

ПІВДЕННОУКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ К. Д. УШИНСЬКОГО

ІНСТИТУТ ФІЗИКИ ТА МАТЕМАТИКИ

МЕТОДИ АКТИВІЗАЦІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У
ШКОЛІ

ОДЕСА – 2006

Методи активізації навчання математики у школі : [метод. рекомендації] / Південноукраїнський державний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського, Ін-т фізики і математики; [уклад. С. В. Іванова]. – Одеса : [б. в.], 2006. – 73 с.

Методичні рекомендації для студентів математичних спеціальностей педагогічних вищих закладів освіти та вчителів математики.

Укладач: Іванова Світлана Володимирівна

Друкується за рішенням Вченої Ради ПДПУ імені К. Д. Ушинського
від березня 2006 року

ЗМІСТ

ВСТУП

↓1. МЕТОДИ НАВЧАННЯ. РІЗНІ ПІДХОДИ ДО ЇХ КЛАСИФІКАЦІЇ _

↓2. КЛАСИФІКАЦІЯ МЕТОДІВ ПРОДУКТИВНОГО НАВЧАННЯ (за
А. В. Хуторським)

↓3. СУЧАСНІ ТЕНДЕНЦІЇ У СТРАТЕГІЇ ВИБОРУ МЕТОДІВ
НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ _____

↓4. ОСОБЛИВОСТІ МЕТОДИКИ ЗАСТОСУВАННЯ КОГНІТИВНИХ
МЕТОДІВ _____

↓5. СПЕЦИФІКА ВИКОРИСТАННЯ КРЕАТИВНИХ МЕТОДІВ ПРИ
НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ _____

↓6. ОРГДІЯЛЬНІСНІ МЕТОДИ ПРИ НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ
УЧНІВ ЗАГАЛЬНООСВІТНІХ ЗАКЛАДІВ _____

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ _____

ВСТУП

Основними актуальними тенденціями у педагогіки є зміна цілей освіти у напрямках гуманізації, культуро- і природовідповідності навчання; посилення особистісної орієнтації змісту і технологій освіти; індивідуалізація освітніх траєкторій учнів; творча і розвивальна спрямованість базової освіти; технологізація та комп'ютеризація навчального процесу.

Особистісно-орієнтовний підхід вимагає посилення ролі учнів у навчанні, діяльнісну спрямованість навчання. Цілі, зміст, форми і методи навчання при такому підході розглядаються з позицій урахування інтересів і нахилів учнів, їм пропонується можливість створення індивідуальної освітньої траєкторії.

Творча продуктивність навчання трактується, як креативний процес створення кожним учнем своєї освітньої продукції з навчальних предметів, які вивчаються. “Креативність освіти означає необхідність створення змісту освіти, який формується самим учнем у вигляді його творчої освітньої продукції. Включення у навчальний процес методів пізнання і перетворення світу, інформаційних і телекомунікаційних технологій, цілеспрямованого, планування, рефлексії дозволяють учням оволодіти способами продуктивної діяльності”, - вказує один з основоположників особистісно-орієнтованої освіти А.В. Хуторський [59:8].

Питання, пов'язані з спрямованістю освіти, її системоутворюючі і діяльнісні основи визначаються у методологією освіти. Методологія освіти це система принципів, форм, методів і засобів освітньої діяльності, а також вчення про цю систему. Одну з основних категорій методології освіти становить категорія методів навчання. Без методів неможливо досягти

поставленої цілі, реалізувати засвоєння змісту навчального матеріалу, наповнити навчання пізнавальною діяльністю.

“Метод - серцевина навчального процесу, сполучна ланка між запроєктованою метою і кінцевим результатом. Його роль у системі «цілі - зміст - методи - форми - засоби навчання» є визначальною”. – вважає відомий педагог І. П. Подласий [36:470].

У даних методичних рекомендаціях розглядаються психолого-педагогічні засади класифікацій і вибору методів навчання математики. Тут висвітлюються питання, пов'язані з трактуванням таких понять як особистісно-орієнтовний підхід, творча продуктивність навчання, метод навчання, прийом навчання, активізація навчання та ін.; аналізуються різні класифікації методів навчання (традиційна – за джерелом знань; за призначенням; за характером пізнавальної діяльності; за дидактичними цілями; з виділенням методів викладання і учіння; з урахуванням форм співробітництва у навчанні тощо). Особлива увага приділяється класифікації методів продуктивного навчання А. В. Хуторського та сучасним тенденціям у стратегії вибору методів. Систематизовані також численні приклади застосування різних методів при особистісно-орієнтованому навчанні математики. В даних методических рекомендациях рассматриваются психолого-педагогические основы классификации и выбора методов обучения математике. Тут висвітлюються питання, пов'язані з трактуванням таких понять як особистісно-орієнтовний підхід, творча продуктивність навчання, метод навчання, прийом навчання, активізація навчання та ін.; аналізуються різні класифікації методів навчання (традиційна – за джерелом знань; за призначенням; за характером пізнавальної діяльності; за дидактичними цілями; з виділенням методів викладання і учіння; з урахуванням форм співробітництва у навчанні тощо). Особлива увага приділяється класифікації методів продуктивного навчання А. В. Хуторського та сучасним тенденціям у стратегії вибору методів. Систематизовані також численні приклади застосування різних методів при особистісно-орієнтованому навчанні математики.

↓1. МЕТОДИ НАВЧАННЯ. РІЗНІ ПІДХОДИ ДО ЇХ КЛАСИФІКАЦІЇ

До основних актуальних педагогічних тенденцій відносять: зміну цілей освіти у напрямках гуманізації, культуро- і природовідповідності навчання; посилення особистісної орієнтації змісту і технологій освіти; індивідуалізацію освітніх траєкторій учнів; творчу і розвивальну спрямованість базової освіти; технологізацію та комп'ютеризацію навчального процесу .

Головним критерієм ефективності навчання за принципом природовідповідності є природний, вільний розвиток учня, який зберігає свою самобутність і гармонію з навколишнім світом.

Особистісно-орієнтовний підхід вимагає посилення ролі учнів у навчанні, діяльнiсну спрямованість навчання. Цілі, зміст, форми і методи навчання при такому підході розглядаються з позицій урахування інтересів і нахилів учнів, їм пропонується можливість створення індивідуальної освітньої траєкторії.

Творча продуктивність навчання трактується, як креативний процес створення кожним учнем своєї освітньої продукції з навчальних предметів, які вивчаються. “Креативність освіти означає необхідність створення змісту освіти, який формується самим учнем у вигляді його творчої освітньої продукції. Включення у навчальний процес методів пізнання і перетворення світу, інформаційних і телекомунікаційних технологій, цілеспрямованості, планування, рефлексії дозволяють учням оволодіти способами продуктивної діяльності”, - вважає А.В. Хуторський [59:8] .

Питання, пов'язані з спрямованістю освіти, її системоутворюючі і діяльнісні основи розглядаються у методології освіти.

Методологія освіти це система принципів, форм, методів і засобів освітньої діяльності, а також вчення про цю систему. Одну з основних категорій методології освіти становить категорія методів навчання. Без методів неможливо досягти поставленої цілі, реалізувати засвоєння змісту навчального матеріалу, наповнити навчання пізнавальною діяльністю.

“Метод - серцевина навчального процесу, сполучна ланка між запроєктованою метою і кінцевим результатом. Його роль у системі «цілі - зміст - методи - форми - засоби навчання» є визначальною”. – пише І. П. Подласий [36:470].

Метод навчання (від грец. *metodos* - буквально: шлях до чого-небудь) - це упорядкована діяльність педагога й учнів, спрямована на досягнення заданої мети навчання. Під методами навчання (дидактичними методами) часто розуміють сукупність шляхів, способів досягнення цілей, рішення освітніх задач. У педагогічній літературі поняття методу іноді відносять тільки до діяльності педагога або до діяльності учнів. У першому випадку говорять про методи викладання. А в другому - про методи учіння. Якщо ж мова йде про спільну роботу вчителя й учнів, то тут йдеться про методи навчання.

У структурі методів навчання виділяють прийоми. Прийом - це елемент методу, його складова частина, разова дія, окремий крок у реалізації методу або модифікація методу в тому випадку, коли метод невеликий за об'ємом або простий за структурою.

Метод навчання – складне, багатомірне, багатоякісне утворення.

Виділяють об'єктивну і суб'єктивну частини методу. Об'єктивна частина методу обумовлена тими постійними положеннями, які обов'язково належать методу, незалежно від використання його різними педагогами. В ній втілені загальні для всіх дидактичні положення, принципи і правила, постійні компоненти цілей, змісту і форм навчальної діяльності. Суб'єктивна частина методу обумовлена особистістю педагога, особливостями учнів, конкретними умовами. Складним є питання про співвідношення суб'єктивної

і об'єктивної частини у методі. Існують різні точки зору. Деякі педагоги вважають методи суто об'єктивним утворенням, а інші – виділяють тільки його суб'єктивність, тобто метод – неповторний, в ньому відбивається мистецтво педагога. І. П. Подласий вважає, що: “Істина знаходиться посередині цих крайніх точок зору. Саме наявність у методі постійної, спільної для всіх об'єктивної частини дозволяє дидактам і методистам розробляти теорію методів, рекомендувати практичні шляхи, які є ефективними у більшості випадків, а також з успіхом розв'язувати проблеми вибору і оптимізації методів. Проте справедливим є і те, що при виборі і застосуванні методу, в значній мірі, проявляється особиста творчість педагога, його індивідуальна майстерність. Отже методи – це сфера високого педагогічного мистецтва” [36:471].

Як вказано вище, метод навчання характеризується різними ознаками. Кожну з них можна взяти за основу класифікації. У зв'язку з цим з являється багато різних класифікацій методів. Розглянемо найбільш поширені з них.

I. Традиційна класифікація методів навчання за джерелом знань.

В ній виділяються такі методи:

- а) практичні (досвід, вправи, навчально-виробничий труд);
- б) наочні (ілюстрація, демонстрація, спостереження учнів);
- в) словесні (пояснення, роз'яснення, розповідь, бесіда, інструктаж, лекція, дискусія, диспут);
- г) роботи з книгою (читання, вивчення, реферування, просмотр, цитування, переказ, складання плану, конспектування);
- д) відеометоди (просмотр, навчання, виконання вправ під контролем “електронного” вчителя, контроль).

II. Класифікація методів за призначенням (М. А. Данилов, Б. П. Єсіпов). У якості загальної ознаки класифікації виступають послідовні етапи, через які проходить процес навчання на уроці. Виділяються такі методи:

- а) придбання знань;

- б) формування умінь і навичок;
- в) застосування знань;
- г) творча діяльність;
- д) закріплення;
- е) перевірка знань, умінь, навичок.

Неважко зауважити, що дана класифікація методів погоджується з класичною схемою організації навчального заняття і підпорядкована задачам здійснення допомоги педагогам у навчально-виховному процесі й спрощення номенклатури методів.

III. Класифікація методів за типом (характером) пізнавальної діяльності (І. Я. Лернер, М. Н. Скаткін).

Тип пізнавальної діяльності - це рівень самостійності (напруженості) пізнавальної діяльності, який досягають учнів, працюючи за запропонованою вчителем схемою навчання. Ця характеристика тісно пов'язана з вже відомими нам рівнями розумової активності учнів. У даній класифікації виділяються такі методи:

- а) пояснювально-ілюстративний (інформаційно-рецептивний);
- б) репродуктивний;
- в) проблемний виклад;
- г) частково-пошуковий (евристичний);
- д) дослідницький.

Якщо, наприклад, пізнавальна діяльність, організована вчителем, приводить лише до запам'ятовування готових знань і наступному їхньому безпомилковому відтворенню, що може бути і неусвідомленим, то тут має місце досить низький рівень розумової активності і відповідний йому репродуктивний метод навчання. При більш високому рівні напруженості мислення учнів, коли знання добуваються в результаті власної творчої пізнавальної праці, має місце евристичний або ще більш високий - дослідницький метод навчання.

Дана класифікація актуальна. Розглянемо сутність виділених у ній методів.

Сутність **інформаційно-рецептивного методу** виражається в наступних його характерних ознаках:

- 1) знання учням пропонуються в «готовому» виді;
- 2) вчитель організує різними способами сприйняття цих знань;
- 3) учні здійснюють сприйняття (рецепцію) і осмислення знань, фіксують їх у своїй пам'яті.

При рецепції використовуються всі джерела інформації (слово, наочність та ін.), логіка викладу може розвиватися як індуктивним, так і дедуктивним шляхом. Керуюча діяльність педагога обмежується організацією сприйняття знань.

У репродуктивному методі навчання виділяються наступні ознаки:

- 1) знання учням пропонуються в «готовому» вигляді;
- 2) вчитель не тільки повідомляє знання, але і пояснює їх;
- 3) учні свідомо засвоюють знання, розуміють їх і запам'ятовують.

Критерієм засвоєння є правильне відтворення (репродукція) знань;

- 4) необхідна міцність засвоєння забезпечується шляхом багатократного повторення знань.

Головна перевага даного методу, як і розглянутого вище інформаційно-рецептивного методу, - економність з точки зору витрат навчального часу. Він забезпечує можливість передачі значного об'єму знань, умінь за мінімально короткий час і з невеликими витратами зусиль. Міцність знань, завдяки можливості їхнього багатократного повторення, може бути значної.

Людська діяльність може бути репродуктивною, виконавчою або творчою. Репродуктивна діяльність передуює творчій, тому ігнорувати її в навчанні не можна, як не можна і надмірно захоплюватися нею. Репродуктивний метод повинний сполучатися з іншими методами.

Метод проблемного викладу є перехідним від виконавчої до творчої діяльності. На певному етапі навчання учні ще не в силах самотійно

вирішувати проблемні задачі, а тому вчитель показує шлях дослідження проблеми, викладаючи її розв'язок від початку до кінця. І хоча учні при такому методі навчання не учасники, а усього лише спостерігачі ходу міркувань, вони одержують гарний урок вирішення пізнавальних утруднень.

Сутність **часткового-пошукового (евристичного) методу** навчання виявляється у таких характерних ознаках:

- 1) знання учням не пропонуються в «готовому» виді, їх потрібно добувати самостійно;
- 2) вчитель організує не повідомлення або виклад знань, а пошук нових знань за допомогою різних засобів;
- 3) учні під керівництвом учителя самостійно міркують, розв'язують виникаючі пізнавальні задачі, створюють і розв'язують проблемні ситуації, аналізують, порівнюють, узагальнюють, роблять висновки та ін., результатом чого є міцні знання.

Даний метод одержав назву часткового-пошукового тому, що учні не завжди можуть самостійно вирішити складну навчальну проблему від початку і до кінця. Тому навчальна діяльність розвивається за схемою: учитель - учні - учитель - учні Частина знань повідомляє вчитель, частину учні добувають самостійно, відповідаючи на поставлені питання або виконуючи проблемні завдання. Однієї з модифікацій даного методу є евристична бесіда.

Сутність **дослідницького методу** навчання зводиться до того, що

- 1) учитель разом з учнями формулює проблему, розв'язуванню якої присвячується відрізок навчального часу;
- 2) знання учням не повідомляються. Учні самостійно добувають їх у процесі розв'язування (дослідження) проблеми, порівняння різних варіантів одержаних відповідей. Засоби для досягнення результату також визначають самі учні;
- 3) діяльність учителя зводиться до оперативного керування процесом розв'язування проблемних задач;

4) навчальний процес характеризується високою інтенсивністю, навчання супроводжується підвищеним інтересом, отримані знання відрізняються глибиною, міцністю та дієвістю.

Дослідницький метод навчання передбачає творче засвоєння знань. Його недоліки - значні витрати часу й енергії вчителів і учнів. Застосування дослідницького методу вимагає високого рівня педагогічної кваліфікації.

IV. За дидактичними цілями виділяється дві групи методів навчання:

1) методи, які сприяють первинному засвоєнню навчального матеріалу;
2) методи, які сприяють закріпленню й удосконаленню отриманих знань (Г. І. Щукіна, І. Т. Огородніков та ін.).

До першої групи відносять:

а) інформаційно-розвивальні методи (усний виклад учителя, бесіда, робота з книгою);

б) евристичні (пошукові) методи навчання (евристична бесіда, диспут, лабораторні роботи);

в) дослідницький метод.

До другої групи входять вправи певних типів (за зразком, коментовані вправи, варіативні вправи та ін.) та практичні роботи.

V. Існує багато бінарних і полінарних класифікацій методів навчання, у яких методи групуються на основі двох або більше загальних ознак. Наприклад, бінарна класифікація методів навчання М. І. Махмутова побудована на виділенні: 1) методів викладання; 2) методів учіння (табл.1).

Табл.1

Методи навчання

Метод викладання	Метод учіння
Інформаційно-пояснювальний	Репродуктивний
Пояснювально-проблемний	Репродуктивно-пошуковий
Проблемний	Пошуковий

Існує багато інших класифікацій. Так, німецький дидакт. Л. Клінгберг виділяє методи в сполученні з формами співробітництва в навчанні (табл.2).

Табл.2

Монологічні методи	Форми співробітництва	Діалогічні методи
Лекція	Індивідуальні	Бесіди
Розповідь	Групові	
Демонстрація	Фронтальні	
	Колективні	

VI. Значне поширення в дидактиці одержала класифікація методів навчання, запропонована академіком Ю. К. Бабанським [5].

В ній виділяється три групи методів навчання:

- 1) методи організації і здійснення навчально-пізнавальної діяльності;
- 1) методи стимулювання і мотивації навчально-пізнавальної діяльності;
- 2) методи контролю і самоконтролю за ефективністю навчально-пізнавальної діяльності (табл.3).

Табл.3

Методи організації і здійснення навчально-пізнавальної діяльності

Словесні Наочні Практичні	Індуктивні і дедуктивні	Репродуктивні і проблемно- пошукові	Методи самостійної роботи і роботи під керівництвом вчителя
Джерела	Логіка	Мислення	Керування

**Методи стимулювання і мотивації навчально-пізнавальної
діяльності**

Методи стимулювання і мотивації інтересу до навчання	Методи стимулювання і мотивації обов'язку і відповідальності у навчанні
--	---

**Методи контролю і самоконтролю за ефективністю
навчально-пізнавальної діяльності**

Методи усного контролю і самосамоконтролю	Методи письмового контролю і самоконтролю	Методи лабораторно-практичного контролю самоконтролю
---	---	--

Безперечно, жодна з розглянутих класифікацій методів має недоліки, бо практика значно складніше будь-яких теорій і абстрактних схем. Тому пошуки класифікацій, які б внесли ясність у суперечливу теорію методів продовжуються.

Однією з останніх тенденцій у цій області є відмова від надуманих побудов і перехід до простого перерахування методів та розкриття особливостей їх застосування в різних умовах. Така тенденція, в деякій мірі, реалізована у класифікації методів продуктивного навчання, запропонованій А.В. Хуторським (див. наступний параграф). Проте й цей підхід має недоліки. Справа в тому, що «чистих» методів не буває. У будь-якому акті навчальної діяльності одночасно сполучені кілька методів. Методи взаємопроникають один в одного, характеризуючи різнобічну взаємодію вчителів і учнів. І, якщо ми можемо в даний момент сказати про використання певного методу, то це лише означає, що він домінує на даному етапі (Ю. К. Бабанський).

↓2. КЛАСИФІКАЦІЯ МЕТОДІВ ПРОДУКТИВНОГО НАВЧАННЯ

У підручнику А. В. Хуторського дається класифікація методів продуктивного навчання [59]. Автор розглядає групи методів навчання з позицій забезпечення продуктивної індивідуально-орієнтованої освіти. “Навчання, засноване на продуктивній орієнтації освіти, спирається на такі види освітньої діяльності, які дозволяють учням:

- пізнавати навколишній світ;
- створювати при цьому освітню продукцію;
- організовувати освітній процес.

Ці види діяльності називаються відповідно когнітивними, креативними та оргдіяльнісними” [59:322]. Вказані види діяльності беруться за основу класифікації відповідних методів навчання (рис.1).

Методи продуктивного навчання

Когнітивні	Креативні	Оргдіяльнісні
Методи наук	Інтуїтивні методи	Методи учнів
Методи навчальних предметів	Алгоритмічні методи	Методи вчителя
Метапредметні методи	Евристики	Адміністративні методи

Рис.1

Охарактеризуємо кожну з вказаних груп, а потім детально розглянемо окремі методи.

Когнітивні методи навчання, або методи навчального пізнання, діляться на методи науки, методи навчальних предметів і метапредметні. Наукові методи - це методи досліджень фізики, математики, географії або інших наук. До них відносяться методи: порівняння, аналогії, аналізу, синтезу, класифікації тощо.

Методи навчальних предметів, з одного боку, взяті з наук, з іншого боку - відносяться до безпосереднього засвоєння конкретних освітніх областей і предметів. Це методи дослідження фундаментальних освітніх об'єктів, методи порівняння освітніх продуктів учнів з їх культурно-історичними аналогами, традиційні методи дослідження основних питань і тем навчальних курсів.

Особливий вид когнітивних методів навчання - метапредметні, що являють собою метаспособи, які відповідають метазмісту освіти. Наприклад,

метаспособом є метод пізнавального “бачення” змісту об'єкта, у якості метапредметного змісту виступають такі об'єкти пізнання, як речовина, рослина, звук.

Креативні методи навчання забезпечують учням можливість створення власних освітніх продуктів. Традиційні методи інтуїтивного типу відносяться до креативних методів: «мозковий штурм», метод емпатії, педагогічні методи учня, який знаходиться в ролі вчителя та ін. Такі методи спираються на нелогічні дії учнів, що носять інтуїтивний характер.

Інший вид креативних методів навчання базується на виконанні алгоритмічних розпоряджень і інструкцій: методи синектики, морфологічного ящика. Їх мета - розробити логічну опору для створення учнями освітньої продукції.

Наступний вид креативних методів - евристики, тобто прийоми, які дозволяють учням розв'язувати задачі «наведенням» на можливі їх розв'язки і шляхом скорочення варіантів перебору таких розв'язків.

Оргдіяльнісні методи навчання діляться на методи учнів, вчителів і керівників освіти - основних суб'єктів освіти. Методи учнів - це методи навчального цілеспрямування, планування, контролю, рефлексії та ін. Дана група методів нетрадиційна. Учні, як правило, майже не беруть участь у конструюванні своєї освіти. Однак навчити дітей методам організації і побудови власної траєкторії освіти не менше важливо, ніж методам навчальних предметів.

Методи керування освітою - це педагогічні й адміністративні методи організації освітніх процесів на відповідному рівні. Вони багато в чому тотожні оргдіяльнісним методам учнів, оскільки у відношенні вчителя, окремої школи або всієї системи освіти застосовуються ті ж принципи, що і для навчання окремих учнів. Дана група методів використовується при створенні і розвитку освітніх процесів у масштабі викладання окремої навчальної дисципліни, групи дисциплін або всієї школи.

Охарактеризуємо окремі методи з вказаних вище груп.

Когнітивні методи навчання (методи навчального пізнання). Особливістю пізнавальних методів є те, що їх застосування приводить до створення освітньої продукції, тобто креативного результату. Тому методи пізнання є також і креативними. Однак первинною метою використання даних методів є пізнання об'єкта, тому їхня основна специфіка пов'язана з когнітивними, а не з креативними процесами.

Метод емпатії (вживання) означає «вживання» людини в стан іншого об'єкта. Спираючись на найдавнішу ідею відповідності макро - і мікrokосму, пізнання людиною навколишнього світу є спілкування подібного з подібним. Місія людини тут - вселення у свій будинок, у Всесвіт. Метод емпатії може бути застосованим для «вселення» учнів у досліджувані об'єкти навколишнього світу. За допомогою чуттєво-образних і мислених уявлень учень намагається “переселитися” у досліджуваний об'єкт, відчутти і пізнати його з середини.

Метод змістового “бачення”. Це продовження і поглиблення попереднього методу. Одночасна концентрація учнів на освітньому об'єкті свого зору і «допитливо настроєного» розуму дозволяє їм зрозуміти (побачити) першопричину об'єкта, вкладену в ньому ідею, тобто внутрішню сутність об'єкта.

Вправи на цілеспрямоване застосування даного методу приводять до розвитку в учнів таких пізнавальних якостей, як інтуїція, осяяння, інсайт.

Метод образною “бачення” - емоційно-образне дослідження об'єкта. Пропонується, наприклад, дивлячись па число, фігуру, слово, знак або реальний об'єкт, намалювати побачені в них образи, описати, на що вони схожі. Утворювальний продукт як результат спостереження учнів виражається в словесній або графічній образній формі, тобто учні проговорюють, записують або малюють результати свого дослідження.

Метод символічного “бачення”. Символ, як глибинний образ реальності, що містить у собі її зміст, може виступати засобом спостереження і пізнання цієї реальності. Метод символічного бачення

полягає у відшуканні або побудові учнем зв'язків між об'єктом і його символом. Після з'ясування характеру відношень символу і його об'єкта (наприклад, світло - символ добра, спіраль - символ нескінченності, голуб - символ миру та ін.) учитель пропонує учням спостерігати якийсь об'єкт із метою побачити і зобразити його символ у графічній, знаковій, словесній або іншій формі. Важливе місце займає пояснення і тлумачення дітьми створених «символів».

Метод евристичних питань розроблений давньоримським педагогом і оратором Квінтіліаном. Для пошуку відомостей про якусь подію або об'єкт задаються наступні сім ключових питань: Хто? Що? Навіщо? Де? Чим? Як? Коли? Парні сполучення питань породжують нове питання, наприклад: Як— Коли? Відповіді на дані питання і їхні всілякі сполучення породжують незвичайні ідеї і рішення щодо досліджуваного об'єкта.

Метод порівняння застосовується для порівняння версій учнів, різних аналогів між собою. Для навчання даному методу учням пропонуються питання: Що значить порівняти? Чи завжди й усе можна порівнювати? Вкажіть суттєві і несуттєві ознаки поняття.

Метод евристичного спостереження. Спостереження як цілеспрямоване особистісне сприйняття учнем різних об'єктів є підготовчим етапом у формуванні його теоретичних знань. Спостереження є джерелом знань учня, спосіб їх добування з реальності буття, тобто його можна віднести до евристичних методів навчання.

Учні, які здійснюють спостереження, одержують власний результат, що включає: а) інформаційний результат спостереження; б) застосований спосіб спостереження; в) комплекс особистих дій і відчуттів, що супроводжували спостереження.

Одночасно з одержанням заданої вчителем інформації багато учнів під час спостереження бачать і інші особливості що спостерігається об'єкта, тобто добувають нову інформацію і конструюють нові знання. Цей процес носить або спонтанний характер, якщо вчитель не організує його, або

цілеспрямований - у випадку застосування педагогом спеціальної методики навчання спостереженню. Мета даного методу - навчити дітей добувати і конструювати знання за допомогою спостережень.

Метод фактів. Усвідомлене володіння учнів фізичними органами чуттів вимагає послідовного розвитку в подальшій пізнавальній діяльності. Досвід показує, що учням непросто відрізнити те, що вони бачать, чують, відчують, від того, що вони думають. Необхідність сприйняття освітніх об'єктів за допомогою фізичних органів чуттів вимагає застосування даного методу навчання.

Метод дослідження. Вибирається об'єкт дослідження - природний, культурний, науковий, словесний, знаковий або інший: лист дерева, камінь, падіння краплі води, елемент одягу, вірш, приказка, прикмети, літера, цифра, звук, рівняння, геометрична фігура. Учням пропонується самостійно досліджувати заданий об'єкт за наступним планом: мета дослідження - план роботи - факти про об'єкт - досліді, малюнки дослідів, нові факти - питання і проблеми, версії відповідей, гіпотези - рефлексивні судження, усвідомлені способи діяльності і результати - висновки. Подібна алгоритмізація діяльності учнів не применшує їх творчості. Навпроти, виконавши послідовно всі перераховані кроки, практично будь-який учень неминуче одержує свій власний освітній продукт. Вчитель допомагає дітям збільшити об'єм і якість такого продукту.

Метод конструювання понять. Формування в учнів понять починається з актуалізації вже наявних у них уявлень. Наприклад, молодшим школярам уже відомі терміни «число», «слово», «трикутник» та ін.; старшим учням - «алгоритм», «площа», «многокутник» та ін. Співставляючи й обговорюючи уявлення учнів про поняття, учитель допомагає виділити суттєві ознаки. Результатом такої роботи виступає колективний творчий продукт - спільно сформульоване означення поняття. Інколи доцільно запропонувати учням познайомитися з іншими формулюваннями поняття.

Наприклад, означення квадрата, як прямокутника, у якого суміжні сторони рівні або як ромба з хоча б одним гострим кутом.

Метод конструювання правил. Деякі правила загальноосвітніх курсів можуть бути створені, «відкриті» учнями. Наприклад, правила додавання від'ємних чисел, дробів з різними знаменниками та ін.

Метод гіпотез. Учням пропонується завдання - сконструювати версії відповідей на поставлене учителем питання або проблему. Початковим завданням є вибір основ для конструювання версії. Учні пропонують вихідні позиції або точки зору на проблему, засвоюють різноплановий підхід до конструювання гіпотез. Потім вчаться найбільше повно і чітко формулювати варіанти своїх відповідей на питання, спираючись на логіку й інтуїцію.

Метод прогнозування відрізняється від методу гіпотез тим, що застосовується до реального або запланованого процесу.

Наприклад, перед розв'язуванням задачі учням пропонується “оцінити відповідь”, тобто назвати якою приблизно (більше або менше) конкретного числа має бути значення розв'язку задачі. Після розв'язання прогноз порівнюється з отриманою відповіддю.

Метод помилок. Даний метод вимагає зміни негативного відношення до помилок. А саме заміну його на конструктивне використання помилок для поглиблення освітніх процесів. Помилка має розглядається як джерело протиріч, феноменів, винятків із правил, нових знань, що народжуються на протиставленні загальноприйнятим. Увага до помилки може бути актуалізована не тільки з метою її виправлення, але і для з'ясування її причин, способів її одержання. Пошук взаємозв'язків помилки з «правильним розв'язанням» стимулює евристичну діяльність учнів.

Метод конструювання теорій. Учням пропонується виконати теоретичне узагальнення даного завдання наступними способами: 1) виявлені учнями факти класифікуються за заданими вчителем основам, наприклад: факти про побудову об'єкта, факти про його функції, факти про процеси, факти про взаємозв'язки; 2) з'ясовуються типи позицій спостерігачів,

наприклад, хронологічна позиція (послідовна фіксація й опис подій), математична (досліджуються кількісні характеристики об'єкта, його форми і пропорції), образна (знаходяться виразні словесні характеристики об'єкта, його символічні риси); 3) формуються питання і проблеми, які відносяться до окремих найбільше примітних фактів.

Подальші заняття забезпечують розвиток освітнього процесу в наступній послідовності теоретичних узагальнень: факти - питання про них - гіпотези відповідей - побудова теоретичної моделі - наслідки моделі - доведення моделі (гіпотези) - застосування моделі - зіставлення моделі з аналогами. Безперечно, способи конструювання учнями теоретичної моделі встановлюються педагогом у залежності від освітньої області або теми.

Креативні методи навчання орієнтовані на створення учнями особисто освітнього продукту. Пізнання при цьому можливо, але воно відбувається «за ходом» власно творчої діяльності. Головним результатом є одержання нового продукту.

Метод придумування - це спосіб створення невідомого учням раніше освітнього продукту в результаті їх певних розумових дій. Метод реалізується за допомогою наступних прийомів: а) заміщення якостей одного об'єкта якостями другого з метою створення нового об'єкта; б) пошук властивостей об'єкта в іншому середовищі; в) зміна елемента досліджуваного об'єкта й опис властивостей нового, зміненого об'єкта.

Метод «Якби...». Учням пропонується скласти опис або намалювати картину того, що відбудеться, якщо у світі що-небудь зміниться, наприклад: всі об'ємні геометричні фігури стануть плоскими. Виконання учнями подібних завдань не тільки розвиває їх уяву, але і дозволяє краще зрозуміти реальний світ, взаємозв'язок його складових, фундаментальні основи різних наук.

Метод образної картини відтворює такий стан учня, коли сприйняття і розуміння досліджуваного об'єкта зливаються, тобто відбувається його цілісне «бачення». У результаті в учня виникає образна картина квітки,

дерева, хмари, Землі або всього Космосу. Оскільки людині дуже важливо вміти створювати і передавати цілісний спосіб пізнаваного об'єкта, учням пропонується зобразити свою картину природи або усього світу, наприклад, висловити її за допомогою малюнків, символів, ключових термінів фундаментальні основи природи, зв'язку між ними. Кожний учень під час такої роботи не тільки мислить різними масштабами, співвідносить свої знання з різних областей науки, але і відчуває зміст реальності, яка зображується. Пропонуючи таке завдання 2-3 рази в рік, можна оцінити зміни в картинах світу учнів, внести необхідні корективи в процес навчання.

Метод гіперболізації. Збільшується або зменшується об'єкт пізнання, його окремі частини або якості: вигадати найменше число, найбільше слово та ін. Стартовий ефект подібним уявам можуть дати «Рекорди Гіннеса», що балансують на грані виходу з реальності у фантазію.

Метод аглютинації. Учням пропонується з'єднати неpojєднані в реальності якості, властивості, частини об'єктів і зобразити, скажемо: гарячий сніг, вершину пропасти, об'єм пустоти, солодку сіль, чорне світло, силу слабості, дерево, що літає ведмедя, що нявкає собаку.

Мозковий штурм (А. Ф. Осборн). Основна задача методу - збір як можна більшого числа ідей в результаті звільнення учасників обговорення від інерції мислення і стереотипів. Починається «штурм» із розминки - швидкого пошуку відповідей на питання тренувального характеру. Потім ще разом уточнюється поставлена задача, нагадуються правила обговорення, і - на старт.

Кожний може висловити свої ідеї, доповнити й уточнити. До груп прикріплюється експерт, задача якого - фіксувати на папері висунуті ідеї. «Штурм» триває 10-15 хвилин. Для «штурму» пропонуються питання, які потребують нетрадиційного рішення. Наприклад: Як визначити довжину мідного дроту, який намотаний на котушку, не розмотуючи її?

Робота ведеться в наступних групах: генерації ідей, аналізу проблемної ситуації й оцінки ідей, генерації контридей. Генерація ідей відбувається в

групах але | визначеним правилам. На етапі генерації ідеї будь-яка критика заборонена. Всіляко заохочуються репліки, жарти, невимушена обстановка. Потім отримані в групах ідеї систематизуються, об'єднуються за загальними принципами і підходами. Далі розглядаються всілякі перешкоди до реалізації відібраних ідей. Оцінюються зроблені критичні зауваження. Остаточо відбираються тільки ті ідеї, що не були заперечені критичними зауваженнями і контрприкладми.

Метод синектики (Дж. Гордон) базується на методі мозкового штурму, різного виду аналогії (словесної, образної, особистої), інверсії, асоціації й ін. Спочатку обговорюються загальні ознаки проблеми, висуваються і відсіваються перші рішення, генеруються і розробляються аналогії, вибираються альтернативи, шукаються нові аналогії, повертаються до проблеми. В синектиці широко використовуються різні види аналогій - прямі, суб'єктивні, символічні, фантастичні.

Метод морфологічного ящика, або метод многовимірних матриць. Знаходження нових, несподіваних та оригінальних ідей шляхом упорядкування різних комбінації відомих і невідомих елементів. Аналіз ознак і зв'язків, одержуваних із різних комбінації елементів (пристроїв, процесів, ідей), застосовується як для виявлення проблем, так і для пошуку нових ідей.

Метод інверсії, або метод обертань. Коли стереотипні прийоми виявляються марними, застосовується принципово протилежна альтернатива рішення. Наприклад, міцність виробу намагаються збільшити через збільшення його маси, а ефективним виявляється зворотне рішення - виготовлення полого виробу. Або об'єкт досліджується з зовнішньої сторони, а рішення проблеми відбувається при розгляді його зсередини.

Методи організації навчання.

Методи учнівського цілеспрямовання: вибір учнями цілей із запропонованого вчителем набору; класифікація складених дітьми цілей з наступною деталізацією; обговорення цілей учнів на реалістичність, їх

досяжність; конструювання учнями цілей за допомогою заданих алгоритмів; упорядкування учнями власних таксономії освітніх цілей і задач; формулювання цілей на основі результатів рефлексії; співвідношення індивідуальних і колективних цілей, цілей учня, вчителя, школи.

Методи учнівського планування. Учням пропонується спланувати свою освітню діяльність на певний період - урок, день, тиждень, або - на тему, розділ, творчу роботу. План може бути усний або письмовий, простий або складний, головне, щоб він визначав основні етапи і види діяльності учня для реалізації його мети. У ході роботи план може змінюватися, доповнюватися або замінятися; учень фіксує зміни, з'ясовує їх причини, а наприкінці роботи здійснює рефлексію планування.

Методи створення освітніх програм учнів. Створення індивідуальних освітніх програм вимагає від учнів володіння комплексом методів: змістовим "баченням" предмета своїх занять; встановленням головних цілей і напрямків діяльності; вибором досліджуваних питань і тем; методом планування; методом визначення умові для досягнення своїх цілей; методом адекватної самооцінки і рефлексії.

Методи нормотворчості. Розробка учнями норм індивідуальної і колективної діяльності - евристичний процес, який вимагає застосування методологічних методів: рефлексії діяльності, визначення її елементів, встановлення суб'єктів діяльності і їх функціональних задач, завдання організаційних і тематичних рамок, формулювання правил і законів.

До прикладів завданні, що розвивають методологічні, педагогічні, рефлексивні можливості в процесі нормотворчості, відносять завдання скласти інструкції: «Як вимовити слово», «Як розв'язування задачу», «Як вивчати теорему» та ін.

Методи самоорганізації навчання: робота з підручником, першоджерелами, приладами, реальними об'єктами; розв'язування задач, виконання вправ; виготовлення моделей; творчі дослідження тощо. Стають важливими також методи самоорганізації учнів з здійснення індивідуальних

освітніх програм: методи розробки програм, їх координації з іншими програмами (вчителя, учнів), корекції програм, методів оцінки результатів та ін.

Методи взаємного навчання. Учні в парах, групах або в колективних заняттях із цілим класом виконують функції вчителя, застосовуючи доступний їм набір педагогічних методів.

Метод рецензій. Уміння критично поглянути на освітній продукт товариша, його усну відповідь, на матеріал підручника, переглянутий відеофільм, проаналізувати їх зміст, виділити головні моменти - необхідні умови самовизначення учнів. Введенню методу рецензій у навчання передують підготовча робота. Перші рецензії складаються за допомогою спеціальних опорних схем. Оцінки і судження учнів заохочуються, закріплюється позитивне відношення до рецензій.

Рецензії учнів оцінюються нарівні з іншими продуктами їхньої творчої діяльності. Аналіз учнівських рецензій дозволяє встановити обернений зв'язок з учнями, здійснити діагностику їхніх знань, скорегувати подальше навчання.

Методи контролю. Особистісно-орієнтоване навчання змінює критерії оцінки освітньої діяльності. У традиційному навчанні освітній продукт учня оцінюється за ступенем його наближення до заданого зразка, тобто чим більш точно і повно відтворює учень заданий зміст, тим вище оцінка його освітньої діяльності. При особистісно-орієнтованому навчанні освітній продукт учня оцінюється за ступенем відмінності від заданого, тобто чим більшого наукової і культурно-значимої відмінності від відомого продукту вдається домогтися учню, тим вище оцінка продуктивності його освіти.

Методи рефлексії. Освітній результат навчання має бути усвідомлений учнем. Якщо ж учень не розуміє, що він робив і чому навчився, не може чітко сформулювати способи своєї діяльності, вказати проблеми, які виникають, шляхи їх розв'язування й оцінити отримані

результати, то його освітній результат знаходиться в схованому, неявному вигляді. Це не дозволяє використовувати його з метою подальшої освіти.

Виділяють такі види усвідомлення учнями власної діяльності:

- 3) поточна рефлексія, яка здійснюється за ходом навчального процесу;
- 2) підсумкова рефлексія, яка завершує логічно або тематично замкнутий період діяльності.

Поточна рефлексія припускає організацію розумової діяльності учня за типом човника: після виконання циклу предметної діяльності (математичної, історичної, мовної та ін.) відбувається: а) припинення предметної діяльності; б) активізація рефлексивної діяльності, тобто повернення уваги дітей до основних елементів здійсненої предметної діяльності: її напрямків, видів, етапів, проблем, протиріч, результатів, використаних способів діяльності.

Рефлексивна діяльність структурує предметну діяльність. Мета рефлексивного методу - виявити методологічний каркас здійсненої предметної діяльності і на його основі продовжити предметну діяльність. Результатом застосування рефлексивного методу може стати сконструйоване поняття, сформульоване протиріччя, знайдений функціональний зв'язок або закономірність, теоретична конструкція за досліджуванним предметом та ін. Рефлексивна діяльність влітається в тканину предметних дій, здійснюючи функцію несучої методологічної конструкції всього освітнього процесу.

Підсумкова рефлексія відрізняється від поточної збільшеним об'ємом періоду, а також більшим ступенем заданості і визначеності з боку вчителя. Форми, методи й зміст підсумкової рефлексії входять в освітню програму вчителя. Наприкінці уроку, дня, тижня, чверті, навчального року учням пропонується спеціальне заняття, на якому вони здійснюють рефлексію своєї діяльності, відповідаючи на питання: Яке моя найбільша справа за навчальний рік? У чому я змінився за рік? Який мій найбільший успіх? Чому і як я його досяг? Яке моє найбільше утруднення? Як я його переборював або буду переборювати? Які зміни в моїх знаннях? Що я зрозумів про своє незнання? Чому я навчився з математики, історії та ін.? Що я навчився

робити? Які нові види і способи діяльності я застосовував і засвоїв? Які основні етапи моєї освіти в цьому навчальному році, у чому їх специфіка?

Методи самооцінки. Самооцінка учня впливає з підсумкової рефлексії і завершує освітній цикл. Самооцінка носить якісний і кількісний характер: якісні параметри формуються на основі учнівської освітньої програми або задаються вчителем; кількісні - відбивають повноту досягнення учнем цілей. Якісна і кількісна самооцінки діяльності учня - його освітній продукт, який зіставляється з культурно-історичними аналогами у виді оцінок учителя, однокласників, незалежних експертів.

Ураховуючи проведений нами аналіз дидактичної та методичної літератури, наші спостереження, результати опитування вчителів та особистий досвід, можна зробити висновок, що при навчанні математики особливо актуальні такі методи, як:

- метод евристичних питань;
- порівняння;
- евристичного спостереження;
- метод фактів;
- метод дослідження;
- метод конструювання понять;
- конструювання правил;
- прогнозування;
- метод помилок;
- метод конструювання теорій;
- мозковий штурм;
- метод синектики;
- метод учнівського цілеспрямування;
- метод учнівського планування;
- метод створення освітніх програм учнів;
- метод нормотворчості;
- методи самоорганізації навчання;

- метод взаємного навчання;
- метод рецензій;
- методи контролю;
- методи рефлексій;
- методи самооцінки.

На жаль, далеко не всі вони застосовуються ефективно у практиці роботи учителів. Особливо це стосується оргдіяльнісних методів.

↓3. СУЧАСНІ ТЕНДЕНЦІЇ У СТРАТЕГІЇ ВИБОРУ МЕТОДІВ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Взагалі вибір методів навчання не може бути довільним. Як показує практика, вчитель обмежений у визначенні шляхів досягнення мети навчання. Об'єктивні і суб'єктивні причини, наявні можливості, випадковості звужують діапазон вибору, залишають педагогу лише декілька способів ефективної роботи. Обираючи той або інший метод навчання, вчителю необхідно кожного разу враховувати багато залежностей.

Встановлено, що методи у навчально-виховному процесі виконують наступні функції:

- навчальну,
- розвивальну,
- виховну,
- мотиваційну
- контрольню-коректуючу [54].

За допомогою методу досягається мета навчання - у цьому його навчальна функція, обумовлюються ті або інші темпи і рівні розвитку учнів (розвивальна функція), а також результати виховання (виховна функція). Метод служить для вчителя засобом мотивації учнів до навчання, є головним, а іноді і єдиним стимулятором пізнавальної діяльності - у цьому полягає його мотиваційна функція. Нарешті, за допомогою всіх методів, а не

тільки контролюючих, учитель діагностує хід і результати навчального процесу, вносить у нього необхідні зміни (контрольно-корекційна функція).

“Функціональна придатність різних методів не залишається постійною на всьому протязі навчального процесу. Вона змінюється від молодших до середніх і далі до старших класів. Інтенсивність застосування одних методів зростає, інших – знижується”, - вважає І.П. Подласий [36:480].

У таблиці “Методи навчання і їх функції” розглядаються найбільш поширені методи з точки зору їх придатності для виконання вказаних вище функцій.

Безперечно, при виборі методів навчання доцільно урахувати можливості різних методів, їх придатність для виконання певних функцій.

Табл.4

Методи навчання і їх функції

Методи навчання	Теоретична оцінка придатності для виконання функцій				
	Навчальної	Розвивальної	Виховної	Мотиваційної	Контрольно-коректуючої
Розповідь	+++++	+++++	++++	+++++	++
Бесіда	+++++	+++++	+	+++++	++
Лекція	+++++	+++++	++++	+++++	+
Дискусія	+++++	+++++	++++	+++++	+
Робота з книгою	+++	+++++	+	+++++	+++++
Демонстрація	+++++	+++++	++++	+++++	+++++
Ілюстрація	+++++	+++++	++++	+++++	++
Відеометод	+++++	+++++	+	+++++	++
Вправи	++++	++++	++++	+++	+++++
Практичний метод	+++++	+++++	+	+++++	+++++
Пізнавальна гра	+++++	+++++	++++	++++	+++
Методи програмованого навчання	++++	+++++	++++	+++++	+++++
	+++++	+++	+	++++	+++++

Навчальний контроль			+ + + +		
			+		
	++	++	+ + + +	+++++	+++++
			+		
			+ + + +		
			+		
			+ + + +		
			+		
			+ + +		
			++		

При виборі методів навчання, насамперед, рекомендують дидакти, необхідно визначити головну мету і конкретні задачі, які будуть вирішуватися на уроці. Вони «задають» групу методів, загалом придатних для досягнення намічених задач. Далі впливає цілеспрямований вибір оптимальних шляхів, які дозволяють найкраще здійснити пізнавальний процес [1, 23, 31, 33, 54].

У психолого-педагогічній літературі виділено чимало причин, які впливають на вибір методів навчання. У таблиці вони зведені в ієрархічну систему (табл.5).

Табл.5

Ієрархія чинників, які впливають на вибір методів

Чинника	Вплив чинника	Місце
Ціль навчання. Рівень навчання, який необхідно досягти	0,90	1
Рівень мотивації навчання	0,86	2
Реалізація принципів, закономірностей навчання	0,84	3
Об'єм вимог і змісту, який необхідно реалізувати	0,80	4
Кількість і складність навчального матеріалу	0,78	5
Рівень підготовки учнів	0,70	6
Активність, інтерес учнів	0,65	7
Вік. Працездатність учнів	0,62	8
Сформованість навчальних навичок. Навчальна тренуваність учнів	0,60	9
Навчальний час	0,55	10
Матеріально-технічні, організаційні умови навчання	0,50	11
Застосування методів на попередніх уроках	0,40	12
Тип і структура заняття	0,38	13
Взаємовідносини між вчителем і учнями, які склалися в процесі навчання (співробітництво або	0,37	14

авторитарність)		
Кількість учнів у класі	0,36	15
Рівень підготовленості вчителя	0,35	16

Ю. К. Бабанський виділяє шість загальних умов, які визначають вибір методу навчання:

1. Закономірності і принципи навчання, які впливають із них.
2. Зміст і методи конкретної науки взагалі і предмета, теми зокрема.
3. Цілі і задачі навчання.
4. Навчальні можливості учнів (вікові, рівень підготовленості, особливості класного колективу тощо).

5. Зовнішні умови.

6. Можливості вчителів (досвід, рівень підготовленості, знання типових ситуацій процесу навчання) [5:35].

Як практично вибирають оптимальні методи навчання?

З чисто формальної точки зору: є деяка множина методів навчання і множина умов, у яких вони застосовуються. Основні значення першого і другого множин відомі. Крім множини методів і умов у реальному процесі завжди діють випадкові (невідомі) причини, розміри яких і спрямованість впливу не можна передбачити заздалегідь. У першому наближенні їхнім впливом доводиться зневажити, але потрібно пам'ятати, що саме наявністю непередбачених, неконтрольованих причин обумовлюється надійність прогностичних висновків. Задача оптимізації методів формулюється однозначно: у наявних умовах із множини методів необхідно виділити ті, які забезпечують найвищу ефективність навчання по прийнятих критеріях.

Сьогодні надійним помічником учителя при виборі оптимальних методів навчання може стати ЕОМ. Корисною могла би бути програма

«фільтрування» різних методів крізь сито конкретних умов навчання. Ця програма могла б дати поради педагогу щодо вибору тих шляхів, які задовольняють заздалегідь обумовленим критеріям.

У традиційній практиці навчання учитель велику частину уроку пояснює, ілюструє, питає, дає завдання за зразком і дуже мало часу відводить на активну пізнавальну діяльність учнів. Проблемні, дослідницькі і практичні методи використовуються недостатньо. Звідси слабкий розвиток самостійного мислення учнів, перевага стереотипних рішень, невміння вибрати ефективні прийоми роботи з пізнавальними об'єктами і підручником.

Як методи навчання можуть допомогти в рішенні даних проблем? Перший і найголовніший принцип, що можна запропонувати творчому вчителю, такий: «Усе що хочеш сказати - запитай!» Справді, якщо задавати учням питання, це буде сприяти їхній активності, а іноді значно береже час учителя, особливо в тих випадках, коли учням уже відомо те, що він хотів їм розповісти. Але не завжди метод запитань корисний. Наприклад, захоплюючись питаннями і відповідями, учні не зможуть охопити проблему комплексно і системно, як це може бути зроблено на лекції.

Вибір методів навчання визначається, як вже було вказано вище, множиною чинників: визначеними цілями освіти, особливостями навчального курсу, метою уроку, можливостями школярів, наявними засобами навчання і часом, кваліфікацією вчителя, особливостями використаної дидактичної системи та ін.

При особистісно-орієнтованому навчанні основним чинником вибору методів навчання служить задача організації продуктивної діяльності учнів, вважає А.В. Хуторський. Кожний раз, підбираючи форми, методи навчання, варто запитати: що саме, який освітній продукт буде створений учнями на занятті? Цей продукт повинен відноситися до досліджуваної теми, бути

посильним і цікавим учням, співвіднесений із їхніми індивідуальними можливостями й інтересами [59].

На вибір методів впливає знання вчителем індивідуальних можливостей школярів. Наприклад, якщо в учня розвинені уява й образне мислення, то при розв'язуванні задач він потребує опори на наочність, план лекції йому можна запропонувати скласти у виді схеми, таблиці, використовувати рисунки.

На вибір методів і засобів навчання впливають особливості навчального курсу і конкретного матеріалу. Предмети гуманітарного циклу містять достатню розмаїтість проблем, які не потрібно спеціально конструювати. Предмети з чіткими логічними зв'язками і постулатами (математика, мови) мають менше можливостей для постановки проблем, водночас дозволяють застосовувати логічні методи навчання. У предметах природного циклу в постановці проблем можуть допомогти практичні і лабораторні роботи.

Вибір методів залежить і від характеру зв'язків елементів навчального матеріалу. Якщо нове знання зв'язане з колишніми опосередковано і може бути виведене через ланцюжок міркувань, краще застосувати проблемні і дослідницькі методи. У разі потреби забезпечити умови (середовище) для рішення учнями освітніх проблем, учитель може просто повідомити потрібну інформацію, не затрачуючи зайвого часу на її «добування» учнями. Тобто репродуктивні методи стають придатними тоді, коли немає значимих освітніх цілей і об'єктів, а є потреба в передачі учням необхідної для їхньої основної роботи інформації або технологій діяльності. Важливий також чинник часу. Організація проблемного, або евристичного навчання вимагає більше часу, але забезпечує дуже важливі освітні процеси, навчає дітей продуктивної діяльності.

Обираючи методи, не варто виходити з того, що, оскільки пошукові методи ефективні для розвитку мислення, то всі уроки необхідно робити

тільки проблемними. Кожний урок не може бути проблемним, але кожний урок повинний забезпечувати особистісний освітній приріст учнів.

Формування мислення - важлива, але не єдина задача навчання, тому необхідні методи, які розвивають емоційну, моральну, духовну сфери. Цілком доречний суб'єктивізм вчителя в доборі методів і форм навчання. Відомо, що, застосовуючи улюблені системи навчання, багато педагогів домагаються високих результатів. Неповнота якоїсь однієї методики компенсується в цьому випадку майстерністю і захопленістю вчителя.

↓4. ОСОБЛИВОСТІ МЕТОДИКИ ЗАСТОСУВАННЯ КОГНІТИВНИХ МЕТОДІВ

Як було встановлено вище, далеко не всі когнітивні методи, які приводяться у класифікації А.В. Хуторського, можуть бути ефективними при навчанні учнів математики в силу специфічних особливостей даної навчальної дисципліни (див. розділ I, ↓ 1 даного дипломного дослідження). Це такі методи, як метод емпатії, метод змістового, образного та символічного “бачення” та ін. Але значна більшість методів добре висвітлена у методичній літературі (С.І. Шохор-Троцький, М. А. Извольський, В. В. Репев, Дж. Пойа, У. Сойер, Ю. М. Колягін, Г. Л. Луканкін, В. І. Мішин, Дж. Пойа, У. Сойер П. М. Ерднієв та ін.) з успіхом використовується на практиці. Розглянемо вдалі методичні розробки щодо застосування таких методів: дослідницького, евристичних питань, порівняння, евристичного спостереження, методу фактів, методу конструювання понять, правил (алгоритмічних приписів), методів гіпотез та прогнозування, методу помилок тощо. Зауважимо, що у приведених прикладах часто застосовуються кілька методів, які взаємно доповнюють один одного, але ми будемо вказувати провідний.

Проведемо конкретний приклад застосування дослідницького методу в навчанні математики при вивченні теми “Середня лінія трапеції та її властивості”.

Зауваження: учні вже знайомі з властивістю середньої лінії трикутника, тому доцільно використати ці знання для вивчення середньої лінії трапеції.

Опишемо один з можливих варіантів побудови процесу дослідження, зв'язаного з вивченням властивостей середньої лінії трапеції. Цей процес передбачає створення проблемної ситуації, яка стимулює відкриття учнями властивостей середньої лінії трапеції, пошук, відкриття і побудову доведення цих властивостей.

На дошці - рисунок з зображеннями довільного трикутника і трапеції та їх середніх ліній (рис.2). (Фонове використання методу порівнянь).

Рис.2

1. Пропонуємо учням застосувати властивості середньої лінії трикутника для трикутника, зображеного на рис. 2:

$$MN \parallel AD \text{ і } MN = 1/2 AD.$$

2. Нехай в трапеції $ABCD$ K і P — середини непаралельних сторін, тобто $AK = KB$ і $CP = PD$, KP — середня лінія трапеції $ABCD$ (див. рис. 2). (Використовується метод евристичного спостереження).

Необхідно поставити питання: «Як можна сформулювати означення середньої лінії трапеції?» Наш досвід показує, що це питання не викликає труднощів в учнів. (Застосовується метод конструювання понять).

3. Природно, виникає **проблема**: які властивості має середня лінія трапеції.

Цілком імовірно, що більшість учнів відразу ж помітять за рисунком паралельність середньої лінії основам трапеції. Якщо ж в учнів будуть утруднення з висунення такої гіпотези, то їх увагу слід звернути на властивості середньої лінії трикутника, спеціально зображеного поряд з трапецією на рис. 2.

Після того, як буде висунута гіпотеза про паралельність середньої лінії трапеції до її основ, можна встановити, яке твердження достатньо довести для обґрунтування цієї гіпотези. Якщо деякі учні вкажуть, що

$$KP \parallel AD \text{ і } KP \parallel BC,$$

то треба запропонувати їм евристичне питання: «Чи необхідно доводити паралельність середньої лінії до обох основ трапеції?»

Мабуть, деякі учні здогадаються, що достатньо довести паралельність середньої лінії до однієї з основ, тобто для ствердження висунутої гіпотези достатньо довести твердження

$$KP \parallel AD \text{ або } KP \parallel BC,$$

Друга властивість середньої лінії трапеції не підказується рисунком. Можна звернути увагу учнів на те, що ми висунули гіпотезу про наявність у середньої лінії трапеції властивості, схожої з першою властивістю середньої лінії трикутника. Природно виникає питання, чи не має в середній лінії трапеції властивості, аналогічної другій властивості середньої лінії трикутника, тобто питання про зв'язок середньої лінії трапеції з довжиною її основ.

Навряд вгадають цей зв'язок учні, тому можна поставити перед ними евристичне запитання: «Чи не можна утворити в трапеції які-небудь трикутники, щоб зв'язати середню лінію трапеції з середньою лінією трикутника?»

Деякі учні запропонують провести одну з діагоналей трапеції. Зауваження: на уроці, на якому застосовувався описаний метод, була і пропозиція провести через вершину B пряму паралельну стороні CD , яку також доцільно розглянути, або доручити кільком учням розглянути самостійно).

Провівши, наприклад, діагональ BD (рис. 3) і позначивши через T її точку перетину з середньою лінією KP , деякі учні будуть стверджувати, що KT — середня лінія трикутника ABD , а TP — середня лінія трикутника BCD , і

відразу ж «доведуть» паралельність середньої лінії трапеції її основам, встановлять і другу властивість:

Рис.3

через те що

$$KT = \frac{1}{2} AD \quad \text{і} \quad TP = \frac{1}{2} BC,$$

то

$$KP = KT + TP = \frac{1}{2} (AD + BC).$$

Можливо, деякі учні помітять істотну прогалину в цих міркуваннях і скажуть, що все це правильно, якщо ми доведемо, що T - середина діагоналі BD . Коли ж учні цього не помітять, то можна поставити такі питання: «На якій основі ви стверджуєте, що KT — середня лінія трикутника ABD , а TP — середня лінія трикутника BCD і «Що називається середньою лінією трикутника?». «Що ж залишається довести, щоб обґрунтувати твердження KT — середня лінія трикутника ABD і TP — середня лінія трикутника BCD ?»

За допомогою цих евристичних питань з'ясовується, що для твердження висловленої гіпотези про властивість середньої лінії трапеції достатньо довести, що $BT = TD$.

Як бачимо, сформульована на початку проблема знаходження властивості середньої лінії трапеції розбилась на кілька проблемних задач, одна з яких — довести, що T — середина діагоналі BD . Розв'язання цієї задачі забезпечує розв'язання і всієї проблеми.

Який же дальший природний хід думки? Мабуть, припущення про те, що T не є серединою відрізка BD . Ми маємо тут приклад, коли непряме доведення (від супротивного) більш природно виникає в процесі дослідження, ніж пряме доведення, яке вміщено в підручнику.

Розглянемо пошук непрямого доведення: «Що впливає з твердження, що $BT = TD$. З цього твердження впливає, що на відрізку BD існує точка T_1 , відмінна від точки T ($T \neq T_1$) і така, що $BT_1 = T_1D$ тобто T_1 — середина BD (рис. 4).

Рис.4

З цього учні одержать ряд наслідків: KT_1 — середня лінія трикутника ABD , PT_1 — середня лінія трикутника BCD , отже, $KT_1 \parallel AD$ і $PT_1 \parallel AD$. А через те що $BC \parallel AD$, то $KT_1 \parallel AD$.

Отже, $KT_1 \parallel AD$ і $PT_1 \parallel AD$. Деякі учні зможуть помітити, що через точку T_1 проведено дві різні прямі KT_1 і PT_1 , паралельні одній прямій AD , що суперечить аксіомі паралельних.

Якщо ж вони цього не помітять, то можна запитати: «Скільки прямих, паралельних AD , проведено через точку T_1 », «Чому стверджуєте, що прямі KT_1 і PT_1 різні?»

Таким чином, наше припущення, що середина відрізка BD відмінна від точки T , приводить до протиріччя аксіомі паралельних. Отже, це припущення хибне, а його заперечення істинне.

Тепер учні самостійно сформулюють теорему, яка виражає властивості середньої лінії трапеції, і побудують її доведення, яке, по суті, вже відкрито ними (за допомогою вчителя). При запису доведення, доцільно показати другий спосіб обґрунтування того, що T — середина BD на основі застосування теореми Фалеса, порівняти ці способи, встановити який є більш економним.

Розглянемо приклад застосування методу конструювання понять, правил або алгоритмічних приписів при формуванні в учнів умінь доводити властивості січних та дотичних.

Сформулюється основна (центральна або, як кажуть, “зразкова” задача)

Задача 1. Хорди кола AB і CD перетинаються в точці H . Доведіть, що $AH \cdot BH = CH \cdot DH$ (1). (Рис.5).

Рис.5

Пошук плану доведення

(застосовуємо метод евристичних запитань).

- 1) Припустимо, що рівність (1) справджується.
- 2) “Як можна її записати у вигляді пропорції?” Учні відповідають, що у виді $AN : CH = DN : BH$ (2). Отже, робимо висновок: для доведення рівності (1) достатньо довести рівність (2).

3) “Пригадаємо, при вивченні яких трикутників ми часто одержувати пропорційні відрізки?” Учні пригадують, що при вивченні подібності трикутників. Таким чином, з рівності (2) випливає, що трикутники із сторонами AN, CH, DN і BH подібні. А це трикутники AHC і DHB .

4) “Як встановити їх подібність?” Учні висловлюють думку, що на основі однієї з ознак подібності. Повторюємо ці ознаки і вибираємо ту, яку застосувати раціональніше. У даному випадку ознаку подібності трикутників за двома рівними кутами. Справді, трикутники AHC і DHB подібні, оскільки кути $AHC = DHB$, як вертикальні, а кути $BAC = BDC$, як внутрішні кути трикутника, які спираються на одну дугу.

Рухаючись у зворотньому напрямі (від п.4 до п.1) дістанемо доведення.

Доведення.

- 1) Виділяємо на рисунку трикутники AHC і DHB .
- 2) Трикутники AHC і DHB подібні за двома рівними кутами, $AHC = DHB$, як вертикальні, а $BAC = BDC$, як внутрішні кути трикутника, які спираються на одну дугу.
- 3) Записуємо співвідношення між сторонами, яке випливає з подібності цих трикутників: $AN : CH = DN : BH$.
- 4) Звідси дістанемо: $AN BH = CH DN$, що й треба було довести.

Аналіз доведення даної задачі.

Запитуємо учнів: “З яких етапів (операцій) складається доведення?”
Отримуємо відповідь:

- 1) записати рівність, яку треба довести у вигляді пропорції;
- 2) відшукати на рисунку або побудувати трикутники, сторонами яких в члени здобутої пропорції;
- 3) обґрунтувати подібність цих трикутників.

Виділені операції закріплюємо вправами.

А). Запишіть пропорції $a: b = m: n$, $a: h = c: a$ у вигляді рівностей, які містять добуток.

Б) Запишіть рівності $a c = p n$, $h^2 = a c v_c$ у вигляді пропорцій.

В) Виконайте необхідні побудови у: 1) паралелограмі; 2) трапеції і 3) колі, так, щоб утворилися пари подібних трикутників. Складіть відповідні пропорції.

Г) Висота прямокутного трикутника, опущена з вершини прямого кута, розбиває його на два трикутники. Обґрунтуйте подібність цих трикутників. Складіть відповідні пропорції.

Закріпивши виділені операції, формулюємо спосіб доведення рівностей, які містять добутки двох пар відрізків і оформляємо його у вигляді таблиці.

Таблиця 6.

Знаходження плану доведення	Здійснення доведення
1). Припустити правильність доводжувальної рівності.	1) Виділити на рисунку подібні трикутники.
2) Записати цю рівність у вигляді пропорції.	2) Обґрунтувати їх подібність.
3) Відшукати на рисунку або побудувати трикутники, довжини сторін яких є членам утвореної пропорції.	3) Скласти пропорції із відповідних сторін цих трикутників.
4) Обґрунтувати подібність цих трикутників.	4) Дістати з пропорції доводжувану рівність.

Надалі ці вказівки застосовуємо під час розв'язування задач.

Задача 2. З точки P , яка не належить колу, проведено січні, які перетинав його в точках A, B, C і D (рис.6). Доведіть, рівність $AP \cdot BP = CP \cdot DP$.

Рис.6

Задача 3. Доведіть, що добуток відрізків січної, проведеної з довільної точки, яка не належить колу, дорівнює квадрату відрізка дотичної, проведеної з цієї ж точки (рис.7).

Зауваження: тобто треба довести, що $AC \cdot BC = CD^2$

Рис.7

Задача 4. Двоє кіл дотикаються зовнішньо. Довести, що відрізок їх зовнішньої дотичної є середнім пропорційним між діаметрами кіл (рис.8).

Зауваження: отже треба довести $AB^2 = AC \cdot BD$.

Рис.8

Задача 5. Довести, що висота прямокутного трикутника, проведена з вершини прямого кута є середнім пропорційним проєкцій катетів на гіпотенузу.

Задача 6. Довести, що висота прямокутного трикутника, проведена з вершини прямого кута є середнім пропорційним між катетом і його проєкцією на гіпотенузу.

↓5. СПЕЦИФІКА ВИКОРИСТАННЯ КРЕАТИВНИХ МЕТОДІВ ПРИ НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

На відміну від розглянутих когнітивних методів, креативні методи на уроках математики використовуються у меншому степені. Раніше їх застосування передбачалося в основному на гурткових або факультативних заняттях та при роботі з обдарованими учнями. Серед методів, віднесених А.В. Хуторським до креативних, при навчанні математики ефективними виявилися: метод мозкового штурму та синектики (див. ↓2, розділ I).

Основною задачею методу “мозкового штурму” є створення як можна більшої кількості ідеї в результаті звільнення учасників обговорення від інерції мислення і стереотипів. Починається «штурм» із розминки - швидкого пошуку відповідей на питання тренувального характеру. Потім ще раз уточнюється поставлена задача, нагадуються правила проведення.

Правила проведення “мозкової атаки» або “мозкового штурму”

1. Під час «мозкового штурму» немає ні начальників, ні підлеглих - є ведучий і учасники.
2. «Мозковий штурм» не припускає мислення за шаблоном. Гумор і розкутість допомагають натхненню.
3. Повна свобода уяви. Як би фантастична і неймовірна ні була ідея, висунута будь-ким з учасників, вона повинна бути зустрінута зі схваленням.
4. Рекомендується задавати питання учасникам з метою уточнення і розвитку їхніх ідей. Важливо заохочувати і підтримувати партнерів.

5. Категорично заборонені взаємні критичні зауваження і проміжні оцінки. На стадії обговорення нічого не відхиляється. Навіть якщо комусь не подобаються запропоновані ідеї, краще сказати: «Так, але можна ще і по-іншому...»
6. Своєї думки варто формулювати ретельно і коротко. Чим більше буде висунуто ідей, тим краще.
7. Пам'ятаєте: оптимізм і впевненість збільшують розумову енергію людини!

Кожний учасник може висловити свої ідеї, доповнити й уточнити. До груп прикріплюється експерт, задача якого - фіксувати на папері висунуті ідеї. «Штурм» триває 10-15 хвилин. Для «штурму» пропонуються питання, які потребують нетрадиційного рішення або, якщо йдеться про “мозковий штурм” при навчанні математики у школі, то часто необхідно знайти найбільшу кількість способів розв'язання якоїсь задачі.

Робота ведеться за наступними напрямками:

- генерація ідей,
- аналіз проблемної ситуації й оцінка ідеї,
- генерація контрідей.

Генерація ідей відбувається в групах за визначеними вище правилами. На етапі генерації ідеї будь-яка критика заборонена. Всіляко заохочуються репліки, жарти, невимушена обстановка. Потім отримані ідеї систематизуються, об'єднуються за загальними принципами і підходами. Далі розглядаються всілякі перешкоди до реалізації відібраних ідей. Оцінюються зроблені критичні зауваження. Остаточо відбираються тільки ті ідеї, що не були заперечені критичними зауваженнями і контрприкладом.

Таким чином, «мозковий штурм», як правило, складається з наступних етапів:

1. Формулювання навчальної проблеми, обґрунтування задачі для пошуку її рішення. Визначення умов і правил колективної роботи.

Формування кількох робочих груп по 5-7 учасників і експертної групи (журі), яка буде оцінювати дані розв'язання.

2. Розминка. Швидкий пошук відповідей на питання і задачі тренувального характеру. Ціль цього етапу - допомогти учням звільнитися від хвилювання, ніяковості.
3. «Штурм» поставленої проблеми. Ще раз уточняється поставлена задача, нагадуються правила обговорення. Генерування ідеї починається з сигналу вчителя одночасно у всіх групах. Кожний висловлює у голос свої ідеї. Забороняється критикувати запропоновані ідеї, можна тільки доповнювати і комбінувати їх. До кожної групи прикріплюється експерт, задача якого фіксувати на папері висунуті ідеї. «Штурм» триває 10-15 хвилин.
4. Оцінка і відбір найкращих ідей групою експертів.
5. Повідомлення про результати «мозкової атаки». Обговорення підсумків роботи груп, оцінка найкращих ідей, їх публічний захист.

У практиці навчання математики метод “мозкового штурму” часто дещо модифікується. Мета нестандартного уроку або позакласного заходу, на якому застосовується цей метод – знайти максимальне число способів розв'язування заданої задачі або якогось набору задач.

Розглянемо урок-гру, який проводиться методом “мозкового штурму”, з теми «Тригонометричні рівняння» (10-ий клас). Мета якого “відкрити” як можна більше способів розв'язування лінійного однорідного рівняння першого степеня. Зауважимо, що перед проведенням цього уроку учні повинні повторити основні групи тригонометричних тотожностей з раніше вивченої теми “Тригонометричні тотожності”, вміти розв'язувати простіші тригонометричні рівняння та деякі, що до них зводяться методом заміни змінної.

Проблема “мозкового штурму” - знайти, відкрити як можна більше способів розв'язування рівняння $\sin x - \cos x = 1$

Після організаційної частини - розминка з актуалізації опорних знань учнів. Зачитуються запитання. Команди відповідають по черзі. За правильну відповідь на кожне запитання команді нараховується три бали. Якщо відповідь неточна (неповна), то кількість балів зменшується. За уточнення (доповнення) команда-суперниця отримує різницю балів.

Далі командам дається 20 хв. на знаходження різних способів розв'язування цього рівняння. Спостерігачі - члени журі присутні під час обговорення мають право під коректувати розв'язування, але тільки у випадку, коли ідею висловив один з членів команди. Третя частина “мозкового штурму” — обговорення знайдених способів розв'язування. По черзі (починає команда, яка перемогла у розминці) представники команд виходять до дошки і пропонують розв'язування рівняння знайденим способом.

Під час змагань у третій частині гри заміна учасників, допомога їм чи консультація зі своєю командою не дозволяється. Якщо представник команди без помилок та зауважень з боку суперників або арбітрів продемонстрував правильний спосіб розв'язання, то команда отримує п'ять балів. Недоліки у розв'язуванні рівняння зменшують кількість нарахованих балів.

Далі гру продовжує представник другої команди (правила вже відомі).

Хід уроку-гри “Мозковий штурм”

I. Повідомлення теми і мети уроку, форми його проведення. Оголошуються правила гри та умови оцінювання.

II. Актуалізація опорних знань (розминка).

III. Пошук способів розв'язування рівняння.

IV. Обговорення різних способи розв'язування тригонометричного рівняння $\sin x - \cos x = 1$

V. Підсумок уроку.

Запитання для розминки

1. Яке рівняння називається тригонометричним?
2. Яка особливість розв'язки тригонометричних рівнянь? [Вони, як правило, або зовсім не мають розв'язки, або мають їх безліч внаслідок властивості періодичності тригонометричних функцій.]
3. Які тригонометричні рівняння називаються найпростішими? [Рівняння виду $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.]
4. Що означає розв'язати найпростіше тригонометричне рівняння? [Знайти множину всіх кутів (дуг), які перетворюють рівняння в правильну числову рівність.]
Записати загальні формули розв'язки найпростіших тригонометричних рівнянь. При яких значеннях a ці рівняння мають розв'язки?
6. Записати формули розв'язки найпростіших тригонометричних рівнянь, якщо $a = 1$, $a = 0$, $a = -1$ (часткові випадки).
7. Які тригонометричні рівняння називаються однорідними?
8. Як розв'язуються однорідні рівняння n -го степеня відносно синуса і косинуса? [Діленням обох частин рівняння на $\cos x$: (або на $\sin x$).]
9. Які тригонометричні рівняння називаються лінійними? [Рівняння виду $a \sin x + B \cos x = c$, коефіцієнти a , B і c — довільні дійсні числа.]
10. За допомогою яких тригонометричних тотожностей можна різницю синусів перетворити у добуток?
11. За якими формулами можна синус і косинус виразити через тангенс одного й того ж кута?
12. В чому полягає сутність графічного способу розв'язування рівнянь?
13. Запишіть формули подвійного аргументу для $\sin x$ і $\cos x$.

14. Якщо обидві частини рівняння піднести до квадрата, то чи буде це тотожним перетворенням ?

$$\text{Різні способи розв'язування рівняння} \quad \sin x - \cos x = 1$$

I. Спосіб зведення рівняння до однорідного відносно синуса та косинуса.

У лівій частині даного рівняння $\sin x$ та $\cos x$ замінимо за формулами подвійного аргументу, а праву – за основною тригонометричною тотожністю, будемо мати

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2} = \cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 2 \cos^2 \frac{x}{2} = 0$$

$$\cos \frac{x}{2} (\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}) = 0$$

$$\cos \frac{x}{2} = 0 \quad \text{або} \quad \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = 0$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z} \quad \text{або} \quad \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z} \quad \text{або} \quad \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi m, m \in \mathbf{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$$

$$\text{Відповідь: } x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$$

II. Спосіб введення допоміжного аргументу

$$\sin x - \cos x = 1$$

Помножимо обидві частини заданого рівняння на число $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$x = \frac{\pi}{4} + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z} \quad \text{або} \quad x = \pi + 2\pi l, l \in \mathbf{Z}$$

$$\text{Відповідь: } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}; x = \pi + 2\pi l, l \in \mathbf{Z}$$

III. Спосіб заміни $\sin x$ та $\cos x$ на тангенс половинного кута

Застосуємо формули

$$\sin x = \frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}, \cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$$

1) Нехай $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbf{Z}$

$$\frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} - \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = 1$$

$$2\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = 1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$$

$$2\operatorname{tg} \frac{x}{2} = 2, \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$$

2) Нехай $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbf{Z}$ тобто $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$

Необхідно перевірити, чи не буде $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$ розв'язком заданого рівняння:

$$\sin(\pi + 2\pi k) - \cos(\pi + 2\pi k) = 1,$$

$$\sin \pi - \cos \pi = 1$$

$$0 - (-1) = 1$$

$$1 = 1$$

Отже $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$ — розв'язок заданого рівняння.

Відповідь: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}; x = \pi + 2\pi l, l \in \mathbf{Z}$

IV. Графічний спосіб розв'язування рівняння

Задане рівняння перепишемо у вигляді:

$$\sin x = \cos x + 1$$

Введемо функції $y = \sin x$ та $y = \cos x + 1$. В одній системі координат будемо графіки цих функцій. Розв'язки заданого рівняння знайдемо як абсциси точок перетину графіків.

Відповідь: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}; x = \pi + 2\pi l, l \in \mathbf{Z}$

V. Спосіб розкладання лівої частини рівняння на множники

Задане рівняння перепишемо у вигляді:

$$\sin x - (1 + \cos x) = 0$$

За формулами зниження степеня і подвійного аргументу маємо

$$1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2}, \sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2},$$

тоді задане рівняння можна бути записати у вигляді

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 2 \cos^2 \frac{x}{2} = 0$$

$$\cos \frac{x}{2} (\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}) = 0$$

$$\cos \frac{x}{2} = 0 \quad \text{або} \quad \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = 0$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z} \quad \text{або} \quad \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z} \quad \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi m, m \in \mathbf{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$$

$$\text{Відповідь: } x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$$

VI. Спосіб перетворення різниці (суми) тригонометричних функцій в добуток

Задане рівняння запишемо у вигляді:

$$\sin x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$$

Застосуємо формулу різниці синусів:

$$2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos \frac{\pi}{4} = 1,$$

$$2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$x = \frac{\pi}{4} + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z} \quad \text{або} \quad x = \pi + 2\pi l, l \in \mathbf{Z}$$

$$\text{Відповідь: } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}; x = \pi + 2\pi l, l \in \mathbf{Z}$$

VI. Спосіб піднесення до квадрата

Піднесемо обидві частини заданого рівняння до квадрата:

$$(\sin x - \cos x)^2 = 1^2,$$

$$\sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 1$$

Використовуючи основну тригонометричну тотожність, маємо

$$1 - \sin 2x = 1, \sin 2x = 0$$

$$2x = \pi n, n \in \mathbf{Z},$$

$$x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}$$

Оскільки ми використовували піднесення обох частин рівняння до квадрата, то можлива поява сторонніх коренів. Тому виконаємо перевірку, але спочатку доцільно отриману серію розв'язків представити у вигляді:

$$x = 2\pi t, t \in \mathbf{Z} \quad \text{або} \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$$

$$\text{або} \quad x = \pi + 2\pi l, l \in \mathbf{Z} \quad \text{або} \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi r, r \in \mathbf{Z}$$

Перевірка

Якщо $x = 2\pi t, t \in \mathbf{Z}$, то

$$\sin 2\pi t - \cos 2\pi t = 1,$$

$$0 - 1 = 1,$$

$$-1 = 1$$

Якщо $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$, то

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right) = 1,$$

$$1 - 0 = 1,$$

$$1 = 1$$

Якщо $x = \pi + 2\pi l, l \in \mathbf{Z}$, то

$$\sin(\pi + 2\pi l) - \cos(\pi + 2\pi l) = 1,$$

$$0 - (-1) = 1,$$

$$1 = 1$$

Якщо $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi r, r \in \mathbf{Z}$, то

$$\sin\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi r\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi r\right) = 1,$$

$$-1 + 0 = 1,$$

$$1 = 1$$

Отже, задане рівняння задовольняють лише розв'язки:

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z} \quad \text{або} \quad x = \pi + 2\pi l, l \in \mathbf{Z}$$

Відповідь: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}; x = \pi + 2\pi l, l \in \mathbf{Z}$

Зауваження. У сильних класах доцільно провести четверту узагальнюючу частину “мозкового штурму”, а саме розглянути різні способи розв'язування лінійного тригонометричного рівняння у загальному вигляді $a \sin x + B \cos x = c$, де коефіцієнти a, B і c — довільні дійсні числа у випадках:
1) $a = B = c$; 2) $a = c$ або $B = c$; 3) $a = B$.

Розглянемо інший приклад.

Формула Герона дає змогу обчислити площу трикутника, якщо відомі довжини його сторін. Її традиційні доведення за допомогою теореми Піфагора і тотожностей скороченого множення або на основі формули для обчислення площі трикутника, як половини добутку двох сторін на синус кута між ними і основної тригонометричної тотожності дається у шкільних підручниках геометрії. Однак на практиці дуже часто вчителі повідомляють цю формулу без доведення, посилаючись на його громіздкість. Така ситуація небажана через значну методичну цінність ознайомлення учнів з різними доведеннями формули Герона та їх аналізування. Вона може бути виправдана лише у випадку низького рівня знань та вмінь учнів з геометрії в окремих класах.

Розглянемо різні варіанти вивчення доведення та застосувань формули Герона при навчанні учнів за різними профілями.

На вивчення теми “Площі фігур” у курсі геометрії 9-го класу загальноосвітньої школи (універсальний профіль) відводиться 14годин.

Розглянемо один з можливих варіантів планування вивчення даної теми.

Площі геометричних фігур (14 годин)

1. Поняття площі фігури, основні властивості площ. Площа прямокутника, паралелограма _____ 2 год.
2. Площа трикутника _____ 2 год.
3. Формула Герона для площі трикутника _____ 1 год.
4. Площа трапеції _____ 1 год.
5. Формули для радіусів вписаного і описаного кіл трикутника __ 2 год.
6. Площі подібних трикутників _____ 1 год.
7. Площа круга та його частин _____ 1 год.
8. Узагальнення та систематизація знань та умінь учнів _____ 2 год.
9. Тематична контрольна робота _____ 1 год.

10. Аналіз контрольної роботи _____ 1 год.

Приведемо варіант проведення уроку з вивчення Формули Герона.

План-конспект уроку №5.

Тема. Формула Герона для обчислення площі трикутника.

Мета. Ознайомити учнів з доведенням формули Герона та навчити її застосовувати при розв'язуванні задач.

Метод навчання. пошуково-дослідницький.

Обладнання. Записи на дошці планів доведення формули Герона двома способами; таблиця “Формули для обчислення площі трикутника”; запис умови задачі 3.

Хід уроку.

I. Учням пропонується для розв'язання задача на знаходження площі трикутника ABC сторони якого дорівнюють a , b , c .

Передбачена робота по групах. Одній групі учнів рекомендується застосувати теорему косинусів та формулу площі трикутника, як половини добутку двох сторін на синус кута між ними, а іншій – теорему Піфагора для знаходження висоти трикутника і формулу площі трикутника, як половини добутку сторони на висоту.

II. Обговорення та запис двох способів розв'язування даної задачі – виведення формули Герона.

III. Застосування даної формули для розв'язування навчальної серії задач.

Задача 1. Знайдіть площу трикутника за трьома сторонами: 1) 13, 14, 15.

Задача 2. Знайдіть висоти трикутника, у якого сторони дорівнюють 13, 14, 15 см.

Зауваження. Після розв'язання даної задачі доцільно запропонувати учням проаналізувати, як пов'язані довжини сторін та висот, проведених до цих сторін.

Задача 3. Знайдіть найменшу висоту трикутника, у якого сторони дорівнюють: 1) 17, 65, 80; і найбільшу висоту трикутника з сторонами: 1) 25, 29, 36.

Задачі 1 і 2 розв'язують по черзі учні біля дошки під керівництвом вчителя; увага приділяється раціональним обчисленням підкореневого виразу та оформленню розв'язання. Задача 3 пропонується учням для самостійного розв'язування за варіантами I – 3(1), II – 3(2). Потім ці варіанти обговорюються, розв'язання записується на дошці. Три учні з кожного варіанту, які першими правильно розв'язали цю задачу, одержують високі оцінки.

I V. Підведення підсумків уроку та коментарі до домашнього завдання.

При підведенні підсумків підкреслюємо, що на уроці була виведена формула Герона двома способами. Пропонуємо учням знайти інші способи доведення даної формули та ставимо питання про узагальнення даної формули для чотирикутників.

Домашнє завдання.

1) вміти довести формулу Герона кількома способами (на високу оцінку 11-12 балів), хоча б одним способом (на 10-8 балів); вміти записати формулу Герона та пояснити її складові (не більше 7 балів).

2) розв'язати задачі:

Задача 1. Сторони трикутника a , b , c . Знайдіть висоту трикутника, проведену до сторони c .

Задача 2. Бічні сторони трикутника 30 см і 25 см. Знайдіть висоту трикутника, опущену на основу, яка дорівнює: 1) 25 см; 2) 11 см.

Задача 3. Знайдіть найменшу і найбільшу висоти трикутника, у якого сторони дорівнюють 2 ; 3 ; 1, 83.

Задача 4. (Підвищеної складності). За трьома висотами трикутника h , h , h обчислити його площу.

На наступному уроці №6, при перевірці домашнього завдання, повертаємося до обговорення питань про різні способи доведення формули Герона та її узагальнення. На цьому уроці також виводимо формулу для обчислення площі трапеції і розв'язуємо кількома способами (в одному з яких застосовуємо формулу Герона) задачу на обчислення площі трапеції за чотирма заданими сторонами: знайдіть площу трапеції, у якої паралельні сторони 60 см і 20 см, а непаралельні – 13 см і 37 см.

У “Інструктивно-методичному листі про вивчення математики у 2004-2005 навчальному році” (автор Н. Прокопенко) вказується, що “... для поступового впровадження профільного навчання доцільно ширше використовувати варіативну складову навчального плану (курси за вибором, факультативи, гуртки). Факультативне навчання математики має за мету поглибити знання учнів, здобуті при вивченні основного курсу, а також розвивати їх логічне мислення, допитливість, кмітливість”. Також йдеться про необхідність проведення цілеспрямованої роботи з фахової підготовки учнів 8-9 класів у системі позакласної роботи; більше уваги приділяти організації самостійної роботи учнів, що відповідає їхнім інтересам та схильностям.

Вказується, що зміст факультативного курсу для загальноосвітніх навчальних закладів “Математика, 7-9 класи” (автори М. І. Бурда, В. Г. Бевз, Н. С. Прокопенко) пов'язаний зі змістом основного навчального матеріалу шкільного курсу математики і водночас має самостійний характер. Вчитель може самостійно добирати додаткові теми залежно від їх актуальності, при цьому не порушуючи логіки всього курсу.

Вважаємо, що доведення різними способами та узагальнення основних теорем і формул шкільного курсу геометрії, до яких відноситься, наприклад, формула Герона для обчислення площі трикутника, є саме такою додатковою темою. Тому різні способи доведення формули Герона доцільно розглянути

на факультативному занятті, яке рекомендуємо провести у вигляді заняття-гри “Математичний двобій”.

Розглянемо варіант проведення такого заняття.

Зауваження. Тема двобою повідомляється учням за два-три тижні. Учні поділяються на дві команди. В період підготовки до математичних змагань пропонується вивести формулу Герона як можна більшим числом способів, знайти її узагальнення та розв’язати задачі на застосування даної формули. Знайти історичні відомості щодо математика, ім’я якого присвоєно цій формулі. Передбачається використання навчальної та науково-популярної літератури з математики.

Факультативне заняття “Математичний двобій”

Тема. Різні доведення, узагальнення та застосування формули Герона.

Мета. Вивести формулу Герона різними способами, проаналізувати їх; узагальнити формулу Герона; розвивати творче мислення учнів.

Обладнання. Плакати, записи на дошці.

Хід двобою.

I. Вчитель повідомляє тему двобою, етапи його проведення та правила гри, називає учасників кожної команди, представляє журі. (До складу журі входять учні старших класів – призери математичних олімпіад).

II. Бліц-тур. Командам пропонується дати відповіді на 8 запитань. За правильну відповідь на кожне запитання команді нараховується по 1 балу, за неправильну – знімається 1 бал. Протокол гри веде журі.

Питання для бліц-туру.

1. Запишіть всі відомі вам формули для обчислення площі трикутника.
2. Сформулюйте теорему косинусів.
3. Яке коло називається зовнівписаним?
4. Скільки зовнівписаних кіл має трикутник?
5. Яка точка є центром зовнівписаного кола?
6. Чому дорівнює радіус зовнівписаного кола?
7. Як побудувати середнє геометричне двох відрізків?

8. Навколо якого чотирикутника можна описати коло?

III. Двобій між учасниками команд.

Представник команди-переможця бліц-туру починає виводити формулу Герона і розповівши приблизно $2/3$ доведення припиняє його. Закінчити доведення повинен його суперник. Час на роздуми - 1 хв. Якщо формула виведена правильно, кожна команда отримує по 5 балів. Якщо ні, то перший боєць закінчує доведення і здобуває своїй команді 10 балів.

Під час гри команди постійно міняються ролями. Журі має право знімати бали за неточності, за недоліки, помилки, і, особливо, за завчасну зупинку при доведенні теореми, бо це не дає супернику зорієнтуватися. Також журі може знімати бали за підказки та порушення дисципліни. Бали додаються за вдалі доповнення, пояснення, власні доведення.

IV. Двобій капітанів.

1. Капітанам пропонується розв'язати біля дошки по одній задачі з використанням формули Герона. Час для розв'язання 10 хв. За правильне розв'язання задачі дається по 5 балів.

Задачі для двобою капітанів.

Задача 1. У рівнобічній трапеції більша основа дорівнює 44 см, бічна сторона 17 см, а діагональ 39 см. Знайдіть площу трапеції.

Задача 2. Сторони трикутника дорівнюють 17 і 21 см, а медіана, проведена до третьої сторони, дорівнює 5 см. Знайдіть площу трикутника.

Поки капітани міркують над розв'язанням запропонованих задач, інші члени команд розв'язують їх також. У разі необхідності вони можуть допомогти капітану.

2. Капітанам пропонується розповісти про узагальнення формули Герона – формулу Брамагупти і довести її. За правильне доведення – 5 балів.

V. Підведення підсумків гри, нагородження команди переможців.

Зауваження. Безперечно, таке факультативне заняття-гру можна провести лише тоді, коли значна кількість учнів має ґрунтовні знання з математики. Це заняття-гра “Математичний двобій” може бути проведено у класі фізико-математичного профілю, навіть на уроці.

Якщо більшість учнів класу має низький рівень знань з математики, то розглянути різні способи доведення формули Герона та її узагальнення доцільно на заняттях математичного гуртка, який відвідують лише учні, що цікавляться математикою. На цих заняттях можна розв’язати і задачі підвищеної складності на застосування формули Герона, познайомити учнів з відповідним історичним матеріалом.

¶6. ОРГДІЯЛЬНІСНІ МЕТОДИ ПРИ НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ УЧНІВ ЗАГАЛЬНООСВІТНІХ ЗАКЛАДІВ

Ситуація з використанням оргдіяльнісних методів при навчанні математики, не така однозначна, як з методами інших груп, розглянутих вище (когнітивними та креативними). Деякі вчителі-предметники вказують, що організація навчання учня – прерогатива класного керівника, тому не треба опікуватися формуванням в учнів умінь ефективно і раціонально навчатися математики. Ми вважаємо таку позицію неправильною. На наш погляд, важлива складова роботи вчителя математики – формування в учнів умінь застосовувати оргдіяльнісні методи, виділяти специфічні особливості цих методів при навчанні математики.

Особливу актуальність оргдіяльнісні методи набувають при особистісно орієнтованому навчанні.

Так, І. С. Якиманська зазначає: “Головними вимогами до особистісно орієнтованих технологій є необхідність:

- а) забезпечення виявлення змісту суб'єктного досвіду учня, включаючи досвід його попереднього навчання;
- б) активне стимулювання учня до самоцінної освітньої діяльності;

в) забезпечення контролю та оцінки не тільки результату, а головним чином процесу учіння та ін.” [32:16]. А все це має стати можливим лише при суттєвому посиленні ролі оргдіяльнісних методів.

До оргдіяльнісних методів навчання будь-якій дисципліні, у тому числі і математики, відносять методи: учнівського цілеспрямування та планування, створення освітніх програм учнів, нормотворчості, самоорганізації навчання, взаємного навчання, рецензування, рефлексії, самооцінки.

Розглянемо особливості застосування методу самоорганізації навчання при вивченні математики.

Важливою складовою вивчення математики є самостійна робота з підручником, навчальними посібниками, довідниками, збірниками задач та ін. Тому пропонуємо на одному з перших уроків математики у 5-ому класі організувати дидактичну гру “Мандрівка по підручнику”, в ході якої крім невеличких презентацій основних розділів підручника, розповісти про структуру підручника: розділи, параграфи, пункти, рубрики “Для тих, хто хоче знати більше”, “Прочитай” (тут даються зразки виконання вправ), “Усно” (в даній рубриці містяться вправи призначені для усного виконання), вправи рівнів А і Б, вправи для повторення.

При проведенні аналогічної роботи у 6-ому класі доцільно звернути увагу на предметний покажчик та розповісти як його використовувати. Зауважимо, що розмова про особливості предметного покажчика у підручнику математики є нагодою для проведення пропедевтики терміну “родове поняття”. Наприклад, родовим поняттям для поняття “дробове число” є поняття “число”, отже, у предметному покажчику знаходимо слово “число”, а потім поряд поняття “дробове число” напроти якого стоїть число 24, яке означає, що визначення цього поняття знаходиться у підручнику на сторінці 24. Буде корисним запропонувати учням за предметним покажчиком знайти поняття, а потім прочитати його означення у підручнику.

Треба знайомити учні з правилами використанням навчальних комп'ютерних програм з математики.

Ознайомлення учнів з правилами ведення записів з математики, математичних зошитів взагалі також відноситься до формування в учнів умінь використовувати метод самоорганізації навчання. Деякі вчителі пропонують учням вести окремий зошит-блокнот, в якому записувати основні правила, означення, теореми, формули, опорні задачі-факти і задачі-методи та ін. Безперечно, спочатку вчитель має організувати цю роботу, показати зразки. В цих зошитах допустимі яскраві кольорові записи, навіть, самостійно вигадані учнями позначення ступеня важливості того чи іншого теоретичного факту, схеми, класифікаційні таблиці тощо.

Теми “Як правильно будувати означення математичного поняття”, “Як раціонально вивчати правило, доводити теорему”, “Як навчитися розв'язувати задачі” повинні постійно обговорюватися, як на уроках, так і в позаурочний час на всіх етапах навчання математики. Ці питання мають бути висвітлені і при проведенні щорічної навчальної практики з математики.

При проведенні навчальної практики у 5-ому класі пропонується бесіда “Навіщо треба вивчати і знати математику?” та анкетування учнів про їх особисті оргдіяльнісні прийоми навчання математики з наступним обговоренням результатів цього анкетування.

З шестикласниками планується обговорення питань:

- 1) про загальні правила роботи з вивчення математики (режим і гігієна навчальної праці, як читати математичну літературу, як використовувати навчальні комп'ютерні програми та ін.);
- 2) способи самоконтролю при вивченні правил, розв'язуванні прикладів, задач;
- 3) самооцінка учнів щодо навчання математики у минулому навчальному році.

У 7-ому класі вважається за доцільне провести заняття за темами:

- 1) Математичні поняття. Способи означення математичних понять. типові помилки при означенні математичних понять.
- 2) Математичні твердження, їх структура. Основні методи доведення математичних тверджень.
- 3) Математичні задачі. Класифікації математичних задач. Використання евристик при розв'язуванні задач.

Під час проведення навчальної практики у 8-ому класі доцільно обговорити питання про організацію роботи з підготовки виступу, його рецензування, самопідготовки до математичних олімпіад, написання рефератів тощо.

А.В. Хуторський рецензування виділяє як окремий оргдіяльнісний метод. Ми вважаємо, що цьому методу зараз мало приділяється уваги в практиці роботи вчителів. А починати доцільно з 5-го класу ставлячи перед учнями завдання прорецензувати відповідь товариша, розв'язання задачі, вправи, доповідь та ін. При чому рецензія також має бути відповідно оцінена. Приведемо загальні плани рецензування розв'язаної задачі, усного виступу та навчального тексту.

Схема рецензії розв'язаної задачі.

- До якого типу відноситься задача?
- Яким методам розв'язувалася задача? Які допоміжні прийоми застосовувалися при розв'язанні?
- Які математичні факти (означення, теореми, опорні задачі, формули) були використані при розв'язанні задачі?
- Чи можуть бути інші способи її розв'язання?

Схема рецензії усного виступу.

- Що сподобалося у виступі, про що розповідалося найбільш вдало.
- Як було побудовано виступ, загальна структура і логіка викладу.

- Чи цілком розкрита тема, чи досить приведено прикладів.
- Які було помічено недоліки, помилки, протиріччя. Які є заперечення виступаючому.
- Доповнення до виступу. Зауваження і побажання виступаючому.
- Загальна оцінка виступу.

Схема рецензії тексту підручника, книги або статті.

- Чому присвячений даний текст?
- Що зацікавило в тексті і чому?
- Що є в ньому головним? Які основні напрямки викладення?
- Яка нова інформація або незвичайні положення виявлені в тексті?
- Чи було зрозуміло розкрито зміст тексту?
- Які місця в ньому найбільше важкі?
- Які питання виникли при читанні?
- Про що б хотілося дізнатися додатково?
- Який висновок з прочитаного?

Методи цілеспрямування та планування освітньої діяльності доцільно застосовувати при індивідуальній роботі з учнями.

Взагалі, ми бачимо, що існують окремі вдалі приклади розробок застосування оргдіяльнісних методів при навчанні математики, але загальна технологія їх використання ще не створена.

Взагалі вважаємо доцільним підвести підсумки.

1. Методи навчання - це способи спільної діяльності вчителя й учнів, спрямовані на досягнення ними освітніх цілей. Методи навчання математики традиційно класифікують за такими основами: джерелом знань; призначенням (М. Данилов, Б. Єсіпов); типом навчально-пізнавальної діяльності (І. Лернер, М. Скаткін); бінарна М. Махмутова (методи викладання і учіння); полінарна Ю. Бабанського та ін..

2. При особистісно орієнтованому навчанні, особливо актуальною є класифікація методів продуктивного навчання, розроблена А. В. Хуторським. Методи навчання у даній класифікації розподілені на групи у відповідності до основних видів освітньої діяльності: когнітивні (методи наук, методи навчальних предметів та метапредметні), креативні (інтуїтивні, алгоритмічні та евристичні) і оргдіяльнісні (методи самоорганізації учнів; методи керування діяльністю учнів, які застосовує вчитель та адміністративні методи).

3. Далеко не всі методи, представлені в класифікації А. В. Хуторського, можуть бути ефективно використані при навчанні математики. Проведений нами аналіз дидактичної та методичної літератури, наші спостереження, результати опитування вчителів, особистий досвід роботи в школі, свідчить про особливу актуальність при особистісно орієнтованому навчанні математики таких методів: евристичних питань, евристичного спостереження, порівняння, фактів, конструювання понять та правил, прогнозування, помилок, конструювання теорій, мозкового штурму, синектики та ін.

4. Проблеми, пов'язані з розробкою когнітивних методів математики, як науки і як навчального предмета, та креативних, особливо, алгоритмічних і евристичних методів, традиційно знаходили і продовжують знаходити широке відображення у науковій психолого-педагогічній та методичній літературі (В. І. Андрєєв, А. К. Артемов, Г. Д. Балк, М. Б. Балк, В. Г. Болтянський, М. І. Бурда, Ю. М. Колягін, О. В. Кужель, Ю. М. Кулюткін, У.Н. Лейфура, Т. М. Міракова, Ю. О. Палант, Дж. Пойа, Г. І. Саранцев та ін).

5. Головними вимогами до особистісно орієнтованих технологій (за І. С. Якиманською) вважаються необхідність:

а) забезпечення виявлення змісту суб'єктного досвіду учня, включаючи досвід його попереднього навчання;

б) активне стимулювання учня до самоцінної освітньої діяльності;

в) забезпечення контролю та оцінки не тільки результату, а головним чином процесу учіння та ін., що передбачає суттєве посилення ролі оргдіяльнісних методів.

Це методи: учнівського цілеспрямування та планування, створення освітніх програм учнів, нормотворчості, самоорганізації навчання, взаємного навчання, рецензування, рефлексії, самооцінки. Можна привести окремі вдалі приклади розробок застосування цих методів, але загальна технологія їх використання ще не створена.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бевз Г. П. Методика викладання математики: навч. посібник / Г. П. Бевз. – 3-е вид., перероб. і доп. – Київ: Вища шк., 1989. – 367 с.
2. Брунер Дж. Психология познания / Дж. Брунер. – М.: Прогресс, 1977. – 391 с.
3. Бурда М. І. Вивчення геометрії у 8 класі: методичний посібник / М. І. Бурда; під ред. проф. І.Ф. Тесленка. – Київ : Рад. школа, 1985. – 120 с.
4. Выготский Л. С. Педагогическая психология / под ред. В. В. Давыдова. – М.: Педагогика, 1991.–480 с.
5. Выбор методов обучения в средней школе / под ред. Ю. К. Бабанского. – М. : Просвещение, 1981. – 276 с.
6. Геометрия: учеб. для 7-9 кл. сред. шк. /Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 1990. – 336 с.
7. Геометрія: підруч. для 7-9 кл. загальноосвіт. навч. закладів / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – Київ: Вежа, 2001. – 272 с.
8. Голодюк Л. С. Рівнева диференціація на уроках геометрії / Л. С. Голодюк. – Харків: Видав. гр. “Основа”, 2003. – 80 с.
9. Гришина Т. Рівнева організація роботи над теоремою / Т. Гришина // Математика в школі. – 2002. – № 1. – С. 17 – 20.
10. Груденов Я. Н. Изучение определений, аксиом, теорем: пособие для учителей / Я. Н. Гуденов. – М.: Просвещение, 1981. – 95 с.
11. Державний стандарт базової і повної середньої освіти // Математика в школі – 2004. – №2. – С. 2-5.
12. Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении / В. В. Давыдов. – М.: Педагогика, 1972. – 423 с.
13. Дистанционное обучение: учеб. пособие / под ред. Е. С. Полат. – М. : Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 1998. – 192 с.

14. Иржавцева В. П. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: пособие для учителя / под ред. Н. Л. Коломинского. – Киев: Радянська школа, 1989. – 208 с.
15. Епишева О. Б. Учить школьников учиться математике: Формирование приемов учеб. деятельности: кн. для учителя / О. Б. Епишева, В. И. Крупич. – М.: Просвещение, 1990. – 128 с.
16. Ершова А. П. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 7 класса / А. П. Ершова, В. В. Голобородько, А. С. Ершова. – Харьков: Гимназия, 1998. – 160 с.
17. Ершова А. П. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 8 класса / А. П. Ершова, В. В. Голобородько., А. С. Ершова. – Харьков: “Гимназия”, 1999. – 144 с.
18. Карнацевич Л.С. Геометрия. 8 класс: Планы-конспекты уроков / Л. С. Карнацевич, С. П. Ильченко. – Харьков: Веста: Издательство «Ранок». 2003. – 280 с.
19. Карнацевич Л. С. Изучение геометрии в 8 классе: пособие для учителя /Л. С. Карнацевич; под ред. И. Ф. Тесленко. – М. : Просвещение, 1984. – 144 с.
20. Кондаков Н. И. Логический словарь / Кондакова Н. И. – М.: Наука, 1971. – 638 с.
21. Карпінська І. Й. Нестандартні уроки з математики / І. Й. Карпінська. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2001. – 48 с.
22. Кушнір І. Задачі з однією підказкою / І. Кушнір. – Київ: Факт, 2003. – 176 с.
23. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учеб. пособие для студентов физ-мат. спец. пед. ин-тов /: под ред. Е. И. Лященко [и др.]. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.
24. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.

25. Лоповок Л.М. Сборник задач по геометрии для 6-8 классов: Пособие для учителей / под ред. И.Ф. Тесленко. –К иїв.: Рад. шк. , 1985. – 104 с.
26. Математика в поняттях, означеннях і термінах: В 2-х т. / О. В. Мантуров, Ю.К. Солнцев, Ю.І. Сорокін, М.Г. Федін. – Київ: Рад. шк., 1986. – Т. 2: М-Я. – 360 с.
27. Математика. 7 клас.: зб. завдань для тематичного контролю знань. Методичні рекомендації / Н. С. Прокопенко, А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Київ: КІМО, 2000. – 64 с.
28. Математика. 8 клас.: Збірник завдань для тематичного контролю знань: методичні рекомендації / Н. С. Прокопенко, А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М.С. Якір. – Київ: КІМО, 2000. – 64 с.
29. Математика. 9 клас.: збірник завдань для тематичного контролю знань : методичні рекомендації / Н. С. Прокопенко, А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Київ: КІМО, 2000. – 64 с.
30. Методика викладання математики в середній школі: навч. посібник для студентів пед. ін-тів. / упоряд. Р. С. Черкасов, А. А. Столяр. – Харків: Вид-во "Основа" при Харк. ун-ті, 1992. – 304 с.
31. Методика преподавания математики в средней школе: общая методика. Учеб. пособие для студентов физ-мат.фак. пед. ин-тов / В. А. Оганесян, Ю. М. Колягин, Г. Л. Луканкин, В. Я. Саннинский. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Просвещение, 1980. – 368 с.
32. Освітні технології: навч.-метод. посіб. / О. М. Пехота, А. З. Кіктенко, О. М. Любарська та ін.; за ред. О. М. Пехоти. – Київ: Видавництво А. С. К., 2003. – 255 с.
33. Підготовка майбутнього вчителя до впровадження педагогічних технологій: навч. посіб. / О. М. Пехота, В. Д. Будаєв, А. М. Старєва [та ін.] / за ред. І. А. Зязюна, О. М. Пехоти. – Київ: Видавництво А. С. К., 2003. – 240 с.

34. Підручна М. В., Янченко Г. М. Дидактичні матеріали для уроків-практикумів з геометрії в 7 класі / М. В. Підручна, Г. М. Янченко. – Тернопіль: підручники і посібники, 2003. – 64 с.
35. Підручна М. В., Янченко Г. М. Позакласна робота з математики. 8-9 класи / М. В. Підручна, Г. М. Янченко. –Тернопіль: Підручники і посібники, 2001. – 96 с.
36. Подласый И. П. Педагогика: новый курс: учеб. для студ. высш. учеб. Заведений / И. П. Подласый: в 2-х кн. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – Кн. 1: Общие основы. Процесс обучения. – 576 с.
37. Погорелов О. В. Геометрія: підруч. для 7-11 кл. серед. школи / О. В. Погорелов.– 3-те вид. – Київ : Освіта, 1993.– 351 с.
38. Пойа Дж. Математика и правдоподобные рассуждения / Дж. Пойа. –М.: Наука, 1975. – 463 с.
39. Пойа Дж. Математическое открытие / Дж. Пойа. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
40. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии. Ч. 1. – 2-е изд. перераб. и доп. / В. В. Прасолов. – М.: Наук. гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – (Б-ка мат. кружка). – 320 с.
41. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии / В. В. Прасолов. Ч. 2. – М.: Наука. гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – (Б-ка мат. кружка). – 288 с.
42. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-11 класи. – Київ: Шкільний світ, 2001. – 112 с.
43. Програми загальноосвітніх навчальних закладів, шкіл, ліцеїв та гімназій фізико-математичного, природничо-наукового, економічного, гуманітарного профілів // Математика. Додаток до газети “Перше вересня”. – 1999. - №29-32. – С. 3-95.
44. Прокопенко Н. Інструктивно-методичний лист про вивчення математики у 2004-2005 навчальному році / Н. Прокопенко // Математика в школі – 2004. – № 6. – С. 2-5.

45. Роганин А. Н. Геометрия. 10 класс: Планы-конспекты уроков / А. Н. Роганин. – Харьков: Веста: Издательство «Ранок». 2003. – 248 с.
46. Роганин О. М. Геометрія. 11 клас: Плани-конспекти уроків / О. М. Роганин. – Харків: Веста: Издательство «Ранок». 2003. – 256 с.
47. Роганин О. М. Алгебра. 9 клас: Плани-конспекти уроків / О. М. Роганин. – Харків: Світ дитинства, 2003. – 300 с.
48. Роганин О.М. Алгебра і початки аналізу. 11 клас: плани-конспекти уроків / О. М. Роганин. – Харків: Світ дитинства, 2002. – 280 с.
49. Роева Т. Г. Геометрия в таблицах, 7-9 классы: учеб. пособие / Т. Г. Роева, Л. Я. Синельник, С. А. Кононенко. – Харьков: Изд. группа «Академия», 2001. – 136 с.
50. Розуменко А. О. Формування вмій учнів узагальнювати знання при вивченні геометрії в 7-9 класах середньої загальноосвітньої школи: методичні рекомендації вчителям математики, студентам фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів / А. О. Розуменко. – Суми, 1992. – 102 с.
51. Рыжик В. И. 25 000 уроков математики: кн. для учителя / В. И. Рыжик. – М.: Просвещение, 1993. – 240 с.
52. Сиваківський Б. Узагальнення як метод наукового пошуку / Б. Сиваківський // Математика в школі. –2000.– №3. – С. 23-27.
53. Серьожникова Р. К. Основи психології і педагогіки: навчальний посібник / Р. К. Серьожникова, Пархоменко Н. Д., Яковицька І. С. – Київ: Центр навчальної літератури, 2003. – 243 с.
54. Слепкань З. І. Методика навчання математики: підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів / З. І. Слепкань. – Київ: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
55. Слепкань З. І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики / З. І. Слепкань //Математика в школі. – 2002. – №1. – С. 6-9.

56. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний (психологические основы) / Н. Ф. Талызина. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 345 с.
57. Тарасенкова Н. А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики / Н. А. Тарасенкова. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.
58. Фридман Л. М. Учитесь учиться математике: кн. для учащихся / Л. М. Фридман. – Просвещение, 1985. – 112 с.
59. Хуторской А. В. Современная дидактика: учебник для вузов / А. В. Хуторской. – СПб: Питер, 2001. – 544 с.
60. Эрдниев П. М. Обучение математике в школе. Укрупнение дидактических единиц : книга для учителя / П. М. Эрдниев. – 2 изд. испр. и доп. – М.: АО “СТОЛЕТИЕ”, 1996. – 320 с.
61. Эрдниев П. М. Преподавание математики в школе (Из опыта обучения методом укрупненных упражнений) / П. М. Эрдниев. – М.: “Просвещение”, 1978. – 304 с.

