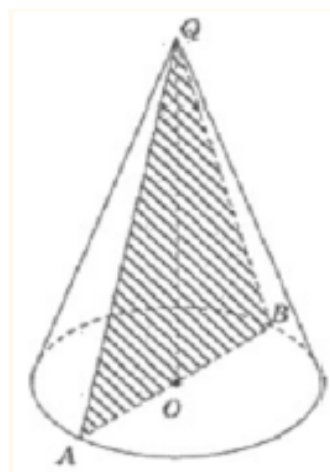
В $\triangle QOA$ висота:

$$h = QO = \sqrt{AQ^2 - AO^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3} (\text{см}).$$

Отже, об'єм конуса:

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi * 36 * 6\sqrt{3}}{3} = 72\sqrt{3}\pi (\text{см}^3).$$

Відповідь. $72\sqrt{3}\pi$ см³.



7. Підсумки уроку. Рефлексія

Отже, ми з вами розглянули нову тему, а зараз дайте відповідь на наступні запитання.

- Чому дорівнює об'єм будь-якої піраміди?
- Запишіть формулу для обчислення об'єму піраміди.
- Чому дорівнює об'єм конуса?
- Запишіть формулу для знаходження об'єму конуса.

- Зараз прошу порахувати кількість балів, які ви отримали в ході заняття.
Це і буде вашою оцінкою за урок.

8. Домашнє завдання.

- Опрацювати параграф підручника
- Дано конус, у якого радіус основи $OA=8\text{см}$ і висота $SO=15\text{см}$. Укажіть, які з наведених тверджень правильні, а які - неправильні: (2 бали)
- 1) катети прямокутного трикутника SOA дорівнюють 17см і 8см ;
 - 2) осьовим перерізом конуса є прямокутний трикутник із гіпотенузою $SA=17\text{см}$;
 - 3) твірна конуса дорівнює 15см ;
 - 4) об'єм конуса дорівнює $\frac{\pi 8^2 \cdot 15}{3} \text{см}^3$.
- Висота конуса дорівнює 6см , твірна - 10см . Знайдіть об'єм конуса. (4 бали)
- Осьовий переріз конуса - прямокутний трикутник із катетом 6см . Знайдіть об'єм конуса. (4 бали)
- Із центра основи конуса проведено перпендикуляр до твірної, який утворює з висотою кут β . Знайдіть об'єм конуса, якщо його твірна дорівнює l . (6 балів)

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Барковський В. В., Барковська Н. В. Вища математика для економістів : навч. посіб. Київ : Центр навчальної літератури, 2019. 448 с.
2. Грохольська А. В., Яценко С. Є. Методика навчання математики в старшій та вищій школах : навч. посіб. для студ. фіз.-мат. спец. пед. ун-тів. Вид. 2-ге, переробл. і допов. – К. : НПУ ім. М.П. Драгоманова. 2017. 298 с.
3. Клепко В., Голець В. Вища математика в прикладах і задачах: навч. посіб. Київ: Центр навчальної літератури, 2019. 594 с.
4. Слепкань З. І. Методика навчання математики : підруч. 2.-ге вид., доп. і перероб. Київ : Вища школа, 2019. 582 с.
5. Тарасенкова Н. А., Акуленко І. А., Лов`янова І. В., Сердюк З. О. Організація навчання математики у старшій профільній школі: монографія : за ред. Н. А. Тарасенкової. Черкаси : Видавець ФОП Гордієнко, 2017. 216 с.

Допоміжна

1. Захарійченко Ю. О., Шкільний О. В., Захарійченко Л. І., Шкільна О. В. Повний курс математики в тестах. X. : Ранок, 2017. 496 с.
2. Коростіянець Т. П. Формування мотивації навчальної діяльності учнів на уроках математики у сучасній школі. *Науково-методичні засади формування математичної компетентності здобувачів середньої освіти* : монографія / ДЗ «ПНПУ ім. К. Ушинського»; за ред. К. В. Недялкової. - Одеса: Видавець ФОП Бойчук, 2021. С. 191-201.
3. Коростіянець Т.П., Іванова С.В., Недялкова К.В., Кушнірук А.С. Методичні особливості підготовки і проведення сучасних уроків з математики на різних освітніх рівнях. *Науково-методичні засади формування математичної компетентності здобувачів середньої освіти* : монографія / ДЗ «ПНПУ ім. К. Ушинського»; за ред. К. В. Недялкової. - Одеса: Видавець ФОП Бойчук, 2021. С. 141-161.
4. Попов В.Г., Кирилова О. Лінійна та векторна алгебра. Аналітична геометрія : навч. посібник. Одеса : ОНМА, 2016. 223 с.

5. Найко Д.А. Шевчук О. Ф. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посібн. Вінниця : ВНАУ, 2020. 382 с.
6. Попов В. Г., Кирилова О. І. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних : навч. посібник. Одеса : НУ «ОМА», 2017. 236 с.
7. Попов В. Г., Кирилова О. І. Інтегральне числення та його застосування. Навчальний посібник. Одеса : НУ «ОМА», 2019. 136 с.
8. Соколенко Л. О. Наукові основи шкільного курсу математики: Навчально-методичний посібн. для студ. Універс. Спец. 014 Середня освіта (Математика). Частина 1. Чернігів : Десна Поліграф, 2020. 144 с.
9. Теорія і методика викладання в вищій школі. Конспект лекцій з навчальної дисципліни : навч. посіб.; укладач І. О. Козак. Київ : КПІ ім. Ігоря Сикорського, 2018. 116 с. URL: https://cpsm.kpi.ua/Doc/pvsh_lek_phd.pdf
10. Електронні версії підручників. Інститут модернізації змісту освіти. URL : <https://lib.imzo.gov.ua/yelektronn-vers-pdruchnikv/>