ДЕРЖАВНИЙ ЗАКЛАД«ПІВДЕННОУКРАЇНСЬКИЙНАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені К.Д.УШИНСЬКОГО»

Кафедра фізики

Методичні рекомендації до практичних занять та організації самостійної роботи з навчальної дисципліни «загальна фізика (електрика)»

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 014 середня освіта (фізика)

ОДЕСА

2023

УДК: 378.147:537.21

Рекомендовано до друку вченою радою
Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К.Д.Ушинського»
Протокол від«___» червня 2023року № ___

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Гоцульскій В. Я.– доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри фізики та астрономії Одеського національного університету імені І. І. Мечникова

Совкова Т. С. – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри інноваційних технологій та методики навчання природничих дисциплін

Укладач:
Шкатуляк Н. М. – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики

Методичні рекомендації до проведення практичних занять та організації самостійної роботи з навчальної дисципліни «Загальна фізика (електрика)» / укладач Н. М. Шкатуляк. – Одеса : Університет Ушинського, 2023. – 32 с.

Методичні рекомендації до практичних занять та організації самостійної роботи з навчальної дисципліни «Загальна фізика (електрика) мають на меті допомогти студентам засвоїти теоретичний матеріал та знайти підходи до розрізування типових задач та завдань підвищеної складності з теми «Електричне поле».

В роботі представлено методичні рекомендації щодо розв'язування задач з електрики (модуль «Електричне поле»). Наведено приклади розв'язування задач, алгоритм розв'язування задач та оформлення запису умови задачі та розв'язку.

Рекомендовано для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 014Середня освіта(Фізика) та 014Середня освіта (Природничі науки) з метою закріплення, поглиблення й узагальнення знань, одержаних під час навчання.

ЗМІСТ

ВСТУП

Важливою задачею сучасної вищої школи України є всебічне вдосконалення навчального процесу на основі впровадження передових освітніх технологій.

Приєднання вищої освіти України до Болонського процесу підготовки бакалаврів привело до перерозподілу навчального навантаження: зменшилась кількість аудиторних годин та збільшився час, що відводиться на самостійну роботу здобувачів вищої освіти. Збільшення обсягу годин на самостійну роботу у навчальних планах дисциплін у вищих освітніх закладах є цілком виправданим, оскільки дозволяє не лише вдосконалювати практичні вміння студентів, а й максимально наблизити академічну освіту до майбутньої професійної діяльності. Самостійна робота передбачає, що студент виконує різного роду завдання, що включають програмний матеріал, який не висвітлювався під час аудиторних занять. Даний вид діяльності повинен сприяти розвитку та активізації творчої діяльності студентів і може розглядатися як головний резерв підвищення якості підготовки фахівців.

Дані методичні рекомендації призначені для самостійної роботи і контролю знань по розділу “Електричне поле” навчальної дисципліни «Загальна фізика» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності «014 Середня освіта. Фізика» за змістовим модулем «Електричне поле у вакуумі».

Представлено поняття, формули і довідкові значення фізико-хімічних величин, необхідні для рішення задач, приклади рішення задач, набір задач для самостійного рішення. Методичні рекомендації можуть бути використані також для контролю знань по відповідних розділах загальної фізики.

1. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ

Змістовий модуль 1. Електричне поле у вакуумі

Тема 1. **Електричне поле у вакуумі.** Електричні поля і заряди. Властивість електричного заряду: два види зарядів, закон збереження і дискретність заряду. Закон Кулона. Вектор напруженості поля точкового заряду. Принцип суперпозиції. Потік вектора напруженості. Теорема Остроградського-Гаусса і ї застосування для розрахунку полів. Робота сил поля при переміщені зарядів. Циркуляція вектора напруженості. Потенціальний характер електростатичного поля. Потенціал і еквіпотенціальні поверхні. Зв’язок потенціалу і напруги поля.

Тема 2.Провідники в електричному полі. Електричне поле в діелектриках. Провідники в зовнішньому електричному полі. Наведені заряди. Електризація через вплив. Електроємність відокремленого провідника. Електроємність конденсатора. Плоский, сферичний, циліндричний конденсатори. З’єднання конденсаторів.

Вільні і з’єднанні заряди. Полярні і неполярні молекули. Поляризація діелектриків. Вектор поляризації. Вектор електричного зміщення. Діелектрична проникність і сприйняття. Теорема Остроградського-Гаусса для поля в діелектриках.

Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	**Кількість годин**				
	усього	у тому числі			
		л	п	лаб.	с.р.
Модуль 1					

Змістовий модуль 1. Електричне поле					
Тема 1. Електричне поле у вакуумі.	24	2	6		16
Тема 2 Провідники електричному полі. .Електричне поле в діелектриках.	22	2	4	2	16
Разом за змістовим модулем 1	46	4	10	2	32

2. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВЕЛИЧИНИ

Закон Кулона

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2},$$

Де F — сила взаємодії точкових зарядів q_1 іq_2; r — відстань між зарядами; ε — відносна діелектрична проникність середовища, в якій знаходяться заряди;ε_o — електрична постійна.

Напруженість електричного поля і потенціал

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} \ \varphi = \frac{\Pi}{q},$$

де Π — потенціальна енергія точкового заряду q, що знаходиться в даній точці поля (за умови, що потенційна енергія заряду, віддаленого в нескінченність, дорівнює нулю).

Сила, що діє на точковий заряд q, що знаходиться в електричному полі, і потенційна енергія цього заряду

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \ \Pi = q\varphi.$$

Напруженість і потенціал поля, створюваного системою точкових зарядів (принцип суперпозиції електричних полів),

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{E}_i \ \varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i$$

де $\mathbf{E}_i$,φ_I— напруженість і потенціал в даній точці поля, створюваного i-м зарядом.

Напруженість і потенціал поля, створюваноготочковим зарядом q на відстані r

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \; \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}.$$

Напруженість і потенціал поля, створюваного зарядженою сферою (яка є провідником) з зарядом q і радіусом R на відстані r від центру сфери:

а) E=0 $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$ (при r<R),

б) $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2}$ $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$ (при r=R),

в) $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$ $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$ (при r>R).

Лінійна густина заряду

$$\tau = \frac{dq}{dl}.$$

Поверхнева густина заряду

$$\sigma = \frac{dq}{dS}.$$

Напруженість і потенціал поля, створюваного системою розподілених зарядів, знаходять, розбиваючи систему на точкові заряди і використовуючи принцип суперпозиції електричних полів (тобто проводячи інтегрування).

Для розрахунку електростатичних полів складних заряджених об'єктів використовується також теорема Гаусса:

$$\oint_S \mathbf{E}d\mathbf{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} \text{ (у вакуумі),}$$

$$\oint_S \mathbf{D}\mathrm{d}\mathbf{S} = \sum q_{\mathrm{i}} \text{ (при наявності діелектрика),}$$

де $\mathbf{D}=\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}$ – електричне зміщення, S – замкнена поверхня, оточуюча заряди q_{i}, $\oint_S \mathbf{E}d\mathbf{S}$ і $\oint_S \mathbf{D}d\mathbf{S}$ – потоки векторів **E** і **D** через поверхню S.

Напруженість поля, що створюється нескінченною рівномірно зарядженою прямою лінією або нескінченно довгим циліндром

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r},$$

деr — відстань від нитки або осі циліндра до точки, в якій визначається напруженість поля.

Напруженість поля, що створюється нескінченною рівномірно зарядженою площиною

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Зв'язок потенціалу з напруженістю:

а) $\mathbf{E} = -grad\varphi$ або $\mathbf{E} = -(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathbf{k})$ в загальному випадку (i, j, k – одиничні вектори, спрямовані вздовж осей X, Y, Z, відповідно);

б) $E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d$ в випадку однорідного поля;

в) $E = -\frac{\partial\varphi}{\partial r}$ в разі поля, що володіє центральною або осьової симетрією.

Електричний момент диполя

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l},$$

де q — заряд,**1** — плечо диполя (векторна величина, спрямована від негативного заряду до позитивного і чисельно дорівнює відстані між зарядами).

Момент сили, діючої на диполь в зовнішньому електричному полі

$$\mathbf{M} = [\mathbf{pE}] \text{ або } M = pE\sin\alpha.$$

Потенціальна енергія диполя в зовнішньому електричному полі

$$\Pi = -(\mathbf{pE}) \text{ або } \Pi = -pE\cos\alpha,$$

де α– кут між **p** і **E**.

Робота сил поля по переміщенню заряду q з точки поля з потенціалом φ_1 в точку с потенціалом φ_2

$$A_{12} = q\,(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Електроємність

$$C = q/\varphi \text{ або } C = q/U,$$

де φ— потенціал провідника (за умови, що в нескінченності потенціал провідника приймається рівним нулю); U — різниця потенціалів пластин конденсатора.

Електроємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

де S — площина пластини (однієї) конденсатора; d — відстань між пластинами.

Електроємність батареї N конденсаторів:

а) $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$ — при послідовному з'єднанні;

б) $C = \sum_{i=1}^{N} C_i$ — при паралельному з'єднанні.

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2}, \qquad W = \frac{CU^2}{2}, \qquad W = \frac{q^2}{2C}.$$

3. ПРИКЛАДИ РІШЕННЯ ЗАДАЧ

Задача 1.У скільки разів сила гравітаційного тяжіння між двома протонами менше сили їх електростатичного відштовхування? Маса протона m=1,**67**·10^{-27}кг, заряд протона q=1,6·10^{-19}Кл.

Дано:

m=1,**67**·10^{-27}кг

q =1,6·10^{-19}Кл

$\frac{F_{ел}}{F_{гр}}$ -?

Рішення: Між двома протонами згідно закону всесвітнього тяжіння, діє сила

$$F_{гр} = G\,\frac{m^2}{r^2},$$

де G–гравітаційна стала; G=6,67·10^{-11}(Н·м^2)/кг^2.

З другого боку на них діє згідно закону Кулона сила відштовхування

$$F_{ел} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2},$$

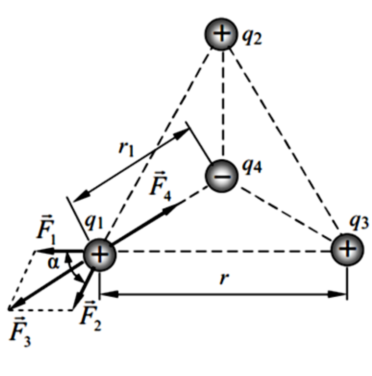
де r - відстань між протонами; k - кулонівська стала;$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$; k=9·10^9(Н·м^2)/кг^2.

Звідки

$$\frac{F_{ел}}{F_{гр}} = \frac{kq^2}{Gm^2}.$$

Відповідь: $\frac{F_{ел}}{F_{гр}}$=1,2·10^{36}.

Задача 2.Три однакових позитивних заряди Q_1=Q_2=Q_3=1нКл розташовані в вершинах рівностороннього трикутника. Який негативний заряд Q_4 потрібно помістити в центрі трикутника, щоб сила тяжіння з



його боку зрівноважила силі взаємного відштовхування зарядів, що знаходяться в вершинах трикутника?

Рішення:

Схема розташування зарядів показана на рисунку.

Всі три заряди, що розташовані у вершинах трикутника, знаходяться в однакових умовах. Тому для вирішення завдання досить з'ясувати, який заряд Q_4 слід помістити в центрі трикутника, щоб один з трьох позитивних зарядів, наприклад Q_1, знаходився в рівновазі. Відповідно до принципу суперпозиції, на заряд Q_1 діє кожен заряд незалежно від інших. Тому заряд Q_1 буде знаходитиметься в рівновазі, якщо векторна сума діючих на нього сил дорівнює нулю:

$$\boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \boldsymbol{F}_4 = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_4 = 0, \quad (1)$$

де $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_3$, $\boldsymbol{F}_4$ - сили, з якими діють на заряд Q_1 заряды Q_2, Q_3, іQ_4; $\boldsymbol{F}$ - рівнодіюча сил $\boldsymbol{F}_2$ и $\boldsymbol{F}_3$.

Так як сили $\boldsymbol{F}$ і $\boldsymbol{F}_4$ спрямовані по одній прямій, то векторне рівність (1) можна замінити скалярною сумою: $F - F_4 = 0$ або $F_4 = F$.

Виразимо в останній рівності F через F_2 і F_3. Враховуючи що $F_2 = F_3$, отримаємо $F = 2F_2\cos(\alpha/2)$.

Так як $\cos^2(\alpha/2) = (1/2)(1+\cos\alpha)$, то маємо:

$$F_4 = F_2\sqrt{2(1+cos\,\alpha)}.$$

Застосовуючи закон Кулона, згідно з яким

$$F_2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad F_4 = \frac{Q_1 Q_4}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2},$$

і знаючи, що $Q_2 = Q_3 = Q_1$, знайдемо:

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{2(1+cos\,\alpha)} \qquad (2).$$

Звідси отримуємо вираз для величини заряду Q_4:

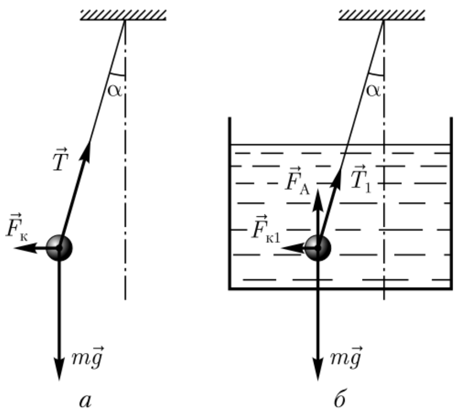
$$Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2 \sqrt{2(1+\cos\alpha)}}{r^2}.$$

$$a = \sqrt{r^2 - \frac{r^2}{4}} = \sqrt{\frac{3r^2}{4}} = \frac{r}{2}\sqrt{3} r_1 = \frac{2}{3}\frac{r}{2}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} r$$

З геометричних побудов в рівносторонньому трикутнику слід, що $cos\alpha$=1/2, $r_1 = \frac{r}{\sqrt{3}}$. З огляду на це, формула (2) прийме наступний вигляд $Q_4 = \frac{Q_1}{\sqrt{3}}$. Підставивши сюди значення Q_1, отримуємо, що, Q_4=0,58 нКл.

Відповідь: Q_4=0,58 нКл.

Задача 3. Дві однакові заряджені кульки масою m, підвішені на нитках рівної довжини, опускаються в рідкий діелектрик, густина якого ρ і діелектрична проникність ε. Яка повинна бути густина матеріалу кульок, щоб кути розбіжності ниток в повітрі і діелектрику були однаковими?



Рішення: До занурення в рідкий діелектрик, тобто в повітрі, на кожну кульку діє кулонівська сила $\vec{F}_k$, сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила натягу нитки$\vec{T}$. При рівновазі кульок

$$m\vec{g} + \vec{F}_k + \vec{T} = 0$$

Після занурення в рідкий діелектрик на кожну кульку діє сила тяжіння $m\vec{g}$, кулонівська сила $\vec{F}_{k1}$, сила, що виштовхує (архімедова) $\vec{F}_A$ і сила натягу нитки $\vec{T}_1$. При рівновазі кульок

$$m\vec{g} + \vec{F}_{k1} + \vec{F}_A + \vec{T}_1 = 0$$

$$x\text{: } F_k\text{-Tsin}\alpha\text{=0} \quad \rightarrow T = \frac{F_k}{\sin\alpha}$$

$$y\text{: Tcos}\alpha\text{-mg=0} \quad \rightarrow \frac{F_k}{\sin\alpha}\cos\alpha = \text{mg}$$

Кулонівська сила відштовхування кульок у повітрі

$$\vec{F}_k = m\vec{g}tg\alpha,$$

в діелектрику

$$x\text{: } F_{k1}\text{-T}_1\sin\alpha\text{=0} \qquad \text{T}_1\text{=}\frac{F_{k1}}{\sin\alpha}$$

$$y\text{: } \text{T}_1 \cos\alpha + F_A - mg = 0\, \frac{F_{k1}}{\sin\alpha} \cos\alpha + F_A - mg = 0$$

$$\vec{F}_{k1} = \left(m\vec{g} - \vec{F}_A\right)tg\alpha$$

$$F_{k1} = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon r^2}$$

У діелектрику кулонівська сила зменшується в ε раз:

$$\varepsilon = \frac{\vec{F}_k}{\vec{F}_{k1}}.$$

Тоді $\frac{\vec{F}_{k1}}{\vec{F}_k} = \frac{(m\vec{g}-\vec{F}_A)}{m\vec{g}} = 1 - \frac{\vec{F}_A}{m\vec{g}}$, звідси $1 - \frac{\vec{F}_A}{m\vec{g}} = \frac{1}{\varepsilon}$.

За законом Архімеда

$$\vec{F}_A = \rho_1 Vg,$$

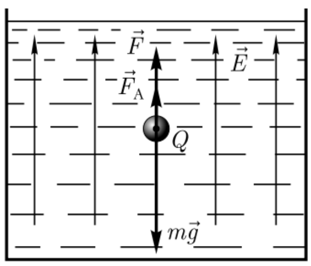
$$1 - \frac{\rho_1 Vg}{m\vec{g}} = \frac{1}{\varepsilon} 1 - \frac{\rho_1}{\rho} = \frac{1}{\varepsilon} 1 - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{\rho_1}{\rho}$$

де ρ_1 - густина рідкого діелектрику; V - об'єм кульки; g - прискорення вільного падіння. Маса кульки $m = \rho V$, де ρ - густина матеріалу кульки. Підставивши ці вирази в кінцеву формулу, отримаємо $\frac{1}{\varepsilon_1} = 1 - \frac{\rho_1}{\rho}$, звідси шукана густина матеріалу кульки

$$\rho = \frac{\varepsilon\rho_1}{\varepsilon - 1}.$$

Відповідь: $\rho = \frac{\varepsilon\rho_1}{\varepsilon - 1}$.

Задача 4. Мідна кулька (ρ=8,93 г/см^3) радіусом r =0,5 см поміщена в масло (ρ_1=0,8г/см^3). Визначте заряд кульки, якщо в однорідному електростатичному полі вона виявилась зваженою в маслі. Електростатичне поле спрямоване вгору, і його напруженість E=4,25кВ/см.



Рішення: На кульку, вміщену в масло, діють три сили: сила тяжіння $mg = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 g$ (ρ – густина міді), спрямована вертикально вниз; сила Архімеда $F_A = \rho_1 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 g$ (ρ_1 – густина масла), спрямована вертикально вгору; сила електростатичного поля F=qE,спрямована вертикально вгору. За умови задачі кулька є зваженою в маслі (знаходиться в рівновазі), тому

$$mg = F_A + F,$$

Звідки

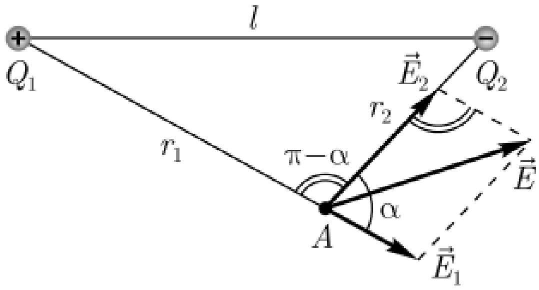
$$\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 g = \rho_1 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 g + qE,$$

Звідки шуканий заряд

$$q = \frac{4\pi r^3(\rho - \rho_1)g}{3E}.$$

Відповідь: q=10нКл.

Задача 5. Відстань між двома точковими зарядами Q_1=2нКл і Q_2 =-3нКл, розташованими в вакуумі, дорівнює 20см. Визначте напруженість E в точці А, віддаленій від першого заряду на відстань r_1=15см і від другого на r_2=10см.



Рішення: Згідно з принципом суперпозиції, напруженість $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.
Напруженості електричного поля, створювані в вакуумі зарядами Q_1іQ_2

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2},\; E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}.$$

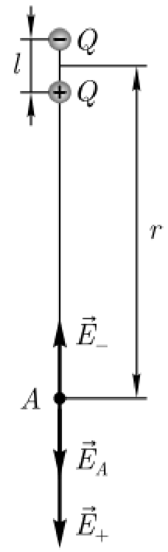
Модуль вектора $\vec{E}$ знаходиться за теоремою косинусів.

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 cos\alpha}, \text{ або}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{2|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2} cos\alpha + \frac{Q_2^2}{r_2^4}}\text{ , де}$$

$$cos\alpha = \frac{l^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2} = 0{,}25.$$

Відповідь: E=3кВ/м.



Задача 6. Визначте напруженість E електростатичного поля на продовженні осі електричного диполя в точці А (див. рис.).

Рішення: Згідно з принципом суперпозиції, напруженість $\vec{E}$ поля диполя в довільній точці

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-,$$

де $\vec{E}_+$ і $\vec{E}_-$ - напруженості полів, створюваних відповідно позитивним і негативним зарядами.

Напруженість поля диполя в точці А спрямована по осі диполя і по модулю дорівнює $E_A = E_+ - E_-$.

Позначивши відстань від точки А до середини осі диполя через r, для випадку вакууму можна записати

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2} - \frac{Q}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\right] = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2-\left(r-\frac{l}{2}\right)^2}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}.$$

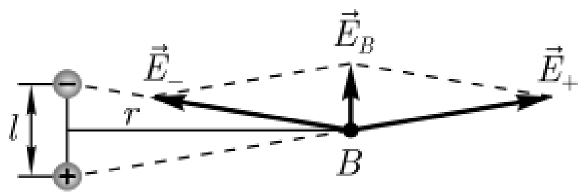
$$E_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{r^2+\frac{2rl}{2}+\frac{l^2}{4}-r^2+\frac{2rl}{2}-\frac{l^2}{4}}{\left(r^2-\frac{l^2}{4}\right)^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2rl}{r^4} \to$$

Згідно з визначенням диполя, $\frac{l}{2} \ll r$, тому шукана напруженість дорівнює

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ql}{r^3} = \frac{2kP}{r^3}.$$

Відповідь: $E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ql}{r^3}$.

Задача7. Визначте напруженість Е електростатичного поля у точці В на перпендикулярі, проведеному до осі диполя з його середини (див. рис.).



Рішення: Згідно з принципом суперпозиції, напруженість $\vec{E}$ поля диполя в довільній точці

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-,$$

де $\vec{\mathrm{E}}_+$ і $\vec{\mathrm{E}}_-$ - напруженості полів, створюваних відповідно позитивним і негативним зарядами.

Точка В рівновіддалена від зарядів, тому

$$\mathrm{E}_+ = \mathrm{E}_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2+\frac{l^2}{4}} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2},$$

Деrвідстань від точки В до середини плеча диполя. З подібності рівнобедрених трикутників, що спираються на плече диполя і вектор $\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{B}}$ отримаємо

$$\frac{E_{\mathrm{B}}}{E_+} = \frac{l}{\sqrt{r^2+\frac{l^2}{4}}} \approx \frac{l}{r},$$

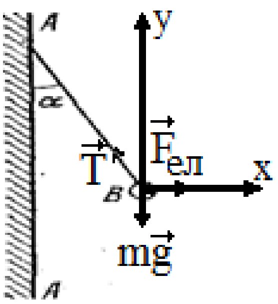
Звідки

$$\mathrm{E}_{\mathrm{B}} = \frac{E_+ l}{r}.$$

Тобто, отримаємо шукану напруженість

$\mathrm{E}_{\mathrm{B}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{P}{r^3}$, або в векторній формі $\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{B}} = -\frac{\vec{P}}{r^3}$, де $\vec{P} = |Q|\vec{l}$- електричний момент диполя. Вектор $\vec{\mathrm{E}}_{\mathrm{B}}$ спрямований протилежно вектору електричного моменту диполя (вектор $\vec{P}$ спрямований від негативного заряду до позитивного).

Відповідь: $\mathrm{E}_{\mathrm{B}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{P}{r^3}$.



Задача 8.На рисунку зображена нескінченна площина з поверхневою густиною заряду σ=40 мкКл/м^2 іоднойменно заряджену кульку з масою m=1 г і зарядом q=1 нКл. Який кут αз площиною утворить нитка, на якій висить кулька?

Рішення: На кульку діють сила електрична, що напрямлена від зарядженої поверхні, сила тяжіння, напрямлена вертикально вниз і сила натягу нитки, що напрямлена по нитці. Спроектуємо сили по осях координат: на вісь x і y

$$\begin{cases} x: F_{\text{ел}} - T sin\alpha = 0 \\ y: T cos\alpha - mg = 0 \end{cases}$$

Вирішимо цю систему рівнянь, виразивши силу натягу з першого рівняння і підставимо його у друге.

Отримаємо $F_{ел} ctg\alpha = mg$. Звідси $F_{ел} = mgtg\alpha$. З другого боку $F_{ел} = qE$. Напруженість електричного поля нескінченної зарядженої площини дорівнює $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$. В результаті отримуємо

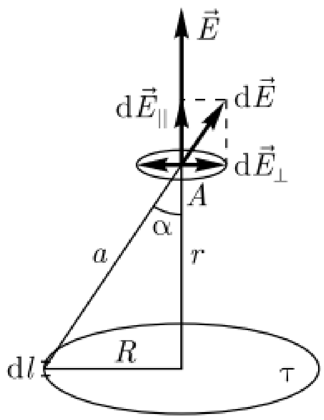
$$tg\alpha = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 mg}$$

Звідси

$tg\alpha = \frac{10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} 10^{-3} 9{,}8}$ = 0,23.

Відповідь: α =13^0.

Задача 9. Тонке дротове кільце радіусом R =4см рівномірно заряджене з лінійною густиною τ =1нКл/м. Визначте напруженість E електростатичного поля в вакуумі на осі, що проходить через центр кільця в точці віддаленій на відстань r=6см від центру кільця.



Рішення: Розіб'ємо кільце на нескінченно малі елементи dl. Заряд такого елементу

$$dQ = \tau dl.$$

Цей елемент створює в даній точці електростатичне поле напруженістю

$$dE = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+R^2)},$$

де τ - лінійна густина заряду, a – відстань від елементу dl кільця до точки А, в якій необхідно визначити напруженість поля. Вектор $d\vec{E}$ спрямований вздовж лінії a.

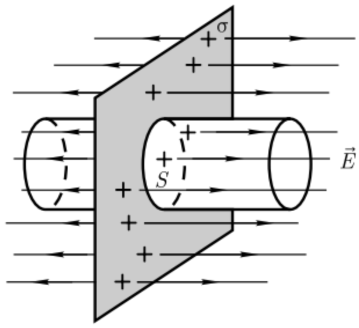
Для визначення напруженості електростатичного поля в даній точці А слід геометрично скласти $d\vec{E}$ від всіх елементів кільця. Вектор $d\vec{E}$ розкладемо на два компонента $d\vec{E}_{\perp}$ і $d\vec{E}_{\parallel}$. Геометрична сума всіх $d\vec{E}_{\perp}$ буде дорівнювати нулю ($d\vec{E}_{\perp}$від кожних двох діаметрально протилежних елементів кільця рівні й протилежно спрямовані). Тоді

$$E = \int d\vec{E}_{\parallel} = \int dEcos\alpha = \int_0^{2\pi R} \frac{\tau r dl}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+R^2)^{3/2}},\ (cos\alpha = \frac{r}{(\sqrt{r^2+R^2})}).\ \text{E} =$$

$$\frac{10^{-9} 6\cdot 10^{-2} 2\cdot 3{,}14\cdot 4\cdot 10^{-2}}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot (52\cdot 10^{-4})^{3/2}} = 0{,}00362\cdot 10^5 = 362 \text{ В/м.}$$

Відповідь:E=362В/м.

Задача 10. Визначте напруженість E електростатичного поля, створюваного в вакуумі рівномірно зарядженою нескінченою площиною з поверхневою густиною заряду $+\sigma$.



Рішення: Внаслідок симетріє задачі (площина нескінчена) вектор $\vec{E}$ може бути тільки перпендикулярним зарядженій площині. В якості замкненої поверхні виберемо прямий циліндр, основи якого паралельні площині, а вісь перпендикулярна їй (див. рис.).

Згідно з теоремою Гаусса для поля у вакуумі, потік вектора напруженості електростатичного поля

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} Q_i,$$

де E_n - проекція вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$ до зарядженої площини ($\vec{n}$ направлений від площини); ε_0 - електрична стала; $\sum_{i=1}^{N} Q_i$ - алгебрична сума зарядів, які охоплюються довільною замкненою поверхнею.

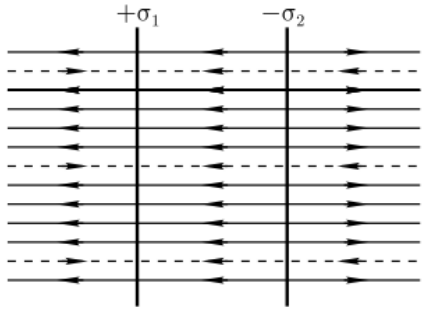
Потік вектора напруженості крізь бічну поверхню циліндра дорівнює нулю, оскільки $\vec{n} \perp \vec{E}$. Тому повний потік крізь всю поверхню циліндра дорівнює сумі потоків крізь його основи, тобто $2ES$(E=*const*).

Заряд, якій охоплюється циліндричною поверхнею дорівнює $q = \sigma S$, де σ поверхнева густина заряду: заряд, що припадає на одиницю поверхні. Тоді згідно з теоремою Гаусса $2ES$=$\frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$, звідки

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Відповідь: E=$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Задача 11. Електростатичне поле створене двома нескінченими паралельними площинами у вакуумі з поверхневими густинами σ_1 =0,8мкКл/м^2 і σ_2 =-0,2мкКл/м^2. Визначте напруженість E електростатичного поля: 1) між площинами; 2) за межами площин.



Рішення: Згідно з принципом суперпозиції, напруженість $\vec{E}$ результуючого поля, створюваного обома площинами, дорівнює геометричній сумі напруженостей полів, створених кожною зарядженою площиною (незалежно від присутності другої площини).

$$\vec{\mathrm{E}} = \vec{\mathrm{E}}_1 + \vec{\mathrm{E}}_2$$

На рисунку суцільні лінії відповідають полю від позитивно зарядженої площині, штрихові – від негативно зарядженої площини. За межами площин, зліва і справа від них

$$\mathrm{E}_{\text{зовн.}} = \mathrm{E}_1 - \mathrm{E}_2$$

(лінії напруженостей спрямовані назустріч одна до одної), а між площинами

$$\mathrm{E}_{\text{внутр.}} = \mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2$$

(лінії напруженостей спрямовані однаково).

Напруженості електростатичних полів, створені першою і другою площинами,

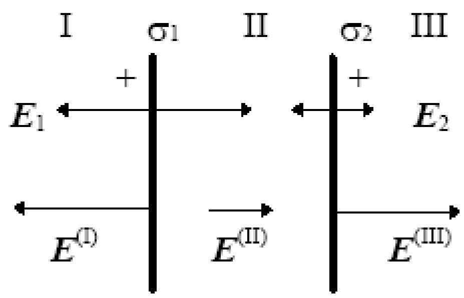
$$\mathrm{E}_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} \text{ і } \mathrm{E}_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}.$$

Звідки

$$\mathrm{E}_{\text{внутр.}} = \mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2 = \frac{|\sigma_1| + |\sigma_2|}{2\varepsilon_0}, \ \mathrm{E}_{\text{зовн.}} = \mathrm{E}_1 - \mathrm{E}_2 = \frac{|\sigma_1| - |\sigma_2|}{2\varepsilon_0}.$$

Відповідь: 1) E_1= 56,5кВ/м, 2) E_2=3,39кВ/м.

Задача 12. Електричне поле створено двома паралельними нескінченними зарядженими площинами з поверхневими



густинами заряду σ_1=0,4 мкКл/м^2 і σ_2=0,1 мкКл/м^2. Визначити напруженість електричного поля, створеного цими зарядженими площинами.

Рішення: Згідно з принципом суперпозиції, поля, створювані кожної зарядженої площиною окремо, накладаються один на одного, причому кожна заряджена площина створює електричне поле незалежно від присутності іншої зарядженої площини. Напруженості однорідних електричних полів, створюваних першої і другої площинами, відповідно, рівні:

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} \text{ і } E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$$

Площини ділять весь простір на три області: (I), (II) і (III), як показано на рисунку. Так як обидві площині заряджені позитивно, то в першій і третій областях електричні силові лінії обох полів спрямовані в одну сторону і, отже, напруженості сумарних полів $E^{(I)}$ і $E^{(III)}$ в першій і третій областях рівні між собою і дорівнюють сумі напруженостей полів, створюваних першою і другою площинами:

$E^{(I)} = E^{(III)} = E_1+E_2$ або $E^{(I)} = E^{(III)}$ == 28,3 кВ/м.

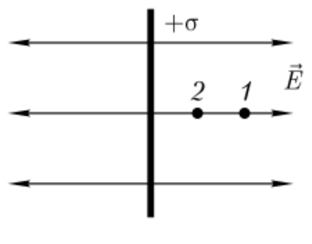
У другій області (між площинами) електричні силові лінії полів спрямовані в протилежні сторони і, отже, напруженість поля $E^{(II)}$ дорівнює різниці напруженостей полів, створюваних першою і другою площинами:

$E^{(II)} = |E_1 - E_2|$ або $E^{(II)} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\varepsilon_0}$ =17кВ/м.

На рисунку вказані напрямки електричних полів $E_{1,}$ E_2, і E, створюваних, відповідно, першою площиною, другою площиною і двома площинами разом.

Відповідь: $E^{(I)} = E^{(III)}$ =28,3 кВ/м; $E^{(II)}$ =17 кВ/м.

Задача 13. Визначте роботу зовнішніх сил з переміщення заряду q=1нКл вздовж лінії



напруженості з відстані r_1 =4см до відстані r_2 =2см, якщо електростатичне поле створюється нескінченною рівномірно зарядженою поверхнею σ =2мкКл/м^2.

Рішення: Робота сили F на елементарному переміщені dl вздовж лінії напруженості (див. рис.)

$$dA = Fdr,$$

де

$$\vec{F} = -q\vec{E},$$

Знак мінус показує, що спрямованість векторів $\vec{F}$ і $\vec{E}$ протилежна.

Напруженість поля, створеного зарядженою нескінченою площиною з поверхневою густиною σ дорівнює

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Робота зовнішніх сил по переміщенню заряду з відстані r_1 до відстані r_2 $A = \int_{r_1}^{r_2} Fdr = -\frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2} dr = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}(r_1 - r_2).$

Відповідь: A=2,25мкДж.

Задача 14. Електростатичне поле створюється позитивно зарядженою нескінченною ниткою. Протон, рухаючись під дією електростатичного поля вздовж лінії напруженості від нитки з відстані r_1=2см до r_2=10см, змінив свою швидкість від v_1=1Мм/с до v_2=5Мм/с. Визначте лінійну густину τ заряду нитки.

Рішення: Робота, що здійснюється силами електростатичного поля при переміщенні протона з точки з потенціалом φ_1 в точку з потенціалом φ_2, йде на збільшення кінетичної енергії протона

$$\text{А} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = \Delta E_\text{к}.$$

У випадку нитки електростатичне поле володіє осьовою симетрією, тому

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \text{ і } d\varphi = -Edr,$$

Тоді різниця потенціалів між двома точками, що знаходяться на відстанях r_1

і r_2 від нитки,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1},$$

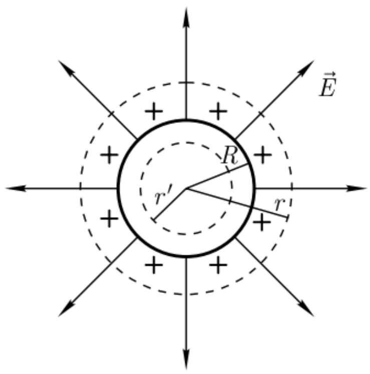
де $E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}$ - напруженість поля створюваного рівномірно зарядженою нескінченною ниткою.

Оскільки $\Delta E_к = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$ то $\frac{q\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$.

Звідки шукана лінійна густина заряду нитки $\tau = \frac{\pi\varepsilon_0 m(v_2^2 - v_1^2)}{q ln\frac{r_2}{r_1}}$.

Відповідь: τ=4,33мкКл/м.

Задача 15.Сферична поверхня радіусом R, рівномірно заряджена з поверхневою густиною σ, розташована у вакуумі. Визначте напруженість Е електростатичного поля: 1) на відстані $r > R$ від центру сфери; 2) на відстані $r < R$ від центру сфери. Побудуйте графік залежності $E(r)$.



a

Рішення:Завдяки рівномірному розподілу заряду по поверхні, поле, створюване їм, буде центрально-симетричним, тобто напрямок вектора $\vec{E}$ в будь-якій точці проходить через центр сфери, а напруженість є функцією відстані r від центра сфери. Тому в якості довільної замкненої поверхні природно вибрати концентричну сферу.

Згідно з теоремою Гауса для поля в вакуумі, потік вектора напруженості через замкнену поверхню

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

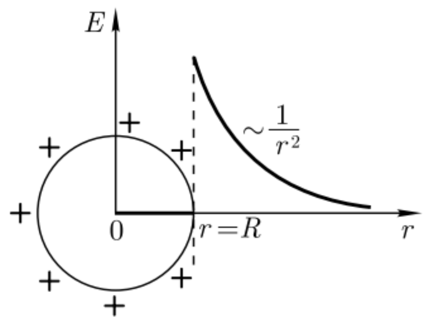
де q - загальний заряд, що охоплюється, довільною поверхнею S.

Якщо $r < R$, то замкнена поверхня не охоплює зарядів (рис. а), тому всередині рівномірно зарядженої сферичної поверхні $\vec{E} = 0$.

Якщо $r \geq R$, всередину поверхні попадає весь заряд, що створює поле (рис.а), то, за теоремою Гаусса, $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$. Звідси, $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$.

Для поля в середовищі (діелектрику) формула набуває вигляду $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}$,

де ε - відносна діелектрична проникність середовища.



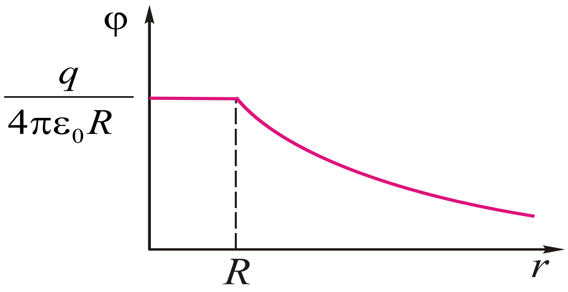
б

Графік залежності E (r) на малюнку (б).

Потенціал можна обчислити, знаючи зв'язок між напруженістю $\frac{d\varphi}{dr} = -E_r$ електричного поля і потенціалом:

Отже, $$\varphi = -\int_{\infty}^{r} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Графік залежності φ (r) представлений на малюнку (в):



в

Задача 16. Електростатичне поле створюється сферою радіуса R=10см рівномірно зарядженою з поверхневою густиною σ=5нКл/м^2. Визначте різницю потенціалів між двома точками поля, що знаходяться на відстанях r_1=15см і r_2=20см від поверхні сфери.

Рішення: Різниця потенціалів між двома точками, що знаходяться на відстанях r_1 і r_2 від поверхні сфери

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1+R}^{r_2+R} E dr,$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}; \sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{q}{S}; \quad E = \frac{\sigma S}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}.$$

де $E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}$ - напруженість поля, створюваного рівномірно зарядженою з поверхневою густиною σ сферичною поверхнею. Підставивши цей вираз і проінтегрувавши, отримаємо шукану різницю потенціалів

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1+R}^{r_2+R} \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \int_{r_1+R}^{r_2+R} \frac{dr}{r^2} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1+R} - \frac{1}{r_2+R} \right).$$

Відповідь: $\varphi_1 - \varphi_2$=3,77В.

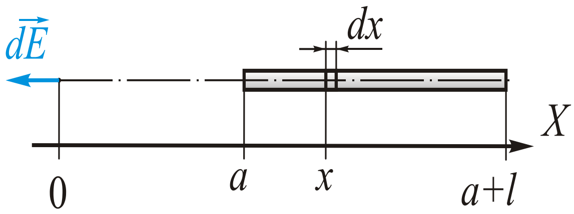
Задача 17.Тонкий прямий стрижень довжиною 10 см рівномірно заряджений з лінійною густиною заряду 1 нКл / см. На продовженні осі стрижня, на відстані 20 см від найближчого кінця, знаходиться точковий заряд 20 нКл. Визначити силу взаємодії стержня і точкового заряду.

Дано:

τ = 400 нКл/см = 4·10^{-5} Кл/м

$a = l$ = 20 см = 0,2 м

E - ?



$$\tau = \frac{dq}{dl} \qquad dq = \tau \cdot dx \qquad dE = k \cdot \frac{dq}{r^2} = k \cdot \frac{\tau \cdot dx}{x^2}$$

$$E = \int dE = \int_a^{a+l} k \cdot \frac{\tau \cdot dx}{x^2} = k\tau \int_a^{2a} \frac{dx}{x^2} \qquad E = k\tau \left(-\frac{1}{x} \right) \Bigg|_a^{2a} = k\tau \left(-\frac{1}{2a} + \frac{1}{a} \right) = \frac{k\tau}{2a}$$

$$E = \frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Кл}}{\text{м}}}{2 \cdot 0{,}2\text{м}} = 9 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = 9 \cdot 10^5 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Задача 18. Електростатичне поле утворюється кулею радіусом, рівномірно зарядженим з об'ємною густиною ρ. Побудувати графік залежності $E(r)$.

Дано:

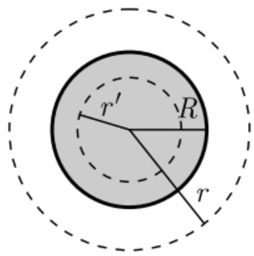
R

ρ

1) $r > R$;

2) $r < R$

E-? $E(r)$–?



a

Рішення:Оскільки заряд рівномірно розподілений по кулі, поле є центрально-симетричним, тобто напрям вектора $\vec{E}$в будь-якій точці проходить скрізь центр кулі, а напруженість є функцією відстані r від центру кулі. При такій конфігурації поля в якості довільної замкненої поверхні слід вибрати концентричну сферу. Для всіх точок цієї поверхні $E_n = E(r) = const.$

Згідно теоремі Гаусса:

$$\Phi_E = \oint_S (\vec{E}\cdot\vec{n})dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i$$

1) $r \geq R$. В якості замкнутої поверхні візьмемо сферу радіусом r,

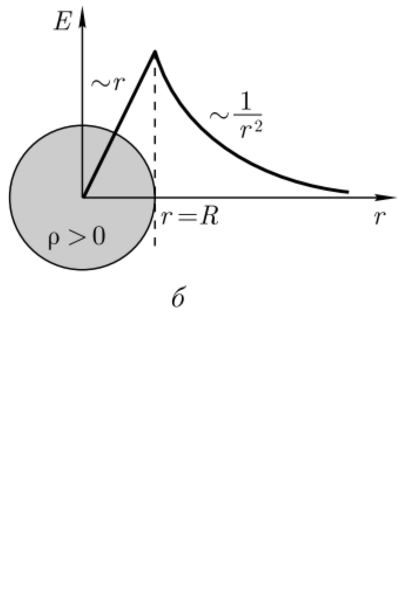
Що має загальний центр з зарядженою кулею. В цьому випадку всередину попадає весь заряд, що створює заряджене поле, і, за теоремою Гаусса:

$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\rho V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0},$$

Звідси:

$$E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}.$$

2) $r < R$.В якості замкнутої поверхні візьмемо сферу радіусом rподумки побудуємо сферу радіусом r. Ця сфера охоплює заряд $q = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$. Тому, згідно теоремі Гауса:



б

$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\cdot\frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0},$$ звідси

напруженість дорівнює

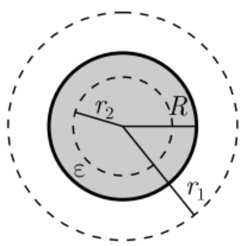
$$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}.$$

Графік залежності $E(r)$:

Відповідь:$E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\,(r \geq R)$; $E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\,(r < R)$.

Задача 19. Суцільна куля з діелектрику (діелектрична проникність ε) радіусом R заряджений рівномірно з об'ємною густиною.

Визначте напруженість електричного поля 1) на відстані



$r_1 > R$ від центру кулі; 2) на поверхні кулі; 3)на відстані $r_2 < R$ від центру кулі.

Дано:

$\underline{\varepsilon, R, \rho, r_1 > R, r_2 < R}$

$$E_1 - ?\, E_R - ?\, E_2 - ?$$

Рішення. Оскільки куля з діелектрику заряджена рівномірно, то поле є центральносиметричним (напрям вектора електричного зміщення $\vec{D}$ в будь-який точці проходить скрізь центр кулі), а електричне зміщення є функцією відстані r від центру кулі. При такій конфігурації поля в якості довільної замкненої поверхні слід вибрати концентричну сферу. Для всіх точок цієї поверхні $D_n = D(r) = const.$

Згідно теоремі Гаусса для електростатичного поля в діелектрику потік вектора електричного зміщення

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = Q,$$

Q – вільний заряд, що охоплюється поверхнеюS.

1) $r_1 > R$В якості замкненої поверхні візьмемо сферу радіусу r_1, що має загальний центр із зарядженою кулею. Тоді весь заряд, що створює поле попаде всередину поверхні. Тоді за теоремою Гаусса:

$D_1 \cdot 4\pi r_1^2 = Q = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$, де Q - загальний заряд діелектричної кулі в об'ємі $V = \frac{4}{3}\pi$. Звідси

$$D_1 = \frac{\rho R^3}{3 r_1^2}.$$

З огляду на зв'язок між електричним зміщенням і напруженістю електричного поля $D_1 = \varepsilon\varepsilon_0 E_1$,а також умову $(r_1 > R)$, тобто$\varepsilon = 1$,отримаємо$E_1 = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r_1^2}$.

2) $r = R$. В цьому випадку замкненою поверхнею може бути сфера радіусом R. Згідно теоремі Гаусса: $D_R \cdot 4\pi R^2 = Q = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$, де

Q –загальний заряд діелектричної кулі в об'ємі $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, звідси $D_R = \frac{\rho R}{3}$.Оскільки$D_R = \varepsilon\varepsilon_0 E_R$,то напруженість електростатичного поля:

$$E_R = \frac{\rho R}{3\varepsilon\varepsilon_0}$$

3) $r_2 < R$. В якості замкненої поверхні візьмемо сферу радіусом r_2. Ця сфера охоплює заряд $Q^/ = \rho V^/ = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r_2^3$. Тому, згідно теоремі Гаусса для поля в діелектрику,$D_2 \cdot 4\pi r_2^2 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r_2^3$,

Звідси$D_2 = \frac{\rho r_2}{3}$.

Оскільки $D_2 = \varepsilon\varepsilon_0 E_2$, шукана напруженість електростатичного поля:

$$E_2 = \frac{\rho r_2}{3\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Відповідь: 1) $E_1 = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r_1^2}$; 2) $E_R = \frac{\rho R}{3\varepsilon\varepsilon_0}$; 3) $E_2 = \frac{\rho r_2}{3\varepsilon_0 \varepsilon}$.

Задача 20. Плоский конденсатор, між обкладками якого знаходиться скляна пластинка $(\varepsilon = 7)$ товщиною d =3мм заряджений до різниці потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$=500В. Визначте: 1) поверхневу густину σ зарядів на обкладках конденсатора; 2) поверхневу густину $\sigma^/$ зв'язаних зарядів на склі. Величиною зазору між пластинкою і обкладками знехтувати. ($\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$Ф/м).

Рішення: Напруженість поля всередині конденсатора при наявності діелектрика між обкладинками

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

З другого боку, напруженість електростатичного поля всередині конденсатора

$$E = \frac{U}{d}.$$

Прирівнявши ці вирази, отримаємо шукану поверхневу густину σ зарядів на обкладках конденсатора

$$\sigma = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon U}{d}$$

Поверхнева густина $\sigma^{/}$ зв'язаних зарядів дорівнює поляризованості P: $\sigma^{/} = P$. Поляризованість діелектрика P і напруженість E зв'язані між собою співвідношенням $P = \varkappa\varepsilon_0 E$, де $\varkappa$ - діелектрична сприйнятливість діелектрика, яка зв'язана з діелектричною проникністю співвідношенням $\varepsilon = 1 + \varkappa$. Тоді шукана поверхнева густина зв'язаних зарядів:

$$\sigma^{/} = P = \varkappa\varepsilon_0 E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{U}{d}.$$

Відповідь: σ=10,3 мкКл/м^2; $\sigma^{/}$=8,85 мкКл/м^2.

Задача 21.У просторі наполовину заповненому парафіном), створене однорідне електростатичне поле, напруженість якого у вакуумі E_1=4 В/м. Вектор E_1 створює з плоским кордоном вакуум-парафін кут α = 60^0. Визначте у парафіні: 1) електричне зміщення D_2; 2) напруженість E_2 електростатичного поля; 3) поляризованість P_2.

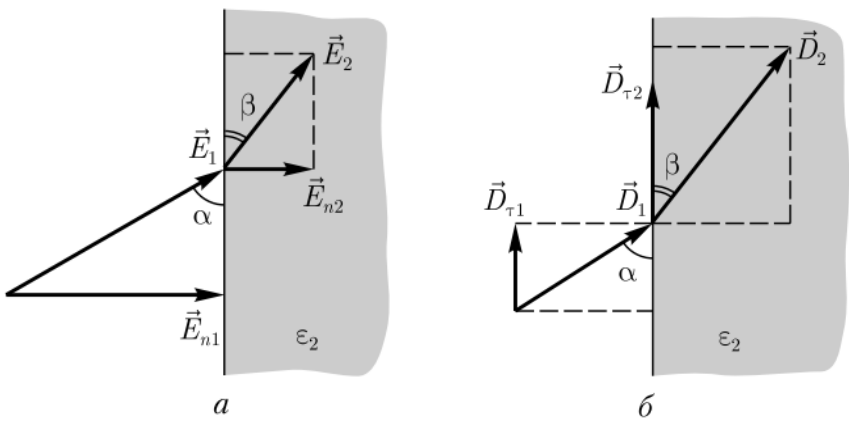
Дано:

E_1=4 В/м

α = 60^0

ε$_2$=2

D_2- ?, E_2 - ?, P_2 - ?



Рішення.Оскільки в задачі заданий вектор $\vec{E}_1$ як за модулем, так і за напрямом , то задано і напрям вектора $\vec{D}_1$ у вакуумі (вектори $\vec{E}$ і $\vec{D}$ паралельни).

Зв'язок між нормальною та тангенціальною складовою векторів $\vec{D}$ і $\vec{E}$:

$$D_n = \varepsilon_0\varepsilon E_n \text{і} D_\tau = \varepsilon_0\varepsilon E_\tau.$$

Під час переходу через межу розділу тангенціальна складова вектора $\vec{E}$ (E_τ) і нормальна складова вектора $\vec{D}$ (D_n) не зазнають стрибка, тобто

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}; D_{n1} = D_{n2},$$

А нормальна складова вектора $\vec{E}$ (E_n) і тангенціальна складова вектора $\vec{D}$

(D_τ) зазнають стрибок

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}; \frac{D_{\tau1}}{D_{\tau2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2},$$

що зображено на рисунку.

Якщо ε_1=1, то отримаємо

$$E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2} \text{і} D_{\tau1} = \frac{D_{\tau2}}{\varepsilon_2}.$$

Тоді з вищезазначених рівнянь отримаємо

$$D_2 = \sqrt{D_{n2}^2 + D_{\tau2}^2} = \sqrt{D_{n1}^2 + \varepsilon_2^2 D_{\tau1}^2}.$$

У вакуумі (див.рис.) $D_{n1} = D_1 sin\alpha = \varepsilon_0 E_1 sin\alpha$, $D_{\tau1} = D_1 cos\alpha = \varepsilon_0 E_1 cos\alpha$.

Тоді шукане електричне зміщення у парафіні

$$D_2 = \varepsilon_0 E_1 \sqrt{(sin\alpha)^2 + \varepsilon_2^2 (cos\alpha)^2}.$$

З рисунку a витікає, що

$$E_2 = \sqrt{E_{n2}^2 + E_{\tau2}^2} = \sqrt{\frac{E_{n1}^2}{\varepsilon_2^2} + E_{\tau1}^2}.$$

У вакуумі $E_{n1} = E_1 sin\alpha$, $E_{\tau2} = E_1 cos\alpha$. Тоді шукана напруженість електростатичного поля у парафіні

$$E_2 = E_1 \sqrt{\frac{(sin\alpha)^2}{\varepsilon_2^2} + (cos\alpha)^2}.$$

ПоляризованістьP_2 зв'язана з $\vec{E}$ і $\vec{D}$ співвідношенням

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

звідки слід

$$P_2 = D_2 - \varepsilon_0 E_2.$$

Відповідь: 1) D_2= 46 пКл/м^2; 2) E_2= 2,6 В/м; 3) P_2=23 пКл/м^2.

4. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Задача 1. Два точкових заряди, перебуваючи в повітрі (ε=1) на відстані r_1=20 см один від одного, взаємодіють із деякою силою. На якій відстані r_2 потрібно помістити ці заряди в маслі (ε=5) , щоб одержати ту ж силу взаємодії?

Задача 2. Побудувати графік залежності сили F взаємодії між двома точковими зарядами від відстані r між ними в інтервалі $2 \leq r \leq 10$ см через кожні 2 см. Заряди q_1=20 нКл і q_2=30 нКл.

Задача 3. У скільки разів енергія $W_{эл}$електростатичної взаємодії двох часток із зарядом q і масою m кожна більше енергії $W_{гр}$їхньої гравітаційної взаємодії? Завдання вирішити для: а) електронів; б) протонів.

Задача 4. Знайти напруженість E електричного поля в точці, що лежить посередині між точковими зарядами q_1=8 нКл і q_2=6 нКл. Відстань між зарядами r =10 см; ε=1.

Задача 5. У центр квадрата, у кожній вершині якого, перебуває заряд q=2,33 нКл, поміщений негативний зарядq_0. Знайти цей заряд, якщо на кожний заряд q діє результуюча сила $F=0$.

Задача 6. У вершинах правильного шестикутника розташовані три позитивних і три негативних заряди. Знайти напруженість E електричного поля в центрі шестикутника при різних комбінаціях у розташуванні цих зарядів. Кожний заряд q=1,5 нКл; сторона шестикутника a=3 см.

Задача 7. Вирішити попереднє завдання за умови, що всі шість зарядів, розташованих у вершинах шестикутника, позитивні.

Задача 8. Два точкових заряди q_1=7,5 нКл і q_2=14,7 нКл розташовані на відстані r=5 см. Знайти напруженість E електричного поля в точці, що перебуває на відстанях $a=3$ см від позитивного заряду й $b=4$ см від негативного заряду.

Задача 9. Дві кульки однакового радіуса й маси підвішені на нитках однакової довжини так, що їхні поверхні стикаються. Після повідомлення кулькам заряду q_0= 0,4мкКл вони відштовхнулися друг від друга й розійшлися на кут 2α=60°. Знайти масу m кожної кульки, якщо відстань від центра кульки до точки підвісу l=20 см.

Задача 10. Визначте роботу зовнішніх сил за переміщенням заряду Q=1нКл вздовж лінії напруженості з відстані r_1= 4 см до відстані r_2= 2см, якщо електростатичне поле створюється нескінченною рівномірно зарядженою площиною з поверхневою густиною заряду σ =2 мкКл/м^2.

Задача 10.Електричне поле створене позитивно зарядженою нескінченно довгою ниткою з лінійною густиною заряду τ =0,2 Кл/м. Яку швидкість v отримає електрон під дією поля, якщо наблизиться до нитки з відстані r_1 =1см до відстані r_2 =0,5 см?

Задача 11.Тонкий прямий стрижень, якиймає довжину12 см, рівномірно заряджений з лінійною густиною заряду τ=1 нКл / см. На продовженні осі стрижня, на відстані 24 см від найближчого кінця, знаходиться точковий заряд 10 нКл. Визначити силу взаємодії стержня і точкового заряду.

Задача 12.У просторі наполовину заповненомуслюдою, створене однорідне електростатичне поле, напруженість цього поля у вакуумі E_1=6 В/м. Вектор напруженосты $\vec{E}_1$ створює з плоскоюграницею вакуум-слюда кут α = 60^0. Визначте у слюді: 1) електричне зміщення $\vec{D}_2$; 2) напруженість $\vec{E}_2$ електростатичного поля; 3) поляризованість P_2.

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

1. Скіцько І.Ф., Скіцько О.І Фізика: підручник: Київ: НТУУ КПІ імені Ігоря Сікорського, 2017. 513 с. URL: https://ela.kpi.ua/handle/123456789/19035?mode=full

2. Кармазін В. В., Семенець В. В. Курс загальної фізики: навчальний посібник для вищих навчальних закладів. Київ.: Кондор, 2016. 786 с

3. Фізика: навчальний посібник з розв'язування задач з курсу загальної фізики / Вербицький Б. І., Король А. М., Котікова С. М., Медвідь Н. В. К.: ІНКОС, 2016. 376 с.URL: http://dspace.nuft.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/23788/1/posibnyk1.pdf

4. Галущак М.О., Федоров О.Є. Курс фізики. Електромагнетизм: підручник. Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2016. 405 с.

5. Герасимов О.І., Андріанова І.С., Фізика в задачах: підручник. Одеський державний екологічний університет. Одеса: ТЭС, 2017. 564с. URL: https://www.researchgate.net/profile/Iryna-Andrianova/publication/341057029_Fizika_v_zadacah/links/5eab4af0299bf18b958a72f6/Fizika-v-zadacah.pdf

6. Клубіс Я. Д., Шкатуляк Н. М. Основи електродинаміки. – Державний заклад «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського» від 24 грудня 2020 р., пр. № 7. Одеса: Університет Ушинського, 2020. 208 с.

7. Клубіс Я. Д. , Шкатуляк Н. М. Збірник задач з електродинаміки. Навчальний посібник. 2-е вид.: доп., перероб. Одеса: Фенікс, 2014. 284 с.