

МЕТОД ПЛОЩ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

Папач Ольга Іванівна,

к.п.н., завідувачка кафедри методики
викладання і змісту освіти КЗВО «Одеська
академія неперервної освіти Одеської обласної ради»

м.Одеса, Україна

olivapa@ukr.net

Стратієнко Ірина Петрівна,

учитель математики Одеської загальноосвітньої
школи №18 Одеської міської ради,

м.Одеса, Україна

irishastratienko2020@gmail.com

Тітова Наталя Богданівна,

учитель математики Одеської гімназії № 4
Одеської міської ради,

м.Одеса, Україна

titovanatawa57@gmail.com

Вступ. Аналіз результатів державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання з математики показує, що основні труднощі в учнів виникають саме при розв'язуванні геометричних задач. Існує велика кількість досліджень, в яких автори намагаються знайти найбільш раціональний шлях навчання розв'язуванню задач загалом і за допомогою конкретних методів зокрема. В методичній та науково-популярній літературі розглядається практичне застосування кожного з відомих методів, однак в існуючих статтях зазвичай показано як розв'язувати лише окремі задачі. У шкільному курсі геометрії більшість з методів розв'язування задач займають не надто значне місце, хоча їх ефективність при цьому безумовно не викликає сумнівів. Що ж стосується методу площ, то він доволі рідко згадується в методичній та навчальній літературі, хоча в олімпіадній та конкурсній практиці часто

зустрічаються задачі, які розв'язуються саме цим методом.

Мета. Проаналізувати наявність задач планіметричного характеру, які доцільно розв'язувати за допомогою методу площу наявних посібниках для підготовки до ДПА та ЗНО з математики, окреслити шляхи удосконалення навчання учнів вмінню розв'язувати такі задачі.

Матеріали та методи. Достатньо велика кількість досліджень, в яких автори намагаються знайти найбільш раціональний шлях навчання розв'язуванню задач загалом і за допомогою конкретних методів зокрема, показують, що питання розв'язування планіметричних задач досліджене у сучасній методичній літературі. Разом з тим, методичній та науково-популярній літературі розглядається практичне застосування кожного з відомих методів, однак в існуючих статтях зазвичай показано як розв'язувати окремі задачі. Що ж стосується шкільного курсу планіметрії, то більшість з методів розв'язування задач займають не надто значне місце, хоча їх ефективність при цьому безумовно не викликає сумнівів.

Проблемі навчання учнів розв'язуванню геометричних задач, формуванню раціональних прийомів навчальної роботи при розв'язуванні задач присвячені роботи Б.П. Білоцерковського, В.Г. Болотянського, В.О. Гусева, Ю.М. Колягіна, Ф.Ф. Нагібіна, З.А. Скопеца, Д. Пойа, Кушніра І.А. та інших.

І.Ф. Шаригін вважає, що зі всіх методів загальних і частинних, зовнішніх і внутрішніх по відношенню до геометрії, в зміст курсу загальноосвітньої шкільної геометрії необхідно включати не тільки загальні методи, але й методи внутрішні, ті, що використовують апарат самої геометрії, і частинні, які дозволяють знаходити красиві геометричні розв'язки [1].

Від уміння розв'язувати задачі значною мірою залежить рівень математичної культури вважає І.А. Кушнір [2; 3]. Бажання розв'язати задачу багатьма способами є явищем далеко не порожнім. Метою автора є зробити пошук не випадковим явищем, а регулярним. Здобути таке уміння, на думку науковця, допомагає знання прийомів і методів розв'язування задач, засвоєння яких є найважливішою частиною математичної підготовки учнів, абітурієнтів, а

також усіх, хто цікавиться математикою.

В існуючих нині роботах зазвичай не розглядається вивчення питань, пов'язаних з площами в єдності теорії і практики, не простежується зв'язок теорії з системою задач. В навчально-методичній літературі є достатньо велика кількість робіт, які пов'язані з методом площ. Ці статті в своїй більшості присвячені порівнянню площ, використанню властивостей рівновеликих фігур. Зокрема, роботи І.Ф. Шаригіна [1], І.Д. Новікова [4], Е.Г. Готмана [5], В.В. Прасолова [6] присвячені практичним питанням використання методу площ. Автори демонструють розв'язування деяких видів задач з використанням методу площ, але сам метод в статтях практично не описується, також відсутньою є система навчання розв'язуванню задач за допомогою методу площ.

Говорячи про метод площ, варто відмітити, що при складанні завдань державної підсумкової атестації та зовнішнього незалежного оцінювання зустрічаються задачі, для знаходження розв'язку яких передбачається достатньо активна робота з площами, розв'язування деяких з них значною мірою спрощується за умови застосування цього методу, що передбачає відчутну економію часу. Іноді ж зустрічаються задачі, які можна розв'язати лише за умови використання методу площ.

В ході проведення дослідження були проаналізовані завдання, які пропонуються для проведення державної підсумкової атестації з математики в 9-му класі. Для цього були розглянуті збірники завдань авторського колективу А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір за редакцією М.І. Бурди, рекомендований Міністерством освіти і науки України [8] та авторського колективу В.Г. Бевз, Д.В. Васильєва схвалений комісією з математики Науково-методичної ради з питань освіти Міністерства освіти і науки України [9].

Зміст завдань кожного із зазначених збірників повністю відповідає чинній програмі з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, а також програмі для шкіл, ліцеїв та гімназій з поглибленим вивченням математики. Збірники призначено для проведення державної підсумкової атестації з

математики в дев'ятих класах загальноосвітніх навчальних закладів.

Матеріали кожного зі збірників на третину складаються із геометричних задач. З 640 запропонованих завдань із геометрії збірника [8], 116 завдань так чи інакше пов'язані із площами. Причому в 48 із них використання методу площ надає можливість швидко і доволі просто отримати розв'язок. Збірник [9] пропонує до розв'язування 118 геометричних задач, з яких 30 включають необхідність використання поняття площі та формул знаходження площ фігур; 12 задач розв'язуються із застосуванням методу площ, що значно скорочує витрачений на їх опрацювання час.

Розглянемо декілька прикладів таких задач:

Задача 1. У скільки разів площа квадрата, побудованого на діагоналі даного квадрата, більше площі даного квадрата? [8]

Задача 2. Через середину діагоналі AC прямокутника $ABCD$ проведена пряма, яка перетинає сторони BC і AD прямокутника в точках M і K відповідно, $AC = 15$ см, $AK = 4$ см, $KD = 8$ см. Знайти площу чотирикутника $AMCK$ [8].

Задача 3. В трикутнику ABC відомо, що $AB = BC = 13$ см, $AC = 10$ см. До кола, вписаного в цей трикутник, проведена дотична, яка паралельна основі AC і перетинає сторони AB і BC в точках M і K відповідно. Обчислити площу трикутника MVK [8].

Задача 4. Висота рівнобедреного трикутника, проведена до основи дорівнює 20 см, а висота, проведена до бічної сторони, - 24 см. Знайти площу цього трикутника [8].

Задача 5. Визначити висоту рівностороннього трикутника зі стороною a [9].

Задача 6. Перпендикуляр, опущений з вершини прямокутника та його діагональ, поділяє її на відрізки 25 см і 16 см. Знайти площу прямокутника [9].

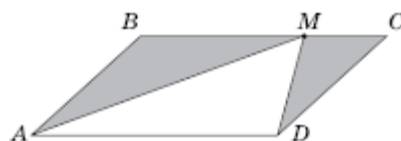
Задача 7. Знайти площу трикутника ABC , якщо MN - його середня лінія, а площа трикутника MVN дорівнює 6 см^2 [9].

У відповідності до виділених у [10] типів задач та прийомів, які застосовуються до їх розв'язування, можна зазначити, що за допомогою

прийому, основанийому на знаходженні площі фігури двома способами можна розв'язати задачі 3, 4, 5; прийому, основанийому на використанні властивості адитивності площі задачі 2, 6; прийому, основанийому на використанні властивостей відношень площ і відповідних відрізків задачі 1, 7.

Задачі, розв'язок яких значно спрощується через використання методу площ, присутні також і на ЗНО з математики. Наведемо деякі приклади.

(2010 р. – основна сесія). На рисунку зображено паралелограм $ABCD$, площа якого дорівнює 60 см^2 . Точка M належить стороні BC . Визначте площу фігури, що складається з двох зафарбованих трикутників. [11]



(2016 р. – основна сесія) . Екрани телевізорів, зображених на рис.1 і 2, мають форму прямокутників, відповідні сторони яких пропорційні. Діагоналі екранів цих телевізорів дорівнюють відповідно 32 дюйма і 48 дюймів. Визначте, у скільки разів площа екрана телевізора, зображеного на рис. 2, більша за площу екрана телевізора, зображеного на рис.1. [11]

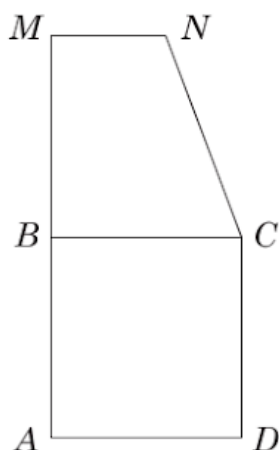


Рис. 1



Рис. 2

(2021 р.- основна сесія). Квадрат $ABCD$ й прямокутна трапеція $BMNC$ лежать в одній площині (див. рисунок). Площа кожної із цих фігур дорівнює 36 см^2 , $AM = 15 \text{ см}$. Установіть відповідність між відрізком (1-3) і його довжиною (А-Д). [11]



Відрізок		Довжина відрізка
1 сторона	квадрата	А 2 см
ABCD		Б 3 см
2 висота	трапеції	В 4 с
BMNC		Г 6 см
3 менша	основа	Д 9 см
трапеції BMNC		

Висновки. Наявність такої кількості завдань, які потребують для розв'язування використовувати метод площ, дає можливість стверджувати про доцільність та необхідність спеціального вивчення методу площ в шкільному курсі геометрії. Безумовно, не можна стверджувати, що метод площ виступає єдиним можливим способом розв'язування проаналізованих задач, однак його використання значною мірою спрощує процес розв'язування та заощаджує час на екзаменах. Нажаль, лише в декількох підручниках з геометрії його виділяють як окрему тему та метод, який може бути використаний до певних чітко окреслених класів задач. Одним з шляхів розв'язання зазначеної проблеми є доповнення шкільного курсу математики геометричними методами розв'язування задач, зокрема методом площ, які дають можливість учням вирішити проблему пошуку і правильного вибору найбільш раціонального шляху розв'язування задачі.

Список використаних джерел

1. Шарьгин И. Ф. 2002 задачи по геометрии. М. : Дрофа, 1999. 210 с.
2. Кушнір І. А. Методи розв'язання задач з геометрії : кн. для вчителя. К. : Абрис, 1994. 464 с.: іл.
3. Кушнір И. А. Метод вспомогательного элемента. Квант. 1974. №2. С. 46-51.
4. Новиков И. Д. Метод площадей. Квант. 1971. №12. С. 41-46.

5. Готман Э. Г. Задачи по планиметрии и методы их решения : пособие для учащихся. М. : Просвещение : АО «Учеб. лит.», 1996. 240 с. : ил.
6. Прасолов В. В. Используя площадь. Квант. 1986. №5. С. 16-19, 43
7. Гусев В. А. Теоретические основы обучения математике в средней школе : учеб. пособие для вузов. М. : Дрофа, 2010. 473 с.
8. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики : 9 кл. / А.Г. Мерзляк та ін.; за ред. М.І. Бурди. К.: Центр навч.-метод. л-ри, 2014. 256 с.
9. Бевз В. Г., Васильєва Д. В. Збірник завдань з математики для підготовки до державної підсумкової атестації. К.: Вид. дім. «Освіта», 2017. 82 с.
10. Бистрянцева А. М., Дубенюк О. О. Використання методу площ при розв'язуванні геометричних задач. Проблеми та перспективи розвитку освіти. Матеріали ІІІ Міжнародної науково-практичної конференції (м. Львів, 30-31 березня 2017 року). Херсон : Вид. дім «Гельветика», 2017. С. 33-36.
11. <https://zno.osvita.ua/mathematics>